

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA  
CURSO DE ENGENHARIA INDUSTRIAL MECÂNICA

ALAN LUGARINI DE SOUZA

**CONVECÇÃO NATURAL E RADIAÇÃO EM CAVIDADE ABERTA  
PREENCHIDA COM MEIO POROSO HETEROGÊNEO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2014

ALAN LUGARINI DE SOUZA

**CONVECÇÃO NATURAL E RADIAÇÃO EM CAVIDADE ABERTA  
PREENCHIDA COM MEIO POROSO HETEROGÊNEO**

Monografia apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 do curso de Engenharia Industrial Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

**Orientador:** Prof. Admilson T. Franco, Dr.

**Co-Orientador:** Prof. Silvio Luiz de Mello Junqueira, Dr.

CURITIBA

2014

## TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa CONVECÇÃO NATURAL E RADIAÇÃO EM CAVIDADE ABERTA PREENCHIDA COM MEIO POROSO HETEROGÊNEO, realizado pelo aluno Alan Lugarini de Souza, como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Industrial Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Admilson T. Franco, Dr.

DAMEC, UTFPR

Orientador

---

Prof. Silvio Luiz de Mello Junqueira, Dr.

DAMEC, UTFPR

Co-Orientador

---

Prof. Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, PhD.

DAMEC, UTFPR

Avaliador

---

Prof. Eduardo Matos Germer, MSc.

DAMEC, UTFPR

Avaliador

---

Curitiba, 15 de Maio de 2014.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pois há momentos em que conhecimento técnico e recursos não parecem ser o suficiente para cumprir uma tarefa.

Aos meus pais João e Josiani, pelo amor e encorajamento, me fazendo acreditar que esta jornada seria possível e valeria a pena. Agradeço de coração todo o suporte que recebi desde o dia em que nasci.

Ao meu irmão Igor, pelo afeto e parceria que me impulsionam todos os dias.

Ao professor Admilson, por acreditar neste trabalho e torná-lo possível dando imenso apoio técnico e motivacional, os quais exerce incrivelmente bem.

Ao professor Silvío, pelos conhecimentos compartilhados e críticas construtivas que ajudaram a moldar este trabalho.

Aos colegas e servidores do LACIT, que sempre estendem uma mão amiga quando procurados.

Aos amigos, que tornam o caminho da graduação menos tortuoso e mais agradável.

Ao apoio financeiro da PETROBRAS e da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis – ANP – por meio do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor Petróleo e Gás – PRH-ANP/MCT (PRH10-UTFPR).



*I have yet to see any problem, however complicated, which, when you looked at it in the right way, did not become still more complicated.*

(Poul Anderson, New Scientist, 25 Sept 1969, p.638)

Ainda estou para ver um problema, o qual, já complicado, quando abordado de maneira correta, não se tornasse ainda mais complicado.

(Poul Anderson, New Scientist, 25 Set 1969, p.638)

## RESUMO

LUGARINI, A. S. Convecção Natural E Radiação Em Cavidade Aberta Preenchida Com Meio Poroso Heterogêneo. 2014. 166 f. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curso de Engenharia Industrial Mecânica. Curitiba, 2014.

Embora relevante em uma grande variedade de aplicações em engenharia, o estudo da convecção natural em uma cavidade aberta contendo um meio heterogêneo é raramente encontrado na literatura. Além disso, trabalhos prévios indicam que as taxas de transferência de calor por radiação são no mínimo da mesma ordem de grandeza da convecção natural laminar em cavidades, fazendo com que a consideração dos efeitos da radiação sejam um passo importante na obtenção de resultados mais práticos e realísticos. O presente estudo considera uma cavidade quadrada, com uma parede aquecida e outra aberta para um reservatório térmico adjacente, contendo um ou quatro blocos quadrados e condutivos inseridos. O escoamento resultante da convecção natural é simulado numericamente através do método dos volumes finitos, com o algoritmo SIMPLEC, e os efeitos da radiação superficial são incorporados pelo modelo S2S. A investigação então se desenvolve em um estudo paramétrico considerando os efeitos da dimensão do(s) bloco(s), número de blocos, emissividade e número de Rayleigh. O efeito de sombreamento causado pela presença dos obstáculos é discutida, assim como os fenômenos de queda convectiva e queda radiativa. Os números de Nusselt convectivo e radiativo são avaliados e comparados para cada caso analisado. Correlações são elaboradas para a previsão do número de Nusselt total médio e da vazão volumétrica adimensional de entrada no canal, como função dos parâmetros investigados.

**Palavras-chave:** Convecção Natural. Radiação Superficial. Cavidade Aberta. Meio Heterogêneo.

## ABSTRACT

LUGARINI, A. S. Convecção Natural E Radiação Em Cavidade Aberta Preenchida Com Meio Poroso Heterogêneo. 2014. 166 f. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curso de Engenharia Industrial Mecânica. Curitiba, 2014.

Although of relevance to a variety of engineering applications, the study of natural convection within an open cavity containing a conducting solid body is rarely found in the literature. Moreover, previous studies have pointed out that radiation heat transfer rates are at least of the same order of laminar natural convection rates in cavities, making the inclusion of radiation effects an important step toward obtaining more realistic and practical results. The present study considers a square cavity, with one wall heated and the other opened to an adjacent fluid reservoir, having one or four square conducting solid blocks inserted in it. The resulting natural convection flow is simulated numerically via the finite-volume method, with the SIMPLEC algorithm, and the radiation effects incorporated via the S2S model. The investigation then evolves into a nondimensional parametric study considering the effects of block dimension, number of blocks, surface emissivity and Rayleigh number into the convection heat transfer process. The cavity filling fluid (air) is assumed to have constant and uniform properties, and the fluid-to-solid conductivity ratio is set as unity. The screening (radiation) effect caused by the presence of the solid block is discussed, as well as the convective and radiative drop phenomena. The convection and radiation Nusselt numbers are evaluated and compared for each simulated case. The results are then used to build a practical correlation for predicting the total Nusselt number as a function of the parameters investigated.

**Keywords:** Natural Convection. Surface Radiation. Open Cavity. Heterogeneous Media.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1. Evolução do domínio molecular ao macroscópico. Adaptado de Merrikh e Lage (2005a).	18
Figura 1.2. Abordagem da inserção de obstáculos de múltiplas escalas de comprimento para a maximização da densidade de transferência de calor por convecção. (a) Bello-Ochende e Bejan (2005). (b) Da Silva e Bejan (2005).	19
Figura 1.3. Diagrama de “Venn” da sustentabilidade para engenheiros Parkin (2000 apud Hammond, 2004).	21
Figura 3.1. Domínio físico da cavidade aberta com blocos. (a) Um bloco. (b) Quatro blocos.	31
Figura 3.2. Espectro da radiação eletromagnética.	39
Figura 3.3. Comparação entre Poder Emissivo de superfície real e corpo negro. (a) Distribuição espectral. (b) Distribuição direcional.	41
Figura 3.4. Processos de absorção, reflexão e transmissão por um meio semitransparente.	42
Figura 3.5. Troca radiativa entre duas superfícies difusas diferenciais $dA_i$ e $dA_j$ .	43
Figura 4.1. Domínio computacional e condições de contorno nas fronteiras abertas.	51
Figura 4.2. Volume de controle bidimensional para discretização das equações governantes.	55
Figura 4.3. Fluxograma do procedimento de solução numérica.	57
Figura 4.4. Malha espacial elaborada para as simulações. (a) Vista total. (b) Detalhe dos refinamentos de malha. (c) Detalhe da abertura da cavidade.	60
Figura 4.5. Domínio físico da cavidade aberta limpa para validação do modelo de radiação com fronteira aberta.	65
Figura 4.6. Domínio físico da cavidade fechada com um bloco para validação do modelo de radiação em meio heterogêneo.	66
Figura 4.7. Isotermas e linhas de corrente para a cavidade fechada com um bloco condutivo $Ra = 10^6$ ; $D = 0,5$ ; $\kappa = 1$ ). (a) $\varepsilon = 0$ : Mezrhab et al., 2006. (b) $\varepsilon = 0$ : Presente. (c) $\varepsilon = 1$ : Mezrhab et al., 2006. (d) $\varepsilon = 1$ : Presente.	67
Figura 5.1. Número de Nusselt total para $Ra = 10^5$ .	71
Figura 5.2. Número de Nusselt total para $Ra = 10^6$ .	71
Figura 5.3. Número de Nusselt total para $Ra = 10^7$ .	72
Figura 5.4. Número de Nusselt total para $Ra = 10^8$ .	72
Figura 5.5. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural pura com $Ra = 10^5$ e $N = 1$ . (a) $D = 0,3$ . (b) $D = 0,5$ . (c) $D = 0,7$ . (d) $D = 0,8$ . (e) $D = 0,9$ .	75
Figura 5.6. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural pura com $Ra = 10^5$ e $N = 4$ . (a) $D = 0,2$ . (b) $D = 0,7$ . (c) $D = 0,9$ .	76
Figura 5.7. Representação esquemática da distância adimensional entre a parede aquecida e o bloco (S) na cavidade com quatro blocos. Adaptado de De Lai (2009).	77

Figura 5.8. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural pura com $Ra = 10^6$ e $N = 1$ . (a) $D = 0,3$ . (b) $D = 0,6$ . (c) $D = 0,7$ . (d) $D = 0,8$ . (e) $D = 0,9$ .....	78
Figura 5.9. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural pura com $Ra = 10^6$ e $N = 4$ . (a) $D = 0,5$ . (b) $D = 0,7$ . (c) $D = 0,8$ .....	79
Figura 5.10. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural pura com $Ra = 10^7$ . (a) $D = 0,5$ ; $N = 1$ . (b) $D = 0,8$ ; $N = 1$ . (c) $D = 0,9$ ; $N = 1$ . (d) $D = 0,5$ ; $N = 4$ . (e) $D = 0,9$ ; $N = 4$ . ....	81
Figura 5.11. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural pura com $Ra = 10^8$ . (a) $D = 0,6$ ; $N = 1$ . (b) $D = 0,8$ ; $N = 1$ . (c) $D = 0,9$ ; $N = 1$ . (d) $D = 0,8$ ; $N = 4$ . (e) $D = 0,9$ ; $N = 4$ . ....	82
Figura 5.12. Número de Nusselt local na parede aquecida para $Ra = 10^6$ e $Ra = 10^8$ ( $N = 1$ ). ....	83
Figura 5.13. Número de Nusselt local na parede aquecida para $N = 1$ e $N = 4$ ( $Ra = 10^7$ ). ....	84
Figura 5.14. Curva de vazões e velocidade média no canal inferior em função da altura do bloco ( $N = 1$ ). (a) $Ra = 10^5$ . (b) $Ra = 10^6$ . (c) $Ra = 10^7$ . (d) $Ra = 10^8$ . ....	85
Figura 5.15. Verificação do ajuste das Equações 5.4 e 5.5 para o cálculo da altura característica ótima do bloco para $N = 1$ e $N = 4$ . ....	86
Figura 5.16. Efeito da emissividade nas isotermas e linhas de corrente para $Ra = 10^5$ e $D = 0,5$ . (a) $\varepsilon = 0,5$ ; $N = 1$ . (b) $\varepsilon = 1$ ; $N = 1$ . (c) $\varepsilon = 0,5$ ; $N = 4$ . (d) $\varepsilon = 1$ ; $N = 4$ . ....	88
Figura 5.17. Efeito da emissividade nas isotermas e linhas de corrente para $Ra = 10^6$ e $D = 0,6$ . (a) $\varepsilon = 0,5$ ; $N = 1$ . (b) $\varepsilon = 1$ ; $N = 1$ . (c) $\varepsilon = 0,5$ ; $N = 4$ . (d) $\varepsilon = 1$ ; $N = 4$ . ....	89
Figura 5.18. Efeito da emissividade nas isotermas e linhas de corrente para $Ra = 10^7$ e $D = 0,5$ . (a) $\varepsilon = 0,5$ ; $N = 1$ . (b) $\varepsilon = 1$ ; $N = 1$ . (c) $\varepsilon = 0,5$ ; $N = 4$ . (d) $\varepsilon = 1$ ; $N = 4$ . ....	91
Figura 5.19. Efeito da emissividade nas isotermas e linhas de corrente para $Ra = 10^8$ e $D = 0,6$ . (a) $\varepsilon = 0,5$ ; $N = 1$ . (b) $\varepsilon = 1$ ; $N = 1$ . (c) $\varepsilon = 0,5$ ; $N = 4$ . (d) $\varepsilon = 1$ ; $N = 4$ . ....	92
Figura 5.20. Gráfico de erro da relação linear entre $\varepsilon$ e $Nu_r$ em todos os casos onde $\varepsilon > 0$ . ....	93
Figura 5.21. $Nu_c$ e $Nu_r$ em toda a faixa investigada de $D$ para $N = 1$ . ....	95
Figura 5.22. Perfis de temperatura no canal vertical ( $Y = 1/2$ ) e na parede adiabática inferior em $N = 1$ e $D = 0,5$ . ....	97
Figura 5.23. Número de Nusselt local convectivo e radiativo na parede aquecida. (a) $Ra = 10^6$ , $D = 0,7$ e $N = 1$ . (b) $Ra = 10^8$ , $D = 0,9$ e $N = 4$ . ....	98
Figura 5.24. Efeito do aumento da altura do bloco na radiação direcional em um ponto centralizado sobre a parede da cavidade. ....	100
Figura 5.25. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural e radiação com $Ra = 10^5$ e $\varepsilon = 1$ . (a) $D = 0,4$ ; $N = 1$ . (b) $D = 0,8$ ; $N = 1$ . (c) $D = 0,9$ ; $N = 1$ . (d) $D = 0,5$ ; $N = 4$ . (e) $D = 0,7$ ; $N = 4$ . ....	101
Figura 5.26. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural e radiação com $Ra = 10^6$ e $\varepsilon = 1$ . (a) $D = 0,5$ ; $N = 1$ . (b) $D = 0,7$ ; $N = 1$ . (c) $D = 0,9$ ; $N = 1$ . (d) $D = 0,4$ ; $N = 4$ . (e) $D = 0,9$ ; $N = 4$ . ....	102
Figura 5.27. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural e radiação com $Ra = 10^7$ e $\varepsilon = 1$ . (a) $D = 0,3$ ; $N = 1$ . (b) $D = 0,6$ ; $N = 1$ . (c) $D = 0,9$ ; $N = 1$ . (d) $D = 0,7$ ; $N = 4$ . (e) $D = 0,9$ ; $N = 4$ . ....	103
Figura 5.28. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural e radiação com $Ra = 10^8$ e $\varepsilon = 1$ . (a) $D = 0,3$ ; $N = 1$ . (b) $D = 0,5$ ; $N = 1$ . (c) $D = 0,8$ ; $N = 1$ . (d) $D = 0,5$ ; $N = 4$ . (e) $D = 0,9$ ; $N = 4$ . ....	104
Figura 5.29. Declínio do número de Nusselt radiativo com a altura do(s) bloco(s). ....	106
Figura 5.30. Número de Nusselt radiativo local na parede aquecida da cavidade ( $\varepsilon = 1$ e $N = 1$ , a menos que especificado o contrário). (a) $Ra = 10^5$ . (b) $Ra = 10^6$ . (c) $Ra = 10^7$ . (d) $Ra = 10^8$ . ....	109

Figura 5.31. Gráfico de erro para as correlações numéricas de $Nu_t$ .....	113
Figura B.1. Representação esquemática da cavidade aberta com bloco no interior e suas proporções. A gravidade atua no sentido negativo de $Y$ . .....	132
Figura B.2. Evolução de $\overline{Nu}$ com o tempo adimensional para diferentes malhas.....	136
Figura B.3. Evolução de $\dot{M}$ com o tempo adimensional para diferentes malhas.....	137
Figura B.4. Linhas de corrente e isotermas para $D = 0.5$ e $\kappa = 1$ . .....	141
Figura B.5. Linhas de corrente para $\kappa = 10$ , mostrando a entrada do escoamento no canal superior. ....	142
Figura B.6. Isotermas para $D = 0.5$ .....	144
Figura B.7. $\overline{Nu}$ em função de todas as variáveis envolvidas, mostrando a influência de $\kappa$ com $D$ e $Ra$ .....	145
Figura B.8. $\dot{M}$ em função de todas as variáveis envolvidas, mostrando a influência de $\kappa$ com $D$ e $Ra$ .....	146
Figura B.9. $\dot{m}$ em função de todas as variáveis envolvidas, mostrando a influência de $\kappa$ com $D$ e $Ra$ .....	146
Figura B.10. Isotermas para $Ra = 10^5$ e $D = 0.8$ . .....	147
Figura B.11. Isotermas para $Ra = 10^6$ e $D = 0.8$ . .....	148
Figura B.12. Estimativa gráfica de $D_{opt}$ .....	149
Figura B.13. $D_{opt} \times Ra$ .....	150
Figura B.14. Comportamento típico de $\dot{m}$ com $D$ .....	151
Figura B.15. Gráfico de erro para $\overline{Nu}$ . Os casos fora da faixa $\pm 8\%$ são: interferência de camada-limite em $Ra = 10^5$ e grande estrangulamento em $Ra = 10^6$ .....	153

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1. Termos empregados na equação geral de conservação para a convecção natural. ....	54
Tabela 4.2. Fatores de Sub-Relaxação aplicados nas equações governantes.....	59
Tabela 4.3. Teste de malha para o caso $Ra = 10^8$ ; $\varepsilon = 1$ ; $D = 0,5$ ; $N = 4$ . Os resultados são apresentados em função do número de elementos no interior da cavidade. ....	61
Tabela 4.4. Número de elementos em cada malha. ....	62
Tabela 4.5. Influência do critério de convergência nos resultados ( $Ra = 10^6$ ; $\varepsilon = 1$ ; $N = 0$ ; $Nr = 205,4$ ).....	63
Tabela 4.6. Cavidade aberta limpa: comparações com resultados da literatura. ....	66
Tabela 5.1. Relação dos parâmetros investigados neste trabalho. ....	69
Tabela 5.2. Ganho percentual em $\overline{Nu}_t$ com $D = D_{opt}$ em relação à cavidade limpa para a convecção natural pura. ....	73
Tabela 5.3. Comparação entre a altura do bloco ( $D$ ) prevista analiticamente e a observada pelos resultados numéricos, onde a interferência de camada limite ocorre.....	79
Tabela 5.4. Coeficientes de queda radiativa ( $C$ ). ....	107
Tabela 5.5. Expoentes e resultados da correlação da Equação 5.11. ....	111
Tabela 5.6. Coeficientes de queda convectiva para aplicação na Equação 5.15. ....	112
Tabela 5.7. Expoentes e resultados da correlação para $\overline{Nu}_t$ obtido pelas Equações 5.15 e 5.16.....	112
Tabela 5.8. Expoentes e resultados da correlação para $\dot{m}$ obtido pela Equação 5.18. ....	112
Tabela A.1. Resultados numéricos do Número de Nusselt convectivo médio ( $\overline{Nu}_c$ ).....	124
Tabela A.2. Resultados numéricos do Número de Nusselt radiativo médio ( $\overline{Nu}_r$ ). ....	125
Tabela A.3. Resultados numéricos da vazão volumétrica adimensional de entrada na abertura ( $\dot{M}$ ). ....	126
Tabela A.4. Resultados numéricos da vazão volumétrica adimensional de entrada no canal ( $\dot{m}$ ). ...	127
Tabela B.1. Valores de $\overline{Nu}$ e $\dot{M}$ em regime permanente, em função da malha. Caso de $Ra = 10^8$ , $D = 0.5$ e $\kappa = 100$ . ....	136
Tabela B.2. $\overline{Nu}$ e $\dot{M}$ de regime permanente para cavidade limpa. comparação com outros autores. ....	138
Tabela B.3. Parâmetros analisados no presente trabalho. ....	138
Tabela B.4. Valores de $\overline{Nu}$ em regime permanente para todos os casos analisados.....	139
Tabela B.5. Valores de $\dot{m}$ em regime permanente para todos os casos analisados. ....	140
Tabela B.6. Valores de $\dot{M}$ em regime permanente para todos os casos analisados. ....	140
Tabela B.7. Variação do valor de linha de corrente para todos os gráficos exibidos. ....	141

## NOMENCLATURA

$d$	altura do bloco [m]
$D$	altura adimensional do bloco
$g$	aceleração da gravidade [ $m/s^2$ ]
$H$	altura da cavidade [m]
$k$	condutividade térmica [ $W/mK$ ]
$\dot{M}$	vazão volumétrica adimensional de entrada na abertura
$\dot{m}$	vazão volumétrica adimensional de entrada no canal inferior
$Nu_t$	número de Nusselt total local
$Nu_c$	número de Nusselt convectivo local
$Nu_r$	número de Nusselt radiativo local
$\overline{Nu}_t$	número de Nusselt total médio
$\overline{Nu}_c$	número de Nusselt convectivo médio
$\overline{Nu}_r$	número de Nusselt radiativo médio
$N_r$	número de condução-radiação, $N_r = \sigma T_H^4 H / k_f (T_H - T_\infty)$
$Pr$	número de Prandtl
$Ra$	número de Rayleigh
$t$	tempo [s]
$T$	temperatura [K]
$N$	número de blocos
$J$	radiosidade [ $W/m^2$ ]
$R$	radiosidade adimensional
$q_r''$	fluxo radiativo de calor [ $W/m^2$ ]
$Q_r$	fluxo radiativo de calor adimensional
$F_{ij}$	fator de forma do elemento $i$ em relação ao elemento $j$

$A$	área [ $m^2$ ]
$B$	razão de aspecto da cavidade
$x$	coordenada cartesiana horizontal [ $m$ ]
$y$	coordenada cartesiana vertical [ $m$ ]
$X$	coordenada cartesiana adimensional horizontal
$Y$	coordenada cartesiana adimensional vertical
$u$	velocidade na direção horizontal [ $m/s$ ]
$v$	velocidade na direção vertical [ $m/s$ ]
$U$	velocidade adimensional na direção horizontal
$V$	velocidade adimensional na direção vertical
$p$	pressão [ $Pa$ ]
$P$	pressão adimensional
$E$	poder emissivo [ $W/m^2$ ]
$G$	irradiação [ $W/m^2$ ]
$C$	coeficiente de queda radiativa
$F$	coeficiente de queda convectiva

### *Símbolos Gregos*

$\kappa$	razão de condutividade térmica sólido-fluido
$\tau$	tempo adimensional
$\emptyset$	porosidade
$\varphi$	refletividade
$\varepsilon$	emissividade
$\gamma$	absortividade
$\zeta$	transmissividade

$\rho$	massa específica [ $kg/m^3$ ]
$\pi$	razão de capacidade térmica sólido/fluido
$\sigma$	constante de Stefan-Boltzmann, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ [ $W/m^2K^4$ ]
$\beta$	coeficiente de expansão térmica [ $1/K$ ]
$\nu$	viscosidade cinemática [ $m/s^2$ ]
$\alpha$	difusividade térmica [ $m/s^2$ ]
$\Theta$	temperatura relativa
$\theta$	temperatura adimensional
$\Psi$	função corrente

### *Subscritos*

$\infty$	ambiente quiescente
$f$	fluido
$s$	sólido
$H$	quente
$in$	entrando
$c$	convectivo
$r$	radiativo
$t$	total
$i, j$	i-ésimo e j-ésimo elementos

## SUMÁRIO

<b>RESUMO</b> .....	<b>1</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>5</b>
<b>LISTA DE ILUSTRAÇÕES</b> .....	<b>6</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>9</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>15</b>
1.1 CONVECÇÃO NATURAL.....	15
1.2 RADIAÇÃO TÉRMICA.....	16
1.3 MEIOS HETEROGÊNEOS.....	17
1.4 OBJETIVOS .....	20
1.5 JUSTIFICATIVA .....	20
1.6 CONTEÚDO DO TRABALHO .....	22
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>23</b>
2.1 CONVECÇÃO NATURAL PURA EM MEIOS POROSOS HETEROGÊNEOS.....	23
2.2 CONVECÇÃO NATURAL E RADIAÇÃO EM CAVIDADES ABERTAS LIMPAS .....	26
2.3 CONVECÇÃO NATURAL E RADIAÇÃO EM CAVIDADES HETEROGÊNEAS .....	28
<b>3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA</b> .....	<b>31</b>
3.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA .....	31
3.2 MEIO POROSO HETEROGÊNEO .....	32
3.3 EQUAÇÕES DE CONVECÇÃO NATURAL.....	33
3.3.1 Equação da Conservação de Massa.....	33
3.3.2 Equação da Conservação da Quantidade de Movimento.....	34
3.3.3 Equação da Conservação da Energia.....	35
3.3.4 Síntese das Equações de Convecção Natural .....	36
3.4 ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE CONVECÇÃO NATURAL.....	37
3.5 CONCEITOS BÁSICOS DE RADIAÇÃO .....	39
3.5.1 Poder Emissivo, Irradiação e Radiosidade.....	40
3.5.2 Radiação de Corpo Negro e a Emissividade.....	40
3.5.3 Absorção, Reflexão e Transmissão.....	41
3.5.4 O Fator de Forma .....	43
3.5.5 Trocas Radiativas em uma Cavidade.....	44
3.6 ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE RADIAÇÃO.....	45
3.7 REPRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS.....	46
3.7.1 Número de Nusselt .....	47

3.7.2 Isotermas e Linhas de Corrente .....	48
3.7.3 Vazão Volumétrica.....	48
3.8 SÍNTESE DO CAPÍTULO 3.....	49
<b>4 MODELAGEM NUMÉRICA .....</b>	<b>50</b>
4.1 DOMÍNIO COMPUTACIONAL.....	50
4.1.1 Condições de Contorno .....	52
4.2 MÉTODOS NUMÉRICOS .....	53
4.2.1 Método dos Volumes Finitos.....	53
4.2.2 Acoplamento pressão-velocidade .....	55
4.2.3 Métodos de Discretização e Interpolação.....	57
4.2.4 Resolução das Equações de Radiação.....	58
4.2.5 Fatores de Sub-Relaxação .....	58
4.3 DISCRETIZAÇÃO DO DOMÍNIO.....	59
4.3.1 Teste de Malha .....	61
4.4 CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA.....	62
4.4.1 Caso especial: $Ra = 10^8$ .....	63
4.5 VALIDAÇÕES NUMÉRICAS .....	64
4.5.1 Validação do modelo de convecção natural e radiação em cavidade aberta.....	64
4.5.2 Validação do modelo de convecção natural e radiação em meio heterogêneo ....	66
4.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO 4.....	68
<b>5 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>69</b>
5.1 CONVECÇÃO NATURAL PURA.....	73
5.2 CONVECÇÃO NATURAL E RADIAÇÃO .....	87
5.2.1 Queda Convectiva .....	96
5.2.2 Queda Radiativa .....	99
5.3 CORRELAÇÕES NUMÉRICAS.....	110
<b>6 CONCLUSÕES .....</b>	<b>114</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>116</b>
<b>APÊNDICE A – RESULTADOS TABELADOS .....</b>	<b>124</b>
<b>APÊNDICE B – RELATÓRIO DESENVOLVIDO NO LACIT .....</b>	<b>128</b>
<b>APÊNDICE C – ARTIGO EM PUBLICAÇÃO NO IMECE 2014.....</b>	<b>157</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONVECÇÃO NATURAL

O mecanismo de transferência de calor por convecção envolve escoamento de fluido combinado com difusão térmica, e é geralmente dividido em dois tipos básicos. Se o movimento do fluido surge a partir de um agente externo, por exemplo, uma ventoinha, o vento atmosférico, ou a movimentação do próprio objeto em relação ao fluido, o processo é chamado de convecção forçada. Se, por outro lado, não há nenhum escoamento induzido externamente e o escoamento surge “naturalmente” como efeito de diferença de massa específica do fluido imerso em um campo gravitacional, o processo é denominado convecção natural. O gradiente de massa específica, resultado de um gradiente de temperatura por exemplo, dá origem à forças de empuxo que ocasionam o escoamento (Bejan e Kraus, 2003).

Um crescente interesse tem sido observado nas últimas três décadas sobre o escoamento movido por empuxo e as transferências de calor e massa associadas, dada a importância deste fenômeno em diversas áreas, como resfriamento de componentes eletrônicos, dispersão de poluentes, processamento de materiais, sistemas energéticos e segurança do trabalho em processos térmicos. Particularmente no ramo industrial, tem-se procurado favorecer a convecção natural para resfriamento de componentes quando possível, em detrimento da convecção forçada, devido às seguintes vantagens: menor custo de implantação (não necessita agente externo), eliminação de ruído e amenização de vibrações. Para tanto, torna-se necessário o uso de métodos para quantificar, e posteriormente otimizar, as taxas de transferência de calor por convecção natural.

Conforme os estudos numéricos da convecção natural foram se intensificando, algumas geometrias tornaram-se casos de referência (benchmark). Uma das mais difundidas é a cavidade aberta com paredes horizontais adiabáticas e parede vertical aquecida à temperatura constante, originalmente investigada por Chan e Tien (1985). Segundo Polat e Bilgen (2003), em aplicações como coletores solares de placas planas e chips eletrônicos, pequenas cavidades abertas são formadas, e a ordem de magnitude das dimensões da cavidade, assim como a

ordem de magnitude da diferença de temperaturas, não é alta, de modo que o escoamento em tais casos é dominado pelo regime laminar.

## 1.2 RADIAÇÃO TÉRMICA

Radiação térmica é a ciência da transferência de energia na forma de ondas eletromagnéticas. Ao contrário da condução e convecção, ondas eletromagnéticas não requerem um meio para se propagar, fazendo com que a radiação térmica seja o modo predominante de transferência de calor em aplicações envolvendo baixas pressões (vácuo). Outra distintiva característica da radiação térmica é a sua relação com a temperatura. Enquanto na condução e convecção os fluxos de calor são aproximadamente dependentes da diferença de temperaturas na primeira potência, os fluxos radiativos são proporcionais à quarta potência da temperatura (ou até à quinta). Por esta razão, a radiação tende a ser o modo dominante de transferência de calor em aplicações de alta temperatura, como em combustão e reatores nucleares (Bejan e Kraus, 2003).

Os estudos da modelagem da radiação térmica foram particularmente impulsionados quando percebeu-se que a compreensão das interações da radiação solar com a atmosfera e superfície terrestre poderia trazer inúmeros benefícios. Em seu trabalho premiado pela UNESCO e ONU, Tony Pereira (2009) faz uma interessante observação sobre como a radiação solar será vital para a manutenção da vida na Terra no futuro:

“Do total atual de 15 TW de energia oriunda de diversas fontes consumida por humanos, a maior porcentagem é obtida diretamente da ‘luz do sol armazenada’, *i.e.*, a energia contida nos depósitos de carvão, óleo e gás natural. Levou mais de 700 milhões de anos para que óleo, gás natural e carvão fossem acumulados num generoso processo geológico aleatório que é extremamente improvável que vá acontecer novamente em breve. Uma vez que os depósitos de energia armazenada na Terra sejam exauridos, a única opção disponível será reverter para um ‘regime permanente’ de consumo da energia obtida da radiação solar. Em uma hora, a Terra recebe tanta energia do sol quanto toda a energia consumida por humanos em um ano, de todas as fontes disponíveis. Portanto, uma sociedade humana global descentralizada, baseada em economia local, auto-suficiente e feliz, é totalmente possível.” (Pereira, 2009, p. 3).

Além das aplicações mencionadas até aqui, há um outro caso onde a radiação térmica tem um papel fundamental: processos nos quais a convecção natural é dominante. Na maioria das investigações sobre convecção natural em cavidades a hipótese do desprezo da radiação não é nem mesmo mencionada (ou alega-se que as emissividades são baixas e pode-se assim proceder) o que representa um erro substancial na análise desse tipo de problema. É bem sabido que, em cavidades, os fluxos de calor de convecção natural e radiação são usualmente da mesma ordem de magnitude (Mezrhab *et al.*, 2006). Deve-se observar também que a superposição das contribuições da convecção natural e radiação, através da adição de termos de correção como  $\varepsilon\sigma(T_S^4 - T_\infty^4)$ , incorrem em erros decorrentes da natureza “dual” dos dois modos de transferência de calor (Balaji e Venkateshan, 1993).

Os desafios da modelagem da radiação são oriundos da complexidade matemática inerente à este problema. Nas soluções analíticas, o fato dos fluxos radiativos não estarem associados ao meio ou à vizinhança imediata leva à necessidade de usar equações integrais, as quais não são tão familiares ao engenheiro quanto as equações diferenciais. Quando a radiação é combinada com a condução e/ou convecção, a presença de ambos os termos diferenciais e integrais geram equações íntegro-diferenciais não lineares difíceis de serem resolvidas. Uma complicação adicional no emprego de métodos numéricos é que os relativamente grandes elementos de malha necessários para a integração dos termos da radiação são frequentemente não adequados para dar boa precisão aos termos de condução/convecção. Isto pode causar dificuldade na convergência de soluções numéricas (Siegel e Howell, 1992).

### 1.3 MEIOS HETEROGÊNEOS

A ciência dos fenômenos de transporte em meios porosos é de fundamental importância em diversas aplicações tecnológicas e naturais. A principal característica do meio poroso é a presença de mais de um constituinte e de uma complexa interface entre eles. Nield e Bejan (2006) definem meio poroso como um material que consiste em uma matriz sólida contendo vazios interconectados. Na situação mais simples - escoamento monofásico - os vazios são saturados por um único

fluido. O meio é dito heterogêneo (ou microscópico) quando as interfaces entre os constituintes são visíveis. Por outro lado, na abordagem homogênea (ou macroscópica), as equações de Navier-Stokes são aplicadas em todo o domínio composto por um fluido com propriedades aproximadas por uma média de um volume elementar representativo. Merrikh e Lage (2005b) ressaltam que devido ao enorme esforço computacional requerido para mapear as interfaces sólido-fluido, e então resolver as discontinuidades em propriedades físicas através delas, a simulação numérica de transporte em meios heterogêneos tem sido um desafio. Este aspecto pode explicar a carência de estudos nesta área em particular. A Figura 1.1 ilustra as diferentes maneiras de se abordar meios porosos, do domínio molecular ao macroscópico.

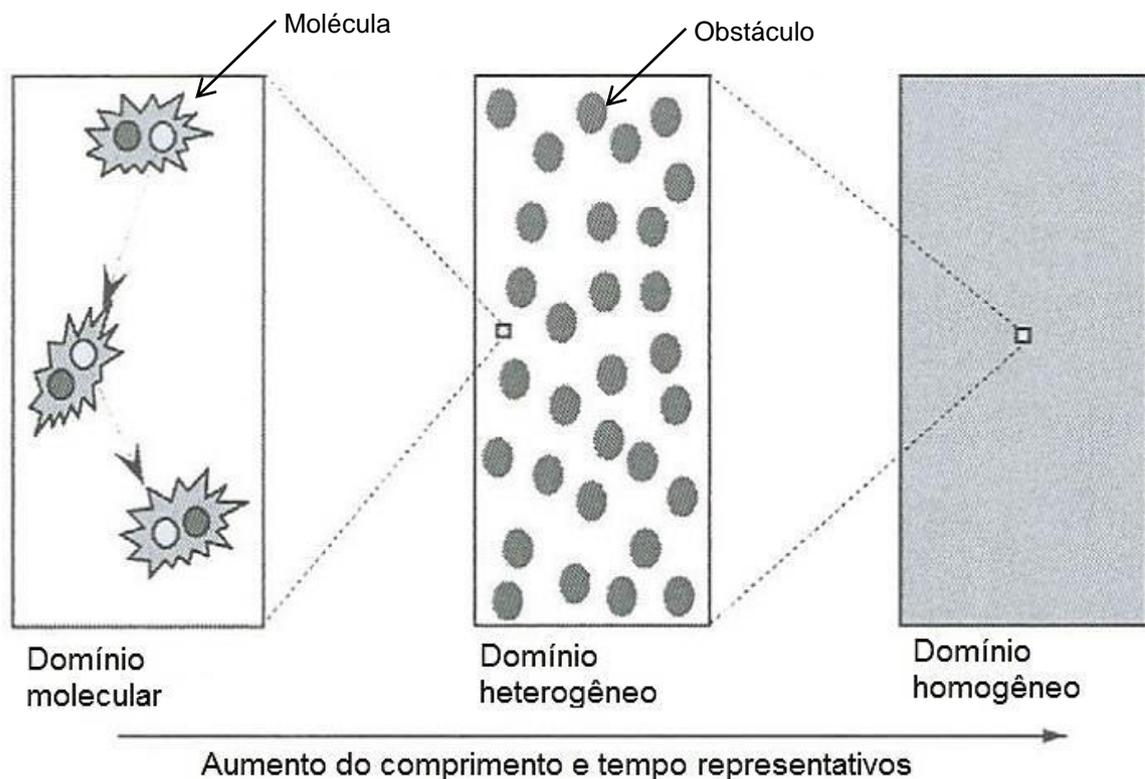


Figura 1.1. Evolução do domínio molecular ao macroscópico. Adaptado de Merrikh e Lage (2005a).

A *lei construtiva (constructal law)* de Adrian Bejan (Bejan, 2000) abriu um novo campo onde o estudo de meios heterogêneos é fundamental e tem chamado a atenção de pesquisadores: *meios porosos projetados*. Bejan (2004) abordou o problema básico da maximização da transferência de calor em um volume fixo através da inserção de objetos com escalas de comprimento cada vez menores. A

chave para a maximização da transferência de calor por convecção é a observação de que todo pequeno volume fluido deve ser usado para transferir calor. Regiões do domínio fluido que não contribuem na transferência de calor (fora da camada limite térmica) devem ser evitadas, assim como as regiões de escoamento completamente desenvolvido que são ineficazes. A atividade de arranjar e rearranjar a distribuição volumétrica do escoamento e transferência de calor leva à construção de uma estrutura interna ótima com relação à performance global do sistema. Tal princípio “construtivo” é responsável pela emergência de diversas estruturas modernas de escoamento, que por vezes empregam meios porosos heterogêneos artificiais (*meios porosos projetados*). A Figura 1.2 demonstra algumas estruturas propostas recentemente para a maximização da densidade de transferência de calor através de um melhor aproveitamento do escoamento, obtida pela inserção de objetos de diferentes escalas de comprimento.

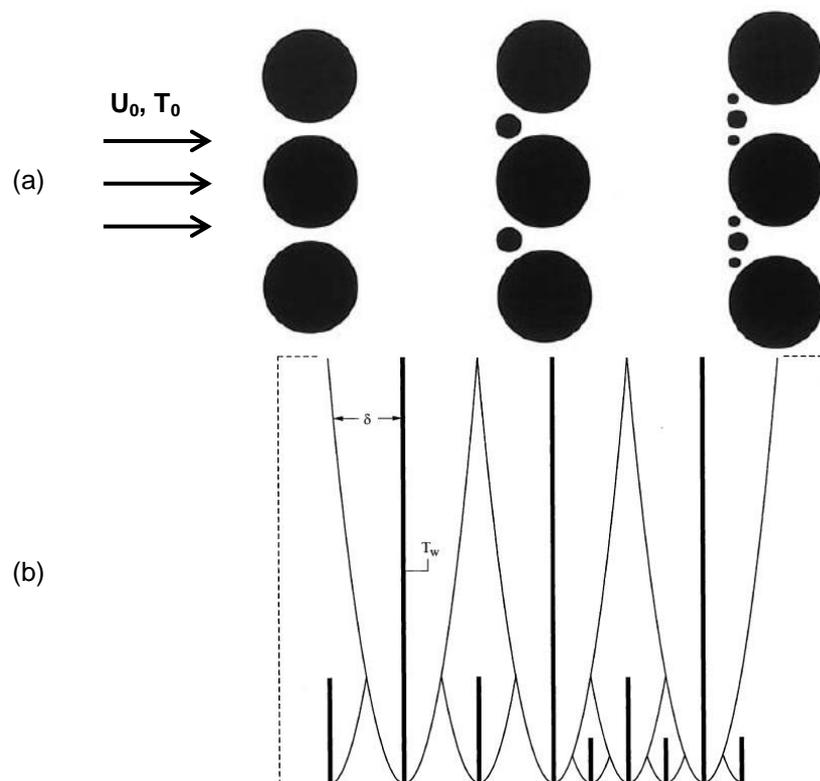


Figura 1.2. Abordagem da inserção de obstáculos de múltiplas escalas de comprimento para a maximização da densidade de transferência de calor por convecção. (a) Convecção forçada em cilindros aquecidos (Bello-Ochende e Bejan, 2005). (b) Convecção natural em placas planas verticais aquecidas (Da Silva e Bejan, 2005).

## 1.4 OBJETIVOS

Neste trabalho é modelada e resolvida numericamente a transferência de calor conjugada por convecção natural e radiação superficial em uma cavidade aberta contendo um ou quatro obstáculos sólidos quadrados, desconectados e condutivos. Os parâmetros investigados são número de Rayleigh, emissividade, altura adimensional do(s) bloco(s) e número de blocos. As variações paramétricas serão feitas com o propósito de compreender como as entidades investigadas afetam a taxa de transferência de calor na parede vertical aquecida da cavidade.

Os resultados serão interpretados com o auxílio das variáveis: número de Nusselt convectivo e radiativo, para a quantificação da taxa de transferência de calor, e vazão volumétrica adimensional. Além disso, isotermas e linhas de corrente serão geradas para ajudar na compreensão e identificação dos fenômenos observados. Os resultados obtidos para a convecção natural serão comparados com as expressões advindas de análise de escala para a espessura da camada limite térmica. Por fim, correlações práticas serão propostas para o número de Nusselt total e a vazão volumétrica adimensional na entrada no canal inferior, através de um ajuste paramétrico pelo método dos mínimos quadrados.

## 1.5 JUSTIFICATIVA

A crise energética dos anos 70 e a ênfase contínua em eficiência (conservação de recursos fósseis) têm levado à uma completa revisão no modo sob o qual sistemas de potência são analisados e aprimorados termodinamicamente (Bejan, 2002). Especialmente nos dias atuais onde a preocupação com sustentabilidade está se espalhando rapidamente entre consumidores e legisladores, o conhecimento dos mecanismos físicos e a influência das condições operacionais e geométricas de sistemas térmicos é crucial. A engenharia térmica passa por um momento interessante em sua história. O concernimento recente sobre a otimização de sistemas energéticos levou à criação de diversos métodos e teorias como a *minimização da geração de entropia* (Bejan, 1996), *inteligência artificial em projeto de sistemas térmicos* (Sciubba e Melli, 1998) e *lei construtiva*

(Bejan, 2000). O próprio advento da dinâmica de fluidos computacional (DFC) proporcionou o projeto de produtos mais eficientes e atualmente é extensivamente usada na indústria. A importância do engenheiro moderno no contexto da sustentabilidade pode ser visualizada pela Figura 1.3 no famoso *diagrama de “Venn” da sustentabilidade para engenheiros*, que mostra as interconexões entre restrições de engenharia, e os domínios econômicos e sociais.

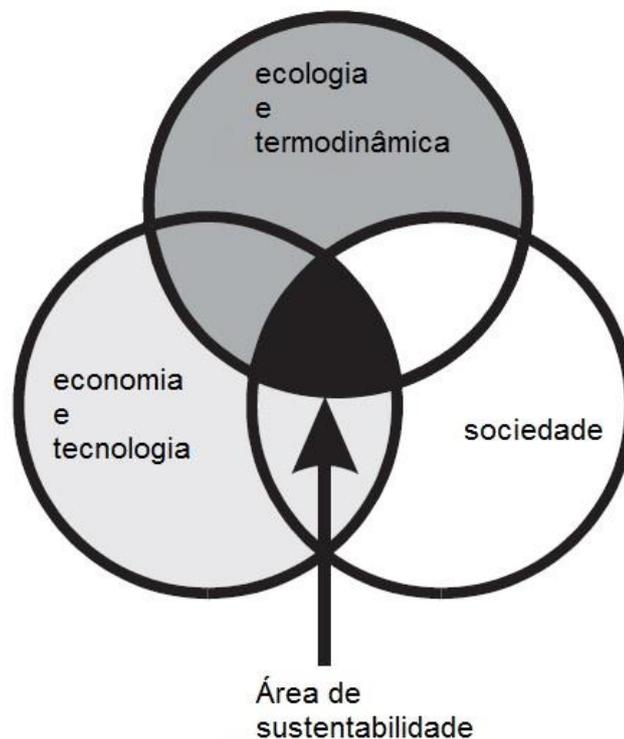


Figura 1.3. Diagrama de “Venn” da sustentabilidade para engenheiros Parkin (2000 apud Hammond, 2004).

A vasta gama de aplicação do problema da convecção natural em cavidades, aliada ao crescente interesse sobre meios heterogêneos, têm gerado diversos trabalhos neste campo. Entretanto, ainda é raro encontrar trabalhos sobre meios porosos onde os efeitos da radiação são levados em consideração. Uma revisão do estado da arte, apresentada no Capítulo 2, conclui que esta investigação é inédita na literatura e pode gerar resultados relevantes na área.

## 1.6 CONTEÚDO DO TRABALHO

Este trabalho está estruturado em seis capítulos, sendo o primeiro uma breve introdução para contextualizar o tema do problema a ser resolvido e estabelecer os objetivos e justificativas.

No segundo capítulo, uma sucinta revisão bibliográfica do tema é apresentada, enfocando no estado da arte e as lacunas existentes. Todo o histórico do problema da convecção natural em cavidade aberta, em conjunção com os casos de meios heterogêneos, é desdobrado até o presente estado.

A formulação matemática para a modelagem da convecção natural e radiação superficial é feita no Capítulo 3. O conjunto de equações que modelam o problema é adimensionalizado para dar enfoque nos parâmetros adimensionais envolvidos. As variáveis investigadas são definidas, assim como as funções necessárias para a interpretação dos resultados.

No Capítulo 4 é realizada a modelagem numérica para a resolução numérica do problema. As condições de contorno são introduzidas e discutidas, juntamente com os métodos de solução (acoplamento, discretização e interpolação) empregados. O teste de malha e as validações realizadas são apresentadas.

Os resultados obtidos são apresentados no Capítulo 5. A discussão dos resultados será dividida em duas etapas: convecção natural pura e convecção natural e radiação. Exemplos de isotermas e linhas de corrente são mostrados ao longo do texto. Para que haja melhor compreensão dos resultados observados, o número de Nusselt local convectivo e radiativo será abordado quando necessário. Ao fim do capítulo, duas propostas de ajuste para correlação numérica dos resultados são executadas e comparadas.

Por fim, no Capítulo 6, as conclusões e sugestões para futuros trabalhos serão expostas. O Apêndice A contém os resultados numéricos de  $\overline{Nu_c}$ ,  $\overline{Nu_r}$ ,  $\dot{M}$  e  $\dot{m}$ , para todos os casos simulados. No Apêndice B, é apresentado um relatório realizado em 2010 pelo autor deste trabalho no Laboratório de Ciências Térmicas (LACIT) da UTFPR, o qual veio a dar origem ao presente trabalho. O Apêndice C traz um artigo submetido ao Congresso e Exposição Internacional de Engenharia Mecânica da ASME de 2014, gerado a partir dos resultados aqui obtidos.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada uma revisão dos artigos publicados nas áreas de interesse ao caso analisado neste trabalho e que sustentam sua elaboração. Foram pesquisados artigos científicos e livros técnicos e as publicações são apresentadas em três grupos: convecção natural pura em meios porosos heterogêneos, convecção natural e radiação em cavidades abertas limpas e convecção natural e radiação em cavidades heterogêneas. O estudo abordado no presente trabalho é introduzido ao final da revisão, para que se entenda sua contribuição científica.

### 2.1 CONVECÇÃO NATURAL PURA EM MEIOS POROSOS HETEROGÊNEOS

O estudo da convecção natural em cavidades preenchidas com um meio poroso tem recebido muita atenção recentemente devido ao seu vasto campo de aplicações, como por exemplo filtros e reatores catalíticos, dispersão subterrânea de poluentes, exploração e extração de óleo e gás, processamento de materiais (e.g., fundição, sinterização), secagem e armazenagem de grãos, trocadores de calor, processamento de alimentos, empacotamento de componentes eletrônicos e conforto térmico em edifícios. A convecção em cavidades contendo blocos ganhou importância científica na tentativa de delinear o comportamento de meios porosos e intensificar as taxas de transferência de calor (Merrikh e Lage, 2005a). House *et al.* (1990) realizaram um dos primeiros trabalhos envolvendo uma cavidade fechada parcialmente obstruída. Eles simularam a convecção natural laminar em uma cavidade fechada contendo um bloco sólido quadrado condutivo. A baixa condutividade térmica relativa do sólido ocasionou um aumento no número de Nusselt médio quando o comprimento do bloco era menor que certo tamanho crítico, acima do qual o efeito da razão de condutividade térmica sólido/fluido era contrário.

O tamanho crítico para a máxima taxa de transferência de calor foi mais tarde estimado por Bhave *et al.* (2006), onde foi mostrado que a transferência de calor entre as paredes quente e fria é reforçada pela diminuição do fluxo de calor vertical no centro da cavidade, pois na cavidade limpa fechada nota-se a presença de um

núcleo de fluido estagnado que conduz calor. Neste estudo foi determinada a dimensão ótima do bloco adiabático que resulta em um número de Nusselt máximo, superando inclusive os valores da cavidade limpa. Outras investigações sobre convecção natural em cavidade fechada contendo um único bloco sólido foram feitas em Oh *et al.* (1997), Ha *et al.* (2002), Di Liu *et al.* (2007) e Ovando-Chacon *et al.* (2013).

Cavidades fechadas contendo vários blocos sólidos passaram a ser objeto de estudo na última década. Massaroti *et al.* (2003) compararam os modelos homogêneo e heterogêneo em uma cavidade contendo diversos blocos cilíndricos e uma interface com um meio fluido monofásico. Seus resultados mostraram uma boa concordância entre os dois modelos para altos valores de porosidade e número de Darcy. Comparações entre os dois modelos também foram feitas por Merrikh e Lage (2005a) e Braga e De Lemos (2005a). Braga e De Lemos (2005b) compararam numericamente o efeito do formato dos blocos em uma cavidade fechada. Os distúrbios gerados pela separação do escoamento nas arestas dos blocos quadrados levaram a maiores taxas de transferência de calor em relação aos blocos circulares, embora as diferenças tenham sido muito pequenas. Analisando uma cavidade horizontalmente aquecida contendo blocos quadrados condutivos, Merrikh e Lage (2005b) encontraram o fenômeno da interferência de camada limite, que diminui drasticamente os valores do número de Nusselt. Quando os blocos se encontraram muito próximos à parede, o escoamento preferencial se deslocou para o canal anterior, reduzindo a retirada de calor por advecção, causando uma notável queda na taxa de transferência de calor. Eles calcularam o número crítico de blocos para a ocorrência do fenômeno a partir de uma análise de escala, e os resultados se mostraram coerentes com os dados obtidos numericamente. Simulando um caso semelhante, De Lai *et al.* (2008) investigaram o efeito da porosidade, i.e., fração volumétrica de fluido, e da razão de condutividade térmica sólido/fluido.

Soluções analíticas para a convecção natural em cavidade fechada contendo vários blocos quadrados também foram desenvolvidas. Jamalud-Din *et al.* (2010) usaram o método *network* para analisar a convecção natural em uma cavidade fechada contendo diversos blocos quadrados desconectados, variando o número de blocos, a distância entre blocos e o número de Rayleigh, e compararam os resultados com a solução numérica. Hooman e Merrikh (2010) resolveram o mesmo

problema usando o método de resistências térmicas e obtiveram bons resultados quando a razão de condutividade térmica se aproximava da unidade.

A investigação da convecção natural em cavidades abertas contendo blocos é quase inexistente na literatura. Cavidades abertas têm diversas aplicações industriais como resfriamento de componentes eletrônicos, receptores de energia solar, processamento de materiais, conforto térmico em edifícios, reservatórios geotérmicos e armazenamento de fluidos criogênicos. O Apêndice B apresenta um relatório elaborado em 2011 no Laboratório de Ciências Térmicas da UTFPR pelo autor deste trabalho. A convecção natural pura em cavidade aberta contendo um bloco sólido condutivo centralizado em seu interior foi resolvida numericamente. Verificou-se que, assim como no caso da cavidade fechada, na cavidade aberta também há um tamanho ótimo de bloco que resulta em máxima transferência de calor, devido aos efeitos de canalização do escoamento. O tamanho ótimo do bloco foi estimado graficamente e comparado com os resultados numéricos do número de Nusselt.

Até onde foi possível investigar, não se encontrou na literatura nenhum caso referente a uma cavidade aberta contendo obstáculos sólidos, além de Loyola *et al.* (2013). Eles simularam uma cavidade aberta com blocos quadrados condutivos desconectados, em um arranjo semelhante à de Merrikh e Lage (2005b), com a exceção de haver, ao invés de uma parede fria, uma abertura para um reservatório térmico frio. O número de Rayleigh foi variado de  $10^5$  a  $10^8$  e o número de blocos de 0 a 144, mantendo-se constante a porosidade em 64%. O método SIMPLEST foi usado para o acoplamento pressão-velocidade. Neste trabalho constatou-se a existência de dois componentes que dificultam a transferência de calor: interferência de camada-limite (queda acentuada da taxa de transferência de calor por convecção natural devido à invasão dos blocos na camada limite térmica) e aumento da área de contato do escoamento com os blocos. Além disso, obteve-se através de análise de escala uma equação para estimar o número mínimo de blocos além do qual a interferência de camada limite ocorre. Tal equação foi verificada com os resultados numéricos e obteve-se boa concordância.

## 2.2 CONVECÇÃO NATURAL E RADIAÇÃO EM CAVIDADES ABERTAS LIMPAS

Até este ponto, foi visto somente casos onde a radiação foi desprezada. Em muitos destes trabalhos a hipótese de radiação desprezível não é nem mesmo mencionada, e isto merece um alerta. Sabe-se que a troca de calor radiativa entre superfícies é importante, mesmo em temperatura ambiente, em cavidades preenchidas com ar (Mezrhab e Bchir, 1999). Atualmente se sabe inclusive que nos casos de convecção natural a radiação térmica é da mesma ordem de magnitude, e o número de Nusselt de radiação chega a superar o de convecção para altas diferenças de temperatura ( $\Delta T > 100$  K) (Gonzalez *et al.*, 2012). Existem várias referências na literatura sobre convecção natural e radiação em cavidades limpas, inclusive em cavidades fechadas (Antar, 2010; Martyushev e Sheremet, 2014).

Cavidades abertas vêm sendo extensivamente estudadas por métodos numéricos. Lage *et al.* (1992) apresentaram uma solução para a convecção natural e radiação superficial em uma cavidade aberta no topo com uma parede lateral aquecida à temperatura constante. O algoritmo de acoplamento SIMPLEC foi usado, apesar de alegarem que o método original SIMPLE não permitiria a condição de contorno de pressão nula. Para resolver este problema, eles usaram a equação da conservação da massa com  $U=0$  e impuseram  $\partial V / \partial Y = 0$  em toda a fronteira superior. A radiação foi calculada separadamente após a solução da convecção natural, fixando-se uma temperatura constante nas paredes antes adiabáticas, e aplicando uma simples superposição de efeitos. Não muito tempo depois, Balaji e Venkateshan (1993) mostraram que convecção e radiação não podem ser superpostos, pois têm comportamento dual. Isto quer dizer que a presença de uma interfere na outra e vice-versa. Eles solucionaram numericamente a transferência de calor em uma cavidade fechada e notaram que a radiação atenua a convecção quanto maior a emissividade e a razão de temperaturas, devido à nova distribuição de temperaturas nas paredes adiabáticas. Este efeito foi chamado de *queda convectiva* (*convective drop*).

Ainda no âmbito da cavidade aberta no topo, Balaji e Venkateshan (1994) utilizaram um balanço entre convecção e radiação nas paredes adiabáticas ( $q_{rad} + q_{conv} = 0$ ). As equações de conservação foram resolvidas no formato vorticidade-função de corrente. Eles obtiveram correlações para os números de Nusselt de

convecção natural e radiação. Dehghan e Behnia (1996) modelaram e resolveram numericamente a transferência de calor por convecção natural, radiação e condução em uma cavidade aberta no topo contendo uma fonte de calor discreta. Uma análise interessante de extensão de domínio e condições de contorno foi realizada por Singh e Venkateshan (2004), onde a convecção natural e radiação foram resolvidas numericamente em uma cavidade aberta no topo para diferentes razões de aspecto, altura da parede lateral direita e emissividade. Uma condição de contorno mista para o respiro, na forma  $\frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$ , foi escolhida para as simulações. Mais uma vez foi demonstrado que a presença da radiação faz com que uma camada limite térmica se forme na parede adiabática vertical. Correlações foram obtidas para número de Nusselt de convecção natural e radiação, com incertezas na faixa de  $\pm 1,5\%$ .

Um dos primeiros trabalhos envolvendo radiação em uma cavidade aberta na lateral foi feito por Lin *et al.* (1994). Eles investigaram a influência da radiação superficial na convecção natural turbulenta, com número de Rayleigh variando de  $10^8$  a  $10^{11}$  e temperatura da parede aquecida variando de 294 a 961 K. Foi concluído que a radiação aumenta significativamente a transferência de calor na cavidade e não pode ser desprezada. Hinojosa *et al.* (2005a) reportaram um estudo sobre radiação e convecção natural transitória e de regime permanente em uma cavidade aberta lateral. O método dos Elementos Finitos foi usado com o algoritmo SIMPLEC. As principais hipóteses eram de um escoamento laminar, fluido transparente para radiação e aproximação de Boussinesq válida. Os resultados mostraram um aumento de 94% a 125% na taxa de transferência de calor com a consideração da radiação, em comparação com a convecção natural pura. Regime permanente não foi atingido quando o número de Rayleigh foi igual a  $10^7$ , devido à formação irregular de plumas na parede adiabática inferior. Seguindo seus estudos em cavidade aberta, Hinojosa *et al.* (2005b) investigaram a convecção natural e radiação em uma cavidade inclinada e com alta diferença de temperaturas entre a parede isotérmica e o reservatório térmico, usando a aproximação de Boussinesq. Mostrou-se que o número de Nusselt de convecção varia consideravelmente com a inclinação da cavidade, enquanto que o número de Nusselt radiativo permanece quase inalterado. Para validar o uso da aproximação de Boussinesq, os autores se basearam em Vierendeels *et al.* (2003), os quais verificaram que o número de

Nusselt convectivo não é significativamente afetado com o aumento de  $\Delta T$  de 10 K para 720 K em uma cavidade fechada sujeita a convecção natural pura.

