

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA  
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

HERIC NICHOLAS GUSSO SILVA

**UTILIZAÇÃO DO MÉTODO LATTICE BOLTZMANN NO ESTUDO DA  
CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE POROSA HETEROGÊNEA  
AQUECIDA LATERALMENTE**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2014

HERIC NICHOLAS GUSSO SILVA

**UTILIZAÇÃO DO MÉTODO LATTICE BOLTZMANN NO ESTUDO DA  
CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE POROSA HETEROGÊNEA  
AQUECIDA LATERALMENTE**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Dr. Silvio Luiz de Mello Junqueira

CURITIBA

2014

## TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa "UTILIZAÇÃO DO MÉTODO LATTICE BOLTZMANN NO ESTUDO DA CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE POROSA HETEROGÊNEA AQUECIDA LATERALMENTE", realizado pelo aluno Heric Nicholas Gusso Silva, como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dr. Silvio Luiz de Mello Junqueira  
DAMEC, UTFPR  
Orientador

Prof. Dr. Admilson Teixeira Franco  
DAMEC, UTFPR  
Avaliador

Prof. MSc. Eduardo Matos Germer  
DAMEC, UTFPR  
Avaliador

Curitiba, 03 de Setembro de 2014.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização desta monografia.

Apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis –ANP – , da Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP – e do Ministério da Ciência e Tecnologia – MCT – por meio do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor Petróleo e Gás – PRH-ANP/MCT - PRH10-UTFPR.



**“Don’t Panic.”**

Douglas Adams, *The Hitchhiker’s Guide  
to the Galaxy.*

## RESUMO

Silva, Heric Nicholas Gusso Silva. Utilização do método Lattice Boltzmann no estudo da convecção natural em cavidade porosa heterogênea aquecida lateralmente. 2014. 101 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Industrial Mecânica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2014;

Neste estudo o fenômeno da convecção natural no interior de uma cavidade quadrada, heterogênea, preenchida com fluido newtoniano é simulado numericamente. O domínio sólido da matriz consiste de obstáculos quadrados, termicamente ativos e uniformemente distribuídos no interior da cavidade. A modelagem matemática segue uma abordagem de meio contínuo e a solução numérica do problema é obtida empregando o Método de Lattice Boltzmann. O número de Nusselt médio avaliado na superfície aquecida, as linhas de corrente e as isotermas permitem mostrar resultados paramétricos dos efeitos da variação do número de blocos ( $N = 9, 16, 36, 64, 144$ ), da porosidade ( $\phi = 0,36; 0,51; 0,64; 0,75; 0,84$ ), da razão de condutividade térmica sólido-fluido ( $k = 0,1; 1; 10; 100$ ) e do número de Rayleigh ( $Ra = 10^5, 10^6, 10^7$ ) sobre o processo de convecção livre na cavidade. Aspectos relativos ao fenômeno de interferência da camada limite são discutidos e uma metodologia para a observação deste fenômeno é apresentada especificamente voltada para o método utilizado. Comparações com resultados da literatura, advindos de técnicas numéricas tradicionais, permitem avaliar o caráter alternativo e inovador do método de Lattice Boltzmann.

**Palavras-chave:** Convecção Natural, Meio Poroso Heterogêneo, Método Lattice Boltzmann.

## ABSTRACT

Silva, Heric Nicholas Gusso Silva. Utilização do método Lattice Boltzmann no estudo da convecção natural em cavidade porosa heterogênea aquecida lateralmente. 2014. 101 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Industrial Mecânica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2014;

In this work the phenomenon of natural convection in a heterogeneous square cavity filled with Newtonian fluid is numerically simulated. The solid domain is represented by thermally active square obstacles, uniformly distributed within the cavity. The mathematical model follows a continuum approach and the numerical solution of the problem is obtained using the Lattice Boltzmann method. The average Nusselt number evaluated at the heated surface, the streamlines and the isotherms show parametric results of the effect of varying the number of blocks ( $N = 9, 16, 36, 64, 144$ ), the porosity ( $\phi = 0,36; 0,51; 0,64; 0,75; 0,84$ ), the solid-fluid thermal conductivity ratio ( $k = 0,1; 1; 10; 100$ ) and the Rayleigh number ( $Ra = 10^5, 10^6, 10^7$ ) on the process of free convection inside the cavity. Aspects of the phenomenon of interference of the boundary layer are discussed and a methodology for observing this phenomenon is presented specifically focused on the hereby utilized method. Comparisons with results from the literature, attained by traditional numerical techniques, allow the evaluation of the innovative and alternative aspect of the Lattice Boltzmann method.

**Keywords:** Natural Convection, Heterogenous Porous Media, Lattice Boltzmann Method.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Exemplos de meios porosos naturais: (a) Areia; (b) Arenito; (c) Calcário; (d) Pulmão humano; (e) Pão de centeio e; (f) Madeira. ....	16
Figura 1.2– Representação de um reservatório de petróleo real (Adaptado de: Schlumberger, 2008).....	18
Figura 1.3 - Modelos porosos a) homogêneo e b) heterogêneo (DE LAI, 2009).....	21
Figura 1.4 - Representação do fenômeno da convecção natural em cavidade fechada limpa aquecida lateralmente.....	21
Figura 2.1.(a) Representação de um reservatório de petróleo; (b) Escala macroscópica da rocha fraturada; (c) Escala macroscópica do poro; (d) Escala microscópica do poro; (e) Idealização geométrica para o modelo heterogêneo (Adaptado de:De Lima, 2013). ....	26
Figura 2.2 – Volume elementar representativo (Teng e Zhao, 2000).....	27
Figura 3.1 – Volume de Controle $drc$ .....	34
Figura 3.2–Exemplos de modelo de discretização para MLB. (a) D1Q3, (b) D2Q4, (c)D2Q9 e (d) D3Q15 (Adaptado de: De Meira, 2014).....	37
Figura 3.3 – Funções de distribuição nas fronteiras do domínio (De Meira, 2014). ..	43
Figura 3.4- Modelo de Bounce-back simples. ....	44
Figura 4.1 – Cavidade heterogênea aquecida lateralmente (De Lai, 2009) .....	50
Figura 5.1 – Condições de contorno para cavidade quadrada, limpa e aquecida lateralmente. ....	53
Figura 5.2 – (a) isotermas e (b) linhas de corrente para a cavidade limpa aquecida lateralmente. ....	54
Figura 5.3 – Condições de contorno para cavidade quadrada, com um bloco centralizado e aquecida lateralmente.....	55
Figura 5.4 – Isotermas e linhas de corrente para (a) $Ra=10^5$ e $D=0,5$ e (b) $Ra=10^6$ e $D=0,9$ . ....	56
Figura 5.5 – Exemplo de posicionamento de blocos na malha. ....	57

Figura 5.6 – Demonstração do processo de cálculo e refino de malha. $N=1$ , $\phi=0,63$ e $MM=2$ . .....	60
Figura 5.7 – Variação de número de Nusselt médio com o aumento do número de Rayleigh para diferentes $N$ , $k=1$ e $\Phi=0,64$ . .....	65
Figura 5.8 – Isotermas para variação de $N$ e $Ra$ . $\Phi=0,64$ e $k=1$ . .....	67
Figura 5.9 – Linhas de corrente para variação de $N$ e $Ra$ . $\Phi=0,64$ e $k=1$ . .....	68
Figura 5.10 – Variação de número de Nusselt médio com o aumento do número de Rayleigh para diferentes $\Phi$ , $k=1$ e $N=4$ . .....	69
Figura 5.11 – Isotermas para variação de $\Phi$ e $Ra$ . $N=16$ e $k=1$ . .....	70
Figura 5.12 – Linhas de corrente para variação de $\Phi$ e $Ra$ . $N=16$ e $k=1$ . .....	71
Figura 5.13 – Variação de número de Nusselt médio com o aumento de $k$ para diferentes $N$ , $Ra=10^6$ e $\Phi=0,64$ . .....	72
Figura 5.14 – Variação de número de Nusselt médio com o aumento de $k$ para diferentes $\Phi$ , $Ra=10^6$ e $N=4$ . .....	73
Figura 5.15 – Isotermas para variação de $k$ e $N$ . $\Phi=0,64$ e $Ra=10^6$ . .....	74
Figura 5.16 – Linhas de corrente para variação de $k$ e $N$ . $\Phi=0,64$ e $Ra=10^6$ . .....	75
Figura 5.17 – Isotermas para variação de $k$ e $\Phi$ . $N=16$ e $Ra=10^6$ . .....	76
Figura 5.18 – Linhas de corrente para variação de $k$ e $\Phi$ . $N=16$ e $Ra=10^6$ . .....	77

## LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Comparação de $Nu_{av}$ com resultados da literatura.....	53
Tabela 5.2 – Comparação de $Nu_{av}$ para cavidade com um único bloco com resultados da literatura.....	55
Tabela 5.3 – Comprimento característico adimensional dos blocos, $D$ .....	58
Tabela 5.4 – Distância característica adimensional da parede vertical até a primeira coluna de blocos, $S_b$ .....	58
Tabela 5.5 – Razão entre comprimento característico e a distância da parede vertical até a primeira coluna de blocos, $D/S_b$ .....	59
Tabela 5.6 – Valores de $S_{b,malha,mín}$ e $D_{malha,mín}$ para diferentes porosidades.....	59
Tabela 5.7 – Previsão de $N_{min}$ para interferência dos blocos na região de camada limite.....	64
Tabela 5.8 – Previsão de $\Phi_{min}$ para interferência dos blocos na região de camada limite.....	64
Tabela 5.9 – Resumo de valores dos parâmetros variados para cavidade heterogênea.....	64
Tabela A.1 – Variação de $Ra$ , viscosidade e malha para $N=9$ .....	85
Tabela A.2 – variação de $Ra$ , viscosidade e malha para $N=16$ .....	86
Tabela A.3 – Variação de $Ra$ , viscosidade e malha para $N=36$ .....	87
Tabela A.4 – Variação de $Ra$ , viscosidade e malha para $N=64$ .....	88
Tabela A.5 – Variação de $Ra$ , viscosidade e malha para $N=144$ .....	90
Tabela B.1 – $MM$ equivalentes e $H_{malha,mín}$ para diferentes $\phi$ e $N = 16$ .....	91
Tabela B.2 – $MM$ equivalentes e $H_{malha,mín}$ para diferentes $N$ e $\phi = 0,64$ .....	91

## NOMENCLATURA

### Letras Romanas

$A', B', C', D'$	Constante para a função de equilíbrio $f^{eq}$	-
$A$	Área	$[m^2]$
$c_i$	Velocidade das partículas na direção $i$	-
$c_s$	Velocidade do som no meio	-
$d$	Comprimento característico dos blocos	$[m]$
$D$	Comprimento característico adimensional	-
$Da$	Número de Darcy	-
$dN$	Variação do número de partículas	-
$EP$	Erro percentual relativo	-
$f$	Função de distribuição de primeira ordem	-
$f^{eq}$	Função distribuição de equilíbrio	-
$f^N$	Função distribuição de ordem $N$	-
$\vec{F}$	Vetor força de corpo por unidade de volume	$[N / m^3]$
$F_{dr}$	Fluxo de partículas através de $dr$	-
$F_{dc}$	Fluxo de partículas através de $dc$	-
$F_{\Omega}$	Fluxos de partículas através de $drdc$ devido às colisões	-
$\vec{g}$	Aceleração da gravidade	$[m / s^2]$
$h$	Coefficiente de transferência de calor	$[W / m^2.K]$
$H$	Altura da cavidade	$[m]$
$It_{RP}$	Número de iterações até o regime permanente	-
$k$	Condutividade térmica	$[W / m.K]$
$K$	Permeabilidade	$[m^2]$

$\kappa$	Razão de condutividade	-
$m$	Massa	[kg]
$Ma$	Número de Mach	-
$MM$	Multiplicador de malha	-
$N$	Número de blocos	-
$\hat{n}$	Vetor unitário na direção normal	-
$Nu$	Número de Nusselt	-
$Pr$	Número de Prandtl	-
$q''$	Fluxo de calor em uma superfície	[W / m <sup>2</sup> ]
$q'''$	Geração de energia interna	[W / m <sup>3</sup> ]
$r_i$	Posição da partícula $i$	-
$Ra$	Número de Rayleigh	-
$S$	Sistema de partículas	-
$\bar{S}$	Superfície do volume de controle	-
$S_b$	Distância característica entre as paredes verticais e a primeira coluna de blocos.	-
$S_c$	Escala da camada limite.	-
$t$	Tempo	[s]
$T$	Temperatura	[°C]
$w_i$	Fator de peso na direção $i$	
$u$	Velocidade na direção $x$	[m / s]
$U$	Velocidade adimensional na direção $X$	-
$\vec{v}$	Vetor velocidade em coordenada cartesiana	[m / s]
$v$	Velocidade na direção $y$	[m / s]
$V$	Velocidade adimensional na direção $Y$	-
$V$	Volume	[m <sup>3</sup> ]

$x, y$	Coordenadas cartesianas	[m]
$X, Y$	Coordenadas cartesianas adimensionais	-

### Letras Gregas

$\alpha$	Difusividade térmica	[m <sup>2</sup> / s]
$\beta$	Coeficiente de expansão térmica	[K <sup>-1</sup> ]
$\Delta r$	Distância entre nós da malha	-
$\Delta t$	Variação de tempo	-
$\Delta x$	Comprimento horizontal dos entre nós	-
$\Delta y$	Comprimento vertical entre nós	-
$\phi$	Porosidade	-
$\Theta_{cal}$	Valor calculado	-
$\Theta_{ref}$	Valor de referência	-
$\mu$	Viscosidade dinâmica	[kg / m.s]
$\nu$	Viscosidade cinemática	[m <sup>2</sup> / s]
$\theta$	Temperatura adimensional	-
$\rho$	Massa específica	[kg / m <sup>3</sup> ]
$\tau$	Fator de relaxação	-
$\varphi$	Parâmetro escalar da função de equilíbrio	-
$\omega$	Frequência de colisão	-
$\Omega$	Operador colisão	-

### Subscritos

$av$	Médio	-
------	-------	---

<i>C</i>	Parede resfriada	-
<i>f</i>	Fluido	-
<i>H</i>	Parede aquecida	-
<i>L</i>	Local	-
<i>lit</i>	Referente à literatura	-
<i>malha</i>	Referente ao tamanho de malha	-
<i>mín</i>	Mínimo	-
<i>s</i>	Sólido	-

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>15</b>
1.1	Meios porosos	15
1.2	Convecção natural em meios porosos	17
1.3	Método Lattice Boltzmann	19
1.4	Caracterização do Problema	20
1.5	Objetivos	22
1.6	Justificativa	22
1.7	Conteúdo do trabalho	23
<b>2</b>	<b>Revisão bibliográfica</b>	<b>25</b>
2.1	Meios porosos	25
2.1.1	Modelos de representação de meios porosos	25
2.1.2	Porosidade	27
2.1.3	Permeabilidade	28
2.2	Convecção Natural em Cavidades Porosas	29
2.3	Método Lattice Boltzmann	30
<b>3</b>	<b>Fundamentos do método lattice boltzmann</b>	<b>33</b>
3.1	Equação de transporte de Boltzmann	33
3.2	Arranjo de Lattices	36
3.2.1	Fatores de peso	37
3.2.2	Velocidades de lattice	38
3.3	Aproximação BGK	38
3.3.1	Função de equilíbrio	39
3.3.2	Frequência de colisão	40
3.4	Discretização da equação de transporte de Boltzmann	40
3.5	Variáveis Macroscópicas	41
3.6	Termo de força	42
3.7	Condições de Contorno	43
3.7.1	<i>Bounce-Back</i>	44
3.7.2	Parede adiabática	45
3.7.3	Temperatura constante	45
3.8	Parâmetros adimensionais do modelo heterogêneo.	46
<b>4</b>	<b>Geometria e condições de contorno</b>	<b>49</b>
4.1	Hipóteses Simplificadoras	49
4.2	Geometria do problema	49
<b>5</b>	<b>Resultados e discussões</b>	<b>51</b>
5.1	Problemas de verificação	52
5.1.1	Cavidade Limpa	52
5.1.2	Cavidade com um bloco	54
5.2	Simulação numérica da cavidade heterogênea	56
5.2.1	Estudo de parâmetros numéricos	57
5.2.2	Interferência da camada limite	62
5.2.3	Resultados da variação de parâmetros da cavidade heterogênea	64
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>78</b>
	Referências	80
	Apêndice A	84

Apêndice B	91
Apêndice C	92

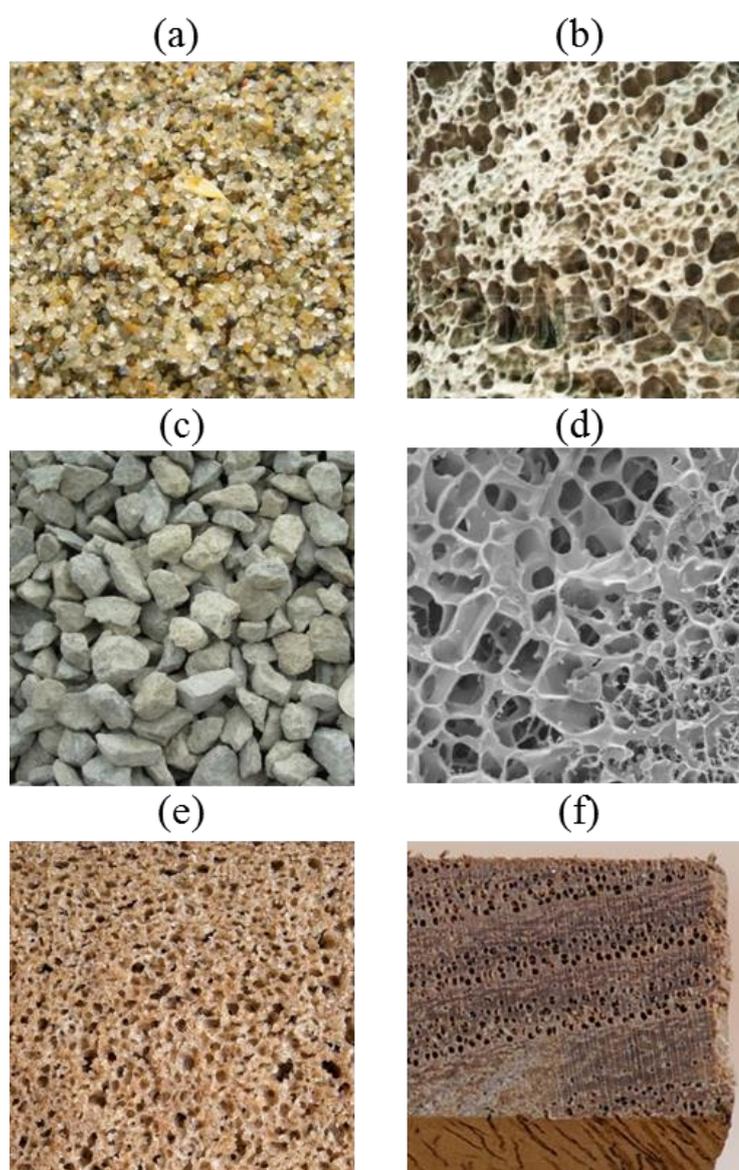
# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Meios porosos

Os meios porosos podem ser definidos como matrizes sólidas com espaços vazios no seu interior, que podem ser isolados ou interconectados, permitindo o escoamento de fluidos através do meio (NIELD e BEJAN, 2006). Em meios porosos reais a distribuição de poros apresenta um caráter randômico, tanto em sua posição quanto em seus tamanhos e formatos. Diversos são os exemplos de meios porosos encontrados na natureza, alguns exemplos citados por Nield e Bejan (2006) e representados na Figura 1.1 são: (a) Areia, (b) Arenito, (c) Calcário, (d) Pulmão humano, (e) Pão de centeio e (f) Madeira.

A diversidade dos materiais que constituem meios porosos levou ao desenvolvimento de diferentes formas de classificá-los (MANEGOLD, 1937; SCHEIDEGGER, 1974 *apud* LISBOA, 2000). Algumas dessas formas serão descritas a seguir:

- Classificação pela classe do meio poroso:
  - i. Vazios: caracterizados pela insignificância do efeito das paredes sobre a estrutura molecular do fluido em seu interior;
  - ii. Capilarizados: A influência das paredes sobre o escoamento é moderado, mas a influência sobre a estrutura molecular do fluido é desprezível;
  - iii. Espaços forçados: As paredes influenciam significativamente a estrutura molecular do fluido e o seu escoamento, por consequência.
- Classificação pelo tipo dos poros:
  - i. Poros interconectados: Parte sólida constitui a fase dispersa do meio;
  - ii. Poros desconectados: Parte sólida como matriz e poros como fase dispersa.



**Figura 1.1 – Exemplos de meios porosos naturais: (a) Areia; (b) Arenito; (c) Calcário; (d) Pulmão humano; (e) Pão de centeio e; (f) Madeira. (Referências na nota de rodapé)<sup>1</sup>**

- Classificação por estrutura dos poros:
  - i. Granulares: modelados como um conjunto de partículas ou grão, que podem ou não ser esféricos;
  - ii. Fibrosos: conjunto de longas inclusões.

<sup>1</sup> Referências da Figura 1.1: (a) [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Third\\_beach\\_sand.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Third_beach_sand.jpg). (b) [http://www.123rf.com/photo\\_10872181\\_porous-sandstone-structure.html](http://www.123rf.com/photo_10872181_porous-sandstone-structure.html). (c) [http://broadwaysand.com/?page\\_id=24](http://broadwaysand.com/?page_id=24). (d) <http://www.azonano.com/news.aspx?newsID=25805>. (e) <http://www.dreamstime.com/stock-photos-rye-bread-texture-spongy-brown-closeup-image34900543>. (f) <http://www.galoototron.com/category/wood/>. 2014.

- Classificação pela disposição dos poros:
  - i. Uniformes: poros distribuídos de maneira regular no meio;
  - ii. Randômicos: poros distribuídos aleatoriamente no meio.

Da mesma forma que são diversos os materiais que podem constituir os meios porosos, diversas são as áreas da ciência e da engenharia que se interessam pelo estudo dos fenômenos de transporte em meios porosos. Alguns exemplos são: filtragem industrial, secagem de grãos, mecânica dos solos, solidificação de moldes de fundição, isolamento acústico, geração de energia, refrigeração, hidrologia, meteorologia e engenharia petrolífera (SATHIYAMOORTHY *et al.*, 2007).

## 1.2 Convecção natural em meios porosos

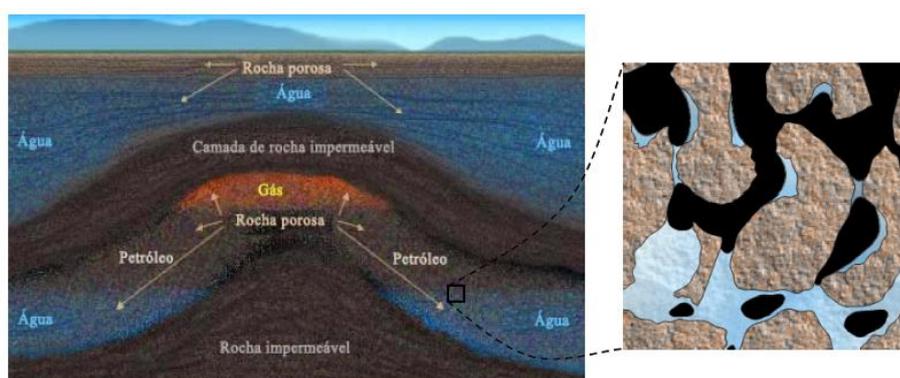
A convecção natural, ou convecção livre, é um fenômeno de transporte, no qual o movimento do fluido é devido às forças de empuxo no seu interior. Tal empuxo é devido à presença combinada de um gradiente de massa específica, usualmente causado por um gradiente de temperatura, e de uma força de corpo que é proporcional à massa específica, geralmente a força gravitacional. (INCROPERA *et al.*, 2008).

Vários fenômenos naturais estão associados ao processo de troca de calor por convecção natural. Por exemplo, o gradiente de temperatura causado pela incidência dos raios solares sobre a superfície da Terra gera a tendência de se elevar no ar aquecido próximo a superfície, resultando em regiões de baixa pressão. Com a elevação do ar quente, ocorre a condensação do vapor d'água presente no ar, que origina as nuvens responsáveis pela chuva e pela neve. Outro exemplo é a convecção natural causada pelo gradiente de temperatura entre os oceanos nas regiões tropicais e nas regiões polares, que é responsável pelas correntes marítimas, que por sua vez são responsáveis por diversos fenômenos meteorológicos, além de afetar a fauna das mais variadas regiões do planeta.

O fenômeno da convecção natural em cavidades foi objeto de estudo de vários trabalhos durante o século passado. Nas últimas décadas, pode ser notado um aumento do número de estudos que abordou especificamente a convecção natural em cavidades porosas. O conhecimento deste fenômeno é aplicado em diversas

áreas, por exemplo, na secagem e armazenamento de grãos, na construção civil, para isolamento térmico e aquecimento solar de edificações, na indústria de eletroeletrônicos, para o empacotamento e refrigeração de sistemas, nos estudos de formação de cristais, dispersão de poluentes e processamentos de materiais na área biomédica, e em especial na indústria de exploração de petróleo e gás natural, cujas reservas são constituídas de meios considerados porosos.

O estudo da transferência de calor e percolação nas atividades de produção de petróleo e gás natural depende da definição de características termo-hidráulicas dos reservatórios. Nesses meios a convecção natural é influenciada pelas propriedades do meio poroso, como condutividade térmica, porosidade e permeabilidades, que dependem dos diversos materiais que constituem o meio.



**Figura 1.2– Representação de um reservatório de petróleo real (Adaptado de: Schlumberger, 2008).**

A Figura 1.2 se trata da representação de um reservatório de petróleo e gás natural, onde se destaca a complexidade da geometria e o número de fases presentes no domínio. A grande complexidade geométrica na representação de um meio poroso real torna a sua modelagem matemática e sua posterior simulação numérica um grande desafio, demandando elevado esforço computacional devido a dificuldade de descrever os fenômenos que ocorrem nos meios porosos.

Tendo em vista a dificuldade de se representar os meios porosos reais, o estudo de modelos capazes de representar e descrever as características

apresentadas pelos meios porosos, de maneira mais acurada, ganha grande importância.

### **1.3 Método Lattice Boltzmann**

O Método Lattice Boltzmann (MLB) foi introduzido no fim da década de 1980 por McNamara e Zanetti (1988) como uma alternativa para a simulação numérica das equações de transporte (calor, quantidade de movimento e massa). As abordagens mais tradicionais para simulação das equações de transporte incluem a abordagem contínua, de escala macroscópica, caracterizada pela aplicação das leis de conservação de energia, massa e quantidade de movimento a um volume de controle infinitesimal, para a obtenção de equações diferenciais. Em seguida, um sistema de equações algébricas é adquirido com a utilização de métodos numéricos contínuos (e.g. Diferenças Finitas, Volumes Finitos), então o sistema de equações é resolvido iterativamente até atingir a convergência. Outra abordagem tradicional é a discreta, cuja escala é microscópica. Nessa abordagem, também conhecida como método da dinâmica molecular, as moléculas que constituem o meio são consideradas individualmente. Através da segunda lei de Newton é possível prever o movimento particular de cada partícula, e desse modo, prever as interações entre moléculas e descrever o movimento de todo o sistema (MOHAMAD, 2011).

