

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETROTÉCNICA  
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

GUILHERME BROLIN GATO

**CARACTERIZAÇÃO DE PONTOS DE EQUILÍBRIO E ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE ÂNGULO DO ROTOR PARA PEQUENAS E GRANDES PERTURBAÇÕES EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2016

GUILHERME BROLIN GATO

**CARACTERIZAÇÃO DE PONTOS DE EQUILÍBRIO E ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE ÂNGULO DO ROTOR PARA PEQUENAS E GRANDES PERTURBAÇÕES EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, do curso de Engenharia Elétrica do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Orientador: Prof. Dr. Raphael Augusto de Souza Benedito

CURITIBA

2016

Guilherme Brolin Gato

# Caracterização de Pontos de Equilíbrio e Análise de Estabilidade de Ângulo de Rotor para Pequenas e Grandes Perturbações em Sistemas Elétricos de Potência

Este Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação foi julgado e aprovado como requisito parcial para a obtenção do Título de Engenheiro Eletricista, do curso de Engenharia Elétrica do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Curitiba, 30 de Novembro de 2016.

---

Prof. Emerson Rigoni, Dr.  
Coordenador de Curso  
Engenharia Elétrica

---

Profa. Annemarlen Gehrke Castagna, Mestre  
Responsável pelos Trabalhos de Conclusão de Curso  
de Engenharia Elétrica do DAELT

## ORIENTAÇÃO

---

Raphael Augusto de Souza Benedito, Dr.  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Orientador

## BANCA EXAMINADORA

---

Andrea Lucia Costa, Dra.  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Diego Issicaba, Dr.  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Raphael Augusto de Souza Benedito, Dr.  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

## RESUMO

GATO, Guilherme B. **Caracterização de pontos de equilíbrio e análise de estabilidade de ângulo do rotor para pequenas e grandes perturbações em sistemas elétricos de potência.** 2016. 92 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação – Curso de Engenharia Elétrica). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016.

Este trabalho tem como principal objetivo realizar a caracterização dos pontos de equilíbrio de um gerador síncrono e, além disso, fazer uma análise de estabilidade referente ao ângulo do rotor, quando o gerador é submetido a pequenas e grandes perturbações no sistema elétrico de potência. Os sistemas desse estudo são compostos por um gerador síncrono conectado a uma barra infinita. As questões técnicas estudadas aqui se referem à análise dos sistemas dinâmicos não-lineares que descrevem o sistema de potência. A base teórica, equações e modelagem desse sistema são apresentados. Além disso, são apresentados os resultados de simulações de dois sistemas com topologias distintas, que são simulados utilizando um algoritmo computacional para estabilidade desenvolvido a partir do software MATLAB.

**Palavras-chaves:** Sistemas Elétricos de Potência; Pontos de Equilíbrio; Estabilidade de Ângulo do Rotor; Estabilidade Frente a Pequenas e Grandes Perturbações; Retrato de Fase; Tempo Crítico de Abertura.

## ABSTRACT

GATO, Guilherme B. **Characterization of equilibrium points and stability analysis of rotor angle for small and large perturbations in electric power systems.** 2016. 92 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação – Curso de Engenharia Elétrica). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016.

The main objective of this monograph is to characterize the equilibrium points of a synchronous generator and, in addition, to perform a stability analysis concerning the rotor angle, when the generator is submitted to small and large perturbations in the electric power system. The systems covered are composed of a synchronous generator connected to an infinite bus. The technical issues addressed refer to the analysis of the nonlinear dynamic systems that describe the power system. The theoretical basis, equations and modeling of this system are presented. Furthermore, the results of simulations of two systems with distinct topologies are presented, which are simulated using a computational algorithm for stability developed through the MATLAB software.

**Palavras-chaves:** Electric Power Systems; Points of Equilibrium; Rotor Angle Stability; Small-Disturbance Angle Stability; Transient Stability; Phase Portrait; Critical clearing time.

## INDICE DE FIGURAS

FIGURA 2-1 - ILUSTRAÇÃO DA DEFINIÇÃO DA ESTABILIDADE DE LYAPUNOV .....	21
FIGURA 2-2 - ILUSTRAÇÃO DA DEFINIÇÃO DA ESTABILIDADE ASSINTÓTICA.....	22
FIGURA 2-3 - REGIÃO DE ATRAÇÃO.....	23
FIGURA 2-4 - NÓ ESTÁVEL (A), NÓ INSTÁVEL (B) E SELA INSTÁVEL (C).....	27
FIGURA 2-5 - ESPIRAL ESTÁVEL (A), ESPIRAL INSTÁVEL (B) E CENTRO (C).....	28
FIGURA 2-6 - ESTRELA ESTÁVEL (A), ESTRELA INSTÁVEL (B), NÓ IMPRÓPRIO ESTÁVEL (C) E IMPRÓPRIO INSTÁVEL (D) .....	29
FIGURA 2-7 - RETRATO DE FASE DA EQUAÇÃO DO PÊNDULO.....	30
FIGURA 3-1 - MODELO DO TRANSFORMADOR MONOFÁSICO .....	32
FIGURA 3-2 - MODELO SIMPLIFICADO DO TRANSFORMADOR PARA O SEP .....	33
FIGURA 3-3 - MODELO PI DA LINHA DE TRANSMISSÃO.....	34
FIGURA 3-4 - CARGA COM IMPEDÂNCIA CONSTANTE.....	35
FIGURA 3-5 - BARRAMENTO INFINITO.....	36
FIGURA 3-6 - RELAÇÃO ENTRE $\theta$ E $\delta$ .....	38
FIGURA 3-7 – CLASSIFICAÇÃO DE ESTABILIDADE DO SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA .....	43
FIGURA 3-8 – VARIAÇÃO DO ÂNGULO DO ROTOR EM RELAÇÃO AOS TORQUES DE SINCRONISMO E DE AMORTECIMENTO .....	44
FIGURA 3-9 - COEFICIENTE DE POTÊNCIA SINCRONIZANTE .....	46
FIGURA 3-10 - INTERPRETAÇÃO DO COEFICIENTE DE POTÊNCIA SINCRONIZANTE .....	46
FIGURA 4-1 – FLUXOGRAMA DO ALGORITMO PROPOSTO .....	49
FIGURA 4-2 – SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA 1 .....	51
FIGURA 4-3 – DIAGRAMA EQUIVALENTE DO SISTEMA 1 PRÉ-FALTA .....	52
FIGURA 4-4 DIAGRAMA EQUIVALENTE SIMPLIFICADO DO SISTEMA 1 PRÉ-FALTA.....	54
FIGURA 4-5 - CURVA DE POTÊNCIA EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DO ROTOR.....	57
FIGURA 4-6 – RETRATO DE FASE DO SISTEMA 1 PRÉ-FALTA .....	58
FIGURA 4-7 - SISTEMA 1 PRÉ-FALTA SUBMETIDO À UMA VARIAÇÃO POSITIVA NA POTÊNCIA.....	60
FIGURA 4-8 - SISTEMA 1 PRÉ-FALTA SUBMETIDO À UMA VARIAÇÃO NEGATIVA NA POTÊNCIA .....	60
FIGURA 4-9 – DIAGRAMA EQUIVALENTE DO SISTEMA 1 EM FALTA .....	61
FIGURA 4-10 – DIAGRAMA EQUIVALENTE SIMPLIFICADO DO SISTEMA 1 EM FALTA.....	62
FIGURA 4-11 - CURVA DE POTÊNCIA EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DO ROTOR.....	63
FIGURA 4-12 – RETRATO DE FASE DO SISTEMA EM FALTA .....	63
FIGURA 4-13 – VARIAÇÃO DO ÂNGULO DO ROTOR PARA O SISTEMA 1 EM FALTA .....	64
FIGURA 4-14 – DIAGRAMA EQUIVALENTE DO SISTEMA PÓS-FALTA .....	65
FIGURA 4-15 – RETRATO DE FASE DO SISTEMA PÓS-FALTA .....	67
FIGURA 4-16 - SISTEMA 1 PÓS-FALTA SUBMETIDO À UMA VARIAÇÃO POSITIVA NA POTÊNCIA.....	68
FIGURA 4-17 - SISTEMA 1 PÓS-FALTA SUBMETIDO À UMA VARIAÇÃO NEGATIVA NA POTÊNCIA .....	69
FIGURA 4-18 – SISTEMA 1 TEMPO DE ABERTURA DE 0,60S.....	70

<b>FIGURA 4-19 – SISTEMA 1 TEMPO DE ABERTURA DE 0,80S</b> .....	71
<b>FIGURA 4-20 - SISTEMA 1 TEMPO DE ABERTURA DE 0,70S</b> .....	71
<b>FIGURA 4-21 - SISTEMA 1 TEMPO DE ABERTURA DE 0,71S</b> .....	72
<b>FIGURA 4-22 - TEMPO DE ABERTURA DE 0,32S</b> .....	72
<b>FIGURA 4-23 - TEMPO DE ABERTURA DE 0,33S</b> .....	73
<b>FIGURA 4-24 - SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA 2</b> .....	74
<b>FIGURA 4-25 - RETRATO DE FASE DO SISTEMA 1 E 2 - PRÉ-FALTA</b> .....	76
<b>FIGURA 4-26 - SISTEMA 2 PRÉ-FALTA SUBMETIDO À UMA VARIAÇÃO POSITIVA NA POTÊNCIA</b> .....	77
<b>FIGURA 4-27 - SISTEMA 2 PRÉ-FALTA SUBMETIDO À UMA VARIAÇÃO NEGATIVA NA POTÊNCIA</b> .....	77
<b>FIGURA 4-28 - DIAGRAMA EQUIVALENTE DO SISTEMA 2 EM FALTA - CC1</b> .....	78
<b>FIGURA 4-29 - RETRATO DE FASE DO SISTEMA 1 E 2 - EM FALTA</b> .....	80
<b>FIGURA 4-30 - DIAGRAMA EQUIVALENTE DO SISTEMA 2 EM FALTA - CC2</b> .....	81
<b>FIGURA 4-31 – RETRATO DE FASE DO SISTEMA EM FALTA</b> .....	82
<b>FIGURA 4-32 – VARIAÇÃO DO ÂNGULO DO ROTOR PARA O SISTEMA 1 EM FALTA</b> .....	82
<b>FIGURA 4-33 - RETRATO DE FASE DO SISTEMA 1 E 2 - PÓS-FALTA</b> .....	84
<b>FIGURA 4-34 - SISTEMA 2 PÓS-FALTA SUBMETIDO À UMA VARIAÇÃO POSITIVA NA POTÊNCIA</b> .....	85
<b>FIGURA 4-35 - SISTEMA 2 PÓS-FALTA SUBMETIDO À UMA VARIAÇÃO NEGATIVA NA POTÊNCIA</b> .....	85
<b>FIGURA 4-36 - TEMPO DE ABERTURA DE 0,98S</b> .....	86
<b>FIGURA 4-37 - TEMPO DE ABERTURA DE 0,99S</b> .....	86

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>9</b>
1.1	DELIMITAÇÃO DO TEMA	10
1.2	PROBLEMAS E PREMISSAS	12
1.3	OBJETIVOS	13
1.3.1	<i>Objetivo Geral</i>	13
1.3.2	<i>Objetivos Específicos</i>	13
1.4	JUSTIFICATIVA	14
1.5	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	14
1.6	ESTRUTURA DO TRABALHO	15
<b>2</b>	<b>REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS NÃO LINEARES</b>	<b>16</b>
2.1	SISTEMAS DINÂMICOS E ESPAÇO DE ESTADOS	16
2.2	LIMITAÇÕES NA ANÁLISE DE SISTEMAS NÃO-LINEARES	18
2.3	EXISTÊNCIA E UNICIDADE DE SOLUÇÕES	20
2.4	PONTO DE EQUILÍBRIO E REGIÃO DE ESTABILIDADE	21
2.5	LINEARIZAÇÃO DO SISTEMA NÃO LINEAR	24
2.6	AUTOVALORES E AUTOVETORES	26
2.7	MÚLTIPLOS EQUILÍBRIOS	29
2.8	CRIAÇÃO DE RETRATOS DE FASE	31
<b>3</b>	<b>ANÁLISE DO SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA</b>	<b>32</b>
3.1	MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA ELÉTRICO	32
3.1.1	<i>Transformadores de Potências</i>	32
3.1.2	<i>Linhas de Transmissão</i>	33
3.1.3	<i>Carga</i>	35
3.1.4	<i>Barramento Infinito</i>	35
3.1.5	<i>Geradores Síncronos</i>	36
3.2	ESTABILIDADE DO SISTEMA ELÉTRICO	42
3.2.1	<i>Estabilidade de Ângulo do Rotor</i>	43
3.2.2	<i>Estabilidade Frente a Pequenas Perturbações</i>	45
3.2.3	<i>Estabilidade Frente a Grandes Perturbações</i>	47
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA DE ANÁLISE E SIMULAÇÕES</b>	<b>48</b>
4.1	METODOLOGIA E ALGORITMO PROPOSTO	49
4.2	SIMULAÇÃO DO SISTEMA 1	51
4.2.1	<i>SISTEMA 1 PRÉ-FALTA</i>	52
4.2.2	<i>SISTEMA 1 EM FALTA</i>	61
4.2.3	<i>SISTEMA 1 PÓS-FALTA</i>	65
4.2.4	<i>TEMPO CRÍTICO DE ABERTURA</i>	69

4.3	SIMULAÇÃO DO SISTEMA 2.....	74
4.3.1	SISTEMA 2 PRÉ-FALTA .....	75
4.3.2	SISTEMA 2 EM FALTA – CC1 .....	78
4.3.3	SISTEMA 2 EM FALTA – CC2 .....	81
4.3.4	SISTEMA 2 PÓS-FALTA .....	83
4.3.5	TEMPO CRÍTICO DE ABERTURA.....	85
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>88</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>90</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Desde a revolução industrial, a demanda de energia pelo homem tem crescido continuamente e em um ritmo muito elevado. Complexos sistemas de energia foram e continuam sendo construídos com o objetivo de suprir esta crescente demanda de energia. Esses sistemas formam uma rede interligada de linhas de transmissão que conectam os geradores às cargas. A maior parte dos parques geradores são conectados aos centros de consumo por meio de linhas de transmissão, as quais são responsáveis por transportar diretamente a energia gerada aos grandes consumidores, ou indiretamente aos pequenos consumidores por meio das empresas de distribuição (CHIANG, 2011).

De acordo com Chiang (2011), a operação bem-sucedida de um sistema de energia depende da capacidade desse sistema de oferecer um serviço confiável e ininterrupto para as cargas. Idealmente, as cargas devem ser alimentadas com tensão constante e frequência constante. Para se obter um serviço confiável, é necessário manter os geradores síncronos operando em paralelo e com capacidade suficiente para atender à demanda de carga (ANDERSON; FOUAD, 2003).

Naturalmente, um sistema de energia está susceptível a distúrbios. Esses distúrbios podem ou não afetar o sincronismo dos geradores e, conseqüentemente, a estabilidade do sistema. Uma atividade importante no planejamento e operação do sistema de energia é a análise do impacto que um conjunto de distúrbios tem sobre o comportamento dinâmico desse sistema (CHIANG, 2011).

Segundo Machowski, Bialek e Bumby (2008), a estabilidade de um sistema pode ser entendida como a capacidade que o qual tem de recuperar um estado de equilíbrio, após ter sido submetido à uma perturbação física. Para fins operacionais, a análise de estabilidade do sistema de energia desempenha um papel importante na determinação dos seus limites de operação. Essa análise também é realizada para verificar os ajustes dos relés e para definir os parâmetros de dispositivos de controle. Importantes conclusões e decisões sobre operações e planejamento de sistemas de potência são feitas com base nos resultados de estudos de estabilidade (CHIANG, 2011).