O efeito da condução térmica em cavidades abertas laterais também é de interesse científico e têm sido foco de estudos recentes (Nouanegue *et al.*, 2008 e Wang *et al.*, 2011). Numa iniciativa de caracterizar cavidades receptoras de energia solar, Gonzalez *et al.* (2012) resolveu, através do método dos Volumes Finitos e o algoritmo SIMPLEC, a convecção natural combinada com radiação superficial para elevadas diferenças de temperatura em uma cavidade aberta lateralmente. Para tanto, considerou-se a variação das propriedades do fluido com a temperatura. Foi observado que quando  $(T_H - T_\infty)/T_\infty \geq 0.667$ , a radiação é o fator mais influente no número de Nusselt total.

### 2.3 CONVECÇÃO NATURAL E RADIAÇÃO EM CAVIDADES HETEROGÊNEAS

Foi visto até agora que a convecção natural em cavidades abertas com meios porosos heterogêneos ainda não é um tema bem explorado no meio científico e comentou-se também que, em termos qualitativos e quantitativos, a radiação tem um efeito importante na transferência de calor combinada com a convecção natural. Na terceira fase da revisão bibliográfica, procurou-se trabalhos sobre convecção natural e radiação contendo obstáculos sólidos inseridos em cavidades, com o objetivo de entender como os domínios sólidos podem ser modelados dentro de um domínio fluido. Existem basicamente dois fatores que devem ser apreciados quando se considera a radiação nestes casos. O primeiro é o balanço de energia nas interfaces, que é alterado pela inclusão de um termo de fluxo radiativo. O segundo é o cálculo dos fatores de forma, que devem considerar os efeitos de sombreamento causados pela presença dos obstáculos sólidos no interior das cavidades.

O desafio de modelar um objeto sólido no interior de uma cavidade levou Mezrhab e Bchir (1999) a simularem a transferência de calor por convecção natural e radiação em uma cavidade fechada contendo uma partição de espessura finita. Um procedimento numérico foi introduzido para o cálculo dos fatores de forma com efeitos de sombreamento incluídos. Os resultados mostraram que a presença da partição não altera significativamente a taxa de transferência de calor através da

cavidade, especialmente para altos números de Rayleigh. Foi observado que a radiação aumenta a intensidade de circulação e tende a uniformizar a temperatura na cavidade. O método para a determinação dos fatores de forma usado naquele trabalho foi aprimorado e consolidado em Mezrhab e Bouzidi (2005). Tal método consiste num ajuste das superfícies radiativas usando elementos de fronteira para resolver os efeitos de sombreamento e aplicação do método de Monte Carlo para as integrações numéricas.

Recentemente algumas pesquisas foram realizadas sobre convecção natural e radiação em cavidades fechadas contendo um único bloco sólido. Mezrhab *et al.* (2008) simularam a transferência de calor em um cilindro aquecido à temperatura constante colocado dentro de uma cavidade fechada. As paredes verticais da cavidade eram resfriadas à temperatura constante. Um esquema híbrido com Lattice Boltzmann foi usado para as variáveis de velocidade e o método dos Elementos Finitos foi usado para a temperatura. Os efeitos do número de Rayleigh, emissividade e tamanho e localização do cilindro foram investigados. Os resultados mostraram que a radiação tende a uniformizar a temperatura na cavidade. Sun *et al.* (2011) investigaram numericamente uma cavidade fechada com paredes horizontais resfriadas à temperatura constante com um bloco quadrado aquecido centralizado em seu interior. Diferentes números de Rayleigh, emissividades e tamanhos de bloco foram usados para analisar o colapso da convecção natural em regime permanente e o surgimento de escoamentos periódicos complexos.

Um dos casos mais próximos do estudado no presente trabalho foi realizado por Mezrhab *et al.* (2006). Este artigo investigou a convecção natural e radiação em uma cavidade fechada com aquecimento/resfriamento vertical, contendo um bloco sólido condutivo quadrado centralizado. Número de Rayleigh, emissividade e razão de condutividade térmica foram variados parametricamente. Este estudo fornece valiosas informações sobre a modelagem de um bloco condutivo sujeito a radiação, pois trata do balanço de energia nas interfaces sólido/fluido. É mostrado que o número de Nusselt aumenta com a emissividade e a radiação intensifica a circulação na cavidade.

Nos casos de meios porosos heterogêneos observa-se que os domínios sólido e fluido normalmente possuem temperaturas diferentes, principalmente quando suas condutividades térmicas diferem (o que é verdade na maioria das

aplicações). Esta discrepância tende a diminuir com a consideração da radiação (Mezrhab *et al.*, 2006). Porém ainda não se sabe como a radiação é afetada pela porosidade. O modelo homogêneo de tratamento da porosidade não seria capaz de perceber esta influência, devido à ausência de superfícies radiativas dentro da cavidade. Muitos autores têm usado o modelo homogêneo com a hipótese de equilíbrio térmico entre as matrizes sólida e fluida. Em muitas aplicações essa hipótese não é válida, pois sólido e fluido estão em condição de não equilíbrio térmico (Badrudin *et al.*, 2007).

Com base nos artigos expostos no parágrafo anterior, este trabalho irá fornecer uma investigação inicial sobre a influência da porosidade na convecção natural e radiação superficial em uma cavidade aberta. A matriz sólida será representada por um ou quatro blocos quadrados condutivos inseridos na cavidade. Os estudos sobre convecção natural em cavidades abertas com meios porosos é um tema de interesse por possuir diversas aplicações industriais e o número de pesquisas sobre este caso tem se intensificado nos últimos anos (Ettfagh e Vafai, 1988; Haghshenas *et al.*, 2010; Shi e Vafai, 2010; Oztop *et al.*, 2011; Saleh e Hashim, 2013). Entretanto, nenhum dos trabalhos encontrados considerou os efeitos de obstáculos sólidos (meio heterogêneo) ou da radiação.

### 3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A formulação matemática do problema é desenvolvida neste capítulo. As equações são derivadas dos balanços de massa, quantidade de movimento, energia e radiação superficial. Hipóteses simplificadoras serão introduzidas e discutidas ao longo do texto. O conjunto de equações resultante será adimensionalizado para que os parâmetros que modelam o problema sejam identificados. Ao final do capítulo, serão definidas funções para a quantificação e interpretação dos resultados.

#### 3.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Na Figura 3.1 é exibida uma cavidade aberta para um ambiente à temperatura  $T_\infty$  imersa em ar. O ar quiescente, *i.e.*, com velocidade nula e pressão igual a  $p_\infty$ , representa um reservatório térmico que irá interagir com a cavidade, dado que a parede vertical, paralela à direção da gravidade, encontra-se à temperatura constante igual a  $T_H$ , sendo que  $T_H > T_\infty$ . As paredes horizontais da cavidade e as paredes externas são adiabáticas. Os blocos quadrados dentro da cavidade são sólidos e condutivos, e são posicionados sem excentricidade e alinhados quando  $N = 4$ .

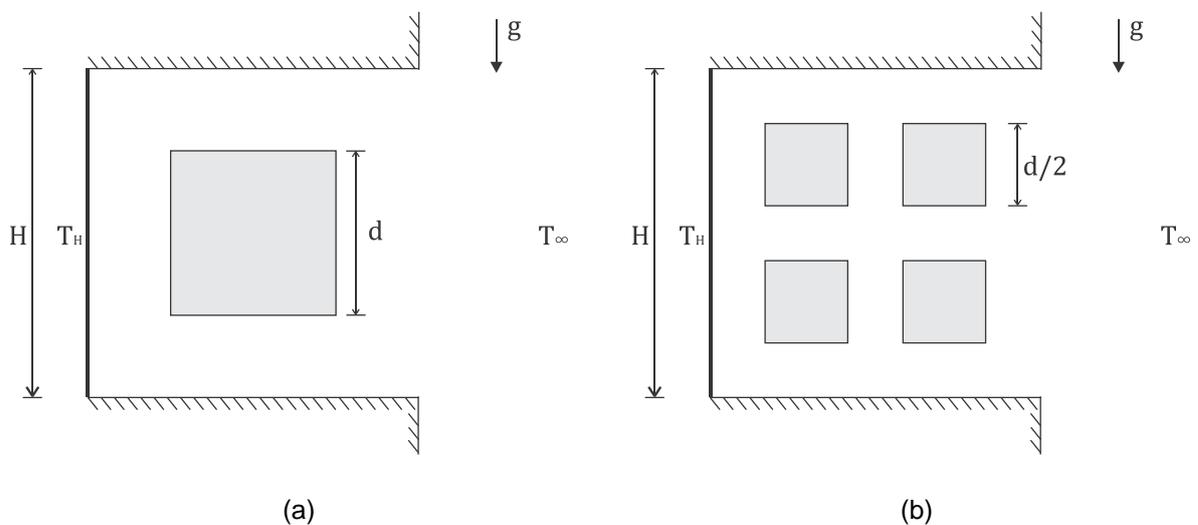


Figura 3.1. Domínio físico da cavidade aberta com blocos. (a) Um bloco. (b) Quatro blocos.

O desequilíbrio térmico gerado pela diferença de temperaturas entre a parede quente (vertical) e o ambiente irá ocasionar transferência de calor por convecção natural, radiação e condução (através dos blocos).

Deseja-se obter dados quantitativos e qualitativos sobre o processo de transferência de calor em regime permanente na parede aquecida. Uma análise paramétrica bidimensional será realizada para investigar o efeito do número de Rayleigh ( $Ra$ ), emissividade ( $\varepsilon$ ) e porosidade, representada pela altura característica do bloco ( $d$ ) e número de blocos ( $N$ ). A cavidade é quadrada com lado  $H$  e a razão de aspecto da cavidade é mantida como unitária na análise.

### 3.2 MEIO POROSO HETEROGÊNEO

Foi dito no capítulo anterior que neste trabalho é realizado um estudo sobre o efeito de um meio poroso heterogêneo na transferência de calor em uma cavidade aberta. No primeiro capítulo o leitor foi introduzido aos diferentes modelos de caracterização de meios porosos. Segundo Nield e Bejan (2006), a *porosidade superficial* (fração de área vazia ( $A_f$ ) em relação à área total ( $A_f + A_s$ ) em uma seção transversal) em um meio isotrópico é normalmente igual a fração do volume total ( $V_f + V_s$ ) ocupado por vazio ( $V_f$ ):

$$\phi = \frac{V_f}{V_f + V_s} = \frac{A_f}{A_f + A_s} \quad (3.1)$$

Portanto a porosidade em uma cavidade heterogênea de altura característica  $H$  preenchida com blocos sólido quadrados, assim como exibido na Figura 3.1, é igual a:

$$\phi = 1 - N \left( \frac{d}{H} \right)^2 \quad (3.2)$$

Uma variável de extrema importância para ambos os modelos microscópico e macroscópico é a permeabilidade  $K$ , que pode ser interpretada como a facilidade que um fluido possui de percorrer um meio poroso (De Lai, 2009). Baseados em Ergun (1952), Nakayama e Kuwahara (1999) obtiveram a seguinte correlação para o

escoamento turbulento através de blocos quadrados igualmente espaçados e alternados:

$$K = \frac{d^2 \phi^3}{120(1 - \phi)^2} \quad (3.3)$$

As Equações 3.2 e 3.3 implicam que tanto o número de blocos quanto a dimensão dos blocos têm influência no escoamento. Os parâmetros relativos à porosidade investigados neste trabalho são: o número de blocos  $N$  (1 e 4) e a altura adimensional do bloco, definida por  $D = d/H$  ( $0,1 \leq D \leq 0,9$ ). No caso  $N = 4$  o valor de  $D$  será entendido como a altura resultante dos 4 blocos unidos (ver Figura 3.1.b).

### 3.3 EQUAÇÕES DE CONVECÇÃO NATURAL

A convecção natural de um fluido newtoniano em um escoamento bidimensional, laminar e incompressível (exceto pelo termo de empuxo, onde a aproximação de Boussinesq-Oberbeck é aplicada) será considerada. Ambas as fases sólida e fluida terão propriedades constantes, uniformes e isotrópicas. A solução dos campos de temperatura, pressão, velocidade horizontal e vertical são obtidas com a resolução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento nas direções  $x$  e  $y$  e energia. As propriedades do ar são avaliadas na temperatura ambiente ( $T_{ref} = T_\infty$ ), visto que outros autores que simularam convecção natural e radiação em cavidade aberta também usaram a temperatura ambiente como referência (Lin *et al.*, 1994; Hinojosa *et al.*, 2005a e 2005b; Wang *et al.*, 2011).

#### 3.3.1 Equação da Conservação de Massa

A conservação de massa em um volume de controle diferencial em coordenadas retangulares é representada pela seguinte equação em notação vetorial (Fox *et al.*, 2006):

$$\nabla \cdot \rho \vec{V} + \frac{\partial \rho_f}{\partial t} = 0 \quad (3.4)$$

onde  $\vec{V}$  é o vetor velocidade, com componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$ , e  $\rho_f$  é a massa específica do fluido. Esta equação, também chamada de equação da continuidade, é reduzida para a seguinte fórmula em um escoamento bidimensional e incompressível:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.5)$$

### 3.3.2 Equação da Conservação da Quantidade de Movimento

O princípio da conservação da quantidade de movimento é, em essência, a formulação da Segunda Lei de Newton para o movimento, que enuncia que a força resultante em um sistema é igual à taxa da variação da quantidade de movimento. A aplicação deste princípio em um volume de controle diferencial imerso em um escoamento de fluido newtoniano leva às equações de Navier-Stokes. No caso particular de um escoamento incompressível e viscosidade constante, a seguinte equação é obtida em notação vetorial (Bejan, 1995):

$$\rho_f \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{V} + \vec{F} \quad (3.6)$$

onde  $D/Dt$  é chamada “derivada material”,  $p = p(x, y)$  é a pressão total,  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido (o subscrito “f” não é usado pois considera-se que a viscosidade da fase sólida é infinita) e  $\vec{F}$  é o vetor força de campo volumétrica.

A Equação 3.6 é vetorial, então pode-se analisar as componentes separadamente. Considerando que a gravidade atua somente na direção do eixo  $y$ , conforme mostra a Figura 3.1, a componente horizontal de  $\vec{F}$  é nula e a vertical é  $-\rho(T)_f g$ . O fator  $\rho(T)_f$  é termo-dependente e pode ser obtido pela propriedade termodinâmica chamada de coeficiente de expansão volumétrica  $\beta$ , que representa a variação relativa da massa específica com a temperatura à pressão constante:

$$\beta_f = -\frac{1}{\rho_{f,\infty}} \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial T} \right)_p \quad (3.7)$$

Neste trabalho  $\beta_f$  será avaliado usando a expressão para um gás ideal:  $\beta_f = 1/T_\infty$ , onde  $T_\infty$  deve estar em graus Kelvin, segundo Incropera e DeWitt (2008). A aproximação de Boussinesq-Oberbeck considera variação linear da massa específica com a temperatura (Jaluria e Torrance, 1986 *apud* Franco, 1999):

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial T} = \frac{\Delta \rho_f}{\Delta T} = \frac{\rho_f - \rho_{f,\infty}}{T - T_\infty} \quad (3.8)$$

Logo, o termo vertical da força de campo é escrito como:

$$-\rho_f g = -\rho_{f,\infty} g [1 - \beta_f (T - T_\infty)] \quad (3.9)$$

A temperatura do ambiente foi escolhida como 300 K, assim como em Hinojosa *et al.* (2005a). Segundo Zhong *et al.* (1985 *apud* Mezrhab *et al.*, 2006) a aproximação de Boussinesq-Oberbeck é válida quando  $\Delta T < 0,1T_H$ . A temperatura da parede vertical foi arbitrada em 330 K, de modo que  $\Delta T = 30 \text{ K} < 0,1T_H$ .

Finalmente, a equação da conservação da quantidade de movimento em  $y$  será:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g \beta_f (T - T_\infty) \quad (3.10)$$

onde  $\nu = \mu/\rho_f$  é a viscosidade cinemática do fluido. O fator  $-\rho_{f,\infty} g$  foi embutido na pressão de modo a resolver a pressão dinâmica do fluido. Na direção  $x$  a Equação 3.6 fica:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3.11)$$

### 3.3.3 Equação da Conservação da Energia

A Primeira Lei da Termodinâmica para um volume de controle diferencial estabelece um balanço entre a energia acumulada no sistema, o seu trabalho líquido e a transferência de energia através do escoamento e por condução nas superfícies de controle, além de considerar os termos fontes de geração de energia e dissipação viscosa (Bejan, 1995):

$$(\rho c_p) \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \dot{q} + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \Phi \quad (3.12)$$

onde  $c_p$  é o calor específico à pressão constante,  $k$  é a condutividade térmica,  $\dot{q}$  é a taxa de geração de energia por unidade de volume e  $\Phi$  é a função de dissipação viscosa. Considerando dissipação viscosa e trabalho de compressão desprezíveis, além de ausência de geração de energia, a Equação 3.12 para a fase fluida fica:

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} + u \frac{\partial T_f}{\partial x} + v \frac{\partial T_f}{\partial y} = \alpha_f \left( \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \right) \quad (3.13)$$

sendo  $\alpha = k/\rho c_p$  a propriedade termodinâmica denominada de difusividade térmica.

Para o sólido, a conservação da energia implica:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha_s \left( \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} \right) \quad (3.14)$$

É evidente que as equações da conservação da massa e quantidade de movimento não precisam ser resolvidas na fase sólida, pois  $u = v = 0$ .

### 3.3.4 Síntese das Equações de Convecção Natural

As Equações 3.5, 3.10, 3.11, 3.13 e 3.14 formam um sistema de equações diferenciais parciais fechado, *i.e.*, o número de equações é igual ao número de variáveis, que deve ser resolvido simultaneamente, pois é acoplado. Isso significa dizer que o campo de temperatura interfere no escoamento e vice-versa, o que não ocorre em convecção forçada. As cinco variáveis calculadas com o sistema de equações acima são  $u$ ,  $v$ ,  $p$ ,  $T_f$  e  $T_s$ . Na Seção 3.5 duas equações adicionais serão introduzidas, para a consideração da radiação, todavia, o sistema de equações de convecção natural continuará válido, pois as contribuições da radiação serão computadas de maneira intermitente. Uma explicação detalhada da metodologia de solução das equações de convecção natural e radiação será feita no Capítulo 4.

Apesar do foco deste trabalho ser somente nos resultados de regime permanente, as equações de convecção natural deduzidas nesta seção tiveram o termo de variação temporal mantido. Será visto no Capítulo 5 que mesmo que o escoamento possua solução em regime permanente, a resolução com  $\partial/\partial t = 0$  não

pode ser obtida em algumas situações específicas devido a instabilidades numéricas. Portanto o termo temporal é mantido no sistema de equações e será usado nos casos necessários para a convergência da solução (pois funciona como um fator de pseudo-relaxação).

### 3.4 ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE CONVECÇÃO NATURAL

A adimensionalização das equações governantes se faz necessária para identificar os parâmetros (exceto os geométricos) que regem o escoamento e a transferência de calor, e para que a comunicação dos resultados se dê de forma generalizada. As Equações 3.5, 3.10, 3.11, 3.13 e 3.14 serão adimensionalizadas com os parâmetros a seguir, utilizados por Lage e Bejan (1991):

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H} \quad (3.15)$$

$$(U, V) = \frac{(u, v)}{(\alpha/H)(RaPr)^{1/2}} \quad (3.16)$$

$$\tau = \frac{\alpha}{H^2} (RaPr)^{1/2} t \quad (3.17)$$

$$P = \frac{H^2}{\rho\alpha^2} \left( \frac{p + \rho gy}{RaPr} \right) \quad (3.18)$$

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_H - T_\infty} \quad (3.19)$$

Os números de Prandtl ( $Pr$ ) e Rayleigh ( $Ra$ ) são definidos como:

$$Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad (3.20)$$

$$Ra = \frac{g\beta_f(T_H - T_\infty)H^3}{\nu_f\alpha_f} \quad (3.21)$$

O número de Prandtl mede a efetividade relativa dos transportes, por difusão, de quantidade de movimento e de energia nas camadas-limite térmica e hidrodinâmica. O número de Rayleigh indica a razão entre as forças de empuxo e as forças viscosas (Incropera e DeWitt, 2008). As equações adimensionais de

conservação da massa, quantidade de movimento em  $X$ , quantidade de movimento em  $Y$ , energia na matriz fluida e energia na matriz sólida são, respectivamente:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) + \theta_f \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta_f}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = (RaPr)^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 \theta_f}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial Y^2}\right) \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{\kappa}{\pi} (RaPr)^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2}\right) \quad (3.26)$$

onde  $\kappa = k_s/k_f$  é a razão de condutividade térmica sólido-fluido e  $\pi = (\rho c_p)_s/(\rho c_p)_f$  é a razão entre as capacidades térmicas sólido-fluido. Nota-se pela Equação 3.26 que o valor de  $\pi$  não afeta o campo de temperatura no regime premanente ( $\partial/\partial t = 0$ ). Porém, quando a resolução for feita em regime transitório, um baixo valor de  $\pi$  fará com que o sólido estabilize sua temperatura antes que o fluido, e o tempo para regime permanente pode ser mais facilmente identificado e inclusive reduzido. A Equação 3.26 pode sugerir que  $\kappa$  também não afeta o campo de temperatura em regime permanente. Entretanto isto não é verdade, pois  $\kappa$  tem influência no balanço de energia na interface entre o fluido e o bloco, o que será mostrado no Capítulo 4.

Os parâmetros identificados até agora que influenciam no modelo heterogêneo da cavidade aberta com blocos quadrados são:  $Ra$ ,  $Pr$ ,  $k$ ,  $\pi$  e os parâmetros geométricos  $D$ ,  $N$  e razão de aspecto da cavidade ( $B$ ). O número de Prandtl do ar a 300 K é 0,71. Neste trabalho,  $B = \kappa = \pi = 1$ . A faixa do número de Rayleigh analisada será  $10^5 \leq Ra \leq 10^8$ . Segundo Lage e Bejan (1991) a transição para o regime turbulento em uma placa plana vertical ocorre em  $Ra/Pr \cong 10^9$ . É de se esperar que a transição turbulenta em uma cavidade aberta com blocos ocorra para valores maiores que  $10^9$ , devido à menor permeabilidade deste meio.

### 3.5 CONCEITOS BÁSICOS DE RADIAÇÃO

A radiação térmica é associada com a taxa na qual a energia é emitida pela matéria como resultado de sua temperatura não-nula. Existem diferentes formas de analisar a natureza desse transporte, como as teorias da emissão de fótons e propagação de ondas eletromagnéticas (Incropera e DeWitt, 2008). De qualquer forma, sabe-se que a radiação é emitida em diferentes comprimentos de onda ( $\lambda$ ) e a radiação térmica compreende apenas uma faixa do espectro da radiação eletromagnética, que vai de 0,1 a 100  $\mu\text{m}$ , abrangendo toda a faixa do infravermelho e da luz visível, e uma porção do ultravioleta, como pode ser visto na Figura 3.2.

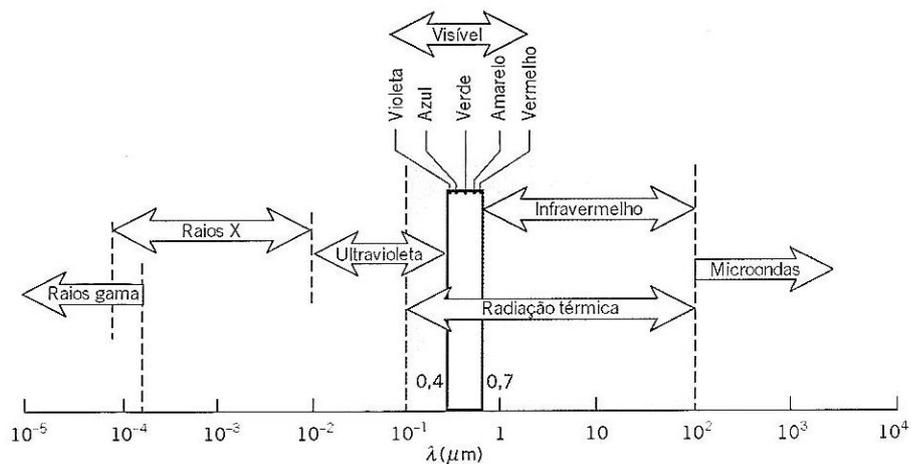


Figura 3.2. Espectro da radiação eletromagnética. Incropera e DeWitt (2008, p. 461).

Em gases e sólidos semitransparentes a emissão de radiação é um fenômeno volumétrico. Entretanto, neste trabalho a radiação será considerada um fenômeno de superfície, ou seja, o ar será assumido não participante nas trocas radiativas (alguns trabalhos chamam esta hipótese de *meio invisível* ou *transparente para radiação*). A magnitude da radiação depende de diversos fatores, entre eles as distribuições espectral e direcional, ilustradas na Figura 3.3. Duas hipóteses simplificadoras são assumidas aqui:

1. A distribuição espectral será considerada constante através de uma média em todos os comprimentos de onda possíveis;
2. A distribuição direcional será uniforme, ou seja, todas as superfícies são emissoras difusas.

### 3.5.1 Poder Emissivo, Irradiação e Radiosidade

O cálculo da taxa líquida de radiação, entrando ou saindo de uma superfície, leva em conta três conceitos básicos. O Poder Emissivo ( $E$ ) é a taxa na qual a radiação é emitida por unidade de área. A taxa na qual a radiação incide sobre uma superfície é chamada Irradiação ( $G$ ). Finalmente, a taxa na qual toda a energia radiante deixa uma superfície é chamada Radiosidade ( $J$ ), que inclui a emissão direta e a porção refletida da Irradiação.

### 3.5.2 Radiação de Corpo Negro e a Emissividade

Para determinar as grandezas introduzidas na seção anterior ( $E$ ,  $G$  e  $J$ ), faz-se necessário definir o conceito de *corpo negro* (Incropera e DeWitt, 2008):

1. Um corpo negro absorve toda a radiação incidente, independente do seu comprimento de onda e direção;
2. Para uma dada temperatura e comprimento de onda, nenhuma superfície pode emitir mais energia do que um corpo negro;
3. O corpo negro é um emissor difuso.

A Lei de Stefan-Boltzmann, fazendo uso da distribuição do Poder Emissivo de um corpo negro, formulada por Planck em 1959, fornece uma simples expressão para o Poder Emissivo de um corpo negro:

$$E_{cn} = \sigma T^4 \quad (3.27)$$

onde  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann e possui o valor de  $5,670 \times 10^{-8}$  W/(m<sup>2</sup>K<sup>4</sup>).

O corpo negro representa uma superfície radiativa *ideal*. Pode-se agora buscar uma relação para a emissão de superfícies *reais*. A Figura 3.3.(a) ilustra a distribuição espectral de uma superfície real em comparação com a *distribuição de Planck* e a Figura 3.3.(b) mostra como uma distribuição direcional real possui menor intensidade de emissão para certos ângulos.

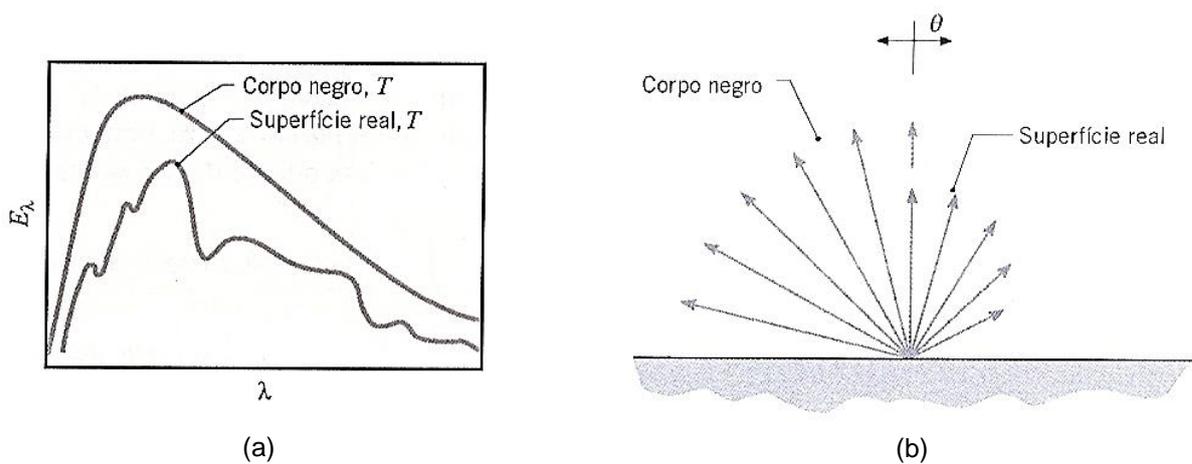


Figura 3.3. Comparação entre Poder Emissivo de superfície real e corpo negro. (a) Distribuição espectral. (b) Distribuição direcional. Incropera e DeWitt (2008, p. 471).

Define-se emissividade hemisférica total, ou simplesmente emissividade ( $\varepsilon$ ), como a razão entre as médias em todas as direções e comprimentos de onda possíveis de Poder Emissivo da superfície real e do corpo negro:

$$\varepsilon = \frac{E(T)}{E_{cn}(T)} \quad (3.28)$$

A Figura 3.3.(a) ilustra o fato de o Poder Emissivo de uma superfície real nunca superar o valor teórico previsto para um corpo negro, para uma mesma temperatura. Tem-se portanto que o valor de  $\varepsilon$  da Equação 3.28 será sempre menor que a unidade para superfícies reais.

### 3.5.3 Absorção, Reflexão e Transmissão

A interceptação da Irradiação por um meio semitransparente gera três componentes: porção absorvida (a qual aumenta a energia interna do meio), refletida e transmitida, ilustradas na Figura 3.4. Desta forma quantifica-se a Irradiação como:

$$G = G_{abs} + G_{ref} + G_{tr} \quad (3.29)$$

Dividindo a Equação 3.29 por  $G$  obtêm-se três propriedades:

$$\gamma + \varphi + \zeta = 1 \quad (3.30)$$

onde  $\gamma$  é absortividade,  $\varphi$  é refletividade e  $\zeta$  é transmissividade. Considerando o meio como opaco, *i.e.*, incapaz de transmitir energia, tem-se que  $\zeta = 0$  e portanto,

$$\gamma + \varphi = 1 \quad (3.31)$$

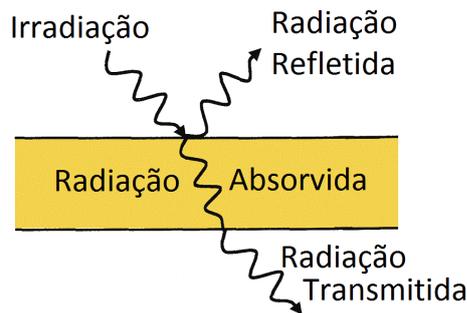


Figura 3.4. Processos de absorção, reflexão e transmissão por um meio semitransparente.

FONTE: ceramicx.com.

Outra relação muito importante sobre trocas radiativas em uma cavidade é a Lei de Kirchhoff:

$$\frac{\varepsilon_i}{\gamma_i} = 1 \quad (3.32)$$

Esta lei fornece uma simplificação muito útil para o presente trabalho, pois pode-se assumir que  $\gamma = \varepsilon$ , já que todas as superfícies da cavidade, dos blocos e do meio externo terão as mesmas propriedades de radiação.

Na Equação 3.28 assumiu-se que  $\varepsilon$  era independente da direção e de  $\lambda$ . Foi dito anteriormente que a emissão é independente da direção quando a superfície é difusa. Para que  $\varepsilon$  seja independente do comprimento de onda é necessário assumir que a superfície seja cinza, *i.e.*,  $\varepsilon$  e  $\gamma$  não variam com  $\lambda$  nas regiões espectrais de emissão superficial e Irradiação.

### 3.5.4 O Fator de Forma

Para calcular a troca radiante entre duas superfícies isotérmicas  $i$  e  $j$  define-se um *fator de forma*  $F_{ij}$  como sendo a fração da radiação que deixa a superfície  $i$  e é interceptada pela superfície  $j$ .

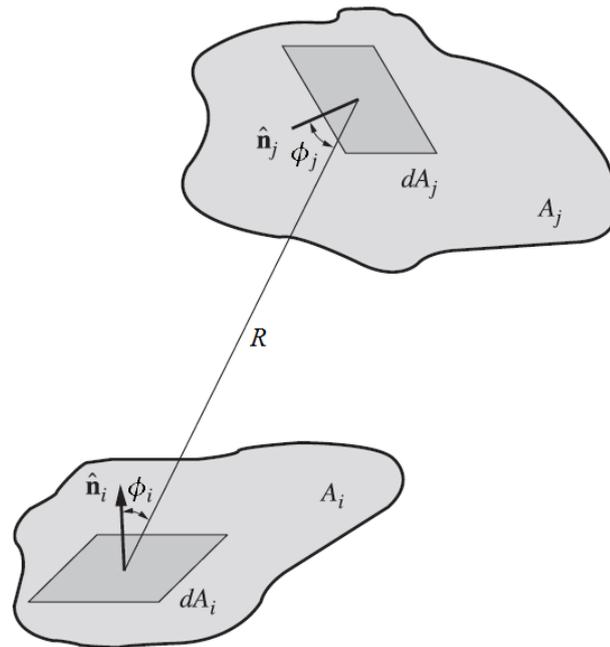


Figura 3.5. Troca radiativa entre duas superfícies difusas diferenciais  $dA_i$  e  $dA_j$ . Adaptado de Bejan e Krauss (2003, p. 605).

Pode ser demonstrado que a solução para este problema geométrico, ilustrado na Figura 3.5, é expresso por:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos(\phi_i)\cos(\phi_j)}{\pi R^2} \delta_{ij} dA_i dA_j \quad (3.33)$$

onde  $\delta_{ij}$  é determinado pela “visibilidade” entre os elementos de área.  $\delta_{ij} = 1$  se  $dA_j$  é visível para  $dA_i$  e 0 caso contrário. Deve-se notar que a presença dos blocos no interior da cavidade estudada neste trabalho fará com que algumas superfícies, ou porções de superfície, não possam “enxergar” outras (utiliza-se o verbo *enxergar* para descrever a visibilidade entre superfícies). Quando a superfície  $i$  não enxerga a superfície  $j$  devido à presença de algum obstáculo,  $F_{ij} = 0$ , e denomina-se isto de *efeito de sombreamento*.

Os fatores de forma satisfazem a seguinte relação de reciprocidade:

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (3.34)$$

Nota-se que para uma cavidade fechada com  $NS$  superfícies, todas planas ou convexas ( $F_{ii} = 0$ ), somente  $NS(NS - 1)/2$  dos  $NS^2$  fatores de forma precisam ser calculados com a Equação 3.33. Os restantes podem então ser determinados pela Equação 3.34 (Mezrhah e Bouzidi, 2005). Em uma cavidade fechada com  $NS$  superfícies, tem-se que:

$$\sum_{j=1}^{NS} F_{ij} = 1 \quad \text{para } 1 \leq i \leq NS \quad (3.35)$$

### 3.5.5 Trocas Radiativas em uma Cavidade

No problema da cavidade aberta pode-se usar as equações de trocas radiativas em cavidade fechada, pois as fronteiras abertas serão representadas como superfícies com  $T = T_\infty$  no domínio computacional do problema, apresentado no próximo capítulo. A formulação a seguir é válida para superfícies isotérmicas, com Radiosidade e Irradiação uniforme. Assume-se também que todas as superfícies são cinzas, difusas e opacas, e o meio é invisível para radiação. A taxa líquida na qual a radiação deixa uma superfície é igual à diferença entre Radiosidade e Irradiação:

$$q_{r,i} = A_i(J_i - G_i) \quad (3.36)$$

A Radiosidade é igual à soma entre a energia emitida e a porção refletida da Irradiação:

$$J_i = \varepsilon E_{cn,i} + \varphi G_i \quad (3.37)$$

Usando a Lei de Kirchhoff e a Lei de Stefan-Boltzmann, isola-se  $G_i$  na Equação 3.37 e substituí-se na Equação 3.36 para obter:

$$q_{r,i} = \frac{\sigma T_i^4 - J_i}{(1 - \varepsilon)/\varepsilon A_i} \quad (3.38)$$

Isto significa que precisa-se das Radiosidades para obter  $q_i$ . Para tanto emprega-se o conceito de fator de forma:

$$A_i G_i = \sum_{j=1}^{NS} F_{ji} A_j J_j = \sum_{j=1}^{NS} F_{ij} A_i J_j \quad (3.39)$$

da Equação 3.37 tem-se que:

$$\frac{J_i - \varepsilon \sigma T_i^4}{1 - \varepsilon} = \sum_{j=1}^{NS} F_{ij} J_j \quad (3.40)$$

logo,

$$J_i = \varepsilon \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon) \sum_{j=1}^{NS} F_{ij} J_j \quad (3.41)$$

Como tem-se agora uma maneira de obter as Radiosidades, pode-se reescrever a Equação 3.36 de uma forma mais conveniente:

$$q''_{r,i} = J_i - \sum_{j=1}^{NS} J_j F_{ij} \quad (3.42)$$

A equação modeladora da radiação superficial é a Equação 3.42, onde a Radiosidade precisa ser determinada com a Equação 3.41, a qual representa um sistema de equações não lineares. O modo de solução das equações de conservação de energia (Equações 3.13 e 3.14) e a equação de balanço radiativo (Equação 3.42) será discutido no próximo capítulo.

### 3.6 ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE RADIAÇÃO

Os seguintes parâmetros adimensionais serão aplicados nas Equações 3.42 e 3.41 (Singh e Venkateshan, 2004):

$$Q_r = \frac{q''_r}{\sigma T_H^4} \quad (3.43)$$

$$R = \frac{J}{\sigma T_H^4} \quad (3.44)$$

$$\Theta = \frac{T}{T_H} \quad (3.45)$$

Assim obtém-se:

$$Q_{r,i} = R_i - \sum_{j=1}^{NS} R_j F_{ij} \quad (3.46)$$

$$R_i = \varepsilon \Theta^4 + (1 - \varepsilon) \sum_{j=1}^{NS} F_{ij} R_j \quad (3.47)$$

O fator  $A_i$  desaparece na Equação 3.46 pois  $Q_{r,i}$  representa o *fluxo* radiativo líquido através da superfície  $i$ . Nota-se que a emissividade ( $\varepsilon$ ) é o único parâmetro que influencia os resultados da transferência de calor por radiação térmica. A combinação das temperaturas  $T_H$  e  $T_\infty$  também afeta os resultados de radiação, pois são condições de contorno. No entanto, neste trabalho,  $T_H$  e  $T_\infty$  serão constantes.

Com o objetivo de comparar as taxas de convecção e radiação em uma mesma escala, ou ainda, em relação ao potencial condutivo da cavidade, define-se o parâmetro adimensional *número de condução-radiação*, ou simplesmente *número de Radiação* ( $N_r$ ):

$$N_r = \frac{\sigma T_H^4}{k_f (T_H - T_\infty) / H} \quad (3.48)$$

### 3.7 REPRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

As funções introduzidas nesta seção têm o propósito de servirem como ferramentas de interpretação dos resultados, de maneira qualitativa e quantitativa. Em outras palavras, o foco está nas taxas de transferência de calor e sua relação com os campos de temperatura e velocidade. O uso de parâmetros adimensionais para a representação dos resultados permite a validação e a comparação com trabalhos de outros autores.

### 3.7.1 Número de Nusselt

O número de Nusselt expressa a razão entre o fluxo de calor por convecção ou radiação e o fluxo condutivo potencial do domínio considerado. Ele pode ser calculado em qualquer superfície, sólida ou fluida. O interesse deste trabalho é avaliar a taxa de transferência de calor através da parede vertical aquecida apenas. Para a convecção natural, relacionamos o coeficiente de transferência de calor convectivo médio ( $\bar{h}$ ) com o número de Nusselt médio através da relação:

$$\overline{Nu}_c = \frac{\bar{h}(T_H - T_\infty)}{k_f(T_H - T_\infty)/H} = \frac{\bar{h}H}{k_f} \quad (3.49)$$

O número de Nusselt convectivo local é calculado através de um balanço de energia na camada fluida adjacente à parede aquecida. Igualando os fluxos de convecção e condução obtém-se:

$$Nu_c = Nu_c(Y) = -\left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)_{X=0} \quad (3.50)$$

Finalmente, o número de Nusselt convectivo médio é calculado pela integração ao longo da parede vertical:

$$\overline{Nu}_c = \int_0^1 -\left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)_{X=0} dY \quad (3.51)$$

De maneira similar, escreve-se o número de Nusselt radiativo médio como a razão entre o fluxo radiativo e o fluxo por condução no fluido:

$$\overline{Nu}_r = \frac{q_r}{k_f(T_H - T_\infty)/H} \quad (3.52)$$

Seu valor local está associado com o fluxo radiativo naquele ponto, e usa-se o número de radiação ( $N_r$ ) para normalizar  $Q_r$ :

$$Nu_r = Nu_r(Y) = N_r(Q_r)_{X=0} \quad (3.53)$$

Logo, o número de Nusselt radiativo médio é também obtido por uma integração na parede vertical:

$$\overline{Nu_r} = N_r \int_0^1 (Q_r)_{X=0} dY \quad (3.54)$$

O número de Nusselt total é definido em termos locais e médios, respectivamente, como:

$$Nu_t = Nu_c + Nu_r \quad (3.55)$$

$$\overline{Nu_t} = \overline{Nu_c} + \overline{Nu_r} \quad (3.56)$$

### 3.7.2 Isotermas e Linhas de Corrente

Isotermas e linhas de corrente são linhas de mesmo valor das funções temperatura e *função de corrente* respectivamente. Seu propósito é representar visualmente o escoamento, de tal modo que se possa identificar fenômenos como a formação de camadas-limite, vórtices, estratificação térmica, plumas, entre outros. A função de corrente é definida de tal forma que a equação da conservação da massa é satisfeita automaticamente para escoamentos incompressíveis, fazendo  $u = -\partial\psi/\partial y$  e  $v = \partial\psi/\partial x$  em um volume de controle infinitesimal. Deste modo, a função de corrente para um escoamento incompressível bidimensional na forma adimensional será dada por:

$$\Psi_{i,j} = \Psi_{i,j-1} + (RaPr)^{1/2} \int_{j-1}^j U dY = \Psi_{i-1,j} + (RaPr)^{1/2} \int_{i-1}^i -V dX \quad (3.57)$$

onde  $\Psi_{i,j-1}$  é o valor da função de corrente no volume de controle abaixo (eixo  $Y$ ) e  $\Psi_{i-1,j}$  é o valor da função de corrente no volume de controle à esquerda (eixo  $X$ ).

### 3.7.3 Vazão Volumétrica

O monitoramento da vazão volumétrica que entra na cavidade é um importante parâmetro para a validação dos resultados, acompanhamento da convergência das simulações e informação técnica para engenheiros. A presença

dos blocos sólidos dentro da cavidade traz um novo ponto de interesse: a vazão que adentra o canal inferior, delimitado pelo bloco e a parede horizontal inferior, e segue para a parede aquecida. A vazão volumétrica adimensional que entra na cavidade pela abertura é calculada da seguinte forma:

$$\dot{M} = - \int_0^1 U_{in} dY \quad (3.58)$$

onde,

$$U_{in} = \begin{cases} U_{X=1}, & U_{X=1} \leq 0 \\ 0 & , U_{X=1} > 0 \end{cases} \quad (3.59)$$

A vazão volumétrica adimensional de entrada no canal inferior ( $\dot{m}$ ) é calculada de maneira análoga, fazendo a integração sobre uma secção transversal no canal.

### 3.8 SÍNTESE DO CAPÍTULO 3

Neste capítulo foram estabelecidas as equações modeladoras da convecção natural e radiação a partir da consideração de hipóteses simplificadoras introduzidas ao longo do texto. Os parâmetros que serão investigados numericamente foram definidos, assim como os instrumentos de interpretação dos resultados. Na sequência deste trabalho os métodos numéricos para a solução das equações modeladoras serão discutidos, e será descrito o procedimento necessário para a solução simultânea da convecção e radiação.

## 4 MODELAGEM NUMÉRICA

Soluções analíticas para a convecção natural são extremamente difíceis de serem obtidas, pois as equações modeladoras, derivadas no capítulo anterior, envolvem equações diferenciais parciais, não lineares, de segunda ordem e acoplamentos p-V-T. Neste momento a Dinâmica de Fluidos Computacional (*DFC*) surge como uma interessante alternativa para a solução do problema. A *DFC* consiste basicamente na solução por computador dos problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor, através de métodos numéricos. Ao contrário da solução analítica, os métodos numéricos obtêm solução apenas para pontos pré-determinados do domínio.

Neste capítulo, a construção e solução do modelo computacional serão discutidas, incluindo a metodologia usada para a elaboração da geometria e malha. Os métodos de discretização e resolução das equações governantes serão apresentados. Teste de malha, critério de convergência e validação do modelo também serão abordados a seguir.

### 4.1 DOMÍNIO COMPUTACIONAL

O primeiro passo em CFD consiste na elaboração do domínio computacional, que deve representar o mais fielmente possível o domínio físico do problema. O problema da cavidade aberta traz uma dificuldade inerente à representação do ambiente externo. Observa-se na literatura que dois métodos podem ser usados neste caso: i) domínio estendido com fronteiras distantes da abertura e ii) domínio reduzido com fronteira coincidente com a abertura. A segunda opção é mais vantajosa em termos de esforço computacional, porém, a presença dos blocos no interior da cavidade pode distorcer os resultados em um domínio reduzido. Como não faz parte do escopo deste trabalho escolher a opção mais viável de solução, optou-se pelo domínio estendido, para que as fronteiras não afetem o escoamento na cavidade. Vale ressaltar que o uso do domínio computacional estendido foi investigado e validado em Loyola *et al.* (2013).

Segundo Chan e Tien (1985) as condições de contorno nas fronteiras abertas são insignificantes no interior da cavidade, desde que estas estejam suficientemente longe da abertura. Esse comportamento foi mais tarde explicado por Angirasa *et al.* (1992), que estudaram o problema da cavidade aberta em regime transitório com as condições de contorno impostas na abertura. Eles demonstraram que o escoamento começa perto da parede quente e então se direciona para fora, de modo que as características térmicas da parede ditam seu desenvolvimento.

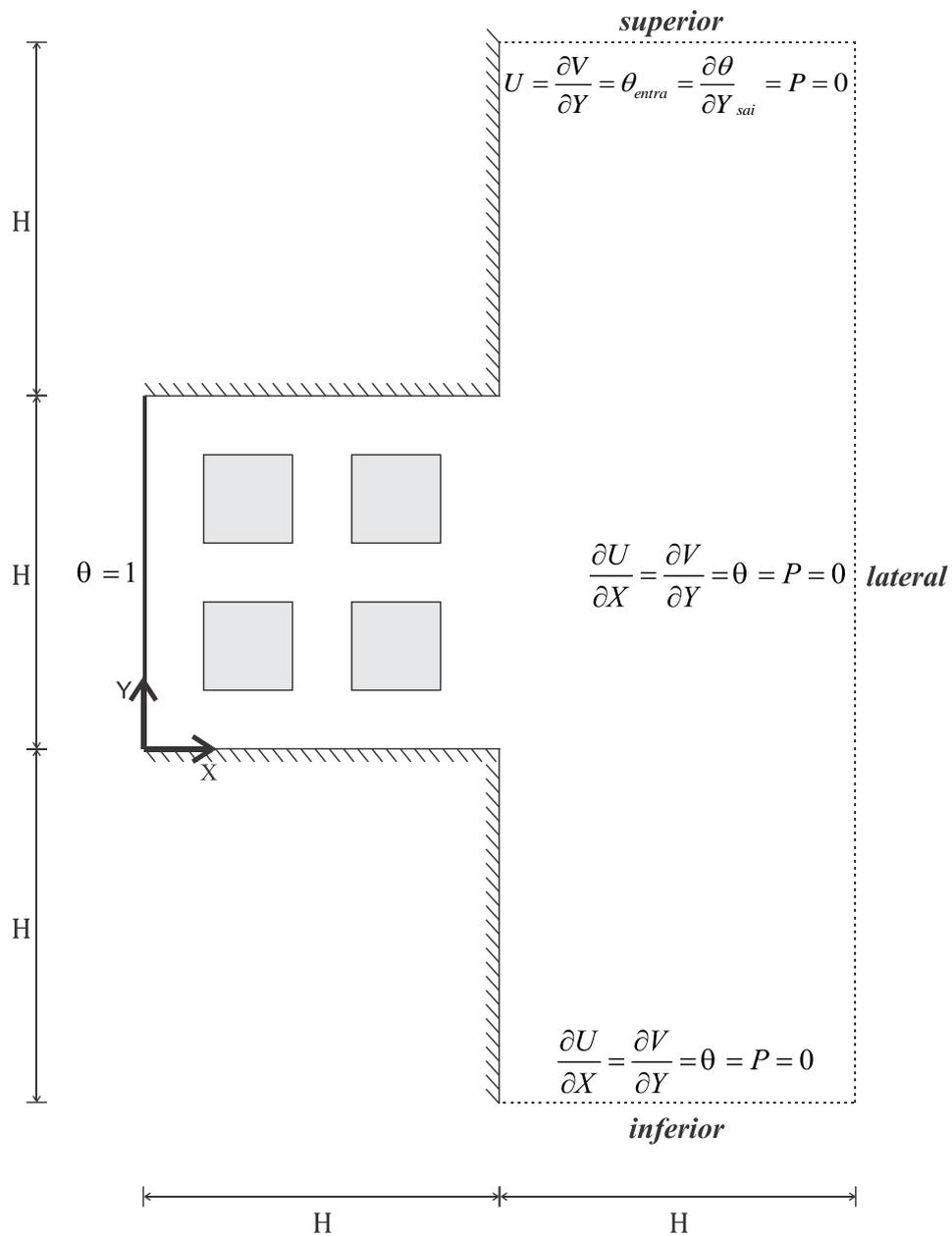


Figura 4.1. Domínio computacional e condições de contorno nas fronteiras abertas.

A Figura 4.1 mostra o domínio computacional elaborado para a representação do domínio físico da Figura 3.1. O comprimento horizontal é de  $2H$  e o vertical é de  $3H$ . Três fronteiras abertas são identificadas, quais sejam, inferior, lateral e superior.

#### 4.1.1 Condições de Contorno

As condições de contorno das fronteiras livres são exibidas na Figura 4.1. Os gradientes de velocidade nulos implicam em nenhuma variação de quantidade de movimento através das fronteiras abertas (Juarez *et al.*, 2011). A única diferença entre elas está na fronteira superior onde ocorre escoamento normal à superfície. Em todas as fronteiras sólidas, incluindo as paredes dos blocos, o efeito de não deslizamento é aplicado:

$$U = V = 0 \quad (4.1)$$

além de

$$P = 0 \quad (4.2)$$

Na parede aquecida, a temperatura é constante:

$$\theta = 1 \quad (4.3)$$

A condição térmica no restante das paredes (adiabáticas) é obtida fazendo com que o fluxo de calor seja nulo, ou seja, a convecção natural tem que ser balanceada pela radiação:

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial n} = N_r Q_r \quad (4.4)$$

onde  $n$  é a direção normal à parede. Nas interfaces sólido-fluido, as seguintes *condições de compatibilidade* se aplicam:

$$\theta_f = \theta_s \quad (4.5)$$

$$\kappa \frac{\partial \theta_s}{\partial n} = \frac{\partial \theta_f}{\partial n} - N_r Q_r \quad (4.6)$$

A Equação 4.6 nada mais é do que um balanço energético entre condução, convecção e radiação nas interfaces. A presença do fator  $\kappa$  confirma o que foi dito

no capítulo anterior, ou seja, a razão de condutividade térmica sólido-fluido tem influência no campo de temperaturas em regime permanente.

## 4.2 MÉTODOS NUMÉRICOS

A solução numérica consiste basicamente em resolver as equações governantes em um número finito de pontos no domínio. Para que isto seja possível, métodos de discretização e interpolação devem ser aplicados às equações que modelam o problema. O software adotado para as simulações é o *FLUENT* do pacote ANSYS 13.0, o qual possui todos os modelos necessários para resolver o problema proposto, além de excelentes ferramentas de monitoramento de convergência. O pós-processamento, no entanto, é feito através do software *TECPLOT 360 2010*, devido às suas ferramentas gráficas de alta qualidade.

### 4.2.1 Método dos Volumes Finitos

O método dos Volumes Finitos (Patankar, 1980) será usado para a resolução das cinco equações da convecção natural (Equações 3.5; 3.10; 3.11; 3.13; 3.14). A radiação é resolvida pela solução direta das Equações 3.42 e 3.41. A forma geral das equações de conservação, resolvidas pelo método dos Volumes Finitos, para uma variável de transporte  $\phi$  é dada em notação indicial por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S \quad (4.7)$$

Esta equação representa um balanço entre acumulação, advecção e difusão da variável  $\phi$ , além de um termo fonte  $S = S_c + S_p \phi$  que inclui tudo o que não pode ser descrito pelos outros termos, e.g., força gravitacional, geração de energia, força de empuxo, pressão, entre outros. O coeficiente de difusão  $\Gamma$  aparece na Equação 4.7 e seu valor é apresentado na Tabela 4.1, que traz um resumo da adaptação das equações modeladoras da convecção natural na forma geral das equações de conservação.

A Equação 4.7 deve ser resolvida em cada volume de controle do domínio computacional bidimensional da Figura 4.2. Após sua integração e uma série de substituições ela toma a seguinte forma algébrica:

$$a_p \phi_p = \sum_{nb=E,W,N,S} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (4.8)$$

onde  $a_{nb}$  é o coeficiente do elemento vizinho (leste, oeste, norte ou sul),  $\phi_{nb}$  é o valor da variável de interesse no elemento vizinho,  $a_p$  é o coeficiente do ponto analisado,  $\phi_p$  é o valor da variável de interesse no ponto analisado, e  $b$  é um termo fonte. A resolução deve começar pelas fronteiras, onde as condições de contorno fornecem um primeiro *input* para a solução.

Tabela 4.1. Termos empregados na equação geral de conservação para a convecção natural.

Equação da conservação da:	$\phi$	$\Gamma$	$S$
Massa	1	0	0
Quantidade de movimento em $x$	$u$	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial x}$
Quantidade de movimento em $y$	$v$	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial y} + \rho_f g \beta_f (T - T_\infty)$
Energia no fluido	$T_f$	$\frac{k_f}{c_{p_f}}$	0
Energia no sólido	$T_s$	$\frac{k_s}{c_{p_s}}$	0

Na Figura 4.2 o volume de controle demarcado pela área escura é centrado no nó P e tem como vizinhos os elementos N, S, E, e W (norte, sul, leste e oeste, respectivamente). Os símbolos  $\delta X$  e  $\delta Y$  denotam as distâncias entre nós e  $\Delta X$  e  $\Delta Y$  representam as dimensões horizontal e vertical do volume de controle retangular.

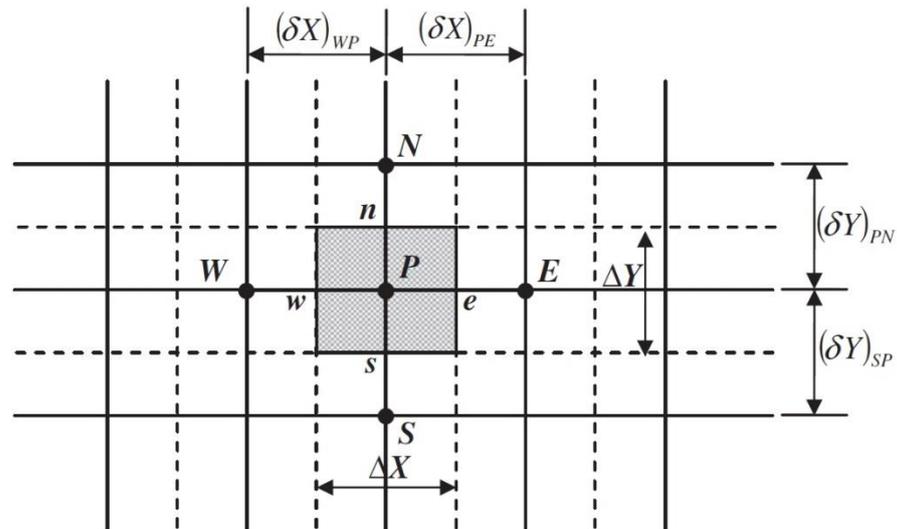


Figura 4.2. Volume de controle bidimensional para discretização das equações governantes.

Fonte: Gonzalez *et al.* (2012).

#### 4.2.2 Acoplamento pressão-velocidade

A real dificuldade no cálculo do campo de velocidade reside no fato de o campo de pressão ser desconhecido. O gradiente de pressão faz parte do termo fonte na equação da quantidade de movimento, desta forma, não há uma equação explícita para a obtenção da pressão. O campo de pressão é indiretamente especificado via equação da conservação da massa. É necessário então, encontrar um campo de pressão correto que, quando inserido nas equações da quantidade de movimento, origine um campo de velocidade que satisfaça a equação da conservação da massa (Patankar, 1980 *apud* Segal, 2009).

Para algum ponto  $P$  na malha, os valores correspondentes de  $p_E - p_W$  ou  $p_N - p_S$  podem ser iguais a zero, se todos os valores alternados da pressão forem iguais. Como resultado, o campo de pressão torna-se uniforme nas equações discretizadas. Aplicar uma malha deslocada (*staggered grid*) para os componentes da velocidade é a solução apresentada por Harlow e Welch (1965), para este tipo de problema. As variáveis escalares como pressão, massa específica, temperatura, etc, estão localizadas nos pontos nodais, porém as componentes da velocidade são

calculados em malhas deslocadas que estão centradas nas faces ao redor dos pontos nodais (Sega, 2009).