O MLB aparece como um intermediário entre os métodos tradicionais supracitados, podendo ser considerado uma abordagem mesoscópica. No método Lattice Boltzmann os fenômenos físicos que ocorrem no meio são descritos pelos processos de colisão e deslocamento de conjuntos de partículas que são representados estatisticamente por funções distribuição (CHEN; DOOLEN, 1998).

Além de ser facilmente implementado para simulação computacional, o método Lattice Boltzmann apresenta algumas vantagens incluindo a simplicidade de implementar condições de contorno, facilitando a aplicação do método em problemas com geometrias e/ou fenômenos complexos. Como exemplo de problemas onde o MLB tem sido empregado, pode-se citar: escoamentos em sistemas biológicos, mudança de fase, reações químicas, interfaces sólido-fluido, escoamentos multifásicos, transferência de calor e escoamentos através de meios

porosos (MOHAMAD, 2011; ZHANG, 2010; CHEN e DOOLEN, 1998), tornando o método atrativo para o estudo. Sukop e Thorne Jr (2007) ainda destacam que houve um grande aumento dos estudos com o uso do método Lattice Boltzmann, nas últimas décadas, com a aplicação do método nas áreas de termodinâmica, geofísica e exploração de recursos hídricos.

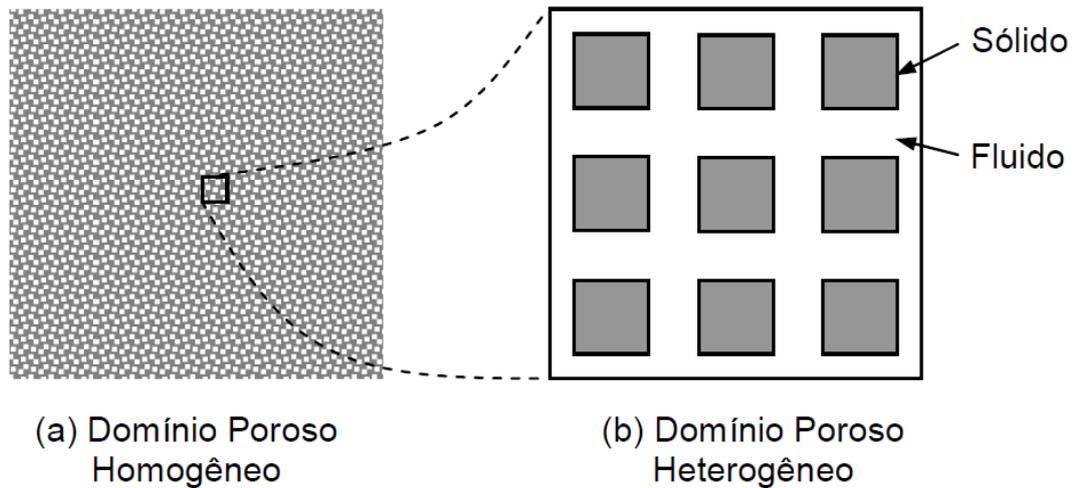
#### **1.4 Caracterização do Problema**

A representação do problema da convecção natural em meios porosos é muito complexa, em função do caráter randômico de sua geométrica. Tendo a dificuldade de se representar os meios porosos reais em vista, aproximações geométricas foram criadas, para permitir o estudo de meios porosos mantendo as propriedades termo-hidráulicas de semelhantes às encontradas nos problemas físicos reais.

Dois modelos são utilizados para a idealização de meios porosos, o modelo homogêneo e o heterogêneo, que representam o meio em escalas macroscópica e microscópica, respectivamente, usando diferentes tipos de domínios porosos.

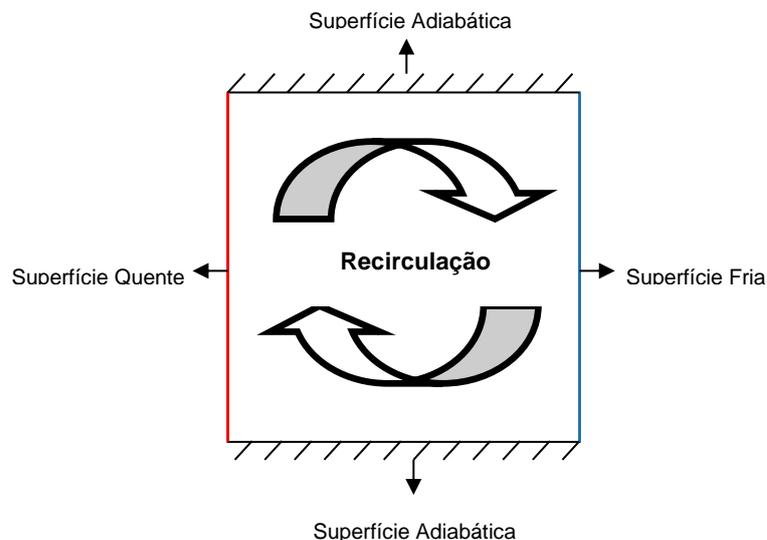
O modelo homogêneo, representado na Figura 1.3.(a), requer a determinação de propriedades difíceis de serem obtidas e analisadas, por que este modelo considera o meio numa escala macroscópica e considera as equações de conservação de massa, energia e quantidade de movimento para todo o meio. Alternativamente, o modelo heterogêneo, abordado neste trabalho, é uma simplificação geométrica de um meio poroso real separando o domínio em duas fases contínuas, uma sólida e uma fluida, sendo assim também chamado de modelo contínuo. A Figura 1.3.(b) mostra um exemplo de meio heterogêneo constituído de blocos sólidos quadrados, igualmente distribuídos em uma matriz de fluido. Mais alguns detalhes das abordagens homogênea e heterogênea são abordados na seção 2.1.1 (referência a blocos)

Outro desafio encontrado no estudo da convecção natural em cavidades porosas é a característica multifásica presente em diversos casos de escoamentos através de meios porosos. Um exemplo são os reservatórios de petróleo, que frequentemente apresentam escoamentos de gás, água e óleo, simultaneamente. Visto que a análise de escoamentos multifásicos necessita de estudos mais aprofundados, o presente estudo trabalha apenas com escoamentos monofásicos.



**Figura 1.3 - Modelos porosos a) homogêneo e b) heterogêneo (DE LAI, 2009).**

O processo de convecção natural em uma cavidade quadrada aquecida lateralmente e preenchida apenas com fluido está representado na Figura 1.4. A figura indica as principais condições de contorno responsáveis pelo fenômeno estudado: paredes isotermicamente aquecida no lado esquerdo e resfriada no lado direito, e paredes adiabáticas no topo e no fundo da cavidade. Neste cenário o gradiente de massa específica gerado pelo gradiente de temperatura induz o desequilíbrio entre as forças de empuxo e viscosas, causando por sua vez uma recirculação, caracterizadas pelas correntes de convecção natural (NIELD e BEJAN, 2006).



**Figura 1.4 - Representação do fenômeno da convecção natural em cavidade fechada limpa aquecida lateralmente.**

## 1.5 Objetivos

A proposta do presente trabalho é simular numericamente, com o uso do método Lattice Boltzmann, o fenômeno da convecção natural em uma cavidade preenchida com meio poroso heterogêneo e aquecida lateralmente.

Com os resultados será feita a análise da influência da variação de parâmetros geométricos (e.g. porosidade e número de blocos), numéricos (e.g. tamanho de malha e fator de relaxação) e termo-hidráulicos (e.g. intensidade de recirculação do fluido e condutividade térmica) na simulação da transferência de calor, através das linhas de corrente, isotermas e número de Nusselt médio na cavidade. Por fim, o estudo propõe o desenvolvimento de uma metodologia para seleção de parâmetros para o uso do MLB na solução da convecção livre em cavidade heterogênea.

## 1.6 Justificativa

Os derivados de petróleo são de grande importância tanto como matéria prima na manufatura de outros produtos, quanto como fonte de energia, tornando imperativo à engenharia o desenvolvimento de técnicas para o aumento da eficiência nos processos de prospecção, perfuração, produção e refino de petróleo (THOMAS, 2004).

Sabendo que as formações rochosas onde se encontram a maioria das reservas de óleo cru são constituídas de substratos porosos e que o fenômeno da convecção natural é comum em seu interior, pode ser notada a necessidade de estudos abrangendo estes tópicos. Considerando a alta complexidade geométrica dos meios porosos reais o desenvolvimento de modelos geometricamente simplificados que possam representar as diversas características dos meios porosos e que exijam um menor esforço computacional para sua simulação ganha grande importância.

O desenvolvimento do presente projeto envolve o uso de conhecimento adquiridos em diversas disciplinas na área de Ciências térmicas presentes na matriz curricular do curso de Engenharia Mecânica, como Mecânica dos Fluidos e Transferência de calor, além do uso de programação estruturada, Cálculo Numérico e do estudo de métodos não abrangidos pelas disciplinas obrigatórias do curso. O trabalho trará como resultados a análise do fenômeno da convecção natural em

cavidade heterogênea, bem como o conhecimento necessário para o uso do MLB para estudos futuros.

## 1.7 Conteúdo do trabalho

O presente documento é composto por seis capítulos, incluído o presente capítulo, que contem uma explicação da importância do estudo de fenômenos de transporte em meios porosos, em especial da convecção natural. E em seguida são formulados o problema e os objetivos a serem estudados.

O segundo capítulo constitui uma revisão bibliográfica, abordando algumas informações de grande importância para o entendimento e desenvolvimento do trabalho. Além disso, o Capítulo 2 apresenta alguns trabalhos que abordam temas semelhantes ao aqui proposto, bem como um breve histórico do método Lattice Boltzmann.

O foco do Capítulo 3 é a fundamentação do método Lattice Boltzmann. Nele é desenvolvida a dedução da equação do transporte de Boltzmann, e são apresentadas as aproximações utilizadas no método. Por fim, são apresentados os métodos de aplicação das condições de contorno usadas na definição do problema com o uso do MLB.

O Capítulo 4 apresenta a formulação do problema. Inicialmente são expressas as hipóteses simplificadoras admitidas no desenvolvimento do trabalho. E em seguida, a geometria do problema é definida, assim como suas condições de contorno.

O Capítulo 5 apresenta e discute os resultados de simulações, Sendo dividido em duas seções principais. A seção 5.1 mostra os resultados para os problemas de verificação, para isso ela é dividida em duas subseções responsáveis por analisar os resultados das simulações para cavidade limpa e para cavidade com um bloco condutivo centralizado no seu interior. A seção 5.2 apresenta os principais resultados para a simulação da cavidade preenchida com um meio heterogêneo com o MLB. É discutido o efeito de interferência dos blocos na camada limite, a influência e os problemas para simulação ligados aos parâmetros tamanho de malha e viscosidade cinemática, e o efeito da variação dos parâmetros número de Rayleigh,

número de blocos, porosidade e razão de condutividade térmica tem sobre a troca de calor por convecção natural.

Finalmente, o Capítulo 6 constitui uma conclusão do presente trabalho, resumindo os principais resultados obtidos e apresentando algumas possibilidades de continuidade dos estudos do método Lattice Boltzmann.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Este capítulo contém alguns conceitos e informações importantes para o desenvolvimento deste projeto de pesquisa bem como para sua compreensão. Primeiramente são apresentados conceitos fundamentais sobre os meios porosos. Em seguida são definidas as diferentes abordagens para representação de meios porosos nos estudos de escoamentos. Por fim será exibida uma breve revisão a respeito do estudo da convecção natural em meios porosos.

### **2.1 Meios porosos**

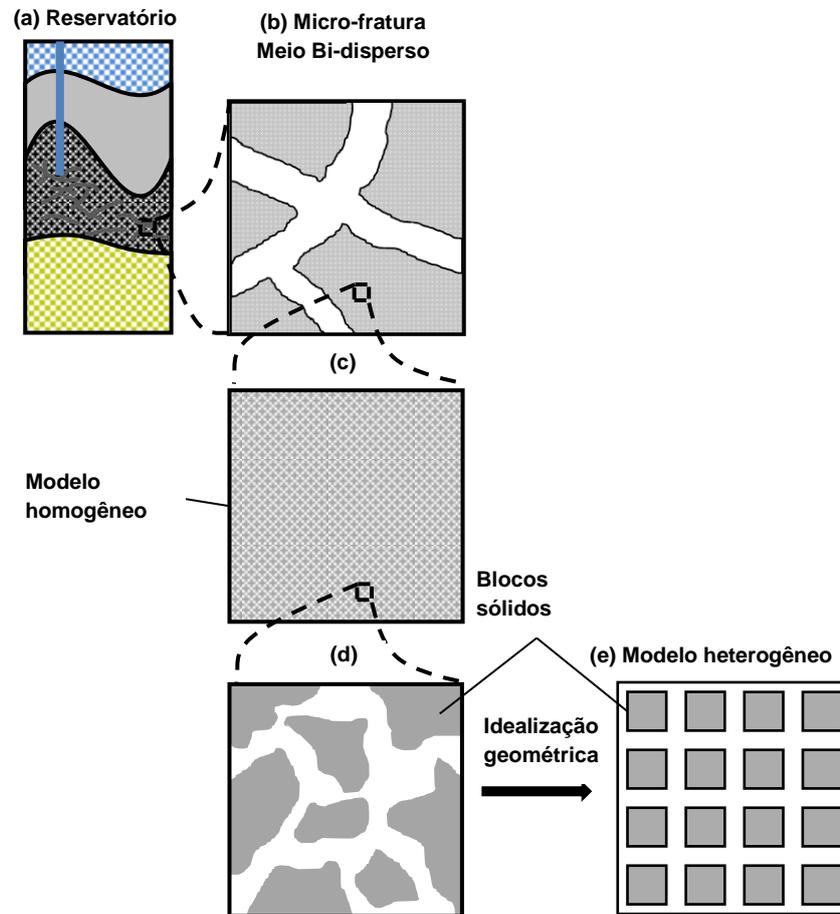
Meios porosos podem ser definidos como meios sólidos contendo espaços vazios interconectados ou não no seu interior. Frequentemente a matriz sólida é rígida ou de deformação desprezível. Quando os espaços vazios são interconectados, torna-se possível o escoamento de fluidos através do meio.

#### **2.1.1 Modelos de representação de meios porosos**

Os meios porosos reais são domínios com características geométricas complexas, tornando difícil uma representação geométrica precisa de suas características e fazendo com que o estudo de fenômenos de transporte nestes meios seja desafiador.

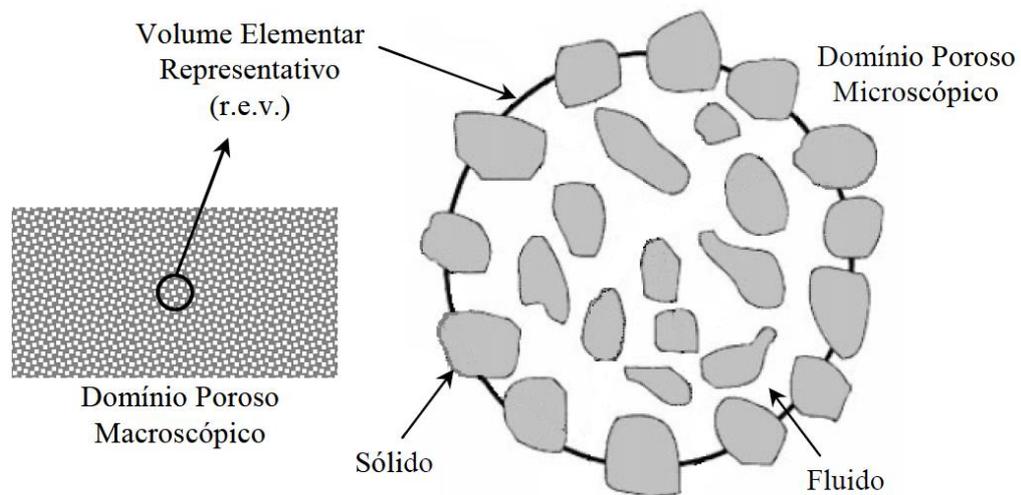
Tendo em vista a dificuldade de se representar meios porosos reais, algumas aproximações geométricas foram criadas para tornar possíveis os estudos dos meios porosos. Os modelos homogêneo e heterogêneo são duas das aproximações desenvolvidas para a representação de meios porosos que têm apresentado resultados próximos aos reais.

O modelo homogêneo, ilustrado na Figura 2.1.(c), também denominado poro-contínuo, aborda o problema em uma escala macroscópica em relação à ordem de grandeza dos poros, deste modo as particularidades das interfaces entre as fases fluida e sólida podem ser desprezadas, e os dois constituintes são considerados como uma única fase homogênea.



**Figura 2.1.(a) Representação de um reservatório de petróleo; (b) Escala macroscópica da rocha fraturada; (c) Escala macroscópica do poro; (d) Escala microscópica do poro; (e) Idealização geométrica para o modelo heterogêneo (Adaptado de:De Lima, 2013).**

Como a abordagem homogênea considera uma única fase, é necessário empregar equações que representem as variáveis termo-físicas do meio poroso relevantes ao fenômeno estudado. Tais equações do modelo macroscópico são obtidas através da média dos volumes ou áreas contendo vários poros. A definição da média dos volumes ou áreas dos poros é usualmente realizada pela análise de um volume elementar representativo (*representative elementary volume, r.e.v*), Figura 2.2, que possui uma escala significativamente maior que a de um poro e menor que a do domínio macroscópico, de modo a ser uma boa representação das variáveis do meio poroso (NIELD e BEJAN, 2006).



**Figura 2.2 – Volume elementar representativo (Teng e Zhao, 2000)**

O modelo heterogêneo, abordado neste trabalho, representa o meio poroso em uma escala microscópica, de modo que os domínios do sólido e do fluido sejam considerados como duas fases diferentes. Para esta abordagem consideram-se os meios preenchidos com obstáculos sólidos, que podem possuir diferentes formas, estar interconectados ou não, igualmente espaçados ou distribuídos randomicamente, constituindo um meio poroso com duas fases distintas. Para este estudo serão considerados meios heterogêneos como representados na Figura 2.1.(e), com obstáculos sólidos quadrados e igualmente distribuídos em todo o domínio.

### 2.1.2 Porosidade

A porosidade,  $\phi$ , de um meio pode ser definida como a razão do volume ocupado por espaços vazios ou fluido,  $V_f$ , pelo volume total do meio,  $V_T$ , ou seja, é a fração do volume do meio que é ocupada por poros (espaços vazios ou preenchidos com fluidos), como pode ser visto na Equação (2.1).

$$\phi = \frac{V_f}{V_T} \quad (2.1)$$

Em meios isotrópicos a porosidade superficial, razão entre a área de vazios,  $A_f$ , e a área total,  $A_T$ , de uma seção transversal do meio, pode ser considerada igual à porosidade  $\phi$ , como mostrado na Equação (2.2), contanto que os espaços vazios sejam interconectados (NIELD e BEJAN, 2006)

$$\phi = \frac{A_f}{A_T} \quad (2.2)$$

Deste modo, para uma cavidade quadrada preenchida com um meio poroso heterogêneo composto por obstáculos quadrados, a porosidade pode ser escrita em função do número de blocos sólidos  $N$ , do comprimento característico dos blocos  $d$  e da altura  $H$  da cavidade, como pode ser visto na Equação (2.3).

$$\phi = 1 - N \left( \frac{d}{H} \right)^2 \quad (2.3)$$

### 2.1.3 Permeabilidade

Define-se a permeabilidade  $K_p$ , como a facilidade de um fluido percorrer ou atravessar um meio poroso.

Uma das primeiras formulações matemáticas para a transformação de energia de um fluido através da passagem por um meio poroso foi apresentado por Henry Darcy. Considerando um meio poroso homogêneo e isotrópico e um escoamento laminar, incompressível e lento através deste meio, a permeabilidade pode ser calculada pela seguinte expressão (NIELD e BEJAN, 2006), conhecida como Lei de Darcy:

$$K_p = - \frac{\mu_f}{\nabla p} \vec{v} \quad (2.4)$$

na qual  $K_p$  é a constante de permeabilidade darciana ou viscosa,  $\nabla p$  é o gradiente de pressão,  $\mu_f$  é a viscosidade dinâmica do fluido e  $v$  é o vetor velocidade.

A constante de permeabilidade darciana  $K_p$ , também conhecida como permeabilidade específica ou intrínseca, depende exclusivamente da geometria do meio do poroso, sendo assim independente das características do fluido (NAKAYAMA, 1995 e NIELD e BEJAN, 2006).

Nakayama e Kuwahara (1999) propuseram a Equação (2.5) para a permeabilidade de meios porosos com obstáculos quadrados usando como base os estudos de Ergun (1952).

$$K_p = \frac{1}{120} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} d^2 \quad (2.5)$$

É importante ressaltar que a equação (2.5) foi elaborada para escoamentos forçados e seu uso não é ideal para o estudo da convecção natural em meios porosos.

## 2.2 Convecção Natural em Cavidades Porosas

Os primeiros estudos relativos aos efeitos da convecção natural na transferência de calor datam do início do século XX, desde então, diversos trabalhos sobre a convecção natural em cavidades com paredes verticais ou horizontais termicamente ativas foram realizados. Uma compilação das contribuições de vários autores sobre o fenômeno da convecção natural em cavidades quadradas levou a formulação da solução de referência de Vahl Davis (1983).

Um estudo da convecção natural em uma cavidade preenchida com um único bloco foi realizado por House et al. (1990), e está entre os primeiros a trabalhar o fenômeno em cavidades parcialmente preenchidas. Neste trabalho foi analisada a influência da condutividade térmica do bloco localizado no interior da cavidade, sobre o escoamento e a troca de calor. Bhave et al. (2006) estudaram a

possibilidade da existência de uma dimensão para o bloco sólido que levasse à otimização do processo de transferência de calor no interior da cavidade.

Massarotti et al. (2003), Merrikh et al. (2005) e Braga e de Lemos (2005) compararam os modelos heterogêneo e homogêneo de aproximação de meios porosos reais. Merrikh e Lage (2005) encontraram uma expressão que prevê os efeitos da existência de blocos sólidos na região da camada limite do escoamento, em um trabalho no qual abordaram a variação simultânea do número de blocos, da razão de condutividade térmica sólido-fluido e do número de Rayleigh na cavidade heterogênea.

Os efeitos da presença de obstáculos sólidos na região de camada limite de convecção natural no interior de cavidades quadradas com meio heterogêneo foram analisados, com o uso do método dos volumes finitos, por De Lai et al. (2011), dando continuidade ao estudo dos efeitos da variação da condutividade térmica dos obstáculos. Em seguida Junqueira, et al. (2013) apresentaram um estudo semelhante, mas com ênfase na variação da razão de aspecto da cavidade porosa.

Qiu et al (2013) estudaram a previsão do número de Nusselt médio em cavidades porosas heterogêneas com o uso das correlações de Berkovsky-Polevikov. São obtidos resultados para vários números de Rayleigh, números de Prandtl e quantidades de obstáculos no interior da cavidade, confirmando que as formas genéricas das correlações são adequadas para prever a troca de calor por convecção natural em cavidades cujos obstáculos não interferem na região de camada limite nas paredes verticais.

### **2.3 Método Lattice Boltzmann**

O método Lattice Boltzmann foi introduzido em 1988 por McNamara e Zanetti para superar as desvantagens apresentadas pelo modelo matemático *lattice-gas cellular automata* (LGCA), que por sua vez se originou do modelo Cellular Automata, e desde então o MLB vem se mostrando uma poderosa alternativa para solução de problemas de dinâmica dos fluidos (WOLF-GLADROW, 2000; MOHAMAD, 2011)

No Cellular Automata um sistema físico é representado por uma malha regular e uniforme de células, as quais assumem valores discretos relacionados às propriedades físicas do meio naquela posição, para o dado instante, a evolução do

modelo é dada a cada avanço no tempo, e os valores de cada célula são atualizados tendo em consideração os valores das células vizinhas (WOLFRAM, 1983).

O primeiro modelo LGCA a reproduzir as equações de Navier-Stokes é creditado à Frisch, Hassalacher e Pomeau (1986), ficando assim conhecido como modelo FHP. Neste modelo a malha apresenta a configuração hexagonal, e o movimento do fluido é representado pelos processos de colisão e deslocamento de suas partículas.

Alguns anos depois, o método Lattice Boltzmann, no qual as partículas são representadas por funções de distribuição, surgiu dos estudos do LGCA. A maior flexibilidade do LBM quando comparado ao LGCA levou a modelos para diversas equações diferenciais parciais, incluindo a equação de Navier-Stokes (WOLFGLADROW, 2000).

Uma das dificuldades na solução da equação do transporte de Boltzmann, usada no método, é decorrente da complexidade do termo de colisão. Porém é possível aproximar o operador de colisão com o modelo apresentado por Bhatnagar, Gross e Krook (BGK) em 1954, sem introduzir um erro significativo na solução (MOHAMED, 2011).

Uma avaliação dos três principais esquemas para adição do termo força ao MLB com o método BGK foi realizada por Mohamad e Kuzmin (2009). Neste estudo foram realizadas simulações de convecção natural em cavidades abertas e fechadas, diferencialmente aquecidas e com os outros contornos adiabáticos. Os resultados para os três esquemas foram semelhantes.

Zhao *et al.*(2010) apresentam um estudo da convecção natural em meios porosos com o uso do MLB, neste estudo os efeitos do tamanho da cavidade e da porosidade no fenômeno são examinados, bem como os efeitos da variação da forma dos obstáculos do meio poroso. O estudo mostrou que a transferência de calor tende a aumentar com a queda da porosidade e do tamanho da cavidade, e que, quando comparado com meios preenchidos com esferas, os meios preenchidos com quadrados têm melhor desempenho na transferência de calor.

O presente trabalho propõe a continuidade do estudo da convecção natural com o uso do método Lattice Boltzmann simulando o fenômeno na cavidade heterogênea com a variação do número de blocos, da porosidade do meio, da razão

de condutividade térmica sólido-fluido e da intensidade de recirculação do fluido, relacionada ao número de Rayleigh.

### 3 FUNDAMENTOS DO MÉTODO LATTICE BOLTZMANN

Este capítulo apresenta os fundamentos do método Lattice Boltzmann de maneira resumida. Inicialmente será demonstrada a dedução da equação do transporte de Boltzmann, principal equação do método, seguido da apresentação dos possíveis arranjos de lattice para o uso no método. Na sequência serão abordadas algumas simplificações visando a discretização da equação do transporte de Boltzmann e o cálculo das variáveis macroscópicas (velocidade e temperatura). Finalmente, serão apresentadas as metodologias de modelagem da força de empuxo, responsável pelo processo de convecção natural, e das outras condições de contorno do problema.