A estabilidade em sistemas elétricos de potência pode ser analisada em relação a três variáveis básicas: ângulo do rotor das máquinas síncronas, frequência e tensão (KUNDUR *et al*, 2004)

Devido à característica não linear do sistema elétrico de potência, a sua estabilidade depende da condição inicial, ou seja, do ponto de equilíbrio em que está operando, e da magnitude do distúrbio. Considerando somente a variação do ângulo do rotor, o estudo de estabilidade pode ser dividido em duas partes: estabilidade a pequenas perturbações e estabilidade a grandes perturbações ou transitória.

Como o próprio nome diz, grandes perturbações correspondem a perturbações de grande magnitude, tais como faltas e variações bruscas na potência consumida. Já o conceito de pequena perturbação é aplicado a qualquer distúrbio cuja ocorrência não cause uma variação brusca de potência consumida, como a entrada e saída de cargas do sistema elétrico de energia.

Tendo em vista o que foi apresentado anteriormente, o presente trabalho tem como tema principal a análise de estabilidade de ângulo do rotor para pequenas e grandes perturbações em sistemas elétricos de potência. Importa destacar que neste trabalho não será contemplado a análise de estabilidade de tensão e de frequência.

## 1.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA

Para uma operação confiável, o sistema elétrico deve ser capaz de suportar uma ampla variedade de perturbações. Portanto, é essencial que o sistema seja modelado e operado de modo que os distúrbios não acarretem uma perda de sincronismo e, conseqüentemente, de estabilidade do sistema. A análise de estabilidade de um sistema constitui-se de um tema muito amplo e abrangente, portanto, este trabalho será focado na estabilidade do sistema elétrico em relação à variação do ângulo do rotor, quando o gerador é exposto a pequenas e grandes perturbações.

Uma vez que o foco deste trabalho é a análise de estabilidade rotórica à pequenas e grandes perturbações, considerando um período curtíssimo de análise, o

modelo de gerador adotado será o Modelo Clássico de segunda ordem. Os sistemas a serem simulados serão submetidos à pequenas e grandes perturbações e, para ambos os casos, serão simuladas perturbações temporárias e permanentes.

Segundo Glover *et al.* (2012), a estabilidade do sistema de potência refere-se à capacidade das máquinas síncronas de mover de um ponto de funcionamento em regime permanente, após uma perturbação, para outro ponto de equilíbrio em regime permanente, sem perder o sincronismo.

Embora o conceito de estabilidade de sistemas de potência seja simples, a análise deste problema não é. Isto porque as equações que regem tais sistemas elétricos são dinâmicas e não lineares. Consequentemente, a análise deste problema pode ser feita por meio de duas perspectivas: linearizada em torno de um ponto de equilíbrio; ou por meio da solução (trajetória) numérica do conjunto de equações não lineares. Neste trabalho, a análise de estabilidade será feita utilizando essas duas perspectivas.

Com o resultado das simulações que serão realizadas neste trabalho, será possível caracterizar os pontos de equilíbrio e mapear a região de operação em que o sistema não perde o sincronismo.

Para analisar e simular o sistema elétrico, faz-se necessário o desenvolvimento de um algoritmo, utilizando o *software* MATLAB. A partir dos resultados desse estudo, importantes conclusões a respeito da estabilidade do gerador serão obtidas, como o tempo crítico de atuação das proteções do sistema e a caracterização dos pontos de equilíbrio operativo do gerador, a fim de prevenir perda de sincronismo dos geradores envolvidos.

## 1.2 PROBLEMAS E PREMISSAS

Em um sistema elétrico operando em regime permanente, considera-se que os torques mecânicos das unidades geradoras são iguais aos torques elétricos devido às cargas da rede elétrica. Em tal situação, os ângulos dos rotores dos geradores não aceleram, isto é, estão girando com velocidade constante, dada pela velocidade síncrona rede. Outra situação acontece quando o sistema elétrico sofre uma perturbação. Se essa perturbação cria um desequilíbrio entre geração e a carga do sistema, isso faz com que o gerador encontre um novo ponto de operação ou perca seu sincronismo, dependendo da magnitude da perturbação (ANDERSON; FOUAD, 2003).

Para efetuar a análise desse problema, faz-se necessário a criação de um algoritmo computacional, a utilização de um modelo matemático para a simulação do gerador, e a modelagem matemática do sistema interligado de energia. Com o objetivo de simplificar a análise deste problema, a utilização do modelo clássico do gerador com equações diferenciais ordinárias (EDOs) de segunda e/ou terceira ordem é suficiente e irá diminuir consideravelmente o tempo de simulação (RAMOS; ALBERTO; BRETAS, 2000). Supondo que a quantidade de energia gerada localmente é muito inferior a energia disponível na rede, o gerador será simulado como se estivesse conectado em um barramento infinito.

Como ferramenta de simulação computacional, faz-se necessário um *software* de fácil acesso e que proporcione resultados confiáveis. Neste estudo as simulações serão feitas usando o *software* MATLAB, por ser uma ferramenta muito poderosa e importante à estudantes e engenheiros, e a disponibilidade do *software* nos laboratórios da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

## 1.3 OBJETIVOS

### 1.3.1 Objetivo Geral

Desenvolvimento de um algoritmo computacional para caracterização de pontos de equilíbrio e análise de estabilidade de ângulo do rotor, quando o gerador é submetido à pequenas e grandes perturbações.

### 1.3.2 Objetivos Específicos

- Estudo de sistemas dinâmicos não-lineares e caracterização de pontos de equilíbrio utilizando método de linearização;
- Desenvolvimento de uma rotina para análise e simulação de um gerador contra um barramento infinito;
- Análise da estabilidade do gerador, quando submetido à pequenas perturbações;
- Análise da estabilidade do gerador, quando submetido à grandes perturbações temporárias e permanentes;
- Cálculo do tempo crítico de atuação da proteção.

## 1.4 JUSTIFICATIVA

Com o crescimento contínuo dos sistemas de energia e a necessidade de se abastecer o consumidor com uma energia de qualidade e confiável, faz-se necessário também o crescimento de estudos e pesquisas relacionadas à essa área. Manter o sistema de energia estável é essencial para se garantir uma qualidade na distribuição de energia.

Naturalmente, o sistema de energia está sujeito à diversos tipos de falhas, como por exemplo falhas originárias de fenômenos naturais ou da ação do homem. O que pode ser feito perante essas falhas no sistema é saber como agir, a fim de proteger tudo o que está conectado na rede de energia.

Visando garantir a estabilidade do sistema de energia, este trabalho propõe um estudo da estabilidade do sistema de energia, em relação ao ângulo do rotor, quando o sistema é submetido à diversos tipos de falhas. A partir dos resultados obtidos deste trabalho, será possível identificar as condições necessárias para que o gerador em estudo esteja em sincronismo e, além disso, será possível determinar o tempo crítico de atuação dos relés de proteção.

## 1.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O trabalho será desenvolvido e apresentado conforme os objetivos apresentados. Para tanto, a primeira etapa será uma revisão bibliográfica. Na revisão bibliográfica, será realizada uma fundamentação teórica com base em livros, artigos, dissertações e na literatura disponibilizada pela biblioteca digital do IEEE.

Após a revisão bibliográfica, será iniciado o desenvolvimento do algoritmo computacional, utilizando o *software* MATLAB. Esta etapa visa implementar e simular o modelo matemático do gerador e da rede elétrica. Concluindo essa fase, de maneira eficiente e satisfatória, é possível partir para a etapa final do projeto, relatar os resultados e evidenciar as conclusões.

## 1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este Trabalho de Conclusão de Curso apresentará, conforme normas internas da Universidade Tecnológica Federal do Paraná e de acordo com as três disciplinas de Trabalho de Conclusão do curso de Engenharia Elétrica, a seguinte estrutura.

**Capítulo 1 - Introdução:** Apresentação e contextualização inicial do trabalho, tema, delimitação do tema, problemas, premissas, objetivos, justificativas e procedimentos metodológicos.

**Capítulo 2 - Embasamento teórico sobre sistemas não-lineares:** Embasamento teórico sobre sistemas dinâmicos não-lineares, apresentando conceitos gerais sobre o sistemas não-lineares, equações diferenciais ordinárias, métodos de linearização e caracterização de pontos de equilíbrio.

**Capítulo 3 - Embasamento teórico sobre estabilidade do sistema elétrico de potência:** Embasamento teórico sobre estabilidade em sistemas elétricos de potência, apresentando conceitos gerais sobre o SEP (Sistema Elétrico de Potência) e sua estabilidade. Modelagem matemática do gerador e do sistema conectado ao gerador.

**Capítulo 4 - Metodologia de Análise e Simulações:** Desenvolvimento da metodologia para caracterização dos pontos de equilíbrio e da análise de estabilidade. Simulação de vários casos de análise de estabilidade rotórica, quando o sistema é submetido à diferentes tipos de perturbações.

**Capítulo 5 - Conclusão:** Análise dos dados obtidos na simulação, considerações finais e proposta de trabalhos futuros.

## 2 REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS NÃO LINEARES

Na matemática, um sistema é um conjunto de uma ou mais equações envolvendo variáveis que interagem entre si. Estas equações podem ser lineares ou não e essa característica definirá o sistema como linear ou não-linear. Por dinâmico entende-se algo que por si só, evolui ao longo do tempo. Ou seja, as propriedades que descrevem um sistema dinâmico variam com o tempo (MACHOWSKI; BIALEK; BUMBY, 2008).

### 2.1 SISTEMAS DINÂMICOS E ESPAÇO DE ESTADOS

A análise de sistemas dinâmicos, por exemplo o sistema elétrico de potência, envolve parâmetros físicos que variam constantemente. Devido à complexidade destas análises, faz-se necessário uma representação matemática que imite as propriedades do sistema dinâmico estudados. Essa representação é chamada de equação diferencial ordinária (EDO).

As equações diferenciais surgiram a partir do estudo dos sistemas dinâmicos. Essas equações foram criadas com o objetivo de imitar o comportamento dos sistemas dinâmicos reais e são determinadas a partir de algumas suposições sobre o comportamento dos sistemas físicos (KHALIL, 2002). O conjunto das equações e suposições será denominado de modelo do sistema físico real. Quanto mais refinado este modelo, mais preciso serão as previsões do comportamento físico.

Dessa forma, equações diferenciais são apenas representações matemáticas de modelos físicos dinâmicos. Diferentes considerações físicas resultam em modelos físicos diferentes e, conseqüentemente, a equações diferenciais distintas (BRETAS; ALBERTO, 2000).

Um sistema de equações diferenciais de primeira ordem é constituído por um conjunto de equações como descrito a seguir:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n)\end{aligned}$$

Toda equação diferencial de ordem “n” pode ser decomposta em “n” equações diferenciais de primeira ordem, facilitando o emprego de métodos numéricos para a solução. A representação do espaço de estados de um sistema acontece quando um modelo matemático descrito por uma equação diferencial de ordem “n” é substituído por um sistema de “n” equações diferenciais, todas de 1ª ordem.

As variáveis  $x_1, x_2, \dots, x_n$  são chamadas de Variáveis de Estado. Elas representam a memória que o sistema dinâmico tem do seu passado e podem ser fisicamente quantizadas como velocidade, aceleração, ângulo, tensão entre outras (KHALIL, 2002). De forma compacta, indica-se o sistema de equações diferenciais de primeira ordem pela notação vetorial:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}) \quad (2.1)$$

A equação anterior é chamada de Equação Estado do sistema dinâmico.

De acordo com Bretas e Alberto (2000), os sistemas dinâmicos podem ser descritos por conjuntos de equações de primeira ordem do tipo  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}$ . O vetor “ $\mathbf{f}$ ” pode depender das próprias variáveis de estado “ $\mathbf{x}$ ”, do tempo “ $t$ ”, e ainda de algum agente ou força externa “ $\mathbf{u}$ ”. Existem, portanto, quatro tipos de sistemas dinâmicos:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (2.2)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}) \quad (2.3)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (2.4)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (2.5)$$

O primeiro deles, equação (2.2), é um sistema variante no tempo e forçado devido a presença de um agente externo. O segundo, equação (2.3) é um sistema apenas variante no tempo. Os últimos, equações (2.4) e (2.5), são sistemas invariantes no tempo, conhecidos como sistemas autônomos. Nestes, o comportamento dinâmico depende exclusivamente do estado do sistema. Uma vez conhecida a condição inicial, é possível deduzir todo o comportamento futuro do sistema (BRETAS; ALBERTO, 2000).

Os sistemas elétricos de potência que serão abordados no presente estudo são sistemas dinâmicos autônomos. Portanto, toda a teoria matemática aqui relatada será restrita a tais sistemas.

## 2.2 LIMITAÇÕES NA ANÁLISE DE SISTEMAS NÃO-LINEARES

Um sistema dinâmico pode ser descrito por equações diferenciais lineares ou não lineares. Quando se trabalha com sistemas não lineares, como por exemplo o sistema elétrico de potência, é possível se deparar com situações muito mais complicadas do que se tem com sistemas lineares.

Devido as ferramentas de análise conhecidas para um sistema linear, o primeiro passo para analisar um sistema não linear é linearizar esse sistema em torno da vizinhança de um ponto de operação e, uma vez linearizado, estudar seu comportamento (KHALIL, 2002). Essa técnica, chama linearização, é explicada em detalhes na seção 2.5.

No entanto, segundo Khalil (2002), existem duas limitações da linearização. Primeira limitação: já que linearização é uma aproximação em uma vizinhança de um ponto de operação, isso só pode prever o comportamento local de um sistema não linear na vizinhança desse ponto. Linearização não pode prever um comportamento “não local”, ou seja, longe do ponto de operação. Segunda limitação: existem fenômenos não lineares que só acontecem em sistemas não lineares. Logo, eles não podem ser descritos e analisados em sistemas lineares (KHALIL, 2002). De acordo com Khalil (2002), alguns exemplos de fenômenos não lineares são:

**Tempo finito de fuga** - Um sistema linear instável tende ao infinito quando o tempo tende ao infinito; um sistema não linear pode tender ao infinito em um tempo finito.

**Múltiplos equilíbrios isolados** - Um sistema linear pode ter somente um ponto isolado de equilíbrio; um sistema não linear pode ter vários pontos isolados de equilíbrio. Esse sistema pode convergir para diferentes pontos de operação no seu regime permanente.

**Ciclos limite** - Para um sistema linear invariante no tempo oscilar ele precisa ter um par de autovalores no eixo imaginário, o que é uma condição quase impossível de se manter na presença de perturbações. Mesmo se isso fosse possível, a amplitude da oscilação vai depender do estado inicial do sistema. Na vida real, oscilações estáveis só são produzidas por sistemas não lineares. Existem sistemas não lineares que podem oscilar em valores fixos de amplitude e frequência, independentemente do estado inicial. Esse tipo de oscilação é conhecido como Ciclo Limite.

**Sub harmônico, harmônico e oscilações quase periódicas** - Um sistema linear alimentado por uma fonte periódica, produz uma saída com a mesma frequência. Um sistema não linear com uma alimentação periódica pode ter uma saída com frequências que são submúltiplos ou múltiplas da frequência de entrada. Isso pode gerar uma oscilação quase periódica. Um exemplo dessa saída é a soma de oscilações periódicas com frequências que não são múltiplas uma das outras.

**Caos** - Um sistema não linear pode ter um comportamento no seu regime permanente que não seja equilíbrio, oscilação periódica ou oscilação quase periódica. Esse comportamento é normalmente chamado de Caos. Alguns desses sistemas caóticos demonstram comportamentos aleatório, independentemente da natureza do sistema.

### 2.3 EXISTÊNCIA E UNICIDADE DE SOLUÇÕES

Como foi visto anteriormente, o sistema elétrico de potência pode ser analisado usando equações diferenciais autônomas de ordem “ $n$ ”, que geralmente são compactamente escritas conforme a equação (2.5). A resposta de tais sistemas está relacionada com a solução de EDOs, dado uma condição inicial do vetor estado no tempo  $t = 0$ .

$$x(0) = x_0 \quad (2.6)$$

A condição inicial (2.6) e a EDO (2.5) constituem o valor inicial do problema. A solução de  $x(t)$  para uma condição inicial  $x_0$  pode ser imaginada como uma curva no espaço. Essa curva pode ser considerada a trajetória do sistema passando pelo ponto  $x_0$  (VAN CUTSEM; VOURNAS, 2001).