Para resolver este problema, pesquisadores desenvolveram métodos para o acoplamento do campo de pressão às componentes da velocidade na equação da conservação da massa. O método utilizado neste trabalho é o SIMPLEC (*Semi-Implicit Pressure Linked Equation - Consistent*) sugerido por Vandoormaal e Raithby (1984), que é um variante do SIMPLE (Patankar e Spalding, 1972). Nestes algoritmos os fluxos convectivos por unidade de massa através das faces das células são avaliados por meio dos componentes estimados de velocidade. Além disso, um campo de pressão estimado é usado para resolver a equação da conservação da quantidade de movimento e uma equação da correção de pressão, deduzida da equação da conservação da massa, é resolvida para obter-se um campo de pressão corrigido, o qual é usado novamente para atualizar os campos de velocidade e pressão. Para iniciar o processo de iterações, os campos de velocidade e pressão são inicialmente estimados. O processo iterativo prossegue até a convergência dos campos de velocidade e pressão, como mostra a Figura 4.3. Antes do início da resolução das equações de convecção natural, os fluxos radiativos são calculados com as temperaturas superficiais daquele instante. Segue-se então dez iterações das equações de convecção natural, após as quais os fluxos radiativos são atualizados novamente. Este processo continua até que o critério de convergência, abordado na seção 4.4, seja atendido por todas as variáveis. O fato das equações de convecção natural e radiação serem resolvidas de forma intermitente faz com que a convergência numérica ocorra sem grandes problemas.

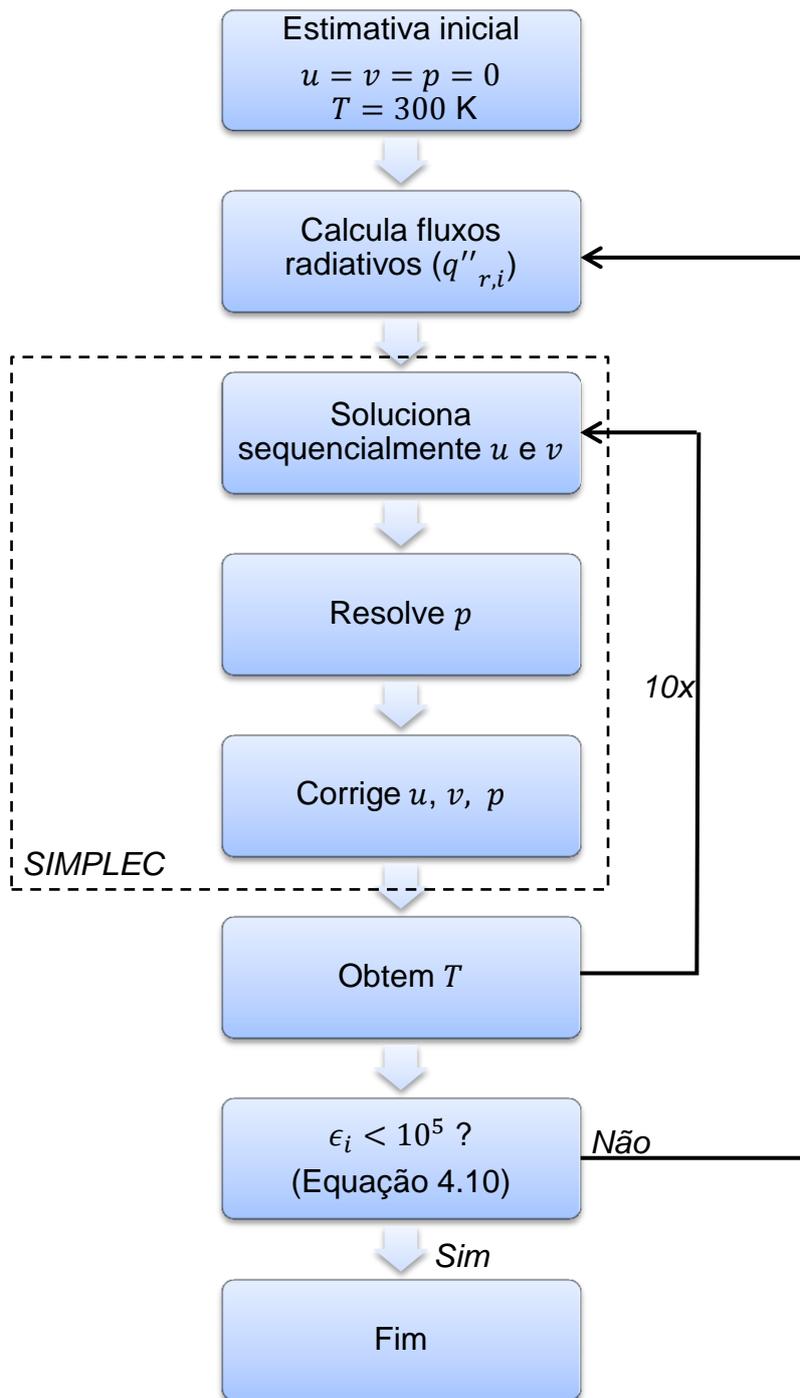


Figura 4.3. Fluxograma do procedimento de solução numérica.

#### 4.2.3 Métodos de Discretização e Interpolação

O fato de usar uma malha deslocada gera a necessidade de interpolar as variáveis  $u$ ,  $v$ ,  $p$  e  $T$  durante as soluções numéricas das equações governantes.

Para as componentes da velocidade e a temperatura o método de segunda ordem QUICK (Leonard, 1979) é aplicado. Para a pressão usa-se o método PRESTO! (Patankar, 1980). Os gradientes difusivos são resolvidos pelo método Least Squares Cell Based (Anderson e Bonhus, 1994) e os gradientes temporais, quando aplicáveis (ver seção 4.4.1), usam o método implícito de segunda ordem.

#### 4.2.4 Resolução das Equações de Radiação

O modelo S2S disponível no software *FLUENT* foi selecionado para simular a radiação superficial. A Equação 3.42 de balanço radiativo é resolvida a cada 10 iterações da equação de energia (ver Figura 4.3). Antes da equação de balanço radiativo ser resolvida, é necessário avaliar as Radiosidades, e a Equação 3.41 deve ser calculada. Ambas as equações são solucionadas por métodos matriciais diretos, que trabalham com inversão de matrizes.

As soluções das equações acima mencionadas requerem o conhecimento dos fatores de forma. Apesar de o cálculo destes fatores ser complexo, ele tem o conveniente de ser realizado apenas uma vez na simulação, não sendo portanto um empecilho no custo computacional. A integração da Equação 3.33 é realizada pelo método de Monte Carlo (Kalos e Whitlock, 1986). As faces dos volumes de controle da Figura 4.4 coincidem com as superfícies radiativas, para tornar a solução mais simples sem a necessidade de construir duas malhas espaciais.

#### 4.2.5 Fatores de Sub-Relaxação

Para conter variações bruscas no valor das variáveis, e assim evitar problemas de divergência numérica, fatores de sub-relaxação ( $\alpha$ ) são aplicados às equações de transporte. Assim, a Equação 4.8 fica:

$$\frac{a_P \phi_P^{n+1}}{\alpha} = \sum_{nb=E,W,N,S} a_{nb} \phi_{nb}^{n+1} + b^{n+1} + \frac{1-\alpha}{\alpha} a_P \phi_P^n \quad (4.9)$$

onde  $n$  representa a iteração. Os valores de  $\alpha$  para cada variável calculada são apresentados na Tabela 4.2. A equação da energia dispensou o uso de relaxação no caso estudado. É importante ressaltar que nenhuma sub-relaxação é utilizada nas soluções transitórias, pois o termo dependente do tempo faz o efeito de uma pseudo-relaxação, devido à baixa oscilação das variáveis ocasionada pelos pequenos deslocamentos de tempo ( $\Delta t$ ).

Tabela 4.2. Fatores de Sub-Relaxação aplicados nas equações governantes.

$\phi$	$u$	$v$	$p$	$T_f$ e $T_s$
$\alpha$	0,7	0,7	0,3	1

### 4.3 DISCRETIZAÇÃO DO DOMÍNIO

A elaboração do domínio computacional é concluída com a malha espacial, onde um número finito de divisões é distribuído no domínio, e cada área cercada por essas divisões representa um volume de controle assim como o da Figura 4.2. O software *SolidWorks* 2010 foi usado para o desenho da geometria e um arquivo no formato parasolid foi então exportado para o software *ICEM CFD* do pacote ANSYS 13.0, onde a malha foi construída. A malha elaborada é estruturada e não-uniforme, com expansão geométrica de razão 1,1. A Figura 4.4 mostra a malha gerada com os seguintes detalhes: a) o refinamento da malha é feito em todas as paredes sólidas para captar melhor os gradientes de temperatura e velocidade; b) a densidade de elementos na fase sólida é menor pois nos blocos as equações de conservação da massa e quantidade de movimento não são calculadas; c) o comprimento do primeiro elemento (vizinho das paredes) é sempre o mesmo, em todas as paredes, de modo que há uma consistência na malha em todo o domínio e na abertura não há uma variação brusca no tamanho dos elementos.

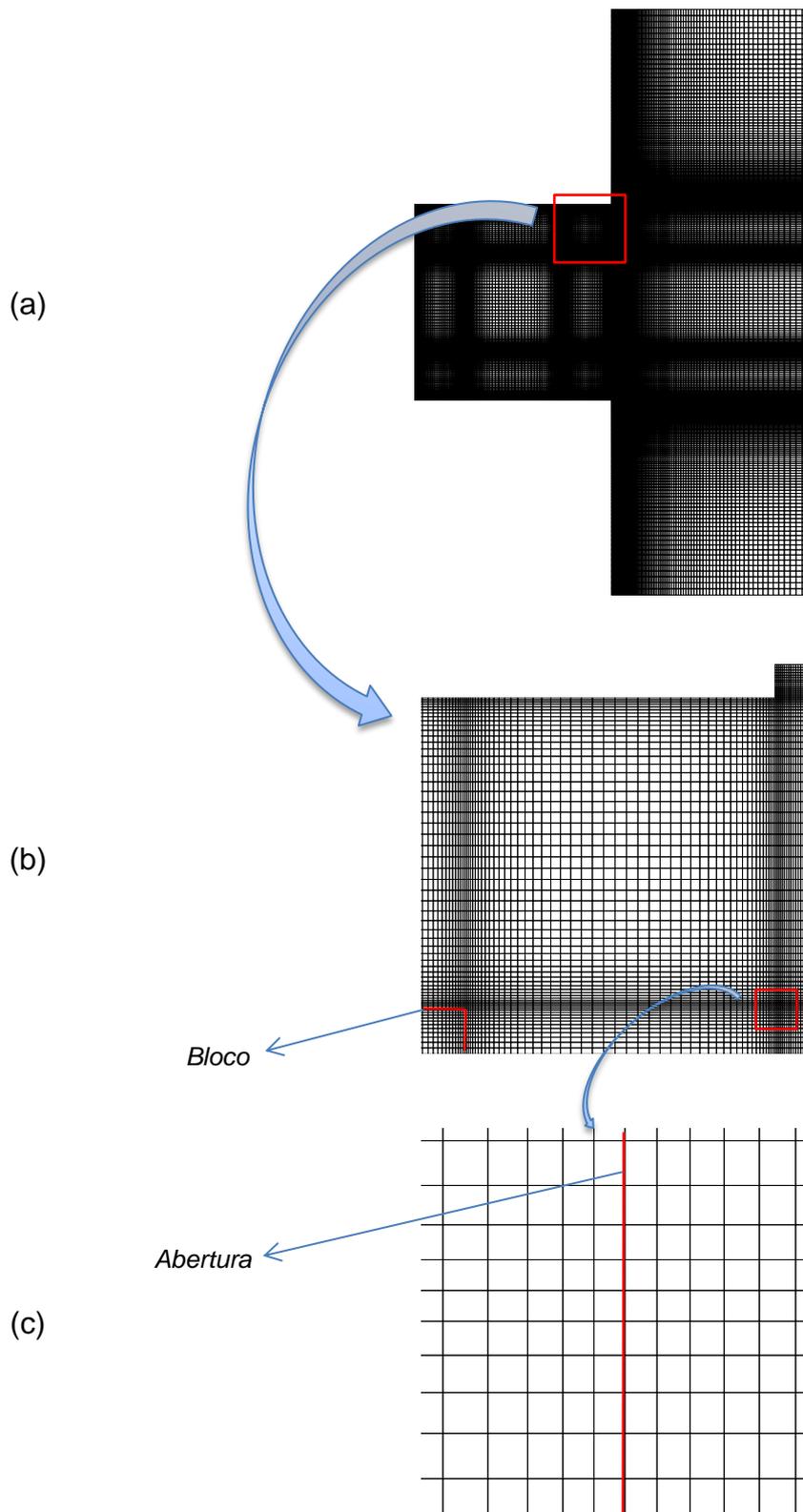


Figura 4.4. Malha espacial elaborada para as simulações. (a) Vista total. (b) Detalhe dos refinamentos de malha. (c) Detalhe da abertura da cavidade.

#### 4.3.1 Teste de Malha

A determinação da malha mais vantajosa em cada caso estudado neste trabalho seria um processo bastante intenso e que poderia inviabilizar a investigação de tantos casos. Dada a quantidade de alturas de bloco ( $D$ ) que se quer analisar (0; 0,1; 0,2; ...; 0,9), e o número de blocos ( $N$ ) 1 e 4, a quantidade de malhas diferentes necessárias é de 19. Testar cada uma das 19 malhas colocaria em risco o cronograma do trabalho. Para contornar este problema, optou-se por manter o *tamanho do primeiro elemento* constante. Em outras palavras, um caso considerado extremo computacionalmente foi escolhido para ser testado ( $Ra = 10^8$ ;  $\varepsilon = 1$ ;  $D = 0,5$ ;  $N = 4$ ) e, assim que encontrada a malha mais vantajosa, a razão da *densidade de elementos* (elementos/comprimento) do sólido e do fluido seria avaliada, assim como o *comprimento do primeiro elemento* (elemento da origem, quadrado), para que todas as outras malhas geradas tivessem estes mesmos dois parâmetros. A Tabela 4.3 mostra os resultados do teste de malha.

Tabela 4.3. Teste de malha para o caso  $Ra = 10^8$ ;  $\varepsilon = 1$ ;  $D = 0,5$ ;  $N = 4$ . Os resultados são apresentados em função do número de elementos no interior da cavidade.

Número de elementos na cavidade	$\overline{Nu_c}$	DP( $\overline{Nu_c}$ )	$\overline{Nu_r}$	DP( $\overline{Nu_r}$ )	$\dot{M}$	DP( $\dot{M}$ )
20	36,994	30,07%	46,045	3,26%	319,961	4,05%
40	52,903	10,93%	47,597	0,17%	307,519	3,89%
80	47,689	3,75%	47,680	0,87%	295,994	0,20%
120	45,964	0,71%	47,268	0,12%	295,397	0,30%
160	45,639	0,23%	47,210	0,02%	296,295	0,23%
200	45,535	0,07%	47,200	0,04%	296,965	0,12%
240	45,503	-	47,183	-	296,610	-

Pode-se observar pela Tabela 4.3 que os resultados tendem a estabilizar conforme o número de elementos na malha aumenta. Os desvios percentuais, definidos por  $DP_k = |\phi_k - \phi_{k+1}|/\phi_k$ , onde o índice  $k$  representa a malha (ver número de elementos na Tabela 4.3), vão diminuindo até que se atinja valores aceitáveis. Na literatura é comum encontrar autores que consideram 1% como bom o suficiente para selecionar a malha. Neste trabalho deseja-se uma boa precisão para gerar uma solução de referência e, sabendo que as outras 18 malhas serão obtidas a partir

desta, escolheu-se aquela com 200 elementos, a qual possui todos os desvios percentuais menor que 0,2%. O número de elementos no fluido ( $nf$ ), sólido ( $ns$ ) e total ( $nt$ ) derivado do cálculo das malhas é mostrado na Tabela 4.4. Nota-se que o número de elementos para  $N = 4$  é sempre maior, o que é de se esperar devido ao aumento do número de paredes. A quantidade de elementos fora da cavidade foi atribuída como a metade do número de elementos dentro da cavidade. Os gradientes de temperatura, pressão e velocidade nas regiões próximas às fronteiras abertas são muito menores do que os observados dentro da cavidade. Portanto, a malha pode ser mais grosseira nestas regiões, sem comprometer a acurácia dos resultados ou a convergência das simulações.

Tabela 4.4. Número de elementos em cada malha.

	$N = 1$									
$D$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0
$nf$	21	31	38	43	47	51	54	56	59	75
$ns$	252	167	119	87	63	45	31	19	9	0
$nt$	<b>294</b>	<b>229</b>	<b>195</b>	<b>173</b>	<b>158</b>	<b>147</b>	<b>139</b>	<b>132</b>	<b>126</b>	<b>100*</b>

	$N = 4$									
$D$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	
$nf$	16	25	31	36	40	43	46	49	51	
$ns$	144	100	73	54	40	29	20	12	6	
$nt$	<b>336</b>	<b>275</b>	<b>240</b>	<b>216</b>	<b>200</b>	<b>188</b>	<b>178</b>	<b>170</b>	<b>164</b>	

\* O valor total para a cavidade limpa foi aumentado propositalmente ao contrário do valor previsto pelos cálculos de malha.

#### 4.4 CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA

O software *FLUENT* oferece diversas maneiras de monitorar convergência nas simulações. O uso de um *critério de convergência* ( $\epsilon$ ) é conveniente por permitir uma mesma referência em cada caso analisado. Em todas as equações resolvidas iterativamente o valor  $\epsilon_i < 10^{-5}$ , onde  $i$  representa cada uma das equações modeladoras, foi estabelecido como critério de parada (ver Figura 4.3). Este critério é um resíduo em escala (*scaled residual*) e é dado por:

$$\epsilon = \frac{\sum_{\text{elementos}} |\sum_{nb} (a_{nb} \phi_{nb} + b - a_P \phi_P)|}{\sum_{\text{elementos}} |a_P \phi_P|} \quad (4.10)$$

A Tabela 4.5 mostra um teste realizado para medir a influência de  $\epsilon$  nos resultados. Os números de Nusselt de convecção e radiação e a vazão de entrada na abertura foram avaliados em uma cavidade limpa ( $N = 0$ ) para diferentes malhas e critérios de convergência. É evidente que a malha tem maior influência nos resultados. A partir da malha 80×80 os desvios percentuais de  $\epsilon = 10^{-4}$  e  $\epsilon = 10^{-5}$  permanecem quase inalterados. Novamente prezando por uma boa precisão dos resultados, e sabendo que casos mais complexos computacionalmente que este serão simulados, escolheu-se  $\epsilon = 10^{-5}$  como padrão.

Tabela 4.5. Influência do critério de convergência nos resultados ( $Ra = 10^6$ ;  $\epsilon = 1$ ;  $N = 0$ ;  $N_r = 205,4$ ).

$\epsilon$	$10^{-4}$			$10^{-5}$			$10^{-6}$		
	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\dot{M}$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\dot{M}$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\dot{M}$
<b>20×20</b>	13,800	17,944	45,199	13,803	17,947	45,300	13,828	17,973	46,298
<b>40×40</b>	12,885	17,968	44,874	12,908	17,991	45,807	12,909	17,993	45,914
<b>80×80</b>	12,702	17,988	45,426	12,705	17,990	45,510	12,704	17,989	45,467
<b>120×120</b>	12,707	17,992	45,492	12,711	17,996	45,587	12,713	17,999	45,706
<b>160×160</b>	12,704	17,991	45,623	12,701	17,992	45,619	12,703	17,995	45,755

#### 4.4.1 Caso especial: $Ra = 10^8$

Monitorar a convergência somente pelo critério  $\epsilon$  pode levar a erros de estabilização. Nos casos com  $Ra = 10^8$  os resíduos estabilizaram acima do valor esperado de  $10^{-5}$ . Optou-se então por resolver estes casos em regime transitório, o que requer um tempo consideravelmente maior, porém, fornece resultados muito mais confiáveis do que os de regime permanente com resíduos numa ordem grosseira. A solução transitória consiste basicamente em resolver as equações governantes na mesma maneira da solução permanente, considerando-se o mesmo critério de convergência  $\epsilon$ , para vários passos de tempo ( $\Delta\tau$ ). A malha temporal é uniforme, *i.e.*, o passo de tempo é constante com valores de 0,5; 1 ou 1,5; dependendo do caso (quanto maior  $\Delta\tau$ , menor é o tempo de simulação). Testes

prévios mostraram que, com  $\Delta\tau$  variando de 0,01 a 1, os resultados de regime permanente são quase idênticos, somente os resultados intermediários variam significativamente. Portanto, como este trabalho foca somente nos resultados de regime permanente, a escolha de um alto  $\Delta\tau$  não é um problema.  $\overline{Nu_c}$ ,  $\overline{Nu_r}$ ,  $\dot{M}$  e  $\dot{m}$  são monitorados durante as simulações para determinar o fim das simulações (regime permanente).

#### 4.5 VALIDAÇÕES NUMÉRICAS

Validações do modelo computacional descrito nas seções anteriores, resolvido pelo software *FLUENT*, devem ser realizadas para garantir que os resultados gerados na geometria proposta sejam confiáveis. Não é possível validar este método numérico por soluções analíticas e, devido à falta de resultados experimentais na literatura, a validação do modelo do presente trabalho é feita por comparação com resultados numéricos de outros autores.

Os modelos de convecção natural pura são bem difundidos na literatura. A real dificuldade deste trabalho é configurar um bom modelo de radiação. Logo, não é necessário fazer comparações com modelos de convecção natural pura. A investigação proposta nunca foi feita antes, portanto não há nenhum trabalho idêntico para servir de comparação. Sendo assim, a validação numérica se dará em duas etapas, ambas simulando convecção natural e radiação: 1) validação do modelo em cavidade aberta e 2) validação do modelo em meio heterogêneo.

##### 4.5.1 Validação do modelo de convecção natural e radiação em cavidade aberta

Hinojosa *et al.* (2005a) solucionaram numericamente a convecção natural e radiação superficial em uma cavidade aberta (Figura 4.5). A aproximação de Boussinesq foi considerada e as superfícies radiativas foram admitidas como difusas e cinzas. O fluido de trabalho é o ar e a diferença de temperaturas é pequena, no valor de 10 K. Este trabalho tem sido usado por muitos autores para validação de seus modelos, sendo portanto uma solução de referência na área de convecção

natural com radiação. A principal contribuição da comparação com Hinojosa *et al.* (2005a) é a garantia de uma modelagem adequada para as fronteiras livres.

O domínio computacional estendido e as condições de contorno da Figura 4.1 foram usados para esta validação. As mesmas temperaturas de Hinojosa *et al.* (2005a) foram usadas, para que o número de radiação ( $N_r$ ) fosse o mesmo, de maneira que o desvio percentual (DP) da Tabela 4.6 é calculado com os resultados deste autor.

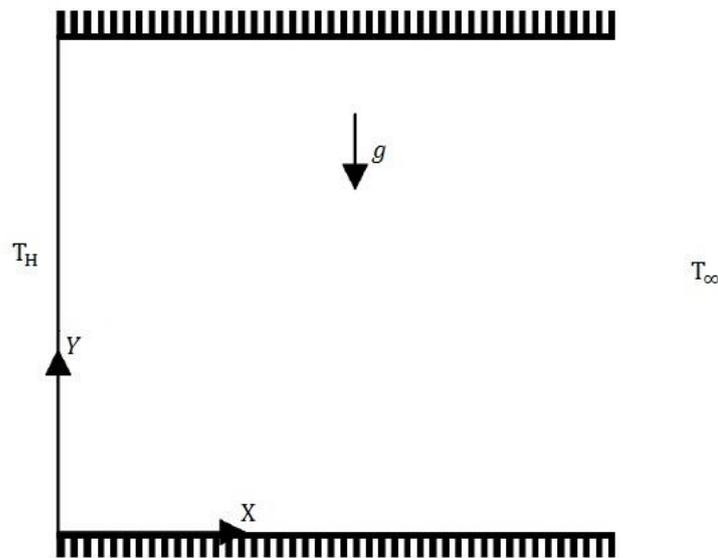


Figura 4.5. Domínio físico da cavidade aberta limpa para validação do modelo de radiação com fronteira aberta. Adaptado de Hinojosa *et al.* (2005a).

Como pode ser visto na Tabela 4.6, o desvio percentual máximo foi de apenas 7,38% e, na faixa de  $Ra$  de interesse deste trabalho ( $10^5 - 10^8$ ), o desvio máximo foi de 4,85%. Estes valores representam uma ótima concordância em termos de resultados numéricos. A Tabela 4.6 traz também dados obtidos por outros autores. Wang *et al.* (2011) usaram o algoritmo SIMPLE e Gonzalez *et al.* (2012) consideraram propriedades termo-dependentes.

Tabela 4.6. Cavidade aberta limpa: comparações com resultados da literatura.

$Ra$	Hinojosa <i>et al.</i> (2005a)		Wang <i>et al.</i> (2011)		Gonzalez <i>et al.</i> (2012)		Presente		DP (Hinojosa)	
	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$
$10^3$	1,19	1,73	1,30	1,75	-	-	1,22	1,60	2,17%	7,38%
$10^4$	2,98	3,72	3,06	4,03	3,05	3,34	3,10	3,73	4,07%	0,26%
$10^5$	6,40	8,02	6,52	8,11	6,36	7,34	6,71	8,29	4,85%	3,35%
$10^6$	12,43	17,29	12,57	17,40	12,32	15,82	13,03	18,01	4,80%	4,15%
$10^7$	25,01	37,25	-	-	-	-	24,49	38,76	2,08%	4,07%

#### 4.5.2 Validação do modelo de convecção natural e radiação em meio heterogêneo

O efeito de sombreamento é uma das questões importantes neste trabalho devido à presença dos blocos no interior da cavidade. Para validar o modelo de radiação em meio heterogêneo, a convecção natural e radiação foram resolvidas numericamente em uma cavidade fechada contendo um bloco sólido condutivo centralizado (Figura 4.6). Mezrhab *et al.* (2006) resolveram este caso considerando ar como fluido de trabalho, diferença de temperatura de 20 K, aproximação de Boussinesq válida e superfícies difusas e cinzas. A razão de condutividade térmica sólido-fluido é unitária.

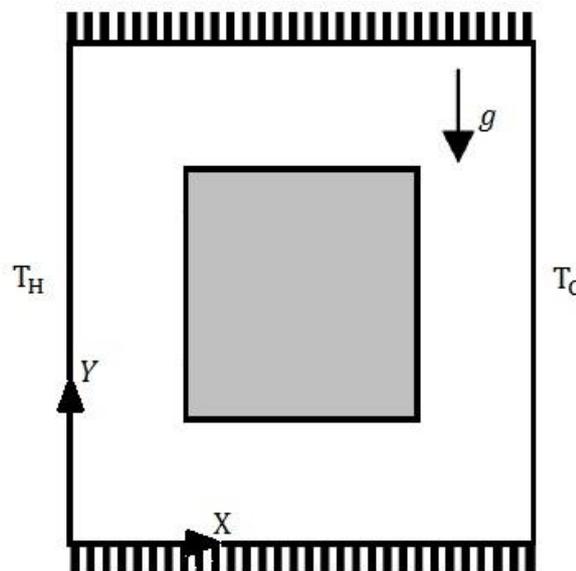


Figura 4.6. Domínio físico da cavidade fechada com um bloco para validação do modelo de radiação em meio heterogêneo. Adaptado de Mezrhab *et al.* (2006).

A Figura 4.7 apresenta as isotermas e linhas de corrente obtidas com o modelo desenvolvido no software *FLUENT* para  $\varepsilon = 0$  e  $\varepsilon = 1$ . O balanço de energia nas interfaces do bloco é semelhante ao aplicado por Mezrhab *et al.* (2006). Pode-se notar que em ambos os casos os campos de temperatura e velocidade são quase idênticos, o que valida o modelo proposto nos casos com blocos.

As isotermas da Figura 4.7(d) evidenciam a formação de uma camada limite térmica nas paredes verticais do bloco, devido ao aquecimento/resfriamento por radiação. Alguns autores relataram que a radiação tende a uniformizar a temperatura na cavidade, em relação à convecção natural pura. As linhas de corrente mostram o desaparecimento das regiões de recirculação nos cantos do bloco e a vazão volumétrica é aumentada, como pode ser visto pelos valores das funções corrente.

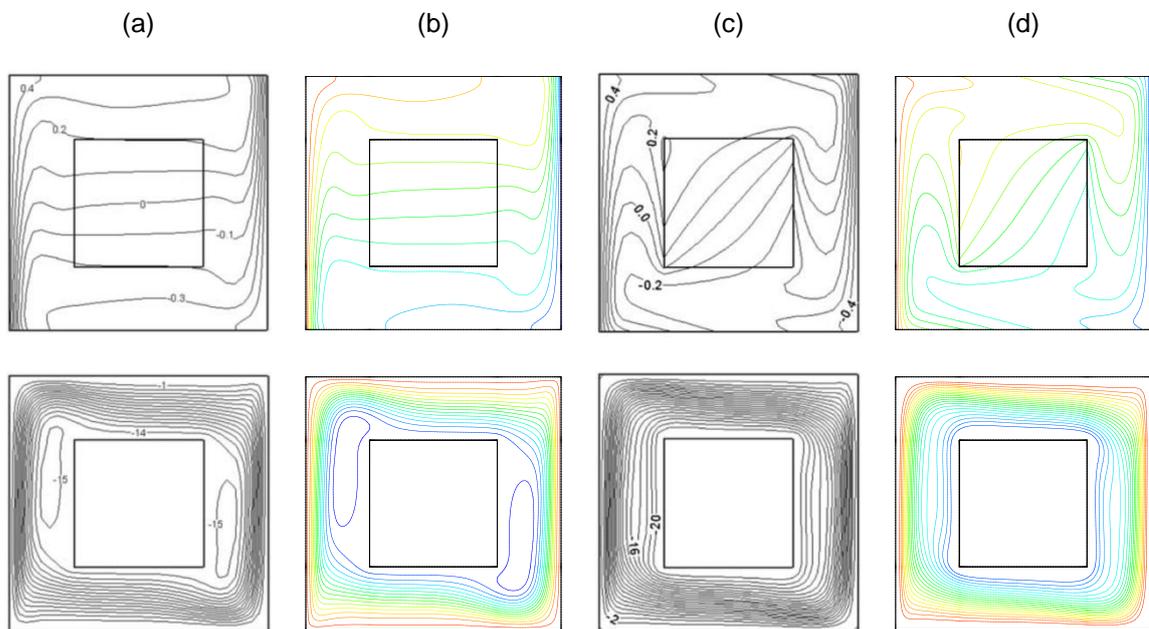


Figura 4.7. Isotermas e linhas de corrente para a cavidade fechada com um bloco condutivo  $Ra = 10^6$ ;  $D = 0.5$ ;  $\kappa = 1$ ). (a)  $\varepsilon = 0$ : Mezrhab et al., 2006. (b)  $\varepsilon = 0$ : Presente. (c)  $\varepsilon = 1$ : Mezrhab et al., 2006. (d)  $\varepsilon = 1$ : Presente.

#### 4.6 SÍNTESE DO CAPÍTULO 4

Neste capítulo a metodologia para a solução numérica do problema proposto foi apresentada e discutida. O domínio computacional e as condições de contorno foram introduzidos e os métodos de resolução, interpolação e discretização foram referenciados. O fluxograma da Figura 4.3 foi elaborado para proporcionar um entendimento mais claro da solução empregada pelo software FLUENT. O critério de convergência foi abordado, incluindo os testes de malha e validações realizados, antes das simulações propriamente ditas.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Tendo validado o modelo computacional com resultados prévios da literatura, as simulações foram então realizadas em uma investigação paramétrica da convecção natural e radiação em cavidade aberta com meio heterogêneo, ou seja, os parâmetros investigados, expostos na Tabela 5.1, foram simulados em todas as combinações possíveis entre si num total de 228 casos. Note que quando  $N = 0$ , *i.e.*, a cavidade é limpa, não é necessário especificar uma altura de bloco ( $D$ ). O fluido de trabalho, radiativamente não participativo, é o ar com propriedades constantes a 300 K, onde  $Pr = 0,71$ . A razão de aspecto da cavidade é unitária, assim como a razão de condutividade sólido-fluido. Todas as superfícies do domínio computacional são radiativas, opacas, cinzas e difusas.

Tabela 5.1. Relação dos parâmetros investigados neste trabalho.

Número de Rayleigh ( $Ra$ )	$10^5; 10^6; 10^7; 10^8$
Emissividade ( $\varepsilon$ )	0; 0,5; 1
Altura adimensional do bloco ( $D$ )	0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9
Número de blocos ( $N$ )	0; 1; 4

Quando as trocas radiativas são consideradas, a variável responsável por quantificar a taxa de transferência de calor por radiação ( $Nu_r$ ) estará condicionada ao número de radiação ( $N_r$ ) na Equação 3.53. Para um determinado número de Rayleigh, uma dimensão característica  $H$  pode ser calculada (ver Equação 3.21), assumindo que o fluido é o mesmo e o valor da aceleração da gravidade permaneça constante, o que é fisicamente pertinente. Logo, isolando  $H$  da Equação 3.21 e substituindo na Equação 3.48, tem-se que  $N_r$  é dependente de  $Ra$  através da seguinte relação:

$$N_r = \frac{\sigma T_H^4}{k_f(T_H - T_\infty)} \left( \frac{\nu \alpha_f}{g \beta_f (T_H - T_\infty)} \right)^{1/3} Ra^{1/3} \quad (5.1)$$

A Equação 5.1 implica que, além de  $\varepsilon$ , o número de Rayleigh também é um parâmetro impactante na radiação no caso proposto neste trabalho (o mesmo não aconteceria se a geometria permanecesse constante e a variação em  $Ra$  fosse dada por  $g$  apenas). Os valores de  $N_r$  são: 28,298 ( $Ra = 10^5$ ), 60,965 ( $Ra = 10^6$ ), 131,346 ( $Ra = 10^7$ ) e 282,976 ( $Ra = 10^8$ ).

As Figuras 5.1 a 5.4 apresentam graficamente  $\overline{Nu}_t$  para todos os casos simulados. Os gráficos foram separados para cada valor de  $Ra$ , pois, como é possível observar, o número de Rayleigh dobra a escala dos gráficos quando é elevado por um fator de 10, o que não é nenhuma surpresa, já que a maioria das correlações para  $\overline{Nu}_c$  presentes na literatura usam um expoente entre 0,25 a 0,3 em  $Ra$ . Tem-se portanto que, pelo menos em termos quantitativos,  $Ra$  é a variável que mais afeta os resultados na faixa paramétrica investigada.

Os gráficos citados acima mostram que a presença da radiação aumenta consideravelmente  $\overline{Nu}_t$ , quase dobrando os valores em comparação aos casos sem radiação. O efeito da emissividade aparenta ser o mesmo em toda a faixa de  $Ra$  analisada. As curvas sem símbolos indicam que na cavidade limpa, os valores de  $\varepsilon = 0,5$  estão próximos a uma média entre  $\varepsilon = 0$  e  $\varepsilon = 1$ . Quando os blocos estão presentes, tanto em  $N = 1$  quanto  $N = 4$ , esta tendência também se confirma para uma extensa faixa de  $D$ . Conforme  $D$  se aproxima da unidade,  $\overline{Nu}_t$  tende também a 1 (ver Figura 5.1). Observa-se pela definição do número de Nusselt total que o caso  $D = 1$  equivaleria ao espaço da cavidade totalmente sólido, e a transferência de calor se daria somente pela condução neste sólido, o que ocasionaria  $\overline{Nu}_t$  igual a razão de condutividade térmica sólido-fluido,  $\kappa$ , que tem valor unitário. Esta tendência acontece para todos os  $Ra$ , mas só é bem observada em  $Ra = 10^5$  e  $Ra = 10^6$ . Em ambos os casos é possível observar um ponto de inflexão em  $D = 0,7$  ( $Ra = 10^5$ ,  $N = 4$ ),  $D = 0,8$  ( $Ra = 10^5$ ,  $N = 1$ ) e  $D = 0,8$  ( $Ra = 10^6$ ,  $N = 4$ ).

De modo geral se percebe que  $\overline{Nu}_t$  cai com o aumento de  $D$ , exceto para os casos de convecção natural pura onde  $\overline{Nu}_t$  cresce até um ponto de máximo, correspondente à um valor ótimo de  $D$  ( $D_{opt}$ ), acima do qual cai rapidamente. A queda de  $\overline{Nu}_t$  com  $D$  nos casos que consideram radiação claramente apresenta duas fases: queda linear e queda exponencial. A queda linear tem início em  $D = 0,1$  e a queda exponencial tem início após o alcance do valor ótimo de  $D$  em  $\varepsilon = 0$ .

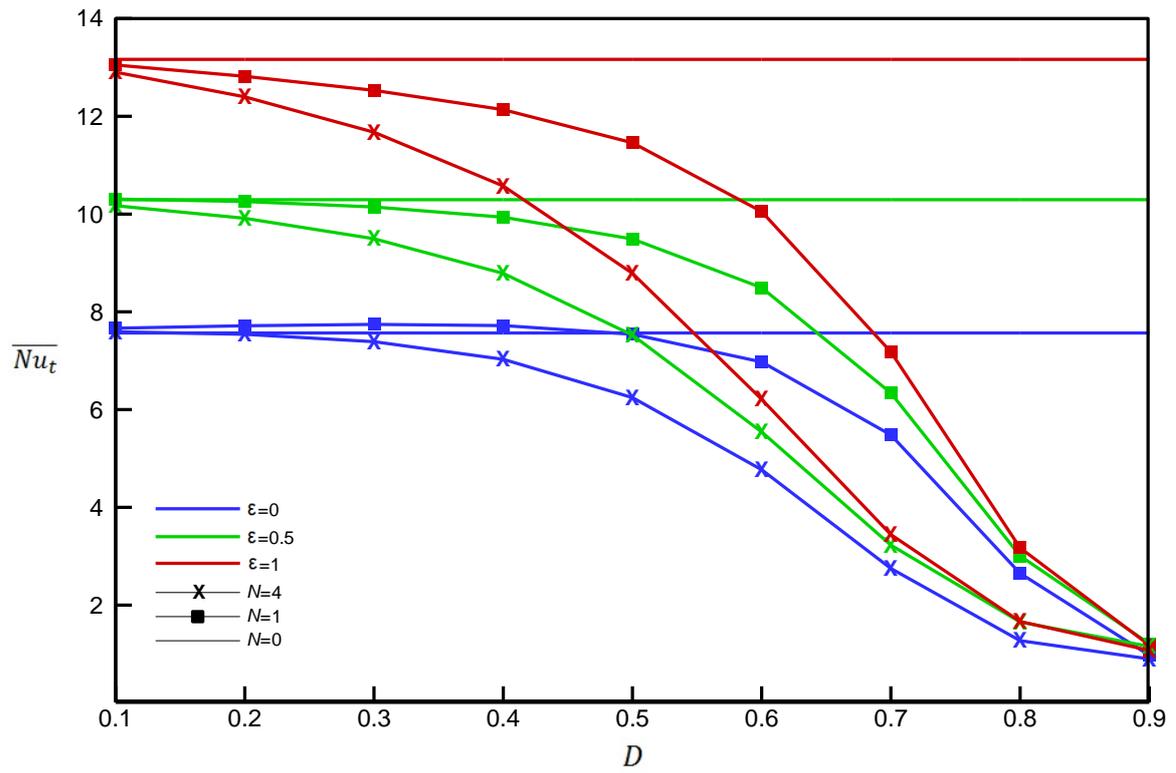


Figura 5.1. Número de Nusselt total para  $Ra = 10^5$ .

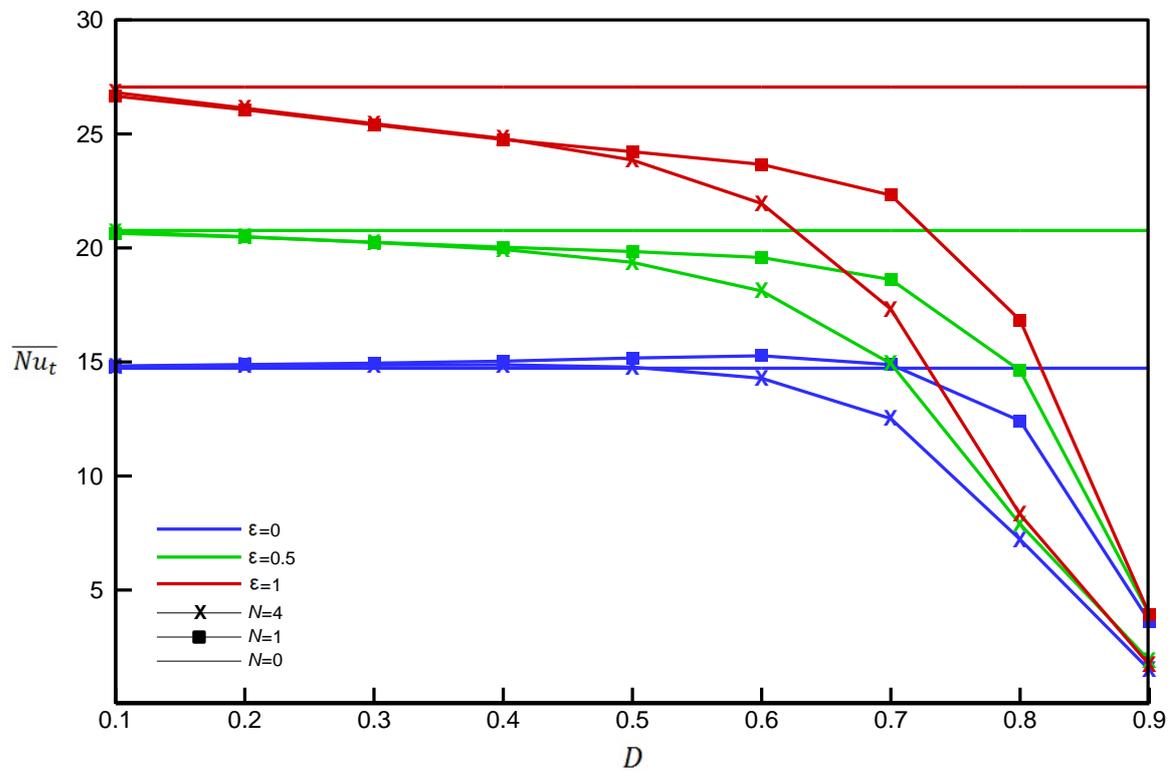


Figura 5.2. Número de Nusselt total para  $Ra = 10^6$ .

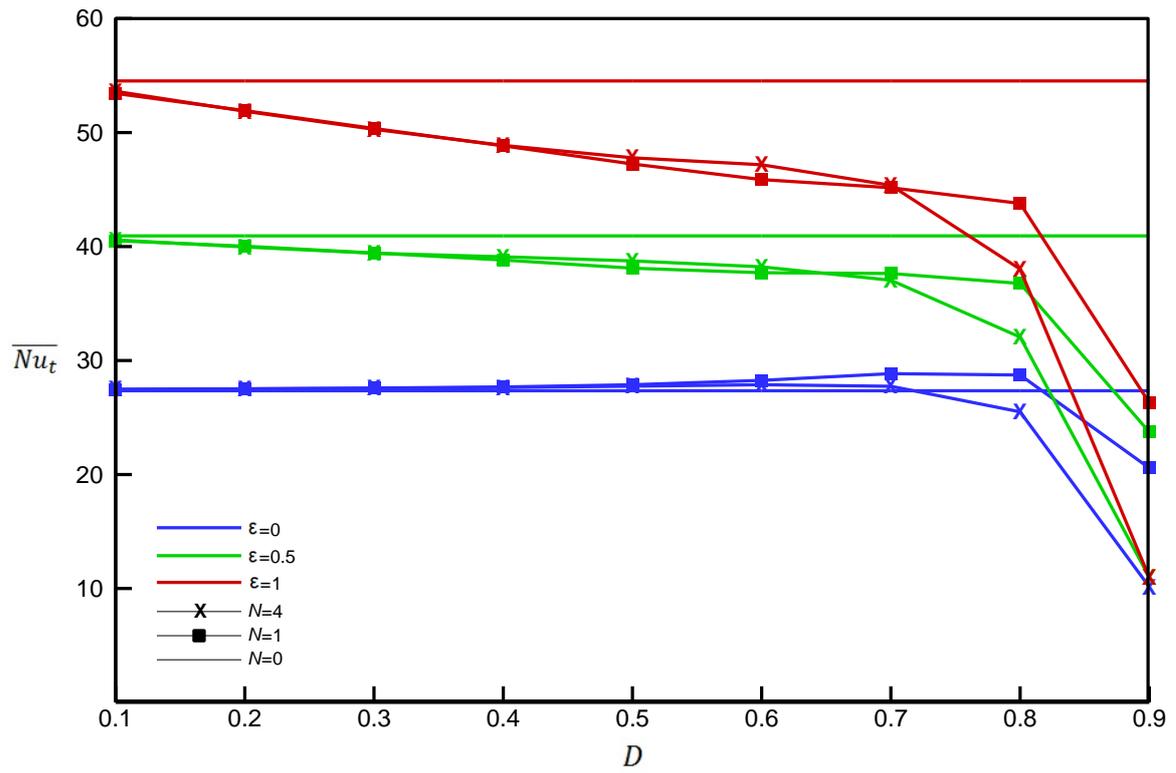


Figura 5.3. Número de Nusselt total para  $Ra = 10^7$ .

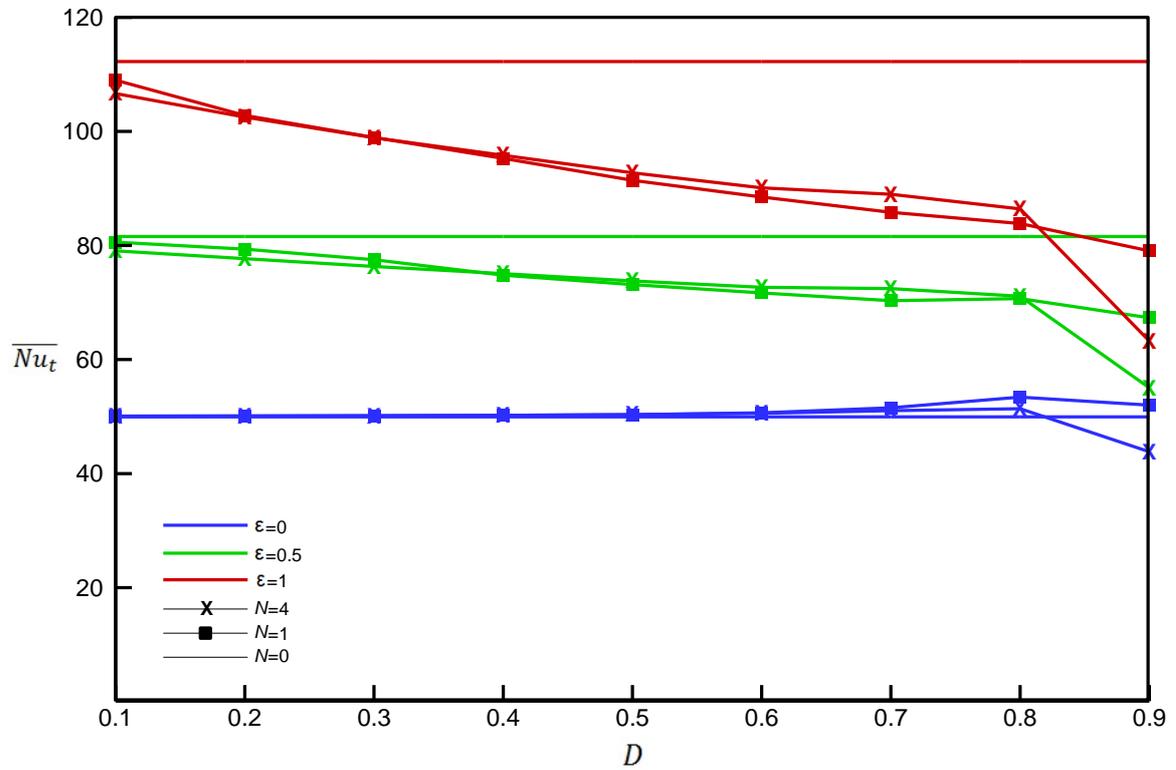


Figura 5.4. Número de Nusselt total para  $Ra = 10^8$ .

## 5.1 CONVECÇÃO NATURAL PURA

Discutir primeiramente a convecção natural pura auxilia em uma melhor compreensão dos resultados obtidos com a consideração da radiação. Além disso, foi visto no Capítulo 2 que a solução numérica da convecção natural em uma cavidade aberta contendo um ou quatro blocos também é um estudo inédito na literatura. As curvas de  $\varepsilon = 0$  nas Figuras 5.1 a 5.4 mostram um comportamento similar para todos os  $Ra$  conforme  $D$  aumenta: superação do valor de  $\overline{Nu}_t$  da cavidade limpa, até um ponto de máximo em  $D = D_{opt}$ , seguido de uma queda brusca e a tendência  $\overline{Nu}_t \rightarrow 1$  quando  $D \rightarrow 1$ . Conforme se aumenta o número de Rayleigh tem-se um deslocamento em  $D_{opt}$  para valores maiores, além de um aumento nos valores absolutos das taxas de transferência de calor. Os aumentos percentuais nos números de Nusselt em relação aos valores da cavidade limpa são encontrados na Tabela 5.2. Nota-se uma crescente contribuição causada pelo bloco conforme aumenta-se  $Ra$ . Também é evidente que, para um mesmo  $Ra$ , o ganho em  $\overline{Nu}_t$  obtido com  $N = 1$  é sempre maior do que com  $N = 4$ .

Tabela 5.2. Ganho percentual em  $\overline{Nu}_t$  com  $D = D_{opt}$  em relação à cavidade limpa para a convecção natural pura.

$Ra$	$\overline{Nu}_t$	$\overline{Nu}_t(D_{opt})$		Ganho em $\overline{Nu}_t$	
	$N = 0$	$N = 1$	$N = 4$	$N = 1$	$N = 4$
$10^5$	7,568	7,744	7,593	2,33%	0,33%
$10^6$	14,725	15,272	14,873	3,71%	1,01%
$10^7$	27,351	28,846	27,879	5,47%	1,93%
$10^8$	49,945	53,410	51,385	6,94%	2,88%

Na Figura 5.5 encontram-se isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^5$ . Em todas as representações de isotermas e linhas de corrente neste capítulo,  $\Delta\theta$  e  $\Delta\Psi$  são constantes e somente a região da cavidade é mostrada. Percebe-se através da Figura 5.5.(a) que o fluido entra na cavidade vindo de várias direções e a maior parte desta vazão contorna o bloco, retirando calor por convecção da parede aquecida. As

linhas de corrente na faixa  $18 \leq \Psi \leq 22$  entram na cavidade mas não chegam até a parede aquecida. As isothermas encontram-se alinhadas na vertical próximo a região inferior da parede quente, e alinhadas na horizontal, logo abaixo da parede adiabática superior. Isto indica que a advecção tem influência superior do que a difusão no caso de  $D = 0,3$ . Quando  $D = 0,5$  a verificação dos valores das linhas de corrente na Figura 5.5.(b) mostra que a vazão de entrada no canal ( $\dot{m}$ ) diminui. Além disso, as isothermas iniciam sua curva em um ponto vertical inferior, o que faz com que os gradientes horizontais de temperatura diminuam e  $\overline{Nu}_c$  diminua (ver Equações 3.50 e 3.51). Conforme  $D$  aumenta, mais isothermas são deslocadas para o interior do bloco, como é visto na Figura 5.5.(c).

Na Figura 5.5.(d) se pode observar o caso  $D = 0,8$ . Apesar de pequenas semelhanças com o caso  $D = 0,7$ , tem-se agora uma situação peculiar. As isothermas não se prolongam na vertical acompanhando a parede aquecida como em  $D = 0,7$ . Ao contrário, elas entram no bloco na diagonal e nem ao menos é possível identificar a formação de uma camada limite térmica. Adicionalmente,  $\dot{m}$  e  $\dot{M}$  caem pela metade em relação a  $D = 0,7$ . Este fenômeno, chamado *interferência de camada limite*, diminui drasticamente  $\overline{Nu}_c$  e foi primeiramente identificado por House *et al.* (1990) e posteriormente explicado por Merrikh e Lage (2005b). Em  $D = 0,9$  as isothermas se encontram quase totalmente na vertical, como se todo o conjunto “bloco + canal” fosse um sólido. Uma situação inusitada é observada aqui. A advecção é quase nula neste caso, mas a pequena vazão  $\dot{m} = 0,387$  é responsável por distorcer as isothermas, diminuindo o gradiente de temperatura na parte superior da cavidade, o que gera um número de Nusselt igual a 0,973, menor do que o valor teórico previsto para  $D = 1$ .

As isothermas e linhas de corrente para  $N = 4$  na Figura 5.6 mostram um comportamento similar com relação ao aumento da altura do bloco. Na Figura 5.6.(a) observa-se que as isothermas têm um mesmo padrão que na Figura 5.5.(a). Com relação ao escoamento do ar na cavidade, a vazão no canal inferior é próxima a vazão no canal intermediário, como pode ser visto pelos valores de  $\Psi$ . A interferência de camada limite acontece em  $D = 0,7$ , conforme observa-se na Figura 5.6.(b). Analisando a Figura 5.1 pode-se inferir que os pontos de inflexão em  $D = 0,8$  ( $N = 1$ ) e  $D = 0,7$  ( $N = 4$ ) correspondem ao fenômeno de interferência de camada limite.

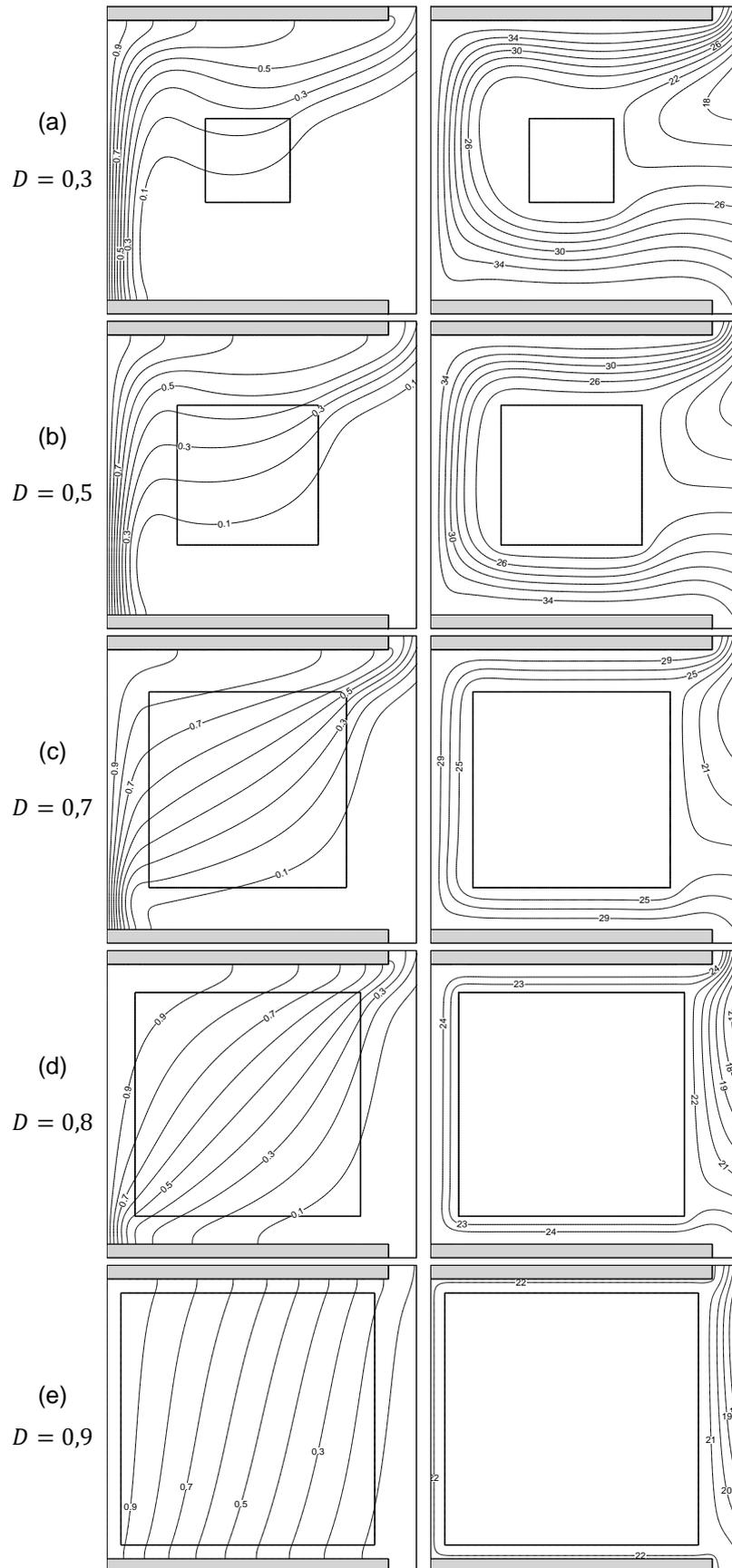


Figura 5.5. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural pura com  $Ra = 10^5$  e  $N = 1$ . (a)  $D = 0,3$ . (b)  $D = 0,5$ . (c)  $D = 0,7$ . (d)  $D = 0,8$ . (e)  $D = 0,9$ .