#### 3.1 Equação de transporte de Boltzmann

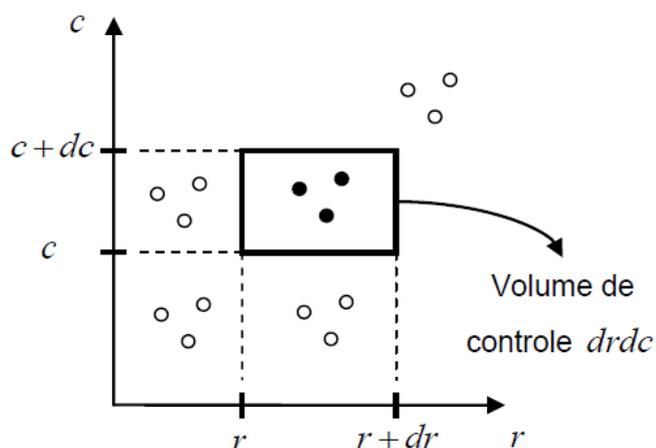
O estado dinâmico de um sistema  $S$  composto por  $N$  partículas pode ser descrito sob a forma de uma função distribuição  $f^N(r_1, \dots, r_N, c_1, \dots, c_N, t)$  tal que  $f^N(r_1, \dots, r_N, c_1, \dots, c_N, t) dr_1 \dots dr_N dc_1 \dots dc_N$  indica a probabilidade de uma partícula  $i$  estar na região entre  $r_i$  e  $r_i + dr_i$ , com velocidade entre  $c_i$  e  $c_i + dc_i$ , num instante de tempo  $t$  (WOLF-GLADROW, 2000).

Segundo Sukop (2007), considerando que o caminho médio entre as partículas seja suficientemente longo, é possível aproximar o sistema para um conjunto de partículas individuais descritas por funções distribuição de primeira ordem, definidas na Equação (3.1), onde  $\frac{dN}{N}$  representa a porcentagem de partículas localizadas entre  $r$  e  $r + dr$ , com velocidades entre  $c$  e  $c + dc$ .

$$f(r, c, t) dr dc = \frac{dN}{N} \quad (3.1)$$

A dedução da equação de transporte de Boltzmann pode ser realizada através da análise da quantidade de partículas contidas num volume de controle  $dr dc$ ,

espaço de fase que representa ao mesmo tempo o espaço físico entre  $r$  e  $r + dr$  e o espaço de velocidades entre  $c$  e  $c + dc$ , como representado na Figura 3.1.



**Figura 3.1 – Volume de Controle  $drdc$ .**

O fluxo de partículas através da superfície de  $drdc$  pode se dar por três processos distintos  $F_{dr}$ ,  $F_{dc}$  e  $F_{\Omega}$ .  $F_{dr}$  representa as partículas com velocidade entre  $c$  e  $c + dc$  que saem ou entram no elemento de volume  $dr$ , isto é, no espaço físico.  $F_{dc}$  representa a ação de uma força externa de módulo  $F$  que provoca uma alteração nas velocidades das partículas no espaço de velocidades, ou seja, no elemento de volume  $dc$ . Por último, o processo  $F_{\Omega}$  representa as alterações de velocidade das partículas dentro ou fora do elemento de volume  $dc$  provocadas em decorrência de processos de colisão entre as partículas. Para satisfazer a exigência da conservação do número de partículas no sistema ao longo do tempo, a taxa de variação do fluxo de partículas através da superfície  $drdc$  deve ser igual à taxa de variação de partículas no interior do volume de controle  $drdc$ .

Assumindo a velocidade das partículas no interior do espaço físico  $dr$  é constante, define-se o fluxo de partículas atravessando a superfície  $dr$  através da equação (3.2), onde  $f_{dc}$  representa o número de partículas no interior do espaço com velocidade  $c$ ,  $\bar{S}_{dr}$  é a superfície de  $dr$  e  $n_{dr}$  é o vetor normal apontado para seu exterior. Aplicando o teorema da divergência de Gauss à Equação (3.2), obtém-se a Equação (3.3).

$$F_{dr} = - \int_{S_{dr}} (fdc)cn_{dr}d\bar{S}_{dr} \quad (3.2)$$

$$F_{dr} = - \int_{S_{dr}} \nabla_r \cdot (fc)d(dr)dc = -\nabla_r \cdot (fc)drdc \quad (3.3)$$

Aplicando o mesmo procedimento para a análise do fluxo de partículas  $F_{dc}$  através de  $dc$ , chega-se a Equação (3.4) onde  $m$  é a massa e  $\frac{F}{m}$  a aceleração das partículas.

$$F_{dc} = -\nabla_c \cdot \left( f \frac{F}{m} \right) drdc \quad (3.4)$$

Os processos de colisão entre as partículas podem ser representados através de um operador colisão,  $\Omega(f)$ . O fluxo de partículas de  $drdc$  devido às colisões é dado pela Equação (3.5).

$$F_{\Omega} = \Omega(f)drdc \quad (3.5)$$

Levando em conta os três procedimentos pelos quais pode ocorrer variação do número de partículas através da superfície, a expressão para a conservação do número de partículas no sistema pode ser escrita pela equação (3.6). Simplificando esta equação, obtém-se a equação do transporte de Boltzmann, expressa pela equação (3.7).

$$\frac{\partial(fdrdc)}{\partial t} = -\nabla_r \cdot (fc)drdc - \nabla_c \cdot \left( f \frac{F}{m} \right) drdc + \Omega(f)drdc \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \nabla_r \cdot f + \frac{F}{m} \cdot f = \Omega(f) \quad (3.7)$$

Para o caso onde não existem forças externas atuando sobre o sistema, a Equação (3.7) pode ser simplificada e tem-se então a Equação (3.8).

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \nabla_r \cdot f = \Omega(f) \quad (3.8)$$

Através de um procedimento baseado em uma expansão em multi-escala (Chapman-Enskog), é possível mostrar que a equação de transporte de Boltzmann, Equação (3.6), representa, de maneira microscópica, as equações de Navier-Stokes. (WOLF-GLADROW, (2000).

### 3.2 Arranjo de Malha

No MLB a terminologia usada para indicar as dimensões espaciais e o número de direções de velocidades é  $DnQm$ , onde  $n$  é o número de dimensões espaciais do problema e  $m$  é o modelo de velocidades (número de direções em que as partículas podem movimentar-se entre nós). A Figura 3.2 apresenta alguns exemplos de arranjos do MLB.

Para este estudo foi utilizado o modelo  $D2Q9$ , conforme recomendado por Mohammad (2011), para solução de problemas de escoamentos com transferência de calor bidimensionais.

Como pode ser notado na Figura 3.2.(a), o modelo  $D2Q9$  apresenta oito direções de deslocamento mais um nó central de velocidade de lattice zero.

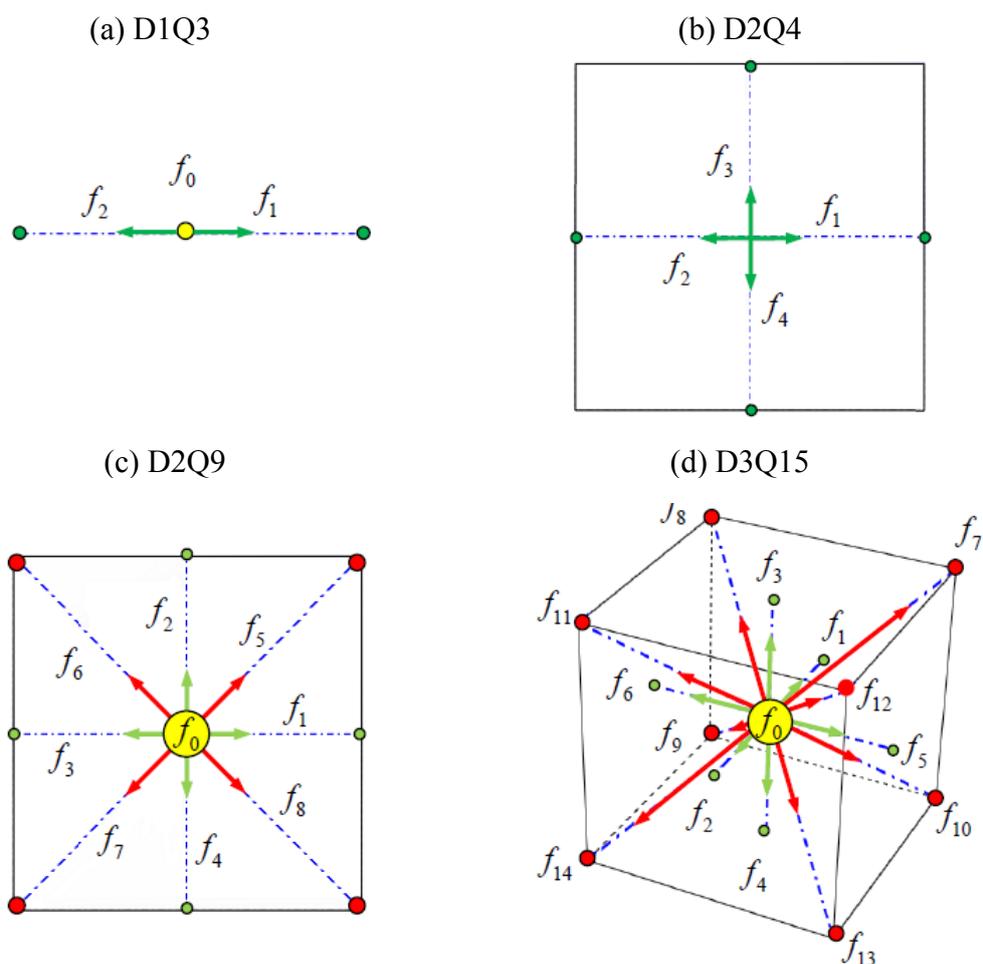


Figura 3.2—Exemplos de modelo de discretização para MLB. (a) D1Q3, (b) D2Q4, (c) D2Q9 e (d) D3Q15 (Adaptado de: De Meira, 2014).

### 3.2.1 Fatores de peso

Os fatores de peso,  $w_i$ , representam a possibilidade das partículas de deslocarem na direção  $i$  e, para o modelo  $D2Q9$ , são definidos pela Equação(3.9) segundo Mohammad (2011).

$$w_i = \begin{cases} 4/9, & i=0 \\ 1/9, & i=1,2,3,4 \\ 1/36, & i=5,6,7,8 \end{cases} \quad (3.9)$$

### 3.2.2 Velocidades de lattice

Os vetores velocidades,  $c_i$ , representam a velocidade que as partículas se deslocam entre os nós na direção  $i$  e são calculados pela Equação (3.10), para o modelo  $D2Q9$ .

$$c_i = \begin{cases} (0,0), i = 0 \\ \left( \cos\left((i-1)\frac{\pi}{2}\right), \sin\left((i-1)\frac{\pi}{2}\right) \right), i = 1, 2, 3, 4 \\ \left( \cos\left((2i-9)\frac{\pi}{4}\right), \sin\left((2i-9)\frac{\pi}{4}\right) \right) \cdot \sqrt{2}, i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (3.10)$$

### 3.3 Aproximação BGK

A equação de transporte de Boltzmann é de difícil solução. Grande parte dessa dificuldade é devida ao operador colisão  $\Omega(f)$ , que é um operador integral de complexidade matemática elevada (SUCCI, 2001). Não obstante, é possível aproximar o operador colisão com um operador mais simples sem acrescentar um erro significativo na solução. Bhatnagar, Gross e Krook introduziram um modelo simplificado para o operador colisão (MOHAMMAD, 2011). Este modelo pode ser visto na Equação (3.11) e ficou conhecido como aproximação BGK.

$$\Omega = \omega(f^{eq} - f) = \frac{1}{\tau}(f^{eq} - f) \quad (3.11)$$

onde  $\tau$  é o fator de relaxação da função  $f$  até o equilíbrio local  $f^{eq}$  e  $\omega = 1/\tau$  é a frequência de colisão.

### 3.3.1 Função de equilíbrio

A função de equilíbrio  $f^{eq}$ , de modo geral, possui diferentes representações em função do problema físico a ser modelado, sua representação geral é dada pela Equação (3.12), onde  $w_i$  representa uma probabilidade de movimentação da partícula em uma determinada direção  $i$ ,  $\phi$  um parâmetro escalar e  $A', B', C'$  e  $D'$  são constantes que dependem da natureza física do problema,  $c_i$  é a velocidade de lattice, isto é, a velocidade de deslocamento das partículas e  $\mathbf{u} = (u, v)$  é a velocidade macroscópica do escoamento.

$$f_i^{eq} = w_i \phi [A' + B' c_i \cdot \mathbf{u} + C' (c_i \cdot \mathbf{u})^2 + D' u^2] \quad (3.12)$$

Para problemas difusivo-advectivos, como é a convecção natural, com o arranjo  $D2Q9$  a função de equilíbrio pode ser representada pela Equação (3.13), escrita a seguir.

$$f_i^{eq} = w_i \rho \left[ 1 + 3 \frac{c_i u}{c_s^2} + \frac{9}{2} \left( \frac{c_i u}{c_s^2} \right)^2 - \frac{3}{2} \frac{u^2}{c_s^2} \right] \quad (3.13)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $u$  é a velocidade local do escoamento e  $c_s$  é a velocidade do som do meio, que para o modelo  $D2Q9$  pode ser relacionada com a velocidade de lattice pela Equação (3.14), deduzida por Wolf-Gladrow (2000):

$$c_s = \frac{c_i}{\sqrt{3}} \quad (3.14)$$

### 3.3.2 Frequência de colisão

A frequência de colisão é calculada como uma função da viscosidade cinemática  $\nu$  do fluido, e é apresentada por Wolf-Gladrow (2000) como pode ser vista pela Equação (3.15):

$$\omega = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{3\nu + \frac{1}{2}} \quad (3.15)$$

A frequência de colisão pode assumir valores de 0 a 2, que correspondem a  $\nu \rightarrow \infty$  e  $\nu = 0$ , respectivamente, porém, não é recomendado o uso de valores muito próximos de 2 para  $\omega$ , para evitar instabilidades nas simulações.

### 3.4 Discretização da equação de transporte de Boltzmann

É conveniente resolver a equação de transporte de Boltzmann em duas etapas distintas, uma de colisão e outra de deslocamento, uma vez que o método baseia-se nestes dois fenômenos. Estas etapas são evidenciadas durante a discretização da equação de transporte Boltzmann (MOHAMAD, 2007).

A derivada temporal da Equação (3.8) é discretizada de maneira explícita e o termo advectivo de modo totalmente implícito, resultando na equação (3.16):

$$\frac{f(r, c, t + \Delta t) - f(r, c, t)}{\Delta t} + c \frac{f(r + \Delta r, c, t + \Delta t) - f(r, c, t + \Delta t)}{\Delta r} = \Omega(f) \quad (3.16)$$

Fazendo  $c = \Delta r / \Delta t$  e simplificando a equação (3.16), obtém-se a equação

**Erro! Fonte de referência não encontrada..**

$$\frac{f(r + c\Delta t, c, t + \Delta t) - f(r, c, t)}{\Delta t} = \Omega(f) \quad (3.17)$$

Incluindo a aproximação BGK para o operador colisão na Equação (3.17) e rearranjando os termos, tem-se a Equação (3.18) que mostra o caráter explícito do MLB pois a configuração do sistema no instante de tempo  $t+\Delta t$ ,  $f(r+\Delta r, c, t+\Delta t)$  depende da distribuição das partículas  $f(r, c, t)$  e das colisões  $\frac{\Delta t}{\tau}(f^{eq}(r, c, t)-f(r, c, t))$  no instante de tempo  $t$ .

$$f(r + \Delta r, c, t + \Delta t) = f(r, c, t) + \frac{\Delta t}{\tau}(f^{eq}(r, c, t) - f(r, c, t)) \quad (3.18)$$

Esta equação é frequentemente apresentada na forma da Equação (3.19).

$$f(r + \Delta r, c, t + \Delta t) = f(r, c, t)[1 - \omega] + \omega f^{eq}(r, c, t) \quad (3.19)$$

### 3.5 Variáveis Macroscópicas

A massa específica ( $\rho$ ) e a velocidade ( $u$ ) são variáveis macroscópicas do problema e podem ser calculadas pelas Equações (3.20) e (3.21), respectivamente, com a função  $f$  assumindo a distribuição de massa.

$$\rho(x, y, t) = \sum_{i=0}^8 f_i(x, y, t) \quad (3.20)$$

$$u(x, y, t) = \sum_{i=0}^8 f_i(x, y, t)c_i \quad (3.21)$$

Tendo em vista a semelhança da equação de Boltzmann discretizada com a equação da difusão discretizada com o método das diferenças finitas, Mohamad (2011) propõe o uso de uma função  $g(x, y, t)$  como uma função de distribuição de

temperatura do sistema, análoga a função  $f(x, y, t)$ , permitindo escrever a temperatura macroscópica do sistema com a Equação (3.22).

$$T(x, y, t) = \sum_{i=0}^8 g_i(x, y, t) \quad (3.22)$$

### 3.6 Termo de força

O fenômeno do empuxo, presente na convecção natural é modelado segundo aproximação de Boussinesq, Equação (3.23):

$$\vec{F} = \rho \vec{g} \beta \Delta T \quad (3.23)$$

onde  $\vec{g}$  é o vetor gravidade,  $\beta$  é o coeficiente de expansão térmica e  $\Delta T$  é a diferença de temperatura entre a parede quente e a parede fria.

No MLB, os termos de força podem ser adicionados como um termo extra,  $\rho F$ , no lado direito (processo de colisão) da Equação (3.19). Mohamad (2011) indica o uso da Equação (3.24) para representação desta força:

$$F = 3w_i g_x \beta \theta e_x + 3w_i g_y \beta \theta e_y \quad (3.24)$$

onde  $g_x$  e  $g_y$  são os componentes horizontal e vertical do vetor gravidade, respectivamente, e  $\theta$  é a temperatura adimensional. Considerando que a gravidade atue apenas na direção  $y$ , pode-se escrever a Equação (3.25), na qual o termo relativo à direção  $x$  é nulo.

$$F = 3w_i g_y \beta \theta \quad (3.25)$$

### 3.7 Condições de Contorno

Para modelar o problema definido para este trabalho são usadas as seguintes condições de contorno: Condição de *Bounce-back* (colisão contra paredes e obstáculos sólidos), condição de temperatura constante e condição de parede adiabática. Estas condições são responsáveis pela determinação dos valores das funções distribuição desconhecidas nas fronteiras do domínio e nos contornos dos blocos, garantindo valores prescritos.

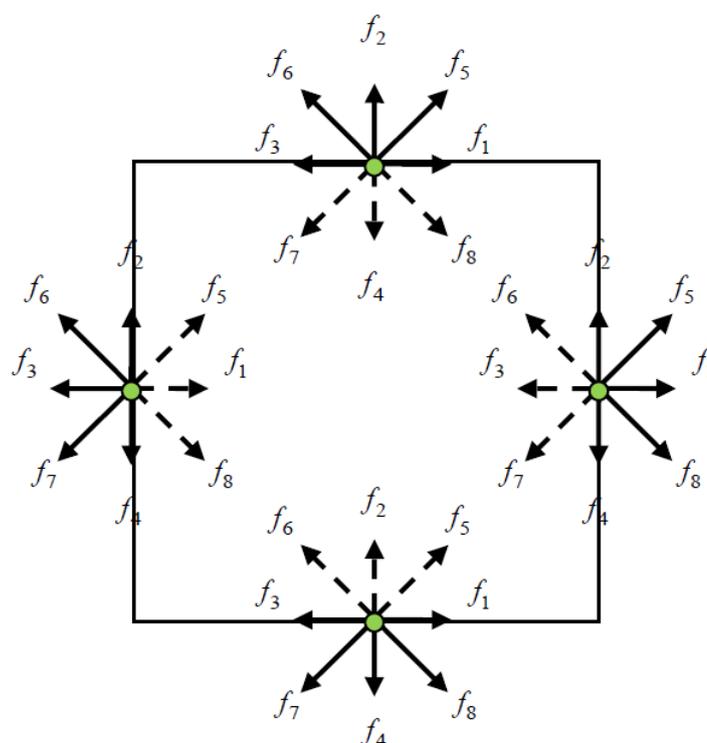


Figura 3.3 – Funções de distribuição nas fronteiras do domínio (De Meira, 2014).

A Figura 3.3 mostra as funções de distribuição nas fronteiras do domínio, com as setas cheias representando as funções conhecidas após a etapa de deslocamento e as setas tracejadas representando as funções a serem determinadas pelas condições de contorno.

### 3.7.1 Bounce-Back

*Bounce-back* é uma condição que pode ser utilizada para modelar obstáculos sólidos estacionários ou não, condição de não deslizamento ou escoamento sobre obstáculos. A condição implica que a partícula que se movimenta de encontro à fase sólida seja rebatida para fase fluida novamente (MOHAMAD, 2011).

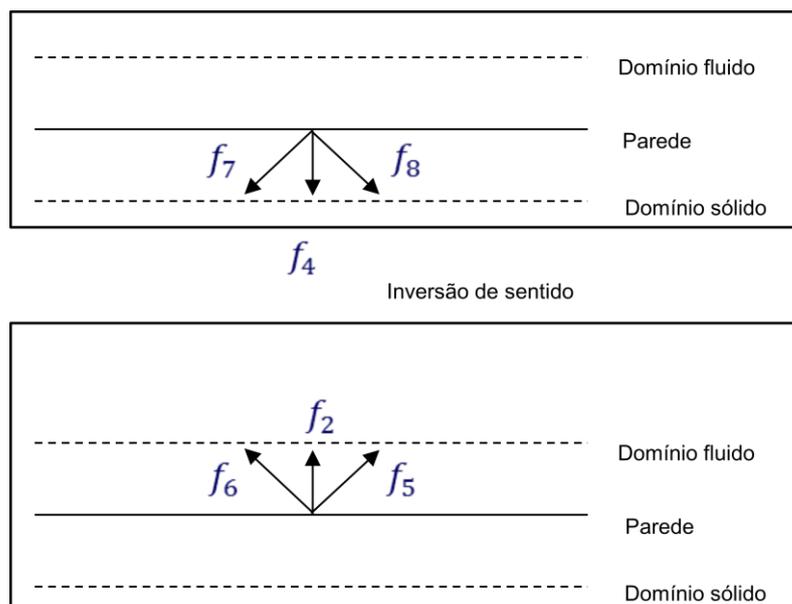


Figura 3.4- Modelo de Bounce-back simples.

Algumas versões de esquemas de *Bounce-back* são sugeridas na literatura. No presente trabalho o modelo conhecido como *Bounce-back* simples é utilizado. No *Bounce-back* simples a parede sólida é localizada diretamente sobre os nós, como mostrado na Figura 3.4.

Para o uso do modelo de *Bounce-back* simples basta inverter as direções dos  $f$ 's na superfície. Por exemplo, para uma superfície abaixo do escoamento, deve-se fazer  $f_5 = f_7$ ,  $f_2 = f_4$  e  $f_6 = f_8$ , sendo que  $f_7$ ,  $f_4$  e  $f_8$  são conhecidos do processo de deslocamento das partículas, e assim definir a velocidade na superfície e no interior dos sólidos como zero.

### 3.7.2 Parede adiabática

A condição de contorno de parede adiabática garante que o fluxo de calor na parede é nulo. Para o topo da cavidade pode-se escrever que  $T(x, n) = T(x, n-1)$ , onde  $n$  é a última linha de nós no topo da cavidade. Expandindo esta expressão aplicando a Equação (3.22), pode-se escrever esta condição com a Equação (3.26).

$$\sum_{i=0}^8 g_i(x, n) = \sum_{i=0}^8 g_i(x, n-1) \quad (3.26)$$

Ou, ainda, pela Equação (3.27), forma como a condição é usualmente aplicada nos códigos computacionais.

$$g_i(x, n) = g_i(x, n-1), i = 0, 1, 2, 3, \dots, 8 \quad (3.27)$$

Analogamente pode-se definir a condição de parede adiabática para o fundo da cavidade pela a Equação (3.28).

$$g_i(x, 0) = g_i(x, 0+1), i = 0, 1, 2, 3, \dots, 8 \quad (3.28)$$

### 3.7.3 Temperatura constante

A condição de temperatura constante pode ser escrita para a parede esquerda da cavidade, por exemplo, pela Equação (3.29).

$$T(0, y) = T_H \quad (3.29)$$

onde  $T_H$  é a temperatura constante da parede aquecida da cavidade.

Do mesmo modo que foi feito para a condição de parede adiabática, pode-se substituir a temperatura pelo somatório dos  $g$ 's, Equação(3.30).

$$\sum_{i=0}^8 g_i(0, y) = T_H \quad (3.30)$$

ou

$$g_0 + g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5 + g_6 + g_7 + g_9 = T_H \quad (3.31)$$

Os únicos termos não conhecidos na Equação (3.31) são  $g_1$ ,  $g_5$  e  $g_8$ , que não são obtidos na etapa de deslocamento, mas podem ser escritos em função das distribuição conhecidas, fatores de peso e temperatura prescrita como representado pelas Equações (3.32), (3.33) e (3.34), respectivamente:

$$g_1 = T_H(w_1 + w_3) - g_3 \quad (3.32)$$

$$g_5 = T_H(w_5 + w_7) - g_7 \quad (3.33)$$

$$g_8 = T_H(w_8 + w_6) - g_6 \quad (3.34)$$

### 3.8 Parâmetros adimensionais do modelo heterogêneo.

Essa seção é dedicada à apresentação de alguns importantes parâmetros adimensionais que estão presentes neste estudo.

Os parâmetros apresentados a seguir são usados como dados de entrada para as simulações:

- Número de Rayleigh,  $Ra$ ,

$$Ra = \frac{g\beta H^3(T_H - T_C)}{\nu_f \alpha_f} \quad (3.35)$$

- Número de Prandtl,  $Pr$ ,

$$Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad (3.36)$$

- Razão de condutividade térmica sólido-fluido,  $k$ ,

$$k = \frac{k_s}{k_f}$$

Nestas equações  $\nu_f$  representa a viscosidade cinemática do fluido,  $\alpha_f$  representa a difusividade térmica do fluido,  $\beta$  é o coeficiente de expansão térmica,  $g$  é aceleração da gravidade,  $H$  a altura da cavidade,  $T_H$  e  $T_C$  são as temperaturas da parede aquecida e resfriada, respectivamente, e  $k_s$  e  $k_f$  são as condutividades térmicas dos meios sólido e fluido, respectivamente.