Intuitivamente espera-se que para cada condição inicial existirá uma única trajetória para esse sistema. Segundo Van Cutsem e Vournas (2001), as condições pelas quais essa afirmação é correta são esboçadas no Teorema da Existência e Unicidade de Soluções. Supondo que  $f(x)$  é definida em um domínio “U”, de acordo com Van Cutsem e Vournas (2001):

- Se “ $f$ ” é contínuo em “U”, existe uma solução  $x(t)$  para todas as condições iniciais  $x_0$  em “U”;
- Quando “ $f$ ” é “ $k$ ” vezes diferenciável ( $k \geq 1$ ), então a solução  $x_0$  é única e tem “ $k$ ” derivadas contínuas. Entretanto, a condição para a unicidade de soluções é que “ $f$ ” seja suave;
- Quando o intervalo máximo de existência é infinito, o limite de pontos da solução  $x(t)$  pertence aos limites de “U” (quando “U” é limitado), ou é infinito quando “U” não é limitado.

No restante deste capítulo a função “ $f$ ” será considerada como sendo suave em “U”, logo existirá uma única solução para toda condição inicial.

## 2.4 PONTO DE EQUILÍBRIO E REGIÃO DE ESTABILIDADE

Na análise de sistemas dinâmicos, a estabilidade é o estudo do comportamento dinâmico local de (2.5) nas vizinhanças de um certo ponto de equilíbrio. Os pontos de equilíbrio são dados pelas soluções  $x_s$  da equação algébrica:

$$f(x) = 0 \quad (2.7)$$

Um ponto de equilíbrio  $x_s$  é uma solução particular da equação (2.5), uma vez que  $x_0 = x_s$  se obtém  $x(t) = x_s$  para todo valor de “ $t$ ”. Um ponto de equilíbrio  $x_s$  é chamado estável se todas as soluções com um valor inicial próximo à  $x_s$  permanecem próximos ou convergem para  $x_s$  (VAN CUTSEM; VOURNAS, 2001).

Segundo Chiang (2011), um ponto de equilíbrio  $x_s$  é chamado de **estável** se para toda vizinhança “ $V$ ” de  $x_s$  é possível encontrar um vizinhança  $A$  de  $x_s$  que para todo  $x \in A$  a solução  $x(t)$  existe e pertence em “ $V$ ” para todo  $t > 0$ . Esta definição de estabilidade é chamada de Estabilidade de Lyapunov.

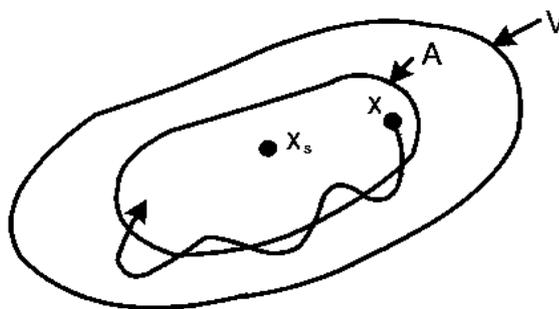


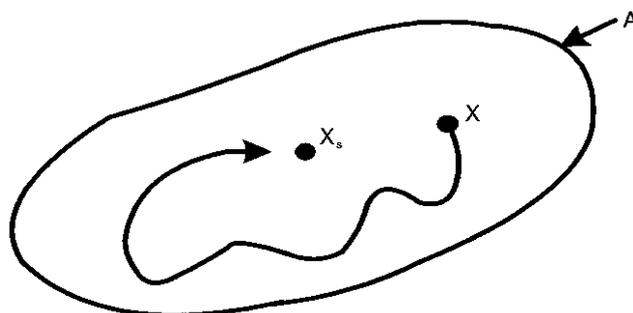
Figura 2-1 - Ilustração da definição da Estabilidade de Lyapunov

Fonte: Chiang (2011)

O conceito de Lyapunov está ilustrado na Figura 2-1. Intuitivamente falando, um ponto de equilíbrio é estável se trajetórias próximas a eles permanecem próximas.

De acordo com Chiang (2011), em muitas aplicações, definir equilíbrio como “trajetórias próximas permanecem próximas” não é suficiente. Em vez disso, a exigência é que “trajetórias próximas permanecem próximas e convergem para um ponto de equilíbrio”. Nesta situação, o conceito de Lyapunov pode ser refinado no conceito de Estabilidade Assintótica.

Um equilíbrio é dito **assintoticamente estável** quando todas as trajetórias com  $x \in A$  se aproximam de  $x_s$  quando  $t \rightarrow \infty$ . Um equilíbrio que não é estável ou assintoticamente estável é chamado de **instável** (CHIANG, 2011). As trajetórias que iniciam próximas a um equilíbrio instável se afastam dele quando  $t \rightarrow \infty$ . Logo, o fato de um sistema possuir um ponto de equilíbrio não garante que o sistema seja estável.

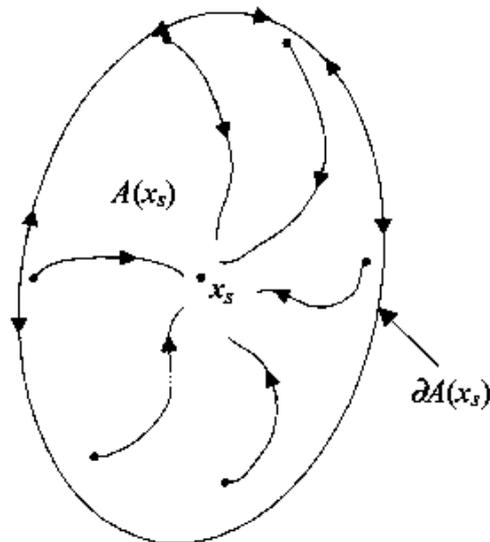


**Figura 2-2 - Ilustração da definição da Estabilidade Assintótica**

**Fonte: Chiang (2011)**

Como visto anteriormente, a estabilidade está relacionada ao ponto de equilíbrio e é uma propriedade local. Ao se analisar as soluções da equação (2.5) para todas as condições iniciais, uma pergunta a ser respondida é: quais trajetórias serão atraídas por um ponto de equilíbrio estável e quais trajetórias irão divergir deste ponto? O conjunto "A", cujo todas as trajetórias com a condição inicial  $x_0 \in A$  irão eventualmente se aproximar de um equilíbrio assintoticamente estável  $x_s$  é conhecido como a região de atração de  $x_s$  (VAN CUTSEM; VOURNAS, 2001).

Segundo Alberto (2005), a região de atração também é conhecida como área de atração, bacia de atração ou região de estabilidade. A Figura 2-3 ilustra a região de atração de um equilíbrio estável.



**Figura 2-3 - Região de Atração**

**Fonte: Chiang (2011)**

A Região de Atração é o maior subconjunto do espaço de estado “ $A$ ” que satisfaz:

$$x_0 \in A(x_s) \Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_s \quad (2.8)$$

Note que em sistemas lineares, a região de atração de um equilíbrio assintoticamente estável é todo o seu espaço de estado, ou seja, todas as condições iniciais originam trajetórias que se aproximam da origem. Por outro lado, de acordo com Van Cutsem e Vournas (2001), em um sistema não linear é necessário estar atento aos seguintes fatos:

- O número de equilíbrios varia. Logo, um sistema pode ter um, mais de um ou nenhum ponto de equilíbrio.
- A região de atração de um equilíbrio assintoticamente estável pode ser limitada e a existência de um equilíbrio estável não é suficiente para garantir a estabilidade do sistema.

## 2.5 LINEARIZAÇÃO DO SISTEMA NÃO LINEAR

Uma vez que o presente estudo tem como foco a análise do sistema elétrico de potência e este sistema é descrito matematicamente por um conjunto de equação não lineares, a aplicação de técnicas de linearização se faz necessária para a caracterização e análise dos pontos de equilíbrio, pois ela simplifica o estudo de sistemas não-lineares.

O Teorema de Hartman-Grobman, como descrito por Vidarde (2002), diz que, pelo menos na vizinhança de um ponto de equilíbrio, se todos os autovalores possuem a parte real diferente de zero, existe um homeomorfismo entre o sistema linear e não linear. Desta forma, estudando o comportamento qualitativo da linearização do sistema não linear em torno dos pontos de equilíbrio, pode-se inferir também sobre o comportamento deste.

O procedimento de linearização utilizado neste trabalho adota como técnica o desenvolvimento de uma função não linear em uma série de Taylor em torno de um ponto de equilíbrio. Nesse processo apenas o termo linear da expansão em série de Taylor é utilizado, sendo desprezados os termos superiores a 2ª ordem. Desta maneira, para que aproximação seja válida, as variáveis não devem se desviar significativamente do ponto de equilíbrio (FERNANDES, 2012).

Seja o sistema não linear autônomo representado a seguir:

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.9)$$

Com o objetivo de linearizar o sistema (2.9) em torno de um ponto de equilíbrio, considere  $x_p$  como sendo um vetor correspondente ao ponto de equilíbrio (estável ou instável) desse sistema, de maneira que uma pequena perturbação seja analisada em torno deste vetor. Assim, considere que uma pequena perturbação  $\Delta x$  seja inserida no sistema,

$$x = x_p + \Delta x \quad (2.10)$$

sendo que " $\Delta$ " representa um pequeno desvio sofrido pela variável. Substituindo o novo estado na equação (2.9), tem-se:

$$\dot{x} = \dot{x}_p + \Delta\dot{x} = f(x_p + \Delta x) \quad (2.11)$$

De acordo com Kundur (1994), ao se assumir que o desvio " $\Delta$ " é pequeno, de modo que a variável permaneça em torno do ponto de equilíbrio especificado, a função não linear (2.11) pode ser representada em termos da expansão em série de Taylor. Nesta representação, o termo  $\Delta x$  elevado a potências superiores a 1ª ordem são desprezados, uma vez que o desvio considerado é pequeno.

Segundo Kundur (1994), a função (2.11) pode ser aproximada pela série de Taylor da seguinte forma:

$$\dot{x}_i = \dot{x}_{ip} + \Delta\dot{x}_i = f_i(x_p + \Delta x) \approx f_i(x_p) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n \quad (2.12)$$

sendo  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Como  $\dot{x}_{ip} = f_i(x_p) = 0$ , tem-se:

$$\Delta\dot{x}_i = f_i(x_p + \Delta x) \approx \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n \quad (2.13)$$

sendo  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Desta maneira, a equação linearizada resultante da equação (2.11) pode ser escrita, como:

$$\Delta\dot{x} = A\Delta x \quad (2.14)$$

sendo:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

A matriz " $A$ ", de acordo com Khalil (2002), é chamada de matriz Jacobiana de (2.11). O sistema linearizado (2.14) é válido considerando o comportamento

dinâmico do sistema próximo ao ponto de equilíbrio no qual ele foi linearizado. Ou seja, o modelo é válido apenas quando as trajetórias do sistema não-linear não se afastam significativamente do ponto de equilíbrio.

## 2.6 AUTOVALORES E AUTOVETORES

Os autovalores podem revelar informações importantes a respeito da estabilidade e do comportamento qualitativo de sistemas dinâmicos. A partir do cálculo dos autovalores e autovetores da matriz “ $A$ ”, a resposta do sistema nessas condições pode ser caracterizada. Além disso, em posse dos autovalores, a estabilidade de um determinado ponto de equilíbrio ou ponto de operação pode ser estudada.

De acordo com Boldrini (1980), um parâmetro “ $\lambda$ ” é chamado de autovalor de “ $A$ ”, se existe um vetor não nulo “ $x$ ” tal que:

$$Ax = \lambda x \quad (2.16)$$

Um vetor não nulo que satisfaça a equação (2.16) é chamado de autovetor de “ $A$ ”. Para facilitar o entendimento desta definição, considere a matriz quadrada abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Ao multiplicar essa matriz “ $A$ ” pelo seguinte vetor:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

sendo que “ $x$ ” é um vetor não nulo e de dimensão  $nx1$ , obtem-se outro vetor também de dimensão  $nx1$ . Da mesma maneira, ao multiplicar o vetor “ $x$ ” por uma constante “ $\lambda$ ”, o resultado, assim como no caso anterior, será um vetor de dimensão  $nx1$ . O valor de “ $\lambda$ ” que faz com que esses dois vetores de dimensão  $nx1$  sejam iguais é chamado de Autovalor de “ $A$ ”. Portanto, autovalor é um número, real ou complexo, que de certa forma pode representar a matriz “ $A$ ” (BOLDRINI, J, L. 1980).

Segundo Fernandes (2012), os autovalores da matriz “A” podem ser obtidos por meio da solução da seguinte equação:

$$\det(\lambda I - A) = 0 \quad (2.19)$$

sendo que “I” é uma matriz identidade de ordem igual à da matriz “A”. A equação (2.19), chamada de equação característica de “A”, resulta em um sistema de “n” equações e “n” incógnitas, onde “n” é a ordem da matriz “A”. As raízes de (2.19) são os autovalores associados à matriz “A”.

Em relação aos autovalores  $\lambda_i$  da matriz “A”, verifica-se que o mesmo é responsável por caracterizar a resposta do sistema. Por meio deles é possível realizar o estudo sobre a estabilidade desse sistema e do seu comportamento.

De maneira simples, segundo Khalil (2002), se todos os autovalores de “A” têm parte real negativa, o ponto de equilíbrio desse sistema é dito assintoticamente estável. Se pelo menos um autovalor tem parte real positiva, o ponto de equilíbrio é dito instável.

De acordo com Khalil (2002), se os autovalores forem **reais e distintos**, o ponto de equilíbrio estudado será um nó ou uma sela.

- Se todos os autovalores forem positivos, o ponto de equilíbrio será um nó instável;
- Se todos os autovalores foram negativos, o ponto de equilíbrio será um nó estável;
- Se os autovalores possuem sinais opostos, o ponto de equilíbrio será uma sela instável.

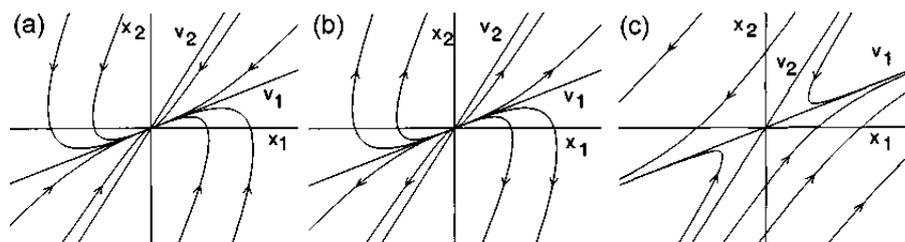


Figura 2-4 - Nó estável (a), nó instável (b) e sela instável (c)

Fonte: Khalil (2002)

Se os autovalores tiverem parte **real e complexa**, na forma  $\alpha \pm j\beta$ , o ponto de equilíbrio estudado será uma espiral ou um centro.

- Se  $\alpha > 0$ , o ponto de equilíbrio será um espiral instável;
- Se  $\alpha < 0$ , o ponto de equilíbrio será um espiral estável;
- Se  $\alpha = 0$ , o ponto de equilíbrio será um centro.