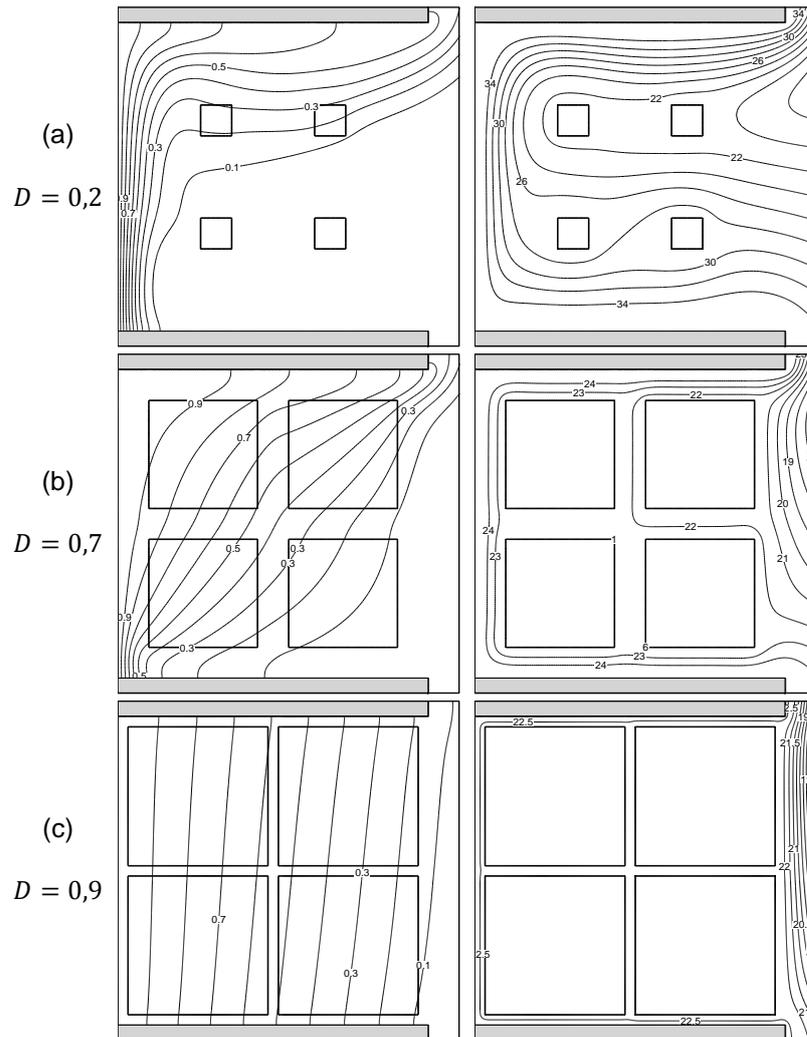


Figura 5.6. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural pura com  $Ra = 10^5$  e  $N = 4$ . (a)  $D = 0,2$ . (b)  $D = 0,7$ . (c)  $D = 0,9$ .

Pode-se prever analiticamente a altura do bloco com o qual a interferência de camada limite acontece. Merrikh and Lage (2005b) usaram a análise de escala de Bejan (1995), segundo a qual em um canal vertical com duas paredes isotérmicas, a camada limite térmica está confinada em toda a largura do canal quando  $(PrRa)^{-1/4} = S^*$ , para um fluido com  $Pr < 1$ , onde  $S^*$  é a distância adimensional entre as duas paredes. A escala  $S^*/2$  é mais apropriada quando somente uma das paredes é aquecida. É de se esperar portanto que o bloco atinja a camada limite de temperatura quando  $S^* > S$ , onde  $S$  é a distância adimensional da parede aquecida até a superfície do bloco adjacente, dada por  $(1 - D)/2$  para  $N = 1$ , e  $(1 - D)/3$  para  $N = 4$ , lembrando que no caso de quatro blocos, cada bloco tem dimensão  $D/2$ . A Figura 5.7 ilustra  $S$  na cavidade com  $N = 4$ .

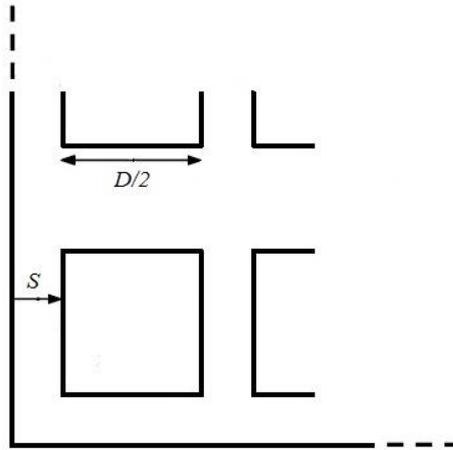


Figura 5.7. Representação esquemática da distância adimensional entre a parede aquecida e o bloco ( $S$ ) na cavidade com quatro blocos. Adaptado de De Lai (2009).

Substituindo as expressões para  $S$  na desigualdade  $S^* > S$ , obtêm-se as seguintes equações para a determinação da altura mínima do bloco para a ocorrência da interferência de camada limite:

$$D_{N=1} > 1 - 4(PrRa)^{-1/4} \quad (5.2)$$

$$D_{N=4} > 1 - 6(PrRa)^{-1/4} \quad (5.3)$$

A Tabela 5.3 apresenta um comparativo entre os valores mínimos de  $D$  previstos pelas Equações 5.2 e 5.3, e as alturas características adimensionais identificadas através da observação das isotermas das Figuras 5.5 a 5.10 onde ocorreu o fenômeno citado. A concordância da previsão analítica com os resultados numéricos é excelente, pois as alturas de bloco observadas foram sempre equivalentes ao parâmetro simulado  $D$  imediatamente acima do valor calculado através da análise de escala.

As isotermas e linhas de corrente da Figura 5.8 para  $Ra = 10^6$  apresentam um comportamento semelhante ao visto em  $Ra = 10^5$ , com a exceção de uma camada limite térmica mais delgada e a entrada de fluido pelo canal superior em  $D = 0,3$  (ver Figura 5.8.(a)). Na passagem do bloco de  $D = 0,3$  para  $D = 0,6$  nota-se que a invasão do fluido pelo canal superior foi eliminada, sendo que  $\dot{m}$  caiu apenas em 8% enquanto que a área transversal por unidade de profundidade no canal inferior caiu 42%, indicando um aumento significativo na velocidade média do fluido que atinge a parede aquecida (os valores numéricos encontram-se no Apêndice A).

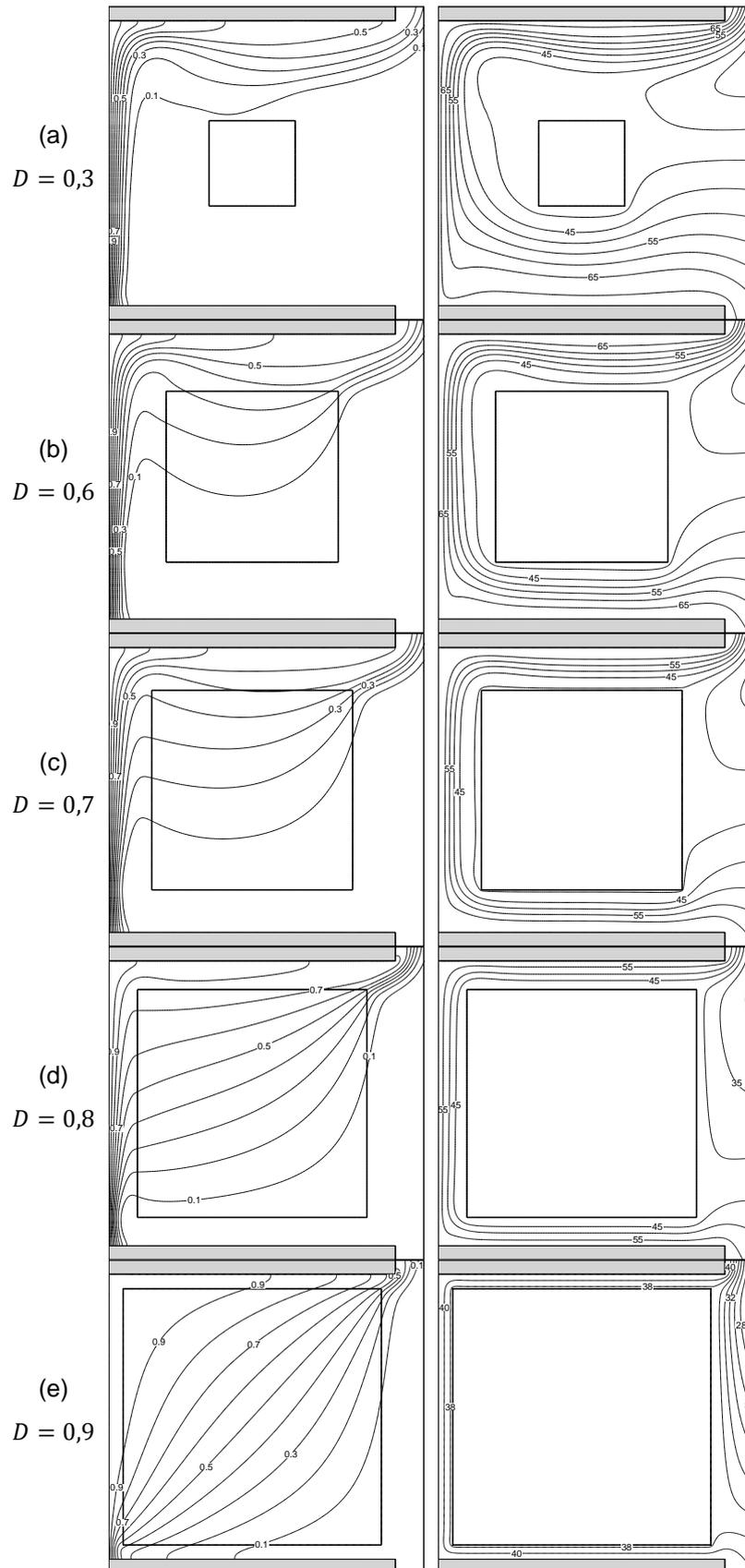


Figura 5.8. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural pura com  $Ra = 10^6$  e  $N = 1$ . (a)  $D = 0,3$ . (b)  $D = 0,6$ . (c)  $D = 0,7$ . (d)  $D = 0,8$ . (e)  $D = 0,9$ .

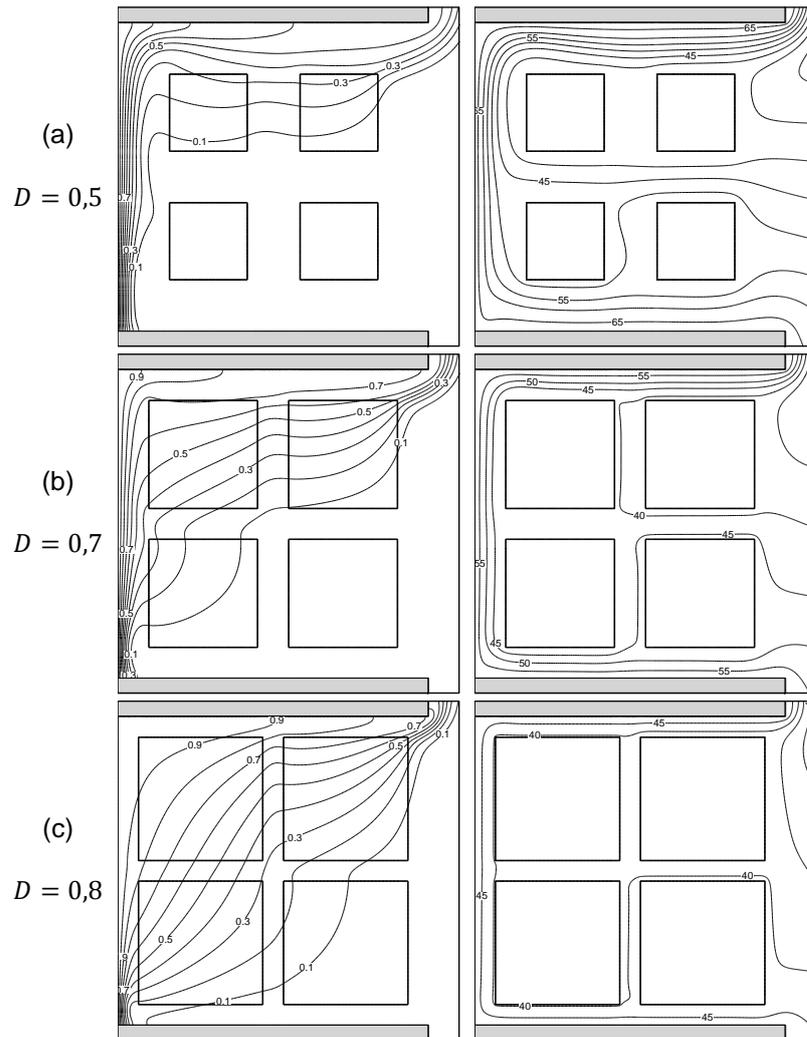


Figura 5.9. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural pura com  $Ra = 10^6$  e  $N = 4$ . (a)  $D = 0,5$ . (b)  $D = 0,7$ . (c)  $D = 0,8$ .

Tabela 5.3. Comparação entre a altura do bloco ( $D$ ) prevista analiticamente e a observada pelos resultados numéricos, onde a interferência de camada limite ocorre.

$Ra$	$N = 1$		$N = 4$	
	Valor Observado	Valor Mínimo Estimado	Valor Observado	Valor Mínimo Estimado
$10^5$	0,8	0,75	0,7	0,63
$10^6$	0,9	0,86	0,8	0,79
$10^7$	<i>não observado</i>	0,92	0,9	0,88
$10^8$	<i>não observado</i>	0,96	<i>não observado</i>	0,93

As Figuras 5.8 e 5.9 confirmam a ocorrência da interferência de camada limite em  $D = 0,9$  ( $N = 1$ ) e  $D = 0,8$  ( $N = 4$ ). A transição é mais clara do que em  $Ra = 10^5$ : nos  $D$  inferiores aos da ocorrência do fenômeno, as isotermas sobem verticalmente antes de entrar no(s) bloco(s) (alguma delas nem chegam a entrar no bloco). Em ambas as figuras nota-se também que o aumento de  $D$  faz com que mais isotermas entrem no(s) bloco(s).

O caso  $Ra = 10^7$  apresenta as mesmas tendências já discutidas. A Figura 5.10.(a) mostra que com  $D = 0,5$  as isotermas mal “percebem” a presença do bloco. O escoamento entretanto percebe, e a maior intensidade de empuxo causada pelo aumento em  $Ra$  faz com que a invasão do fluido pelo canal superior seja mais significativa. O fluido que adentra pelo canal inferior contorna o bloco e se dirige ao canto superior esquerdo da cavidade, formando uma zona de recirculação atrás do bloco. O aumento da altura do bloco faz com que a invasão no canal superior desapareça e  $\dot{m}$  é continuamente diminuído, conforme indicado pelos valores das linhas de corrente, o que caracteriza um *estrangulamento* do escoamento no canal inferior. O processo é o mesmo para  $N = 4$ , como se pode ver nas Figuras 5.10 (d) e (e), com a diferença que o fluido possui uma opção de entrada pelo canal intermediário e o estrangulamento neste canal é maior do que no canal inferior. Em  $D = 0,9$  e  $N = 4$ , observa-se que as isotermas não prevalecem na direção vertical, e a interferência de camada limite é caracterizada.

Obviamente a intensidade de empuxo mais elevada, avaliada pelo número de Rayleigh, diminui a espessura da camada limite térmica e faz com que o bloco seja cada vez menos impactante na distribuição das isotermas. Comparando o caso  $D = 0,8$  para os diferentes  $Ra$  investigados tem-se desde uma quase supressão da transferência de calor e do escoamento na cavidade em  $Ra = 10^5$ , até um campo de temperatura praticamente inalterado em  $Ra = 10^8$  (ver Figura 5.11.(b)). Isto porém não indica que a influência do(s) bloco(s) seja menor quanto maior  $Ra$ , pois da Tabela 5.2, o ganho em  $\overline{Nu}_c$  aumenta com o número de Rayleigh.

O valor das linhas de corrente das Figuras 5.11 (d) e (e) confirmam o que foi dito anteriormente sobre o maior estrangulamento do escoamento no canal intermediário. Também é interessante notar na Figura 5.11 o aumento do número de isotermas que entram no bloco com o aumento da altura do bloco.

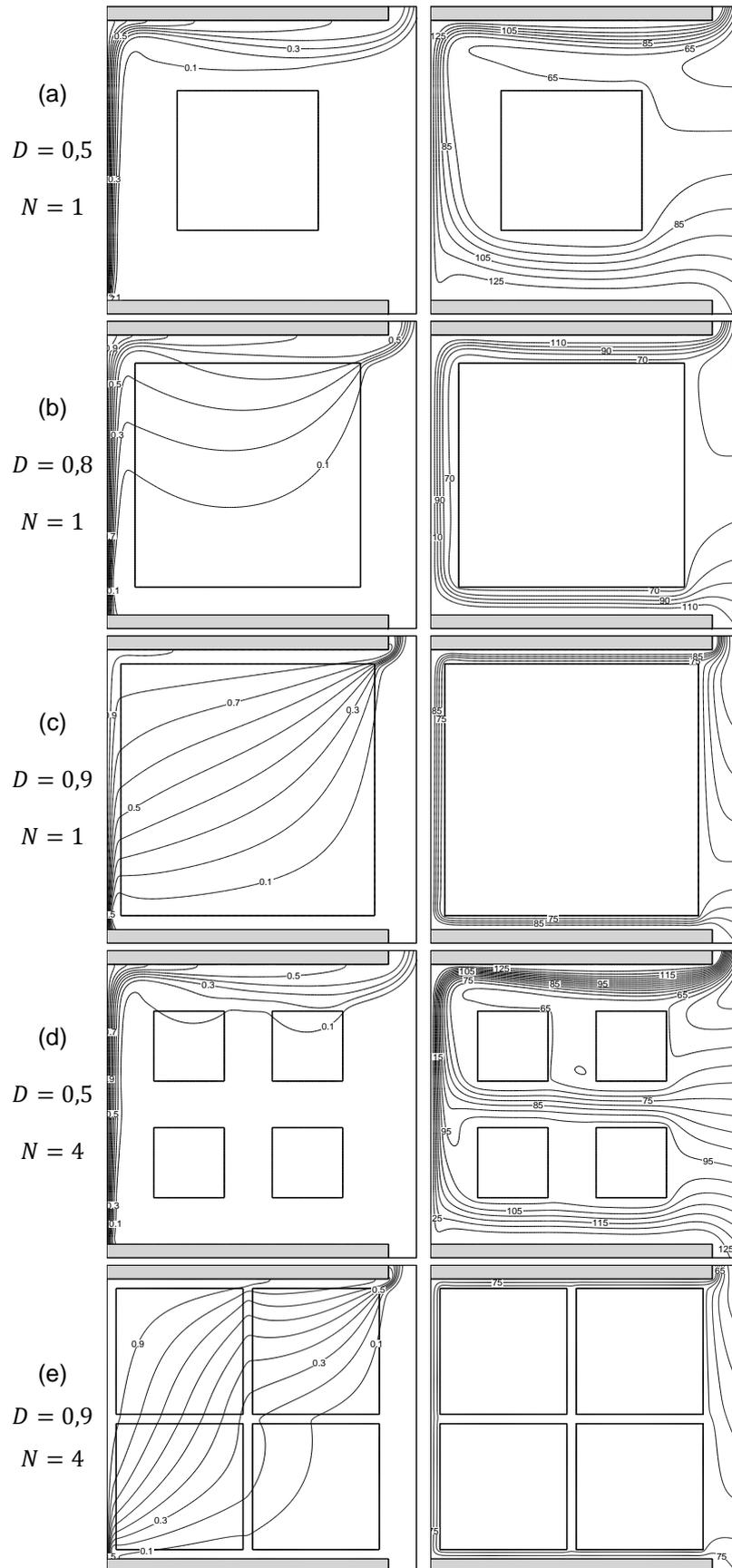


Figura 5.10. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural pura com  $Ra = 10^7$ . (a)  $D = 0,5$ ;  $N = 1$ . (b)  $D = 0,8$ ;  $N = 1$ . (c)  $D = 0,9$ ;  $N = 1$ . (d)  $D = 0,5$ ;  $N = 4$ . (e)  $D = 0,9$ ;  $N = 4$ .

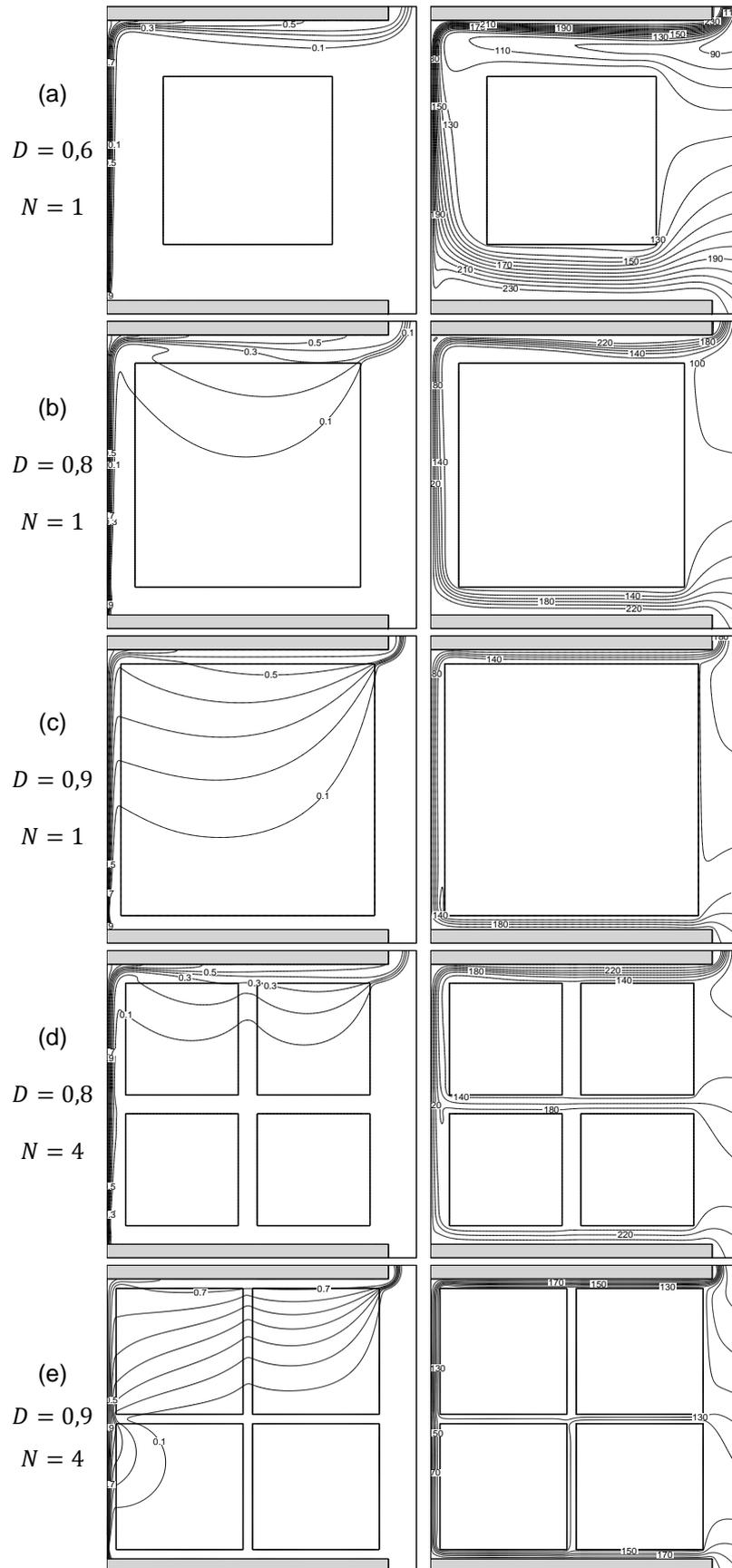


Figura 5.11. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural pura com  $Ra = 10^8$ . (a)  $D = 0,6$ ;  $N = 1$ . (b)  $D = 0,8$ ;  $N = 1$ . (c)  $D = 0,9$ ;  $N = 1$ . (d)  $D = 0,8$ ;  $N = 4$ . (e)  $D = 0,9$ ;  $N = 4$ .

Recorrendo às Figuras 5.1 a 5.4 percebe-se que o início da queda exponencial nas curvas de  $\overline{Nu}_t$  nos casos  $\varepsilon = 0$  tem início logo após o alcance de  $D_{opt}$  e, portanto, o conhecimento do ponto onde a interferência de camada limite ocorre não ajuda a prever onde as taxas de transferência de calor por convecção irão começar a cair bruscamente. Entretanto, uma expressão para  $D_{opt}$  pode ser importante para aspectos de projeto de engenharia.

Os mecanismos do aumento do número de Nusselt até  $D_{opt}$ , seguido de sua queda brusca com maiores valores de  $D$ , podem ser melhor compreendidos com a interpretação dos gráficos de  $Nu_c$ . As Figuras 5.12 e 5.13 apresentam os perfis do número de Nusselt local para diferentes números de Rayleigh, altura do bloco e número de blocos. Pode-se notar que o aumento em  $D$  faz com que um pico seja formado na região inferior da parede aquecida, responsável pelo aumento já discutido em  $\overline{Nu}_c$ . O consequente aumento em  $D$  gera um pico ainda maior, mas sua contribuição em  $\overline{Nu}_c$  é descompensada pela diminuição nos valores locais na parte superior da parede. Um maior  $D$  atrai mais isoterma para dentro do bloco, diminuindo os gradientes horizontais de temperatura na região intermediária e superior da parede quente.

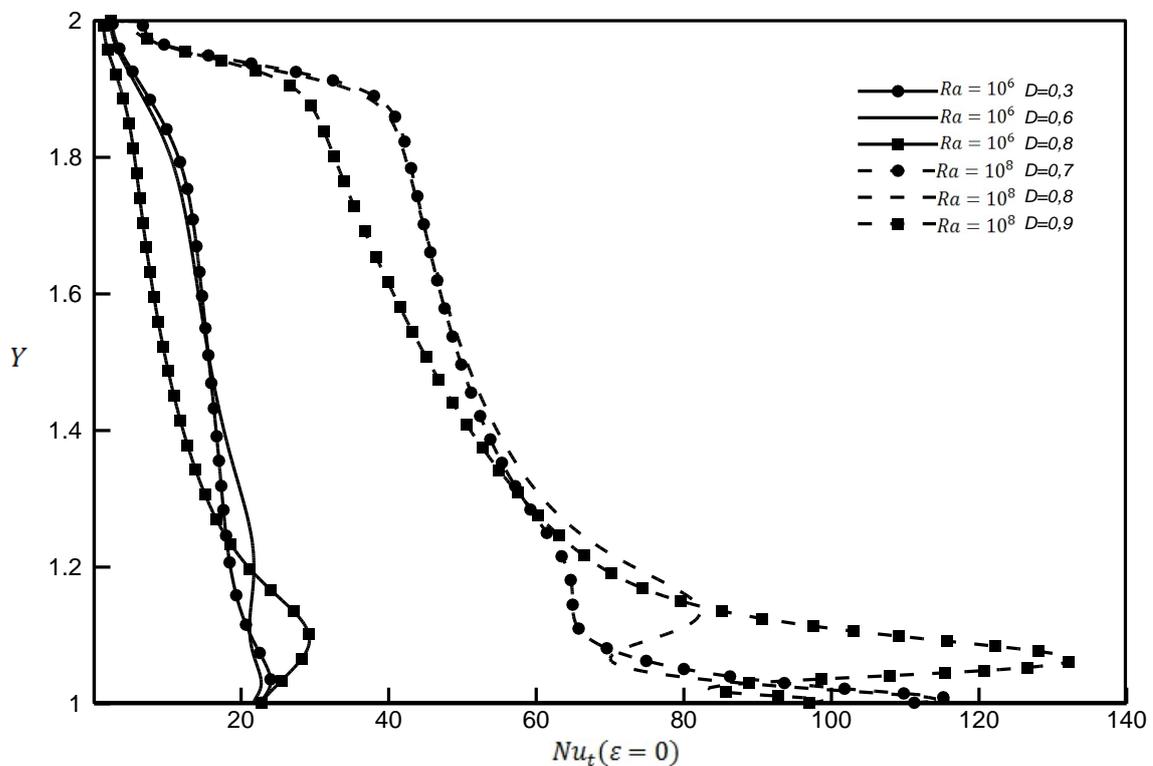


Figura 5.12. Número de Nusselt local na parede aquecida para  $Ra = 10^6$  e  $Ra = 10^8$  ( $N = 1$ ).

A elevação da velocidade média do escoamento no canal inferior, efeito responsável pelo pico observado em  $Nu_c$ , é exibida na Figura 5.14. Percebe-se que enquanto a vazão que entra na cavidade ( $\dot{M}$ ) permanece quase constante em uma ampla faixa de  $D$ , a vazão que entra no canal inferior ( $\dot{m}$ ) eleva-se até um ponto de máximo, o qual é seguido do estrangulamento que derruba bruscamente sua curva, juntamente com  $\dot{M}$ . A curva da velocidade média ( $\bar{V}$ ) tem um crescimento mais acentuado do que a curva das vazões, e continua a subir mesmo após o início da queda das vazões, *i.e.*, início do estrangulamento. Também observa-se um ponto de máximo para  $\bar{V}$ , seguido de uma queda brusca. Não é possível associar o ponto de máximo  $\overline{Nu_c}$  com nenhum dos máximos de  $\dot{M}$ ,  $\dot{m}$  ou  $\bar{V}$ . Em geral, o ponto de máximo  $\overline{Nu_c}$  situa-se antes do máximo  $\bar{V}$ , indicando que o efeito da atração das isothermas pelo bloco passa a ter bastante influência quando  $D$  é grande o suficiente para causar estrangulamento, e o ganho em  $\overline{Nu_c}$  proporcionado pelo jato de fluido no canal passa a não ser mais capaz de manter a taxa de transferência de calor convectiva em ascensão.

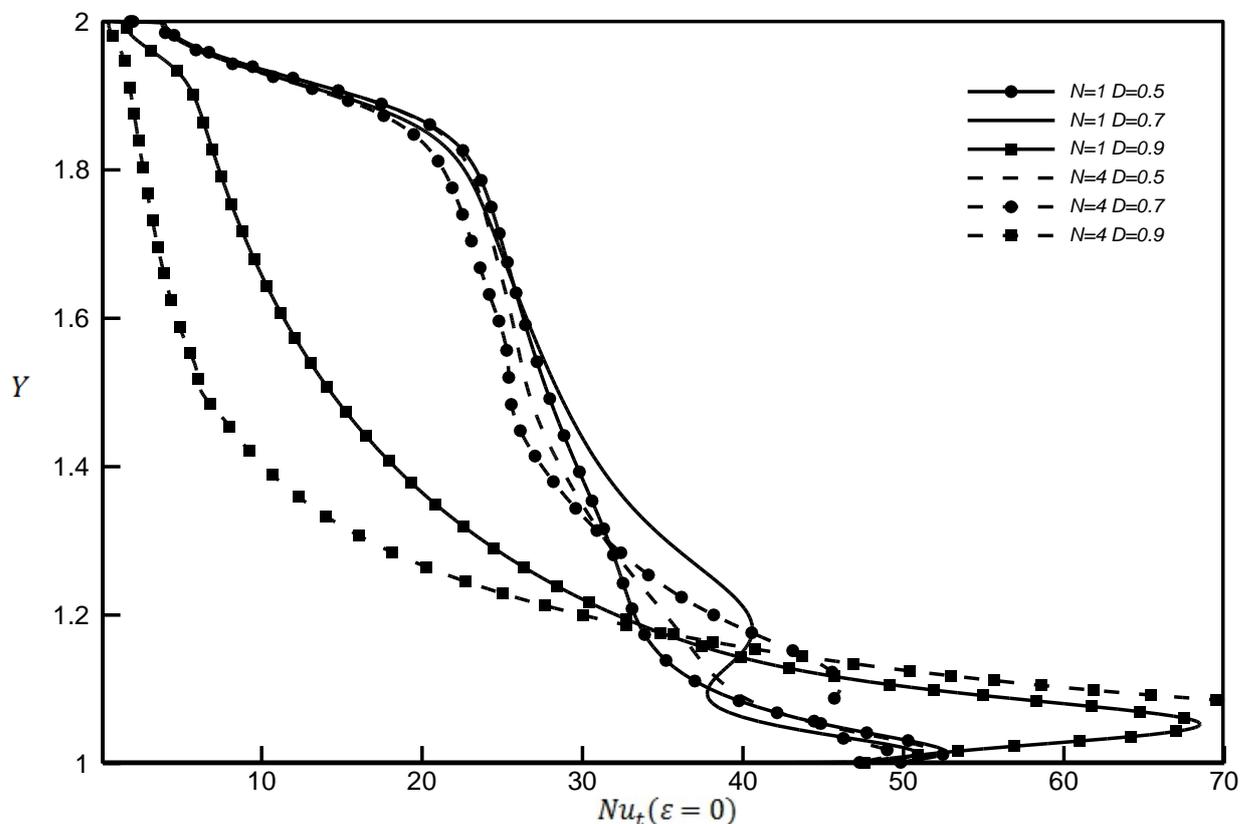


Figura 5.13. Número de Nusselt local na parede aquecida para  $N = 1$  e  $N = 4$  ( $Ra = 10^7$ ).

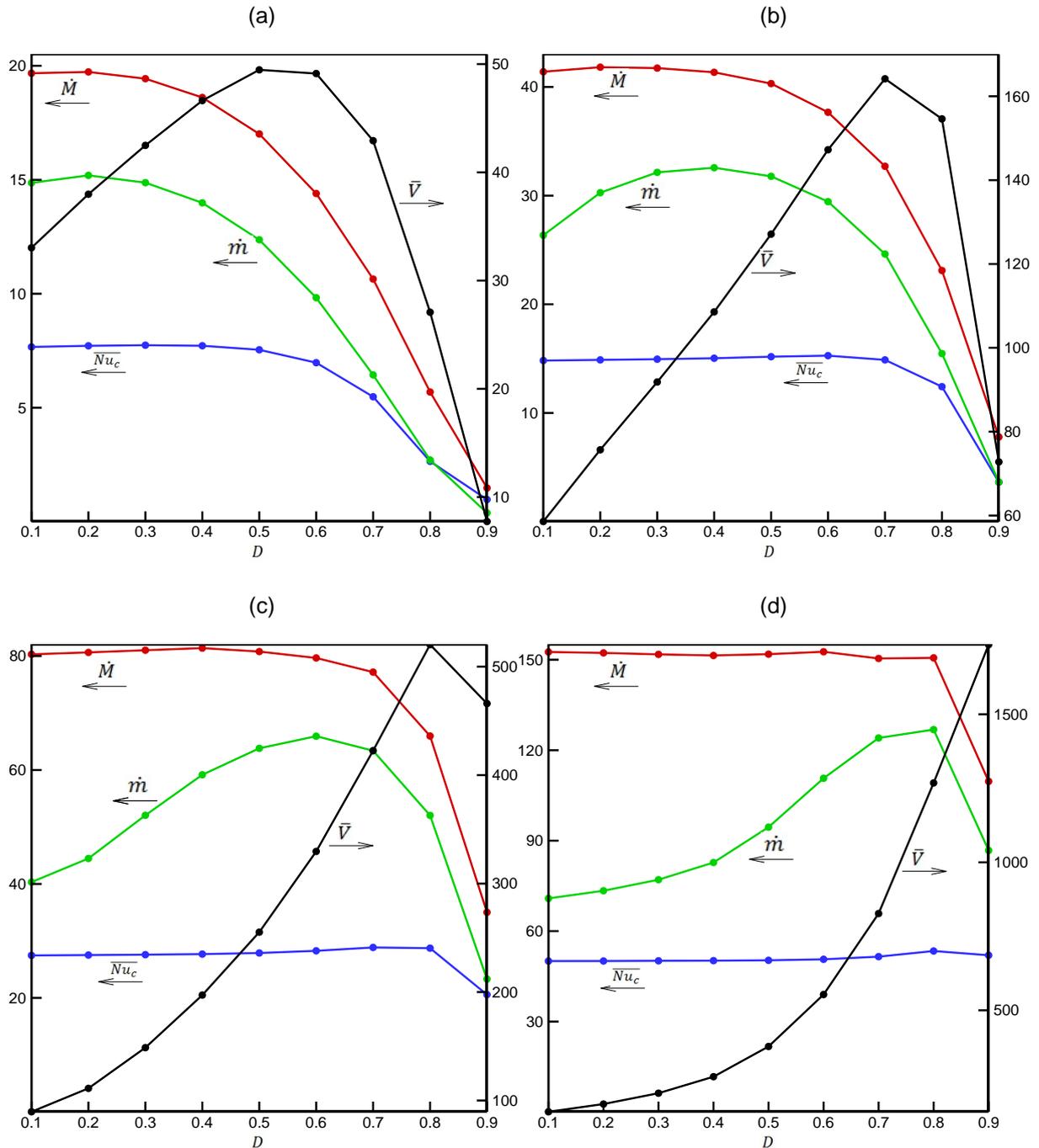


Figura 5.14. Curva de vazões e velocidade média no canal inferior em função da altura do bloco ( $N = 1$ ). (a)  $Ra = 10^5$ . (b)  $Ra = 10^6$ . (c)  $Ra = 10^7$ . (d)  $Ra = 10^8$ .

A altura característica ótima do bloco ( $D_{opt}$ ) pode ser encontrada para ambos os casos  $N = 1$  e  $N = 4$  através da observação dos resultados numéricos obtidos para os quatro números de Rayleigh simulados. Porém, é interessante fornecer uma expressão para o cálculo deste valor em toda a faixa de  $Ra$  investigada. O método dos *mínimos quadrados*, inicialmente descrito por Gauss em 1795, foi usado para

obter uma expressão que se ajustasse adequadamente em  $D_{opt}$ . A Equação 5.4 fornece um coeficiente de determinação  $r^2 = 0,9829$  e a Equação 5.5 apresenta  $r^2 = 0,9905$ , o que indica um ótimo ajuste das correlações com os resultados numéricos.

$$D_{opt}(N = 1) = 1 - e^{-0,439 \log(Ra) + 1,828} \quad (10^5 \leq Ra \leq 10^8) \quad (5.4)$$

$$D_{opt}(N = 4) = 1 - e^{-0,445 \log(Ra) + 2,129} \quad (10^5 \leq Ra \leq 10^8) \quad (5.5)$$

A Figura 5.15 apresenta uma verificação gráfica do ajuste das correlações das Equações 5.4 e 5.5. Percebe-se pelos dados numéricos que a diferença entre  $D_{opt}(N = 1)$  e  $D_{opt}(N = 4)$  diminui com  $Ra$  e em  $Ra = 10^8$  eles são praticamente iguais, indicando que a influência do número de blocos é mais pronunciada nos casos de baixo  $Ra$ , onde a camada limite térmica tem maior espessura.

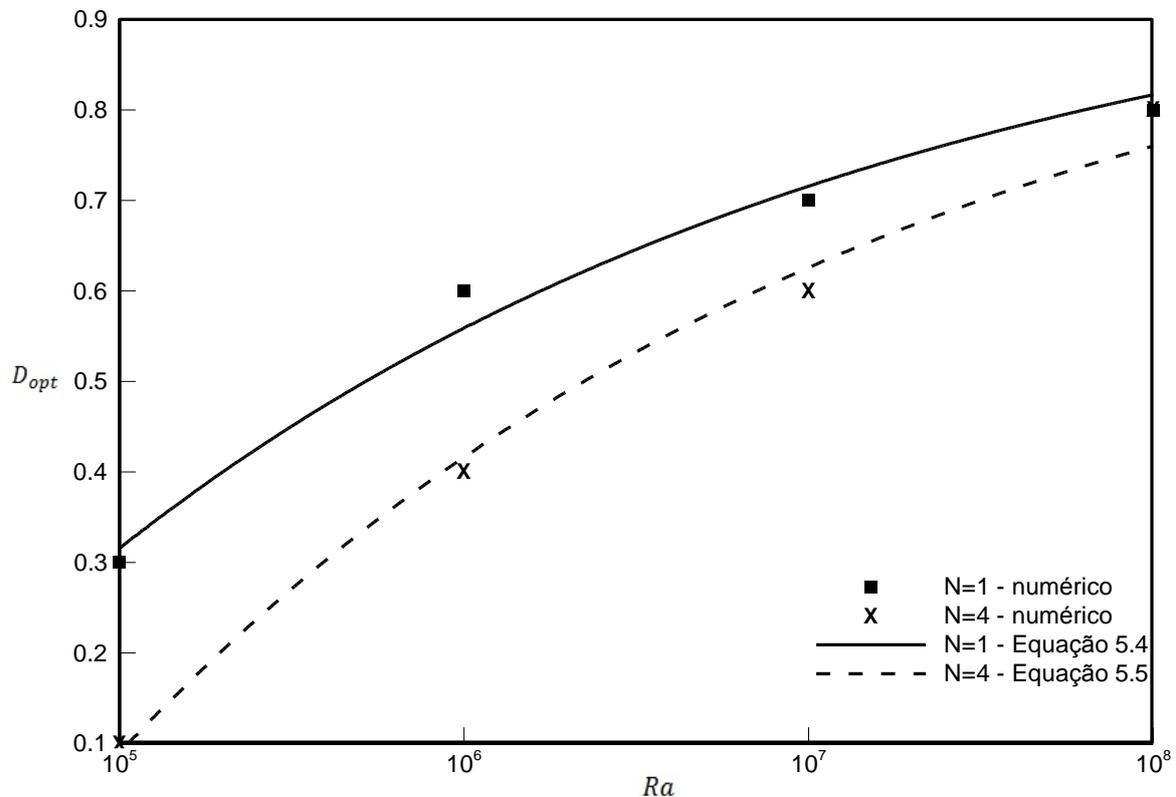


Figura 5.15. Verificação do ajuste das Equações 5.4 e 5.5 para o cálculo da altura característica ótima do bloco para  $N = 1$  e  $N = 4$ .

## 5.2 CONVECÇÃO NATURAL E RADIAÇÃO

Até este ponto do trabalho observou-se que a introdução de um ou quatro blocos em uma cavidade aberta sujeita à convecção natural pura pode elevar  $\overline{Nu}_t$  a um valor acima do que seria obtido na mesma cavidade limpa, e uma correlação numérica foi desenvolvida para o cálculo da altura característica do bloco que propicia o ganho máximo em  $\overline{Nu}_t$  ( $D_{opt}$ ). Visualizando as Figuras 5.1 a 5.4 pode-se concluir que, quando a radiação é considerada, e assim deve ser em um modelo mais realista do processo de convecção natural no interior de uma cavidade aberta, os valores de  $\overline{Nu}_t$  aumentam significativamente, entretanto, não há nenhum  $D$  que faça  $\overline{Nu}_t$  superar a taxa de transferência de calor da cavidade limpa. Este fato pode ser crucial em um projeto de engenharia. Supondo que um projetista, baseado em resultados de convecção natural pura, quisesse intensificar a transferência de calor em uma cavidade aberta com  $Ra = 10^7$  em 5% através da inserção de um bloco (ver Tabela 5.2). A não observação da hipótese de radiação desprezível iria lhe custar uma perda de aproximadamente 20% em  $\overline{Nu}_t$  (ver Figura 5.3).

A influência da emissividade ( $\varepsilon$ ) nas isothermas e linhas de corrente é discutida a seguir. O caso  $Ra = 10^5$  com  $D = 0,5$  é exibido na Figura 5.16. Percebe-se que as linhas de corrente não têm sua forma impactada, mas as isothermas sofrem profundas alterações com a consideração da radiação. Em comparação com o caso  $\varepsilon = 0$  visto na Figura 5.5.(b), observa-se pela aglomeração de isothermas na parede adiabática inferior que a radiação eleva a temperatura nesta parede, fazendo com que o fluido entrando no canal seja pré-aquecido por convecção nesta superfície, devido à condição de contorno imposta pela Equação 4.4. Nesta mesma figura pode-se observar a formação de uma camada limite térmica junto à parede esquerda do bloco, pois sua temperatura média, assim como a temperatura média de todo o bloco, aumenta com  $\varepsilon$ . O aumento na temperatura média dos blocos também é visível para  $N = 4$ . Na Figura 5.16.(d) tem-se que a última isoterma que entra no bloco é  $\theta = 0,8$ , enquanto que na Figura 5.16.(c), onde  $\varepsilon = 0,5$ , a última isoterma que entra no bloco é  $\theta = 0,7$ . No caso  $N = 4$ , a isoterma  $\theta = 0,1$  está mais próxima da abertura da cavidade do que em  $N = 1$ , indicando um aumento na temperatura média da cavidade.

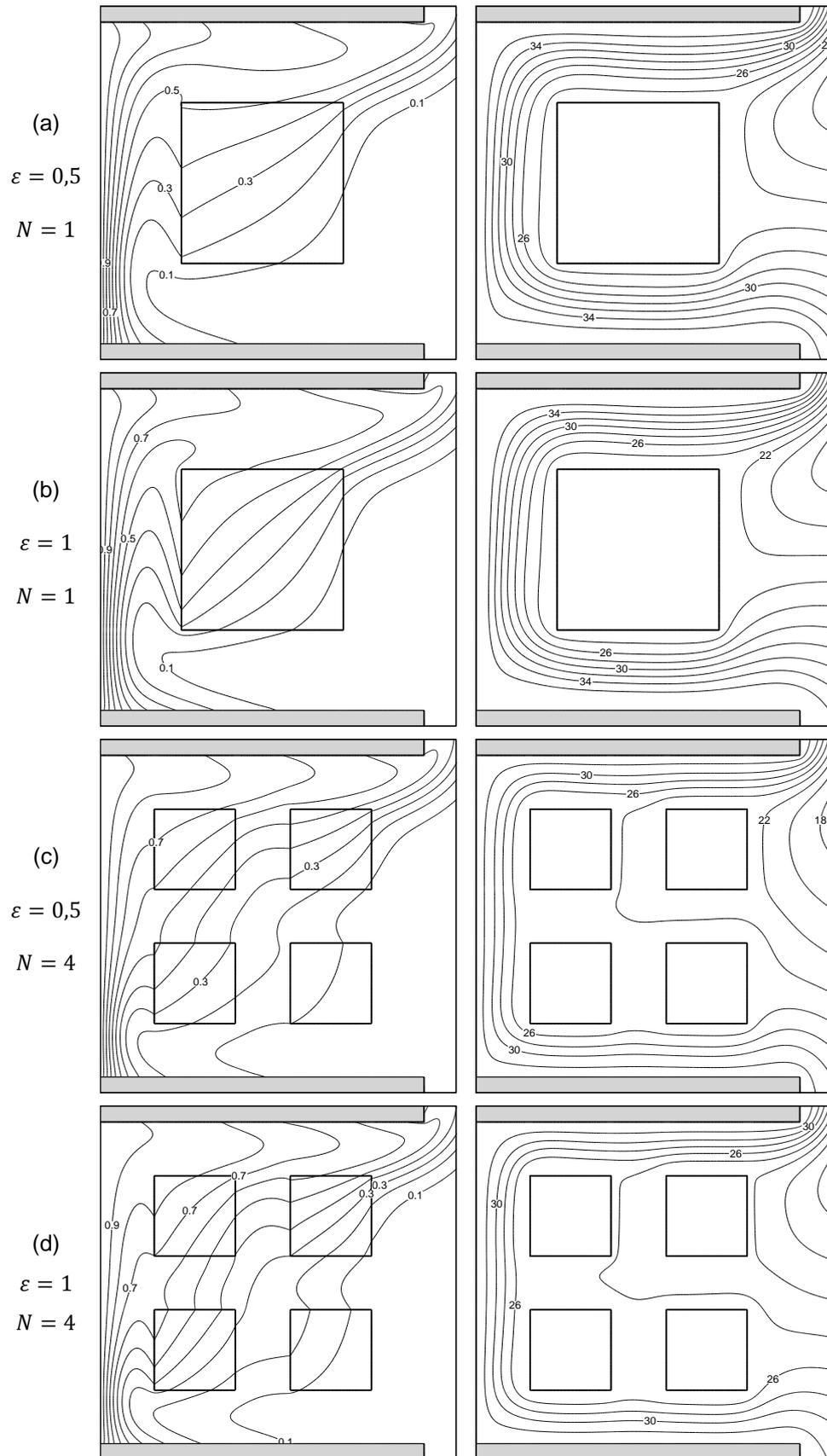


Figura 5.16. Efeito da emissividade nas isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^5$  e  $D = 0,5$ . (a)  $\varepsilon = 0,5$ ;  $N = 1$ . (b)  $\varepsilon = 1$ ;  $N = 1$ . (c)  $\varepsilon = 0,5$ ;  $N = 4$ . (d)  $\varepsilon = 1$ ;  $N = 4$ .

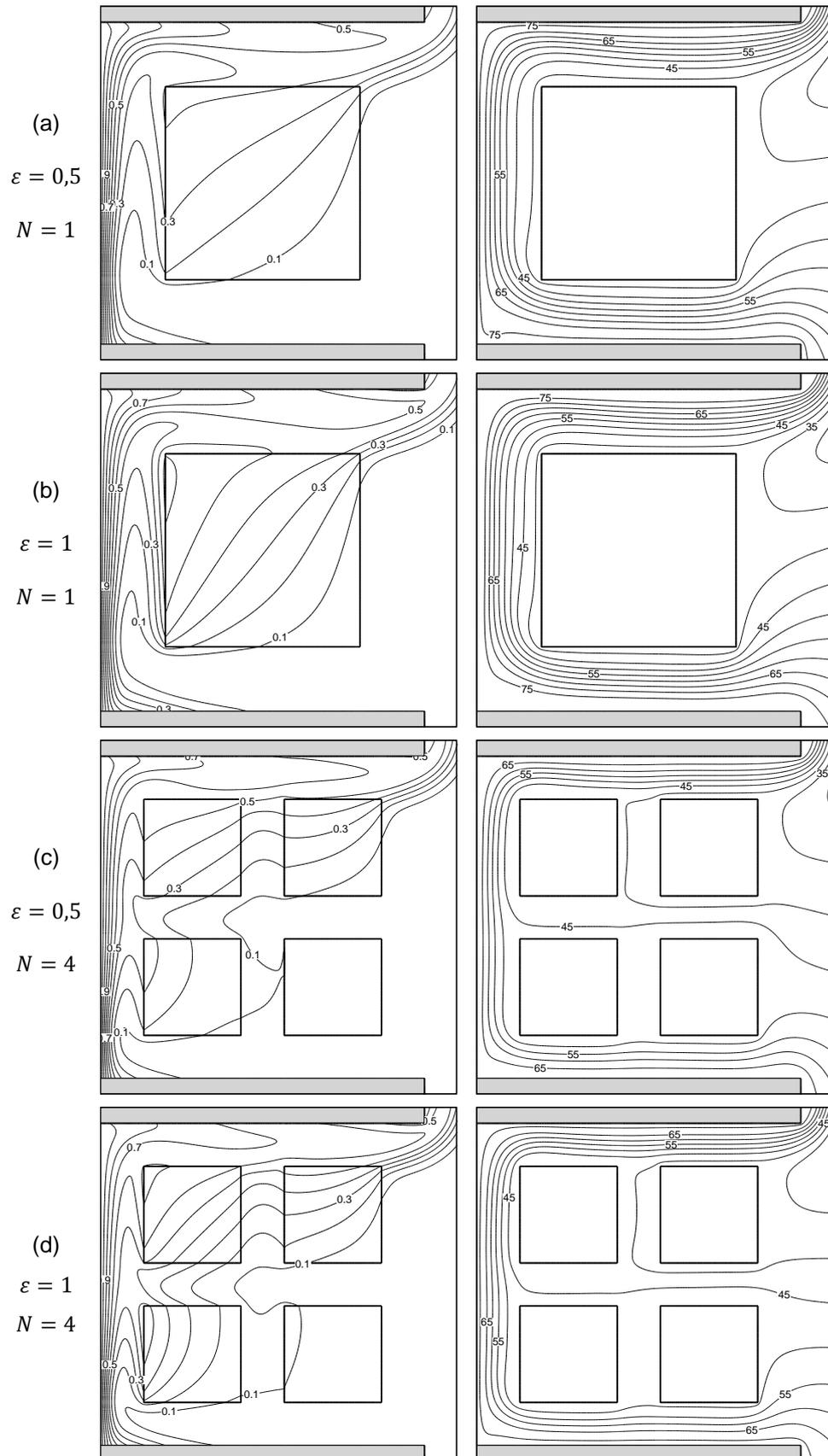


Figura 5.17. Efeito da emissividade nas isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^6$  e  $D = 0,6$ . (a)

$\varepsilon = 0,5; N = 1$ . (b)  $\varepsilon = 1; N = 1$ . (c)  $\varepsilon = 0,5; N = 4$ . (d)  $\varepsilon = 1; N = 4$ .

Com  $Ra = 10^6$  já é possível observar pela Figura 5.17 a aproximação das linhas de corrente junto à parede esquerda do bloco, motivada pelo empuxo gerado pelo aumento na temperatura desta superfície. A vazão  $\dot{m}$ , entretanto, não aumenta consideravelmente, como nota-se pelos valores das linhas de corrente. A temperatura da parede adiabática inferior parece não sofrer nenhuma alteração significativa em relação ao caso  $Ra = 10^5$ . O aumento da emissividade novamente eleva consideravelmente a temperatura média nos blocos, tanto para  $N = 1$  quanto para  $N = 4$ .

Na Figura 5.18 observa-se as isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^7$  e  $D = 0,5$ . É interessante notar que a vazão de entrada no canal superior, vista nas Figuras 5.10(a) e (d), é eliminada com a consideração da radiação, como visto nas linhas de corrente da Figura 5.18. A explicação para isto reside na maior intensidade de empuxo gerada principalmente pelo aquecimento da parede esquerda do bloco, a qual está direcionada para a parede aquecida da cavidade. Com  $\varepsilon \neq 0$  nota-se a formação de uma camada limite hidrodinâmica na parede do bloco, além da camada limite térmica citada anteriormente. Os valores das linhas de corrente indicam que a vazão  $\dot{m}$  quase dobra na passagem de  $\varepsilon = 0$  para  $\varepsilon = 0,5$ , mas não é significativamente alterada em  $\varepsilon = 1$ . A maior quantidade de isotermas dentro dos blocos mostra um aumento na temperatura média dos blocos com o aumento da emissividade. Na região fluida, as isotermas têm disposição similar, com  $\varepsilon = 0,5$  e  $\varepsilon = 1$ , em  $Ra = 10^7$ .

O caso  $Ra = 10^8$  e  $D = 0,6$  é exibido na Figura 5.19. As isotermas indicam um maior distanciamento entre as camadas limite térmicas da parede isotérmica e da superfície esquerda do bloco. O efeito da emissividade é similar ao dos casos já citados. O escoamento que entra no canal em  $N = 1$  divide-se na forma de “V” devido ao empuxo gerado pelas paredes aquecidas. Até mesmo no caso  $N = 4$  esta separação é notada, o que não aconteceu em  $Ra = 10^7$ . As linhas de corrente da Figura 5.19.(d) mostram que a vazão que entra no canal intermediário não consegue chegar até a parede aquecida da cavidade, pois a superfície inferior do bloco superior esquerdo possui uma temperatura média relativamente alta, o que gera empuxo suficiente para fazer o escoamento dar uma volta de  $180^\circ$  e dirigir-se então para cima até encontrar-se com a corrente principal e sair da cavidade. A “invasão” do escoamento no canal superior é observada em ambos os casos  $\varepsilon = 0,5$  e  $\varepsilon = 1$ , e a linha de corrente  $\Psi = 100$  alcança maior profundidade no primeiro caso.

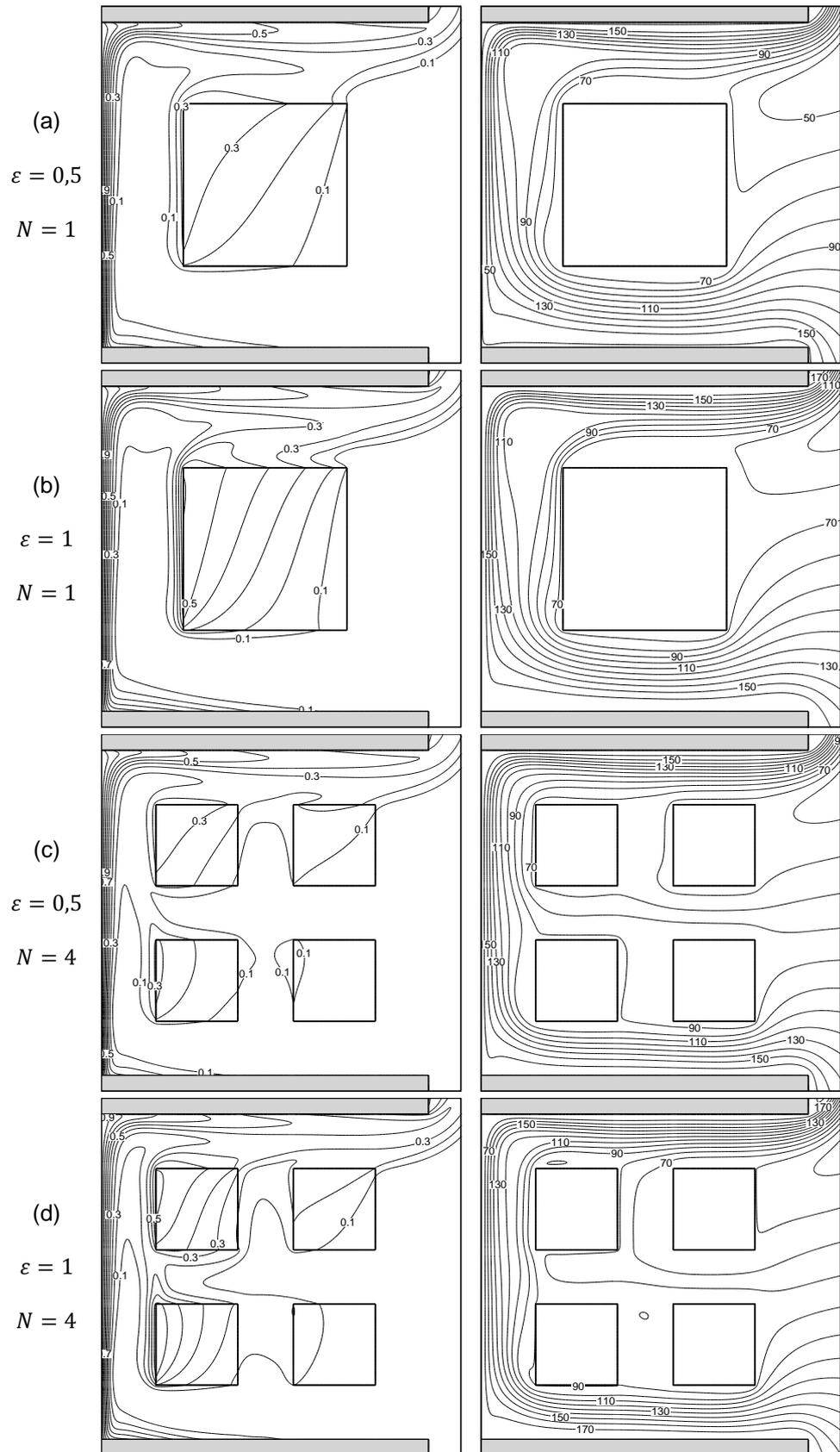


Figura 5.18. Efeito da emissividade nas isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^7$  e  $D = 0,5$ . (a)  $\varepsilon = 0,5$ ;  $N = 1$ . (b)  $\varepsilon = 1$ ;  $N = 1$ . (c)  $\varepsilon = 0,5$ ;  $N = 4$ . (d)  $\varepsilon = 1$ ;  $N = 4$ .