Na sequência estão apresentados os parâmetros adimensionais de saída:

- Número de Nusselt local,  $Nu_L$ :

$$Nu_L = \frac{hH}{k_f} = -\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{Y=0;1} \quad (3.37)$$

- Número de Nusselt médio,  $Nu_{av}$ :

$$Nu_{av} = \frac{h_{av}H}{k_f} = \int_0^1 Nu_L|_{Y=0} dX = -\int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial Y}|_{Y=0} dX \quad (3.38)$$

- Número de Mach,  $Ma$ :

$$Ma = \frac{\bar{U}}{c_s} = \sqrt{\frac{Ra v^2}{H^2 Pr c_s^2}} \quad (3.39)$$

onde  $c_s$  é a velocidade do som,  $h$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção e  $h_{av}$  é o coeficiente de transferência de calor convectivo médio, definido por  $h_{av} = \bar{q}_{av}'' / (T_H - T_C)$ , com  $\bar{q}_{av}''$  sendo o fluxo de calor na parede quente, calculado como  $\bar{q}_{av}'' = -k_f (\partial T / \partial y)_{av,h}$ .

Neste capítulo foi feita uma breve introdução ao MLB, contendo a dedução da equação e discretização da equação do transporte de Boltzmann (principal equação do método), bem como as simplificações feitas para o uso da equação. Ainda foram apresentados os modelos usados neste trabalho para aplicação das condições de contorno de bounce-back, parede adiabática e parede isotérmica. E, por fim, foram definidos os parâmetros adimensionais usados como dados de entrada e resultados para este estudo.

## 4 GEOMETRIA E CONDIÇÕES DE CONTORNO

No presente trabalho o fenômeno da convecção natural em meio poroso é analisado com o uso do método Lattice Boltzmann. O uso do modelo heterogêneo para aproximação das características geométricas do meio poroso elimina a necessidade de se modelar a interface fluido-porosa com condições de contorno específicas, de modo que apenas a equação do transporte de Boltzmann com a aplicação de forças externas seja necessária para resolver o escoamento.

### 4.1 Hipóteses Simplificadoras

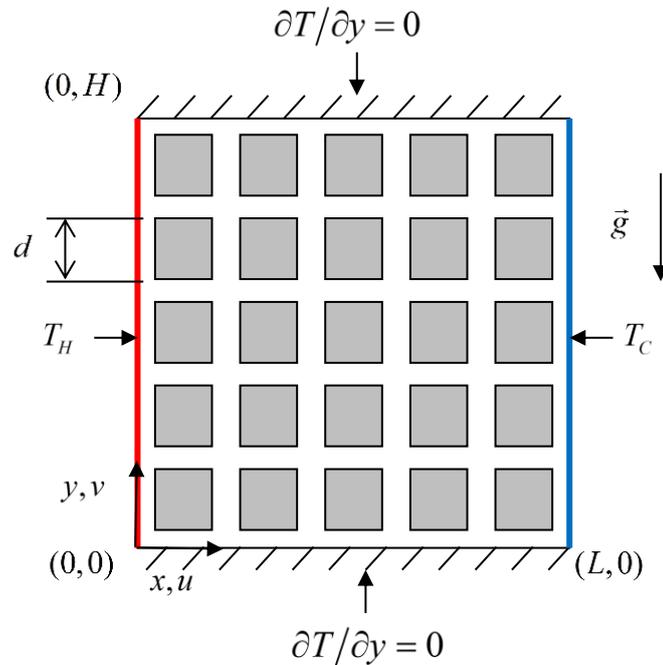
As hipóteses utilizadas na simplificação das equações governantes no presente trabalho são:

1. Escoamento monofásico;
2. Escoamento Laminar;
3. Escoamento bidimensional  $\partial()/\partial z = 0$ ;
4. Escoamento de fluido Newtoniano;
5. Escoamento incompressível, exceto para o termo da força de empuxo na equação da quantidade de movimento na direção  $y$ ;
6. Os domínios fluido e sólido possuem propriedades constantes;
7. A gravidade atua somente na direção  $y$ ;
8. Dissipação viscosa desprezível;
9. Não há geração de energia,  $q''' = 0$ ;
10. Radiação desprezível.

### 4.2 Geometria do problema

A geometria do problema consiste em uma cavidade quadrada de altura  $H$ , com a parede esquerda aquecida a uma temperatura  $T_H = 1$ , parede direita resfriada a uma temperatura  $T_C = 0$ , e as paredes superior e inferior adiabáticas  $|\partial T/\partial y = 0|_{y=0,H}$ , com o interior da cavidade preenchido com um meio poroso. O meio

poroso será representado pelo modelo heterogêneo, sendo constituído de obstáculos sólidos, rígidos, quadrados, impermeáveis, condutores de calor, igualmente distribuídos no interior da cavidade, como pode ser visto na Figura 4.1.



**Figura 4.1 – Cavidade heterogênea aquecida lateralmente.**

Na figura ainda estão presentes  $u$  e  $v$  como os componentes horizontal e vertical da velocidade, respectivamente, e a aceleração da gravidade  $\vec{g}$ , que atua apenas na direção  $y$ .

Tendo a geometria, condições de contorno e hipóteses simplificadoras definidas, é necessário o entendimento de como implementá-las com método utilizado, que será descrito no capítulo seguinte.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são discutidos e detalhados os principais resultados do presente estudo em duas seções. A Seção 5.1 é referente aos problemas de verificação observados para o desenvolvimento do trabalho, enquanto a seção 5.2 mostra os resultados para a convecção natural na cavidade heterogênea, onde efeitos de variação de parâmetros da cavidade e do escoamento são analisados.

Os resultados são apresentados na forma de linhas de corrente, isotermas e número de Nusselt. As linhas de corrente e isotermas auxiliam a visualização de fenômenos como o estreitamento da região de empuxo. O número de Nusselt, por sua vez, é calculado para um gradiente de temperatura adimensional médio na parede aquecida da cavidade  $Nu_{av}$  e usado para a análise da troca térmica do escoamento.

Além de aparecer como resultado na forma de  $Nu_{av}$ , o número de Nusselt também é usado durante as simulações numéricas como critério de obtenção de regime permanente no processo. Visto que o MLB é um método transiente, a diferença entre o número de Nusselt da parede esquerda e o da parede direita foi considerado como critério de parada do problema (regime permanente), sendo atingido quando a diferença se torna inferior a  $10^{-3}$ . Os resíduos máximos para velocidade são da ordem de  $10^{-5}$  e para temperatura são de  $10^{-6}$ .

Quando da comparação de resultados com os da literatura, bem como para a verificação dos efeitos de aumento de malha foi utilizado o erro percentual relativo, representado pela Equação (5.1).

$$EP = \left| \frac{\Theta_{ref} - \Theta_{cal}}{\Theta_{ref}} \right| 100\% \quad (5.1)$$

Para casos de verificação de resultados com a literatura,  $\Theta_{ref}$  representa o valor de referência da literatura, enquanto  $\Theta_{cal}$  representa o valor calculado no presente trabalho. Com relação à verificação de testes de malha computacional,  $\Theta_{cal}$  representa o valor obtido com uma malha mais refinada do que a malha usada para

obter  $\Theta_{ref}$ . Foram definidos como resultados satisfatórios os que proporcionaram erros inferiores a 4% ( $EP < 4\%$ ).

## 5.1 Problemas de verificação

Os problemas de verificação, presentes nesta seção, estão divididos em duas etapas. Inicialmente é realizada a simulação da cavidade limpa i.e., sem blocos sólidos no seu interior, para a validação do método Lattice Boltzmann e do código computacional escrito em linguagem Fortran (Apêndice C) e usado para simular o fenômeno da transferência de calor por convecção natural. Nesta etapa foram validadas as rotinas responsáveis pela aplicação de condições de contorno, critério de parada e pelos cálculos de número de Nusselt, linhas de corrente e isothermas do escoamento.

A segunda etapa dos problemas de verificação é a simulação da cavidade com um obstáculo sólido centralizado no seu interior. Esta etapa é de crucial importância, pois é nela que é validada a variação de razão de condutividade térmica sólido-fluido  $k$ , e porosidade  $\phi$ , da cavidade, além da rotina de posicionamento de blocos no interior da cavidade, responsável pela modelagem da cavidade heterogênea.

Em ambas as etapas de simulação de problemas de verificação os resultados são comparados com diversos resultados da literatura, obtidos com métodos tradicionais de CFD, com o fim de garantir a validade dos resultados MLB.

### 5.1.1 Cavidade Limpa

O estudo da convecção natural em cavidades quadradas aquecidas lateralmente, representada na Figura 5.1, está presente em diversos trabalhos da literatura, fazendo dele um problema adequado para a validação do código computacional apresentado neste trabalho.

Para a simulação da cavidade limpa o número de Rayleigh foi definido para uma faixa de  $Ra = 10^5$  a  $10^7$  e o número de Prandtl foi fixado como  $Pr = 0,71$ . A Tabela 5.1 apresenta os resultados do presente estudo comparados com os publicados em diversas fontes, que usaram de métodos convencionais de CFD para simular a mesma configuração. A semelhança entre os resultados indica a

capacidade do MLB de lidar com o problema da convecção natural e fornece credibilidade ao código computacional desenvolvido.

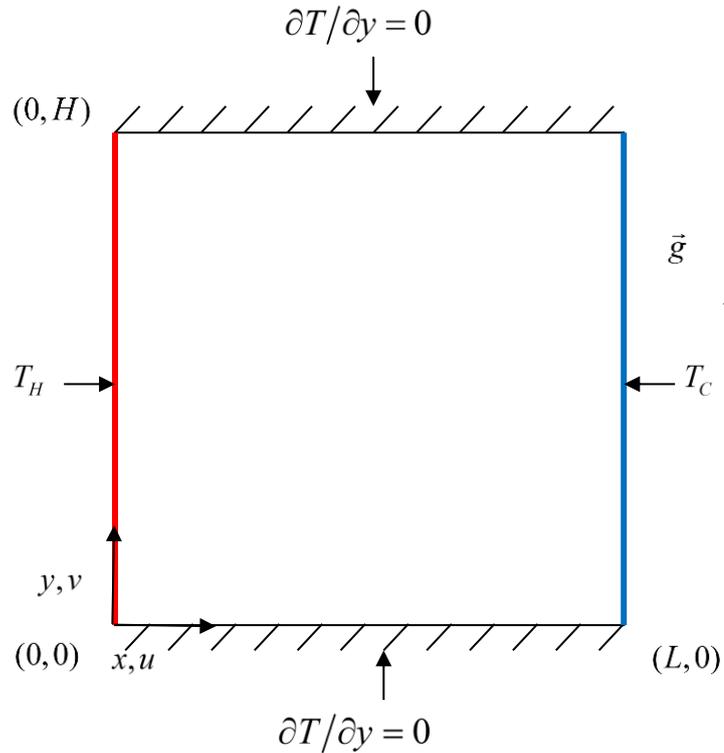


Figura 5.1 – Condições de contorno para cavidade quadrada, limpa e aquecida lateralmente.

Tabela 5.1 – Comparação de  $Nu_{av}$  com resultados da literatura.

Ra	Vahl Davis (1983)	House <i>et al</i> (1990)	Hortmann <i>et al</i> (1990)	Lage e Bejan (1991)	Kalita <i>et al.</i> (2001)	Merrikh e Lage (2005)	Braga e de Lemos (2005)	De Lai (2009)	[Presente]
$10^5$	4,519	4,561	4,521	4,900	4,522	4,536	4,575	4,523	4,562
$10^6$	8,800	8,923	8,825	9,200	8,829	8,860	8,918	8,835	8,836
$10^7$	-	-	-	17,900	16,520	16,625	16,725	16,582	16,350

Na Figura 5.2, a qual mostra as linhas de corrente e isotermas para os casos simulados, é possível notar o efeito de estreitamento da região de empuxo com o aumento do número de Rayleigh, bem como a intensificação do processo de

transferência de calor por convecção, caracterizado pela estratificação horizontal das isothermas e linhas de corrente.

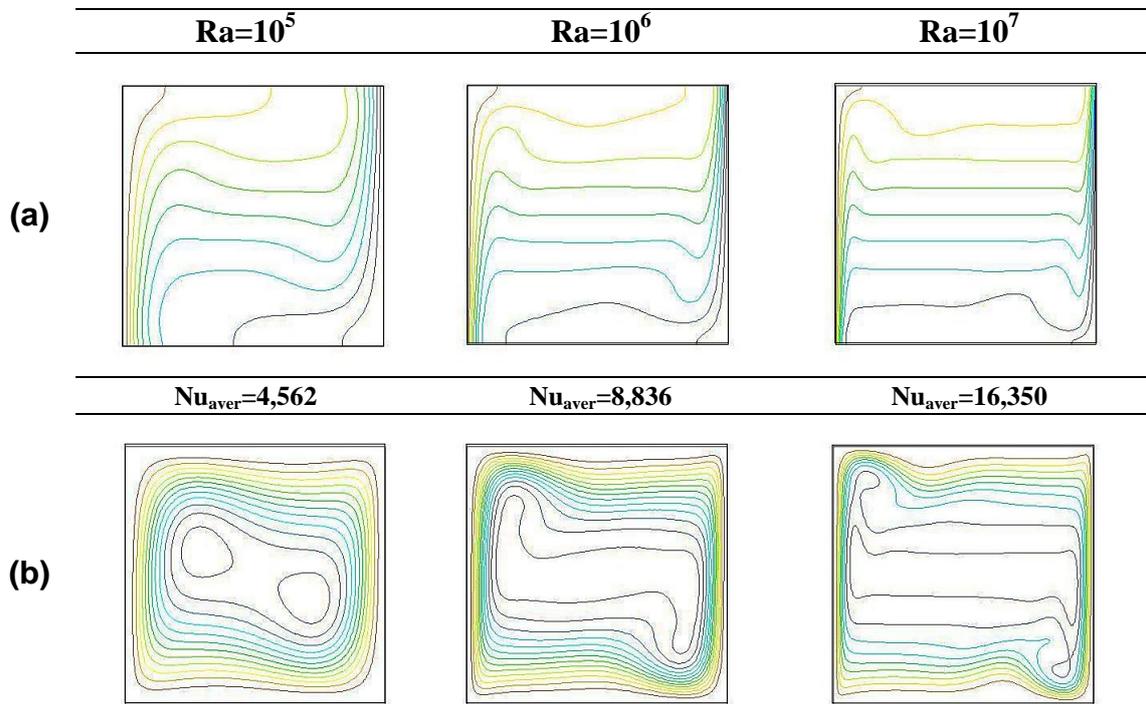


Figura 5.2 – (a) isothermas e (b) linhas de corrente para a cavidade limpa aquecida lateralmente.

O aumento da densidade de linhas de corrente e isothermas nas regiões adjacentes as paredes verticais indica gradientes de temperatura e velocidade mais elevados nessas regiões, tornando necessário o uso malhas mais refinadas para a simulação precisa de escoamentos com  $Ra$  mais elevados.

### 5.1.2 Cavidade com um bloco

A simulação da cavidade aquecida lateralmente com um obstáculo sólido, condutor de calor e centralizado no meio foi utilizada para a validação da metodologia e do código computacional responsável pela modelagem da cavidade heterogênea. A Figura 5.3 mostra a geometria e as condições de contorno para esta configuração.

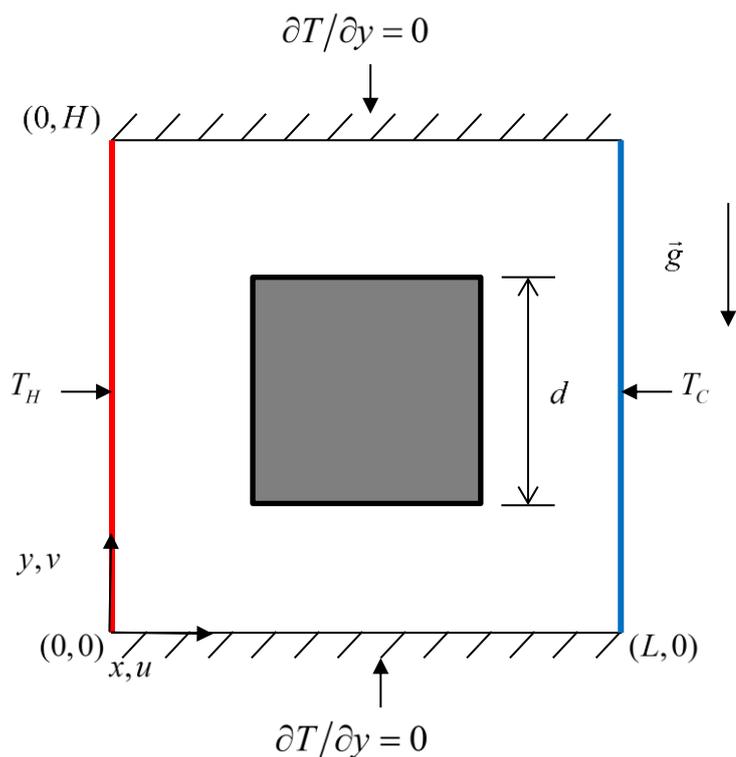


Figura 5.3 – Condições de contorno para cavidade quadrada, com um bloco centralizado e aquecida lateralmente.

Quatro simulações foram feitas para a cavidade com um bloco. As duas primeiras foram realizadas com  $Ra = 10^5$ ,  $D = 0,5$  e  $k = 0,2$  e  $0,5$ , e as outras duas com  $Ra = 10^6$ ,  $D = 0,9$  e a mesma variação de  $k$ . Da mesma forma que foi feita para a cavidade limpa, a Tabela 5.2 mostra a comparação de  $Nu_{av}$  calculado no presente estudo com os apresentados em diversas fontes da literatura.

Tabela 5.2 – Comparação de  $Nu_{av}$  para cavidade com um único bloco com resultados da literatura.

Ra	D	K	Das e Reddy (2006)	Lee e Ha (2005)	Bhave et al (2006)	Merrikh e Lage (2005)	House et al. (1990)	De Lai (2009)	[Presente]
$10^5$	0,5	0,2	4,621	4,631	4,645	4,605	4,624	4,625	4,689
		5	4,308	4,308	4,338	4,280	4,324	4,320	4,386
$10^6$	0,9	0,2	-	-	2,326	2,352	2,402	2,415	2,331
		5	-	-	-	-	3,868	3,810	3,679

Novamente, a boa comparação dos resultados indica a capacidade do MLB e do código computacional desenvolvido de modelar o problema proposto para o estudo.

Dois comportamentos distintos podem ser observados com o aumento de  $k$ , tanto para o  $Nu_{av}$ , quanto para as linhas de corrente e isoterma. Para a configuração com  $Ra=10^5$  e  $D=0,5$  (Figura 5.4.(a)) o aumento de  $k$  causa uma queda no valor de  $Nu_{av}$ , e para  $Ra=10^6$  e  $D=0,9$  (Figura 5.4.(b)), o acréscimo de  $k$  leva ao aumento do valor de  $Nu_{av}$ . Estas tendências são indícios de que para a configuração (a) o processo convectivo é o principal responsável pela troca térmica, enquanto que em (b) a troca de calor ocorre principalmente por condução.

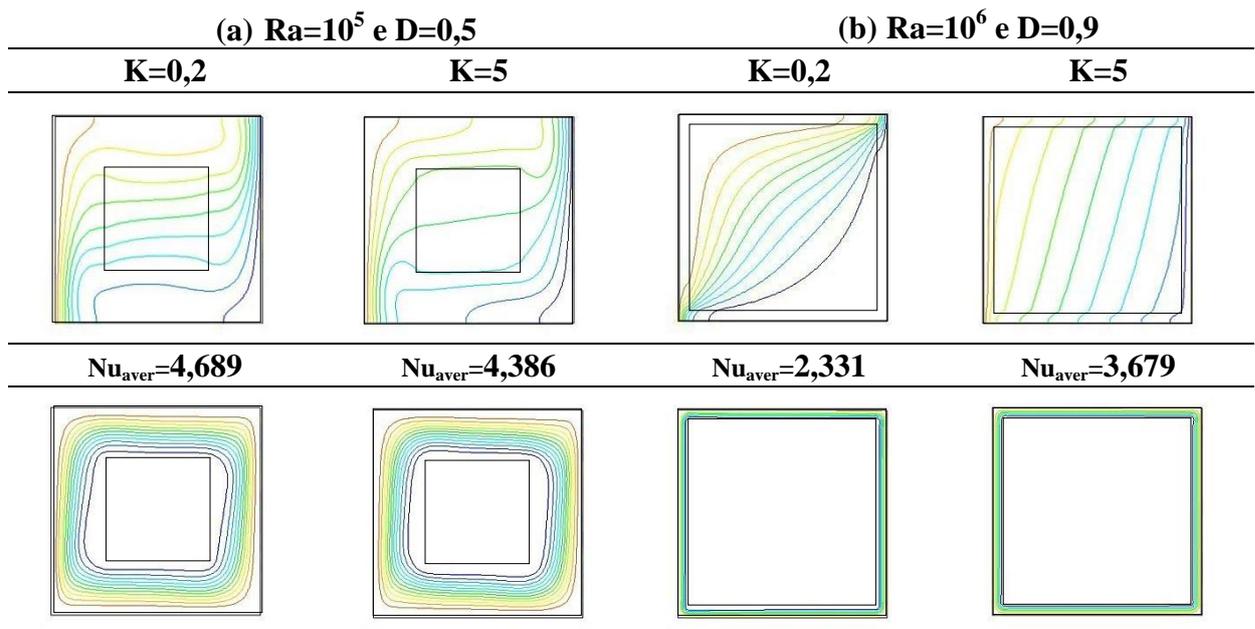


Figura 5.4 – Isotermas e linhas de corrente para (a)  $Ra=10^5$  e  $D=0,5$  e (b)  $Ra=10^6$  e  $D=0,9$ .

## 5.2 Simulação numérica da cavidade heterogênea

Esta seção apresenta os resultados da simulação da cavidade heterogênea. Em princípio o problema de se usar malhas uniformes na simulação da cavidade heterogênea é discutido brevemente e como esta dificuldade foi superada com o uso de malhas específicas, simplificando o uso do MLB nesse trabalho. A seção seguinte propõe algumas recomendações para a definição de tamanho de malha e viscosidade cinemática para o uso do MLB. Em seguida, é analisado o fenômeno da



Para respeitar a restrição do posicionamento das paredes, o número de distâncias entre nós,  $\Delta x$ , entre as paredes da cavidade e os blocos e no interior dos blocos deve ser um número inteiro (como demonstrado na Figura 5.5) possibilitando a aplicação da condição de *bounce-back*, como descrita na Seção 3.7.1 do presente trabalho. Tendo este problema em vista, foi desenvolvida uma metodologia para definir as malhas que permitem a coincidência dos nós da malha com as paredes dos blocos.

Considerando o número de blocos,  $N$ , e a porosidade,  $\phi$ , fixos, o comprimento característico adimensional dos blocos,  $D$ , pode ser calculado como  $D = \sqrt{(1-\phi)/N}$  e a distância característica adimensional da parede vertical até a primeira coluna de blocos,  $S_b$ , como  $S_b = (1-D\sqrt{N})/2\sqrt{N}$ , cujos resultados podem ser encontrados na Tabela 5.3 e na Tabela 5.4, respectivamente, para os valores de  $\phi$  e  $N$  usados neste estudo.

**Tabela 5.3 – Comprimento característico adimensional dos blocos,  $D$ .**

$\phi$	N					
	1	9	16	36	64	144
<b>0,36</b>	0,8000	0,2667	0,2000	0,1333	0,1000	0,0667
<b>0,51</b>	0,7000	0,2333	0,1750	0,1167	0,0875	0,0583
<b>0,64</b>	0,6000	0,2000	0,1500	0,1000	0,0750	0,0500
<b>0,75</b>	0,5000	0,1667	0,1250	0,0833	0,0625	0,0417
<b>0,84</b>	0,4000	0,1333	0,1000	0,0667	0,0500	0,0333

**Tabela 5.4 – Distância característica adimensional da parede vertical até a primeira coluna de blocos,  $S_b$ .**

$\phi$	N					
	1	9	16	36	64	144
<b>0,36</b>	0,1000	0,0333	0,0250	0,0167	0,0125	0,0083
<b>0,51</b>	0,1500	0,0500	0,0375	0,0250	0,0188	0,0125
<b>0,64</b>	0,2000	0,0667	0,0500	0,0333	0,0250	0,0167
<b>0,75</b>	0,2500	0,0833	0,0625	0,0417	0,0313	0,0208
<b>0,84</b>	0,3000	0,1000	0,0750	0,0500	0,0375	0,0250

A Tabela 5.5 mostra, que para um valor fixo de  $\phi$ , a razão entre  $D$  e  $S_b$  é independente do número de blocos no interior da cavidade. Assim, é concebível que, para cada valor de porosidade, exista um número mínimo e inteiro,  $S_{b,malha,min}$ , de incrementos espaciais ( $\Delta x$ ) na região entre as paredes verticais e a primeira coluna de blocos que resulte em um número também inteiro,  $D_{malha,min}$ , de incrementos  $\Delta x$  no interior dos blocos.

**Tabela 5.5 – Razão entre comprimento característico e a distância da parede vertical até a primeira coluna de blocos,  $D/S_b$ .**

$\phi$	N					
	1	9	16	36	64	144
<b>0,36</b>	8,0000	8,0000	8,0000	8,0000	8,0000	8,0000
<b>0,51</b>	4,6667	4,6667	4,6667	4,6667	4,6667	4,6667
<b>0,64</b>	3,0000	3,0000	3,0000	3,0000	3,0000	3,0000
<b>0,75</b>	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000	2,0000
<b>0,84</b>	1,3333	1,3333	1,3333	1,3333	1,3333	1,3333

Para os valores de porosidade usados neste estudo,  $D_{malha,min}$  e  $S_{b,malha,min}$  são facilmente obtidos e estão apresentados na Tabela 5.6. Uma sub-rotina foi acrescentada no código computacional (sub-rotina “criamalha” conforme Apêndice C) para o cálculo destas variáveis para qualquer valor de porosidade. Com o uso da sub-rotina, o menor valor de malha,  $H_{malha,min}$ , que garanta os valores corretos de  $D/S_b$  é calculado e o refino da malha é feito pela multiplicação de  $H_{malha,min}$  por um número inteiro denominado multiplicador de malha,  $MM$ , definido pelo usuário junto aos outros parâmetros de entrada. Os valores de  $MM$  que podem ser usados para obter malhas iguais com diferentes valores de  $\phi$  e  $N$  são mostrados no Apêndice B.

**Tabela 5.6 – Valores de  $S_{b,malha,min}$  e  $D_{malha,min}$  para diferentes porosidades.**

$\phi$	$D/S_b$	$S_{b,malha,min}$	$D_{malha,min}$
<b>0,36</b>	8,0000	1	8
<b>0,51</b>	4,6667	3	14
<b>0,64</b>	3,0000	1	3
<b>0,75</b>	2,0000	1	2
<b>0,84</b>	1,3333	3	4

A Figura 5.6 demonstra graficamente um exemplo de cálculo e refino de malha, para uma cavidade com  $N=1$  e  $\phi=0,64$ . Inicialmente temos uma cavidade de comprimento unitário,  $H=1$ , com comprimento característico do bloco  $D=0,6$  e distância característica entre a parede e a primeira coluna de blocos  $S_b=0,2$ . Em seguida a menor malha que garanta números inteiros de  $\Delta x$  dentro do bloco e entre o obstáculo e as paredes é calculada, resultando em  $H_{malha,min}=5$  com  $S_{b,malha,min}=1$  e  $D_{malha,min}=3$ . Por fim, estes valores são multiplicados pelo multiplicador de malha,  $MM=2$ , gerando uma malha mais refinada, de  $H_{malha}=10$  com  $S_{b,malha}=2$  e  $D_{malha}=6$ .