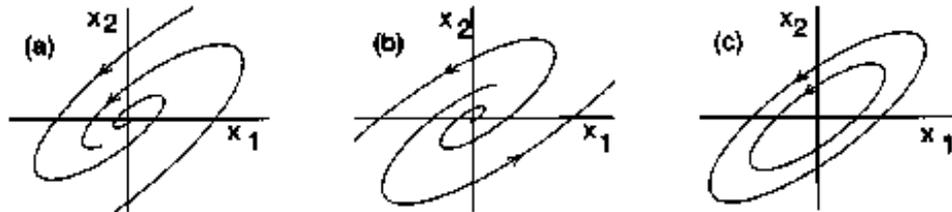


Figura 2-5 - Espiral estável (a), espiral instável (b) e centro (c)

Fonte: Khalil (2002)

Se os autovalores são **reais, repetidos e diferentes de zero**, o ponto de equilíbrio será uma estrela ou um nó impróprio.

- Se a matriz de autovalores é múltipla da matriz identidade, então o ponto de equilíbrio será uma estrela. Caso contrário, o ponto de equilíbrio será um nó impróprio;
- Se os autovalores são negativos, então o ponto de equilíbrio é estável;
- Se os autovalores forem positivos, então o ponto de equilíbrio é instável.

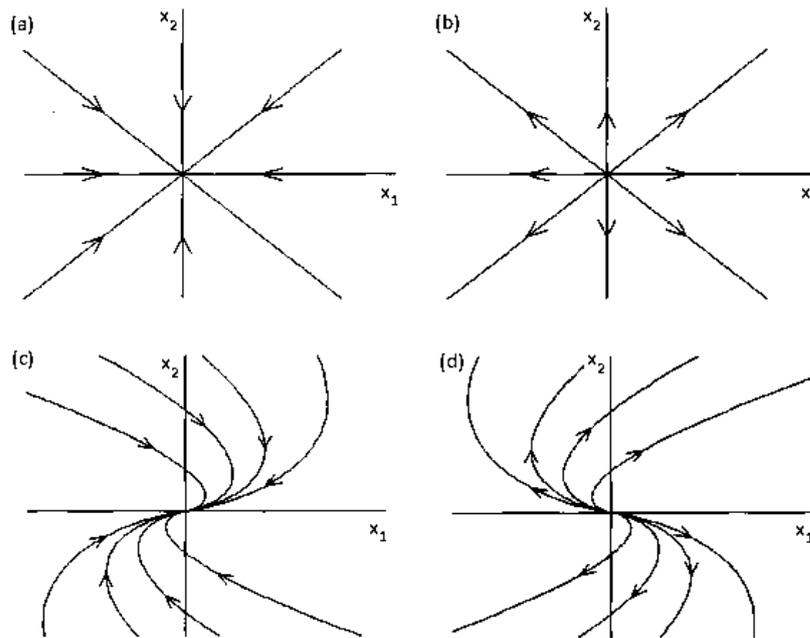


Figura 2-6 - Estrela estável (a), estrela instável (b), nó impróprio estável (c) e impróprio instável (d)

Fonte: Khalil (2002)

## 2.7 MÚLTIPLOS EQUILÍBRIOS

O sistema linear (2.14) tem um único ponto de equilíbrio em  $x_p = 0$ . Esse é o único ponto de equilíbrio possível que esse sistema linear pode ter, assim como qualquer outro sistema linear possui somente um ponto de equilíbrio. Por outro lado, de acordo com Khalil (2002), sistemas não lineares podem ter múltiplos pontos de equilíbrio. No exemplo a seguir, será explorado o comportamento qualitativo da equação de um pêndulo.

Considere a equação do pêndulo representada no espaço de estados a seguir:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.21)$$

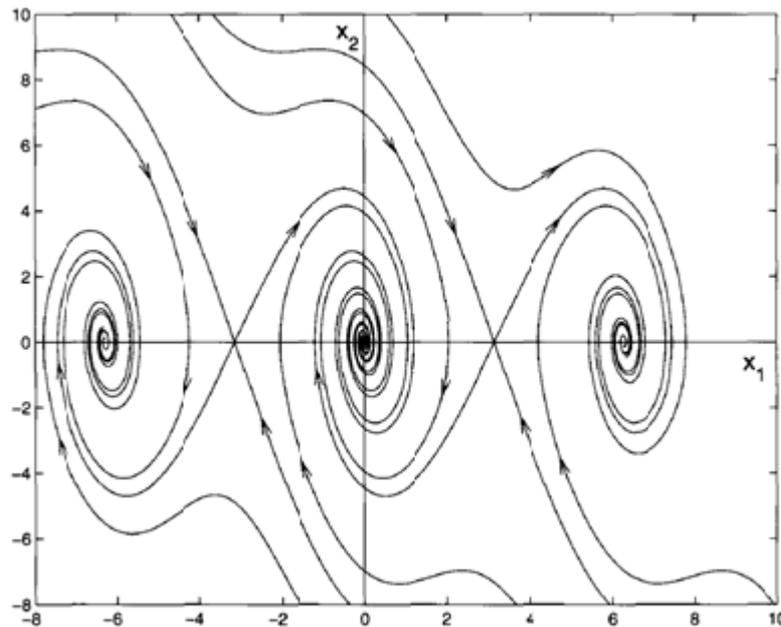
$$\dot{x}_2 = -\frac{g}{l} \sin x_1 - \frac{k}{m} \sin x_2 \quad (2.22)$$

Para achar os pontos de equilíbrio, considera-se  $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0$  e conseqüentemente os valores de  $x_1$  e  $x_2$  são encontrados.

$$0 = x_2 \quad (2.23)$$

$$0 = -\frac{g}{l} \sin x_1 - \frac{k}{m} \sin x_2 \quad (2.24)$$

Os pontos de equilíbrio são  $(n\pi, 0)$  para  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . O retrato de fase desse sistema é mostrado na Figura 2-7. O retrato de fase é periódico em  $x_1$  com um período de  $2\pi$ . Os pontos de equilíbrio  $(0,0)$ ,  $(2\pi, 0)$ ,  $(-2\pi, 0)$ , e etc., correspondem à um espiral estável, como pode ser observado. Da mesma maneira, os pontos de equilíbrio  $(\pi, 0)$ ,  $(-\pi, 0)$ , e etc., correspondem à um ponto sela instável.



**Figura 2-7 - Retrato de fase da equação do pêndulo**

**Fonte: Khalil (1992)**

O retrato de fase da Figura 2-7 mostra o comportamento qualitativo global da equação do pêndulo. O comportamento desse sistema possui as mesmas características para valores de  $x_1$  e  $x_2$  maiores do que os retratados acima. Logo, chega-se à conclusão que um sistema não linear pode ter mais de um ponto de equilíbrio.

## 2.8 CRIAÇÃO DE RETRATOS DE FASE

Os sistemas autônomos de 2ª ordem ocupam um lugar importante na análise qualitativa de sistemas, pois as soluções de suas trajetórias podem ser representadas por meio de curvas no plano. Essas curvas, também chamadas de retratos de fase, representam a trajetória das soluções de um sistema e possibilitam uma análise qualitativa do comportamento do mesmo (KHALIL, 2002).

As ferramentas computacionais que traçam a solução de equações diferenciais ordinárias são amplamente usadas e possuem fácil acesso. Elas podem ser usadas, entre outras utilidades, para construir retratos de fase de sistemas de ordem “ $n$ ”.

De maneira geral, desenhar a trajetórias de sistemas usando o retrato de fase depende dos seguintes passos:

1. Separar uma EDO de ordem “ $n$ ” em “ $n$ ” equações de 1ª ordem, assim como foi tratado na seção (2.1).
2. Encontrar os pontos de equilíbrio desse sistema (2.4).
3. Definir a abrangências das condições iniciais  $x_1$  e  $x_2$  para que as trajetórias de todas as condições iniciais sejam plotadas dentro desse limite, construindo o retrato de fase.

$$x_{1min} \leq x_1 \leq x_{1max}$$

$$x_{2min} \leq x_2 \leq x_{2max}$$

4. Definir o vetor do intervalo de integração e o passo  $[t_0: passo: t_f]$ .

A partir da obtenção de todos esses dados é possível construir um retrato de fase. Neste trabalho, o *software* usado na plotagem é o Matlab. Neste *software* existem diversas funções responsáveis pela resolução de EDOs. Elas se diferem pelo método utilizado na resolução das equações diferenciais. Neste trabalho a função utilizada será a “ode45”, que faz uso do método de Runge-Kutta para a resolução das equações.

### 3 ANÁLISE DO SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA

#### 3.1 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA ELÉTRICO

Uma vez que o maior problema a respeito da estabilidade do sistema elétrico é saber se o sistema vai ou não permanecer em equilíbrio perante uma perturbação, o conhecimento das equações matemáticas que descrevem todos os componentes desse sistema se torna essencial ao estudo da estabilidade.

Na sequência será apresentada a descrição do modelo de cada componente do Sistema Elétrico de Potência (SEP) que será utilizado no estudo de estabilidade deste trabalho.

##### 3.1.1 Transformadores de Potências

O transformador de potência é o elemento responsável pela interligação do SEP, atuando como elevador ou abaixador de tensão para fins de transmissão e distribuição. Na Figura 3-1, vê-se um transformador monofásico com dois enrolamentos, entretanto, com todos os parâmetros do secundário refletidos ao primário.

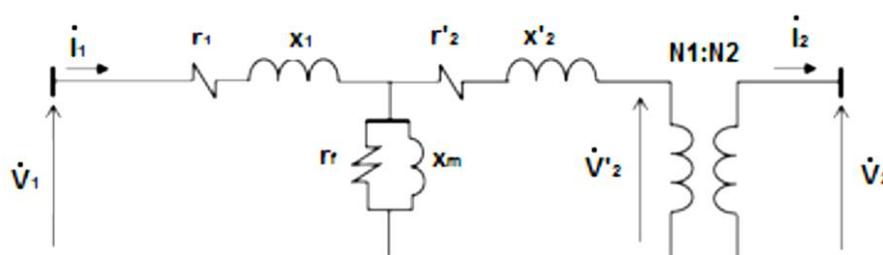


Figura 3-1 - Modelo do transformador monofásico

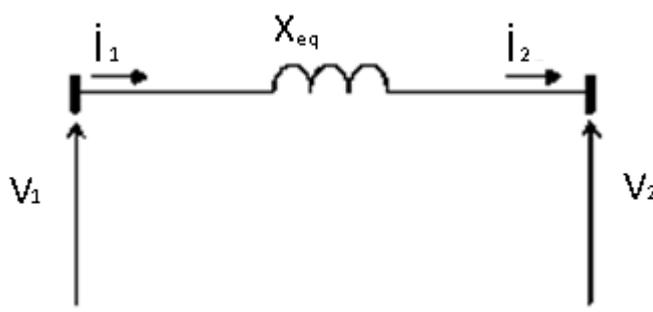
Fonte: Stevenson Jr. (1978)

sendo que  $r_1$  e  $r'_2$  são a resistência elétrica equivalente do enrolamento primário e secundário,  $x_1$  e  $x'_2$  são a reatância equivalente do enrolamento primário e secundário,  $r_f$  é a resistência elétrica referente as perdas no núcleo,  $x_m$  é a reatância

equivalente de excitação,  $I_1$  e  $I_2$  são as correntes que circulam no enrolamento primário e secundário,  $V_1$  e  $V_2$  são as tensões nos terminais do transformador.

De acordo com Stevenson Jr. (1978), a representação matemática do Trafo depende do estudo a ser realizado. Em sistemas elétricos de alta, extra ou ultra tensão, costuma-se desprezar a parcela real da impedância ( $r_1$  e  $r'_2$ ), pois se sabe que o rendimento de um transformador é elevado e normalmente superior a 98%.

Segundo Stevenson Jr. (1978), estudos afirmam que a corrente de magnetização do transformador é muito menor que a da carga, razão pela qual também se despreza o ramo paralelo. Além disso, o valor da reatância equivalente de dispersão  $X_{eq} = x_1 + x'_2$  em p.u. (por unidade) é igual considerando tanto os parâmetros do secundário refletidos no primário quanto os parâmetros do primário refletidos no secundário. Resta assim, a seguinte representação para o transformador em estudos de SEP, como mostra a Figura 3-2.



**Figura 3-2 - Modelo simplificado do transformador para o SEP**

**Fonte: Stevenson Jr. (1978)**

Desta maneira, baseando-se no modelo simplificado do transformador apresentado acima, a representação do transformador nos sistemas abordados neste estudo se resumirá a uma reatância  $X_{eq}$  em p.u.

### 3.1.2 Linhas de Transmissão

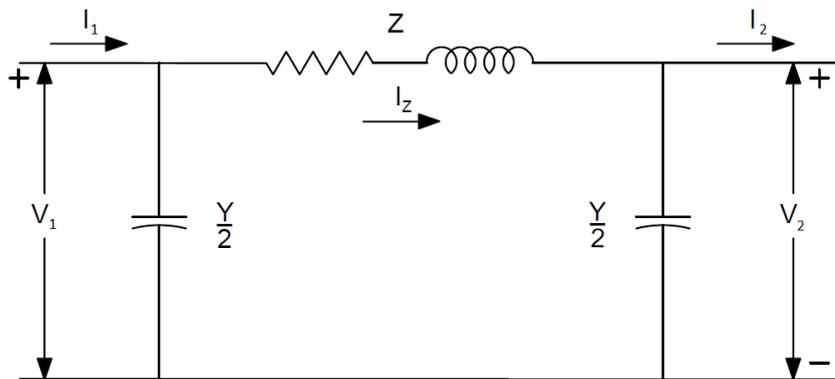
Trata-se do elemento responsável por transportar a energia elétrica gerada até próximo aos centros consumidores. Conforme local de geração e centro de consumo altera-se o comprimento e a modelagem dos parâmetros que descrevem as

linhas de transmissão (STEVENSON JR., 1978). Para o presente estudo, será considerado o modelo pi. Neste modelo, os comportamentos indutivo e resistivo estão concentrados em  $Z$  (impedância total longitudinal da linha). O comportamento capacitivo está concentrado em  $Y$  (admitância total transversal da linha). A Figura 3-3 apresenta o modelo pi que será utilizado.

$$Z = (r + j\omega l)d \quad (3.1)$$

$$Y = j\omega Cl \quad (3.2)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (3.3)$$



**Figura 3-3 - Modelo pi da linha de transmissão**

**Fonte: Stevenson Jr. (1978)**

sendo que  $r$  é a resistência por unidade de comprimento ( $\Omega/\text{km}$ ),  $l$  é a indutância por unidade de comprimento ( $\text{H}/\text{km}$ ),  $c$  é a capacitância com unidade de comprimento,  $d$  é o comprimento da linha em ( $\text{km}$ ),  $\omega$  é a frequência angular em ( $\text{rad}/\text{s}$ ) e  $f$  é a frequência do sinal aplicado em ( $\text{Hz}$ ).

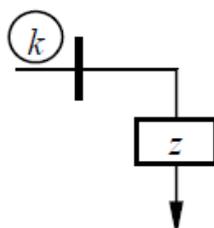
As relações entre correntes e tensões do modelo da Figura 3-3 são:

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{Z} + V_1 \frac{Y}{2} \quad (3.4)$$

$$I_2 = \frac{V_2 - V_1}{Z} + V_2 \frac{Y}{2} \quad (3.5)$$

### 3.1.3 Carga

Igualmente ao caso anteriores, a representação da carga também depende do estudo a ser realizado. Para estudos de estabilidade, segundo Stevenson Jr., (1978), a carga do sistema pode ser considerada como sendo impedância constante. A Figura 3-4 ilustra a representação da carga como impedância constante.



**Figura 3-4 - Carga com impedância constante**

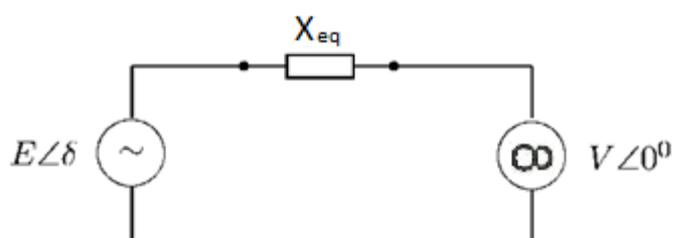
**Fonte: Stevenson Jr. (1978)**

A impedância  $Z$  é calculada considerando os valores de tensão, corrente e potência pré-falta. Para o presente estudo, foi considerado o modelo de impedância constante.