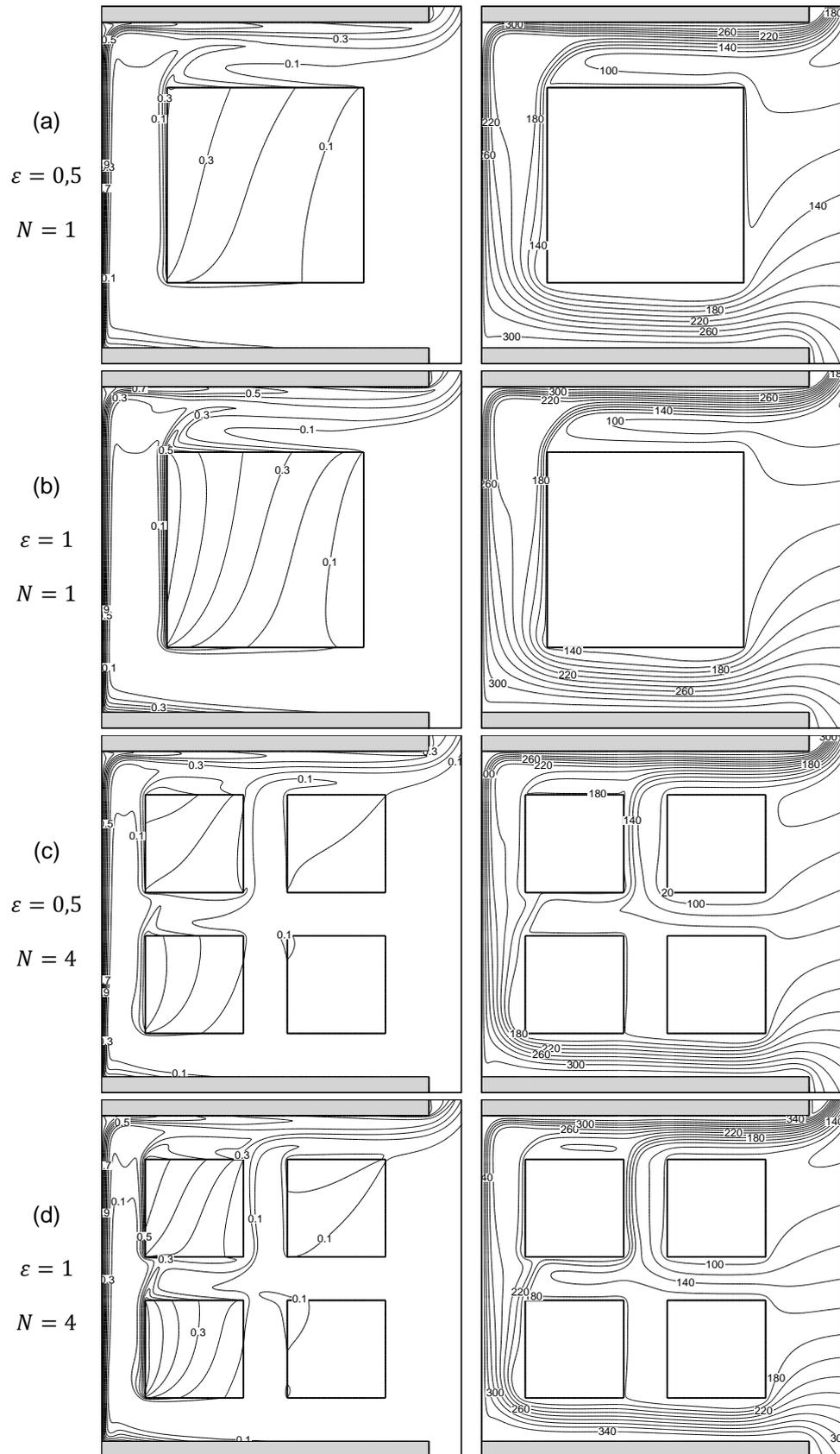


Figura 5.19. Efeito da emissividade nas isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^8$  e  $D = 0,6$ . (a)  $\varepsilon = 0,5$ ;  $N = 1$ . (b)  $\varepsilon = 1$ ;  $N = 1$ . (c)  $\varepsilon = 0,5$ ;  $N = 4$ . (d)  $\varepsilon = 1$ ;  $N = 4$ .

As equações modeladoras da radiação (3.46 e 3.47), além dos resultados numéricos obtidos através das simulações, dão a entender que a relação entre emissividade e o número de Nusselt radiativo é linear. Para examinar tal relação, os 76 casos independentes de  $\varepsilon$  (228 dividido por 3 emissividades) foram organizados na Figura 5.20, onde é possível observar quão próximos os valores de  $\overline{Nu}_r$  com  $\varepsilon = 0,5$  estão da metade de  $\overline{Nu}_r$  obtido com  $\varepsilon = 1$ , ou seja, deseja-se saber se a seguinte relação linear é válida:

$$\frac{\overline{Nu}_r(\varepsilon_1)}{\varepsilon_1} = \frac{\overline{Nu}_r(\varepsilon_2)}{\varepsilon_2} \quad (5.6)$$

Observa-se que 95% dos casos situam-se dentro dos limites de  $\pm 13\%$  de erro relativo, o que significa que há uma boa concordância entre os resultados numéricos e a hipótese citada. Além disso, excetuando-se o caso  $Ra = 10^6$ ,  $N = 4$  e  $D = 0,9$ , onde o erro relativo foi de 21%, todos os casos estão dentro da faixa  $\pm 16\%$ .

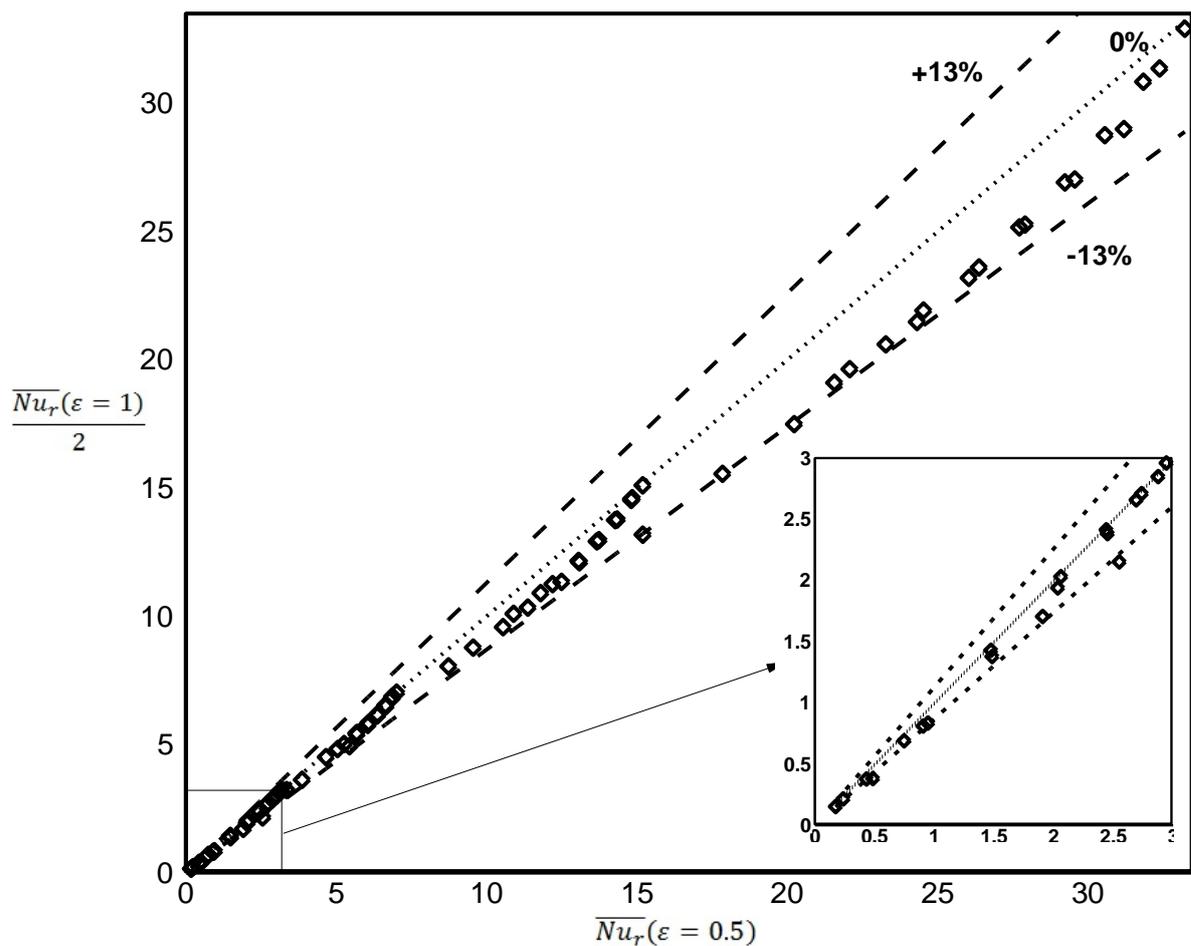


Figura 5.20. Gráfico de erro da relação linear entre  $\varepsilon$  e  $\overline{Nu}_r$  em todos os casos onde  $\varepsilon > 0$ .

Em geral, os casos com  $Ra = 10^8$  e blocos grandes ( $D \geq 0,8$ ) apresentaram um maior desvio da relação linear da Equação 5.6. Nota-se que a imensa maioria dos casos (96%) situam-se abaixo da linha pontilhada, indicando que o valor numérico obtido para  $\overline{Nu_r}$  tende a ser maior do que o previsto pela Equação 5.6. O bom ajuste observado na Figura 5.20 é um importante resultado pois valida interpolações da taxa de transferência de calor por radiação para emissividades diferentes de 0,5 e 1.

Conforme mencionado na introdução deste capítulo, a variação do número de Nusselt total com a dimensão do(s) bloco(s), para convecção natural e radiação, apresenta duas fases de decaimento: linear e exponencial. A análise da convecção natural pura, feita na seção anterior, mostrou que  $\overline{Nu_c}$  sofre uma queda brusca quando  $D$  supera seu valor ótimo ( $D_{opt}$ ). Sendo assim, bastaria atribuir a queda linear à  $\overline{Nu_r}$  para que tudo fizesse sentido. O comportamento das curvas de  $\overline{Nu_r}$  e  $\overline{Nu_c}$  com a variação de  $D$ , exibido na Figura 5.21, mostra que, de fato, tais premissas se confirmam.

As curvas do número de Nusselt convectivo sofrem aparentemente nenhuma mudança qualitativa com a intensificação da radiação, como observa-se na passagem de  $\varepsilon = 0,5$  para  $\varepsilon = 1$ , em quaisquer  $Ra$ , da Figura 5.21. Assim como no caso da convecção natural pura,  $\overline{Nu_c}$  aumenta vagarosamente com  $D$ , até alcançar um ponto máximo, além do qual diminui de forma acentuada para obedecer à definição de  $\overline{Nu_t} \rightarrow \kappa$  quando  $D \rightarrow 1$ .

Diferentemente de  $\overline{Nu_c}$ , o número de Nusselt radiativo não possui um máximo, seguindo em queda linear com o aumento de  $D$  a partir da introdução do menor bloco ( $D = 0,1$ ). A emissividade influencia no comportamento de  $\overline{Nu_r}$  com  $D$  no sentido de intensificar a *queda radiativa* com seu aumento, ou seja, as curvas de  $\overline{Nu_r}$  com  $\varepsilon = 1$  têm maior inclinação. Isto explica o porquê dos valores numéricos para  $\overline{Nu_r}(\varepsilon = 0,5)$  estarem abaixo dos previstos pela relação da Equação 5.6 com a referência  $\varepsilon = 1$  (ver novamente Figura 5.20). É possível notar que, quando  $\overline{Nu_c}$  inicia sua queda exponencial,  $\overline{Nu_r}$  também cai exponencialmente. A diminuição no valor absoluto de  $\overline{Nu_c}$ , porém, é maior que em  $\overline{Nu_r}$ . O fenômeno da diminuição de  $\overline{Nu_r}$  com o aumento da altura do(s) bloco(s), ou seja, a *queda radiativa*, será discutido com mais detalhes na seção 5.2.2.

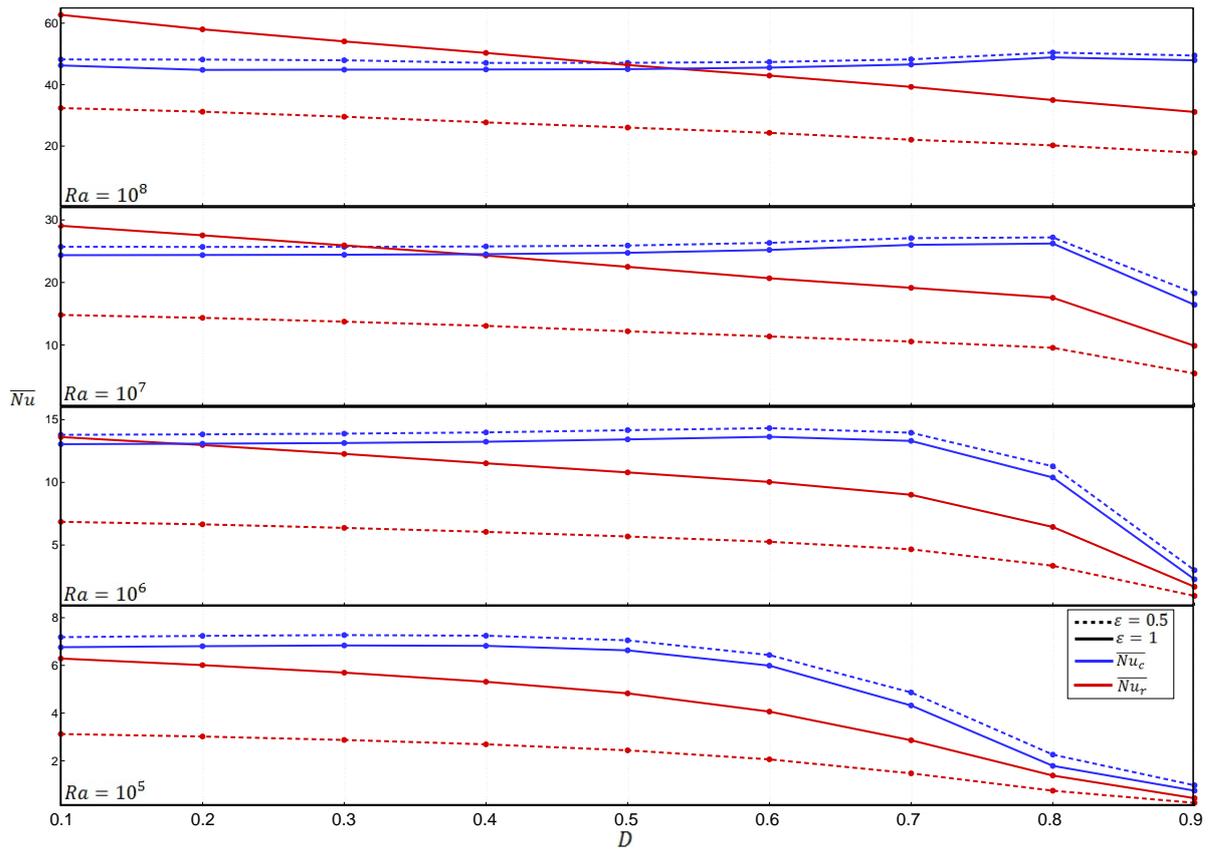


Figura 5.21.  $\overline{Nu}_c$  e  $\overline{Nu}_r$  em toda a faixa investigada de  $D$  para  $N = 1$ .

Evidentemente a influência do número de Rayleigh, um parâmetro de convecção natural, vai além de  $\overline{Nu}_c$  apenas, afetando significativamente  $\overline{Nu}_r$  também. Nota-se pela Figura 5.21 que  $Ra$  muda ambas as escalas de  $\overline{Nu}_c$  e  $\overline{Nu}_r$ . Além disso, a participação relativa de cada termo em  $\overline{Nu}_t$  também é alterada. Em  $Ra = 10^5$ ,  $\overline{Nu}_c$  supera  $\overline{Nu}_r$  em toda a faixa de  $D$ , entretanto, em  $Ra = 10^6$  já observa-se que  $\overline{Nu}_r$  é maior que  $\overline{Nu}_c$  para  $D = 0,1$  e  $\varepsilon = 1$ . Conforme  $Ra$  aumenta, a faixa de  $D$  em que  $\overline{Nu}_r > \overline{Nu}_c$  também aumenta, e chega a  $D = 0,5$  em  $Ra = 10^8$ . A Figura 5.21 é um exemplo claro de que negligenciar a radiação em casos como este não é apropriado para fins de projeto, pois além de  $\overline{Nu}_r$  ser da mesma ordem de  $\overline{Nu}_c$ , chega até mesmo a superá-lo em algumas condições. Deve-se lembrar que a variação de temperatura ( $\Delta T$ ) neste trabalho é relativamente pequena, e seu aumento intensifica a taxa de transferência de calor radiativa (Gonzalez *et al.*, 2012).

### 5.2.1 Queda Convectiva

A influência dos parâmetros convectivos na radiação remete ao fato referido no Capítulo 2 de que a convecção natural e a radiação têm comportamento dual. Tal comportamento foi inicialmente discutido em Balaji e Venkateshan (1993), onde ficou evidenciado o fenômeno da *queda convectiva*, *i.e.*, a atenuação da convecção natural ocasionada pela intensificação da radiação. Observa-se na Figura 5.21 que  $\overline{Nu}_c(\varepsilon = 1) < \overline{Nu}_c(\varepsilon = 0,5)$ . A influência de  $\varepsilon$  em  $\overline{Nu}_c$  aparenta ser meramente quantitativa. As variações observadas entre  $\varepsilon = 0,5$  e  $\varepsilon = 1$  são relativamente baixas (ver Figura 5.21). Todavia, quando se considera a queda convectiva de  $\varepsilon = 0$  para  $\varepsilon = 1$ ,  $\overline{Nu}_c$  sofre uma diminuição significativa. Os casos de interferência de camada limite apresentam os maiores índices de queda, chegando a 38% em  $Ra = 10^6$ ,  $D = 0,9$  e  $N = 1$ .

A Figura 5.22 apresenta uma esquematização para explicar o fenômeno da queda convectiva. Nela, perfis de temperatura obtidos numericamente são representados no canal em  $Y = 0,5$  e na parede adiabática inferior, ambos relativos à geometria  $D = 0,5$  e  $N = 1$ . O aquecimento do ar entrando no canal faz com que sua temperatura média seja elevada, diminuindo  $\overline{Nu}_c$  na parede aquecida. Observa-se que o aumento da temperatura na parede adiabática inferior ocorre em uma longa extensão do canal para  $Ra = 10^7$ . A condição de contorno imposta pela Equação 4.4 faz com que o fluxo radiativo recebido por esta superfície seja balanceado por convecção, transferindo calor para o fluido. Os perfis de temperatura no canal vertical mostram a ocorrência de duas camadas limite. Em  $Ra = 10^5$  as duas camadas limite se interferem, elevando a temperatura mínima no canal. A temperatura na superfície do bloco aumenta com  $\varepsilon$ , mas não altera-se sensivelmente com  $Ra$ . Em  $Ra = 10^8$  quase toda a seção transversal do canal está na temperatura ambiente  $T_\infty$ .

A máxima queda convectiva de  $\varepsilon = 0$  para  $\varepsilon = 1$  nos casos sem interferência de camada limite é de 21% em  $Ra = 10^5$ ,  $D = 0,5$  e  $N = 4$ . A média das quedas nos casos com interferência é de 30%, enquanto que nos casos sem interferência este valor é 12%. O mecanismo causador da diminuição em  $\overline{Nu}_c$  é o mesmo em ambos os casos, qual seja, o aumento da temperatura do ar no canal, mas quando a

interferência de camada limite ocorre, a temperatura média do fluido é maior devido às restrições causadas pelo encontro das duas camadas limite.

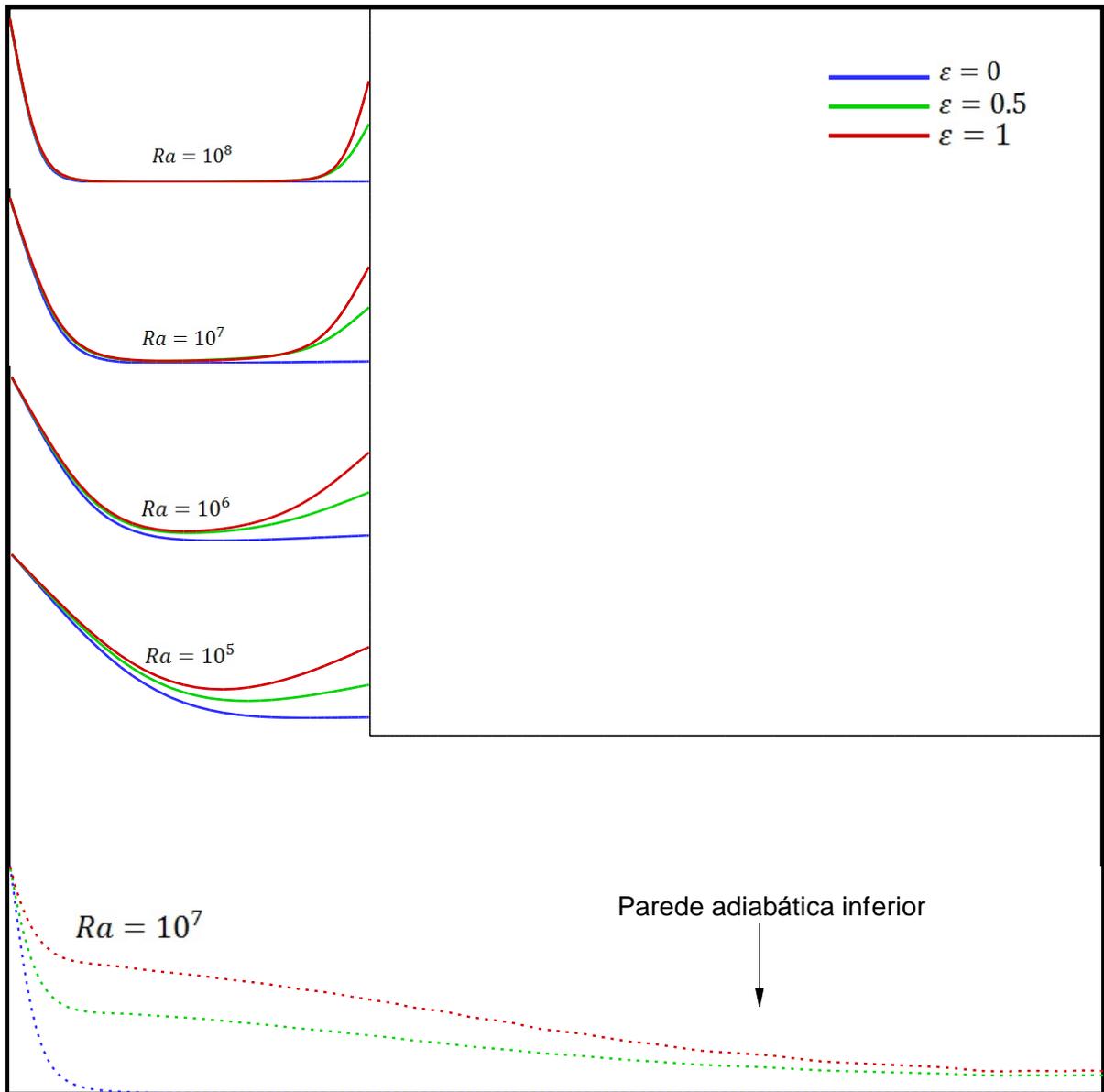


Figura 5.22. Perfis de temperatura no canal vertical ( $Y = 1/2$ ) e na parede adiabática inferior em  $N = 1$  e  $D = 0,5$ .

Dois casos foram selecionados para ilustrar a queda convectiva. A Figura 5.23 mostra as curvas de  $Nu_c(Y)$  e  $Nu_r(Y)$  para os casos  $Ra = 10^6$ ,  $D = 0,7$  e  $N = 1$  e  $Ra = 10^8$ ,  $D = 0,9$  e  $N = 4$ . Na Figura 5.23(a) nota-se que o aumento da emissividade diminui  $Nu_c$  em toda a extensão da parede aquecida. A variação entre

$\varepsilon = 0$  e  $\varepsilon = 0,5$ , entretanto, é maior do que entre  $\varepsilon = 0,5$  e  $\varepsilon = 1$ . Uma comparação entre as linhas de corrente das Figuras 5.8(c) e 5.26(b) mostra que nem mesmo o aumento da vazão no canal foi capaz de aumentar  $Nu_c(\varepsilon = 1)$  na região inferior da parede. No caso exibido na Figura 5.23(b), cujas isotermas e linhas de corrente são encontrados nas Figuras 5.11(e) e 5.28(e), há um aumento de aproximadamente 20% em  $\dot{m}$ , e observa-se nas isotermas do caso  $\varepsilon = 1$  que a parede adiabática inferior permanece com temperatura constante ao longo da mesma extensão que em  $\varepsilon = 0$ . Tem-se portanto que o pico em  $Nu_c$  é maior em  $\varepsilon = 1$ . O aquecimento ao qual o ar que sobe no canal vertical está sujeito, ocasionado por convecção nos dois lados, diminui continuamente os gradientes horizontais de temperatura na parede aquecida. Quanto maior  $\varepsilon$ , mais intensa é a convecção na interface com os blocos, logo, o resultado é um afastamento entre as curvas de  $Nu_c(\varepsilon)$  ao longo da parede da cavidade.

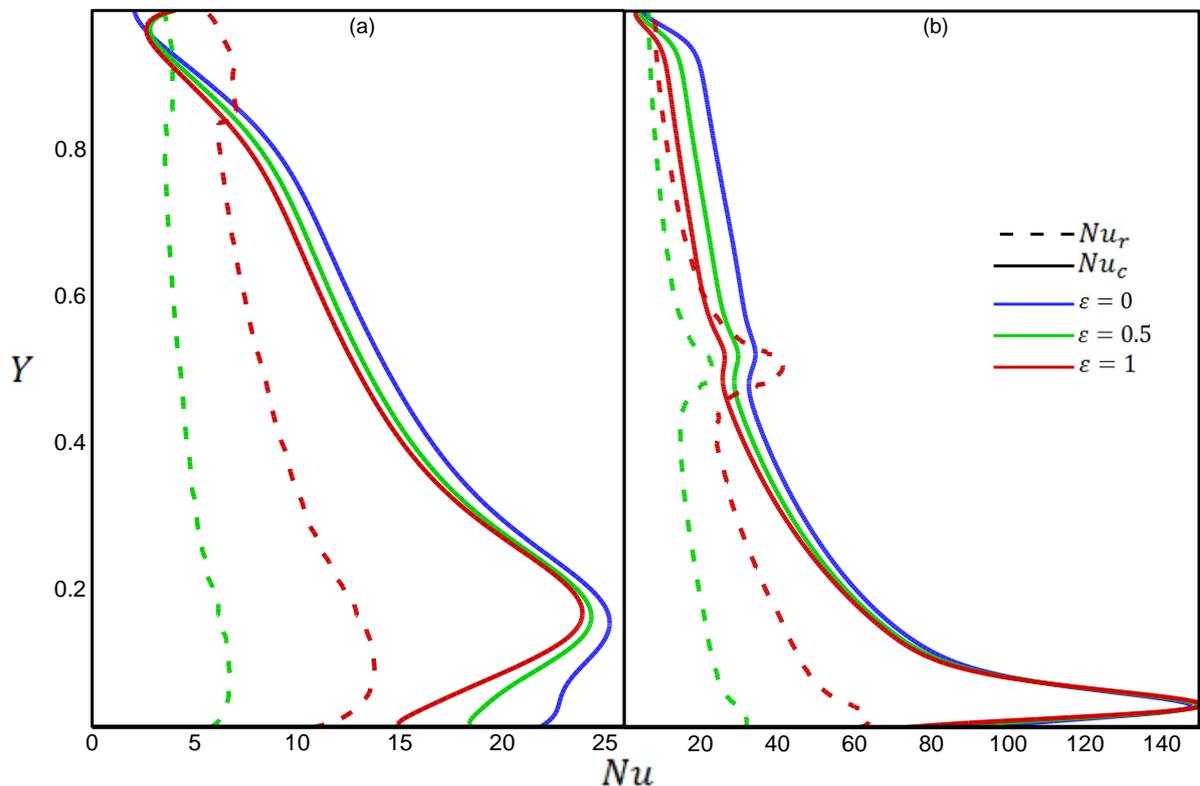


Figura 5.23. Número de Nusselt local convectivo e radiativo na parede aquecida. (a)  $Ra = 10^6$ ,  $D = 0,7$  e  $N = 1$ . (b)  $Ra = 10^8$ ,  $D = 0,9$  e  $N = 4$ .

### 5.2.2 Queda Radiativa

O gráfico da Figura 5.21 mostra um aspecto interessante do número de Nusselt radiativo: sua queda permanente com o aumento da altura do bloco. A *queda radiativa*, além de ser responsável pelo regime de decaimento linear de  $\overline{Nu}_t$ , merece também atenção por seu potencial impacto em aplicações com meios porosos. A explicação deste fenômeno se dá através da própria definição de  $\overline{Nu}_r$ . O fluxo radiativo em um elemento de área  $q''_{r,i}$ , o qual é a única variável em  $Nu_r$  (ver Equação 3.53), pode ser obtido substituindo  $J_i$  da Equação 3.37 na Equação 3.36. Para qualquer elemento de área na parede aquecida pode-se escrever:

$$q''_{r,i} = \varepsilon(\sigma T_H^4 - G_i) \quad (5.7)$$

Entende-se por esta expressão que, para dados  $\varepsilon$  e  $T_H$ ,  $q''_{r,i}$  depende somente da irradiação recebida ( $G_i$ ). Esta irradiação, por sua vez, é obtida pela radiosidade de todos os elementos de área que *enxergam* a superfície “ $i$ ”:

$$G_i = \sum_{j=1}^N F_{ji} J_j \quad (5.8)$$

Qualquer superfície não enxergada por “ $i$ ” não contribui em  $q''_{r,i}$ , pois o fator de forma seria nulo neste caso, configurando o que é conhecido por *efeito de sombreamento* (Mezrhab e Bouzidi, 2005). Como  $J_j = \varepsilon\sigma T_j^4 + \varphi G_j$  é tão maior quanto maior sua temperatura, tem-se que a superfície “ $i$ ” tem seu fluxo radiativo diminuído com o aumento da temperatura das superfícies as quais consegue enxergar. A esquematização da Figura 5.24 ilustra o efeito do aumento da altura do bloco na radiação *direcional* em um ponto sobre a parede da cavidade. Assim como representado na Figura 5.24, qualquer ponto sobre a parede aquecida enxerga uma área maior da face frontal do bloco conforme se aumenta  $D$ . Além de possuir temperatura relativamente elevada, evidenciado adiante através de isotermas, a parede frontal do bloco bloqueia a visão da parede da cavidade para o ambiente, onde a menor temperatura possível ( $\theta = 0$ ) está disponível.

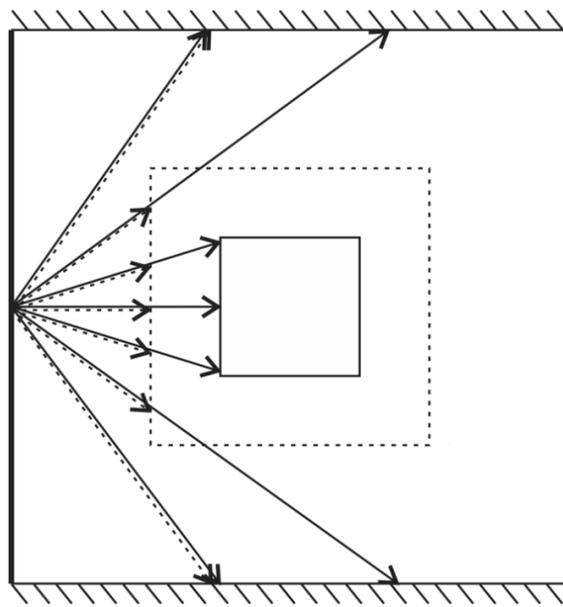


Figura 5.24. Efeito do aumento da altura do bloco na radiação direcional em um ponto centralizado sobre a parede da cavidade.

As isotermas e linhas de corrente das Figuras 5.25 a 5.28 serão comentadas sob a perspectiva da radiação térmica. Em  $Ra = 10^5$  tem-se temperatura máxima na parede frontal do bloco ( $\theta_{max}$ ) igual a 0,5 (Figura 5.25(a)) e mínima ( $\theta_{min}$ ) de 0,3. Nota-se que a temperatura em grande parte da parede adiabática inferior situa-se acima de  $\theta = 0$  e a parede adiabática superior está na faixa  $0,4 \leq \theta \leq 1$ . Quando  $D = 0,8$ , a ocorrência da interferência de camada limite é percebida, assim como no caso  $\varepsilon = 0$ . A parede frontal atinge  $\theta_{max}$  superior a 0,9 e  $\theta_{min} = 0,6$ . Com  $D = 0,9$ , toda a parede frontal possui  $\theta > 0,9$ . Além do aumento na temperatura da parede frontal, deve-se lembrar que com o aumento em  $D$ , a fração da área da parede da cavidade que enxerga o ambiente externo diminui. É possível demonstrar que, para um mesmo  $D$ , esta fração é menor no arranjo com  $N = 1$  do que com  $N = 4$ . Isto entretanto não é suficiente para elevar  $\overline{Nu}_r$ , pois como nota-se pela Figura 5.25(d), a região central da parede da cavidade passa a enxergar superfícies horizontais dos blocos, as quais possuem temperaturas comparáveis às das paredes frontais dos blocos. A radiação aumenta significativamente a temperatura média com que o ar entra no canal vertical. Na Figura 5.6(b) tem-se que esta temperatura média é aproximadamente igual a 0,4, no caso da convecção natural pura. Na Figura 5.25(e), onde  $\varepsilon = 1$ , a temperatura média na entrada do canal vertical é de 0,6. A elevação da temperatura na parede adiabática inferior justifica esta mudança.

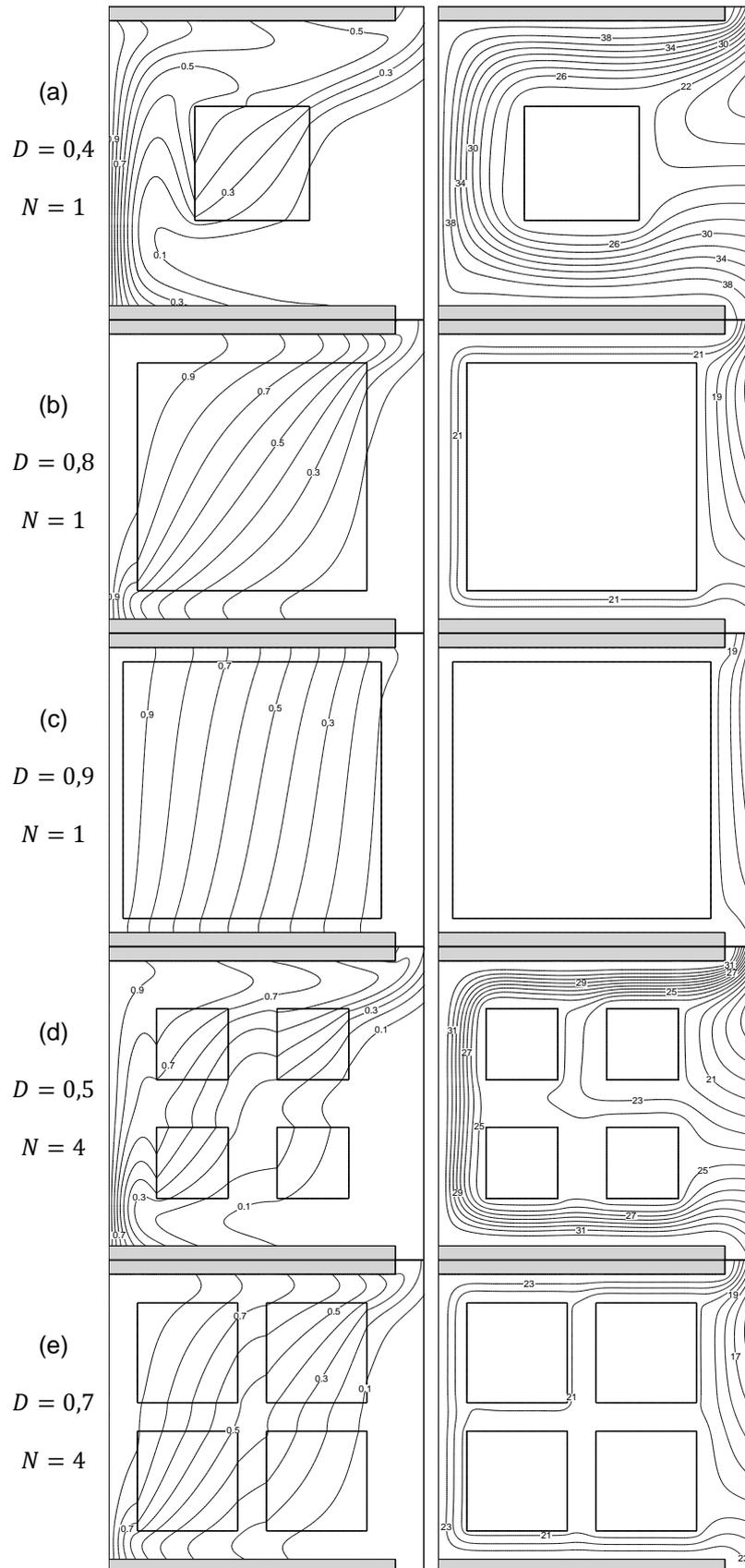


Figura 5.25. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural e radiação com  $Ra = 10^5$  e  $\varepsilon = 1$ .

(a)  $D = 0,4$ ;  $N = 1$ . (b)  $D = 0,8$ ;  $N = 1$ . (c)  $D = 0,9$ ;  $N = 1$ . (d)  $D = 0,5$ ;  $N = 4$ . (e)  $D = 0,7$ ;  $N = 4$ .

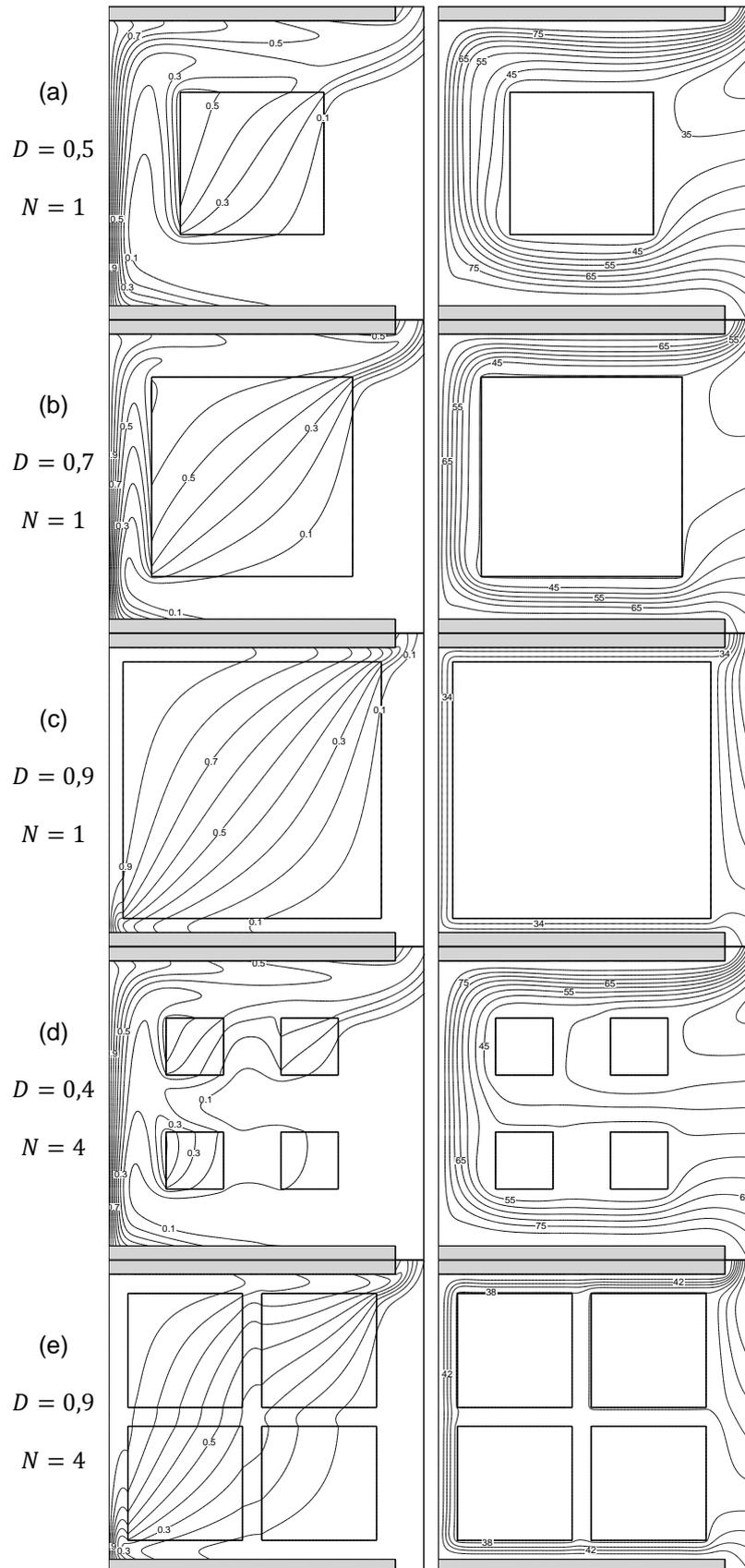


Figura 5.26. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural e radiação com  $Ra = 10^6$  e  $\varepsilon = 1$ .

(a)  $D = 0,5$ ;  $N = 1$ . (b)  $D = 0,7$ ;  $N = 1$ . (c)  $D = 0,9$ ;  $N = 1$ . (d)  $D = 0,4$ ;  $N = 4$ . (e)  $D = 0,9$ ;  $N = 4$ .



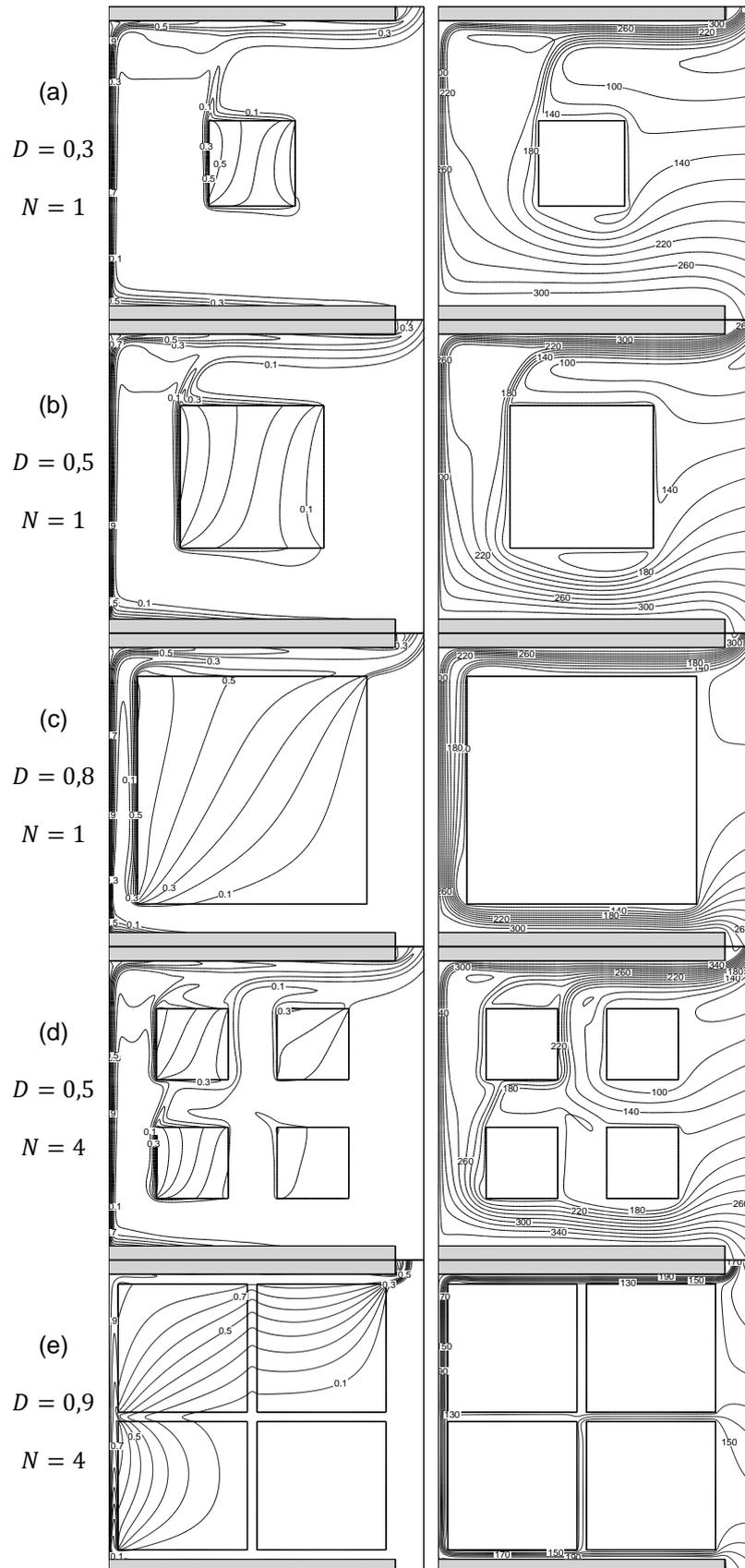


Figura 5.28. Isotermas e linhas de corrente para convecção natural e radiação com  $Ra = 10^8$  e  $\varepsilon = 1$ .

(a)  $D = 0,3$ ;  $N = 1$ . (b)  $D = 0,5$ ;  $N = 1$ . (c)  $D = 0,8$ ;  $N = 1$ . (d)  $D = 0,5$ ;  $N = 4$ . (e)  $D = 0,9$ ;  $N = 4$ .

Em  $Ra = 10^6$ ,  $\theta_{max}$  na parede frontal do(s) bloco(s) continua a aumentar com  $D$ . Na Figura 5.26 observa-se na passagem de  $D = 0,5$  para  $D = 0,7$  um efeito concorrente entre as temperaturas das paredes adiabáticas superior e inferior, *i.e.*, a temperatura média da superior aumenta enquanto que a temperatura média da inferior diminui. Como há estrangulamento na vazão do canal (ver linhas de corrente), pode-se atribuir as mudanças de temperatura nas paredes adiabáticas superior e inferior pela maior temperatura no topo do bloco e menor área de visibilidade para a parede aquecida da cavidade, respectivamente. Comparando os casos com  $N = 4$  da Figura 5.26 e os da Figura 5.9 ( $\varepsilon = 0$ ), pode-se perceber que a consideração da radiação causa grande mudança no padrão das isotermas, exceto nos casos de interferência de camada limite.

Na Figura 5.27 são apresentadas isotermas e linhas de corrente para  $Ra = 10^7$ . Verifica-se novamente o efeito concorrente entre as temperaturas das paredes adiabáticas da cavidade. Nas linhas de corrente da Figura 5.27(a) nota-se que a parede frontal do bloco atrai aproximadamente 30% da vazão  $\dot{m}$  para si, formando uma grande zona de estagnação no canto superior esquerdo da cavidade. Assim como visto para a convecção natural pura, o caso  $D = 0,9$  e  $N = 1$ , encontrado na Figura 5.10(c) com  $\varepsilon = 0$ , também não sofre interferência de camada limite quando se considera a radiação. As semelhanças continuam em  $D = 0,9$  e  $N = 4$  observado na Figura 5.27(e), onde a interferência de camada limite é presenciada, assim como no caso  $\varepsilon = 0$  (ver Figura 5.10(e)). Pode-se afirmar seguramente que a interferência de camada limite ainda pode ser prevista pelas Equações 5.2 e 5.3, mesmo com a consideração da radiação.

Os resultados de  $Ra = 10^8$  com  $N = 1$  e  $\varepsilon = 0$  sugerem que todo o bloco permanece na temperatura ambiente até  $D = 0,7$  (ver Figura 5.11). A Figura 5.28 todavia mostra que, com  $\varepsilon = 1$ , a temperatura média do bloco em tais casos situa-se em torno de  $\theta = 0,4$ , com picos maiores que  $\theta = 0,7$ . Esta é uma consideração fundamental em aplicações onde o material sólido inserido na cavidade deve permanecer sob temperatura controlada, especialmente se  $\Delta T$  for alto. No caso  $D = 0,5$  e  $N = 4$  o escoamento na parede frontal do bloco superior não segue reto na direção vertical, como em  $Ra = 10^7$ . Ao invés disso, o escoamento entra no canal intermediário, fazendo com que a vazão que vem de fora (externa) tenha que mudar de direção, impedida de chegar até a parede da cavidade.

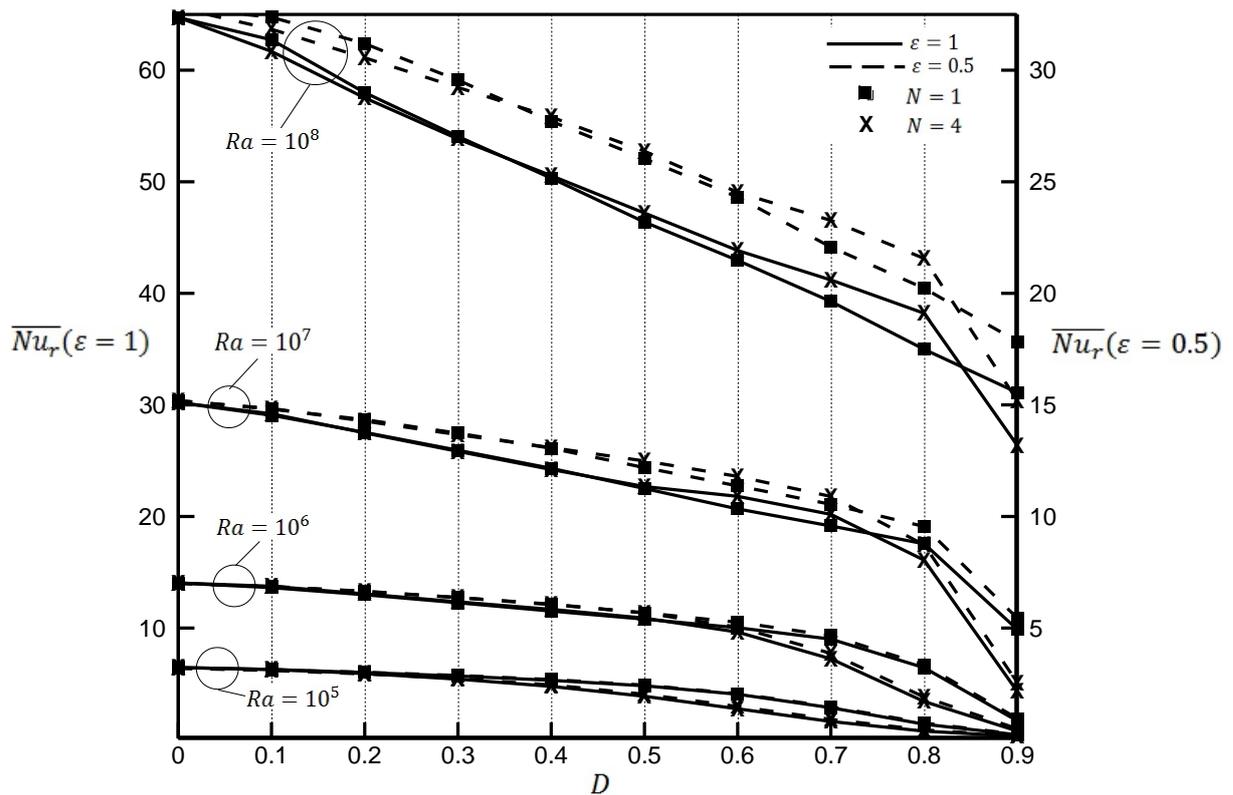


Figura 5.29. Declínio do número de Nusselt radiativo com a altura do(s) bloco(s).

Uma comparação entre as curvas de queda radiativa para todas as variáveis investigadas é apresentada na Figura 5.29. Todas têm em comum o fato de sempre diminuir com o aumento de  $D$ . Nota-se que em alguns casos  $\overline{Nu}_r$  afasta-se de seu trajeto linear. Os resultados de  $\varepsilon = 0,5$  e  $\varepsilon = 1$  são posicionados em escalas diferentes, com razão igual a 2. Os números de Nusselt radiativo para  $\varepsilon = 0,5$  encontram-se sempre acima dos obtidos com  $\varepsilon = 1$ . Isto evidencia o fato já discutido de que  $\overline{Nu}_r(\varepsilon = 0,5)$  é maior do que a metade de  $\overline{Nu}_r(\varepsilon = 1)$ . A queda radiativa em  $\varepsilon = 1$  não é maior somente em termos absolutos, mas também em termos relativos. Pode-se observar que na faixa  $0 \leq D \leq 0,2$  as curvas de  $\overline{Nu}_r(\varepsilon = 1)$  têm maior inclinação do que  $\overline{Nu}_r(\varepsilon = 0,5)$ .

A avaliação de um coeficiente de inclinação seria pertinente para comparar o regime linear da queda radiativa entre todos os casos investigados. Nota-se na Figura 5.29 que a faixa  $0,2 \leq D \leq 0,4$  tem aspecto linear regular em todas as curvas apresentadas. O *coeficiente de queda radiativa* ( $C$ ) é definido, para qualquer combinação de  $N$ ,  $\varepsilon$  ou  $Ra$ , por:

$$C = C(N, \varepsilon, Ra) = \frac{\overline{Nu}_r(D = 0,2) - \overline{Nu}_r(D = 0,4)}{0,2} \quad (5.9)$$

Deste modo, pode-se escrever o número de Nusselt radiativo com a equação de uma reta por:

$$\overline{Nu}_r(D, N, \varepsilon, Ra) = \overline{Nu}_r(N = 0) - CD \quad (5.10)$$

A Tabela 5.4 exibe todos os valores obtidos para o coeficiente de queda radiativa:

Tabela 5.4. Coeficientes de queda radiativa ( $C$ ).

	$\varepsilon = 0,5$		$\varepsilon = 1$	
	$N = 1$	$N = 4$	$N = 1$	$N = 4$
$Ra = 10^5$	1,636	2,469	3,485	5,761
$Ra = 10^6$	3,004	2,803	7,298	6,917
$Ra = 10^7$	6,422	5,934	16,129	16,405
$Ra = 10^8$	17,385	13,266	38,346	34,872

O número de blocos é a variável que menos influencia as curvas de queda radiativa. Os dados da Tabela 5.4 indicam que  $C$  aumenta de  $N = 1$  para  $N = 4$  em  $Ra = 10^5$ , porém, tende a diminuir quando  $Ra > 10^5$ . Valores relativamente altos de  $\overline{Nu}_r$  são encontrados em  $Ra = 10^8$  e  $N = 4$  para  $D = 0,7$  e  $D = 0,8$ . Tanto em  $Ra = 10^8$  quanto em  $Ra = 10^7$ , o caso  $N = 4$  e  $D = 0,9$  apresenta uma queda brusca em  $\overline{Nu}_r$ , afastando-se severamente do comportamento linear. Muitas das tendências encontradas na Figura 5.29 podem também ser vistas nas Figuras 5.1 a 5.4, indicando que a queda convectiva é um fenômeno apenas quantitativo, pois os aspectos das curvas de  $\overline{Nu}_r(D)$ , onde a radiação e portanto a queda radiativa está presente, são muito semelhantes aos de  $\overline{Nu}_t(D)$ .