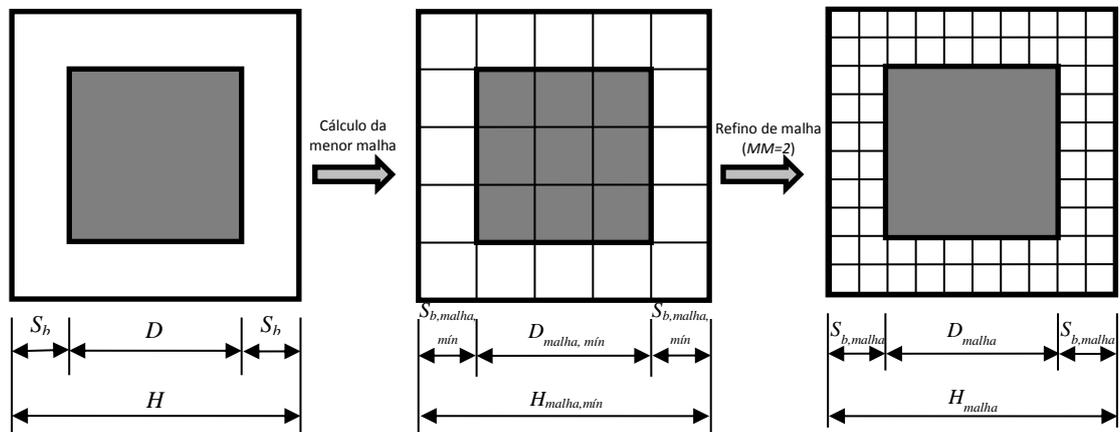


Figura 5.6 – Demonstração do processo de cálculo e refino de malha.  $N=1$ ,  $\phi=0,63$  e  $MM=2$ .

### 5.2.1.2 Variação de malha e viscosidade cinemática

A variação dos parâmetros tamanho de malha,  $H_{malha}$ , e viscosidade cinemática,  $\nu$ , foi analisada a fim de encontrar uma metodologia para escolha destas variáveis que resultasse em resultados satisfatórios com tempo computacional viável.

Como parâmetro de verificação do tempo computacional foi utilizado o número de iterações,  $It_{RP}$ , realizadas até o escoamento atingir o regime permanente, e foi definido 1.000.000 (um milhão) de iterações como limite aceitável para cada simulação. Para análise da qualidade dos resultados foi usado o número de Nusselt médio na cavidade,  $Nu_{av}$ . O erro percentual relativo de  $Nu_{av}$  foi calculado em relação

ao valor da malha imediatamente menor,  $EP_{malha}$ , para garantir a independência dos resultados em relação a malha computacional, e também foi calculado em relação a resultados da literatura,  $EP_{lit}$ , para conferir a credibilidade do método e do código numérico usado.

Através da análise dos resultados das simulações realizadas com a variação de malha e viscosidade cinemática, apresentados no Apêndice A, em especial das simulações para  $N = 64$  (Tabela A.4), que foram realizadas para uma quantidade maior de tamanhos de malha, são definidas algumas recomendações para determinação de  $H_{malha}$  e  $\nu$ . Estas recomendações são as seguintes:

- O valor de  $MM$  e, conseqüentemente, o tamanho de malha,  $H_{malha}$ , deve ser definido de modo a garantir pelo menos 8 lattices entre as paredes da cavidade e a primeira coluna de blocos ( $S_{b,malha} \geq 8$ ) para garantir a representação precisa da região de camada limite. Este valor de  $S_{b,malha} \geq 8$  foi definido tendo em vista as simulações para  $Ra$  mais elevados (e.g.  $Ra = 10^7$ ), para valores menores de  $Ra$  malhas menos refinadas podem ser utilizadas;
- Os valores de  $H_{malha}$  e  $\nu$  devem ser definidos, de forma a garantir que o número de Mach do escoamento seja menor que 1,5, para evitar instabilidades na simulação, e maior que 0,1, para evitar tempos de simulação muito elevados. Preferencialmente,  $0,2 < Ma < 0,4$ ;
- $Ma \sim \nu/H_{malha}$ , ou seja, aumentar  $H_{malha}$  ou diminuir  $\nu$  na mesma proporção, afetam o número de Mach da mesma maneira,
- O número de iterações,  $It_{RP}$ , cresce sensivelmente mais rápido com o aumento de  $H_{malha}$  do que com o decréscimo de  $\nu$ . De maneira aproximada,  $It_{RP} \sim H_{malha}^2$  e  $It_{RP} \sim 1/\nu$ . Assim, é mais efetivo diminuir  $H_{malha}$ , quando se deseja um  $Ma$  menor, e aumentar  $\nu$ , para obter um  $Ma$  maior.

Estas recomendações foram usadas para as simulações com variação de porosidade e condutividade térmica discutidas nas Seções 5.2.3.3 e 5.2.3.4, respectivamente, gerando bons resultados em tempos computacionais satisfatórios.

### 5.2.2 Interferência da camada limite

A influência do número de blocos, bem como da porosidade da cavidade ocorre principalmente devido à alteração da distância dos obstáculos sólidos em relação às paredes isotermicamente ativas da cavidade. A região de camada limite, formada nas paredes aquecida e resfriada, é um efeito da circulação do fluido no interior da cavidade causado pelas forças de empuxo aplicadas no fluido com um gradiente de massa específica. Como pode ser visto na Tabela 5.4, o aumento do número de blocos  $N$ , mantida constante a porosidade, causa uma diminuição na distância entre a primeira coluna de blocos e as paredes verticais da cavidade. Com isso, os blocos passam a ocupar as regiões de camada limite (regiões de empuxo), o que dificulta o desenvolvimento do escoamento, devido ao atrito do fluido com as superfícies dos blocos. Dessa forma, pode-se idealizar a existência de um número mínimo de blocos,  $N_{\min}$ , que afetaria de forma mais notável o escoamento, ou seja, que causaria a tendência nos escoamentos adjacentes às paredes verticais de deslocarem-se para o primeiro canal vertical entre as duas colunas de blocos (MERRIKH e LAGE, 2005). Analogamente à ideia de  $N_{\min}$ , é a concepção de uma porosidade mínima,  $\phi_{\min}$ , que cause um efeito de afastamento do escoamento adjacente as parede, devido ao aumento da quantidade de sólidos na região de camada limite do escoamento (DE LAI *et al.*, 2008).

O afastamento da trajetória preferencial do escoamento no interior da cavidade, em função da interferência dos obstáculos sólidos na região de empuxo, pode ser prevista de maneira analítica pela comparação da escala estimada da camada limite de convecção natural,  $S_c$ , com a distância,  $S_b$ , entre as paredes isotermicamente ativas e a primeira coluna de blocos sólidos. Bejan (2006) propõe a relação  $H Ra^{-1/4} \sim S_c / 2$  para melhor representar a escala da camada limite em função da altura,  $H$ , da cavidade e do número de Rayleigh,  $Ra$ , do escoamento.

Para uma cavidade heterogênea com obstáculos sólidos quadrados e uniformemente distribuídos em todo o interior da cavidade, a distância  $S_b$ , entre a parede vertical e a primeira coluna de blocos, pode ser calculada pela Equação (5.2)

$$S_b = \frac{(1 - D\sqrt{N})}{(2\sqrt{N})} \quad (5.2)$$

sendo  $D$  o comprimento adimensional dos blocos e  $N$  o número de blocos no interior da cavidade.

A Equação (5.3) mostra que a distância  $S_b$  também pode ser escrita em função da porosidade da cavidade.

$$S_b = \frac{(1 - (1 - \phi)^{1/2})}{(2\sqrt{N})} \quad (5.3)$$

Quando  $S_b < S_c$ , seja pelo aumento de  $N$  ou pela redução de  $\phi$ , a interferência dos obstáculos sólidos sobre a região de camada limite pode ser notada. Usando da relação entre  $S_b$  e  $S_c$ , De Lai (2008) apresenta expressões para  $N_{\min}$  e  $\phi_{\min}$ , em função de  $Ra$ ,  $N$  e  $\phi$ , representadas respectivamente pelas Equações (5.4) e (5.5).

$$N > \frac{(1 - (1 - \phi)^{1/2})^2}{16H^2} Ra^{1/2} \quad (5.4)$$

$$\phi < 1 - \left(1 - \frac{4H N^{1/2}}{Ra^{1/4}}\right)^2 \quad (5.5)$$

Os resultados das Equações (5.4) e (5.5) para as configurações de  $Ra$ ,  $N$  e  $\phi$  presentes neste estudo podem ser vistos nas Tabela 5.7 e Tabela 5.8.

**Tabela 5.7 – Previsão de  $N_{min}$  para interferência dos blocos na região de camada limite.**

$Ra$	$\phi$				
	0,36	0,51	0,64	0,75	0,84
$10^5$	1	2	3	5	7
$10^6$	3	6	10	16	23
$10^7$	8	18	32	49	71

**Tabela 5.8 – Previsão de  $\Phi_{min}$  para interferência dos blocos na região de camada limite.**

$Ra$	$N$				
	9	16	36	64	144
$10^5$	0,89	-	-	-	-
$10^6$	0,61	0,76	0,94	-	-
$10^7$	0,38	0,49	0,67	0,81	-

### 5.2.3 Resultados da variação de parâmetros da cavidade heterogênea

Nesta seção do trabalho são apresentados os resultados das simulações numéricas com variações simultâneas dos parâmetros número de Rayleigh,  $Ra$ , número de blocos,  $N$ , razão de condutividade térmica sólido-fluido,  $k$ , e porosidade,  $\phi$ , da cavidade quadrada aquecida lateralmente e preenchida com meio poroso heterogêneo.

Os valores assumidos para os parâmetros variados estão presentes na Tabela 5.9. O número de Prandtl será mantido constante, igual à  $Pr = 0,71$  para todas as simulações.

**Tabela 5.9 – Resumo de valores dos parâmetros variados para cavidade heterogênea.**

$Ra$	$10^5; 10^6; 10^7$
$N$	9; 16; 36; 64; 144
$\phi$	0,36; 0,51; 0,64; 0,75; 0,84
$k$	0,1; 1; 10; 100

### 5.2.3.1 Efeito do número de Rayleigh

O número de Rayleigh é um parâmetro adimensional que representa o balanço entre as forças de empuxo e as forças viscosas. No caso da convecção em cavidades fechadas, o número de Rayleigh pode representar a intensidade de recirculação do fluido no interior da cavidade, além de caracterizar o comportamento do escoamento na região de camada limite de convecção natural.

Analisando os resultados presentes nessa seção, nota-se uma clara tendência do aumento do processo de transferência de calor, representado pelo aumento de  $Nu_{av}$ , com o aumento do número de Rayleigh. A Figura 5.7 mostra a variação do  $Nu_{av}$ , com o aumento de  $Ra$  para as cinco configurações de  $N$  usadas neste estudo, mantendo constantes  $k = 1$  e  $\phi = 0,64$ .

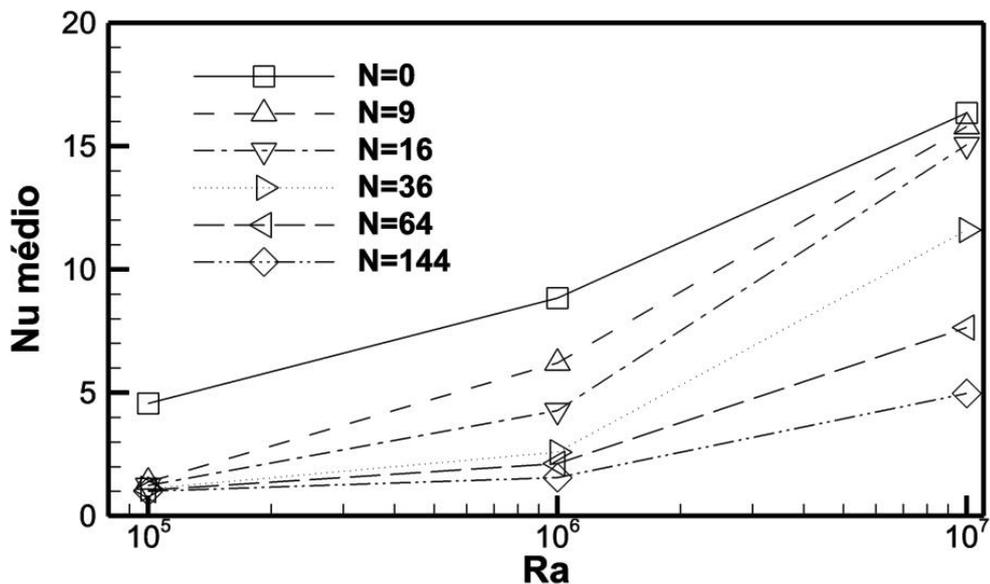


Figura 5.7 – Variação de número de Nusselt médio com o aumento do número de Rayleigh para diferentes  $N$ ,  $k=1$  e  $\Phi=0,64$ .

Com a análise da Figura 5.7 também é possível notar o efeito da interferência de blocos na camada limite do escoamento. É perceptível que para  $Ra = 10^5$  todos os casos de cavidade heterogênea apresentaram  $Nu_{av}$  significativamente inferior ao caso da cavidade limpa, enquanto que para  $Ra = 10^7$  as simulações para cavidades com 9 e 16 blocos resultaram em  $Nu_{av}$  próximos aos da cavidade limpa. A diferença de comportamentos pode ser explicada pelo fato que, para  $Ra = 10^5$  e  $\phi = 0,64$ ,  $N_{\min} = 3$ , ou seja, todos os casos de cavidade heterogênea estudados apresentam

blocos suficientes para que haja interferência na região de camada limite, enquanto que, para  $Ra = 10^7$ ,  $N_{\min} = 32$ , logo, as cavidade com 9 e 16 blocos possuem sólidos na região de empuxo e não sofrem um efeito tão pronunciado no desenvolvimento do escoamento.

As isotermas e linhas de corrente para a variação de  $Ra$  e  $N$ , com  $k = 1$  e  $\phi = 0,64$ , podem ser vistas na Figura 5.8 e Figura 5.9, respectivamente. Observando estas figuras pode-se notar o feito de estreitamento na camada limite em função do aumento de  $Ra$ , o que causa o aumento de  $N_{\min}$ . Também é possível observar a estratificação horizontal (típica do processo convectivo) das isotermas e linhas de corrente para  $Ra$  mais elevados, frente à estratificação horizontal dos casos com  $Ra$  mais baixos (processo condutivo mais pronunciado).

### 5.2.3.2 Efeito do número de blocos

De maneira oposta ao aumento do número de Rayleigh, o aumento do número de blocos é favorável ao fenômeno da interferência na camada limite, por causar a aproximação da primeira coluna de blocos sólidos em relação às paredes verticais da cavidade, desta forma, dificultando o desenvolvimento do escoamento, diminuindo a intensidade da recirculação no interior da cavidade, e conseqüentemente diminuindo o processo convectivo de transferência de calor.

A Figura 5.8 e a Figura 5.9 mostram claramente o processo de verticalização das isotermas e linhas de corrente resultante do aumento de  $N$ . A estratificação vertical das linhas de corrente e isotermas são indicações que o processo condutivo está predominando sobre o convectivo, confirmando que o aumento de  $N$  dificulta o desenvolvimento do escoamento.

A observação das linhas de corrente pra  $Ra = 10^7$  ainda permite uma melhor observação do fenômeno da mudança de trajetória preferencial da cavidade, pois para este caso  $N_{\min} = 32$  possibilitando a visualização da trajetória preferencial adjacente às paredes verticais, para os casos com 9 e 16 blocos, e do afastamento desta trajetória para o primeiro espaço entre as colunas de blocos, para os casos com 36, 64 e 144 blocos.

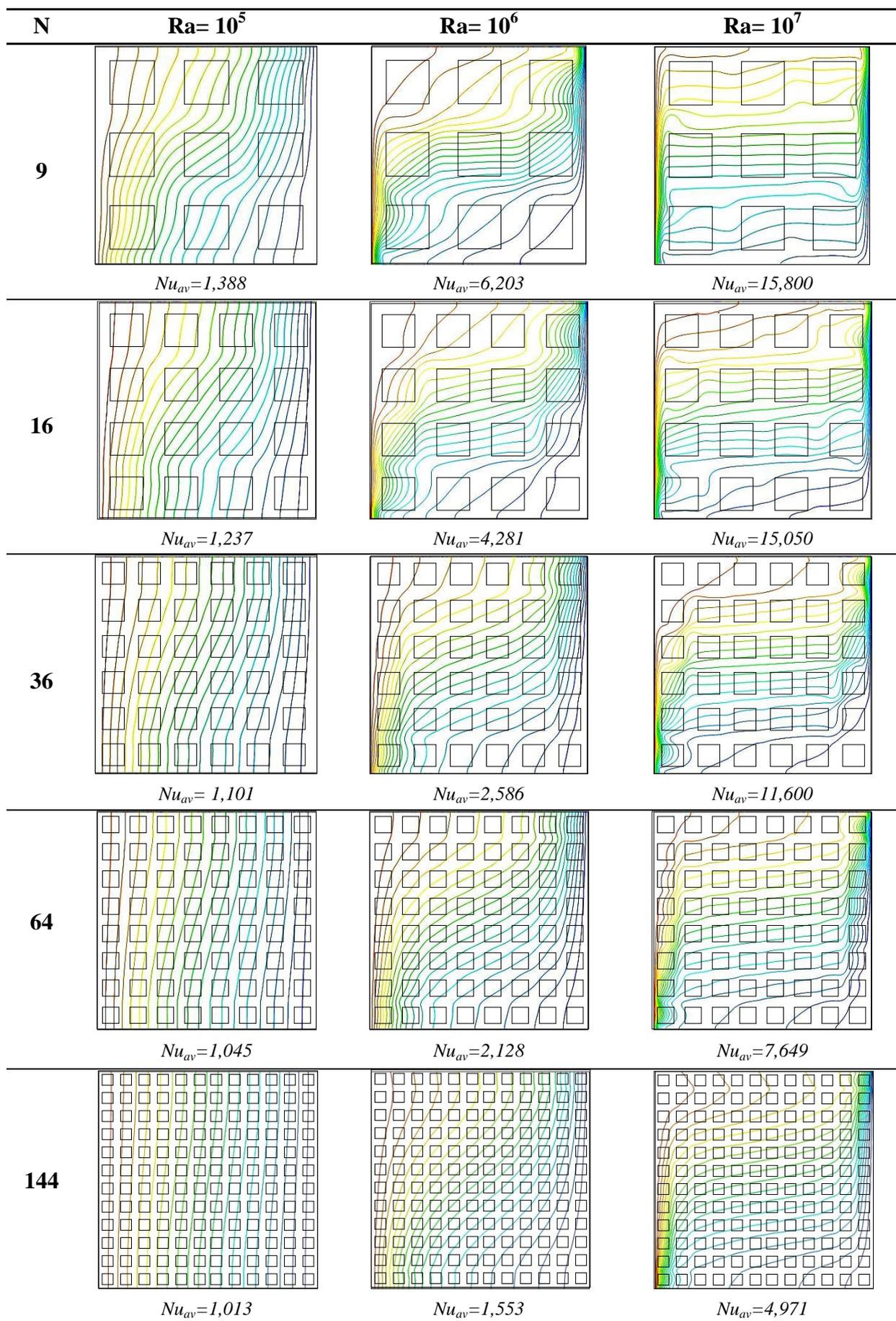


Figura 5.8 – Isotermas para variação de  $N$  e  $Ra$ .  $\Phi=0,64$  e  $k=1$ .

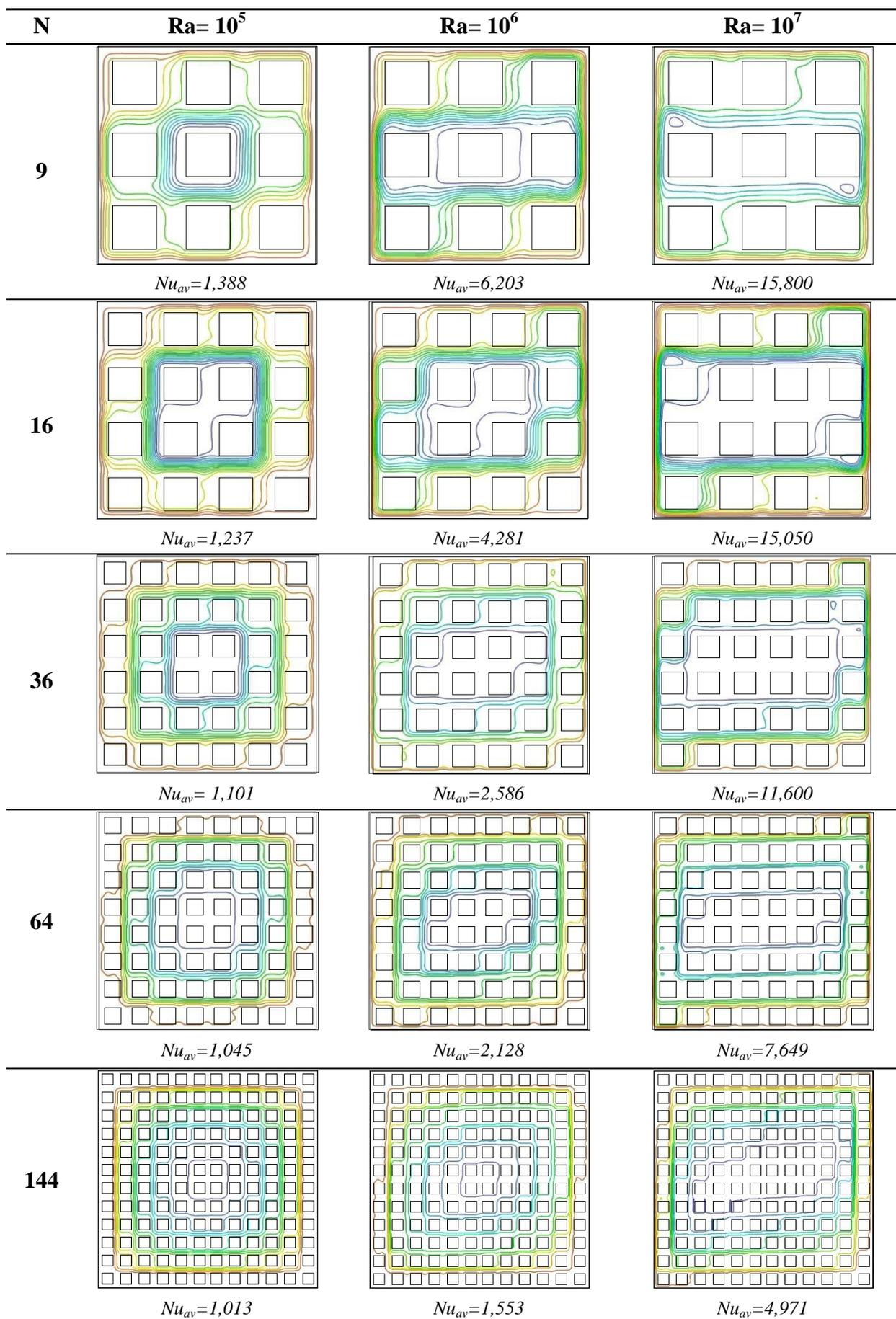


Figura 5.9 – Linhas de corrente para variação de  $N$  e  $Ra$ .  $\Phi=0,64$  e  $k=1$ .

### 5.2.3.3 Efeito da porosidade

Quando se analisa o efeito de interferência da camada limite, o aumento da porosidade da cavidade atua de forma análoga à diminuição no número de blocos, ou seja, o aumento de  $\phi$  causa o afastamento dos obstáculos sólidos em relação às paredes verticais, removendo os blocos da região de empuxo e favorecendo o desenvolvimento do escoamento, bem como, a troca de calor por convecção ( $Nu_{av}$  mais elevado). Na Figura 5.10 pode ser visto o aumento de  $Nu_{av}$  com o aumento de  $Ra$ , assim como, com o aumento de  $\phi$ .

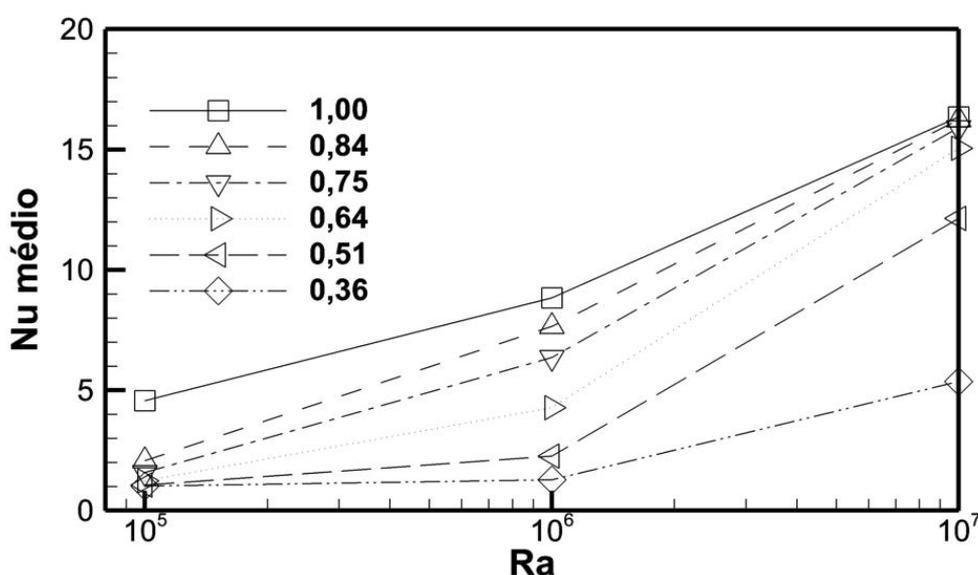


Figura 5.10 – Variação de número de Nusselt médio com o aumento do número de Rayleigh para diferentes  $\Phi$ ,  $k=1$  e  $N=4$ .

Com a observação das isotermas e linhas de corrente para a variação de  $Ra$  e  $\phi$ , com  $N=16$  e  $k=1$ , respectivamente representadas na Figura 5.11 e na Figura 5.12, é possível notar a mudança de trajetória preferencial do escoamento da região adjacente às paredes aquecida e resfriada para o primeiro espaço entre colunas de blocos resultante da queda de  $\phi$ , i.e. aumento da proporção de sólidos no interior da cavidade. Com isso pode-se verificar as previsões de  $\phi_{min}$  apresentadas na Tabela 5.8 para esta configuração.

A variação da porosidade ainda pode apresentar comportamentos diferentes dependendo da razão de condutividade térmica sólido-fluido, sendo que, para  $k \gg 1$ , a diminuição de  $\phi$  não acarretará necessariamente no aumento da transferência de calor.