### 3.1.4 Barramento Infinito

Um tipo de análise frequente em estudos de estabilidade envolve o comportamento de um gerador síncrono conectado por meio de um sistema de transmissão a um grande sistema de potência (SIMÕES-COSTA; SILVA, 2000).

Nestes casos, o grande sistema é representado por uma barra infinita. Este termo corresponde ao modelo de um sistema cujo porte é tão maior que o da máquina sob estudo que se justifica representar uma barra em que a frequência e tensão permanecem constantes, independentemente da potência que o sistema gera ou absorve. O esquema unifilar do sistema em questão está representado na Figura3-5.



**Figura 3-5 - Barramento infinito**

**Fonte: Simões-Costa; Silva (2000)**

Segundo Simões-Costa e Silva (2000), a potência entregue pelo gerador síncrono à barra infinita é dada por:

$$P_e = \frac{EV}{X_{eq}} \text{sen}(\delta) = P_{max} \text{sen}(\delta) \quad (3.6)$$

sendo que  $E$  é a tensão terminal do gerador,  $V$  é a tensão do barramento infinito,  $X_{eq}$  é a impedância equivalente do sistema e  $\delta$  é o ângulo do rotor. O presente estudo faz a análise de estabilidade de um gerador conectado à uma barra infinita, assim como abordado nesta seção.

### 3.1.5 Geradores Síncronos

O estudo dos modelos matemáticos de geradores síncronos é um tema amplo e complexo. Como o foco deste trabalho é o estudo de estabilidade do sistema elétrico, os modelos matemáticos aqui abordados serão somente os modelos necessários para as aplicações neste estudo. Análises mais detalhadas a respeito da modelagem de geradores síncronos podem ser encontrados, por exemplo, em literaturas como (RAMOS; ALBERTO; BRETAS, 2000).

Segundo Kundur (1994), um gerador síncrono possui dois elementos essenciais: o enrolamento de campo e o enrolamento da armadura. Normalmente, o campo se encontra no rotor e a armadura no estator. O enrolamento de campo é excitado diretamente por uma corrente. Quando o rotor entra em movimento devido a ação da turbina, o campo magnético do enrolamento de campo induz uma tensão trifásica nos três enrolamentos da armadura do estator. Se os terminais do estator

estiverem conectados à uma carga ou curto-circuitados, fluirá uma corrente estatórica gerando um campo eletromagnético de origem estatórica. A frequência das correntes alternadas induzidas nos enrolamentos do estator depende da velocidade mecânica e do número de polos do rotor.

Quando duas ou mais máquinas síncronas estão interconectadas, a tensão no estator e as correntes de todas as máquinas devem possuir a mesma frequência e a velocidade mecânica do rotor de cada uma das máquinas deve ser sincronizada com a sua frequência. Logo, os rotores de todas as máquinas síncronas interligadas devem estar em sincronismo. A instabilidade pode ocorrer mesmo diante de uma pequena perturbação que resulte em aceleração e/ou desaceleração crescente dos rotores das máquinas, levando as mesmas à perda do sincronismo com outros geradores (KUNDUR, 1994).

O arranjo físico do enrolamento de armadura do estator, de acordo com Kundur (1994), é construído de maneira que as correntes alternadas que fluem no seu enrolamento trifásico produzem um campo magnético girante que, sob condições normais de operação, gira na mesma velocidade do rotor. O campo magnético do rotor e do estator interagem entre si e geram um torque eletromagnético resultante da tendência que os dois campos magnéticos tem de se alinhar. Kundur (1994) explica que, nos geradores, esse torque eletromagnético se opõe a rotação do rotor, logo o torque mecânico deve ser aplicado pela turbina e sustentar a rotação. A potência elétrica de saída de um gerador é modificada pela mudança do torque mecânico fornecido pela turbina. Ao aumentar o torque mecânico o campo magnético do rotor é deslocado para uma nova posição em relação ao campo magnético do estator. Da mesma maneira, uma diminuição no torque mecânico resulta em um retardo da posição do campo magnético rotor. Em condições normais de operação, o campo magnético do rotor e do estator tem a mesma velocidade. No entanto, existe uma separação angular entre eles dependendo da potência elétrica na saída do gerador (KUNDUR, 1994).

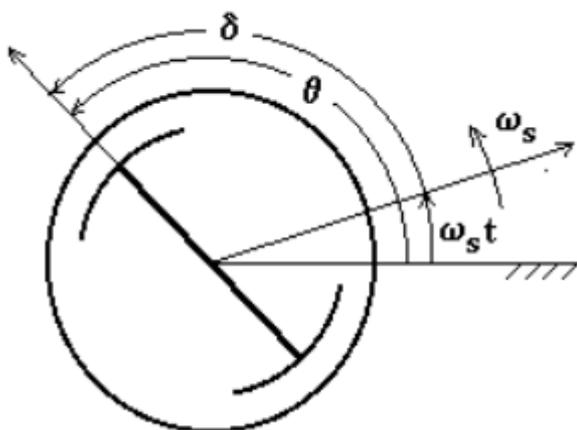
Segundo Ramos, Alberto e Bretas (2000), as equações de maior importância no estudo de estabilidade do sistema elétrico relacionam o balanço de potência das máquinas com a variação de sua velocidade angular. Quando existe um desbalanço

dos torques que atuam no rotor, ele irá acelerar ou desacelerar. O torque responsável por esta aceleração é:

$$T_a = T_m - T_e = J\ddot{\theta} \quad (3.7)$$

onde  $T_a$  é o torque acelerante, ou resultante, ( $N.m$ ),  $T_m$  é o torque mecânico ( $N.m$ ),  $T_e$  é o torque eletromagnético ( $N.m$ ),  $J$  é o momento de inércia do rotor ( $kg.m^2$ ) e  $\theta$  é o ângulo mecânico do eixo do rotor com relação a um eixo de referência estacionário ( $rad$ ).

O torque acelerante é resultante da interação entre o torque mecânico e o torque elétrico. O torque mecânico  $T_m$  é criado pela turbina devido a ação de um agente motor, por exemplo a água em caso de usinas hidroelétricas. O torque elétrico  $T_e$  se opõe ao  $T_m$ , gerando a potência elétrica exigida pelas cargas (RAMOS; ALBERTO; BRETAS, 2000).



**Figura 3-6 - Relação entre  $\theta$  e  $\delta$**

**Fonte: Simões-Costa; Silva (2000)**

O ângulo  $\theta$  é medido em relação a uma referência estacionária e é uma função senoidal do tempo em condições de regime permanente. Quando essa referência é adotada, a equação (3.7) se torna inconveniente para os estudos de estabilidade. Uma alternativa diante desse inconveniente é utilizar outro sistema como referência, não fixo, mas girando à velocidade síncrona (RAMOS; ALBERTO; BRETAS, 2000). O ângulo do rotor em relação a esta nova referência é dado por:

$$\delta_m = \theta_m - \omega_{ms}t \quad (3.8)$$

sendo que  $\omega_s$  é a velocidade angular mecânica síncrona girante e  $\delta_m$  é o ângulo do rotor (ângulo mecânico formado entre o rotor e a referência girante).

Usando essa nova referência,  $\delta_m$  será constante em condições de regime permanente e proporcionará uma grande simplificação (RAMOS; ALBERTO; BRETAS, 2000). Com isso as equações de aceleração não se alteram ao passar para esse novo sistema de referência. Derivando a equação (3.8) em relação ao tempo, tem-se:

$$\dot{\delta}_m = \dot{\theta}_m - \omega_{ms} \quad (3.9)$$

Derivando novamente a equação (3.9) em relação ao tempo, obtém-se:

$$\ddot{\delta}_m = \ddot{\theta}_m \quad (3.10)$$

Assim sendo, pode-se reescrever a equação (3.7) como:

$$T_m - T_e = J\ddot{\delta}_m \quad (3.11)$$

Em sistemas elétricos de potência, é mais conveniente trabalhar com potências em vez de torques, uma vez que as medições de potências podem ser efetuadas por meio de grandezas puramente elétricas (RAMOS; ALBERTO; BRETAS, 2000). Multiplicando ambos dos lados da equação (3.11) pela velocidade angular mecânica  $\omega_m$  obtém-se uma equação diferencial em função das potências envolvidas.

$$P_m - P_e = J\ddot{\delta}_m\omega_m \quad (3.8)$$

Para a análise do sistema elétrico, também é conveniente trabalhar com parâmetros elétricos. Logo, pode-se inserir o ângulo elétrico do rotor na equação. A relação entre o ângulo do rotor  $\delta_m$  e o ângulo elétrico  $\delta_e$  é dada por (RAMOS; ALBERTO; BRETAS, 2000):

$$\delta_e = \frac{p}{2}\delta_m \quad (3.12)$$

Substituindo essa nova variável, a equação (3.12) pode ser reescrita como:

$$P_m - P_e = \frac{2J}{p}\ddot{\delta}_e\omega_m \quad (3.13)$$

Para Ramos, Alberto e Bretas (2000) supõe-se que a velocidade  $\omega_m$  não se afasta significativamente de  $\omega_s$ . Caso contrário, ocorreria perda de sincronismo rapidamente e o sistema tornar-se-ia instável, logo, a seguinte simplificação é realizada:

$$J\omega_m \cong J\omega_s = M_m \quad (3.14)$$

sendo que  $M_m$  é a constante de inércia da máquina. Substituindo  $M_m$  na equação (3.13) obtém-se:

$$P_m - P_e = \frac{2M_m}{p} \ddot{\delta}_e \quad (3.15)$$

Em sistemas de potência, devido à grande variedade de tensões envolvidas, costuma-se trabalhar com grandezas por unidade (p.u.). Para transformar a Equação (3.15) para o sistema por unidade, deve-se dividir ambos os lados pela potência base.

$$\frac{P_m}{S_b} - \frac{P_e}{S_b} = \frac{2M_m}{S_b p} \ddot{\delta}_e \quad (3.16)$$

Com o intuito de simplificar a equação anterior, Ramos, Alberto e Bretas (2000) atribuem uma nova constante de inércia “M” para a máquina, dada por:

$$M = \frac{2M_m}{S_b p} \quad (3.17)$$

Esta constante já está no sistema por unidade e leva em consideração o número de polos da máquina. Dessa forma, substituindo a equação (3.17) em (3.16) tem-se:

$$M\ddot{\delta}_e = P_m - P_e \text{ (p. u.)} \quad (3.18)$$

A equação (3.18) é chamada de equação de “swing”. Porém, a equação acima não contempla a perda de energia cinética. Segundo Anderson e Fouad (2003), para compensar este erro é necessário adicionar um termo de amortecimento  $D\dot{\delta}_e$  (efeitos de perdas de energia resultantes do movimento do rotor em atrito com os mancais ou até mesmo com o ar) na equação. Dessa forma, considerando o termo de amortecimento e um sistema com n-máquinas obtêm-se um conjunto de equações diferenciais de segunda ordem dadas por:

$$M_i \ddot{\delta}_{ei} + D_i \dot{\delta}_{ei} = P_{mi} - P_{ei} \text{ (p.u.) } i = 1, \dots, n \quad (3.19)$$

sendo:

$\ddot{\delta}_{ei}$  - é a aceleração angular do gerador  $i$  em  $(rad/s^2)$ ;

$\dot{\delta}_i$  - é a velocidade angular do gerador  $i$  em  $(rad/s)$ ;

$M_i$  - é a constante de inércia do gerador  $i$  em  $(p.u./(rad/s^2))$ ;

$D_i$  - é a constante de amortecimento do gerador  $i$  em  $(p.u./(rad/s))$ ;

$P_{mi}$  - é a potência mecânica do gerador  $i$  em  $(p.u.)$ ;

$P_{ei}$  - é a potência elétrica do gerador  $i$  em  $(p.u.)$ .

No entanto, ao trabalhar com estabilidade referente ao ângulo do rotor é conveniente deixar a potência elétrica em função de  $\delta$ . Considerando uma máquina contra um barramento infinito e substituindo (3.6) em (3.19) obtém-se:

$$M_i \ddot{\delta}_{ei} + D_i \dot{\delta}_{ei} = P_{mi} - P_{maxi} \text{sen}(\delta_{ei}) \quad (3.20)$$

sendo:

$\delta_{ei}$  - é o ângulo do rotor do gerador  $i$  em  $(rad)$ ;

$P_{maxi}$  é a potência máxima fornecida pelo gerador  $i$  em  $(p.u.)$ .

A equação (3.20) representa o modelo do gerador contra um barramento infinito que será utilizada no presente estudo de estabilidade.

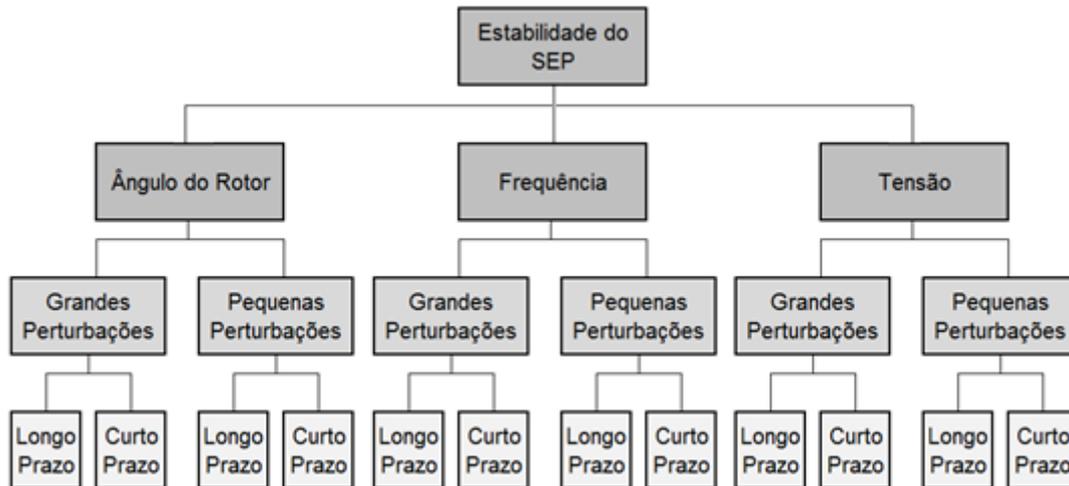
### 3.2 ESTABILIDADE DO SISTEMA ELÉTRICO

Por natureza, um sistema de potência sofre com dois tipos de distúrbios: distúrbios eventuais e distúrbios de carga (ANDERSON; FOUAD, 2003). Exemplos de distúrbios eventuais são perda de unidades geradoras ou componentes de transmissão (linhas, transformadores e subestações) devido à um curto circuito causado por descargas atmosféricas, ventos fortes, operação incorreta de relés de proteção ou a combinação de tais eventos. Esse tipo de distúrbio muda a configuração da rede do SEP, afetando a potência elétrica dos geradores. Por outro lado, os distúrbios de carga são causados por mudanças repentinas na carga ou demanda do sistema. Distúrbios de carga normalmente não ocasionam uma mudança na configuração da rede do SEP (CHIANG, 2011). Nas seções seguintes (3.2.2 e 3.2.3), será visto que esses distúrbios também podem ser classificados como pequenas ou grandes perturbações.

Chiang (2011) afirma que é possível determinar a estabilidade de um sistema analisando se a resposta desse sistema a essas perturbações está, ou não, dentro de sua região de equilíbrio. Como resposta à uma perturbação, os geradores síncronos sofrem um reajuste nos seus parâmetros ângulo do rotor, frequência e tensão. O período de reajuste desses parâmetros é chamado de período transitório (KUNDUR, 1994). O critério principal para que um sistema mantenha a sua estabilidade é que as máquinas síncronas devem manter o sincronismo após o período transitório (ANDERSON; FOUAD, 2003).