As variações de formato das curvas da Figura 5.29 com o número de Rayleigh indicam que o efeito de  $Ra$  não é somente quantitativo, como observado na Tabela 5.4. O ponto onde cada curva perde sua característica linear depende, além de  $N$ , do número de Rayleigh. Este ponto de transição tende a se afastar da origem conforme  $Ra$  aumenta, mas não é possível atribuir as quedas bruscas em  $\overline{Nu}_r$  à interferência de camada limite, pois tais quedas são notadas mesmo em casos que sabidamente não sofrem deste fenômeno, como em  $Ra = 10^8$ ,  $N = 4$  e  $D = 0,9$ ;  $Ra = 10^7$ ,  $N = 1$  e  $D = 0,9$  e  $Ra = 10^6$ ,  $N = 4$  e  $D = 0,7$ , por exemplo.

A Figura 5.30 apresenta o número de Nusselt radiativo local na parede vertical da cavidade. Em  $Ra = 10^5$  e  $N = 1$ , exibido na Figura 5.30(a), observa-se que o aumento de  $D$  faz com que a área sob  $Nu_r(Y)$  diminua, principalmente na região imediatamente em frente ao bloco, o que é justificado pela combinação de temperatura elevada na superfície frontal do bloco com fatores de forma relativamente altos das superfícies em frente ao bloco. A porção inferior da parede da cavidade tem  $Nu_r(Y)$  diminuído muito mais vagarosamente do que a porção superior, devido às maiores temperaturas na região superior esquerda do bloco (ver Figura 5.25). Observa-se pela Figura 5.30(b) que o caso  $Ra = 10^6$  e  $N = 1$  apresenta as mesmas características gerais do caso anterior. Deve-se notar entretanto que a queda radiativa em  $D = 0,7$  é consideravelmente mais branda do que em  $Ra = 10^5$ . A escala do eixo horizontal dos gráficos é aumentada por um fator de 2,15 para cada  $Ra$  representado, para mostrar que, em termos absolutos,  $Ra$  não altera a ordem de grandeza dos fluxos radiativos, pois a Equação 5.1 implica que a razão entre dois  $N_r$  consecutivos (e.g.,  $N_{r,10Ra}/N_{r,Ra}$ ) é de  $10^{1/3} = 2,15$ .

O efeito da variação do número de blocos é mostrado na Figura 5.30(c). O valor médio de  $Nu_r(Y)$  para  $D \leq 0,5$  é aproximadamente o mesmo em ambos os casos e a Figura 5.29 assim confirma. A presença do canal intermediário em  $N = 4$  faz com que  $Nu_r(Y)$  tenha um pico na região central da parede em  $Y = 0,5$ . Em  $D = 0,7$ , este pico é grande o suficiente para fazer com que  $\overline{Nu_r}$  ultrapasse seu equivalente em  $N = 1$ . Quando  $D = 0,9$  o pico em  $Y = 0,5$  é pequeno e  $\overline{Nu_r}(N = 4) < \overline{Nu_r}(N = 1)$  em toda a extensão da parede aquecida da cavidade. Na Figura 5.30(d) pode-se observar o efeito da emissividade no caso  $Ra = 10^8$  e  $N = 1$ . O formato das curvas com  $\varepsilon = 0,5$  e  $\varepsilon = 1$  é similar para um mesmo  $D$ , com a ressalva de que os vales das curvas de  $Nu_r(Y)$  na região em frente ao bloco são mais profundos para  $\varepsilon = 1$  do que para  $\varepsilon = 0,5$ , tanto absoluta quanto relativamente, pois as razões das distâncias entre vale e pico são maiores do que a razão de emissividades. Deste modo, tem-se que a queda radiativa é mais acentuada em  $\varepsilon = 1$ .

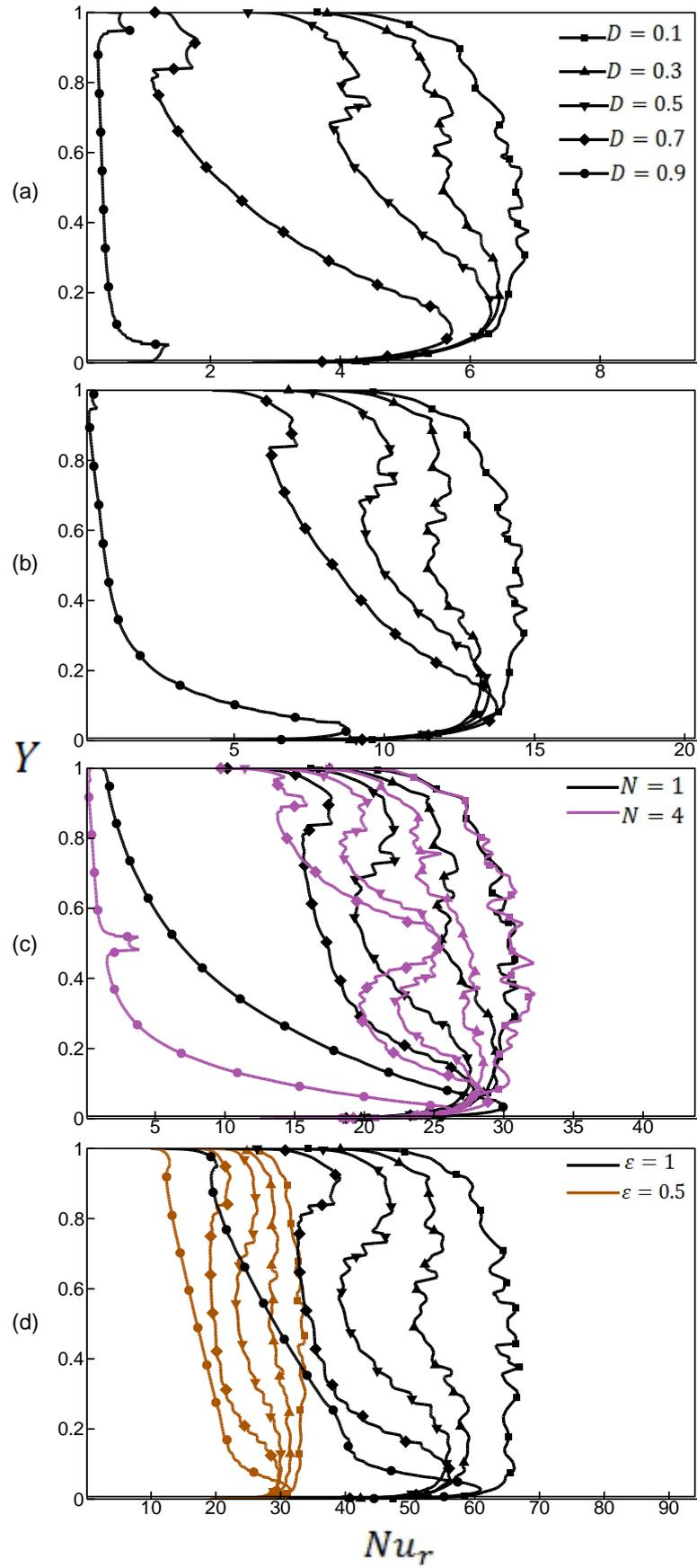


Figura 5.30. Número de Nusselt radiativo local na parede aquecida da cavidade ( $\epsilon = 1$  e  $N = 1$ , a menos que especificado o contrário). (a)  $Ra = 10^5$ . (b)  $Ra = 10^6$ . (c)  $Ra = 10^7$ . (d)  $Ra = 10^8$ .

O fenômeno da queda radiativa, que pode ser descrito como a diminuição de  $\overline{Nu}_r$  com o aumento da altura do(s) bloco(s), e suas relações com  $N$ ,  $\varepsilon$  e  $Ra$ , é um assunto fundamental no tema de meios porosos. Os resultados deste trabalho para  $N = 1$  e  $N = 4$ , com a observação da Equação 3.2, implicam que o fluxo radiativo cai com a diminuição da porosidade da cavidade. Embora o meio heterogêneo estudado neste trabalho represente um meio poroso em nível microscópico, os mecanismos identificados neste caso podem ser semelhantes em um meio poroso macroscópico. A relação fluxo radiativo versus porosidade deve funcionar de maneira similar em um meio poroso macroscópico pois a diminuição da porosidade, além de aumentar a temperatura do meio, faz com que a parede enxergue mais área sólida em detrimento da fluida. É claro que este caso ainda carece de investigações, e isso representa uma grande dificuldade pois os modelos homogêneos de tratamento da porosidade assumem o meio como um fluido com propriedades modificadas, eliminando as superfícies sólidas e interfaces, participantes das trocas de calor por radiação.

### 5.3 CORRELAÇÕES NUMÉRICAS

Para fins de interesse prático, correlações numéricas são propostas para  $\overline{Nu}_t$  e  $\dot{m}$  em função das variáveis investigadas  $Ra$ ,  $\varepsilon$ ,  $N$  e  $D$ , considerando todos os 216 casos onde o meio heterogêneo esteve presente ( $N \neq 0$ ). O ajuste das curvas é feito com o método dos Mínimos Quadrados. Um primeiro experimento foi realizado assumindo uma função exponencial para  $\overline{Nu}_t$  e  $\dot{m}$  da seguinte forma:

$$P_i = aRa^b(1 + \varepsilon)^c D^d N^e \quad (5.11)$$

onde  $P_i$  deve representar os resultados numéricos obtidos organizados nos vetores  $\overline{Nu}_{t_i}$  e  $\dot{m}_i$ , dependendo dos valores assumidos pelos expoentes. O método dos Mínimos Quadrados requer a combinação dos expoentes que minimiza o erro quadrado  $U_i$ , dado por:

$$U_i = \frac{(P_i - V_i)^2}{V_i^2} \quad (5.12)$$

onde o vetor  $V_i$  pode representar  $\overline{Nu}_{t_i}$  ou  $\dot{m}_i$ .

Os coeficientes obtidos para a correlação da Equação 5.11 são exibidos na Tabela 5.5. O erro relativo é definido, tanto para  $\overline{Nu}_t$  como para  $\dot{m}$ , por:

$$E_i = \frac{|P_i - V_i|}{V_i} \quad (5.13)$$

O erro relativo médio é calculado através de uma média aritmética entre os  $n$  itens do vetor  $V_i$ :

$$\bar{E} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i \quad (5.14)$$

O erro relativo máximo nos casos sem interferência de camada limite ( $E_{max}^*$ ), *i.e.*, os quais não obedecem às desigualdades das Equações 5.2 e 5.3, também é exibido na Tabela 5.5. Tanto os coeficientes de determinação ( $r^2$ ) quanto os erros relativos obtidos com a correlação da Equação 5.11 não são satisfatórios.

Tabela 5.5. Expoentes e resultados da correlação da Equação 5.11.

	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$r^2$	$\bar{E}$	$E_{max}^*$
$\overline{Nu}_t$	0,011	0,436	0,598	-0,554	-0,206	0,6720	46%	137%
$\dot{m}$	$1,997 \cdot 10^{-5}$	0,836	0,869	-0,203	-0,507	0,7409	68%	121%

Correlações mais condizentes podem ser obtidas observando os aspectos físicos discutidos neste capítulo, onde viu-se que as variáveis investigadas influenciam de forma diferente os números de Nusselt convectivo e radiativo. Considerando a definição  $\overline{Nu}_t = \overline{Nu}_c + \overline{Nu}_r$ , e também que o número de Rayleigh é a variável que mais impacto tem nos resultados, propõe-se uma correlação separada para cada modo de transferência de calor:

$$\overline{Nu}_c = a(D^4 + b_3D^3 + b_2D^2 + b_1D + b_0)N^c - \varepsilon F \quad (5.15)$$

$$\overline{Nu}_r = \overline{Nu}_r(N = 0) - DC \quad (5.16)$$

onde os coeficientes de correlação são todos função de  $Ra$ . A Equação 5.16 é a própria Equação 5.10 desenvolvida na seção 5.2.2 e os coeficientes de queda radiativa ( $C$ ) podem ser encontrados na Tabela 5.4. O termo  $\varepsilon F$  representa um decréscimo em  $\overline{Nu}_c$  com a consideração da radiação, ou seja, trata-se da queda

convectiva. O coeficiente de queda convectiva ( $F$ ) é obtido pela seguinte média aritmética:

$$F = F(Ra, \varepsilon) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \overline{Nu_c}(\varepsilon = 0) - \overline{Nu_c}(\varepsilon) \quad (5.17)$$

onde  $n$  é o número de casos com um mesmo número de Rayleigh e emissividade (19). Como  $F(\varepsilon = 1) \cong 2 F(\varepsilon = 0,5)$  adota-se  $F(\varepsilon = 1)$  para uso na Equação 5.15. A Tabela 5.6 apresenta os valores de  $F$  obtidos neste trabalho.

Tabela 5.6. Coeficientes de queda convectiva para aplicação na Equação 5.15.

$Ra$	$F$
$10^5$	0,902
$10^6$	1,758
$10^7$	3,069
$10^8$	4,801

Para a vazão de entrada no canal, a seguinte correlação é proposta, observando também a não linearidade de  $\dot{m}$  com a altura do bloco:

$$\dot{m} = \alpha(-D^2 + \beta_1 D + \beta_0)(1 + \varepsilon)^\gamma N^\delta \quad (5.18)$$

Tabela 5.7. Expoentes e resultados da correlação para  $\overline{Nu_t}$  obtido pelas Equações 5.15 e 5.16.

$Ra$	$\alpha$	$b_3$	$b_2$	$b_1$	$b_0$	$c$	$r^2$	$\bar{E}$	$E_{max}^*$
$10^5$	10,991	1,989	-6,256	2,860	0,480	-0,166	0,9420	17%	32%
$10^6$	3,318	-34,309	35,147	-9,989	5,516	-0,114	0,9275	21%	24%
$10^7$	5,665	-39,503	47,780	-16,206	6,439	-0,060	0,9090	9%	34%
$10^8$	4,756	-15,002	18,749	-6,537	11,233	-0,018	0,9762	2%	22%

Tabela 5.8. Expoentes e resultados da correlação para  $\dot{m}$  obtido pela Equação 5.18.

$Ra$	$\alpha$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\gamma$	$\delta$	$r^2$	$\bar{E}$	$E_{max}^*$
$10^5$	5.370	-3.248	3.776	0.180	-0.511	0.9192	22%	35%
$10^6$	103.776	0.663	0.232	0.601	-0.443	0.9310	13%	31%
$10^7$	213.628	0.824	0.128	1.003	-0.324	0.7825	19%	51%
$10^8$	217.643	0.902	0.254	1.249	-0.232	0.6410	21%	55%

O ajuste das curvas pelas Equações 5.15, 5.16 e 5.18 mostrou-se muito melhor. Os erros relativos diminuíram substancialmente e os coeficientes de determinação indicam acomodações mais satisfatórias. A Figura 5.31 apresenta um gráfico de erro para as correlações de  $\overline{Nu}_t$ . Observa-se um avanço considerável em relação à correlação da Equação 5.11. Vale dizer que 85% dos resultados da segunda correlação tiveram erros relativos menores de 15%.

Os erros relativos máximos da correlação das Equações 5.15 e 5.16 foram de 190% para  $Ra = 10^5$ , 359% para  $Ra = 10^6$ , 127% para  $Ra = 10^7$  e 22% para  $Ra = 10^8$ . Os excessivos valores obtidos nos casos de interferência de camada limite indicam que as correlações propostas não asseguram valores razoáveis nesta situação especial. Nos casos onde tal fenômeno não ocorre, os quais podem ser previstos pelas Equações 5.2 e 5.3, os erros relativos máximos foram significativamente diminuídos, como pode-se notar pelos valores de  $E_{max}^*$  nas Tabelas 5.7 e 5.8.

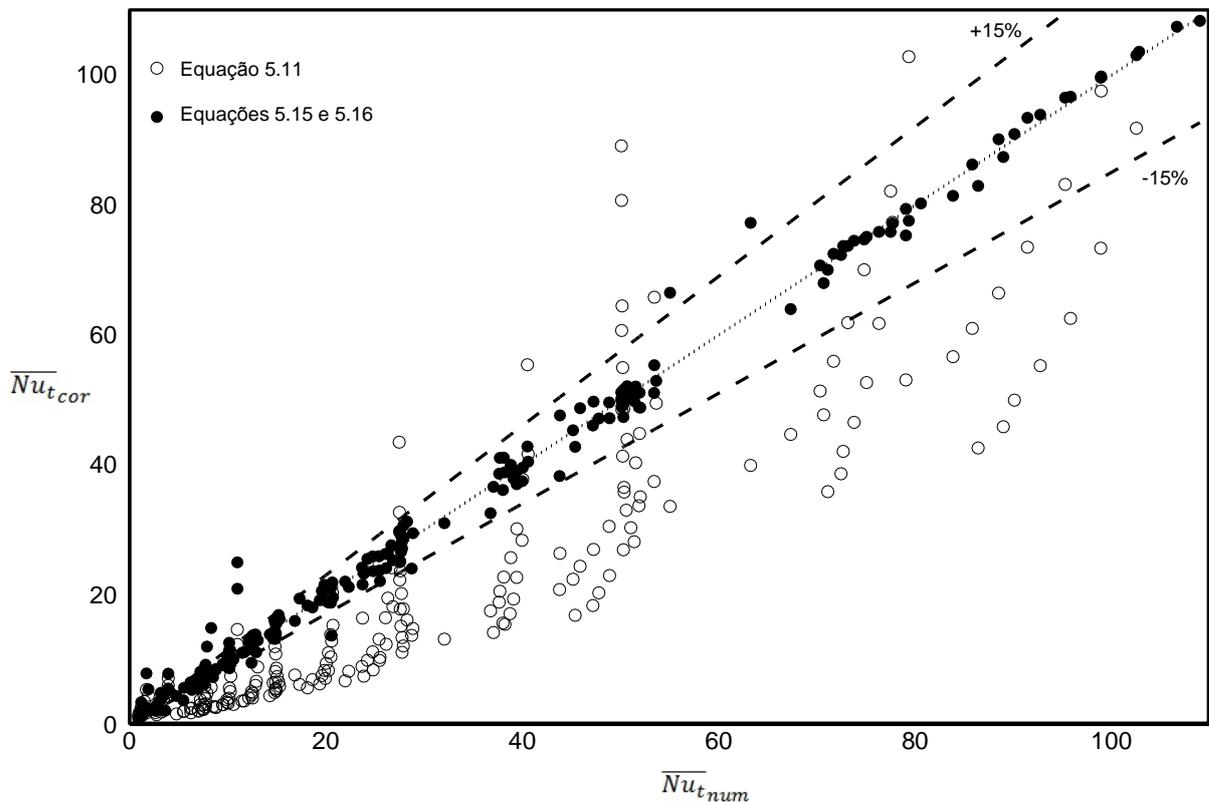


Figura 5.31. Gráfico de erro para as correlações numéricas de  $\overline{Nu}_t$ .

## 6 CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se uma solução numérica para a transferência de calor conjugada entre convecção natural e radiação em uma cavidade aberta contendo um ou quatro blocos sólidos em seu interior. As principais hipóteses simplificadoras da convecção natural foram o uso de propriedades constantes para o ar e a modelagem do termo de empuxo pela aproximação de Boussinesq-Oberbeck. O ar foi considerado radiativamente não participante e a abordagem S2S foi usada para o tratamento da radiação superficial, considerando todas as superfícies difusas, cinzas e opacas. Uma investigação paramétrica foi realizada para as variáveis  $Ra$ ,  $\varepsilon$ ,  $D$  e  $N$ .

Além de Loyola *et al.* (2013), não encontrou-se nenhum registro na literatura de solução da convecção natural em uma cavidade aberta contendo um meio heterogêneo. Como se viu no Capítulo 1, este é um caso importante para a caracterização de meio porosos. Investigações semelhantes são bem difundidas na literatura no caso da cavidade fechada. Adicionalmente, notou-se que ainda são raros os estudos de meios porosos que consideram os efeitos da radiação. Em todos os trabalhos encontrados sobre convecção natural e radiação em cavidades limpas concluiu-se que a radiação altera significativamente os resultados, e é no mínimo da mesma ordem de grandeza da convecção natural.

Os resultados obtidos neste trabalho confirmam as expectativas geradas pelas pesquisas existentes. Observou-se que na convecção natural pura há um determinado comprimento de bloco que otimiza a taxa de transferência de calor na parede aquecida, superando o que se obtém na cavidade limpa. Entretanto, quando a radiação é considerada, tal valor ótimo simplesmente não existe, ou seja, não há como superar  $\overline{Nu}_t$  da cavidade com  $N = 0$ . Este é um resultado importante visto que existem vários trabalhos teorizando reforço na taxa de transferência de calor em cavidades contendo um bloco sólido. O fenômeno da queda convectiva, *i.e.*, a diminuição de  $\overline{Nu}_c$  com a radiação, foi confirmada. Os dados obtidos mostraram que a queda em  $\overline{Nu}_c$  é diretamente proporcional à emissividade. O comportamento das curvas de  $\overline{Nu}_t(D)$  obedece à duas fases de queda: linear e exponencial. No tocante à queda exponencial, ficou evidente que esta é devida à diminuição dos gradientes horizontais de temperatura decorrentes da atração de isothermas pelo bloco. O

fenômeno da interferência de camada limite, previsto com ótima precisão por análise de escala nas Equações 5.2 e 5.3, ocasiona valores baixíssimos em  $\overline{Nu_t}$ , fazendo com que convecção e radiação somadas sejam da mesma ordem de grandeza da condução térmica.

O decaimento linear das curvas de  $\overline{Nu_t}(D)$  é decorrente do fenômeno chamado de *queda radiativa*, que consiste na diminuição de  $\overline{Nu_r}$  com o comprimento do(s) bloco(s). Apesar de inédito na literatura, este não é um fenômeno difícil de prever quando se compreende os mecanismos da radiação superficial, pois a presença de uma superfície sólida entre a parede aquecida da cavidade e o meio externo ocasiona um efeito de sombreamento que impede aquela região da parede de contabilizar a irradiação do meio externo, o qual possui a menor temperatura possível no domínio ( $\theta = 0$ ).

A queda radiativa apresenta-se como um desafio para os modelos homogêneos de tratamento de meios porosos, onde o meio não possui interfaces sólido/fluido. A ausência das superfícies sólidas do meio poroso não ocasionaria nenhum efeito de sombreamento e a queda radiativa não seria caracterizada. A diminuição da porosidade em um meio macroscópico aumenta a área superficial do meio e esta variação pode impactar  $\overline{Nu_r}$  de maneira semelhante à descrita neste estudo. Portanto, a caracterização da radiação em modelos homogêneos surge como um interessante tema de pesquisa em potencial.

Outras sugestões para futuros trabalhos incluem uma investigação mais aprofundada da influência do número de blocos, variação de temperatura e consideração da radiação volumétrica na convecção natural e radiação na mesma geometria apresentada. Além disso, aconselha-se um estudo sobre o efeito da variação da razão de condutividade térmica sólido-fluido.

## REFERÊNCIAS

ANDERSON, W. K.; BONHAUS, D. L. **An implicit upwind algorithm for computing turbulent flows on unstructured grids**. *Computers & Fluids*, v. 23, n. 1, p. 1–21, 1994.

ANGIRASA, D.; POURQUIÉ, M. J. B. M.; NIEUWSTADT, F. T. M. **Numerical Study of Transient and Steady Laminar Buoyancy-Driven Flows and Heat Transfer in a Square Open Cavity**. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 22, n. 2, p. 223–239, 1992.

ANSYS, Inc., **ANSYS FLUENT Theory Guide**, Release 13.0. Canonsburg, PA, 2010.

ANSYS, Inc., **ANSYS FLUENT User's Guide**, Release 12.0, Fluent Incorporated, 2009.

ANTAR, M. A. **Thermal radiation role in conjugate heat transfer across a multiple-cavity building block**. *Energy*, v. 35, n. 8, p. 3508–3516, 2010.

BADRUDDIN, I. A., ZAINAL, Z. A., NARAYANA, P. A. A., SEETHARAMU, K. U. **Numerical analysis of convection conduction and radiation using a non-equilibrium model in a square porous cavity**. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 46, n. 1, p. 20–29, 2007.

BALAJI, C.; VENKATESHAN, S. P. **Interaction of surface radiation with free convection in a square cavity**. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 14, n. 3, p. 260–267, 1993.

BALAJI, C.; VENKATESHAN, S. P. **Interaction of radiation with free convection in an open cavity**. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 15, n. 4, p. 317–324, 1994.

BEJAN, A. **Convection Heat Transfer**. 2. ed. New York, USA: John Wiley & Sons Inc., 1995.

BEJAN, A. **Entropy generation minimization: The new thermodynamics of finite-size devices and finite-time processes**. *Journal of Applied Physics*, v. 79, n. 3, p. 1191–1218, 1996.

BEJAN, A. **Shape and Structure, from Engineering to Nature**. [s.l.] Cambridge University Press, 2000.

BEJAN, A. **Fundamentals of exergy analysis, entropy generation minimization, and the generation of flow architecture**. International Journal of Energy Research, v. 26, n. 7, p. 0–43, 2002.

BEJAN, A. **Designed porous media: maximal heat transfer density at decreasing length scales**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 47, n. 14–16, p. 3073–3083, 2004.

BEJAN, A.; KRAUS, A. D. **Heat Transfer Handbook**. New Jersey, USA: John Wiley & Sons Inc., 2003.

BELLO-OCHEDE, T.; BEJAN, A. **Constructal multi-scale cylinders in cross-flow**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 48, n. 7, p. 1373–1383, 2005.

BHAVE, P.; NARASIMHAN, A.; REES, D. A. S. **Natural convection heat transfer enhancement using adiabatic block: Optimal block size and Prandtl number effect**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 49, n. 21–22, p. 3807–3818, 2006.

BRAGA, E. J.; DE LEMOS, M. J. S. **Laminar natural convection in cavities filled with circular and square rods**. International Communications in Heat and Mass Transfer, v. 32, n. 10, p. 1289–1297, 2005b.

BRAGA, E. J.; DE LEMOS, M. J. S. **Heat transfer in enclosures having a fixed amount of solid material simulated with heterogeneous and homogeneous models**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 48, n. 23–24, p. 4748–4765, 2005a.

CHAN, Y. L.; TIEN, C. L. **A Numerical Study of Two-Dimensional Natural Convection in Square Open Cavities**. Numerical Heat Transfer, v. 8, n. 1, p. 65–80, 1985.

DA SILVA, A. K.; BEJAN, A. **Constructal multi-scale structure for maximal heat transfer density in natural convection**. International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 26, n. 1, p. 34–44, 2005.

DE LAI, F. C. et al. **Natural convection through enclosed disconnected solid blocks** ENCIT 2008. Anais... In: BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL ENGINEERING AND SCIENCES. 2008

DE LAI, F. C. **Solução Numérica da Convecção Natural em Cavidade Preenchida com Meio Poroso Heterogêneo**. Monografia—Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2009.

DEHGHAN, A. A.; BEHNIA, M. **Combined natural convection-conduction and radiation heat transfer in a discretely heated open cavity**. Journal of heat transfer, v. 118, n. 1, p. 56–64, 1996.

ERGUN, S. **Fluid Flow Through Packed Columns**. Chemical Engineering Process, v. 48, p. 89–94, 1952.

ETTEFAGH, J.; VAFAI, K. **Natural convection in open-ended cavities with a porous obstructing medium**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 31, n. 4, p. 673–693, 1988.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. **Introdução à mecânica dos fluidos**. 6. ed. Rio de Janeiro, Brasil: Livros Técnicos e Científicos, 2006.

FRANCO, A. T. **Convecção Natural em uma Cavidade Aberta para um Canal**. Tese de Doutorado—Campinas, Brasil: Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, 1999.

HA, M. Y. KIM, I., YOON, H. SIK., YOON, H. SOO., LEE, J. R., BALACHANDAR, S., CHUN, H. H. **Two-Dimensional and Unsteady Natural Convection in a Horizontal Enclosure with a Square Body**. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, v. 41, n. 2, p. 183–210, 2002.

HAGHSHENAS, A.; NASR, M. R.; RAHIMIAN, M. H. **Numerical simulation of natural convection in an open-ended square cavity filled with porous medium by lattice Boltzmann method**. International Communications in Heat and Mass Transfer, v. 37, n. 10, p. 1513–1519, 2010.

HAMMOND, G. P. **Engineering sustainability: thermodynamics, energy systems, and the environment**. International Journal of Energy Research, v. 28, n. 7, p. 613–639, 2004.

HARLOW, F. H.; WELCH, J. E. **Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface**. *Physics of Fluids* (1958-1988), v. 8, n. 12, p. 2182–2189, 1965.

HINOJOSA, J. F., ESTRADA, C. A., CABANILLAS, R. E., ALVAREZ, G. **Numerical Study of Transient and Steady-State Natural Convection and Surface Thermal Radiation in a Horizontal Square Open Cavity**. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 48, n. 2, p. 179–196, 2005a.

HINOJOSA, J. F., ESTRADA, C. A., CABANILLAS, R. E., ALVAREZ, G. **Nusselt number for the natural convection and surface thermal radiation in a square tilted open cavity**. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 32, n. 9, p. 1184–1192, 2005b.

HOOMAN, K.; MERRIKH, A. A. **Theoretical Analysis of Natural Convection in an Enclosure Filled with Disconnected Conducting Square Solid Blocks**. *Transport in Porous Media*, v. 85, n. 2, p. 641–651, 2010.

HOUSE, J. M.; BECKERMANN, C.; SMITH, T. F. **Effect of a Centered Conducting Body on Natural Convection Heat Transfer in an Enclosure**. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 18, n. 2, p. 213–225, 1990.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. 6. ed. Rio de Janeiro, Brasil: LTC, 2008.

JALURIA, Y.; TORRANCE, K. E. **Computational Heat Transfer, Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences**. Washington, D.C., USA: Hemisphere Pub. Corp., 1986.

JAMALUD-DIN, S.-D., RESS, D. A. S., REDDY, B. V. K., NARISIMHAN, A. **Prediction of natural convection flow using network model and numerical simulations inside enclosure with distributed solid blocks**. *Heat and Mass Transfer*, v. 46, n. 3, p. 333–343, 2010.

JUÁREZ, J. O., HINOJOSA, J. F., XAMÁN, J. P., TELLO, M. P. **Numerical study of natural convection in an open cavity considering temperature-dependent fluid properties**. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 50, n. 11, p. 2184–2197, 2011.

- KALOS, M. H.; WHITLOCK, P. A. **Monte Carlo Methods, Vol. 1: Basics**. New York, USA: Courant Institute of Mathematical Sciences, New York University, 1986. v. 1
- LAGE, J. L.; BEJAN, A. **The Ra-Pr Domain Of Laminar Natural Convection In An Enclosure Heated From The Side**. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, v. 19, n. 1, p. 21–41, 1991.
- LAGE, J. L.; LIM, J. S.; BEJAN, A. **Natural Convection With Radiation in a Cavity With Open Top End**. Journal of Heat Transfer, v. 114, n. 2, p. 479–486, 1992.
- LEONARD, B. P. **A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation**. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 19, n. 1, p. 59–98, 1979.
- LIN, C.-X.; KO, S.-Y.; XIN, M.-D. **Effects of surface radiation on turbulent free convection in an open-ended cavity**. International Communications in Heat and Mass Transfer, v. 21, n. 1, p. 117–129, 1994.
- LIU, D.; ZHAO, F.-Y.; TANG, G.-F. **Conjugate Heat Transfer in an Enclosure with a Centered Conducting Body Imposed Sinusoidal Temperature Profiles on One Side**. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, v. 53, n. 2, p. 204–223, 2007.
- LOYOLA, L. T., FRANCO, A. T., JUNQUEIRA, S.L.M., DE LAI, F. C., GANZAROLLI, M. M., LAGE, J. L. **Natural convection through an open cavity heated from the side and filled with fluid and discrete solid blocks**IMECE2013. Anais... In: ASME 2013 INTERNATIONAL MECHANICAL ENGINEERING CONGRESS & EXPOSITION. 2013
- MARTYUSHEV, S. G.; SHEREMET, M. A. **Conjugate natural convection combined with surface thermal radiation in an air filled cavity with internal heat source**. International Journal of Thermal Sciences, v. 76, p. 51–67, 2014.
- MASSAROTTI, N.; NITHIARASU, P.; CAROTENUTO, A. **Microscopic and macroscopic approach for natural convection in enclosures filled with fluid saturated porous medium**. International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, v. 13, n. 7, p. 862–886, 2003.
- MERRIKH, A. .; LAGE, J. L. **From continuum to porous-continuum the visual resolution impact on modeling natural convection in heterogeneous media**. In: Transport Phenomena in Porous Media. Oxford: Elsevier, 2005a.

- MERRIKH, A. A.; LAGE, J. L. **Natural convection in an enclosure with disconnected and conducting solid blocks.** *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 48, n. 7, p. 1361–1372, 2005b.
- MEZRHAB, A. BOUALI, H., AMAOUI, H., BOUDIZI, M. **Computation of combined natural-convection and radiation heat-transfer in a cavity having a square body at its center.** *Applied Energy*, v. 83, n. 9, p. 1004–1023, 2006.
- MEZRHAB, A.; BCHIR, L. **Radiation-natural convection interactions in partitioned cavities.** *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, v. 9, n. 2, p. 186–203, 1999.
- MEZRHAB, A.; BOUZIDI, M. **Computation of view factors for surfaces of complex shape including screening effects and using a boundary element approximation.** *Engineering Computations*, v. 22, n. 2, p. 132–148, 2005.
- MEZRHAB, A.; MOUSSAOUI, M. A.; NAJI, H. **Lattice Boltzmann simulation of surface radiation and natural convection in a square cavity with an inner cylinder.** *Journal of Physics D: Applied Physics*, v. 41, n. 11, p. 115502, 2008.
- MONTIEL GONZALEZ, M.; HINOJOSA PALAFOX, J.; ESTRADA, C. A. **Numerical study of heat transfer by natural convection and surface thermal radiation in an open cavity receiver.** *Solar Energy*, v. 86, n. 4, p. 1118–1128, 2012.
- NAKAYAMA, A.; KUWAHARA, F. **A macroscopic turbulence model for flow in a porous medium.** *Journal of fluids engineering*, v. 121, n. 2, p. 427–433, 1999.
- NIELD, D. A.; BEJAN, A. **Convection in Porous Media.** 3. ed. [s.l.] Springer, 2006.
- NOUANEGUE, H.; MUFTUOGLU, A.; BILGEN, E. **Conjugate heat transfer by natural convection, conduction and radiation in open cavities.** *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 51, n. 25–26, p. 6054–6062, 2008.
- OH, J. Y.; HA, M. Y.; KIM, K. C. **Numerical Study of Heat Transfer and Flow of Natural Convection in an Enclosure with a Heat-Generating Conducting Body.** *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 31, n. 3, p. 289–303, 1997.
- OVANDO-CHACON, G. E., OVANDO-CHACON, S. L., PRINCE-AVELINO, J. C., ROMO-MEDINA, M. A. **Numerical study of the heater length effect on the heating of a solid circular obstruction centered in an open cavity.** *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, v. 42, p. 176–185, 2013.

OZTOP, H. F., AL-SALEM, K., VAROL, Y., POP, I. **Natural convection heat transfer in a partially opened cavity filled with porous media.** International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 54, n. 11–12, p. 2253–2261, 2011.

PATANKAR, S. V. **Numerical heat transfer and fluid flow.** New York, USA: Hemisphere Publishing, 1980.

PATANKAR, S. V.; SPALDING, D. B. **A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows.** International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 15, n. 10, p. 1787–1806, 1972.

PEREIRA, T. **Sustainability: An integral engineering design approach.** Renewable and Sustainable Energy Reviews, v. 13, n. 5, p. 1133–1137, 2009.

POLAT, O.; BILGEN, E. **Conjugate heat transfer in inclined open shallow cavities.** International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 46, n. 9, p. 1563–1573, 2003.

SALEH, H.; HASHIM, I. **Conjugate Natural Convection In An Open-Ended Porous Square Cavity.** Journal of Porous Media, v. 16, n. 4, p. 291–302, 2013.

SCIUBBA, E.; MELLI, R. **Artificial intelligence in thermal systems design: concepts and applications.** Commack, N.Y.: Nova Science Publishers, 1998.

SEGA, V. R. **Efeito De Uma Parede Frontal Na Convecção Natural Em Uma Cavidade Aberta.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Térmica)—Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2009.

SHI, W.; VAFAI, K. **Mixed Convection in an Obstructed Open-Ended Cavity.** Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, v. 57, n. 10, p. 709–729, 2010.

SIEGEL, R.; HOWELL, J. R. **Thermal Radiation Heat Transfer.** 3. ed. New York, USA: Hemisphere, 1992.

SINGH, S. .; VENKATESHAN, S. . **Numerical study of natural convection with surface radiation in side-vented open cavities.** International Journal of Thermal Sciences, v. 43, n. 9, p. 865–876, 2004.

SUN, H.; CHÉNIER, E.; LAURIAT, G. **Effect of surface radiation on the breakdown of steady natural convection flows in a square, air-filled cavity**

**containing a centered inner body.** Applied Thermal Engineering, v. 31, n. 6–7, p. 1252–1262, 2011.

VAN DOORMAAL, J. P.; RAITHBY, G. D. **Enhancements of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flows.** Numerical Heat Transfer, v. 7, n. 2, p. 147–163, 1984.

VIERENDEELS, J.; MERCI, B.; DICK, E. **Benchmark solutions for the natural convective heat transfer problem in a square cavity with large horizontal temperature differences.** International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, v. 13, n. 8, p. 1057–1078, 2003.

WANG, Z., YANG, M., LI, L., ZHANG, Y. **Combined Heat Transfer by Natural Convection – Conduction and Surface Radiation in an Open Cavity Under Constant Heat Flux Heating.** Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, v. 60, n. 4, p. 289–304, 2011.

ZHONG, Z. Y.; YANG, K. T.; LLOYD, J. R. **Variable property effects in laminar natural convection in a square enclosure.** Journal of Heat Transfer, v. 17, p. 133–8, 1985.

## APÊNDICE A – RESULTADOS TABELADOS

Tabela A.1. Resultados numéricos do Número de Nusselt convectivo médio ( $\overline{Nu_c}$ ).

$Ra$	$\varepsilon$	$N$	$D$								
			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$10^5$	0	1	7,666	7,716	7,744	7,719	7,542	6,975	5,481	2,649	0,973
		4	7,593	7,540	7,390	7,029	6,246	4,769	2,750	1,273	0,898
	0,5	1	7,184	7,238	7,271	7,245	7,051	6,435	4,865	2,259	0,973
		4	7,076	6,970	6,761	6,337	5,490	4,059	2,323	1,221	0,983
	1	1	6,761	6,805	6,836	6,821	6,632	5,989	4,320	1,788	0,748
		4	6,616	6,481	6,257	5,808	4,909	3,453	1,820	0,908	0,767
$10^6$	0	1	14,825	14,884	14,949	15,036	15,175	15,272	14,882	12,416	3,632
		4	14,803	14,835	14,866	14,873	14,774	14,284	12,518	7,213	1,501
	0,5	1	13,789	13,828	13,883	13,983	14,161	14,321	13,957	11,276	2,993
		4	13,845	13,861	13,874	13,862	13,693	13,075	11,066	5,977	1,423
	1	1	13,041	13,081	13,135	13,237	13,426	13,634	13,307	10,389	2,266
		4	13,069	13,075	13,106	13,125	12,969	12,311	10,075	4,901	0,949
$10^7$	0	1	27,458	27,518	27,581	27,683	27,878	28,258	28,846	28,728	20,570
		4	27,481	27,516	27,566	27,638	27,751	27,879	27,745	25,499	10,143
	0,5	1	25,706	25,691	25,702	25,762	25,906	26,337	27,092	27,207	18,284
		4	25,741	25,688	25,750	26,014	26,249	26,424	26,150	23,324	8,433
	1	1	24,363	24,388	24,430	24,523	24,737	25,204	26,009	26,231	16,433
		4	24,417	24,381	24,449	24,670	25,108	25,374	25,182	21,930	6,672
$10^8$	0	1	50,071	50,095	50,153	50,211	50,318	50,662	51,534	53,410	52,004
		4	50,073	50,109	50,136	50,211	50,341	50,575	51,039	51,385	43,822
	0,5	1	48,198 $\pm 1,162$	48,159 $\pm 1,168$	47,936 $\pm 1,481$	47,081	47,106	47,373	48,246	50,451	49,477
		4	47,212 $\pm 0,999$	47,129 $\pm 0,089$	47,085	47,148	47,404	48,143	49,175	49,535	39,839
	1	1	46,266 $\pm 1,940$	44,802	44,868	44,938 $\pm 0,616$	45,036	45,538	46,545 $\pm 0,990$	48,866	47,945
		4	44,958 $\pm 0,207$	44,993 $\pm 0,029$	45,060 $\pm 0,316$	45,267 $\pm 0,054$	45,535	46,261 $\pm 0,593$	47,772	48,197	36,882

### Cavidade Limpa ( $N = 0$ )

$\varepsilon$	$Ra$			
	$10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^8$
0	7,568	14,725	27,351	49,945
0,5	7,097	13,765	25,744	48,347 $\pm 1,369$
1	6,710	13,020	24,320	46,432 $\pm 2,054$

Tabela A.2. Resultados numéricos do Número de Nusselt radiativo médio ( $\overline{Nu_r}$ ).

$Ra$	$\varepsilon$	$N$	$D$									
			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	
$10^5$	0	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
		4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
	0,5	1	3,123	3,019	2,874	2,691	2,440	2,060	1,474	0,747	0,237	
		4	3,095	2,943	2,736	2,450	2,034	1,484	0,906	0,432	0,173	
	1	1	6,289	6,012	5,695	5,315	4,827	4,063	2,861	1,383	0,432	
		4	6,288	5,918	5,418	4,766	3,879	2,758	1,623	0,757	0,306	
	$10^6$	0	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
			4	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,5		1	6,853	6,650	6,368	6,049	5,683	5,258	4,658	3,347	0,947	
		4	6,867	6,633	6,366	6,072	5,674	5,040	3,863	1,907	0,485	
1		1	13,617	12,978	12,265	11,519	10,792	10,030	9,008	6,441	1,672	
		4	13,745	13,059	12,347	11,676	10,885	9,638	7,241	3,412	0,764	
$10^7$		0	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
			4	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0,5	1	14,807	14,340	13,733	13,055	12,192	11,369	10,544	9,550	5,438	
		4	14,839	14,272	13,665	13,086	12,490	11,795	10,897	8,732	2,549	
	1	1	29,070	27,539	25,934	24,313	22,504	20,673	19,148	17,551	9,862	
		4	29,206	27,488	25,836	24,207	22,680	21,802	20,192	16,085	4,305	
	$10^8$	0	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
			4	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,5		1	32,377 $\pm 0,124$	31,190 $\pm 0,118$	29,555 $\pm 0,132$	27,713	26,034	24,311	22,072	20,226	17,842	
		4	31,836 $\pm 0,007$	30,556 $\pm 0,010$	29,228	27,903	26,370	24,524	23,270	21,562	15,193	
1		1	62,720 $\pm 0,436$	57,996	54,063	50,327 $\pm 0,047$	46,391	42,951	39,269 $\pm 0,067$	34,979	31,103	
		4	61,685 $\pm 0,029$	57,522 $\pm 0,058$	53,833 $\pm 0,038$	50,547 $\pm 0,035$	47,200	43,842 $\pm 0,044$	41,200	38,210	26,357	

Cavidade Limpa ( $N = 0$ )

$\varepsilon$	$Ra$			
	$10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^8$
0	-	-	-	-
0,5	3,197	7,004	15,190	33,212 $\pm 0,230$
1	6,455	14,037	30,209	65,820 $\pm 0,434$

Tabela A.3. Resultados numéricos da vazão volumétrica adimensional de entrada na abertura ( $\dot{M}$ ).

$Ra$	$\varepsilon$	$N$	$D$								
			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$10^5$	0	1	19,672	19,730	19,434	18,610	17,010	14,399	10,645	5,689	1,480
		4	18,715	17,879	16,596	14,757	12,309	9,398	5,975	2,764	0,709
	0,5	1	21,754	22,130	21,925	20,886	18,758	15,507	11,050	5,474	1,269
		4	20,809	20,156	18,653	16,398	13,451	9,936	5,938	2,520	0,573
	1	1	23,232	23,931	23,707	22,399	19,779	15,957	10,972	5,158	1,108
		4	22,449	21,912	20,141	17,443	13,993	9,974	5,734	2,337	0,504
$10^6$	0	1	41,400	41,820	41,737	41,351	40,313	37,672	32,705	23,109	7,792
		4	41,194	40,840	39,897	38,131	35,159	30,387	23,042	13,358	3,507
	0,5	1	50,472	52,172	52,582	52,247	50,137	45,355	37,243	24,684	7,193
		4	50,800	52,483	51,350	47,998	42,597	35,038	25,427	13,671	2,945
	1	1	54,164	56,191	56,796	56,630	54,457	48,831	38,975	24,662	6,641
		4	57,647	59,812	57,898	53,536	46,770	37,590	26,339	13,375	2,762
$10^7$	0	1	80,300	80,633	81,026	81,388	80,783	79,664	77,182	65,961	35,026
		4	81,150	81,179	81,031	80,305	78,755	74,503	65,572	48,196	18,263
	0,5	1	108,584	113,133	114,677	115,463	115,379	112,151	102,077	79,591	36,933
		4	126,680	126,843	127,205	123,032	116,494	102,053	81,917	54,702	17,936
	1	1	114,732	119,950	121,802	121,889	120,009	118,349	108,323	82,616	35,767
		4	134,894	145,238	144,023	136,727	126,194	113,102	89,191	57,214	17,302
$10^8$	0	1	152,570	152,262	151,771	151,404	151,835	152,634	150,421	150,618	109,661
		4	152,662	152,697	77,630	152,597	151,662	150,430	148,089	129,638	74,208
	0,5	1	267,861 $\pm 23,976$	261,184 $\pm 20,385$	245,662 $\pm 13,332$	235,318	233,136	227,061	227,488	211,778	131,591
		4	278,576 $\pm 9,147$	290,579 $\pm 2,629$	290,581	284,390	274,496	255,453	228,504	171,510	83,192
	1	1	256,654 $\pm 21,586$	242,156	245,997	251,754 $\pm 4,550$	247,520	240,785	230,121 $\pm 11,331$	218,909	132,160
		4	305,200 $\pm 5,409$	321,862 $\pm 2,239$	326,783 $\pm 4,016$	309,730 $\pm 1,497$	296,965	277,507 $\pm 0,064$	248,900	185,534	84,721

Cavidade Limpa ( $N = 0$ )

$\varepsilon$	$Ra$			
	$10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^8$
0	19,399	41,110	79,815	162,673
0,5	20,812	45,329	89,364	338,319 $\pm 160,360$
1	21,286	45,261	87,542	194,566 $\pm 22,257$

Tabela A.4. Resultados numéricos da vazão volumétrica adimensional de entrada no canal ( $\dot{m}$ ).

$Ra$	$\varepsilon$	$N$	$D$									
			0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	
$10^5$	0	1	14,866	15,193	14,873	13,989	12,368	9,826	6,439	2,708	0,387	
		4	8,421	8,782	8,872	8,462	7,198	5,096	2,711	0,861	0,103	
	0,5	1	17,181	17,615	17,318	16,163	13,983	10,828	6,891	2,786	0,389	
		4	10,645	11,038	10,680	9,647	7,816	5,345	2,760	0,865	0,106	
	1	1	19,140	19,616	19,232	17,831	15,254	11,678	7,328	2,878	0,393	
		4	12,564	12,890	12,177	10,698	8,453	5,667	2,857	0,874	0,106	
	$10^6$	0	1	26,356	30,270	32,144	32,571	31,780	29,451	24,627	15,462	3,639
			4	14,289	15,107	15,877	16,738	17,383	17,008	13,952	7,270	1,130
0,5		1	41,835	43,073	43,466	43,384	41,622	37,045	28,954	17,040	3,715	
		4	29,319	31,272	30,397	28,054	25,051	21,240	15,606	7,598	1,149	
1		1	43,993	45,836	47,048	47,633	46,228	41,216	31,819	18,366	3,797	
		4	35,367	38,002	36,761	33,751	29,689	24,320	17,137	7,982	1,142	
$10^7$		0	1	40,322	44,472	52,048	59,162	63,804	65,933	63,381	52,031	23,300
			4	26,837	28,422	29,571	30,301	31,270	32,354	33,452	29,501	10,099
	0,5	1	86,689	89,092	91,436	95,197	98,430	96,692	87,420	64,708	25,466	
		4	83,210	82,527	81,899	81,390	74,128	63,170	51,156	35,251	10,508	
	1	1	87,547	90,395	93,273	96,676	102,170	104,343	96,253	71,459	27,263	
		4	84,811	89,875	89,212	86,957	87,020	75,789	60,069	39,547	10,849	
	$10^8$	0	1	70,852	73,392	77,054	82,756	94,483	110,691	124,045	126,829	86,765
			4	45,978	49,880	52,587	55,151	57,044	82,242	60,713	62,216	48,184
0,5		1	215,225 $\pm 12,795$	201,199 $\pm 10,850$	183,586 $\pm 8,344$	178,875	181,307	185,561	198,383	183,349	105,441	
		4	169,958 $\pm 6,140$	170,011 $\pm 1,939$	165,911	166,317	168,304	167,230	150,399	110,858	56,086	
1		1	189,376 $\pm 10,128$	170,321	174,682	184,964 $\pm 0,428$	190,093	191,446	204,47 $3 \pm 0,810$	198,691	115,598	
		4	168,166 $\pm 2,152$	169,477 $\pm 3,182$	169,881 $\pm 2,936$	172,456 $\pm 0,527$	174,597	175,403 $\pm 0,266$	173,780	128,893	62,026	

\* A vazão  $\dot{m}$  não se aplica na cavidade limpa.

## **APÊNDICE B – RELATÓRIO DESENVOLVIDO NO LACIT**

O seguinte relatório foi o trabalho final de Iniciação Científica realizado pelo autor deste Trabalho de Conclusão de Curso, no laboratório de ciências térmicas (LACIT) da UTFPR, concluído em Dezembro de 2011. Neste relatório, que foi precursor do estudo feito neste Trabalho de Conclusão de Curso, a convecção natural é resolvida numericamente em uma cavidade aberta contendo um bloco sólido quadrado e condutivo. O número de Rayleigh, a razão de condutividade sólido/fluido e a altura do bloco são os parâmetros investigados. Uma revisão da literatura na época concluiu que não havia nenhum estudo sobre convecção natural em cavidade aberta com algum obstáculo sólido no interior. Os resultados obtidos mostraram a existência de uma altura ótima do bloco, que maximiza a taxa de transferência de calor na parede aquecida da cavidade. Após a conclusão deste relatório, o autor optou por investigar o mesmo caso com mais profundidade em seu Trabalho de Conclusão de Curso.

## INTRODUÇÃO

Devido as suas inúmeras aplicações em engenharia, ciência e meio ambiente, a convecção natural tem chamado a atenção dos pesquisadores. Seu mecanismo complexo ajudou a impulsionar o desenvolvimento de métodos numéricos, graças à dificuldade no tratamento dos termos convectivos das equações de conservação que regem o problema. As soluções numéricas desse fenômeno em cavidades são casos de teste benchmark, o que também explica a grande quantidade de trabalhos no assunto.

Pelo seu importante papel em dispositivos práticos, como por exemplo sistemas de energia solar e resfriamento de componentes eletrônicos, a convecção natural em cavidades abertas é de grande interesse econômico, principalmente se lembrarmos da necessidade atual de economia de energia. Em meios porosos, podemos encontrar aplicações em armazenamento de grãos, processos de secagem e projetos de edifícios (cumeeira) para circulação do ar e sistemas anti-incêndio. Os meios porosos podem ser classificados como homogêneos e heterogêneos. O segundo caso, foco no presente estudo, diferencia as fases fluida e sólida, resolvendo as equações no nível da partícula (microscópico).

Um dos primeiros trabalhos sobre convecção natural em cavidade aberta foi feito por Chan e Tien (1985a). Eles investigaram a faixa  $10^3 \leq Ra \leq 10^9$  e notaram alguns fenômenos típicos desta geometria. Em primeiro lugar, um jato de fluido na saída se intensifica com o aumento de  $Ra$ , ocupando cada vez menos área e subindo rente à parede vertical exterior. A segunda observação importante foi a característica modeladora da cavidade, cujas isotermas e linhas de corrente não sofrem grandes alterações com a mudança nas condições de contorno das fronteiras livres, desde que estas estejam suficientemente distante da abertura. Esse comportamento foi mais tarde explicado por Angirasa *et al.* (1992), que estudaram o problema transitório com as condições de contorno impostas na abertura. Eles demonstraram que o escoamento começa perto da parede quente e então se direciona para fora, de modo que as características térmicas da parede ditam seu desenvolvimento. Também referente ao fenômeno transitório, Lage e Bejan (1991) solucionaram numericamente a convecção natural em cavidade fechada numa ampla faixa de  $Ra$  e  $Pr$ , para estimar os parâmetros da transição para a

turbulência. Um fenômeno típico da cavidade fechada que pôde ser analisado neste trabalho é o rebote, que ocorre quando o fluido chega com alta velocidade nas paredes horizontais e é impulsionado no sentido contrário, causando oscilação nos campos de temperatura e velocidade. Desse modo, os autores sugeriram que o tempo de regime permanente deve ser medido por  $\overline{Nu}$  no plano de centro da cavidade.

As pesquisas em meios porosos heterogêneos também já acontecem a bastante tempo e um dos trabalhos mais importantes no assunto foi realizado por House *et al.* (1990). Eles simularam a convecção natural laminar em uma cavidade fechada contendo um bloco sólido quadrado condutivo. A baixa condutividade relativa do sólido ocasionou um aumento em  $\overline{Nu}$ , para blocos menores que um tamanho crítico, a partir do qual o efeito da razão de condutividade térmica sólido/fluido ( $\kappa$ ) era invertido. Esse tamanho crítico foi estimado por Bhave *et al.* (2006), onde foi comprovado que a transferência de calor entre as paredes quente e fria é reforçada pela diminuição do fluxo de calor vertical no centro da cavidade, pois na cavidade limpa nota-se a presença de um núcleo de fluido estagnado. Neste estudo foi determinada a dimensão ótima do bloco adiabático em que  $\overline{Nu}$  é máximo, superando inclusive os valores da cavidade limpa.

Cavidades fechadas com vários blocos têm sido estudadas recentemente. Braga e de Lemos (2005), compararam o efeito da forma do bloco. Blocos quadrados resultaram em uma maior taxa de transferência de calor em relação aos blocos circulares, devido à separação do escoamento nas arestas. Merrikh e Lage (2005) encontraram o fenômeno da interferência de camada limite, que diminui drasticamente os valores de  $Nu$ . Quando os blocos se encontraram muito próximos à parede, o escoamento preferencial muda para o canal anterior, reduzindo o poder advectivo, causando uma notável queda em  $\overline{Nu}$ . Eles calcularam o número crítico de blocos para a ocorrência do fenômeno a partir de uma análise de escala, e os resultados se mostraram coerentes com os dados obtidos.

Conforme descrito anteriormente, as pesquisas sobre convecção natural em cavidades abertas e em cavidades fechadas com um bloco sólido foram extensivamente desenvolvidas ao longo das últimas décadas. Porém ainda não há uma investigação do caso da cavidade aberta com um bloco sólido, que é um modelo mais realista em se tratando de meios porosos heterogêneos. Este modelo é

considerado por alguns autores como um meio poroso fraturado, onde ocorre canalização do escoamento.

No presente estudo, a convecção natural laminar transitória em uma cavidade aberta com um bloco sólido inserido será resolvida numericamente. A falta de resultados para meios heterogêneos em cavidade aberta é um dos desafios do presente trabalho, onde o problema da cavidade aberta e o da cavidade com um bloco serão unidos. Um bloco sólido quadrado condutivo está centralizado no interior da cavidade. O tamanho do bloco e a razão de condutividade térmica sólido/fluido são variados, além de  $Ra$ . As atenções são voltadas para a canalização do escoamento e a influência de cada parâmetro na taxa de transferência de calor na parede quente. Para uma melhor convergência numérica, a solução transitória é realizada, mas somente os resultados de regime permanente são focados nesse estudo. Isotermas e linhas de corrente são as ferramentas de análise visual e número de Nusselt, vazão volumétrica de entrada na abertura e vazão volumétrica de entrada no canal inferior ( $\overline{Nu}$ ,  $\dot{M}$  e  $\dot{m}$ , respectivamente) são as quantidades monitoradas.

## MODELAGEM MATEMÁTICA

A Figura 1 apresenta o domínio e suas dimensões. A cavidade é quadrada e o bloco é centralizado em seu interior. As propriedades das duas fases, sólida e fluida, são consideradas constantes, uniformes e isotrópicas. A parede interna é mantida a temperatura constante ( $T_H$ ), maior que a temperatura das fronteiras externas,  $T_0$ . O escoamento resultante é tratado como bidimensional, assim como a transferência de calor. A aproximação de Boussinesq é aplicada para representar a massa específica no termo de empuxo. Excetuando-se esta particularidade, o fluido é tratado como incompressível e newtoniano. A dissipação viscosa é desprezada e o escoamento é laminar. O número de Prandtl ( $Pr$ ) é unitário.

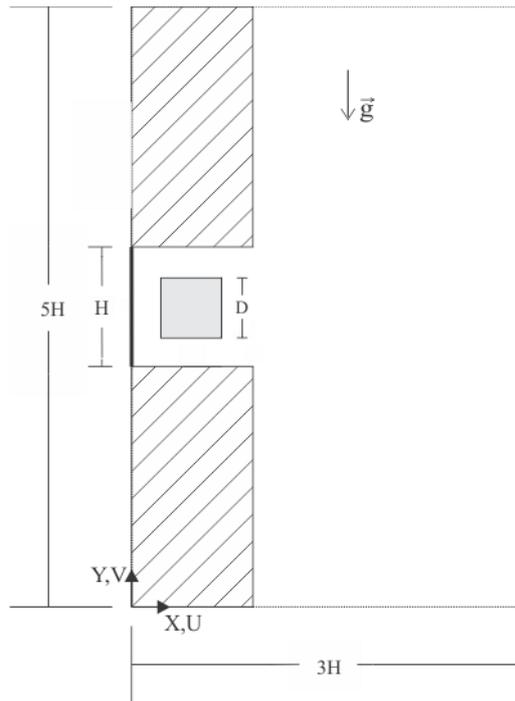


Figura B.1. Representação esquemática da cavidade aberta com bloco no interior e suas proporções. A gravidade atua no sentido negativo de Y.