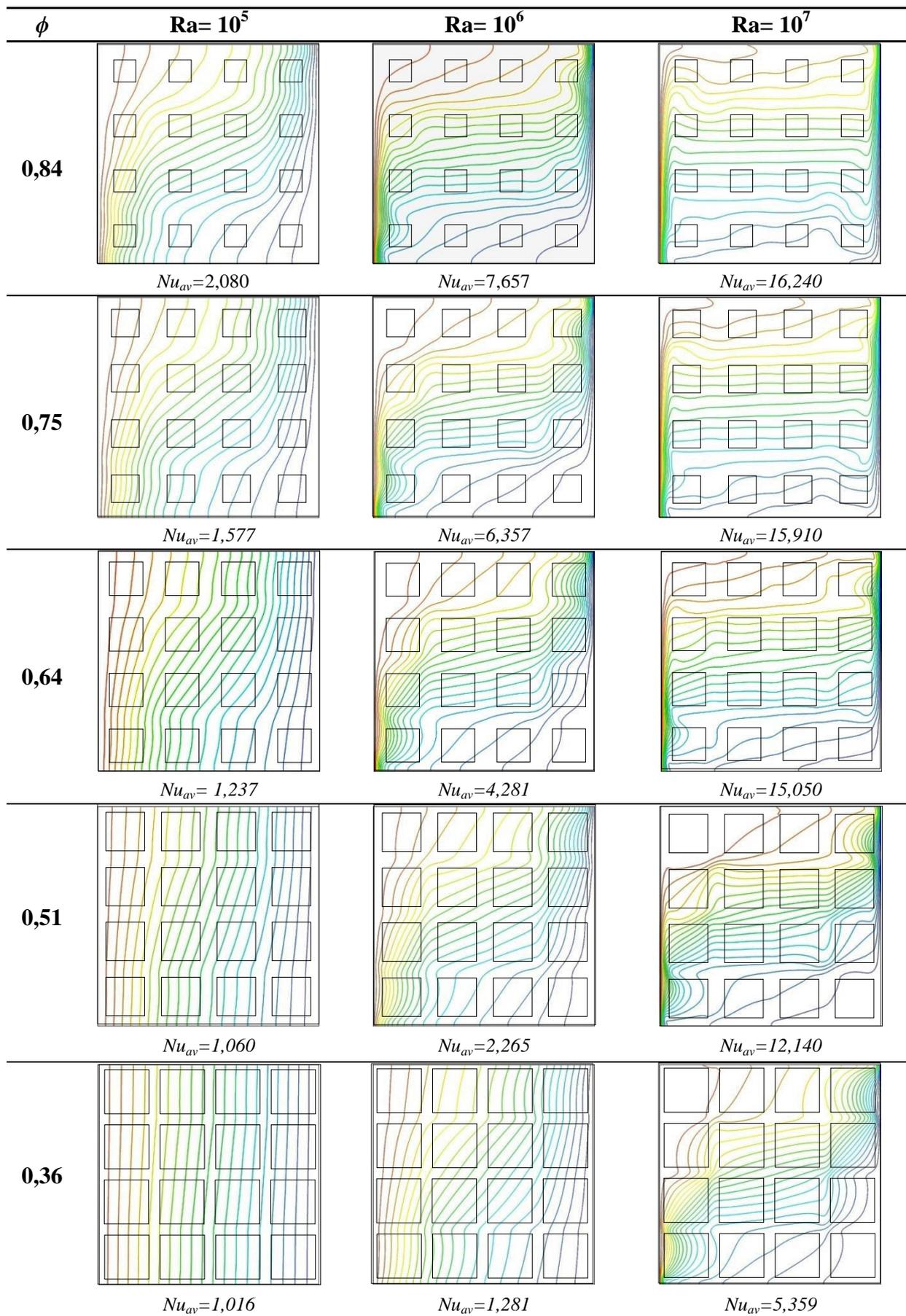


Figura 5.11 – Isotermas para variação de  $\phi$  e  $Ra$ .  $N=16$  e  $k=1$ .

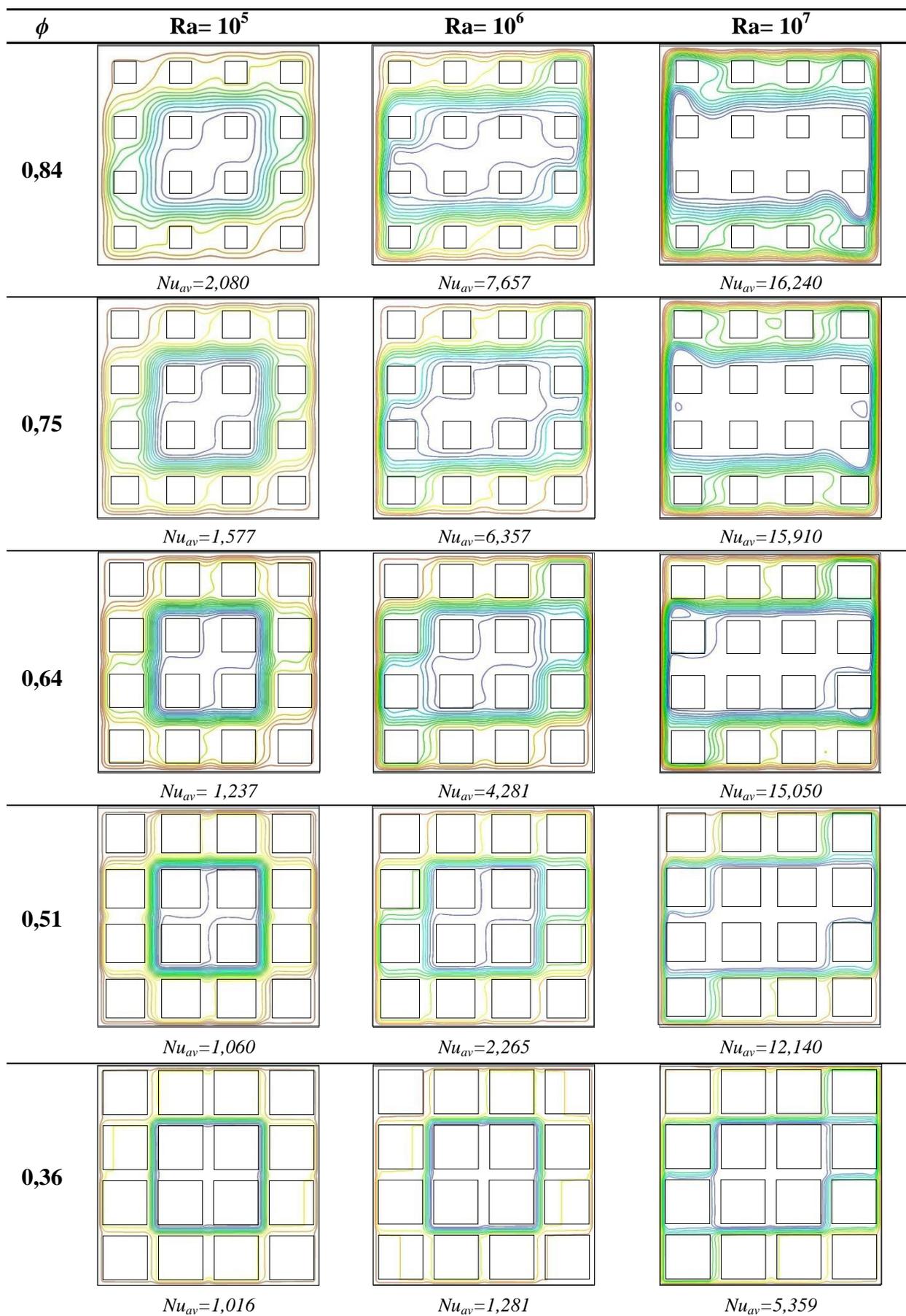


Figura 5.12 – Linhas de corrente para variação de  $\phi$  e  $Ra$ .  $N=16$  e  $k=1$ .

#### 5.2.3.4 Efeito da razão de condutividade térmica sólido-fluido

As consequências da variação da razão de condutividade térmica sobre a troca de calor estão fortemente ligadas à existência ou não de obstáculos na região da camada limite. Quando não há blocos na região de empuxo, o aumento de  $k$  tende a causar uma pequena redução do  $Nu_{av}$ , mostrando que nestes casos a variação de  $k$  tem pouca influência, devido aos blocos atuarem como obstáculos para o escoamento, mas não afetarem tão sensivelmente a formação da camada limite. Esse efeito pode ser notado pela observação das isothermas e linhas de corrente para  $N=9$  nas Figura 5.15 e Figura 5.16, e para  $\phi=0,84$  e  $0,75$  nas Figura 5.17 e Figura 5.18.

Por outro lado, quando há obstáculos na região de camada limite, os efeitos da variação de condutividade térmica podem ser bastante sensíveis. Para  $k$  menores que 1, i.e., blocos sólidos com condutividade térmica menor do que o fluido, a presença de blocos nas regiões adjacentes as paredes isotericamente ativas tende a dificultar o desenvolvimento do escoamento e o processo de transferência de calor. Tal fato pode ser notado pela alta densidade de isothermas no interior dos blocos (Figura 5.8 e Figura 5.11). Para situações com  $k$  maior que 1, i.e., condutividade térmica dos blocos é maior que a do fluido, a presença dos blocos na região de camada limite pode atuar de modo a reforçar o processo convectivo, causando um significativo aumento no  $Nu_{av}$ .

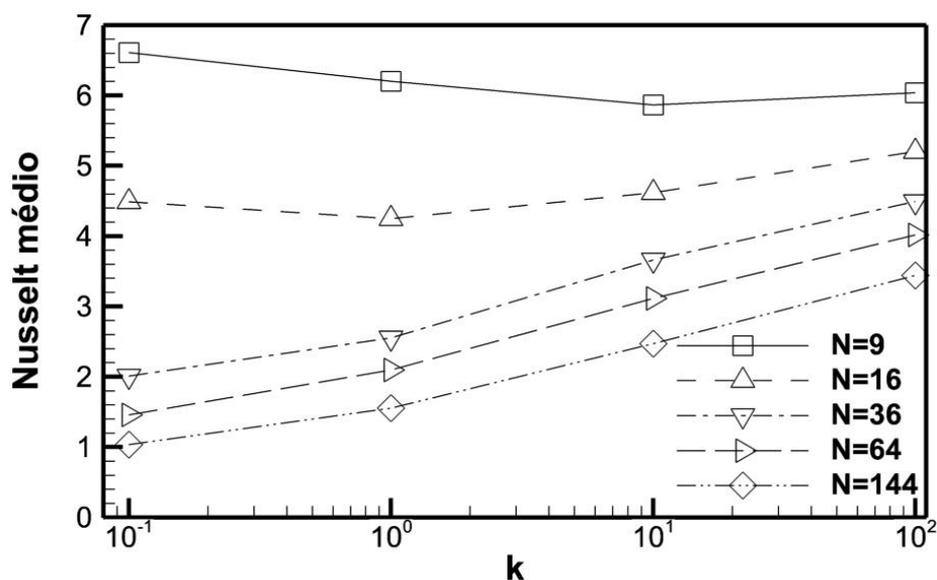


Figura 5.13 – Variação de número de Nusselt médio com o aumento de  $k$  para diferentes  $N$ ,  $Ra = 10^6$  e  $\Phi = 0,64$ .

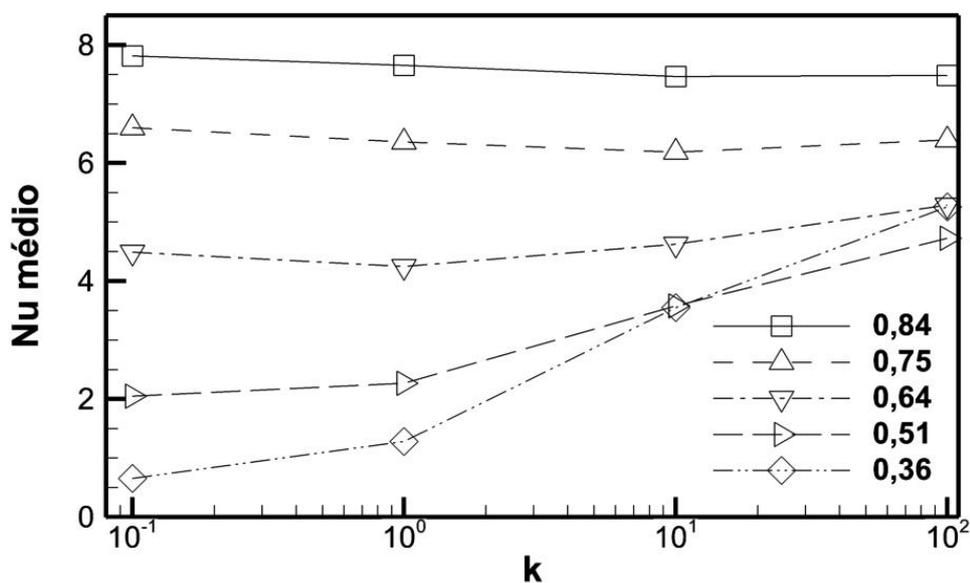


Figura 5.14 – Variação de número de Nusselt médio com o aumento de  $k$  para diferentes  $\Phi$ ,  $Ra=10^6$  e  $N=4$ .

A Figura 5.13 e a Figura 5.14 corroboram com o entendimento dos efeitos da variação da condutividade térmica, mostrando como o número de Nusselt médio é afetado por esta propriedade para diferentes  $N$  e  $\phi$ , respectivamente.

Neste capítulo foram inicialmente apresentados os problemas de verificação estudados para garantir a confiabilidade do método e do código computacional utilizados no estudo. Em seguida os resultados para a cavidade heterogênea foram analisados, dando ênfase aos efeitos da variação dos parâmetros número de blocos, número de Rayleigh, porosidade e condutividade térmica.

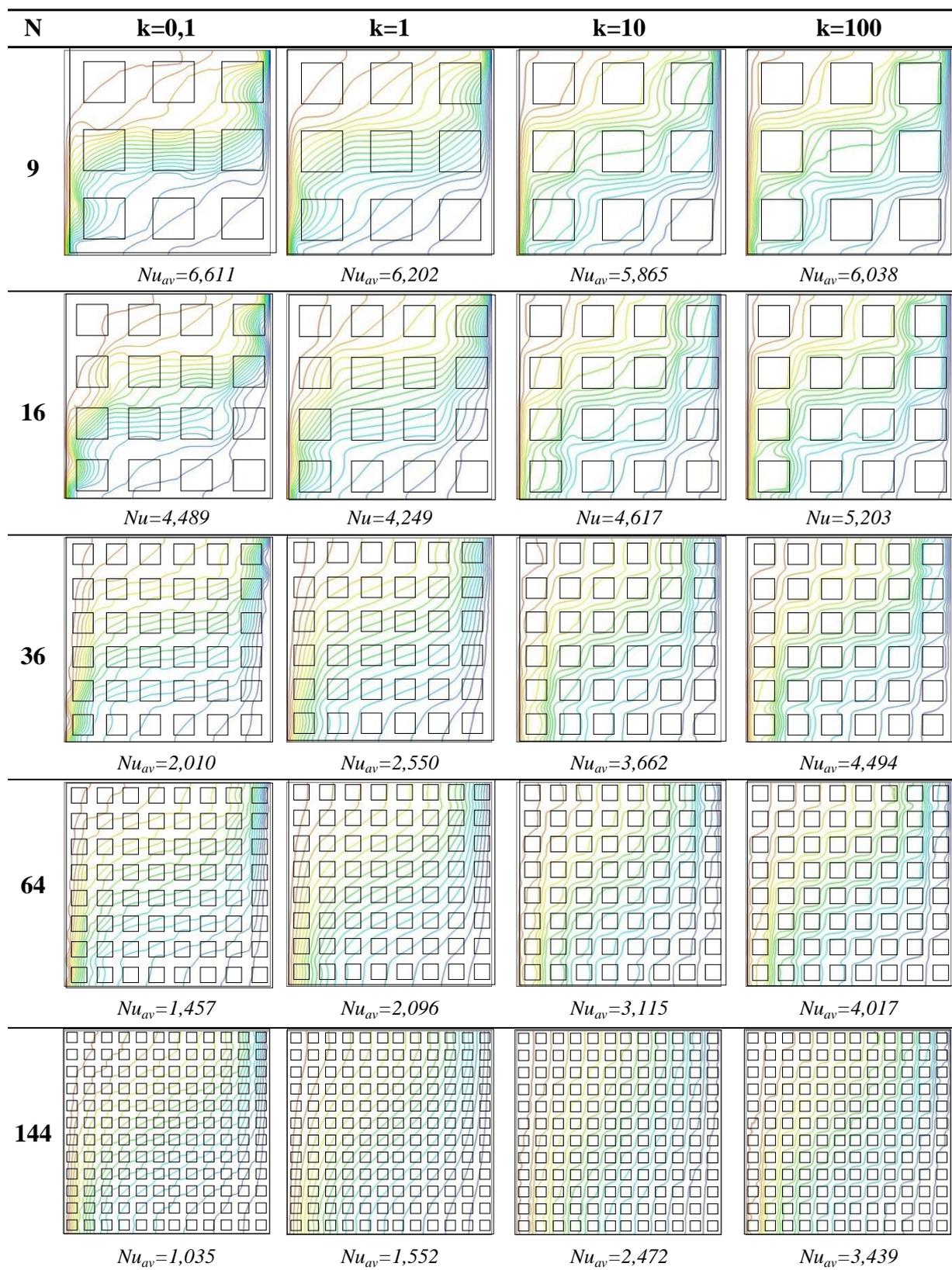


Figura 5.15 – Isotermas para variação de  $k$  e  $N$ .  $\Phi=0,64$  e  $Ra=10^6$ .

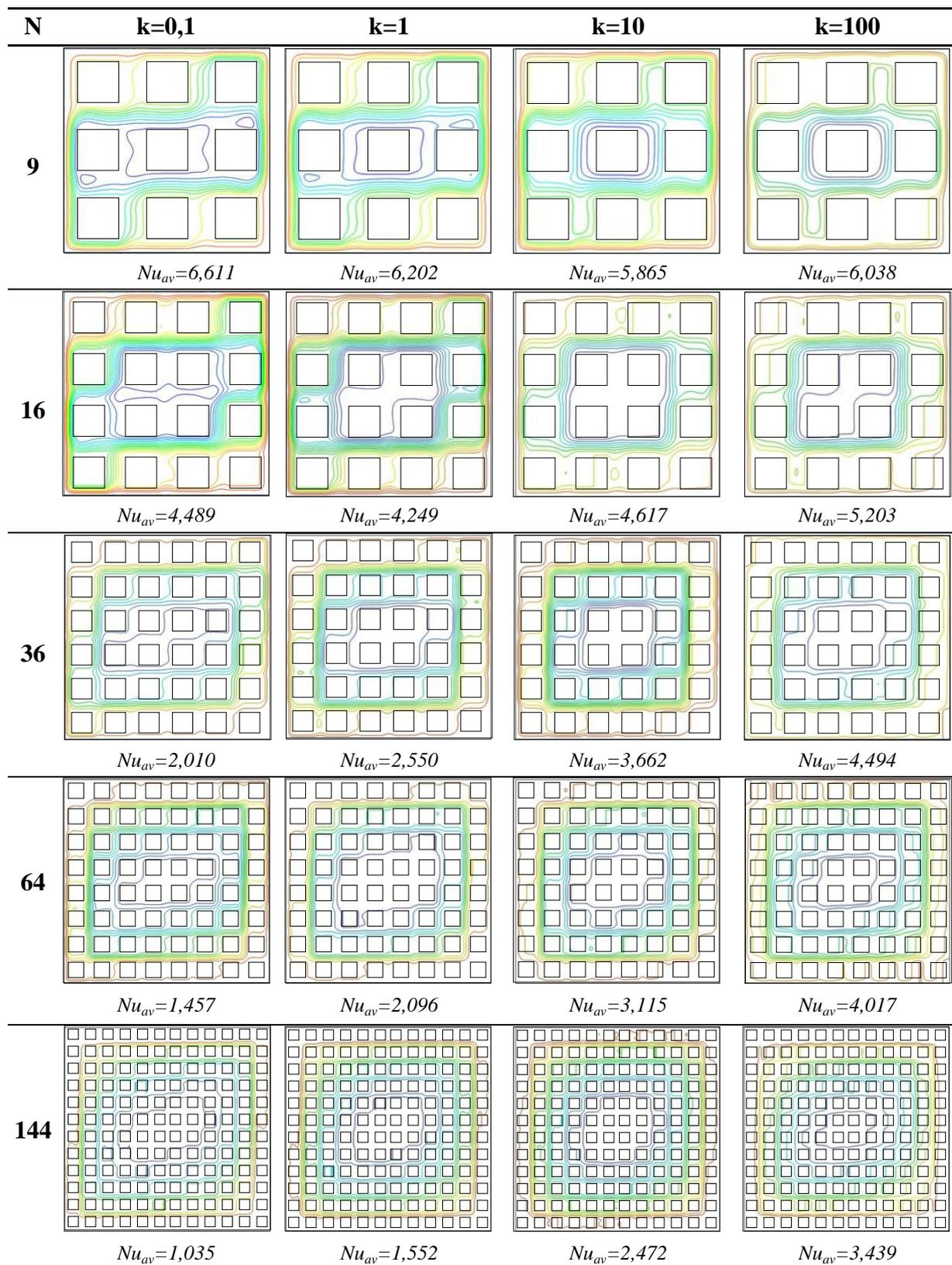


Figura 5.16 – Linhas de corrente para variação de  $k$  e  $N$ .  $\Phi=0,64$  e  $Ra=10^6$ .

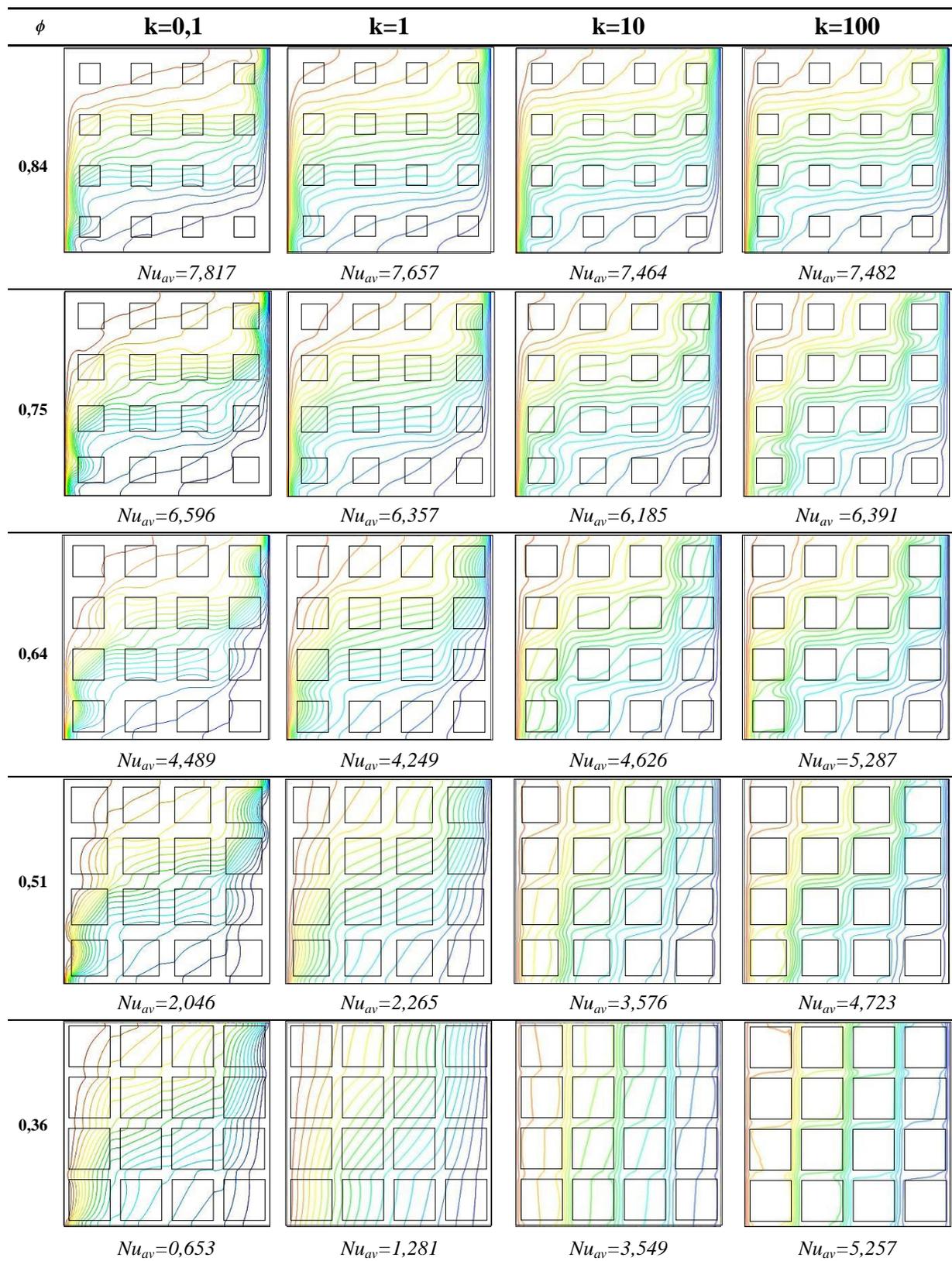


Figura 5.17 – Isotermas para variação de  $k$  e  $\Phi$ .  $N=16$  e  $Ra=10^6$ .



Figura 5.18 – Linhas de corrente para variação de  $k$  e  $\Phi$ .  $N=16$  e  $Ra=10^6$ .

## 6 CONCLUSÕES

No presente trabalho foi proposto o uso do método Lattice Boltzmann para simulação da convecção natural em cavidade porosa heterogênea aquecida lateralmente. Ressalta-se que o MLB vem se mostrando promissor em estudos recentes sobre escoamentos em estruturas porosas. Através da análise das simulações, foi desenvolvida uma metodologia para a definição de tamanho de malha e viscosidade, para o uso do método Lattice Boltzmann, que levem a resultados satisfatórios sem a necessidade de um elevado tempo computacional.