Analisando agora a classificação da estabilidade de um SEP, tem-se que a mesma pode ser dividida em três categorias distintas de acordo com as seguintes características (KUNDUR, 1994):

- A natureza física do mecanismo que resulta em instabilidade (ângulo do rotor, frequência e tensão).
- O tamanho da perturbação considerada, o que influencia o método de cálculo e previsão de estabilidade (pequenas ou grandes perturbações).
- O intervalo de tempo que deve ser tomado em consideração para avaliar a estabilidade (curto prazo e longo prazo).



**Figura 3-7 – Classificação de estabilidade do sistema elétrico de potência**

**Fonte: Autoria própria**

A Figura 3-7 fornece uma ilustração geral do problema da estabilidade de SEP, mostrando suas categorias e subcategorias. O presente estudo aborda apenas uma de suas subcategorias, realizando o estudo da estabilidade do ângulo do rotor para pequenas e grandes perturbações com tempo curto e longo de duração.

### 3.2.1 Estabilidade de Ângulo do Rotor

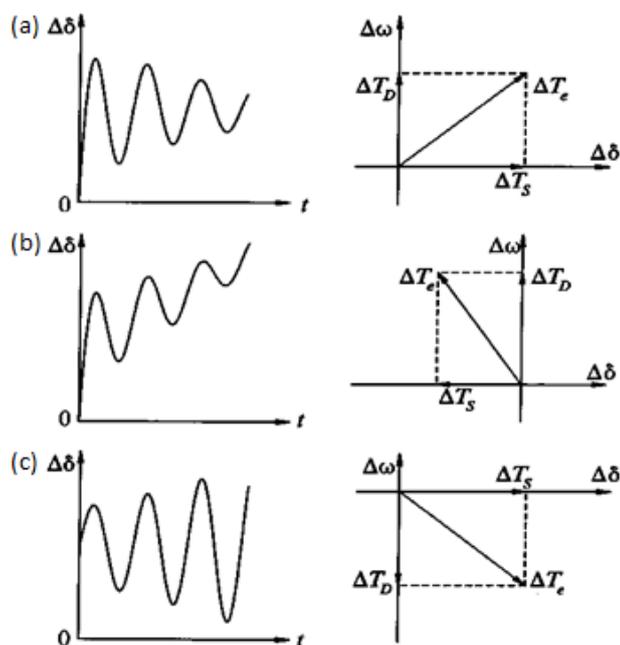
De acordo com Kundur (1994), a estabilidade do ângulo do rotor se refere à capacidade que cada máquina síncrona conectada no sistema tem de permanecer em sincronismo após o sistema ter sido submetido a um distúrbio. Isso depende das características eletromecânicas inerentes ao sistema de potência, pois irá depender da capacidade do sistema em se manter/restaurar o equilíbrio entre o torque eletromagnético e o torque mecânico de cada máquina síncrona conectada no sistema.

Em sistemas de potência, segundo Kundur (1994), a mudança do torque elétrico de uma máquina síncrona após uma pequena perturbação pode ser decomposta em duas componentes:

$$\Delta T_e = T_S \Delta \delta + T_D \Delta \omega \quad (3.21)$$

sendo que  $T_S\Delta\delta$  é a componente da variação do torque em fase com a perturbação do ângulo do rotor  $\Delta\delta$  e é referida como componente de torque sincronizante;  $T_S$  é o coeficiente de torque sincronizante. Já a parcela  $T_D\Delta\omega$  é a componente da variação do torque em fase com a perturbação da velocidade  $\Delta\omega$  e é referida como componente de torque de amortecimento;  $T_D$  é o coeficiente de torque de amortecimento (KUNDUR, 1994).

A estabilidade do sistema depende da existência das duas componentes de torque para cada máquina síncrona. A insuficiência do torque de sincronismo  $T_S$  resulta numa instabilidade aperiódica do ângulo do rotor  $\Delta\delta$ , como pode ser observado na Figura 3-8 (b). Por outro lado, a insuficiência do torque de amortecimento  $T_D$ , resulta numa instabilidade oscilatória do ângulo do rotor  $\Delta\delta$  Figura 3-8 (c) (KUNDUR, 1994).



**Figura 3-8 – Variação do ângulo do rotor em relação aos torques de sincronismo e de amortecimento**

**Fonte: Kundur (1994)**

Para facilitar o entendimento do fenômeno da estabilidade angular em sistemas de potência, Simões-Costa e Silva (2000) sugere classificá-lo em duas categorias: estabilidade para pequenas perturbações e estabilidade para grandes perturbações.

### 3.2.2 Estabilidade Frente a Pequenas Perturbações

Estabilidade frente a pequenas perturbações é a habilidade do sistema se manter em sincronismo frente a pequenas perturbações (KUNDUR, 1994). Estas perturbações ocorrem continuamente no sistema devido a pequenas variações de carga e geração. Uma perturbação é considerada suficientemente pequena se não houver considerável perda de precisão quando se analisa o fenômeno por meio de um modelo linearizado. Segundo Kundur (1994), a instabilidade resultante pode ser de duas formas:

- Aumento aperiódico no ângulo do rotor devido à insuficiência do torque sincronizante (ou potência sincronizante).
- Oscilações angulares de amplitudes crescentes devido à insuficiência do torque de amortecimento (ou potência de amortecimento).

Suponha que o ângulo do rotor do gerador sofre uma pequena perturbação  $\Delta\delta$  em relação ao seu valor de regime permanente  $\delta_0$ , que implica em uma variação na potência elétrica  $\Delta P_e$  em relação ao seu valor de regime permanente  $P_e^0$ :

$$P_e = P_e^0 + \Delta P_e \quad (3.22)$$

De acordo com Simões-Costa e Silva (2000), a variação de  $P_e$  pode ser determinada via expansão em série de Taylor da equação geral da potência elétrica transmitida (3.6).

$$P_e \approx P_e^0 + \left. \frac{\partial P_e}{\partial \delta} \right|_{\delta=\delta_0} \Delta\delta = P_e^0 + \left( \frac{EV}{x_{eq}} \cos(\delta_0) \right) \Delta\delta \quad (3.23)$$

O coeficiente entre parênteses na segunda parcela da expressão acima é conhecido como coeficiente de potência de sincronização (ou sincronizante) e é denotado por  $S_p$  (SIMÕES-COSTA; SILVA, 2000). Verifica-se, por meio da equação (3.23), que  $S_p$  é tangente à curva a curva  $P_e$  no ponto  $\delta_0$ , como pode ser visto na Figura 3-9:

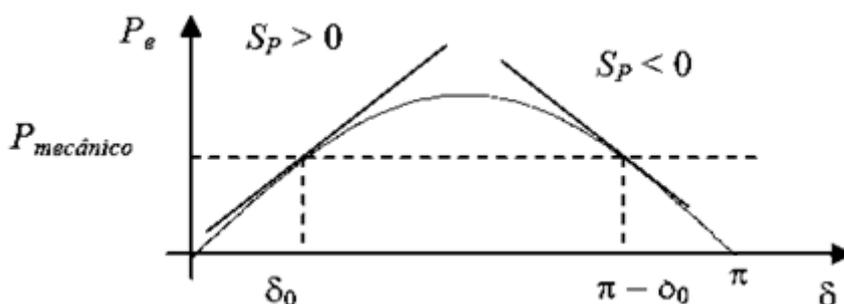


Figura 3-9 - Coeficiente de potência sincronizante

Fonte: Adaptado de Borges (2005)

Kundur (1994) relata que um requisito para que o gerador seja estável em regime permanente é que o coeficiente de potência de sincronismo seja positivo, ou seja  $S_p > 0$ . Essa afirmação pode ser comprovada analisando a resposta do sistema à uma perturbação no ângulo do rotor, nos pontos de equilíbrio  $\delta_0$  e  $\pi - \delta_0$ . Considere a Figura 3-10 a seguir:

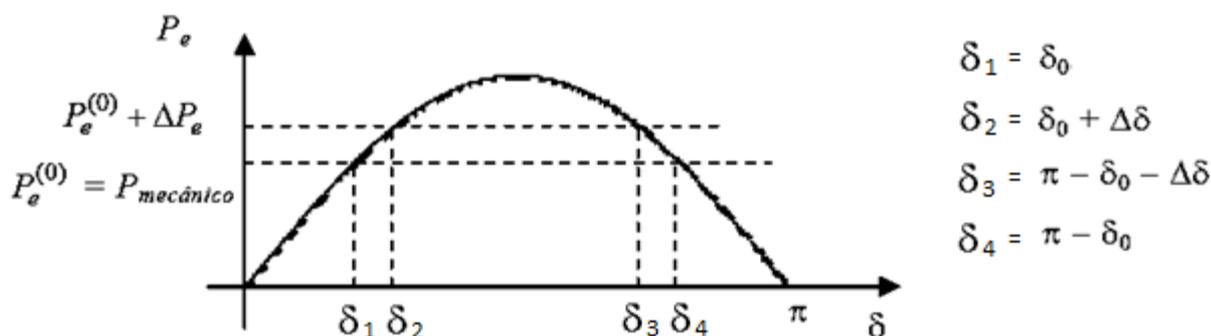


Figura 3-10 - Interpretação do coeficiente de potência sincronizante

Fonte: Adaptado de Borges (2005)

No ponto de equilíbrio  $\delta_0$ , o aumento do ângulo do rotor ( $\delta_0 + \Delta\delta$ ) implica em um aumento na potência elétrica  $P_e$ . Conseqüentemente, como  $P_e > P_m$ , a máquina freia, tendendo a retornar ao ponto de operação original. O mesmo raciocínio se aplica quando  $P_e < P_m$  (a máquina acelera). Ou seja, o ponto de operação  $\delta_0$  é um ponto de equilíbrio estável, pois o ângulo do rotor tende à  $\delta_0$  quando  $t \rightarrow \infty$ .

No ponto de equilíbrio ( $\pi - \delta_0$ ), o aumento do ângulo do rotor ( $\pi - \delta_0 + \Delta\delta$ ) implica em uma redução na potência elétrica  $P_e$ . Conseqüentemente, como  $P_e < P_m$ , a máquina acelera, tendendo a aumentar ainda mais o ângulo  $\delta$ . O mesmo raciocínio se

aplica quando  $P_e > P_m$  (a máquina freia). Ou seja, o ponto de operação  $(\pi - \delta_0)$  é um ponto de equilíbrio instável, pois  $\delta$  se afasta de  $(\pi - \delta_0)$  quando  $t \rightarrow \infty$ .

Atualmente reguladores de tensão são usados para controlar o torque sincronizante dos geradores, entretanto o uso desses reguladores reduz o amortecimento líquido do sistema e, por consequência, o torque de amortecimento dos geradores (SIMÕES-COSTA; SILVA, 2000).

Para manter os benefícios dos modernos reguladores de tensão e ainda dispor de amortecimento suficiente para operação segura em regime permanente, torna-se necessário, portanto, implementar medidas corretivas por meio da introdução de sinais adicionais aos reguladores de tensão de modo a produzir um torque positivo em fase com a velocidade da máquina, restituindo o amortecimento perdido. Para tanto, os Estabilizadores de Sistemas de Potência (PSS) têm sido amplamente empregados (SIMÕES-COSTA; SILVA, 2000).

Nos sistemas de potência atuais, segundo Kundur (1994), a estabilidade frente a pequenas perturbações, está quase sempre relacionada com a insuficiência de amortecimento de oscilações.

### 3.2.3 Estabilidade Frente a Grandes Perturbações

Estabilidade frente a grandes perturbações (estabilidade transitória) é a habilidade de um sistema de potência se manter em sincronismo quando sujeito à uma grande perturbação, como um curto-circuito trifásico e uma perda de uma derivação de transmissão. A resposta do sistema, nesses casos, envolve grandes variações dos ângulos dos rotores, sendo então altamente influenciados pela relação não linear da potência elétrica com o ângulo do rotor, como pode ser observado na equação (3.9). Além disso, a magnitude destas perturbações não mais permite a utilização de modelos linearizados. Em outras palavras, faz-se necessário agora o uso de modelos não-lineares para as máquinas e outros equipamentos presentes no sistema na análise dos problemas de estabilidade transitória, recaindo-se em estudos de sistemas dinâmicos não lineares, conforme apresentado no Capítulo 2.

## 4 METODOLOGIA DE ANÁLISE E SIMULAÇÕES

Como visto na capítulo 2, o sistema elétrico de potência pode ser analisado usando equações diferenciais autônomas de ordem “ $n$ ”, que o descrevem e podem ser escritas como na equação (2.5).

Para casos em que o sistema sofre pequenas perturbações, a técnica da linearização pode ser utilizada, como descrito na seção 2.5, já que ela simplifica a análise e a caracterização dos pontos de equilíbrio de sistemas não-lineares.

No entanto, a estabilidade do sistema de potência também pode ser estudada diretamente por meio de equação diferenciais não lineares. Os sistemas de 2ª ordem ou mais ocupam um lugar importante na análise qualitativa do SEP, pois as soluções de suas trajetórias podem ser representadas por meio de curvas no plano. Essas curvas, também chamadas de retratos de fase, representam a trajetória das soluções de um sistema e possibilitam uma análise qualitativa do comportamento do mesmo (KHALIL, 2002).

Os estudos de estabilidade dos sistemas elétricos de potência para pequenas e grandes perturbações são geralmente realizados por meio de simulações computacionais, uma vez que as soluções envolvem equações diferenciais não lineares (capítulo 3) do SEP.

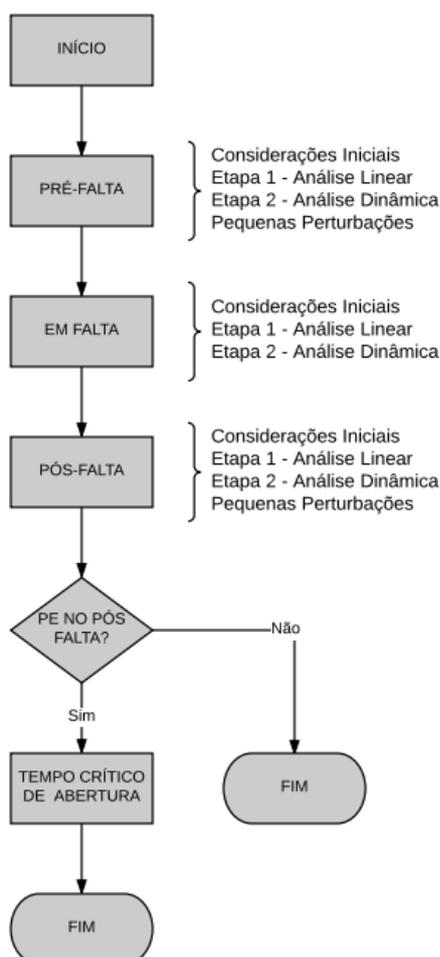
É neste contexto que o algoritmo desenvolvido no Matlab será empregado. Por meio do algoritmo aqui desenvolvido, foi elaborada uma rotina computacional que faz a solução do sistema dinâmico em relação ao tempo. Além da solução do sistema diretamente na forma dinâmica, o algoritmo desenvolvido também será utilizado para linearizar a equação que descreve o sistema, obter seus pontos de equilíbrio e autovalores.

Assim, este capítulo abordará a simulação e análise de dois sistemas elétricos propostos, verificando principalmente as características da estabilidade de seus pontos de equilíbrio e as características dinâmicas das máquinas síncronas com respeito a grandezas como velocidade e ângulo do rotor.

Uma estratégia utilizada aqui para validar os estudos com o Matlab será estabelecer um comparativo de seus resultados com aqueles fornecidos pelas literaturas e outros trabalhos em que esse estudo foi baseado, como por exemplo Bretas e Alberto (2000).

#### 4.1 METODOLOGIA E ALGORITMO PROPOSTO

O fluxograma mostrado na Figura 4-1 representa a estrutura básica do algoritmo para a rotina de análise de estabilidade do sistema elétrico de potência desenvolvida neste trabalho.