As equações adimensionais de conservação da massa, quantidade de movimento e energia para o fluido são, respectivamente:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) + \theta_f \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta_f}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = (RaPr)^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 \theta_f}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial Y^2}\right) \quad (4)$$

A equação da conservação de energia para o sólido fica:

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \frac{\kappa}{\sigma} (RaPr)^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2}\right) \quad (5)$$

De acordo com as equações acima, o escoamento é totalmente controlado por  $Ra$ ,  $\kappa$  e  $D$ . As equações originais de conservação foram adimensionalizadas pela introdução das variáveis e parâmetros adimensionais:

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H} \quad (6)$$

$$(U, V) = \frac{(u, v)}{(\alpha_f / H)(RaPr)^{1/2}} \quad (7)$$

$$\tau = \left( \frac{\alpha_f}{H^2} \right) (RaPr)^{1/2} t \quad (8)$$

$$P = \left( \frac{H^2 p}{\rho_f \alpha_f^2} \right) (RaPr)^{-1} \quad (9)$$

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_H - T_\infty} \quad (10)$$

$$Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad (11)$$

$$Ra = \frac{g \beta_f (T_H - T_0) H^3}{\nu_f \alpha_f} \quad (12)$$

$$\sigma = \frac{(\rho c_p)_s}{(\rho c_p)_f} \quad (13)$$

$$\kappa = \frac{k_s}{k_f} \quad (14)$$

A razão de condutividade térmica é variada entre 0.1 e 100 e a razão de capacidade térmica é 0.01 para todos os casos. A escolha desse valor é importante para o acompanhamento da solução transitória. O valor foi escolhido apenas para efeitos de convergência numérica, pois mesmo que não represente um fluido real, os valores de regime permanente não são afetados por ele. Se o sólido tem uma baixa capacidade térmica, seu campo de temperatura vai evoluir rapidamente, de maneira

que o regime permanente tenha que ser monitorado apenas pelo fluido, já que o bloco se estabiliza primeiro. Testes iniciais revelaram que o tempo de regime permanente é diminuído desta forma.

As condições de contorno externas são:

$$X = 0: \theta = 1, V = U = 0 \quad (15)$$

$$Y = 2 \text{ e } Y = 3, 0 \leq X \leq 1: \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = U = V = 0 \quad (16)$$

$$X = 1, 0 \leq Y \leq 2 \text{ e } 3 \leq Y \leq 5: \frac{\partial \theta_f}{\partial X} = U = V = 0 \quad (17)$$

$$Y = 5: \theta_f = \frac{\partial V}{\partial Y} = U = 0 \quad (18)$$

$$Y = 0: \theta_f = \frac{\partial U}{\partial Y} = 0 \quad (19)$$

$$X = 3: \theta_f = \frac{\partial V}{\partial X} = 0 \quad (20)$$

Condições de contorno “internas” são assim definidas nas interfaces do bloco:

$$V = U = 0, \frac{\partial \theta_f}{\partial n} = \kappa \frac{\partial \theta_s}{\partial n}, \theta_f = \theta_s \quad (21)$$

onde  $n$  é a direção normal à superfície do bloco.

O número de Nusselt ( $Nu = hH / k_f$ ), que avalia a taxa de transferência de calor na parede quente, é calculado por um balanço energético na lâmina fluida adjacente à superfície:

$$h_y A (T_H - T_\infty) = -k_f A \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (22)$$

Assim,  $\overline{Nu}$  é calculado pela média dos valores locais:

$$\overline{Nu} = \int_2^3 - \left. \frac{\partial \theta_f}{\partial X} \right|_{X=0} dY \quad (23)$$

Na abertura,  $\dot{M}$  é calculado da seguinte forma:

$$\dot{M} = \begin{cases} -U_{x=1}, & \text{se } U_{x=1} \leq 0 \\ 0, & \text{se } U_{x=1} > 0 \end{cases} \quad (24)$$

De maneira análoga, a vazão de entrada nas bordas do canal inferior ( $\dot{m}$ ) é calculada.

## MODELAGEM NUMÉRICA

A solução numérica consiste em resolver as equações de conservação (Equações 1, 2, 3, 4 e 5) pelo Método dos Volumes Finitos em todo o domínio, a partir das condições de contorno e iniciais dadas. Os termos convectivos são discretizados com o esquema QUICK e para a pressão o método PRESTO! é utilizado. O algoritmo de acoplamento pressão-velocidade é o SIMPLEC e a formulação transiente usa o método Implícito de Segunda Ordem. O critério de convergência temporal, que encerra o time-step em andamento, é  $SR_i < 10^{-5}$ , onde Scaled Residual ( $SR$ ) representa o resíduo relativo de cada uma das equações de balanço. O time-step é encerrado quando todas as equações atingem o valor definido ( $10^{-5}$ ). A interface fluido-sólido é tratada como parede acoplada, onde não há fluxo de massa, mas o fluxo de calor é permitido. A mudança abrupta de condutividade térmica é controlada com a média harmônica (Patankar, 1980).

A malha criada é cartesiana e não uniforme, com expansão em progressão geométrica. O refinamento é feito em todas as paredes do domínio, para monitorar as camadas-limite térmica e hidrodinâmica, e na abertura, devido a mudança de direção do escoamento naquela região. O time-step empregado é constante de valor  $\Delta\tau = 0.1$ . A Tabela 1 mostra os valores de  $\overline{Nu}$  e  $\dot{M}$  obtidos em regime permanente para diferentes malhas. O tempo de regime permanente ( $\tau_{RP}$ ) é determinado por uma verificação das curvas  $\overline{Nu}(\tau)$ ,  $\dot{M}(\tau)$  e  $\dot{m}(\tau)$ . As Figuras 2 e 3 apresentam o desenvolvimento de  $\overline{Nu}$  e  $\dot{M}$  com o tempo para  $Ra = 10^8$ ,  $D = 0.5$  e  $\kappa = 100$ . O caso  $Ra = 10^8$  e  $\kappa = 100$  foi escolhido para o teste de malha pois representa a

situação mais crítica dentre todas analisadas, dada sua grande intensidade de empuxo e compressão das isothermas causadas por um  $\kappa$  maior.

Tabela B.1. Valores de  $\overline{Nu}$  e  $\dot{M}$  em regime permanente, em função da malha. Caso de  $Ra = 10^8$ ,  $D = 0.5$  e  $\kappa = 100$ .

Malha	$\overline{Nu}$	$\dot{M}$
20x20	45.730	213.918
40x40	60.656	191.240
80x80	54.471	176.748
120x120	51.664	172.058
160x160	51.660	172.056
240x240	51.181	171.499
320x320	51.181	171.506

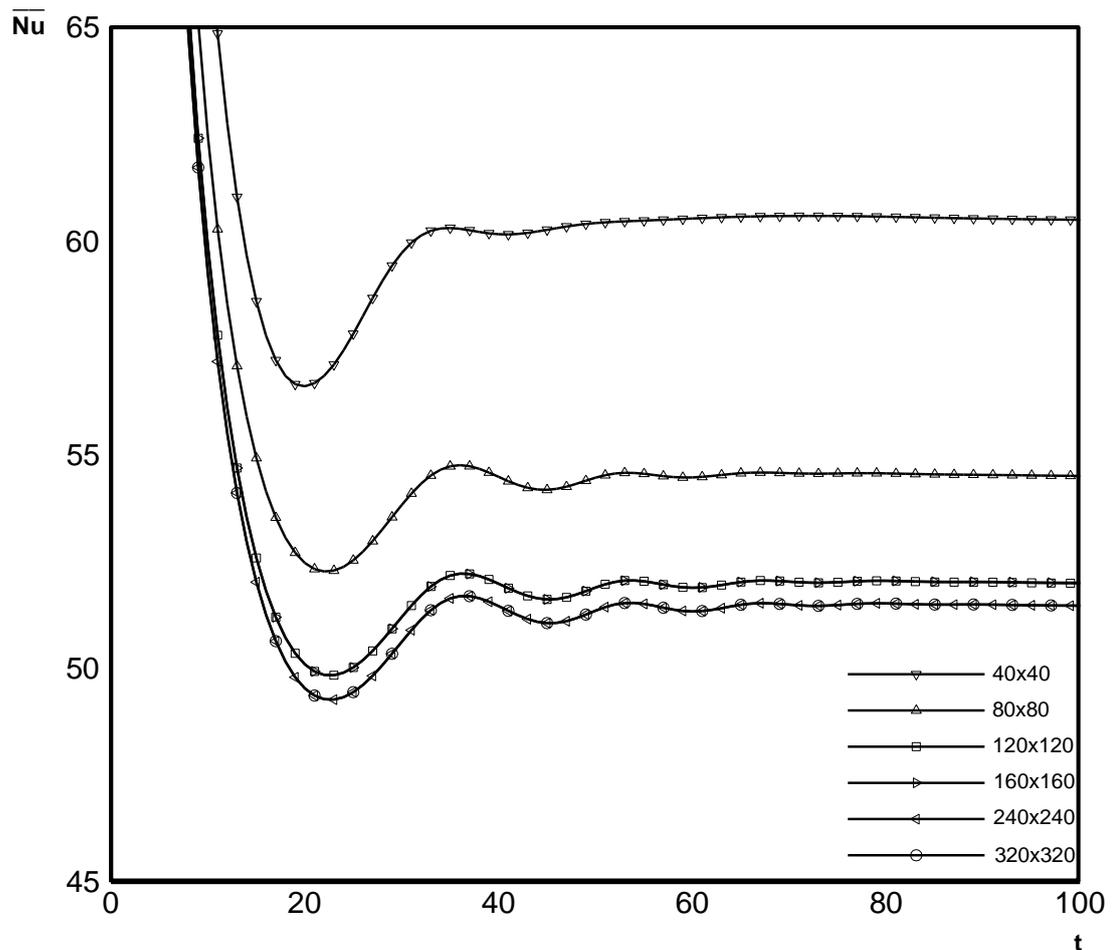


Figura B.2. Evolução de  $\overline{Nu}$  com o tempo adimensional para diferentes malhas.

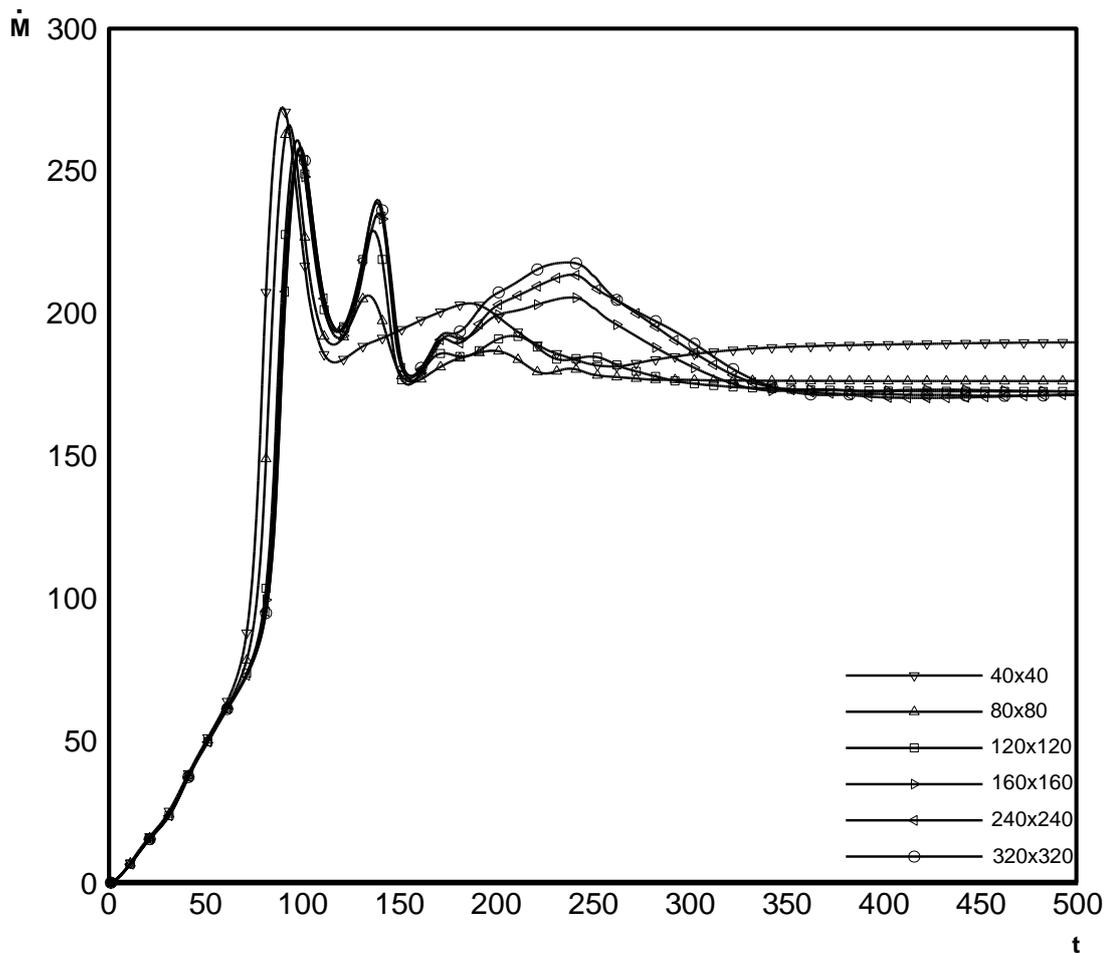


Figura B.3. Evolução de  $\dot{M}$  com o tempo adimensional para diferentes malhas.

Fazendo  $D=0$  temos o caso clássico da cavidade aberta limpa de Chan e Tien (1985a). Valores comparativos são mostrados na Tabela 2, onde os resultados foram obtidos com a malha  $240 \times 240$ . Podemos observar que esta malha, além de representar bem o fenômeno transitório da  $320 \times 320$ , também tem seus resultados muito bem situados em relação aos valores da literatura, justificando sua adoção no presente trabalho.

Tabela B.2.  $\overline{Nu}$  e  $\dot{M}$  de regime permanente para cavidade limpa. comparação com outros autores.

$Ra$	$\overline{Nu}$			$\dot{M}$		
	Chan and Tien	Hinojosa et al.	[Present]	Chan e Tien	Hinojosa et al.	[Present]
$10^5$	7.69	7.75	7.69	21.1	---	20.90
$10^6$	15.0	15.11	14.98	47.3	---	45.15
$10^7$	28.6	28.70	27.94	96.0	---	90.35
$10^8$	56.8		51.16	190		175.84

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

A faixa de valores de  $Ra$  analisada, juntamente com  $Pr$  unitário garante escoamento laminar, segundo o trabalho de Lage e Bejan (1991). A presença adicional das paredes no bloco na cavidade contribui para atrasar o desenvolvimento da turbulência. Na Tabela 3 são exibidos os valores analisados para cada parâmetro variado. As Tabelas 4, 5 e 6 trazem uma síntese dos resultados de regime permanente. Apesar de a solução ter sido feita em regime transiente, somente os resultados de regime permanente são de interesse desse estudo.

Tabela B.3. Parâmetros analisados no presente trabalho.

$Ra$	$10^5, 10^6, 10^7, 10^8$
$D$	0.3, 0.5, 0.8
$\kappa$	0.1, 1, 10, 100

Tabela B.4. Valores de  $\overline{Nu}$  em regime permanente para todos os casos analisados.

		$\overline{Nu}$			
$Ra$	$D$	$\kappa = 0.1$	$\kappa = 1$	$\kappa = 10$	$\kappa = 100$
$10^5$	<b>0.3</b>	7.791	7.764	7.715	7.701
	<b>0.5</b>	7.500	7.404	7.178	7.083
	<b>0.8</b>	2.415	2.374	3.382	4.352
$10^6$	<b>0.3</b>	15.188	15.167	15.133	15.121
	<b>0.5</b>	15.323	15.278	15.175	15.130
	<b>0.8</b>	12.091	11.802	10.707	10.107
$10^7$	<b>0.3</b>	28.116	28.116	28.114	28.113
	<b>0.5</b>	28.412	28.385	28.298	28.254
	<b>0.8</b>	28.335	28.228	27.770	27.251
$10^8$	<b>0.3</b>	51.181	51.181	51.182	51.182
	<b>0.5</b>	51.381	51.381	51.379	51.378
	<b>0.8</b>	53.595	53.522	53.285	53.084

A Figura 4 mostra as isothermas e linhas de corrente para  $D=0.5$  e  $\kappa=1$ . Pode-se ver que a vazão é muito afetada pelo aumento da intensidade de empuxo (aumento de  $Ra$ ), conseqüentemente a espessura da camada-limite térmica vai afinando-se tornando mais delgada, indicando maiores gradientes térmicos que elevam o valor do  $\overline{Nu}$ . No canto superior esquerdo da cavidade, uma região de estagnação vai aumentando, conforme  $Ra$  cresce, até que haja entrada do escoamento pelo canal superior da cavidade. Todas as isothermas exibidas a seguir tem  $\Delta\theta=0.1$ . As linhas de corrente têm suas variações mostradas na Tabela 7.

Tabela B.5. Valores de  $\dot{m}$  em regime permanente para todos os casos analisados.

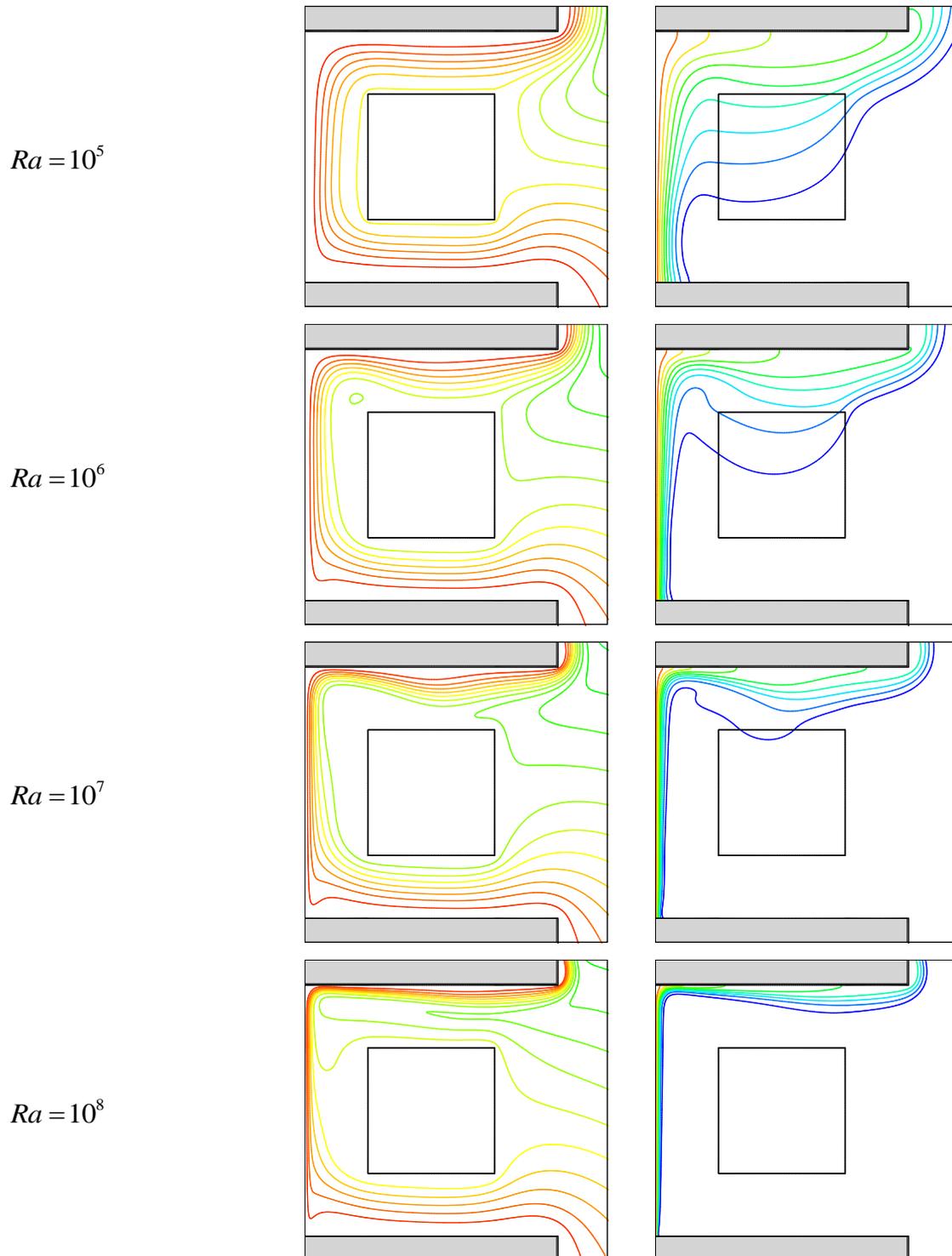
		$\dot{m}$			
$Ra$	$D$	$\kappa=0.1$	$\kappa=1$	$\kappa=10$	$\kappa=100$
$10^5$	<b>0.3</b>	14.921	15.342	15.961	16.156
	<b>0.5</b>	11.801	12.125	12.839	13.082
	<b>0.8</b>	2.430	2.387	2.138	1.945
$10^6$	<b>0.3</b>	34.710	35.268	36.157	36.495
	<b>0.5</b>	32.052	32.811	34.761	35.703
	<b>0.8</b>	14.357	14.445	14.909	14.819
$10^7$	<b>0.3</b>	62.211	62.165	61.989	61.905
	<b>0.5</b>	71.519	72.567	76.053	78.168
	<b>0.8</b>	50.717	51.148	53.951	56.825
$10^8$	<b>0.3</b>	88.936	89.063	89.189	89.274
	<b>0.5</b>	110.239	110.056	109.448	109.039
	<b>0.8</b>	130.624	131.321	136.832	144.797

Tabela B.6. Valores de  $\dot{M}$  em regime permanente para todos os casos analisados.

		$\dot{M}$			
$Ra$	$D$	$\kappa=0.1$	$\kappa=1$	$\kappa=10$	$\kappa=100$
$10^5$	<b>0.3</b>	20.128	20.500	20.870	20.980
	<b>0.5</b>	16.495	17.369	18.645	19.100
	<b>0.8</b>	4.392	5.397	7.386	8.277
$10^6$	<b>0.3</b>	44.956	45.573	46.222	46.504
	<b>0.5</b>	40.927	42.604	45.166	46.138
	<b>0.8</b>	19.460	22.707	28.263	31.076
$10^7$	<b>0.3</b>	90.840	90.858	90.837	90.833
	<b>0.5</b>	88.180	89.362	93.846	95.672
	<b>0.8</b>	60.174	66.689	78.542	86.106
$10^8$	<b>0.3</b>	172.566	172.598	172.651	172.681
	<b>0.5</b>	171.531	171.571	171.587	171.592
	<b>0.8</b>	146.814	157.172	175.957	189.926

Tabela B.7. Variação do valor de linha de corrente para todos os gráficos exibidos.

$Ra$	$10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^8$
$\Delta\Psi$	2	5	10	20

Figura B.4. Linhas de corrente e isotermas para  $D=0.5$  e  $\kappa=1$ .

A entrada do escoamento pelo canal superior é um fenômeno que afeta muito a taxa de transferência de calor por convecção na parede quente. A Tabela 4.b mostra que, excetuando-se o caso onde o bloco tem dimensão  $D=0.8$ , a vazão de entrada na abertura é pouco afetada por  $\kappa$  e  $D$ , sendo quase constante para cada  $Ra$ . Desse modo, observa-se que essa vazão ( $\dot{M}$ ) é dividida entre um fluxo de massa que entra pelo canal inferior ( $\dot{m}$ ), canal superior, e uma pequena parte que sai da cavidade sem ter entrado em nenhum dos canais. Via de regra, o valor de  $\overline{Nu}$  será diretamente proporcional à velocidade do escoamento na região da parede, como seria num escoamento forçado, onde  $\overline{Nu}$  é correlacionado com o Número de Reynolds ( $Re$ ).

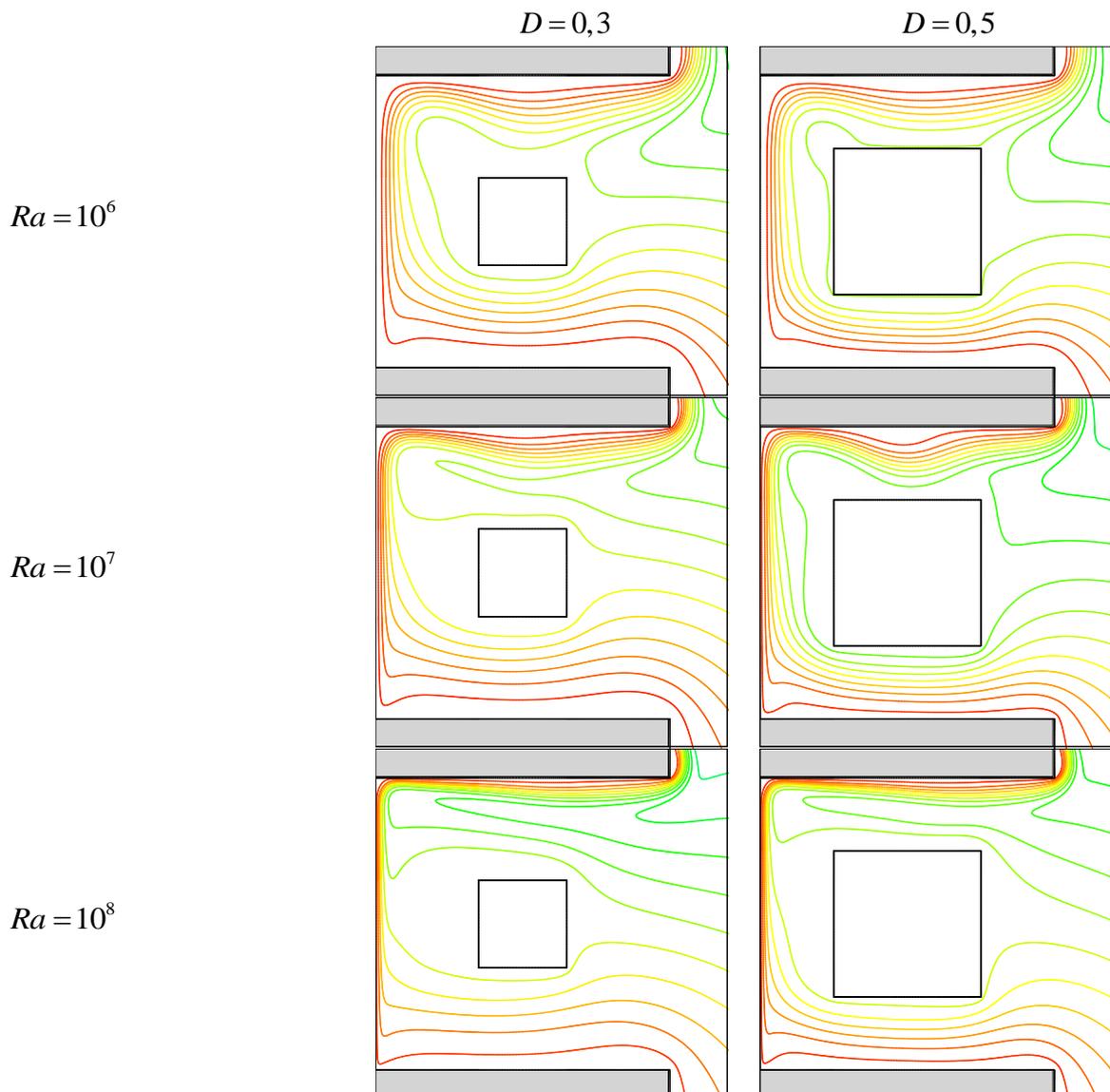


Figura B.5. Linhas de corrente para  $\kappa = 10$ , mostrando a entrada do escoamento no canal superior.

A Figura 5 apresenta as linhas de corrente para  $\kappa = 10$ , mostrando a evolução da entrada do escoamento pelo canal superior em função de  $D$ . Para cada  $Ra$ , há um valor ótimo para o tamanho do bloco ( $D_{opt}$ ), onde não ocorre tal fenômeno. De acordo com a Figura 5, para  $Ra = 10^7$  esse valor está entre 0.3 e 0.5 e para  $Ra = 10^8$  está entre 0.5 e 0.8. Um método de estimar este valor será apresentado adiante. Acima de  $D_{opt}$ , a restrição na área disponível para entrada do escoamento começa a diminuir  $\dot{m}$ , o que chamamos aqui de estrangulamento. A vazão de entrada no canal inferior é tão maior quanto mais próximo de  $D_{opt}$  se está, e em geral o valor de  $\overline{Nu}$  obedece o mesmo padrão de aumento ou queda de  $\dot{m}$ . Houve somente um caso em que a elevação  $\dot{m}$  não gerou o mesmo efeito em  $\overline{Nu}$ . Quando  $Ra = 10^6$ , na passagem de  $D = 0.3$  para  $D = 0.5$ ,  $\overline{Nu}$  aumentou mas  $\dot{m}$  diminuiu.

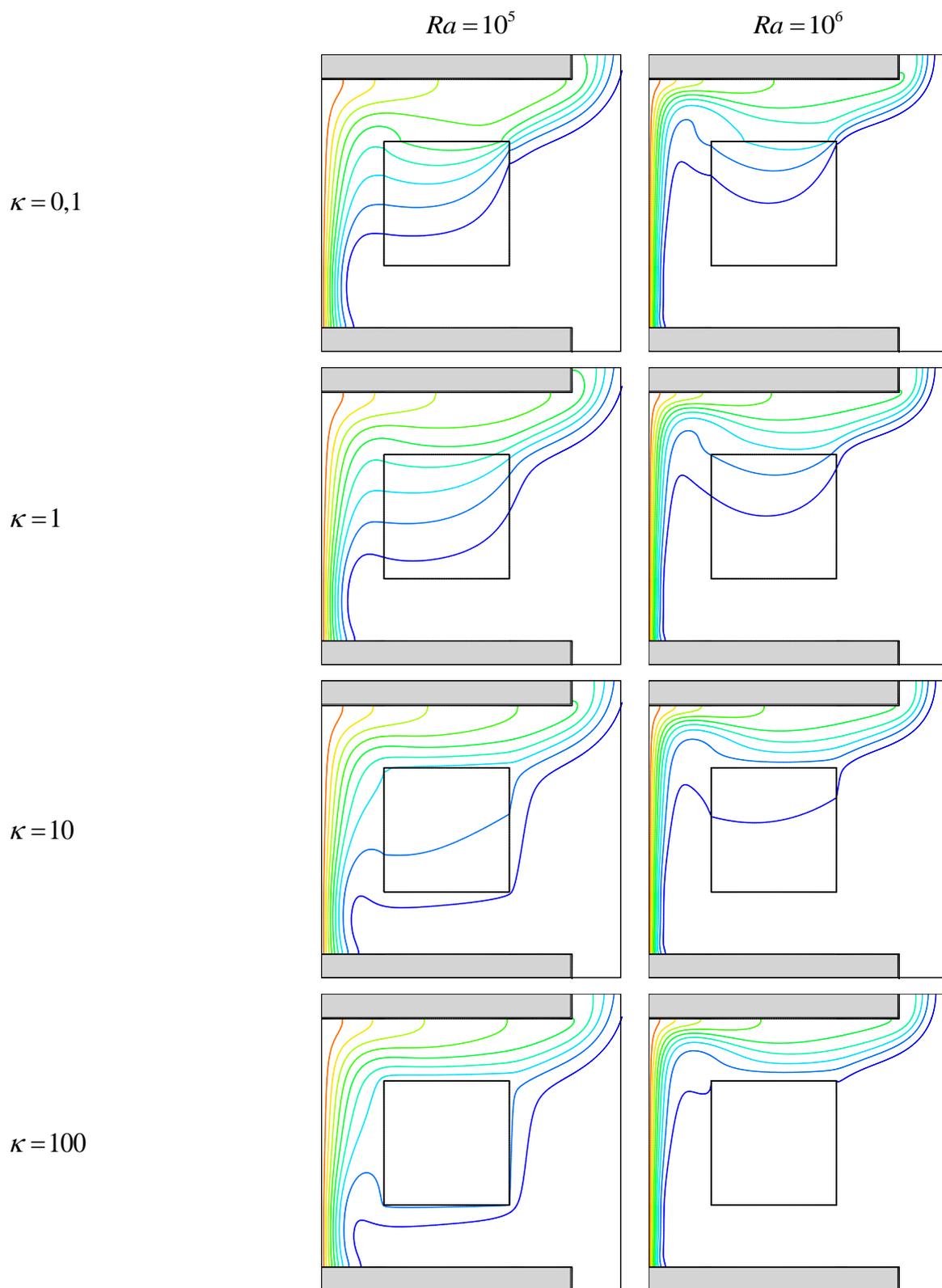


Figura B.6. Isotermas para  $D = 0.5$ .

A razão de condutividade térmica gera o efeito de *short-circuiting* observado por House *et al.* (1990). Através da Figura 6 vê-se como as isothermas são

influenciadas por  $\kappa$ , para  $Ra = 10^5$  e  $Ra = 10^6$ . Com  $\kappa = 0.1$  as isothermas de  $Ra = 10^5$  estão altamente concentradas dentro do bloco, devido ao seu efeito isolante, que não permite um transporte eficiente de calor no sólido. Com o aumento de  $\kappa$  o bloco tende a se tornar isotérmico, expulsando as isothermas do seu interior. Em  $Ra = 10^5$  e  $\kappa = 100$  a maioria das isothermas foi deslocada para cima do bloco, mas algumas foram para baixo. Esse gradiente vertical de temperatura causa um fluxo de calor vertical pelo bloco, o que é denominado de *short-circuiting*. O aumento de temperatura embaixo do bloco diminui a extração de calor da parede quente, pois o fluido entra com uma maior temperatura. A compressão das isothermas acima do bloco cria maiores gradientes térmicos que aumentam as forças de empuxo, que por sua vez elevam  $\dot{m}$ . Mas esse aumento na vazão de entrada no canal inferior não supera o efeito *short-circuiting* na redução em  $\overline{Nu}$ . Conforme apresentado na Figura 3.4.a, o efeito de  $\kappa$  é cada vez menos relevante quando  $D$  diminui e  $Ra$  aumenta. Da Tabela 4.a, quando  $Ra = 10^8$  e  $D = 0.3$  os valores de  $\overline{Nu}$  obtidos não variam com  $\kappa$ .

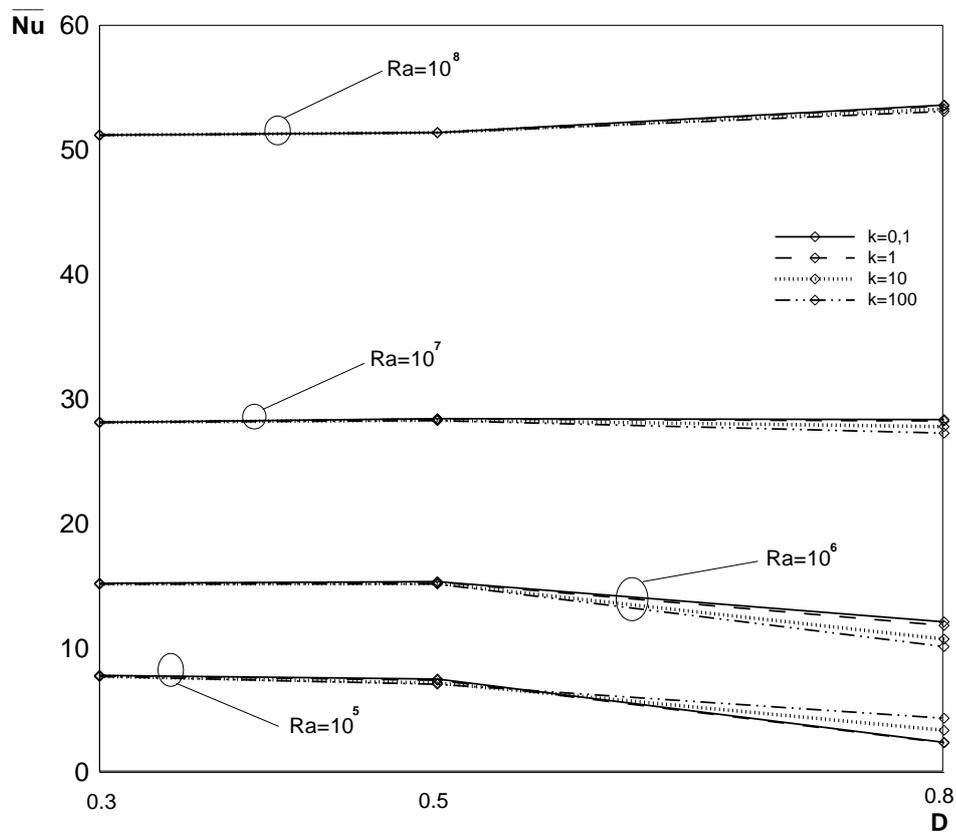


Figura B.7.  $\overline{Nu}$  em função de todas as variáveis envolvidas, mostrando a influência de  $\kappa$  com  $D$  e  $Ra$ .

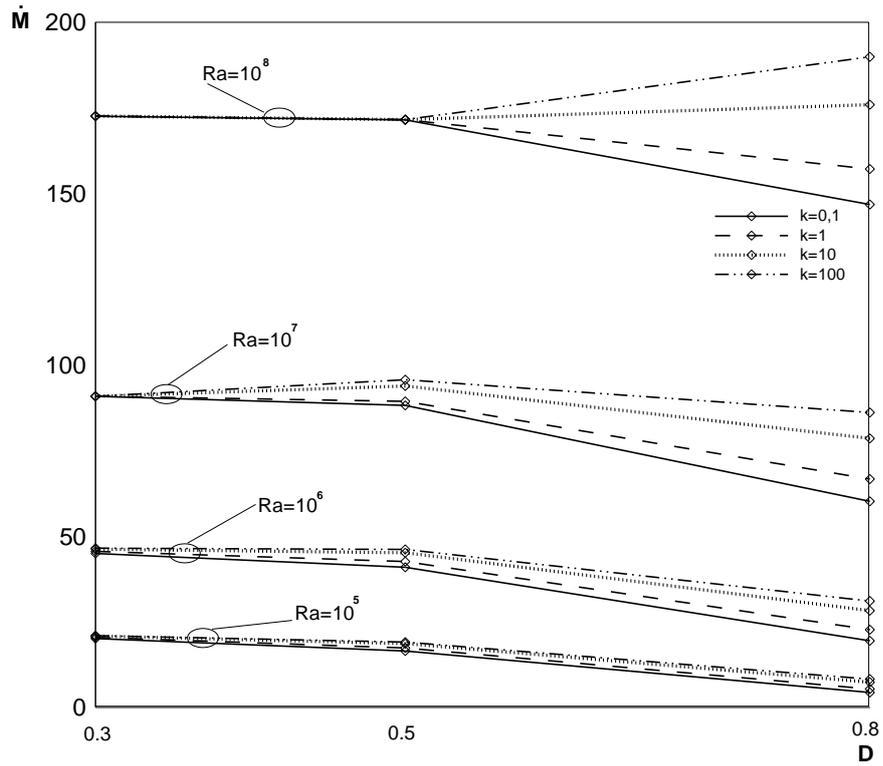


Figura B.8.  $\dot{M}$  em função de todas as variáveis envolvidas, mostrando a influência de  $\kappa$  com  $D$  e  $Ra$ .

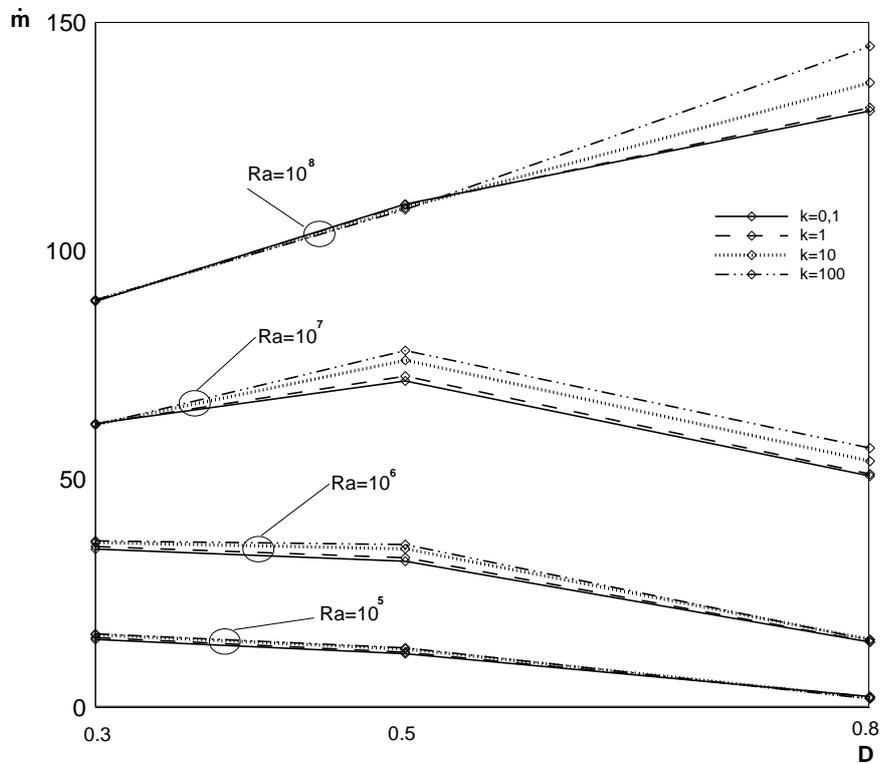


Figura B.9.  $\dot{m}$  em função de todas as variáveis envolvidas, mostrando a influência de  $\kappa$  com  $D$  e  $Ra$ .

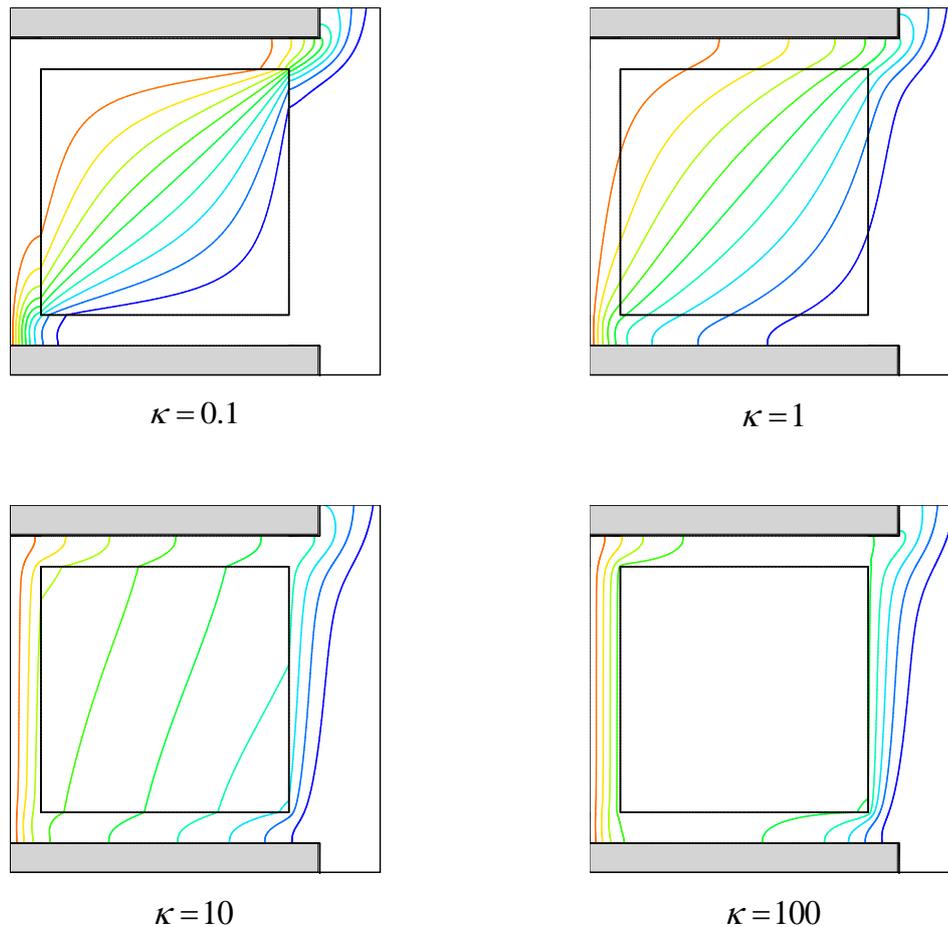


Figura B.10. Isotermas para  $Ra = 10^5$  e  $D = 0.8$ .

Dentre os casos analisados, um desviou-se da regra geral. Para  $Ra = 10^5$  e  $D = 0.8$  o bloco invadiu a camada-limite térmica, inibindo as forças de empuxo. A Figura 10 apresenta linhas de corrente e isothermas para o caso em questão. Em  $\kappa = 0.1$  o fluido que entra pelo canal inferior sofre uma mudança quase abrupta de temperatura no canto inferior esquerdo da cavidade, flui praticamente à mesma temperatura até o canto superior direito, quando é novamente resfriado em uma curta distância. A concentração das isothermas nos cantos do bloco pode ser explicada pelo fato de a resistência térmica nos cantos ser muito menor do que através do corpo inteiro. Quando  $\kappa > 1$ , a interferência de camada-limite ainda existe, mas como a transferência de calor na cavidade é predominantemente difusiva, a maior condutividade térmica do bloco eleva o valor de  $\overline{Nu}$ .

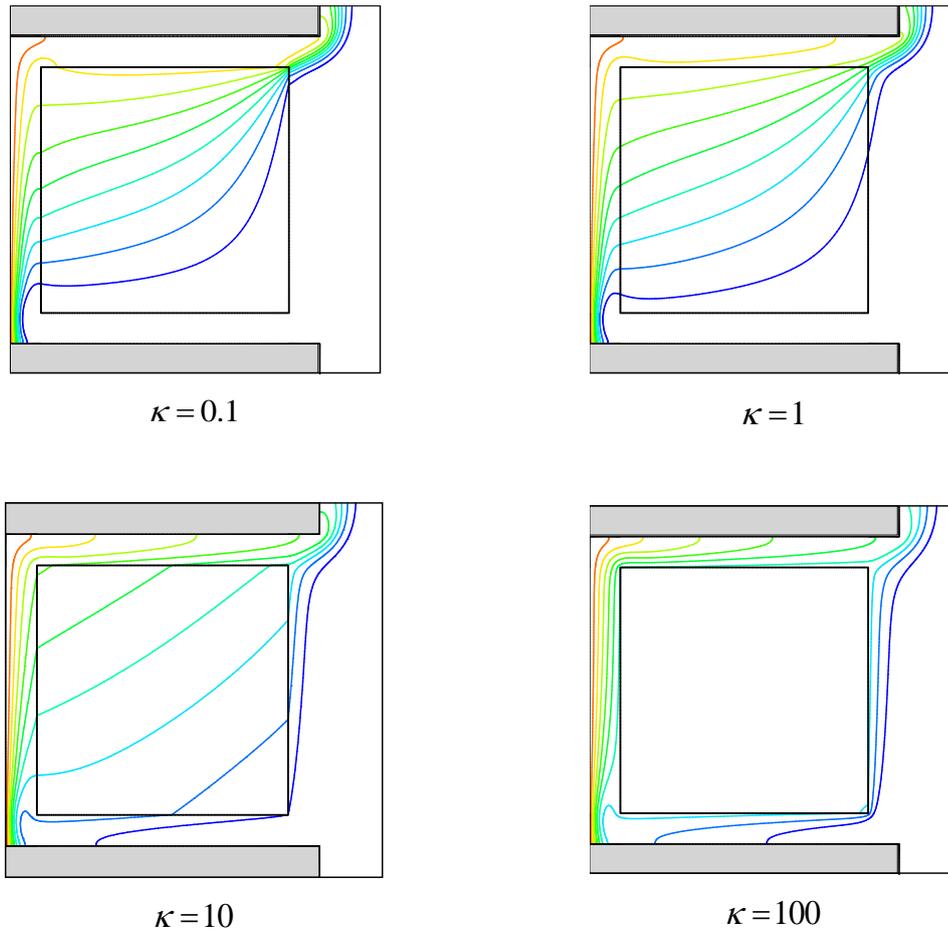


Figura B.11. Isotermas para  $Ra = 10^6$  e  $D = 0.8$ .

Segundo Bejan (1995), uma estimativa para a espessura da camada-limite térmica para convecção natural entre duas paredes paralelas, onde só uma é aquecida, pode ser obtida por análise de escala e é dada por:

$$Ra^{-\frac{1}{4}} = \frac{\delta_T}{2} \quad (Pr \geq 1) \quad (25)$$

A espessura da camada-limite térmica, aproximada pela equação 25, é 0.11 para  $Ra = 10^5$  e 0.06 para  $Ra = 10^6$ , o que está de acordo com os resultados obtidos, já que para  $Ra = 10^6$  e  $D = 0.8$ , apesar da queda em  $\overline{Nu}$ , esse efeito não ocorre. Mesmo que pareça, dada a queda nos valores de  $\dot{m}$  e  $\overline{Nu}$ , não há a formação da região isotérmica no fluido, o que descaracteriza o fenômeno acima descrito.

Conforme dito anteriormente, existe um valor de tamanho do bloco que maximiza  $\dot{m}$  através de melhorias nas condições do escoamento. Se aumentarmos

$D$  a partir de zero a vazão  $\dot{m}$  vai aumentar continuamente, mas a partir de  $D > D_{opt}$  o estrangulamento no canal diminuirá essa vazão. Este valor ótimo ( $D_{opt}$ ) pode ser estimado pelas soluções da cavidade limpa. Na Figura 12 tem-se uma aproximação gráfica da distância entre o centro e a linha de corrente mais elevada que passa da linha de centro da cavidade. Este valor foi comparado com os resultados obtidos para a cavidade com o bloco e o resultado foi excelente, pois acima dos valores obtidos para  $D_{opt}$  não houve entrada do escoamento pelo canal superior, demonstrando uma boa precisão na estimativa.

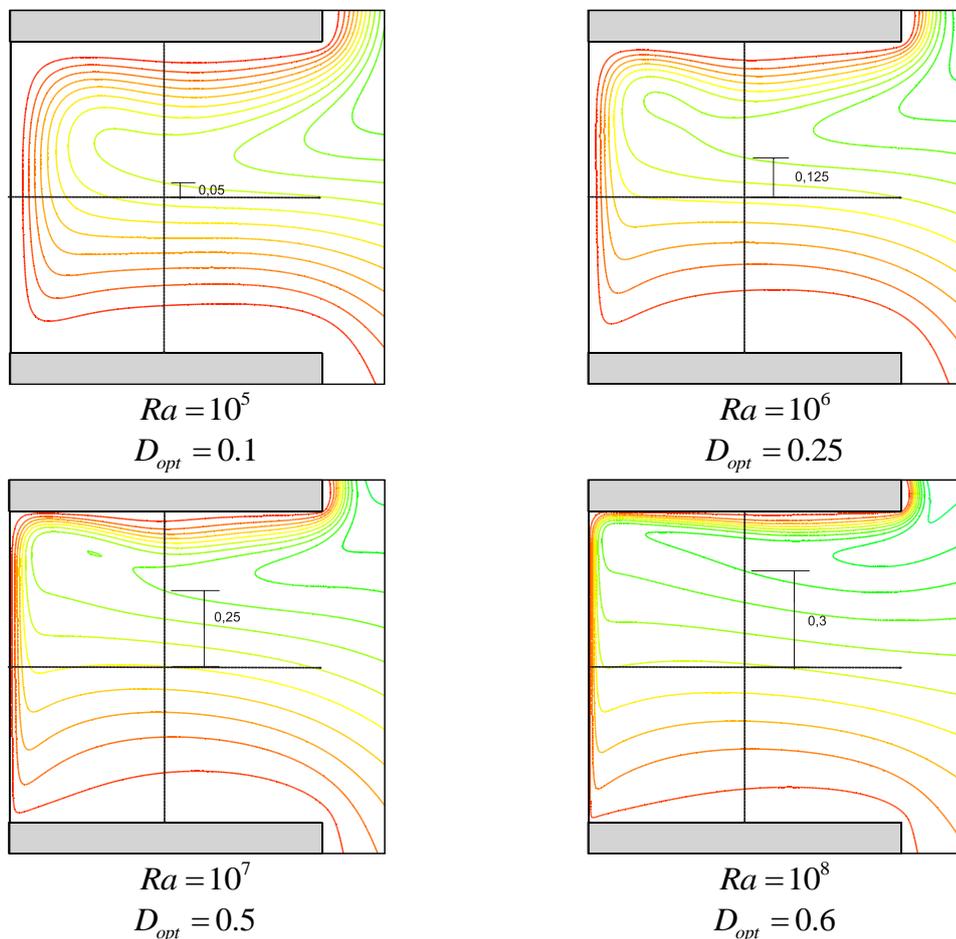


Figura B.12. Estimativa gráfica de  $D_{opt}$ .

Usando o Método dos Mínimos Quadrados, uma correlação para  $D_{opt}$  foi obtida na seguinte forma:

$$D_{opt} = 0.7 \left( 1 - e^{-0.418(\log(Ra)-5)} \right) + 0.1 \quad 10^5 \leq Ra \leq 10^8 \quad (26)$$

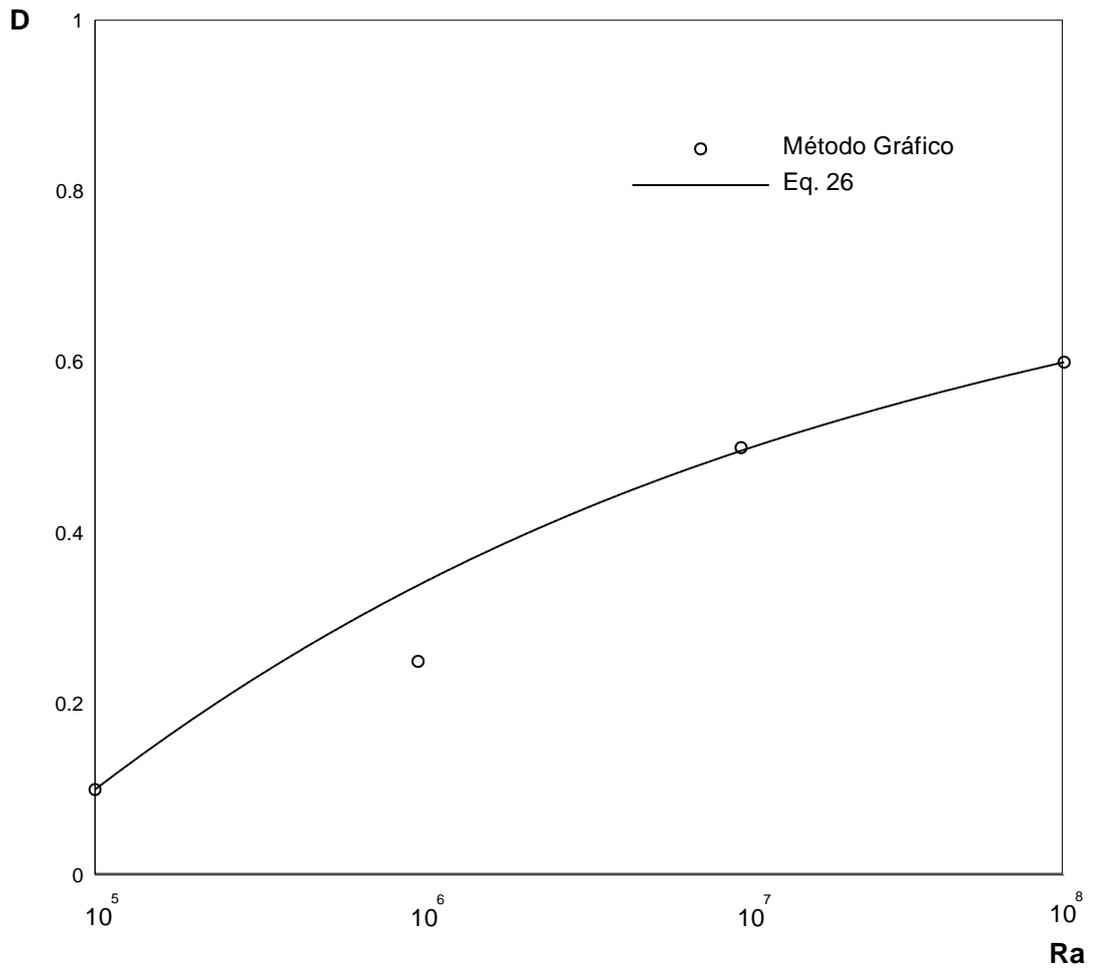


Figura B.13.  $D_{opt} \times Ra$ .