As simulações numéricas para a cavidade heterogênea foram realizadas com a variação das propriedades termo-hidráulicas número de Rayleigh  $Ra$ , número de blocos  $N$ , razão de condutividade térmica sólido-fluido  $k$ , e porosidade  $\phi$ . Para o estudo do efeito dos parâmetros, são analisados o número de Nusselt médio  $Nu_{av}$ , linhas de corrente e isotermas do escoamento. A análise de cada parâmetro é feita levando em consideração as previsões de  $N_{min}$  e  $\phi_{min}$ , ou seja, sempre é considerado se há interferência dos obstáculos sólidos na região de camada limite do escoamento. Para todos os casos o aumento de  $Ra$  causou uma intensificação do processo de transferência de calor. Além de aumentar a recirculação do fluido e, conseqüentemente, a troca de calor por convecção, números de Rayleigh mais altos causam o efeito de estreitamento da camada limite, evento que age de forma e dificultar a interferência dos obstáculos sólidos na região de empuxo. Os efeitos do aumento de  $N$  e decréscimo de  $\phi$  ocorrem de maneira semelhante, pois ambos fazem com que a distância entre as paredes verticais e as colunas de obstáculos sólidos diminua. Tal comportamento, de maneira geral, dificulta o desenvolvimento do escoamento e, com isso, a troca de calor. Esse efeito é ainda mais notável quando os blocos sólidos invadem a região de empuxo. O efeito oposto, aumento de  $Nu_{av}$  com o aumento de  $N$  ou diminuição de  $\phi$ , pode ocorrer para casos com  $k \gg 1$ , nos quais a proximidade dos blocos em relação às paredes isotermicamente ativas pode ser benéfica à troca de calor.

Tão ou mais importante que os resultados encontrados para o fenômeno da convecção natural em cavidade porosa heterogênea, é a consolidação do método Lattice Boltzmann para o problema, que vem da comparação dos resultados deste

trabalho com os realizados com outros métodos de CFD, bem como o desenvolvimento da ferramenta e da metodologia para uso do método em novos estudos.

Como sugestões para trabalhos conseguintes pode-se citar o estudo de técnicas de refino de malha localizado e o uso de modelos de multi-relaxação, para tornar as simulações mais rápidas e estáveis sem perder qualidade nos resultados. Também pode ser citada a aplicação do MLB no estudo de fenômenos mais complexos como escoamentos de fluídos não newtonianos, multifásicos ou em meio poroso bi-disperso.

## REFERÊNCIAS

BHAVE, P.; NARASIMHAN, A.; REES, D. A. S.. Natural convection heat transfer enhancement using adiabatic block: Optimal block size and Prandtl number effect. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 49, pp. 3807-3818, 2006.

BRAGA, C.; de LEMOS, M. J. S..Heat transfer in enclosures having a fixed amount of solid material simulated with heterogeneous and homogeneous models. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 48, pp. 4748-4765, 2005.

CHEN, S.; DOOLEN, G. D. **Lattice Boltzmann method for fluid flows**.Annual Rev Fluid Mech 30:329-364, 1998.

DAS, M. K.; REDDY, K. S. K..Conjugate natural convection heat transfer in an inclined square cavity containing a conducting block. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 49, pp. 4987-5000, 2006.

DE LAI, F. C..**Simulação numérica da convecção natural em cavidade preenchida com meio poroso heterogêneo**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Industrial Mecânica), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Brasil, 2009.

DE LAI, F. C.; JUNQUEIRA, S. L. M.; FRANCO, A. T.; LAGE, J. L., Natural convection through enclosed disconnected slid blocks, **12° Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas**, 2008.

DE LAI, F. C.; JUNQUEIRA, S. L. M.; FRANCO, A. T., Efeito da razão de aspecto sobre a convecção natural em cavidades com meio poroso heterogêneo, **II Mostra de Pesquisa e Pós-Graduação da UTFPR**, 2010.

DE LAI, F. C.; JUNQUEIRA, S. L. M.; FRANCO, A. T.; LAGE, J. L., The effects of solid thermal conductivity and volume-fraction in the natural convection inside a heterogeneous enclosure, **8th Thermal Engineering Joint Conference**, 2011.a.

DE LIMA. G. H.; **Simulação numérica da convecção natural em cavidade porosa bi-dispersa aquecida por baixo**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Industrial Mecânica), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Brasil, 2013.

DE MEIRA, R. E. C. P.; **Aplicação do método Lattice Boltzmann ao estudo do escoamento em canais parcialmente porosos**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Industrial Mecânica), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Brasil, 2014.

ERGUN, S. **Fluid flow through packed columns**. Chemical Engineering Process, vol. 48, pp. 89-94, 1952.

FRISCH, U.; HASSALACHER, B.; POMEAU, Y. Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equation. **Physical Review Let** 56:1505-1508G, 1986.

HORTMANN, M.; PERIC, M.; SCHEUERER G.. Finite volume multigrid prediction of laminar natural convection: benchmark solutions. **International Journal of Numerical Methods Fluids**, vol. 11, pp. 189-207, 1990.

HOUSE, J. M.; BECKERMANN, C.; SMITH, T. F..Effect of a centered conducting body on natural convection heat transfer in an enclosure. **Numerical Heat Transfer, Part A**, vol. 18, pp. 213-225, 1990.

INCROPERA, F. W.; DeWITT, D. P.; BERGMAN, T. L.; LAVINE, A. S..**Fundamentos de transferência de calor e de massa**. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2008.

JUNQUEIRA, S. L. M.; DE LAI, F. C.; FRANCO, A. T.; LAGE, J. L., Numerical investigation of natural convection in heterogeneous rectangular enclosures, **Heat Transfer Engineering vol. 34**, 2013.

KALITA, J. C.; DALAL, D. C.; DASS, A. K..Fully compact higher order computation of steady-state natural convection in a square cavity. **Physical Review E**, vol. 64, pp. 1-13, 2001.

LAGE, J. L.; BEJAN, A..The Ra–Pr domain of laminar natural convection in an enclosure heated from the side. **Numerical Heat Transfer, Part A** vol. 19, pp. 21- 41, 1991.

LEE, J. R.; HA, M. Y..A numerical study of natural convection in a horizontal enclosure with a conducting body. **International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 48**, pp. 3308-3318, 2005.

LISBOA, E. F. A.. **Uma abordagem multi-escala para o cálculo da permeabilidade longitudinal de meios porosos fibrosos randômicos**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2000.

MANEGOLD, E.. **Über Kapillarsysteme**. XIX/1, KOLLOID-Z, vol. 80, pp. 253-265, 1937.

MASSAROTTI, N.; NITHIARASU, P.; CAROTENUTO, A..Microscopic and macroscopic approach for natural convection in enclosures filled with fluid saturated porous medium. **International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow**, vol. 13, pp. 862-886, 2003.

MERRIKH, A. A.; LAGE, J. L..Natural convection in an enclosure with disconnected and conducting solid blocks.**International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 48, pp. 1361-1372, 2005.

MOHAMAD, A. A.; KUZMIN, A..A critical evaluation of force term in lattice Boltzmann method, natural convection problem. **International Journal of Heat and Mass Transfer** 53, 990 – 996, 2010.

MOHAMAD, A. A..**Lattice Boltzmann Method Fundamentals and Engineering Applications with Computer Codes**. Springer-Verlag, London Limited, 2011.

NAKAYAMA, A..**PC-aided Numerical Heat Transfer and Convective Flow**. CRC Press, Tokyo, 1995.

NAKAYAMA, A.; KUWAHARA, F..A macroscopic turbulence model for flow in a porous medium.**Journal of Fluids Engineering**, vol. 121, pp. 427-433, 1999.

NIELD, D. A. ; BEJAN, A. **Convection in porous media**. 3<sup>a</sup> ed., Springer-Verlag. New York, U.S.A., 2006.

QIU, H.; LAGE, J., L.; JUNQUEIRA, S, L., M.; FRANCO, A., T.. Predicting the Nusselt number of heterogeneous (porous) enclosures using a generic form of the Berkovsky-Polevikov correlations. **Journal of Heat Transfer** **135(8)**, 2013

SATHIYAMOORTHY, M.; BASAK, T.; ROY, S.; POP, I.; Steady natural convection flow in a square cavity filled with a porous medium for linearly heated side wall. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, vol. 50, pp. 1892-1901, 2007.

SCHEIDEGGER, A. E.. **The physics of flow through porous media**. Third ed., University of Toronto Press. Toronto, Canadá, 1974.

SCHLUMBERGER. **Captura e armazenamento de carbono**. Disponível em: <[http://www.seed.slb.com/pt/scictr/watch/climate\\_change/capture.htm](http://www.seed.slb.com/pt/scictr/watch/climate_change/capture.htm)> Acesso em Outubro 20, 2008.

SUCCI, S. **The lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond**. Clarendon Press, Oxford, 2001.

SUKOP, M. C.; THORNE JR, D.T. **Lattice Boltzmann Modeling – An Introduction for Geoscientists and Engineers**. Ed. Springer, 2007.

THOMAS, J. E.. **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. 2ª ed., Editora Interciência, 2004.

VAHL DAVIS, G.; JONES, I. P.. Natural convection in a square cavity: a comparison exercise. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, vol. 3, pp. 227-248, 1983.

WIKIPEDIA, the free encyclopedia. **Convecção natural**. Versão editada: Março, 2012. Disponível em: <[pt.wikipedia.org/wiki/Convecção\\_natural](http://pt.wikipedia.org/wiki/Convecção_natural)> Acesso em outubro 29, 2012.

WOLF-GLADROW, D. A. **Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models – An Introduction**. Ed. Springer, 2000.

WOLFRAM, S. Statistical mechanics of cellular automata. **Rev. Mod. Phys.**, 55:601–644, 1983.

ZHANG, J.. **Lattice Boltzmann method for microfluidics: models and applications**, **Microfluidics and Nanofluidics**, Volume 10, 1 – 28, 2010. Zhao 2007.

ZHAO, C. Y.; DAI, L. N.; TANG, G. H.; QU, Z. G.; LI, Z. Y.. A critical evaluation of force term in lattice Boltzmann method, natural convection problem. **International Journal of Heat and Mass Transfer** 53, 990 – 996, 2010.

## APÊNDICE A

Neste apêndice são apresentados os resultados para as simulações com variação de  $Ra$  e  $N$ , com o uso de diferentes tamanhos de malha e viscosidades para a análise do efeito destes parâmetros sobre o erro percentual, número de iterações e número de Mach.

Nas Tabela A.1 a Tabela A.5,  $N$  representa o número de blocos,  $Ra$  o número de Rayleigh,  $\nu$  a viscosidade cinemática,  $MM$  o multiplicador de malha,  $H_{malha}$  o tamanho de malha,  $It_{RP}$  o número de iterações até o regime permanente ser atingido,  $T_C$  a temperatura no centro da cavidade,  $Nu_{av}$  o número de Nusselt médio na cavidade,  $Erro_{E-D}$  a diferença entre o número de Nusselt na parede esquerda e na direita,  $EP_{malha}$  o erro percentual relativo entre o valor de  $Nu_{av}$  na malha atual e na malha imediatamente menor,  $EP_{lit}$  o erro percentual relativo entre o  $Nu_{av}$  calculado no presente trabalho e o calculado por De Lai (2009) e  $Ma$  é o número de Mach.

As simulações foram interrompidas ao atingir o critério de regime permanente,  $Erro_{E-D} < 10^{-3}$ , ou ao completar 1.000.000 de iterações.

Tabela A.1 – Variação de Ra, viscosidade e malha para N=9.

$N$	Ra	$\nu$	$MM$	$H_{malha}$	$It_{RP}$	Tc	$Nu_{av}$	ErrO <sub>E-D</sub>	EP <sub>malha</sub>	$Nu_{av}$ (De Lai, 2009)	EP <sub>lit</sub>	Mach
3x3	$10^5$	0,01	10	150	746538	0,4995	1,374	9,99E-04	-	1,397	1,65	0,0433
			12	180	1000000	0,499	1,380	4,89E-03	0,44	1,397	1,22	0,0361
			15	225	1000000	0,4839	1,450	1,35E-01	5,07	1,397	3,79	0,0289
		0,05	10	150	149192	0,4996	1,381	9,97E-04	-	1,397	1,15	0,2167
			12	180	225263	0,4997	1,384	9,98E-04	0,22	1,397	0,93	0,1806
			15	225	374675	0,5003	1,387	9,98E-04	0,22	1,397	0,72	0,1445
		0,10	10	150	69956	0,4992	1,384	1,00E-03	-	1,397	0,93	0,4334
			12	180	106426	0,4994	1,386	1,00E-03	0,14	1,397	0,79	0,3611
			15	225	177289	0,5002	1,388	9,99E-04	0,14	1,397	0,64	0,2889
	$10^6$	0,01	10	150	224838	0,4998	6,162	1,00E-03	-	6,255	1,49	0,1370
			12	180	336879	0,4998	6,186	9,99E-04	0,39	6,255	1,10	0,1142
			15	225	542480	0,5032	6,203	9,98E-04	0,27	6,255	0,83	0,0914
		0,05	10	150	36447	0,5024	6,158	9,91E-04	-	6,255	1,55	0,6852
			12	180	56229	0,5016	6,182	9,92E-04	0,39	6,255	1,17	0,5710
			15	225	95032	0,5045	6,199	9,98E-04	0,27	6,255	0,90	0,4568
		0,10	10	150	17475	0,5068	6,088	9,57E-04	-	6,255	2,67	1,3704
			12	180	26489	0,5048	6,092	9,87E-04	0,07	6,255	2,61	1,1420
			15	225	44640	0,5066	6,133	9,94E-04	0,67	6,255	1,95	0,9136
$10^7$	0,01	10	150	98413	0,4921	15,630	9,78E-04	-	16,019	2,43	0,4334	
		12	180	154433	0,4944	15,070	9,96E-04	3,58	16,019	5,92	0,3611	
		15	225	264315	0,4987	15,800	9,92E-04	4,84	16,019	1,37	0,2889	
	0,05	10	150	186	-	-	-	-	16,019	-	2,1668	
		12	180	316	-	-	-	-	16,019	-	1,8056	
		15	225	726	-	-	-	-	16,019	-	1,4445	
	0,10	10	150	65	-	-	-	-	16,019	-	4,3335	
		12	180	84	-	-	-	-	16,019	-	3,6113	
		15	225	143	-	-	-	-	16,019	-	2,8890	

Tabela A.2 – variação de Ra, viscosidade e malha para N=16.

$N$	Ra	$\nu$	$MM$	$H_{malha}$	$It_{RP}$	Tc	$Nu_{av}$	Erro <sub>E-D</sub>	EP <sub>malha</sub>	$Nu_{av}$ (De Lai, 2009)	EP <sub>lit</sub>	Mach	
10 <sup>5</sup>	0,01		10	200	1000000	4,89E-01	1,264	7,46E-02	-	1,244	1,61	0,0325	
			12	240	1000000	4,60E-01	1,373	2,89E-01	8,62	1,244	10,37	0,0271	
			15	300	1000000	3,88E-01	1,629	8,10E-01	18,65	1,244	30,95	0,0217	
	0,05		10	200	335349	5,00E-01	1,232	9,97E-04	-	1,244	0,96	0,1625	
			12	240	509495	5,00E-01	1,234	1,00E-03	0,16	1,244	0,80	0,1354	
			15	300	880559	5,00E-01	1,235	9,96E-04	0,08	1,244	0,72	0,1083	
	0,10		10	200	158958	5,00E-01	1,235	9,99E-04	-	1,244	0,72	0,3250	
			12	240	242236	5,00E-01	1,236	1,00E-03	0,08	1,244	0,64	0,2708	
			15	300	422403	5,00E-01	1,237	1,00E-03	0,08	1,244	0,56	0,2167	
	4x4	0,01		10	200	495833	5,00E-01	4,207	1,00E-03	-	4,347	3,22	0,1028
				12	240	721924	5,00E-01	4,235	9,92E-04	0,67	4,347	2,58	0,0856
				15	300	1000000	4,97E-01	4,281	4,70E-02	1,09	4,347	1,52	0,0685
0,05			10	200	84416	5,02E-01	4,228	9,92E-04	-	4,347	2,74	0,5139	
			12	240	129139	5,02E-01	4,249	9,95E-04	0,50	4,347	2,25	0,4282	
			15	300	216242	5,01E-01	4,265	9,92E-04	0,38	4,347	1,89	0,3426	
0,10			10	200	39201	5,07E-01	4,182	9,94E-04	-	4,347	3,80	1,0278	
			12	240	60222	5,05E-01	4,216	9,94E-04	0,81	4,347	3,01	0,8565	
			15	300	101565	5,03E-01	4,243	9,95E-04	0,64	4,347	2,39	0,6852	
10 <sup>7</sup>		0,01		10	200	182324	4,97E-01	14,960	9,97E-04	-	15,208	1,63	0,3250
				12	240	281341	4,98E-01	15,010	9,89E-04	0,33	15,208	1,30	0,2708
				15	300	470662	4,98E-01	15,050	1,00E-03	0,27	15,208	1,04	0,2167
	0,05		10	200	600	-	-	-	-	15,208	-	1,6251	
			12	240	40603	4,72E-01	14,910	9,50E-04	-	15,208	1,96	1,3542	
			15	300	72288	4,84E-01	14,960	9,91E-04	0,34	15,208	1,63	1,0834	
	0,10		10	200	131	-	-	-	-	15,208	-	3,2501	
			12	240	192	-	-	-	-	15,208	-	2,7084	
			15	300	336	-	-	-	-	15,208	-	2,1668	

Tabela A.3 – Variação de Ra, viscosidade e malha para N=36.

$N$	Ra	$\nu$	$MM$	$H_{malha}$	$It_{RP}$	Tc	$Nu_{av}$	Erro <sub>E-D</sub>	EP <sub>malha</sub>	$Nu_{av}$ (De Lai, 2009)	EP <sub>lit</sub>	Mach	
	$10^5$	0,01	10	300	1000000	3,75E-01	1,500	8,27E-01	-	1,107	35,50	0,0217	
			12	360	1000000	2,92E-01	1,774	1,37E+00	18,27	1,107	60,25	0,0181	
			15	450	1000000	1,86E-01	2,179	2,18E+00	22,83	1,107	96,84	0,0144	
		0,05	10	300	958473	5,00E-01	1,099	9,98E-04	-	1,107	0,72	0,1083	
			12	360	1000000	4,98E-01	1,106	1,37E-02	0,64	1,107	0,09	0,0903	
			15	450	1000000	4,84E-01	1,154	1,09E-01	4,34	1,107	4,25	0,0722	
		0,10	10	300	491275	5,00E-01	1,101	9,99E-04	-	1,107	0,54	0,2167	
			12	360	1000000	5,00E-01	1,101	1,31E-03	0,00	1,107	0,54	0,1806	
			15	450	1000000	4,99E-01	1,104	6,79E-03	0,27	1,107	0,27	0,1445	
	6x6	$10^6$	0,01	10	300	1000000	4,66E-01	2,783	4,41E-01	-	2,643	5,30	0,0685
				12	360	1000000	4,12E-01	3,182	1,16E+00	14,34	2,643	20,39	0,0571
				15	450	1000000	3,06E-01	3,846	2,46E+00	20,87	2,643	45,52	0,0457
			0,05	10	300	348154	5,01E-01	2,567	9,96E-04	-	2,643	2,88	0,3426
				12	360	532061	5,00E-01	2,577	9,98E-04	0,39	2,643	2,50	0,2855
				15	450	900686	5,00E-01	2,584	9,96E-04	0,27	2,643	2,23	0,2284
0,10			10	300	161564	5,02E-01	2,568	9,96E-04	-	2,643	2,84	0,6852	
			12	360	248319	5,01E-01	2,578	9,98E-04	0,39	2,643	2,46	0,5710	
			15	450	419761	5,01E-01	2,586	9,99E-04	0,31	2,643	2,16	0,4568	
$10^7$		0,01	10	300	509622	4,98E-01	11,550	9,94E-04	-	11,895	2,90	0,2167	
			12	360	763691	4,99E-01	11,600	1,00E-03	0,43	11,895	2,48	0,1806	
			15	450	1000000	4,90E-01	11,790	2,84E-01	1,64	11,895	0,88	0,1445	
		0,05	10	300	78264	4,92E-01	11,600	9,76E-04	-	11,895	2,48	1,0834	
			12	360	123101	4,95E-01	11,600	9,93E-04	0,00	11,895	2,48	0,9028	
			15	450	212072	4,97E-01	11,620	1,00E-03	0,17	11,895	2,31	0,7223	
	0,10	10	300	359	-	-	-	-	11,895	-	2,1668		
		12	360	49014	4,59E-01	1,18E+01	9,46E-04	-	11,895	0,88	1,8056		
		15	450	93717	4,83E-01	1,16E+01	9,96E-04	1,44	11,895	2,31	1,4445		

Tabela A.4 – Variação de Ra, viscosidade e malha para N=64.

$N$	Ra	$\nu$	$MM$	$H_{malha}$	$It_{RP}$	Tc	$Nu_{av}$	Erro <sub>E-D</sub>	EP <sub>malha</sub>	$Nu_{av}$ (De Lai, 2009)	EP <sub>lit</sub>	Mach	
8x8	0,01		4	160	1000000	4,99E-01	1,039	2,98E-03	-	1,048	0,86	0,0406	
			6	240	1000000	4,49E-01	1,200	3,27E-01	15,50	1,048	14,50	0,0271	
			8	320	1000000	3,43E-01	1,540	1,01E+00	28,33	1,048	46,95	0,0203	
			10	400	1000000	2,37E-01	1,909	1,67E+00	23,96	1,048	82,16	0,0163	
			12	480	1000000	1,56E-01	2,278	2,20E+00	19,33	1,048	117,37	0,0135	
			15	600	1000000	7,51E-02	2,830	2,82E+00	24,23	1,048	170,04	0,0108	
	10 <sup>5</sup>	0,05		4	160	242822	5,00E-01	1,042	1,00E-03	-	1,048	0,57	0,2031
				6	240	592607	5,00E-01	1,043	9,99E-04	0,10	1,048	0,48	0,1354
				8	320	1000000	5,00E-01	1,045	3,31E-03	0,19	1,048	0,29	0,1016
				10	400	1000000	4,93E-01	1,066	4,45E-02	2,01	1,048	1,72	0,0813
				12	480	1000000	4,72E-01	1,134	1,80E-01	6,38	1,048	8,21	0,0677
				15	600	1000000	4,13E-01	1,324	5,64E-01	16,75	1,048	26,34	0,0542
	0,1			4	160	115954	5,00E-01	1,044	1,00E-03	-	1,048	0,38	0,4063
				6	240	297818	5,00E-01	1,045	9,99E-04	0,10	1,048	0,29	0,2708
				8	320	720713	5,00E-01	1,045	1,00E-03	0,00	1,048	0,29	0,2031
				10	400	1000000	5,00E-01	1,047	3,47E-03	0,19	1,048	0,10	0,1625
				12	480	1000000	4,98E-01	1,051	1,23E-02	0,38	1,048	0,29	0,1354
				15	600	1000000	4,88E-01	1,085	7,84E-02	3,24	1,048	3,53	0,1083
	10 <sup>6</sup>	0,1		4	160	576420	4,99E-01	2,001	9,96E-04	-	2,192	8,71	0,1285
				6	240	1000000	4,89E-01	2,130	1,14E-01	6,45	2,192	2,83	0,0856
				8	320	1000000	4,24E-01	2,526	8,17E-01	18,59	2,192	15,24	0,0642
				10	400	1000000	3,26E-01	3,047	1,85E+00	20,63	2,192	39,01	0,0514
				12	480	1000000	2,23E-01	3,467	2,84E+00	13,78	2,192	58,17	0,0428
				15	600	1000000	1,06E-01	3,896	3,80E+00	12,37	2,192	77,74	0,0343
0,05			4	160	91835	5,02E-01	2,041	9,97E-04	-	2,192	6,89	0,6424	
			6	240	239994	5,01E-01	2,096	9,98E-04	2,69	2,192	4,38	0,4282	
			8	320	470090	5,01E-01	2,117	9,99E-04	1,00	2,192	3,42	0,3212	

$N$	Ra	$\nu$	$MM$	$H_{malha}$	$It_{RP}$	Tc	$Nu_{av}$	Erro <sub>E-D</sub>	EP <sub>malha</sub>	$Nu_{av}$ (De Lai, 2009)	EP <sub>lit</sub>	Mach
8x8	$10^6$	0,05	10	400	792387	5,00E-01	2,128	9,95E-04	0,52	2,192	2,92	0,2569
			12	480	1000000	4,97E-01	2,151	3,53E-02	1,08	2,192	1,87	0,2141
			15	600	1000000	4,72E-01	2,298	3,09E-01	6,83	2,192	4,84	0,1713
		0,1	4	160	40947	5,05E-01	2,052	9,84E-04	-	2,192	6,39	1,2847
			6	240	109821	5,02E-01	2,104	1,00E-03	2,53	2,192	4,01	0,8565
			8	320	218177	5,01E-01	2,123	1,00E-03	0,90	2,192	3,15	0,6424
			10	400	369586	5,01E-01	2,133	1,00E-03	0,47	2,192	2,69	0,5139
			12	480	571342	5,01E-01	2,138	1,00E-03	0,23	2,192	2,46	0,4282
			15	600	1000000	5,00E-01	2,143	2,42E-03	0,23	2,192	2,24	0,3426
	0,01	4	160	155623	4,97E-01	6,882	9,83E-04	-	7,947	13,40	0,4063	
		6	240	403029	4,98E-01	7,331	1,00E-03	6,52	7,947	7,75	0,2708	
		8	320	771712	4,98E-01	7,495	9,95E-04	2,24	7,947	5,69	0,2031	
		10	400	1000000	4,88E-01	7,740	2,94E-01	3,27	7,947	2,60	0,1625	
		12	480	1000000	4,50E-01	8,441	1,40E+00	9,06	7,947	6,22	0,1354	
		15	600	1000000	3,60E-01	9,974	3,94E+00	18,16	7,947	25,51	0,1083	
	$10^7$	0,05	4	160	19453	4,81E-01	-	-	-	7,947	-	2,0313
			6	240	59527	5,03E-01	7,442	9,84E-04	-	7,947	6,35	1,3542
			8	320	121088	5,02E-01	7,524	9,76E-04	1,10	7,947	5,32	1,0157
			10	400	208746	5,01E-01	7,583	9,89E-04	0,78	7,947	4,58	0,8125
			12	480	323844	5,01E-01	7,619	9,97E-04	0,47	7,947	4,13	0,6771
			15	600	551178	5,00E-01	7,649	9,91E-04	0,39	7,947	3,75	0,5417
		0,1	4	160	82	0,00E+00	-	-	-	7,947	-	4,0627
			6	240	227	0,00E+00	-	-	-	7,947	-	2,7084
			8	320	51920	4,75E-01	8,148	9,31E-04	-	7,947	2,53	2,0313
0,01	10	400	94703	4,97E-01	7,517	9,83E-04	7,74	7,947	5,41	1,6251		
	12	480	146918	5,00E-01	7,507	9,97E-04	0,13	7,947	5,54	1,3542		
	15	600	252570	5,00E-01	7,558	9,99E-04	0,68	7,947	4,89	1,0834		

Tabela A.5 – Variação de Ra, viscosidade e malha para N=144.