**Figura 4-1 – Fluxograma do algoritmo proposto**

**Fonte: Autoria própria**

Os sistemas estudados serão submetidos à um curto-circuito trifásico em uma das linhas de transmissão. A análise de estabilidade em relação ao distúrbio aplicado será dividida em três partes distintas: sistema **pré-falta**, sistema **em falta** e sistema **pós-falta**. Para cada uma das partes mencionadas anteriormente o sistema terá topologias elétricas diferentes.

Para analisar a estabilidade, primeiramente é necessário obter as **considerações iniciais** referente à topologia elétrica em que o sistema se encontra. Para isso, é necessário fazer o fluxo de potência do sistema de transmissão, reduzir o sistema aos nós internos do gerador e então obter a equação diferencial que o descreve, ou equação de *swing*. A equação resultante será analisada por meio do algoritmo desenvolvido neste trabalho, utilizando o *software* Matlab, e dividida em duas etapas: Etapa 1 - Análise Linear e Etapa 2 – Análise Dinâmica.

Primeiramente, na **Etapa 1**, a equação de *swing* do gerador será analisada na sua forma linearizada, conforme o método da linearização abordado na seção 2.5. O primeiro passo consiste em obter os pontos de equilíbrio do sistema. Em seguida, serão obtidos os autovalores  $\lambda_i$  da matriz jacobiana "A", uma vez que o mesmo é responsável por caracterizar a resposta do sistema. Por meio dos autovalores será possível realizar uma análise do comportamento desse sistema na vizinhança do seu ponto de equilíbrio e definir quais pontos de equilíbrio são estáveis ou instáveis. Para complementar os resultados obtidos, os pontos de equilíbrio serão comparados com curva de potência do sistema em relação ao ângulo do rotor.

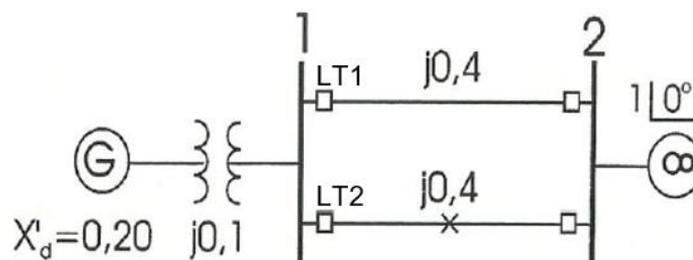
Na **Etapa 2**, será realizado a solução da equação diferencial do sistema dinâmico. Segundo Bretas e Alberto (2000) para estudar-se a estabilidade deste problema é necessário resolver suas equações diferenciais por meio de algum método de integração numérica. O presente estudo utiliza o método de Runge-Kutta de 4° ordem na resolução das equações diferenciais. Desta maneira, obtém-se o retrato de fase do sistema e também é possível efetuar a análise de suas variáveis em relação ao tempo.

Na sequência, será realizada a aplicação de **pequenas perturbações**, como oscilações de potência no sistema, e estudada a estabilidade do gerador no domínio do tempo, como forma de complementar a autoanálise. Por fim, a partir das análises do sistema pré-falta, em falta e pós-falta será determinado o tempo crítico de atuação

da proteção para que o sistema não perca o equilíbrio após sofrer um distúrbio, caso exista ponto de equilíbrio (PE) no pós-falta.

## 4.2 SIMULAÇÃO DO SISTEMA 1

O primeiro sistema elétrico de potência a ser analisado é composto por duas barras, sendo extraído da referência Bretas e Alberto (2000), bastante usada nos estudos de sistemas de potência. Seu diagrama unifilar está ilustrado na Figura 4-2 juntamente com os dados das impedâncias das linhas de transmissão, do transformador e do gerador.



**Figura 4-2 – Sistema elétrico de potência 1**

**Fonte: Bretas e Alberto (2000)**

O gerador está interligado a um grande sistema (barramento infinito) por meio de uma linha de transmissão dupla. Considera-se que:

- A constante de inércia da máquina é  $M = 0,0256$  s;
- O coeficiente de amortecimento é  $D = 0,1$  pu/(rad/s);
- A tensão eficaz na barra 1 é  $E_1 = 1$  pu;
- A potência transferida do nó 1 para o nó 2 é  $P_{12} = 1$  pu;
- A tensão no barramento infinito é  $E_2 = 1 \angle 0^\circ$  pu;
- A reatância transitória do gerador é  $X'_d = 0,20$  pu;
- A reatância do transformador é  $X_{tr} = 0,10$  pu;
- As linhas de transmissão apresentam reatância igual a  $X_{LT1} = X_{LT2} = 0,10$  pu;

- Todas as perdas das linhas de transmissão, do transformador e do gerador são desprezadas;
- A potência mecânica do gerador é  $P_m = 1 pu$ ;

No tempo  $t_1 = 1s$ , um curto-circuito trifásico sólido ocorre no centro da linha de transmissão 2 (LT2). O defeito é eliminado no tempo  $t_2$ , por meio da abertura dos disjuntores localizados nos extremos da linha de transmissão, uma vez que este defeito é permanente e exige a atuação da proteção.

#### 4.2.1 SISTEMA 1 PRÉ-FALTA

##### CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Inicialmente devem ser obtidos os dados do sistema na condição pré-falta, uma vez que estes dados não são diretamente expostos. Em sequência serão desenvolvidos os cálculos para obtenção da tensão interna do gerador, em módulo e em fase. Estes serão utilizados para obter a equação de *swing* do sistema.

O Sistema 1, na topologia elétrica pré-falta, é caracterizado pela conexão entre o gerador e o barramento infinito por meio da associação série das reatâncias interna do gerador, do transformador e da associação paralelo das reatâncias das linhas de transmissão, conforme é apresentado na Figura 4-3.

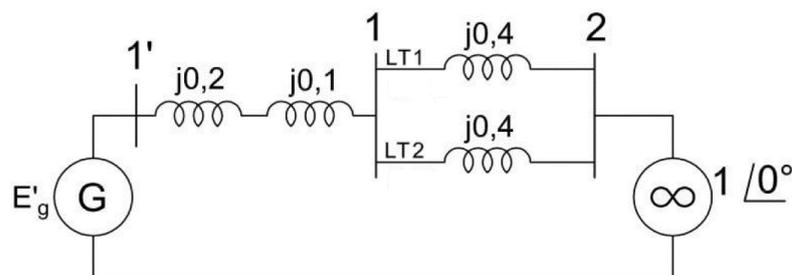


Figura 4-3 – Diagrama equivalente do sistema 1 pré-falta

Fonte: Adaptado de Bretas e Alberto (2000)

Se duas barras estão conectadas por meio de uma reatância pura, então, a partir do **fluxo de potência do sistema de transmissão**, a potência ativa que circula

na linha do barramento 1 para o barramento 2 é dada pela seguinte expressão (BRETAS; ALBERTO, 2000):

$$P_{12} = \frac{|\dot{E}_1| \cdot |\dot{E}_2|}{|X_{12}|} \text{sen}(\delta_1 - \delta_2). \quad (4.1)$$

sendo:

- $P_{12}$  é a potência transferida do nó 1 para o nó 2;
- $|\dot{E}_1|$  é o módulo da tensão do nó 1;
- $|\dot{E}_2|$  é o módulo da tensão do nó 2;
- $|X_{12}|$  é a reatância apresentada entre os nós 1 e 2;
- $\delta_1$  e  $\delta_2$  são os ângulos de fase da tensão nas barras 1 e 2.

Como o fluxo de potência ativa total nas linhas é igual a  $P_{12} = 1 \text{ pu}$  e  $\delta_2 = 0$ , obtém-se o ângulo da tensão na barra 1, isto é:

$$\text{sen}(\delta_1) = \frac{P_{12} \cdot X_{12}}{E_1 \cdot E_2} = \frac{1 \cdot 0,2}{1 \cdot 1} \therefore \delta_1 = 11,54^\circ = 0,20 \text{ rad}. \quad (4.2)$$

A corrente elétrica que circula no circuito é determinada pela divisão da diferença entre as tensões pela reatância  $X_{12}$ , ou seja:

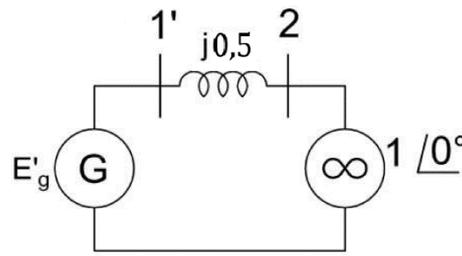
$$\dot{i}_1 = \frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_2}{jX_{12}} = \frac{1 \angle 11,54^\circ - 1 \angle 0^\circ}{j0,2} \therefore \dot{i}_1 = 1,005 \angle 5,77^\circ \text{ pu}. \quad (4.3)$$

Reduzindo o sistema aos nós internos do gerador, obtém-se a reatância equivalente do sistema pré-falta:

$$X_{eq}^{pré} = X'_d + X_{tr} + (X_{LT1} // X_{LT2}) = 0,2 + 0,1 + 0,2 \quad (4.4)$$

$$X_{eq}^{pré} = 0,5 \text{ pu}$$

A Figura 4-4 retrata a topologia do sistema reduzido aos nós internos do gerador.



**Figura 4-4 Diagrama equivalente simplificado do sistema 1 pré-falta**

Fonte: Adaptado de Bretas e Alberto (2000)

A **tensão interna gerada** é dada pela expressão:

$$\dot{E}'_g = \dot{E}_2 + \dot{I}_1 \cdot X_{eq}^{pré} = 1 \angle 0^\circ + 1,005 \angle 5,77^\circ \cdot j0,5 \quad (4.5)$$

$$\dot{E}'_g = 1,073 \angle 27,8^\circ = 1,073 \angle 0,4847 \text{ rad}$$

Portando, a tensão interna gerada, ou força eletromotriz, no gerador será constante e igual a 1,073 pu durante os estudos de estabilidade abordados nesta simulação. A equação que descreve a potência elétrica ativa entregue à rede pelo gerador  $P_e^{pré}$ , durante o período pré-falta, é dada pela expressão abaixo, conforme o capítulo 3.14.

$$P_e^{pré} = \frac{|\dot{E}'_g| \cdot |\dot{E}_2|}{X_{eq}^{pré}} \text{sen}(\delta_1) = \frac{1,073 \cdot 1}{0,5} \text{sen}(\delta_G) = 2,146 \text{sen}(\delta_G) \quad (4.6)$$

sendo que  $\delta_G$  é a diferença angular entre o ângulo do gerador e o ângulo do barramento infinito. A partir dos dados do sistema obtidos anteriormente, a **equação de swing** do sistema 1 dada por:

$$M \dot{\omega}_e + D \dot{\delta}_e = P_m - P_e^{pré} \quad (4.7)$$

$$0,0265 \dot{\omega}_e + 0,1 \dot{\delta}_e = 1 - 2,146 \text{sen}(\delta_G)$$

Conforme abordado na seção 2.1, toda equação de ordem “n” pode ser decomposta em “n” equações diferenciais de primeira ordem, facilitando o emprego de métodos numéricos para a solução. Logo, a equação de *swing* do sistema 1 no espaço de estados é dada por:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_e = \omega_e \\ \dot{\omega}_e = \frac{1}{0,0265} \cdot (1 - 2,146\text{sen}(\delta_G)) \end{cases} \quad (4.8)$$

## ETAPA 1 – ANÁLISE LINEAR

Considerando que o sistema pré-falta está operando em regime permanente, nesta situação pode-se assumir que aceleração e a velocidade do gerador em relação a velocidade síncrona é igual a zero, logo  $\dot{\delta}_e = \dot{\omega}_e = 0$ . Os valores de  $\delta_G$  e  $\omega_e$  que satisfazem a equação podem ser considerados como **ponto de equilíbrio**. Logo, o sistema pré-falta em questão possui os seguintes pontos de equilíbrio:

$$\begin{cases} (\delta_G^{1-pré}, \omega) = (n \cdot 2\pi + \delta_G^{1-pré}, 0 \text{ rad}_{el}/s) \\ (\delta_G^{2-pré}, \omega) = (n \cdot 2\pi + \pi - \delta_G^{1-pré}, 0 \text{ rad}_{el}/s) \end{cases}$$

sendo  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

É importante ressaltar que, conforme abordado na seção 2.7, devido a característica cíclica da função seno, existem infinitos pontos de equilíbrio para este sistema. Logo, existem infinitos pontos de equilíbrio com as mesmas características de  $\delta_G^{1-pré}$  e  $\delta_G^{2-pré}$ . Como as características destes pontos se repetem, neste trabalho somente o pontos de equilíbrio para  $n = 0$  serão analisados (equação 4.9).

$$\begin{cases} (\delta_G^{1-pré}, \omega) = (27,77^\circ, 0 \text{ rad}_{el}/s) = (0,48 \text{ rad}, 0 \text{ rad}_{el}/s) \\ (\delta_G^{2-pré}, \omega) = (152,23^\circ, 0 \text{ rad}_{el}/s) = (2,66 \text{ rad}, 0 \text{ rad}_{el}/s) \end{cases} \quad (4.9)$$

Uma vez formulada a equação diferencial no espaço de estados do sistema pré-falta e encontrado seus pontos de equilíbrio, é possível fazer a análise do sistema em relação aos seus autovalores, ou **autoanálise**, e identificar qual a característica da região de estabilidade em torno de cada ponto de equilíbrio.

Inicialmente em relação ao ponto  $\delta_G^{1-pré}$ , matriz jacobiana associada a este sistema é calculada por.

$$A = \begin{vmatrix} \frac{d\dot{\delta}_e}{d\delta} & \frac{d\dot{\delta}_e}{d\omega} \\ \frac{d\dot{\omega}_e}{d\delta} & \frac{d\dot{\omega}_e}{d\omega} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{2,146\text{sen}(\delta_G)}{0,0265} & -\frac{1}{0,0265} \end{vmatrix} \quad (4.10)$$

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -72,2621 & -3,8461 \end{vmatrix}$$

A partir da solução da equação característica de “A”, obtém-se autovalores do sistema pré-falta.

$$DET(A - \lambda . I) = 0 \quad (4.11)$$

$$\lambda^2 + 3,8461\lambda + 72,2621 = 0 \quad (4.12)$$

$$\lambda = -1,9231 \pm j8,4559 \quad (4.13)$$

Os autovalores possuem a parte real negativa e a parte complexa conjugada. Assim, de acordo com Khalil (2002), esse ponto de equilíbrio  $\delta_G^{1-pré}$  é uma **espiral estável**. Espirais estáveis são considerados pontos atratores, pois as trajetórias que passam suficientemente perto convergem. Logo, este é um ponto de equilíbrio também é conhecido como **assintoticamente estável**.

Como a autoanálise do sistema pré-falta foi feita apenas para o ponto de equilíbrio  $\delta_G^{1-pré}$ , faz-se necessário realizar a autoanálise do ponto de equilíbrio  $\delta_G^{2-pré}$  e identificar as características da sua região de estabilidade.