Logo, a curva  $\dot{m} \times D$  terá o comportamento mostrado na Figura 10:

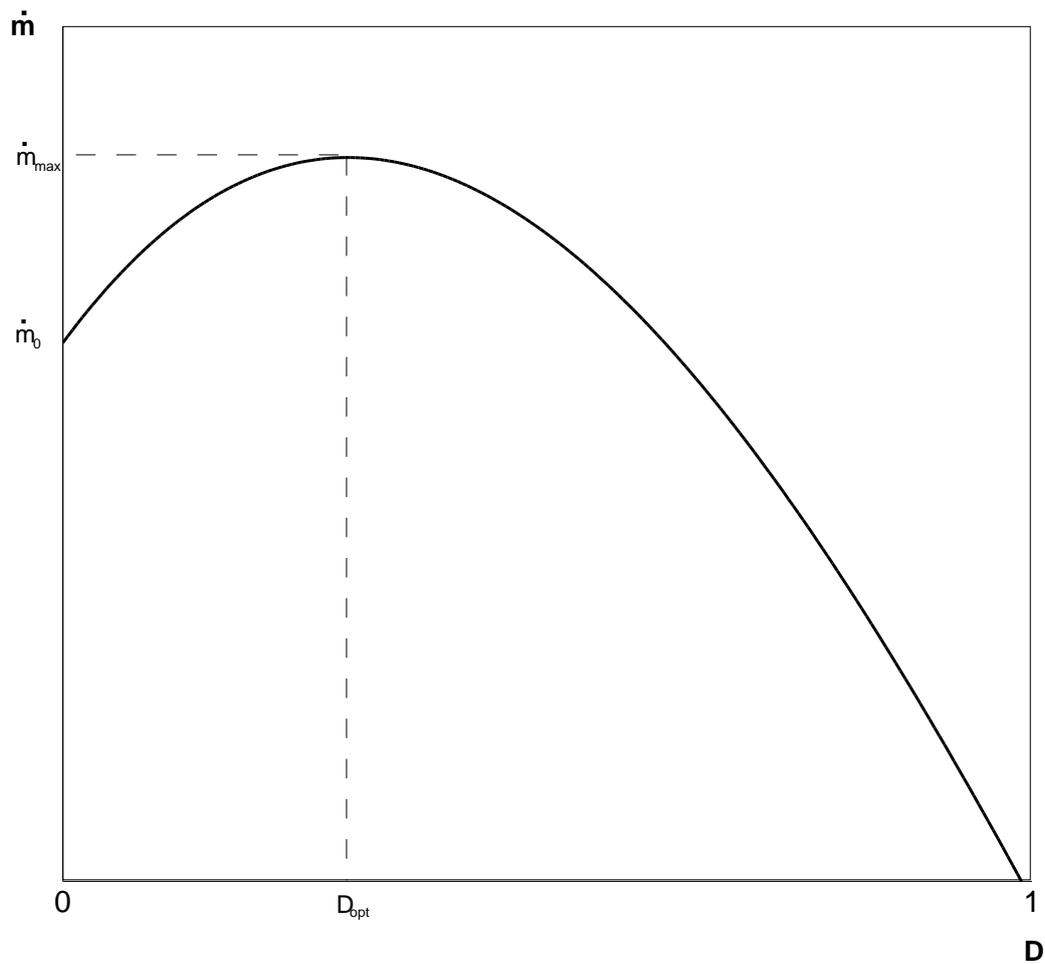


Figura B.14. Comportamento típico de  $\dot{m}$  com  $D$ .

Para melhor atender às necessidades da engenharia, correlações para  $\overline{Nu}$ ,  $\dot{M}$  e  $\dot{m}$  são propostas na seguinte expressão:

$$f(Ra, D, \kappa) = ARa^b D^c \kappa^d \quad (27)$$

Para obter os parâmetros  $A$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , foi aplicado o Método dos Mínimos Quadrados, de modo a minimizar a soma dos  $E_i$ , aplicado a um vetor de resultados numéricos, onde:

$$E_i = \frac{(\phi_{num} - \phi_{corr})^2}{\phi_{num}^2} \quad (28)$$

Como o Método dos Mínimos Quadrados é um procedimento bem difundido na literatura, maiores detalhes não são abordados aqui. Para uma explicação mais profunda, o leitor pode consultar Spiegel and Stephens (2008).

Neste trabalho os resultados de interferência de camada-limite ( $Ra = 10^5$  e  $D = 0.8$ ) foram excluídos do cálculo das correlações, para melhor representar os fenômenos discutidos anteriormente. Assim sendo, as correlações para  $\overline{Nu}$ ,  $\dot{M}$  e  $\dot{m}$  ficam:

$$\overline{Nu} = 0.272 Ra^{0.284} D^{-0.032} \kappa^{-0.003} \quad (29)$$

$$\dot{M} = 0.374 Ra^{0.325} D^{-0.170} \kappa^{0.017} \quad (30)$$

$$\dot{m} = 0.382 Ra^{0.310} D^{0.045} \kappa^{0.007} \quad (31)$$

As equações 29, 30 e 31 são restritas às faixas de valores investigadas neste trabalho. A ordem de  $Ra$  na equação 29 está bem próxima da solução analítica proposta por Churchill e Chu (1975), qual seja,  $\overline{Nu} \propto Ra^{0.25}$ . O erro máximo na correlação de  $\overline{Nu}$ , desconsiderando o caso  $Ra = 10^5$  e  $D = 0.8$ , foi de quase 37%, para  $Ra = 10^6$  e  $D = 0.8$ , onde há uma grande restrição e a intensidade de empuxo é baixa. Para o restante dos casos, o erro foi menor que 8%. A Figura 15 mostra a disposição dos dados para a correlação da equação 29 em um gráfico de erro para  $\overline{Nu}$ .

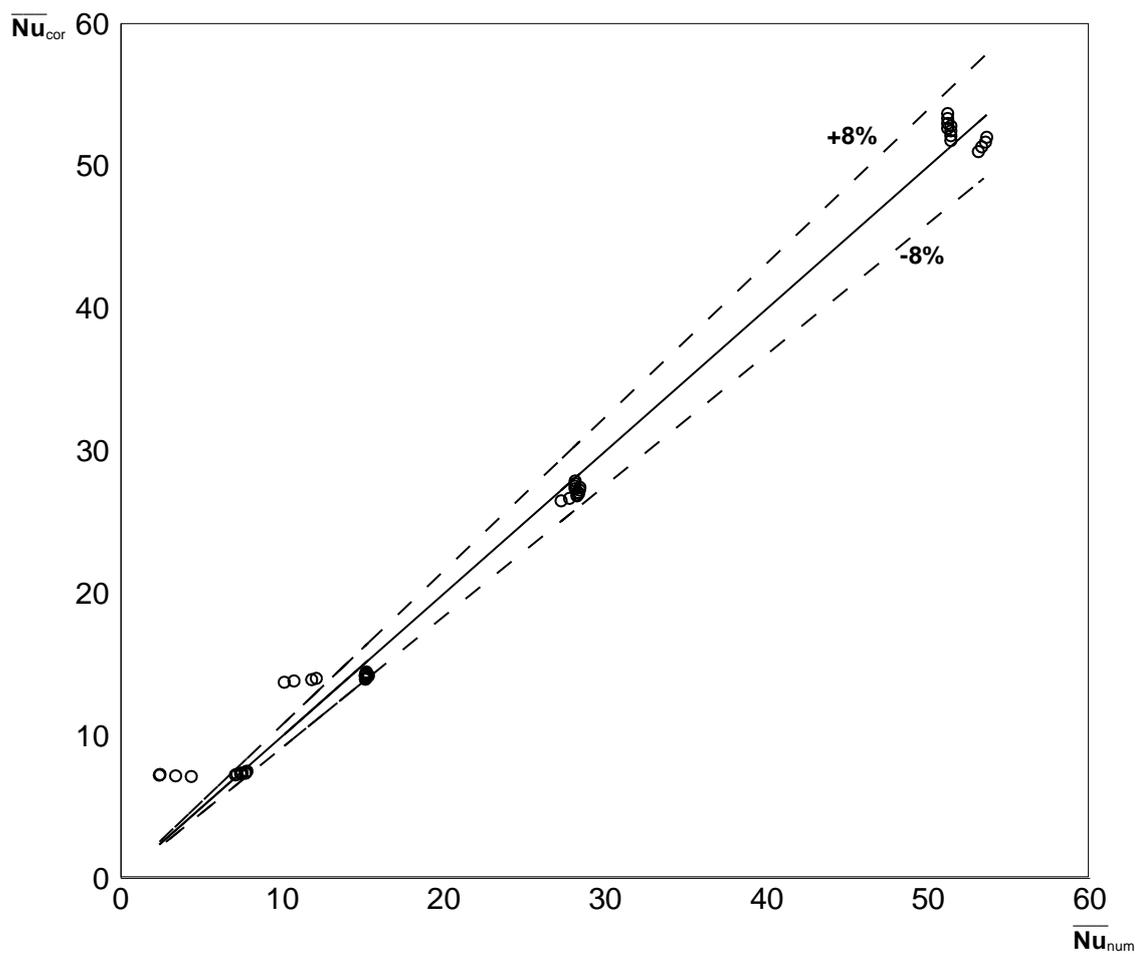


Figura B.15. Gráfico de erro para  $\overline{Nu}$ . Os casos fora da faixa  $\pm 8\%$  são: interferência de camada-limite em  $Ra = 10^5$  e grande estrangulamento em  $Ra = 10^6$ .

## CONCLUSÕES

A convecção natural em cavidade aberta com um bloco sólido condutivo inserido foi solucionada numericamente variando-se  $Ra$ ,  $D$  e  $\kappa$ . A cavidade estudada é quadrada, assim como o bloco, e aquecida a uma temperatura constante na parede vertical interna. Gráficos de  $\overline{Nu}$ ,  $\dot{M}$  e  $\dot{m}$  foram apresentados e suas relações com os parâmetros investigados foram discutidos.

As principais conclusões que podem ser retiradas desse trabalho são a confirmação da ocorrência do *short-circuiting*, identificado por House *et al.* (1990), e o efeito de  $D$  na vazão de entrada pelo canal inferior ( $\dot{m}$ ). Foi visto que quando  $D$  aumenta abaixo de seu valor crítico ( $D_{opt}$ )  $\dot{m}$  aumenta também, mas a partir de  $D > D_{opt}$  o maior tamanho do bloco causa um estrangulamento, restringindo essa vazão, que em geral apresenta mesma tendência de  $\overline{Nu}$ . Um método gráfico foi proposto para estimar  $D_{opt}$  e seus resultados concordaram com os valores numéricos. A partir desses dados, uma correlação foi apresentada para o cálculo de  $D_{opt}$ .

Correlações numéricas também foram propostas para  $\overline{Nu}$ ,  $\dot{M}$  e  $\dot{m}$ , com o Método dos Mínimos Quadrados. A ordem de  $Ra$  na correlação de  $\overline{Nu}$  é próxima ao valor obtido analiticamente por Churchill e Chu (1975). Excetuando-se os casos  $Ra = 10^5$ ;  $D = 0.8$  (interferência de camada-limite) e  $Ra = 10^6$ ;  $D = 0,8$ , todos os valores obtidos pela correlação proposta para  $\overline{Nu}$  se encaixam na faixa  $\pm 8\%$ , conforme mostrado no gráfico de erro da Figura 11.

## REFERÊNCIAS

ANGIRASA, D., POURQUIÉ, M. J. B. M. E NIEWSTADT, F. T. M., **Numerical Study of Transient and Steady Laminar Buoyancy-Driven Flows and Heat Transfer in a Square Open Cavity**, Numerical Heat Transfer, Vol. 22, Parte A, p. 223-239, 1992.

BHAVE, P.; NARASIMHAN, A.; REES, D. A. S..**Natural convection heat transfer enhancement using adiabatic block: Optimal block size and Prandtl number effect**. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 49, pp. 3807-3818, 2006.

BRAGA, E. J.; de LEMOS, M. J. S..**Heat transfer in enclosures having a fixed amount of solid material simulated with heterogeneous and homogeneous models**. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 48, pp. 4748-4765, 2005a.

CHAN, Y.L.; TIEN, C.L.; **A Numerical Study of Two-dimensional Natural Convection in Square Open Cavities**, Numerical Heat Transfer, vol. 8, pp 65-80, 1985a.

CHURCHILL, S.W.; CHU, H.H.S.; **Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Vertical Plate**. International Journal Heat and Mass Transfer, vol. 18, pp 1323-1329, 1975.

DE LAI, F. C., JUNQUEIRA, S. L. M., FRANCO, A. T., LAGE, J. L. **Natural convection through enclosed disconnected solid blocks**. 12<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, Belo Horizonte, 2008.

DI LIU, FU-YUN ZHAO, GUANG-FA TANG.**Conjugate Heat Transfer in an Enclosure with a Centered Conducting Body Imposed Sinusoidal Temperature Profiles on One Side**. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 53: 204–223, 2008.

**Fluent User's Guide**, Release 12.0, Fluent Incorporated, 2009.

HOUSE, J. M.; BECKERMANN, C.; SMITH, T. F..**Effect of a centered conducting body on natural convection heat transfer in an enclosure.** Numerical Heat Transfer, Part A, vol. 18, pp. 213-225, 1990.

J. L. LAGE AND A. BEJAN, **The Ra-Pr domain of laminar natural convection in an enclosure heated from the side,** Numerical Heat Transfer:An International Journal of Computation and Methodology; Part A: Applications, v 19, n 1, Jan-Feb, 1991, p 21-41.

MERRIKH, A. A.; LAGE, J. L. **Natural convection in an enclosure with disconnected and conducting solid blocks.**International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 48, pp. 1361-1372, 2005.

S.V.PATANKAR, **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow,** Taylor and Francis, 1980.

SPIEGEL, M.R., STEPHENS, L.J.: **Schaums outline of theory and problems of statistics,** 4th edn. McGraw-Hill,New York (2008).

## **APÊNDICE C – ARTIGO EM PUBLICAÇÃO NO IMECE 2014**

A seguir é apresentado um artigo em publicação na edição de 2014 do International Mechanical Engineering Congress and Exposition da Sociedade Americana de Engenheiros Mecânicos (ASME). Este artigo utilizou somente os resultados obtidos neste Trabalho de Conclusão de Curso. Além do presente autor, participaram os professores Admilson T. Franco e Silvio L. M. Junqueira da UTFPR e José L. Lage da Southern Methodist University (EUA).

## DRAFT - IMECE2014-38258

### NUMERICAL SIMULATIONS OF NATURAL CONVECTION WITH RADIATION IN AN OPEN CAVITY CONTAINING A CONDUCTING AND CENTERED SOLID BODY

**A. LUGARINI S.**

Thermal Sciences Laboratory  
Federal University of Technology – Paraná  
Curitiba-PR, 80230-901, Brazil  
alanlugarinisz@yahoo.com.br

**S.L.M. JUNQUEIRA**

Thermal Sciences Laboratory  
Federal University of Technology – Paraná  
Curitiba-PR, 80230-901, Brazil  
silvio@utfpr.edu.br

**A.T. FRANCO**

Thermal Sciences Laboratory  
Federal University of Technology – Paraná  
Curitiba-PR, 80230-901, Brazil  
admilson@utfpr.edu.br

**J.L. LAGE**

Mechanical Engineering Department  
Southern Methodist University  
Dallas-TX, 75275-0337, USA  
JLL@lyle.smu.edu

#### ABSTRACT

Although of relevance to a variety of engineering applications, the study of natural convection within an open cavity containing a conducting solid body is rarely found in the literature. Moreover, previous studies have pointed out that radiation heat transfer rates are at least of the same order of the laminar natural convection rates in cavities, making the inclusion of radiation effects an important step toward obtaining more realistic and practical results. The present study considers then a square cavity, with one wall heated and the other opened to an adjacent fluid reservoir, having a square conducting solid block centered in it and accounting for natural convection and radiation effects. Notice, for a large block size, the geometric configuration of the resulting flow channel is similar to that of a fracture along a reservoir wall. The resulting natural convection flow is simulated numerically for performing a nondimensional parametric study seeking to unveil the effects of block dimension, surface emissivity and Rayleigh number into the convection heat transfer process. The cavity filling fluid is assumed to have constant and uniform properties, as is the solid block, and the fluid-to-solid conductivity ratio is set as unity in the present study. The screening (radiation) effect caused by the presence of the solid block is discussed, as well as the convective and radiative drop phenomena. The convection and radiation Nusselt numbers are evaluated and compared for each simulated case. The results are then used to build an analytical correlation capable of predicting directly the total Nusselt number as a function of the parameters investigated.

#### KEYWORDS

Natural Convection, Surface Radiation, Open Cavity, Inner Body

#### NOMENCLATURE

B	cavity aspect ratio, $B = 1$
d	block side length [m]
D	dimensionless block side length ( $D = d/H = 1$ )
$F_{ij}$	view factor between surfaces $i$ and $j$
g	gravity acceleration
H	cavity height [m]
J	radiosity [ $W/m^2$ ]
k	thermal conductivity [ $W/mK$ ]
$N_r$	radiation number ( $N_r = H\sigma T_H^4/k_f(T_H - T_\infty)$ )
Nu	local Nusselt number
p	pressure [Pa]
P	dimensionless pressure ( $P = (H^2/\rho\alpha^2)((p + \rho gy)/RaPr)$ )
Pr	Prandtl number ( $Pr = \nu/\alpha$ )
$q_r$	net radiative heat flux [ $W/m^2$ ]
$Q_r$	dimensionless net radiative heat flux ( $Q_r = q_r/\sigma T_H^4$ )
R	dimensionless radiosity ( $R = J/\sigma T_H^4$ )
Ra	Rayleigh number ( $Ra = g\beta_f H^3(T_H - T_\infty)/\nu_f \alpha_f$ )
t	time [s]
T	temperature [K]
u,v	x and y Cartesian velocity components [m/s]
U,V	X and Y dimensionless velocity components ( $(U,V) = (u,v)(RaPr)^{-1/2}/(\alpha/H)$ )
x,y	horizontal and vertical Cartesian coordinates [m]
X,Y	x and y dimensionless coordinates ( $(X,Y) = (x,y)/H$ )
<b>Greek symbols</b>	
$\alpha$	thermal diffusivity [ $m^2/s$ ]
$\beta$	isobaric coefficient of volumetric expansion [ $K^{-1}$ ]
$\epsilon$	emissivity
$\kappa$	fluid-to-solid conductivity ratio ( $\kappa = k_s/k_f = 1$ )
$\nu$	kinematic viscosity [ $m^2/s$ ]
$\theta$	dimensionless temperature ( $\theta = (T - T_\infty)/(T_H - T_\infty)$ )
$\Theta$	dimensionless temperature ( $\Theta = T/T_H$ )

$\rho$	density [kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	Stefan-Boltzmann constant [W/m <sup>2</sup> K <sup>4</sup> ]
$\tau$	dimensionless time ( $\tau = t(\text{RaPr})^{1/2}(\alpha/H^2)$ )

**Subscripts**

f	fluid
s	solid
H	heated cavity wall
$\infty$	ambient
c	convective
r	radiative
t	total
i, j	<i>i</i> th and <i>j</i> th elements

**INTRODUCTION**

A lot of attention has been recently devoted to the study of natural convection in enclosures containing discrete solid obstacles, particularly because of the large number of related contemporary engineering applications, such as the design of advanced filters and catalytic reactors, the need for predicting underground pollution dispersion, the drive to develop more efficient oil and gas exploration processes, innovative materials processing, better electronic packaging, and high quality indoor building pollution control strategies.

A strong drive behind the recent scientific interest on natural convection in enclosures containing solid obstacles has been the desire to predict the behavior and improve the heat transfer in fluid saturated porous medium enclosures [1]. However, such impetuous is yet to migrate to the case of open enclosures [2]. Open enclosures also find tremendous support from practical engineering problems, some of which are similar to those supporting the study of convection in enclosures, such as the cooling of electronics, geothermic reservoirs, building thermal comfort, and cryogenic fluid storage. Moreover, even in considering the studies of natural convection within enclosures filled with solid obstacles, the effect of radiation is summarily neglected, even though its effect is known to be on par with the natural convection effect in such configurations particularly when the enclosure is filled with a low absorption fluid (e.g., air) [3].

One of the first studies considering the effect of solid obstacles placed inside an enclosure was the one by House *et al.* [4]. Their work considered the numerical simulation of natural convection inside a fluid saturated enclosure containing a square, conducting solid block placed at the center of the enclosure. Their study unveils an optimum block size for optimal heat transfer rate across the enclosure. The optimum block size for maximum heat transfer rate was the focus of a more recent and very interesting study done by Bhave *et al.* [5], considering the same geometry but using a low conductivity (lower than the fluid) block. The authors show in it that the heat transfer across the enclosure is enhanced by the reduction of the vertical heat transfer that otherwise would occur across the top and bottom fluid stream, generated by the natural convection process, when the block is not present in the enclosure. The results not only show the optimum block size for maximum

heat transfer across the enclosure, but also that this heat transfer could be even larger than the heat transfer obtained with a clear (of solid material) enclosure. Other investigations involving natural convection inside enclosures filled with one solid obstacle can be found in [6–9].

Until recently, the consideration of solid obstruction to natural convection in enclosures has been restricted to very simple geometries, mainly due to the escalating numerical cost of simulating the process in enclosures that are geometrically complex, as when many solid obstacles are involved. Recently, however, with more powerful computation resources becoming available, the interest in investigating these geometrically more complex domains resurfaced. Massaroti *et al.* [10], for instance, compared two mathematical models for numerical simulations, namely the homogenous and the heterogeneous models, for studying natural convection in an enclosure filled with fluid and solid obstacles (these models were termed “porous-continuum” and “continuum”, respectively, by [11]). The numerical results showed good agreement between the two models for high porosity and Darcy number values. Recent efforts have been presented in hopes for establishing how far the equivalency of these two models would hold [11, 12]. This effort is valid because the porous-continuum model is radically cheaper to perform (for requiring less computer power) than the continuum model –recall the continuum model requires the mapping and solution of interface compatibility conditions, which can be prohibitively expensive when the solid-fluid interface geometry is very complex. Considering a horizontally heated, fluid saturated enclosure containing several uniformly distributed disconnected (discrete) and conducting solid blocks, Merrikh and Lage [1] were the first to recognize and explain the “interference phenomenon” on the boundary layers that form along the heated and cooled walls of the enclosure, which reduces drastically the Nusselt number of the process. In their study the solid volume-fraction was kept constant as the number of blocks inside the enclosure increased, reducing the size of the blocks. As the number of blocks inside the enclosure increased, the blocks get placed closer to the heated (and cooled) walls, eventually causing the preferential flow to migrate away from the wall surface, following a least resistive path toward the center of the enclosure. This “interference” phenomenon is the one behind the reduction in the Nusselt number – less flow along the heated (or cooled) wall effectively reduces the natural convection effect. Besides determining and explaining the phenomenon, they were able to develop a predictive tool for when the interference effect takes place through scale analysis, the results of which agreed extremely well with the available numerical results. In a similar configuration, De Lai *et al.* [13] extended their study considering the effects of varying the fluid volume-fraction (known as the “porosity”, using porous medium jargon) and of the fluid-solid thermal conductivity on the convection process.

The decision to embark in the present study has been supported by the lack of publications considering convection through discrete solid obstructions placed inside an open cavity. Loyola *et al.* [2] seem to have pioneered studies of this type,

working with conductive, solid and disconnected square blocks distributed uniformly in a configuration similar to the one used in [1], but inside an open cavity instead of inside an enclosure. In their study, which also maintained the solid volume-fraction constant independent of the number of blocks considered, the Rayleigh number varied from  $10^5$  to  $10^8$ , and the number of blocks from 0 to 144. The numerical simulation results indicated two hindering effects to the heat transfer by natural convection between the heated cavity wall and the cold fluid inside the neighboring reservoir, namely the interference to the boundary layer and the increase of the solid-fluid interface as the number of blocks inside the cavity increased. Similarly to [1], the minimum number of blocks beyond which the boundary layer interference phenomenon takes a hold of the process was also predicted through scale analysis, the results of which were validated by the numerical results.

Now, the conjugate heat transfer by natural convection and radiation inside clear (of solid obstruction) open cavities has been studied through numerical simulations as well. Lage *et al.* [14] presented results for the natural convection with surface radiation in a cavity open to the top and having an isothermally heated wall. The radiation effect was determined by subtracting from the results the results obtained without considering the radiation effects (with adiabatic surfaces). Soon thereafter, Balaji and Venkateshan [15] showed this approach to yield only approximate results because of the complex interplay between natural convection and radiation. Through the solution of natural convection with radiation inside an enclosure, they verified that the natural convection is hindered as the emissivity of the enclosure surfaces increases, an effect termed “convective drop”. Still in line with a top open cavity, Balaji and Venkateshan [16] used a balance between convection and radiation in the adiabatic surfaces to obtain correlations for the resulting natural convection Nusselt number and the radiation Nusselt number. An interesting analysis of the domain extension and different boundary condition effects was performed by Singh and Venkateshan [17], where natural convection and radiation were resolved numerically in a top open cavity with various aspect ratios, wall height, and emissivity. The chosen boundary condition for the open boundary was of the form  $\partial U/\partial X = \partial V/\partial Y = 0$ . Once again, the inclusion of radiation effects was shown to affect the thermal boundary layer along the adiabatic wall. Correlations for natural convection and radiation Nusselt numbers were derived and validated to within  $\pm 1.5\%$  by the numerical results.

Laterally open cavities have received attention recently. For instance, Hinojosa *et al.* [18] reported a study of natural convection in a laterally open cavity filled with a transparent fluid. The results indicated an increase from 94 a 125% in the heat transfer rate when radiation effects are included in the model. Noticeable is that steady-state results were not achieved for Rayleigh equal to  $10^7$ , due to the formation of unstable flow plumes emanating from the lower surface of the cavity. A similar but inclined cavity configuration was later on considered by Hinojosa *et al.* [19], with large temperature difference between the heated wall and the

adjacent fluid reservoir. The results indicated the inclination of the cavity has a very strong effect on the natural convection Nusselt number, but not on the radiation Nusselt number. In an attempt to characterize a solar collector cavity, Gonzalez *et al.* [20] solved the process considering natural convection and surface radiation inside a laterally opened cavity. Their result indicated that the radiation effects predominate on the total Nusselt number when the relation between the surface  $T_H$  and the fluid reservoir  $T_\infty$  temperatures satisfy the relation:  $(T_H - T_\infty)/T_\infty \geq 0.667$ .

The challenge to model a solid object placed inside an enclosure filled with fluid undergoing natural convection and radiation effects drove Mezrhab and Bchir [21] to consider as an approximation the placing of a finite thickness partition inside the enclosure. A numerical procedure was then developed to compute the view factors with shadowing effects included. The results showed the presence of the said partition does not alter the heat transfer rate through the enclosure, particularly when the Rayleigh number is high, and that the radiation intensifies the circulation and leads to a more uniform temperature distribution inside the enclosure. The method for determining the view factors was improved and consolidated by Mezrhab and Bouzidi [22]. This method consists in an adjustment of the radiative surfaces using boundary elements to resolve the shadowing effects and the application of the Monte Carlo method for the numerical integrations.

Natural convection and radiation inside an enclosure containing a single solid block has been considered recently. Mezrhab *et al.* [23], for instance, simulated the heat transfer in a heated isothermal cylinder placed inside an enclosure with isothermally cooled walls. The results indicate the radiation effects to again yield more uniform temperature distribution inside the enclosure. Sun *et al.* [24] investigated numerically an enclosure with isothermally cooled horizontal surfaces containing a heated square block placed in the middle of it. Various Rayleigh numbers, emissivities and block sizes were used to show the departure of the steady natural convection process toward more complex periodic flows inside the enclosure. In a related study, Mezrhab *et al.* [25] considered natural convection and radiation in a vertically heated (and cooled) enclosure containing a single, centrally located solid and conductive square block. This study is very interesting for considering the energy balance at the block solid-fluid interfaces and for showing the Nusselt number increases with the emissivity and the radiation strengthens the circulation inside the enclosure.

In the realm of natural convection inside heterogeneous (porous) media, it is known that the representative fluid and solid temperatures differ substantially when the thermal conductivities of the fluid and solid constituents differ substantially as well. This difference in the representative temperatures of each constituent, however, tends to be reduced when radiation is considered [25]. However, the effect of the porosity (or fluid volume-fraction) on the radiation effect is not yet known, hindering any attempt to use a homogeneous model when radiation is to be accounted for. Nevertheless, there have

been some attempts to use homogeneous model without imposing thermal equilibrium between the constituents [26]. Although studies of natural convection through fluid saturated porous open cavities are of practical and fundamental interest [27–31], the inclusion of radiation effects is not considered.

The present study clarifies the effects of a single, conductive solid obstruction placed inside a laterally heated open cavity, adjacent to an isothermal fluid reservoir, when the convection and the surface radiation effects are considered.

### MATHEMATICAL MODEL

Figure 1 shows a schematic of the geometric configuration considered here. The cavity is square, two-dimensional with side-length  $H$ , with the left wall isothermally heated (at  $T_H$ ), and open on the right side to a very large and isothermal fluid reservoir (at  $T_\infty$ ). All other surfaces of the domain are considered adiabatic. The sketch in Fig. 1 shows the extent of the numerical domain utilized (to mitigate the uncertainty of the boundary conditions at the open surface of the cavity, and shown with dashed line to the right), which measures  $3H$  in height and  $2H$  in width. A conductive solid square block, side length  $d$ , is centrally located in the cavity.

The nondimensional balance equations for conservation of mass, momentum (along the  $x$  and  $y$  directions) and energy in the fluid and energy in the solid (block) region of the domain, assuming a steady-state process, the fluid as Newtonian, the fluid and solid with constant and uniform properties (except the density of the fluid in the buoyancy term, which is modeled using the Boussinesq-Oberbeck approximation [32]), are [33], respectively:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \quad (2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \left(\frac{Pr}{Ra}\right)^{1/2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) + \theta_f \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta_f}{\partial X} + V \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = (RaPr)^{-1/2} \left(\frac{\partial^2 \theta_f}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial Y^2}\right) \quad (4)$$

$$0 = \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2} \quad (5)$$

The parameters used in eqs. (1)-(5), and in any subsequent equation, are defined in the nomenclature. The boundary conditions along the solid surfaces of the domain are the traditional nonslip and impermeable conditions, i.e.,  $U = V = 0$ , and those imposed along the extended boundaries of the domain are included in Fig. 1.

The grid generated for solving numerically the discrete form of the balance equations yields a finite number of surface elements ( $NS$ ) along the domain surfaces, including along the open boundary of the cavity. The surface radiation contribution to the heat transfer is accounted for through the radiosity-irradiation formulation for a closed cavity. The radiosity  $R_i$  and the radiative flux  $Q_{r,i}$  of any  $i$ -th surface of the domain, considered as gray, opaque and diffuse, is obtained via [17]:

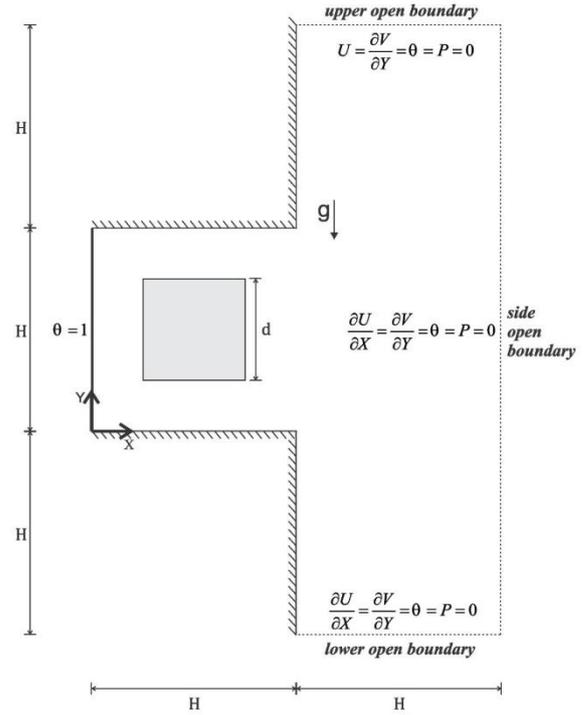


Figure 1. Geometric configuration and boundary conditions imposed along the extended boundaries of the domain.

$$R_i = \varepsilon \theta_i^4 + (1 - \varepsilon) \sum_{j=1}^{NS} F_{ij} R_j \quad (6)$$

$$Q_{r,i} = R_i - \sum_{j=1}^{NS} R_j F_{ji} \quad (7)$$

where the view factors  $F_{ij}$  are determined following [25], respecting the shadowing effect caused by the block, i.e.,  $F_{ij} = 0$  if the surface  $i$  cannot see surface  $j$ .

Along the adiabatic boundaries of the domain, the conduction-radiation balance is imposed as  $\partial \theta / \partial n = N_r Q_r$ , where  $n$  is the direction normal to the surface. Temperature and heat flux compatibility conditions are imposed along the block surfaces, respectively:  $\theta_s = \theta_f$  and  $\kappa \partial \theta_s / \partial n = \partial \theta_f / \partial n - N_r Q_r$ .

The local convection Nusselt number along the isothermally heated wall of the cavity is defined as:

$$Nu_c = Nu_c(Y) = -\left(\frac{\partial \theta_f}{\partial X}\right)_{X=0} \quad (8)$$

while the local radiation Nusselt number is:

$$Nu_r = Nu_r(Y) = N_r(Q_r)_{X=0} \quad (9)$$

Using eqs. (8) and (9), the total surface averaged Nusselt number, defined along the heated wall, becomes:

$$\overline{Nu}_t = \overline{Nu}_c + \overline{Nu}_r = \int_0^1 -\left(\frac{\partial \theta}{\partial X}\right)_{X=0} dY + N_r \int_0^1 (Q_r)_{X=0} dY \quad (10)$$

Streamfunction, used to plot streamlines for visualizing the flow inside the cavity, is defined as:

$$\Psi_{i,j} = \Psi_{i,j-1} + (RaPr)^{1/2} \int_{j-1}^j U dY = \Psi_{i-1,j} + (RaPr)^{1/2} \int_{i-1}^i -V dX \quad (11)$$

## RESULTS

Results were obtained in the present study with  $\kappa = B = 1$  and  $Pr = 0.71$ , and for  $10^5 \leq Ra \leq 10^8$ ,  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ , and  $0 \leq D \leq 0.9$ . Notice that considering  $T_H$  as equal to 300 K, and air properties, it is possible to show that  $N_r = 28.298$  when  $Ra = 10^5$ . Other values for  $N_r$  are obtained from the relation  $N_{r1}/N_{r2} = (Ra_1/Ra_2)^{1/3}$ , which is valid as long as the fluid and  $T_H$  are kept the same when  $Ra$  changes.

The conservation equations are solved numerically using the finite volume method [34], with SIMPLEX algorithm [35], QUICK [36] scheme for interpolating  $\theta$ ,  $U$ ,  $V$ , and the PRESTO! method for  $P$  [34]. Equations (6) and (7) are used intermittently (for every ten iterations solving for  $\theta$ ,  $U$ ,  $V$  and  $P$ ) to update the values of the surface temperature and radiative heat flux.

Grid accuracy tests were performed, and for the most stringent case considered here (i.e.,  $Ra = 10^8$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $D = 0.5$ ) a grid with  $200 \times 200$  elements yielded  $\overline{Nu}_c$  e  $\overline{Nu}_r$  values within 0.1% of the values obtained with a  $240 \times 240$  grid. Notice the grids are nonuniform, expanding from the solid surfaces following a geometric progression with ratio 1.1. For having smaller gradients, the grid along the extended boundaries of the domain can be coarser than the grid used inside the cavity. Notice also that the validity of the extended domain shown in Fig. 1 was investigated and validated by [2].

The numerical scheme used here was validated in two steps. First, "clear" (of solid block) cavity results were obtained and compared to several published results [18], [37] and [20]. Second, the radiation effect of having a solid block inside the cavity was checked against the configuration used by [25]. The results obtained in both steps showed excellent agreement with the published results, as shown in Table 1 and in Fig. 2.

TABLE 1. Validation results: open cavity without solid block.

$Ra$	[18]		[37]		[20]		Present	
	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$
$10^3$	1.19	1.73	1.30	1.75	-	-	1.22	1.60
$10^4$	2.98	3.72	3.06	4.03	3.05	3.34	3.10	3.73
$10^5$	6.40	8.02	6.52	8.11	6.36	7.34	6.71	8.29
$10^6$	12.43	17.29	12.57	17.40	12.32	15.82	13.03	18.01
$10^7$	25.01	37.25	-	-	-	-	24.49	38.76

Figure 3 presents  $\overline{Nu}_t$  results as function of  $D$  for three  $\varepsilon$  values and several  $Ra$ . It seems clear that  $Ra$  has the strongest effect on the results, followed then by changes in  $\varepsilon$ .

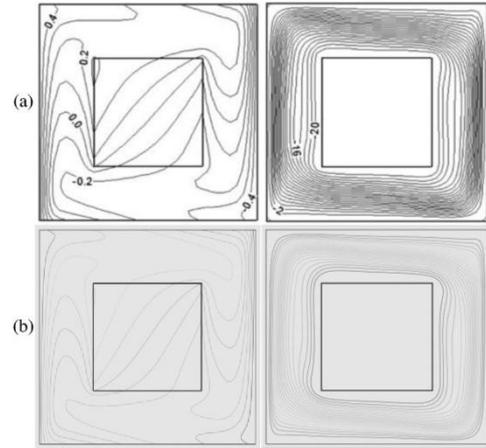


Figure 2. Isotherms (left) and streamlines (right) for an enclosure with a centrally located solid conductive block ( $Ra = 10^6$ ,  $\varepsilon = 1$ ,  $D = 0.5$ ,  $\kappa = 1$ ): (a) from [25]; (b) present results.

Notice in Fig. 3 that all curves tend to zero as  $D$  tends to one (in which case the entire cavity is filled with solid material) as consequence of the  $\overline{Nu}_t$  definition (as  $D$  tends to 1,  $\overline{Nu}_t$  will tend to  $\kappa$ , which equals 1 in the present study).

When  $\varepsilon = 0$  (the no radiation effect configuration), the total Nusselt number increases with an increase in  $D$  until a maximum value is reached, then it decreases to zero. This observation is more pronounced when  $Ra$  is high ( $> 10^5$ ).

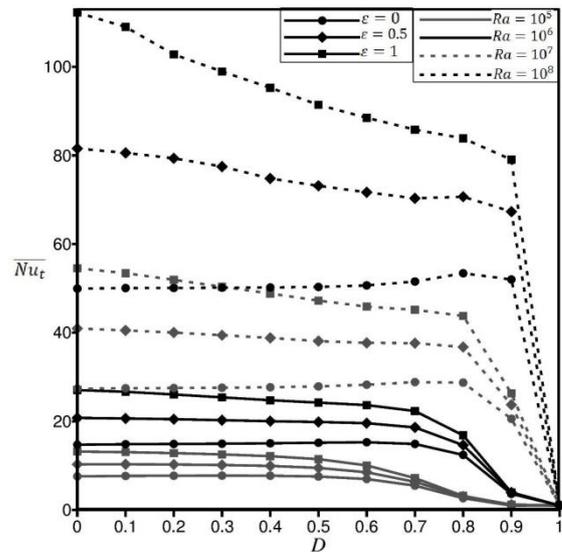


Figure 3. Total Nusselt number  $\overline{Nu}_t$  versus  $D$ , for  $\varepsilon = 0$  (no radiation), 0.5 and 1.0, and  $Ra = 10^5$ – $10^8$ .

For other cases in which  $\varepsilon$  is nonzero (radiation effects are active),  $\overline{Nu}_t$  seems to decrease almost linearly as  $D$  increases, until reaching the  $D$  value for which  $\overline{Nu}_t$  was maximum when  $\varepsilon = 0$ , after which the decrease in  $\overline{Nu}_t$  is very quick to zero. Hence, radiation effects change the behavior of  $\overline{Nu}_t$  with  $D$ . For all cases, the strengthening of the radiation effect, by increasing  $\varepsilon$ , leads to a higher  $\overline{Nu}_t$  than the Nusselt obtained when radiation effects are ignored ( $\varepsilon = 0$ ), with this effect, which can lead to a  $\overline{Nu}_t$  over 100% higher, being more pronounced when  $Ra$  is high and  $D$  is small.

Figure 4 shows examples of isotherm and streamline distributions for the case  $D = 0.5$  and  $Ra = 10^7$ , and for: (a)  $\varepsilon = 0$  (no radiation), (b)  $\varepsilon = 0.5$ , and (c)  $\varepsilon = 1$ . Only a very small section of the extended region (external to the cavity) is included to allow for a better definition of what happens inside the cavity. In comparison to the no-radiation case (a), the radiation clearly affects the solid block as to increase its temperature, which can get as high as 0.8 in the case of  $\varepsilon = 1$  (b). This is an important consideration, particularly for cases in which the solid block is sensitive to temperature variations.

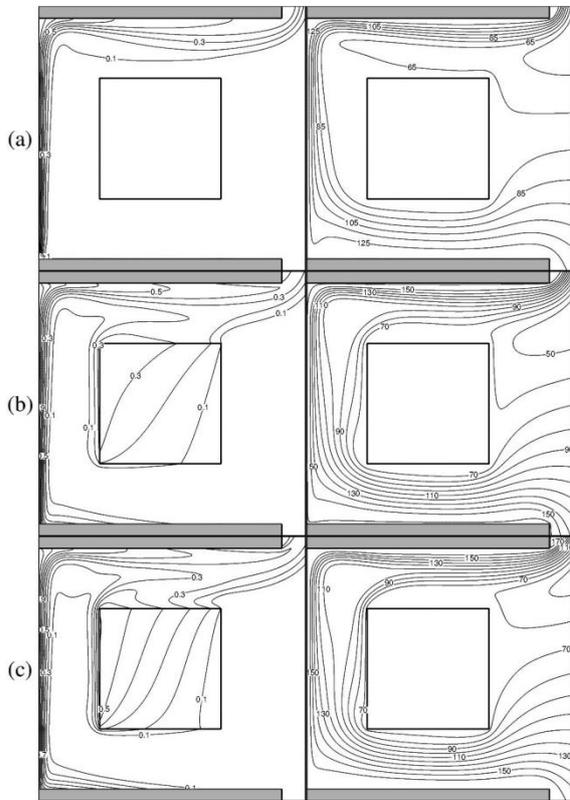


Figure 4. Isotherms (left) and streamlines (right) for  $Ra = 10^7$  and  $D = 0.5$  showing the radiation effect: (a)  $\varepsilon = 0$ , (b)  $\varepsilon = 0.5$ , and (c)  $\varepsilon = 1$ .

Another radiation effect inside the cavity is the increase in the temperature of the adiabatic bottom surface of the cavity. This temperature increase provides an extra “drive” (buoyancy) for pushing the fluid that enters the cavity through the bottom left opening. Observe how most of the fluid entering the cavity flows around the block in a clockwise fashion, and this flow strengthens as  $\varepsilon$  increases. The small intrusion of fluid through the top section of the cavity, seen in the streamline distribution when no radiation is present, case (a), is subdued when  $\varepsilon$  increases. This intrusion is contrary to the natural convection process, affecting the Nusselt number as to reduce it. Another effect of the radiation process inside the cavity is the heating of the solid block surface. The increase in temperature of the solid block works as yet another “engine” for the entering fluid to convect up and around the block, helping enhance the total fluid flow rate and by consequence the total heat transfer in the cavity. Notice how interesting this effect makes itself known by the Y-shape the streamlines form at mid-height of the cavity when  $\varepsilon = 0.5$  and 1: the fluid stream accelerates along the heated wall of the cavity, and also along the heated wall of the block.

Observe the two effects caused by the inclusion of radiation effects, namely the pre-heating of the entering fluid by the adiabatic bottom surface of the cavity and the heating of the block (which drags some of the fluid to flow faster and away from the heated wall), are responsible for the “convective drop” [15] inside the cavity. This phenomenon refers to the convection contribution to the total heat transfer from the heated wall inside the cavity. The individual convection and radiation contributions to the total heat transfer from the heated wall of the cavity are shown in Fig. 5. Observe how the convection contribution always decreases when radiation effects are accounted for and increases (when  $\varepsilon$  differs from 0, and it increases). The rapid decay in convection contribution as  $D$  grows beyond a certain value is likely related to the boundary layer interference caused by the solid block inside the cavity [1]-[2]. Observe also the decrease in convection contribution is more than compensated by the increase in the radiation contribution; that is why the total heat transfer increases when radiation is accounted for.

Interesting also is solid block increase in size hindering the radiation contribution. This effect, which seems more pronounced the higher  $\varepsilon$  gets, is explained by considering the radiation contribution to the total Nusselt number. The net radiation flux through any surface  $i$  of the cavity is defined as the difference between the emitted radiation and the irradiation absorbed by the surface. As the emitted radiation from the hot wall is fixed (because the hot wall temperature is fixed), the variable parameter becomes the irradiation absorbed by the surface, which in turn depends on the view factor from the hot wall to this surface.

Hence, any surface not seen by the hot wall of the cavity will have no contribution to the radiation heat flow, in what is known as the shadowing effect [22]. As the irradiation of any surface is as high as the surface temperature from where the irradiation comes, the hot wall will have its radiation heat

flow reduced when the temperature of the surfaces to which it can see increases. It is now possible to understand the effect of the solid block: as the solid block increases in size, the hot wall “sees” more solid surfaces at higher temperature closer and closer to it, reducing then the overall radiation heat flow from it. That is why the radiation contribution to the total heat flow decreases with an increase in  $D$  (Fig. 5).

Finally, the effect of varying the block height is best understood by considering the local radiation Nusselt number, shown in Fig. 6 for  $\varepsilon = 1$ . The results show the  $Nu_r$  decrease is more pronounced around the center region of the heated wall, where the view factors are more strongly affected by an increase in the block size. Notice the  $Ra$  effect is indirect: the  $Nu_r$  distributions are very similar in shape as  $Ra$  changes, particularly when  $D$  is small (0.1 and 0.3, for instance). This means that without the solid block placed inside the cavity,  $Ra$  would not have a significant effect on the radiative heat transfer from the hot wall of the cavity.

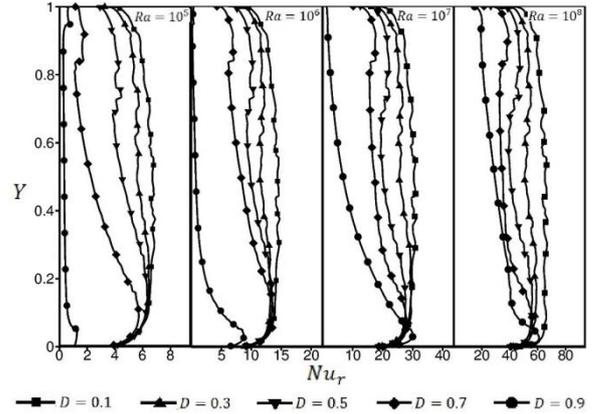


Figure 6. Local radiation Nusselt number variation along the heated wall of the cavity for various  $D$  and  $Ra$  values ( $\varepsilon = 1$ ).

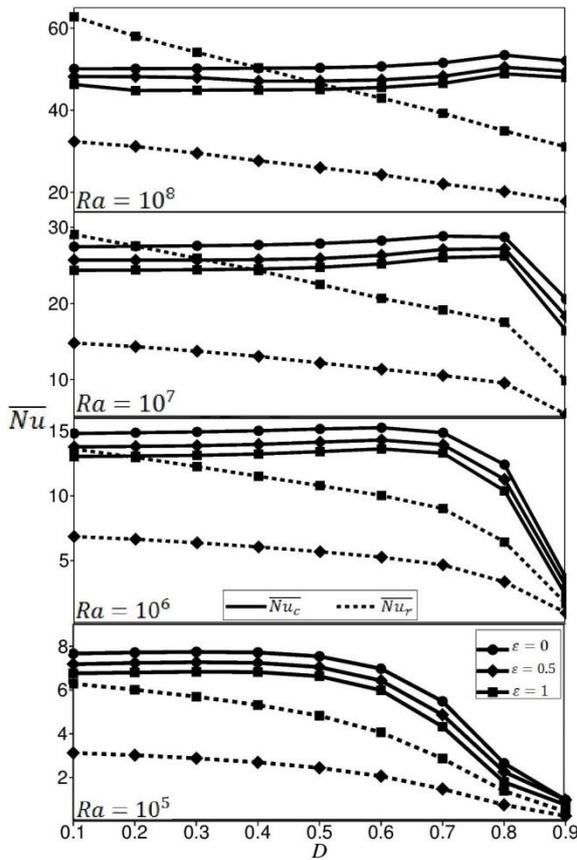


Figure 5. Variations of  $\overline{Nu}_c$  and  $\overline{Nu}_r$  as function of  $D$  for different  $\varepsilon$  values and several  $Ra$ .

**SUMMARY AND CONCLUSIONS**

Numerical simulation results are obtained for the natural convection and radiation process inside a square cavity, open on the side to a large isothermal fluid reservoir and having an isothermally heated wall, and containing a square, conductive, solid block. The results clearly show the strong effect the radiation phenomenon can have on the total heat transfer from the cavity wall to the flowing fluid. The parametric study performed here, by varying  $D$ ,  $Ra$  and  $\varepsilon$ , indicated that the total heat transfer from the heated wall increases with the increase in the block size and with an increase in surface emissivity. However, this increase results from a decrease in the convection contribution and an increase in the radiation contribution to the total heat transfer. The convection decrease is credited to the pre-heating of the entering fluid (because of the heating of the adiabatic bottom surface of the cavity due to the radiation effect) and the draining of the fluid flowing along the hot wall by the block surface, which gets heated by the radiation effect inside the cavity. The convection effect is believed to also suffer the effect of interference as the block size increases beyond a certain value. Also observable is the decrease in the radiation contribution to the total heat transfer from the heated wall (the radiation drop), caused by the shadowing effect imposed by the increase in block size. Finally, it is believed the fundamental physical mechanism governing the heat transfer by radiation and natural convection inside an open cavity containing a solid obstacle can be applied to a similar phenomenon taking place inside a cavity filled with a porous medium, instead of a single block. This aspect is yet to be fully investigated.

## ACKNOWLEDGMENTS

The first three authors are grateful to the Brazilian Petroleum Agency (ANP), the Human Resources Program for the Petroleum and Gas Sector PRH-ANP (PRH10 – UTFPR) and Cenpes-Petrobras for the provided financial support.

## REFERENCES

- [1] MERRIKH, A. A.; LAGE, J. L. **Natural convection in an enclosure with disconnected and conducting solid blocks**. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 48, n. 7, p. 1361–1372, 2005b.
- [2] LOYOLA, L. T., FRANCO, A. T., JUNQUEIRA, S.L.M., DE LAI, F. C., GANZAROLLI, M. M., LAGE, J. L. **Natural convection through an open cavity heated from the side and filled with fluid and discrete solid blocks**. IMECE2013. Anais... In: ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress & Exposition. 2013.
- [3] MEZRHAB, A. BOUALI, H., AMAOUI, H., BOUDIZI, M. **Computation of combined natural-convection and radiation heat-transfer in a cavity having a square body at its center**. *Applied Energy*, v. 83, n. 9, p. 1004–1023, 2006.
- [4] HOUSE, J. M.; BECKERMANN, C.; SMITH, T. F. **Effect of a Centered Conducting Body on Natural Convection Heat Transfer in an Enclosure**. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 18, n. 2, p. 213–225, 1990.
- [5] BHAVE, P.; NARASIMHAN, A.; REES, D. A. S. **Natural convection heat transfer enhancement using adiabatic block: Optimal block size and Prandtl number effect**. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 49, n. 21–22, p. 3807–3818, 2006.
- [6] OH, J. Y.; HA, M. Y.; KIM, K. C. **Numerical Study of Heat Transfer and Flow of Natural Convection in an Enclosure with a Heat-Generating Conducting Body**. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 31, n. 3, p. 289–303, 1997.
- [7] HA, M. Y. KIM, I., YOON, H. SIK., YOON, H. SOO., LEE, J. R., BALACHANDAR, S., CHUN, H. H. **Two-Dimensional and Unsteady Natural Convection in a Horizontal Enclosure with a Square Body**. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 41, n. 2, p. 183–210, 2002.
- [8] LIU, D.; ZHAO, F.-Y.; TANG, G.-F. **Conjugate Heat Transfer in an Enclosure with a Centered Conducting Body Imposed Sinusoidal Temperature Profiles on One Side**. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 53, n. 2, p. 204–223, 2007.
- [9] OVANDO-CHACON, G. E., OVANDO-CHACON, S. L., PRINCE-AVELINO, J. C., ROMO-MEDINA, M. A. **Numerical study of the heater length effect on the heating of a solid circular obstruction centered in an open cavity**. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, v. 42, p. 176–185, 2013.
- [10] MASSAROTTI, N.; NITHIARASU, P.; CAROTENUTO, A. **Microscopic and macroscopic approach for natural convection in enclosures filled with fluid saturated porous medium**. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, v. 13, n. 7, p. 862–886, 2003.
- [11] MERRIKH, A. ; LAGE, J. L. **From continuum to porous-continuum the visual resolution impact on modeling natural convection in heterogeneous media**. In: *Transport Phenomena in Porous Media*. Oxford: Elsevier, 2005a.
- [12] BRAGA, E. J.; DE LEMOS, M. J. S. **Heat transfer in enclosures having a fixed amount of solid material simulated with heterogeneous and homogeneous models**. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 48, n. 23–24, p. 4748–4765, 2005a.
- [13] DE LAI, F. C., FRANCO, A. T., JUNQUEIRA, S.L.M., LAGE, J. L. **Natural convection through enclosed disconnected solid blocks**. ENCIT 2008. Anais... In: *Brazilian Congress Of Thermal Engineering And Sciences*. 2008.
- [14] LAGE, J. L.; LIM, J. S.; BEJAN, A. **Natural Convection With Radiation in a Cavity With Open Top End**. *Journal of Heat Transfer*, v. 114, n. 2, p. 479–486, 1992.
- [15] BALAJI, C.; VENKATESHAN, S. P. **Interaction of surface radiation with free convection in a square cavity**. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 14, n. 3, p. 260–267, 1993.
- [16] BALAJI, C.; VENKATESHAN, S. P. **Interaction of radiation with free convection in an open cavity**. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 15, n. 4, p. 317–324, 1994.
- [17] SINGH, S. ; VENKATESHAN, S. . **Numerical study of natural convection with surface radiation in side-vented open cavities**. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 43, n. 9, p. 865–876, 2004.
- [18] HINOJOSA, J. F., ESTRADA, C. A., CABANILLAS, R. E., ALVAREZ, G. **Numerical Study of Transient and Steady-State Natural Convection and Surface Thermal Radiation in a Horizontal Square Open Cavity**. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 48, n. 2, p. 179–196, 2005a.
- [19] HINOJOSA, J. F., ESTRADA, C. A., CABANILLAS, R. E., ALVAREZ, G. **Nusselt Number For The Natural Convection And Surface Thermal Radiation In A Square Tilted Open Cavity**. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 32, n. 9, p. 1184–1192, 2005b.
- [20] MONTIEL GONZALEZ, M.; HINOJOSA PALAFOX, J.; ESTRADA, C. A. **Numerical study of heat transfer by natural convection and surface thermal radiation in an open cavity receiver**. *Solar Energy*, v. 86, n. 4, p. 1118–1128, 2012.
- [21] MEZRHAB, A.; BCHIR, L. **Radiation-natural convection interactions in partitioned cavities**.

- International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, v. 9, n. 2, p. 186–203, 1999.
- [22] MEZRHAB, A.; BOUZIDI, M. **Computation of view factors for surfaces of complex shape including screening effects and using a boundary element approximation.** Engineering Computations, v. 22, n. 2, p. 132–148, 2005.
- [23] MEZRHAB, A.; MOUSSAOUI, M. A.; NAJI, H. **Lattice Boltzmann simulation of surface radiation and natural convection in a square cavity with an inner cylinder.** Journal of Physics D: Applied Physics, v. 41, n. 11, p. 115502, 2008.
- [24] SUN, H.; CHÉNIER, E.; LAURIAT, G. **Effect of surface radiation on the breakdown of steady natural convection flows in a square, air-filled cavity containing a centered inner body.** Applied Thermal Engineering, v. 31, n. 6–7, p. 1252–1262, 2011.
- [25] MEZRHAB, A. BOUALI, H., AMAOUI, H., BOUDIZI, M. **Computation of combined natural-convection and radiation heat-transfer in a cavity having a square body at its center.** Applied Energy, v. 83, n. 9, p. 1004–1023, 2006.
- [26] BADRUDDIN, I. A., ZAINAL, Z. A., NARAYANA, P. A. A., SEETHARAMU, K. U. **Numerical analysis of convection conduction and radiation using a non-equilibrium model in a square porous cavity.** International Journal of Thermal Sciences, v. 46, n. 1, p. 20–29, 2007.
- [27] ETTEFAGH, J.; VAFAI, K. **Natural convection in open-ended cavities with a porous obstructing medium.** International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 31, n. 4, p. 673–693, 1988.
- [28] HAGSHENAS, A.; NASR, M. R.; RAHIMIAN, M. H. **Numerical simulation of natural convection in an open-ended square cavity filled with porous medium by lattice Boltzmann method.** International Communications in Heat and Mass Transfer, v. 37, n. 10, p. 1513–1519, 2010.
- [29] SHI, W.; VAFAI, K. **Mixed Convection in an Obstructed Open-Ended Cavity.** Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, v. 57, n. 10, p. 709–729, 2010.
- [30] OZTOP, H. F., AL-SALEM, K., VAROL, Y., POP, I. **Natural convection heat transfer in a partially opened cavity filled with porous media.** International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 54, n. 11–12, p. 2253–2261, 2011.
- [31] SALEH, H.; HASHIM, I. **Conjugate Natural Convection In An Open-Ended Porous Square Cavity.** Journal of Porous Media, v. 16, n. 4, p. 291–302, 2013.
- [32] ZHONG, Z. Y.; YANG, K. T.; LLOOYD, J. R. **Variable property effects in laminar natural convection in a square enclosure.** Journal of Heat Transfer, v. 17, p. 133–8, 1985.
- [33] LAGE, J. L.; BEJAN, A. **The Ra-Pr Domain Of Laminar Natural Convection In An Enclosure Heated From The Side.** Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, v. 19, n. 1, p. 21–41, 1991.
- [34] PATANKAR, S. V. **Numerical heat transfer and fluid flow.** New York, USA: Hemisphere Publishing, 1980.
- [35] VAN DOORMAAL, J. P.; RAITHBY, G. D. **Enhancements of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flows.** Numerical Heat Transfer, v. 7, n. 2, p. 147–163, 1984.
- [36] LEONARD, B. P. **A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v. 19, n. 1, p. 59–98, 1979.
- [37] WANG, Z., YANG, M., LI, L., ZHANG, Y. **Combined Heat Transfer by Natural Convection – Conduction and Surface Radiation in an Open Cavity Under Constant Heat Flux Heating.** Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, v. 60, n. 4, p. 289–304, 2011.