$N$	Ra	$\nu$	$MM$	$H_{malha}$	$It_{RP}$	Tc	$Nu_{av}$	Erro <sub>E-D</sub>	$Nu_{av}$ (De Lai, 2009)	EP	Mach			
$10^5$	0,01		3	180	1000000	4,94E+00	1,029	3,70E-02	1,013	1,58	0,0361			
			5	300	1000000	3,68E+00	1,421	8,27E-01	1,013	40,28	0,0217			
			7	420	1000000	2,13E+00	1,977	1,80E+00	1,013	95,16	0,0155			
	0,05			3	180	337859	5,00E-01	1,014	9,99E-04	1,013	0,10	0,1806		
				5	300	978031	5,00E-01	1,013	1,00E-03	1,013	0,00	0,1083		
				7	420	1000000	-	-	-	1,013	-	0,0774		
	0,1			3	180	167680	5,00E-01	1,015	1,00E-03	1,013	0,20	0,3611		
				5	300	681095	5,00E-01	1,014	1,00E-03	1,013	0,10	0,2167		
				7	420	1000000	4,99E-01	1,016	5,20E-03	1,013	0,30	0,1548		
	$12 \times 12$	0,01			3	180	-	-	-	1,640	100,00	0,1142		
					5	300	-	-	-	-	1,640	100,00	0,0685	
					7	420	-	-	-	-	1,640	100,00	0,0489	
0,05					3	180	147848	5,01E-01	1,483	9,98E-04	1,640	9,57	0,5710	
					5	300	487056	5,00E-01	1,542	9,99E-04	1,640	5,98	0,3426	
					7	420	-	-	-	-	1,640	100,00	0,2447	
0,1					3	180	65447	5,01E-01	1,503	9,96E-04	1,640	8,35	1,1420	
					5	300	224230	5,01E-01	1,553	1,00E-03	1,640	5,30	0,6852	
					7	420	-	-	-	-	1,640	100,00	0,4894	
$10^7$		0,01				3	180	290901	4,96E-01	4,380	9,99E-04	5,188	15,57	0,3611
						5	300	-	-	-	-	5,188	100,00	0,2167
						7	420	-	-	-	-	5,188	100,00	0,1548
	0,05					3	180	41984	5,03E-01	4,567	9,88E-04	5,188	11,97	1,8056
						5	300	145452	5,03E-01	4,803	1,00E-03	5,188	7,42	1,0834
						7	420	-	-	-	-	5,188	100,00	0,7738
	0,1					3	180	5502	2,64E-01	-	-	5,188	-	3,6113
						5	300	61554	4,64E-01	4,97E+00	9,18E-04	5,188	4,18	2,1668
						7	420	-	-	-	-	5,188	100,00	1,5477

## APÊNDICE B

Nesse apêndice são apresentadas tabelas com a relação de multiplicadores de malhas que geram malhas com o mesmo tamanho para porosidades diferentes, Tabela B.1, e números de blocos diferentes, Tabela B.2, usados neste trabalho. As tabelas ainda apresentam os valores de  $H_{malha,mín}$ , i.e., o menor tamanho de malha que pode ser usado para simular cada caso.

**Tabela B.1 –  $MM$  equivalentes e  $H_{malha,mín}$  para diferentes  $\phi$  e  $N = 16$ .**

$\phi$	$D/S_b$	$MM$ equivalentes	$H_{malha,mín}$
0,36	8	2	40
0,51	4,666...	1	80
0,64	3	4	20
0,75	2	5	16
0,84	1,333...	2	40

**Tabela B.2 –  $MM$  equivalentes e  $H_{malha,mín}$  para diferentes  $N$  e  $\phi = 0,64$**

$N$	$D/S_b$	$MM$ equivalentes	$H_{malha,mín}$
9	8	8	15
16	4,666...	6	16
36	3	4	30
64	2	3	40
144	1,333...	2	60

Outros  $MM$  podem ser usados para manter a malha com o mesmo tamanho, contando que a razão entre eles seja a mesma do que a razão entre os  $MM$  equivalentes apresentados nas tabelas.

## APÊNDICE C

Este apêndice apresenta o código computacional usado para a simulação da cavidade heterogênea usando o método Lattice Boltzmann. O código foi escrito com a linguagem de programação Fortran 90.

```

!*****
Computer code for Natural convection in a differentially heated cavity
!*****
! pag. 153; Lattice Boltzmann Method
!           Fundamentals and Engineering Applications
!           with Computer Codes - Prof. A. A. Mohamad
!*****
!           inserindocriterio de parada baseado no Nusseltmedio
!*****
!           inserindo arquivos de entrada
!*****
!           adaptado para resultados de nusseltmedio
!*****
!           Adaptado para cavidade heterogenea
!*****

character*2 aa
!m      parameter (n=31,m=31)
real f(0:8,0:600,0:600)
real feq(0:8,0:600,0:600), rho(0:600,0:600)
real w(0:8), cx(0:8), cy(0:8)
real u(0:600,0:600), v(0:600,0:600)
      real g(0:8,0:600,0:600), geq(0:8,0:600,0:600), th(0:600,0:600)
real uold(0:600,0:600), vold(0:600,0:600), thold(0:600,0:600)
integer markblock(0:600,0:600)
real dx, dy, dt, rsb, rdb
real nuerr, Ra, Pr, visco, D, porosity
integer i, icase, icase_first, icase_last, mstep, dmalha
integer numlinblock, sb, db, numblock
integer multiplicador, ip(0:40), jp(0:40)

dx=1.
dy=1.
dt=1.
mstep=1000000

open(unit=11, file='cases.out', status='unknown')
write(11,25)
  25  format('#icase',3x,'Ra',9x,'Pr',3x,'porosidade',
&5x,'malha',3x,'visco',6x,'alpha',6x,'omega',5x,'omega_t',
&5x,'v_ref',6x,'stop',6x,'kk',5x,'Tcenter',6x,'Nu',8x,'err')

open(unit=4, file='cavs.data', status='old',
&access='sequential', form='formatted')
read(4,19) icase_first, icase_last
  19  format(1x,I3,1x,I3)

write(*,*) 'icase_first=', icase_first

icase=icase_first
  10  read(4,15) icase, stoprule, Pr, Ra, visco, porosity,
&      numlinblock, rk, multiplicador
write(6,15) icase, stoprule, Pr, Ra, visco, porosity,
&      numlinblock, rk, multiplicador
  15  format(I3,1x,1PE10.3,1x,1PE10.3,1x,1PE10.3,1x,1PE10.3,
&1PE10.3,1x,I4,1x,1PE10.3,1x,I4)

```

```

call criamalha(numlinblock,porosity,D,numblock,
&      multiplicador, sb,db,m,dmalha,rsb,rdb)
      n=m
cx(:)=(/0.0,1.0,0.0,-1.0,0.0,1.0,-1.0,-1.0,1.0/)
cy(:)=(/0.0,0.0,1.0,0.0,-1.0,1.0,1.0,-1.0,-1.0/)

w(:)=(/4./9.,1./9.,1./9.,1./9.,1./9.,1./36.,1./36.,1./36.,1./36./)
uo=0.0
sumvelo=0.0
rhoo=6.00
tw=1.0
th=0.0
!      rdmalha=m*D
!      dmalha=nint(rdmalha)
alpha=visco/Pr

alphablock=rk*alpha

gbeta=Ra*visco*alpha/(float(m*m*m))

gbetablock=rk*gbeta

v_ref=(gbeta*float(m))**0.5
      Re=uo*m/alpha
!m      print *, 'Re=', Re
!m      write(*,*) 'Re=', Re
omega =1.0/(3.*visco+0.5)
omegat=1.0/(3.*alpha+0.5)

omegatblock=1.0/(3.*alphablock+0.5)

! rsb=(m-dmalha*numlinblock)/(2.*numlinblock)
! sb=nint(rsb)
! rdb=(m-2.*sb-numlinblock*dmalha)/(numlinblock-1.)
! db=nint(rdb)
do j=0,m
do i=0,n
rho(i,j)=rhoo
u(i,j)=0.0
v(i,j)=0.0
end do
end do
do i=0,n
u(i,m)=uo
v(i,m)=0.0
end do
callmarkblocks(numlinblock,m,
&      markblock,D,sb,db,dmalha,ip,jp)
!      calldrawblocks(icode,numlinblock,m,markblock,D,sb,db,dmalha)
!      ! main loop
      DO kk=1,mstep
call collesion(u,v,f,feq,rho,omega,w,cx,cy,n,m,th,gbeta,
&      markblock,gbetablock)
call streaming(f,n,m)
call bounceb(f,n,m,numlinblock,sb,db,D,dmalha,ip,jp)
call rhouv(f,rho,u,v,cx,cy,n,m,markblock)
!      ! -----
!      ! collesion for scalar
call collt(u,v,g,geq,th,omegat,w,cx,cy,n,m,markblock,
&      omegatblock)
!      ! streaming for scalar
call streaming(g,n,m)
callgbound(g,tw,w,n,m)
calltcalcu(g,th,n,m)
      call resmax(n,m,u,v,th,uold,vold,thold,
&ures,vres,thres,res_u,res_v,res_th)
write(aa,18) icode
open(9,file='nuav'//aa//'.dat',status='unknown')
18      format(i2.2)
open(12,file='tcent'//aa//'.dat',status='unknown')

```

```

        call nuaver(mstep,n,m,alpha,u,th,avn1,avnr)
nuerr= abs(avn1-avnr)
write(9,*) kk,avn1,avnr,nuerr
write(12,*) kk,th((n+1)/2,(n+1)/2)
if(nuerr .le. stoprule) go to 11
!       verifying residues
!       write(10,*) kk,res_u,res_v,res_th
!       if((res_u .le. 1.d-5) .and.
!       & (res_v .le. 1.d-5) .and.
!       & (res_th .le.1.d-6)) go to 14

    call oldval(n,m,u,v,th,uold,vold,thold,
&             ures,vres,thres)
        END DO
! end of the main loop
11    call result(icode,u,v,rho,th,uo,n,m,ra,porosity)

14write(6,24) icode,m,n,dx,dy,dt,Ra,Pr,porosity,visco,
&v_ref,alpha,stoprule,
&    kk,res_u,res_v,res_th,th((n+1)/2,(n+1)/2),
&    avn1,nuerr

open(unit=7,file='cav_//aa//'.out',status='unknown')
write(7,24) icode,m,n,dx,dy,dt,Ra,Pr,porosity,visco,
&v_ref,alpha,stoprule,
&    kk,res_u,res_v,res_th,th((n+1)/2,(n+1)/2),
&    avn1,nuerr

write(11,26) icode,Ra,Pr,porosity,m,visco,alpha,omega,omegat,
&v_ref,stoprule,kk,th((n+1)/2,(n+1)/2),avn1,nuerr

24    format(/2X,'LBM ( Lattice Boltzmann Method, d2q9 scheme )'
&/20X,'case simulated, icode-----=',I4
&/20X,'grid, m .vs. n-----=',I4,' x',I4
&/20X,'delta x , dx -----=',1PE10.3
&/20X,'delta y ,dy -----=',1PE10.3
&/20X,'delta t ,dt -----=',1PE10.3
&/20X,'Rayleigh ,      Ra-----=',1PE10.3
&/20X,'Prandtl ,      Pr-----=',1PE10.3
&/20X,'Porosity ,      Fi-----=',1PE10.3
&/20X,'viscosity ,   visco-----=',1PE10.3
&/20X,'ref. vel ,    v_ref-----=',1PE10.3
&/20X,'difusivity , alpha-----=',1PE10.3
&/20X,'stoprule ,stoprule-----=',1PE10.3
&/20X,'Iteration ,kk-----=',I6
&/20X,'max res. u ,res_u-----=',1PE10.3
&/20X,'max res. v ,res_v-----=',1PE10.3
&/20X,'max res.th ,res_th-----=',1PE10.3
&/20X,'Temperature center, th--=',1PE10.3
&/20X,'Nusselt wall, avn1-----=',1x,1PE10.4
&/20X,'nuerr ,      nuerr-----=',1PE10.3
&)
26format(I4,1x,1PE10.3,1x,1PE10.3,1x,1PE10.3,
&1x,I4,1x,1PE10.3,1x,1PE10.3,1x,1PE10.3,1x,1PE10.3,
&1x,1PE10.3,1x,1PE10.3,1x,I6,1x,1PE10.3,1PE10.3,1x,1PE10.3)

if(icode .ge. icode_last) go to 27
doi=0,n ! cleaningdistribution functions
do j=0,m
do k=0,8
    f(k,i,j)=0.0
    g(k,i,j)=0.0
    feq(k,i,j)=0.0
    geq(k,i,j)=0.0
enddo
enddo
enddo
icode=icode + 1 ! next case
go to 10
27    stop

```

```

end
      ! end of the main program
      subroutine collesion(u,v,f,feq,rho,omega,w,cx,cy,n,m,th,gbeta,
&          markblock,gbetablock)
real f(0:8,0:600,0:600)
real feq(0:8,0:600,0:600),rho(0:600,0:600)
real w(0:8), cx(0:8),cy(0:8)
real u(0:600,0:600), v(0:600,0:600)
real th(0:600,0:600)
integer markblock(0:600,0:600)
tref=0.50
DO i=0,n
  DO j=0,m
    t1=u(i,j)*u(i,j)+v(i,j)*v(i,j)
    DO k=0,8
      t2=u(i,j)*cx(k)+v(i,j)*cy(k)
      force=3.*w(k)*gbeta*(th(i,j)-tref)*cy(k)*rho(i,j)
      if(markblock(i,j).eq.1) then
        force=3.*w(k)*gbetablock*(th(i,j)-tref)*cy(k)*rho(i,j)
      end if
      if(i.eq.0.or.i.eq.n) force =0.0
      if(j.eq.0.or.j.eq.m) force =0.0
      feq(k,i,j)=rho(i,j)*w(k)*(1.0+3.0*t2+4.50*t2*t2-1.50*t1)
      f(k,i,j)=omega*feq(k,i,j)+(1.-omega)*f(k,i,j)+force
    END DO
  END DO
END DO
return
end
      subroutine collt(u,v,g,geq,th,omegat,w,cx,cy,n,m,markblock,
&          omegatblock)
      real g(0:8,0:600,0:600),geq(0:8,0:600,0:600),th(0:600,0:600)
real w(0:8),cx(0:8),cy(0:8)
real u(0:600,0:600),v(0:600,0:600)
integer markblock(0:600,0:600)
do i=0,n
  do j=0,m
    do k=0,8
      geq(k,i,j)=th(i,j)*w(k)*(1.0+3.0*(u(i,j)*cx(k)+v(i,j)*cy(k)))
      if (markblock(i,j).eq.1) then
        g(k,i,j)=omegatblock*geq(k,i,j)+(1.0-omegatblock)*g(k,i,j)
      else
        g(k,i,j)=omegat*geq(k,i,j)+(1.0-omegat)*g(k,i,j)
      end if
    end do
  end do
end do
return
end
subroutine streaming(f,n,m)
real f(0:8,0:600,0:600)
      ! streaming
      DO j=0,m
      DO i=n,1,-1 !RIGHT TO LEFT
        f(1,i,j)=f(1,i-1,j)
      END DO
      DO i=0,n-1 !LEFT TO RIGHT
        f(3,i,j)=f(3,i+1,j)
      END DO
      END DO
      DO j=m,1,-1 !TOP TO BOTTOM
      DO i=0,n
        f(2,i,j)=f(2,i,j-1)
      END DO
      DO i=n,1,-1
        f(5,i,j)=f(5,i-1,j-1)
      END DO
      DO i=0,n-1

```

```

    f(6,i,j)=f(6,i+1,j-1)
  END DO
  END DO
  DO j=0,m-1 !BOTTOM TO TOP
  DO i=0,n
    f(4,i,j)=f(4,i,j+1)
  END DO
  DO i=0,n-1
    f(7,i,j)=f(7,i+1,j+1)
  END DO
  DO i=n,1,-1
    f(8,i,j)=f(8,i-1,j+1)
  END DO
  END DO
return
end
      subroutine bounceb(f,n,m,numlinblock,sb,db,D,dmalha,ip,jp)
real f(0:8,0:600,0:600)
integer dmalha,sb,db,a,b
integer ip(0:40),jp(0:40)
do j=0,m
  !west boundary
  f(1,0,j)=f(3,0,j)
  f(5,0,j)=f(7,0,j)
  f(8,0,j)=f(6,0,j)
  !east boundary
  f(3,n,j)=f(1,n,j)
  f(7,n,j)=f(5,n,j)
  f(6,n,j)=f(8,n,j)
end do
do i=0,n
  !south boundary
  f(2,i,0)=f(4,i,0)
  f(5,i,0)=f(7,i,0)
  f(6,i,0)=f(8,i,0)
  !north boundary
  f(4,i,m)=f(2,i,m)
  f(8,i,m)=f(6,i,m)
  f(7,i,m)=f(5,i,m)
end do

!   BLOCKS
!!

do a=0,numlinblock-1
  do b=0,numlinblock-1
    ! left
    do j=jp(b),jp(b)+dmalha
      f(3,ip(a),j)=f(1,ip(a),j)
      f(7,ip(a),j)=f(5,ip(a),j)
      f(6,ip(a),j)=f(8,ip(a),j)
    !right
    f(1,ip(a)+dmalha,j)=f(3,ip(a)+dmalha,j)
    f(5,ip(a)+dmalha,j)=f(7,ip(a)+dmalha,j)
    f(8,ip(a)+dmalha,j)=f(6,ip(a)+dmalha,j)
    end do
    ! top
    do i=ip(a),ip(a)+dmalha
      f(2,i,jp(b)+dmalha)=f(4,i,jp(b)+dmalha)
      f(5,i,jp(b)+dmalha)=f(7,i,jp(b)+dmalha)
      f(6,i,jp(b)+dmalha)=f(8,i,jp(b)+dmalha)
    !bottom
    f(4,i,jp(b))=f(2,i,jp(b))
    f(7,i,jp(b))=f(5,i,jp(b))
    f(8,i,jp(b))=f(6,i,jp(b))
    end do
  end do
end do

return

```

```

end
subroutine gbound(g,tw,w,n,m)
real g(0:8,0:600,0:600)
real w(0:8),tw
      ! Boundary conditions
      ! west boundary condition, T=1.
do j=0,m
  g(1,0,j)=tw*(w(1)+w(3))-g(3,0,j)
  g(5,0,j)=tw*(w(5)+w(7))-g(7,0,j)
  g(8,0,j)=tw*(w(8)+w(6))-g(6,0,j)
end do
      ! East boundary condition, T=0.
do j=0,m
  g(6,n,j)=-g(8,n,j)
  g(3,n,j)=-g(1,n,j)
  g(7,n,j)=-g(5,n,j)
end do
      ! Top boundary conditions, Adiabatic
do i=0,n
  g(8,i,m)=g(8,i,m-1)
  g(7,i,m)=g(7,i,m-1)
  g(6,i,m)=g(6,i,m-1)
  g(5,i,m)=g(5,i,m-1)
  g(4,i,m)=g(4,i,m-1)
  g(3,i,m)=g(3,i,m-1)
  g(2,i,m)=g(2,i,m-1)
  g(1,i,m)=g(1,i,m-1)
  g(0,i,m)=g(0,i,m-1)
end do
!Bottom boundary conditions, Adiabatic
do i=0,n
  g(1,i,0)=g(1,i,1)
  g(2,i,0)=g(2,i,1)
  g(3,i,0)=g(3,i,1)
  g(4,i,0)=g(4,i,1)
  g(5,i,0)=g(5,i,1)
  g(6,i,0)=g(6,i,1)
  g(7,i,0)=g(7,i,1)
  g(8,i,0)=g(8,i,1)
  g(0,i,0)=g(0,i,1)
end do

return
end
subroutine tcalcu(g,th,n,m)
real g(0:8,0:600,0:600),th(0:600,0:600)
do j=0,m
  do i=0,n
    ssumt=0.0
    do k=0,8
      ssumt=ssumt+g(k,i,j)
    end do
    th(i,j)=ssumt
  end do
end do
return
end
      subroutine rhouv(f,rho,u,v,cx,cy,n,m,markblock)
      real f(0:8,0:600,0:600),rho(0:600,0:600),u(0:600,0:600),
&v(0:600,0:600),cx(0:8),cy(0:8)
integer markblock(0:600,0:600)
do j=0,m
  do i=0,n
    ssum=0.0
    do k=0,8
      ssum=ssum+f(k,i,j)
    end do
    rho(i,j)=ssum
  end do
end do

```

```

      DO i=0,n
      DO j=0,m
      usum=0.0
      vsum=0.0
      DO k=0,8
      usum=usum+f(k,i,j)*cx(k)
      vsum=vsum+f(k,i,j)*cy(k)
      END DO
      u(i,j)=usum/rho(i,j)
      v(i,j)=vsum/rho(i,j)
      END DO
      END DO

      DO j=0,m
      v(n,j)=0.0
      END DO

!blocos

do j=0,m
  doi=0,m
    if(markblock(i,j).eq.1) then
      u(i,j)=0.0
      v(i,j)=0.0
    end if
  end do
end do

return
end
      subroutine result(icase,u,v,rho,th,uo,n,m,ra,porosity)
character*3 bb
      real u(0:600,0:600),v(0:600,0:600),th(0:600,0:600)
realstrf(0:600,0:600),rho(0:600,0:600)
write(bb,17) icase
17 format(i2.2)
open(2,file='uvf'//bb//'.dat',status='unknown')
open(5,file='strf'//bb//'.dat',status='unknown')
open(8,file='tmf'//bb//'.dat',status='unknown')
! streamfunction calculations
strf(0,0)=0.
doi=0,n
  rhoav=0.5*(rho(i-1,0)+rho(i,0))
  if(i.ne.0) strf(i,0)=strf(i-1,0)-rhoav*0.5*(v(i-1,0)+v(i,0))
  do j=1,m
  rhom=0.5*(rho(i,j)+rho(i,j-1))
  strf(i,j)=strf(i,j-1)+rhom*0.5*(u(i,j-1)+u(i,j))
  end do
end do
! -----
! uv field
write(2,*)'VARIABLES =X, Y, U, V'
write(2,*)'ZONE ', 'I=',n+1, 'J=',m+1, ', ', 'F=BLOCK'
do j=0,m
  write(2,*)(i/float(m),i=0,n)
end do
do j=0,m
  write(2,*)(j/float(m),i=0,n)
end do
do j=0,m
  write(2,*)(u(i,j),i=0,n)
end do
do j=0,m
  write(2,*)(v(i,j),i=0,n)
end do
!m do j=0,m
!m write(3,*)j/float(m),u(5,j)/uo,u(n/2,j)/uo,u(n-10,j)/uo
!m end do

```

```

!m      do i=0,n
!m      write(4,*) i/float(n),th(i,m/2)
!m      end do
!m      ! streamfunction and temperature
write(5,*)'VARIABLES =X, Y, S'
write(5,*)'ZONE ', 'I=',n+1, 'J=',m+1, ', ', 'F=BLOCK'
do j=0,m
  write(5,*)(i/float(m),i=0,n)
end do
do j=0,m
  write(5,*)(j/float(m),i=0,n)
end do
do j=0,m
  write(5,*)(strf(i,j),i=0,n)
end do

! temperature
write(8,*)'VARIABLES =X, Y, T'
write(8,*)'ZONE ', 'I=',n+1, 'J=',m+1, ', ', 'F=BLOCK'
do j=0,m
  write(8,*)(i/float(m),i=0,n)
end do
do j=0,m
  write(8,*)(j/float(m),i=0,n)
end do
do j=0,m
  write(8,*)(th(i,j),i=0,n)
end do
return
end

! Nusselt number Calculation hot and cold walls
subroutine nuaver(mstep,n,m,alpha,u,th,avn1,avnr)
real u(0:600,0:600),th(0:600,0:600)
snul=0.0
snur=0.0
do j=0,m
  rnul=(th(0,j)-th(1,j))*float(n)
  rnur=(th(n-1,j)-th(n,j))*float(n)
  snul=snul+rnul
  snur=snur+rnur
end do
avn1=snul/float(m)
avnr=snur/float(m)
return
end

! storing old values
subroutine oldval(n,m,u,v,th,uold,vold,thold,
& ures,vres,thres)
real u(0:600,0:600),v(0:600,0:600),th(0:600,0:600)
realuold(0:600,0:600),vold(0:600,0:600),thold(0:600,0:600)
doi=0,n
do j=0,m
  uold(i,j)=u(i,j)
  vold(i,j)=v(i,j)
  thold(i,j)=th(i,j)
enddo
enddo
umax=maxval(uold)
umin=minval(uold)
ures=umax-umin

vmax=maxval(vold)
vmin=minval(vold)
vres=vmax-vmin

thmax=maxval(thold)
thmin=minval(thold)
thres=thmax-thmin
return
end

```

```

!      evaluating residuals
      subroutine resmax(n,m,u,v,th,uold,vold,thold,
&      ures,vres,thres,res_u,res_v,res_th)
      real u(0:600,0:600),v(0:600,0:600),th(0:600,0:600)
      realuold(0:600,0:600),vold(0:600,0:600),thold(0:600,0:600)
      real x(0:600,0:600),y(0:600,0:600),z(0:600,0:600)

      do i=0,n
        do j=0,m
          x(i,j)=abs((u(i,j)-uold(i,j))/ures)
          y(i,j)=abs((v(i,j)-vold(i,j))/vres)
          z(i,j)=abs((th(i,j)-thold(i,j))/thres)
        end do
      enddo
      res_u=maxval(x)
      res_v=maxval(y)
      res_th=maxval(z)
      return
      end

      subroutinemarkblocks(numlinblock,m,
&      markblock,D,sb,db,dmalha,ip,jp)
      integerip(0:40),jp(0:40)
      integermarkblock(0:600,0:600),a,b,dmalha,sb,db,m

      do i=0,600
        do j=0,600
          markblock(i,j)=0
        end do
      end do

      do a=0,numlinblock-1
        ip(a)=sb+a*(dmalha+db)
        jp(a)=ip(a)
      end do

      do a=0,numlinblock-1
        do b=0,numlinblock-1
          do i=ip(a),ip(a)+dmalha
            do j=jp(b),jp(b)+dmalha
              markblock(i,j)=1
            end do
          end do
        end do
      end do
      return
      end

      subroutine criamalha(numlinblock,porosity,D,numblock,
&      multiplicador, sb,db,m,dmalha,rsb,rdb)
      realrsb,rdb,D,porosity,rdmalha
      integersb,db,kk,dmalha,numblock,numlinblock,multiplicador

      numblock=numlinblock*numlinblock
      D=((1-porosity)/numblock)**0.5
      rsb=((1-D*numlinblock)/(2*numlinblock))
      kk=0
      do
        kk=kk+1
        CM=kk/rsb
        rdmalha=CM*D
        sb=multiplicador*kk
        db=2*sb
        if(ABS(rdmalha-nint(rdmalha)) .LE. 0.0001) exit
      end do
      dmalha=multiplicador*nint(rdmalha)
      m=dmalha*numlinblock+(numlinblock-1)*db+2*sb
      write(*,*) 'multiplicador=',multiplicador
      write(*,*) 'numblock=',numblock
      write(*,*) 'porosity=',porosity

```

```
write(*,*) 'D=',D
write(*,*) 'rsb=',rsb
write(*,*) 'kk=',kk
write(*,*) 'CM=',CM
write(*,*) 'rdmalha=',rdmalha
write(*,*) 'm=n=',m
write(*,*) 'dmalha=',dmalha
write(*,*) 'sb=',sb
write(*,*) 'db',db
return
end
```