Substituindo os valores referentes ao ponto de equilíbrio  $\delta_G^{2-pré}$  na matriz jacobiana (4.9), tem-se:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 72,2621 & -3,8461 \end{vmatrix} \quad (4.14)$$

Os autovalores do sistema para o ponto de  $\delta_G^{2-pré}$  são calculados da seguinte forma:

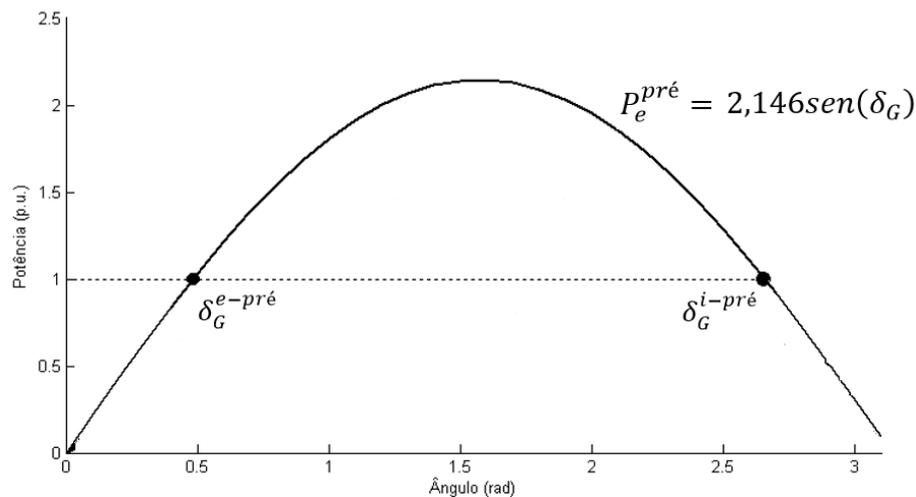
$$DET(A - \lambda . I) = 0 \quad (4.15)$$

$$\lambda^2 + 3,8461\lambda - 72,2621 = 0 \quad (4.16)$$

$$\lambda_1 = 6,8363 \text{ e } \lambda_2 = -10,6825 \quad (4.17)$$

Como os autovalores são reais e tem sinais opostos, de acordo com Khalil (2002), o ponto estudado é um ponto **sela instável**. Este é caracterizado por ser um ponto repulsor, pois as trajetórias que passam ligeiramente perto divergem. Logo, o ponto de equilíbrio é **instável**.

Uma análise complementar pode ser feita por meio das curvas de potência em função do ângulo do rotor  $\delta_G$ , conforme abordado na seção 3.2. A Figura 4-5 ilustra a relação entre a potência fornecida pelo gerador  $P_m$  e a potência elétrica demandada pelo Sistema 1 no período pré-falta.



**Figura 4-5 - Curva de potência em função do ângulo do rotor**

**Fonte: Autoria própria**

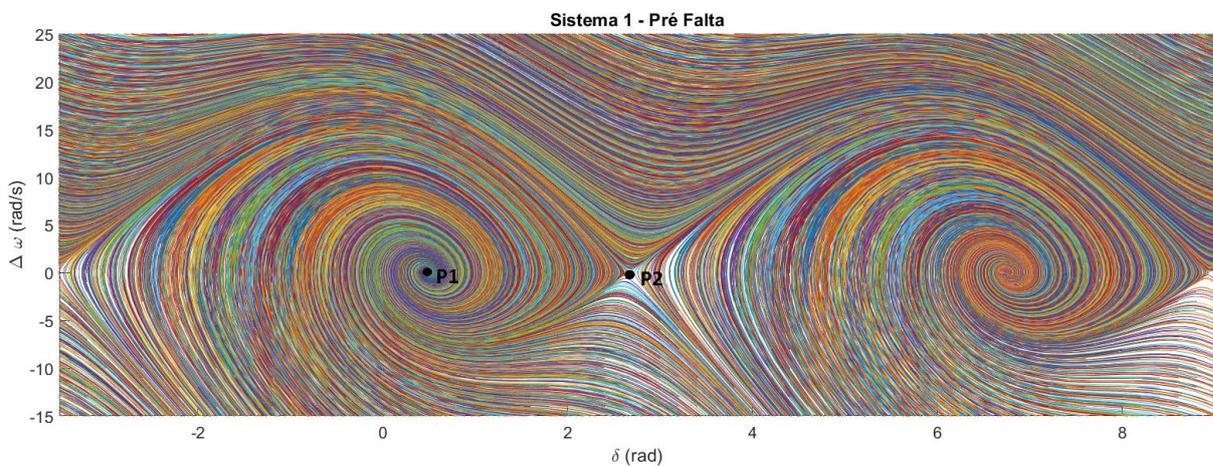
No período pré-falta, a rede está em equilíbrio, ou seja  $P_m = P_e^{pré}$ . Neste momento o ângulo do rotor é de  $\delta_G^{1-pré} = 27,78^\circ$  (ou  $0,48 \text{ rad}$ ), conforme obtido anteriormente. Para esta situação, um aumento do ângulo do rotor ( $\delta_G^{1-pré} + \Delta\delta$ ) implica em um aumento na potência elétrica. Conseqüentemente, como  $P_e^{pré} > P_m$ , a máquina freia, tendendo a retornar ao ponto de operação original. Do mesmo modo,

quando  $P_e^{pré} < P_m$  a máquina acelera e retorna ao ponto de operação original. Logo, o ponto de operação é um **ponto de equilíbrio estável**.

No ponto de equilíbrio  $\delta_G^{2-pré} = 152,23^\circ$  (ou  $2,66 \text{ rad}$ ), o aumento do ângulo do rotor ( $\delta_G^{2-pré} + \Delta\delta$ ) implica em uma redução na potência elétrica. Conseqüentemente, como  $P_e^{pré} < P_m$ , a máquina acelera, tendendo aumentar ainda mais o ângulo  $\delta$ . O mesmo raciocínio se aplica quando  $P_e^{pré} > P_m$  (a máquina freia). Ou seja, o ponto de operação  $\delta_2$  é um **ponto de equilíbrio instável**.

## ETAPA 2 – ANÁLISE DINÂMICA

Com o auxílio de um algoritmo desenvolvido no *software* Matlab, a região próxima ao ponto de equilíbrio estável e instável pode ser observada, como mostrado na Figura 4-6. A partir do retrato de fase, é possível identificar as trajetórias do sistema para diferentes condições iniciais, fornecendo uma visualização do seu padrão de comportamento e região de atração (ou região de estabilidade).



**Figura 4-6 – Retrato de fase do Sistema 1 pré-falta**

**Fonte:** Autoria própria

Na Etapa 1 desta simulação, obteve-se o ponto de equilíbrio estável  $\delta_G^{1-pré}$ . Ao se analisar o retrato de fase do Sistema 1 pré-falta, é possível observar a região de atração deste ponto de equilíbrio (espiral estável) e confirmar que o mesmo é assintoticamente estável, pois todas as trajetórias dentro da região de estabilidade irão eventualmente ser atraídas pelo ponto de equilíbrio  $\delta_G^{1-pré}$  (Figura 4-6 P1).

Assim como existem pontos de equilíbrio onde as trajetórias estão convergindo, pode-se observar a regiões onde as trajetórias estão divergindo. O  $\delta_G^{2-pré}$  (Figura 4-6 P2), corresponde ao ponto de equilíbrio instável obtido na Etapa 1. Na região em torno deste ponto (sela instável), todas as trajetórias estão sendo repelidas. Ou seja, ele se caracteriza por um ponto sela de instabilidade do sistema.

Vale destacar que o ponto de equilíbrio instável P2 pertence à fronteira da região de estabilidade do ponto P1, conforme pode ser visualizado na Figura 4-5.

### PEQUENAS PERTURBAÇÕES

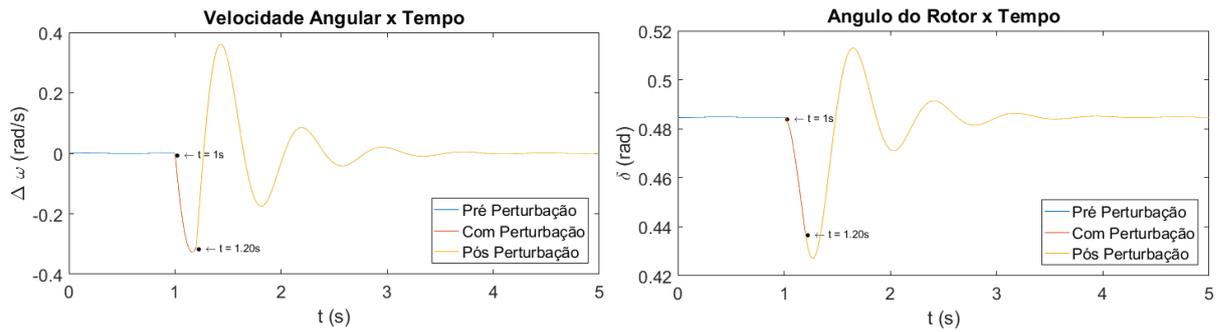
Uma pequena perturbação, assim como abordado na seção 3.2.2, é uma alteração no sistema (temporária ou permanente) tal que as oscilações em torno do ponto de operação podem ser linearizadas. A perturbação mais comum a qual estão sujeitos os sistemas de energia elétrica são as contínuas variações de carga nos barramentos ao longo da operação.

Tais variações de carga são de pequena magnitude quando comparadas com os valores base de carregamento no qual o sistema está operando, de tal forma que seu ponto de operação é levemente alterado e excursiona dentro da região de equilíbrio. A partir do retrato de fase do Sistema 1 pré-falta, Figura 4-6, é possível observar a região de equilíbrio em torno dos pontos de equilíbrio estável. Logo o gerador deve manter o sincronismo com o sistema para qualquer perturbação tal que  $\dot{\delta}_e$  e  $\dot{\omega}_e$  permaneçam dentro desta região de atração.

Portanto, para avaliar a estabilidade do Sistema 1 pré falta, será aplica uma pequena perturbação " $P_{pp}$ " de maneira que ocorra uma variação na potência elétrica do sistema, como pode ser observado na equação (4.18).

$$M \dot{\omega}_e + D \dot{\delta}_e = P_m - (P_e^{pré} \pm P_{pp}) \quad (4.18)$$

Considerando a pequena perturbação com uma variação na potência elétrica de  $P_{pp} = +0,1 pu$ , equivalente a 10% da potência mecânica do gerador, durante 0,2 segundos, a resposta do sistema pode ser observada na Figura 4-7.

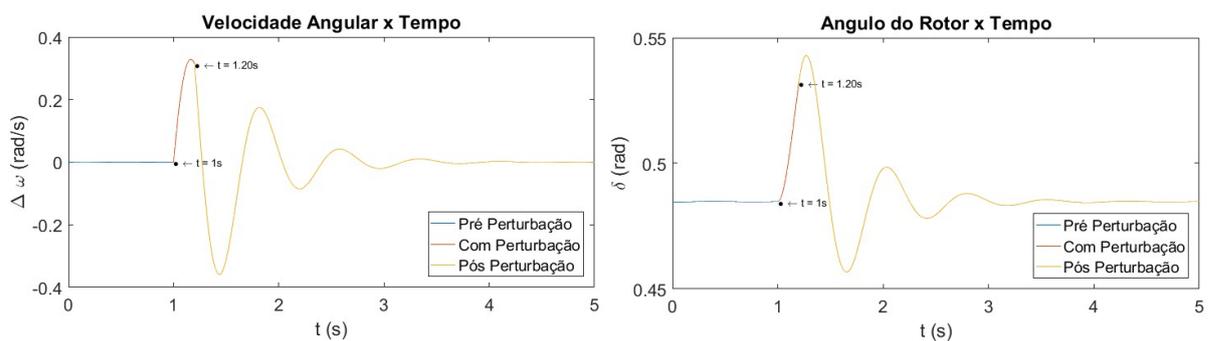


**Figura 4-7 - Sistema 1 pré-falta submetido à uma variação positiva na potência**

**Fonte: Autoria própria**

No instante em que a perturbação é aplicada,  $t_1 = 1s$ , o ângulo e a velocidade do rotor são iguais a  $\delta_G = 0,48 \text{ rad}$  e  $\omega = 0 \text{ rad}_{el}/s$ . Durante a aplicação da pequena perturbação, as variáveis de estado do gerador excursionam de maneira que assumem valores máximos aproximadamente iguais a  $\delta_G = 0,55 \text{ rad}$  e  $\omega = 0,4 \text{ rad}_{el}/s$  e após a perturbação o sistema restabelece o sincronismo. Ao comparar esses valores com o retrato de fase da Figura 4-6, observa-se que as variáveis de estado permaneceram dentro da região de atração do ponto de equilíbrio  $(\delta_G^{1-pré}, \omega)$  (Figura 4-6 P1), confirmando assim a estabilidade do sistema após ser aplicado uma pequena perturbação.

Da mesma maneira, para uma perturbação que resulte em uma variação de potência negativa  $P_{pp} = -0,1 \text{ pu}$ , obtém-se:



**Figura 4-8 - Sistema 1 pré-falta submetido à uma variação negativa na potência**

**Fonte: Autoria própria**

Assim como no caso anterior, o gerador manteve o equilíbrio com o sistema após ser submetido à uma pequena perturbação. Dessa forma, feitas as simulações,

tem-se que o Sistema 1 pré-falta para o ponto de operação analisado é estável quando submetido a uma pequena perturbação  $P_{pp} = \mp 0,1 pu$ .

#### 4.2.2 SISTEMA 1 EM FALTA

##### CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A partir das **considerações iniciais** do sistema pré-falta, obteve-se o a tensão interna do gerador  $E'_g$  que será utilizada para a simulação do sistema em falta. A Figura 4-9 retrata a nova topologia elétrica do sistema após ser aplicado um curto circuito trifásico no centro da linha de transmissão 2 (LT2).

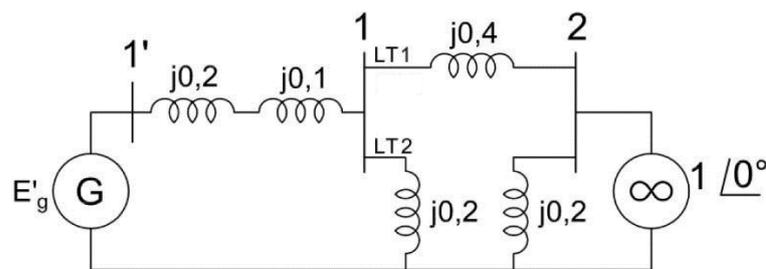
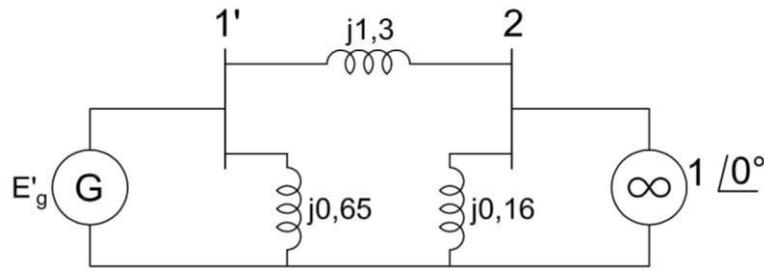


Figura 4-9 – Diagrama equivalente do sistema 1 em falta

Fonte: Adaptado de Bretas e Alberto (2000)

Observa-se que o circuito é modificado e para se determinar a reatância equivalente deve-se fazer uma transformação estrela-triângulo considerando os nós 1, 2 e o “Terra”. Reduzindo o diagrama de impedâncias, temos que a reatância equivalente para o sistema reduzido em falta é  $X_{eq}^{falta} = 1,3$ , Figura 4-10. Note que as duas impedâncias em derivação resultantes estão em paralelo com as fontes, e, portanto, não afetam o fluxo de potência ativa entre a máquina e a barra infinita.



**Figura 4-10 – Diagrama equivalente simplificado do sistema 1 em falta**

**Fonte: Adaptado de Bretas e Alberto (2000)**

A potência elétrica entregue à rede pelo gerador durante o tempo em que o curto persiste é igual à:

$$P_e^{falta} = \frac{|\dot{E}'_g| \cdot |\dot{E}_2|}{X_{eq}^{falta}} \text{sen}(\delta_G) = \frac{1,073 \cdot 1}{1,3} \text{sen}(\delta_G) = 0,825 \text{sen}(\delta_G) \quad (4.18)$$

Substituindo a nova potência elétrica do sistema na **equação de swing** do gerador e representando no espaço de estados, tem-se:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_e = \omega \\ \dot{\omega}_e = \frac{1}{0,0265} (1 - 0,825 \text{sen}(\delta_G)) \end{cases} \quad (4.19)$$

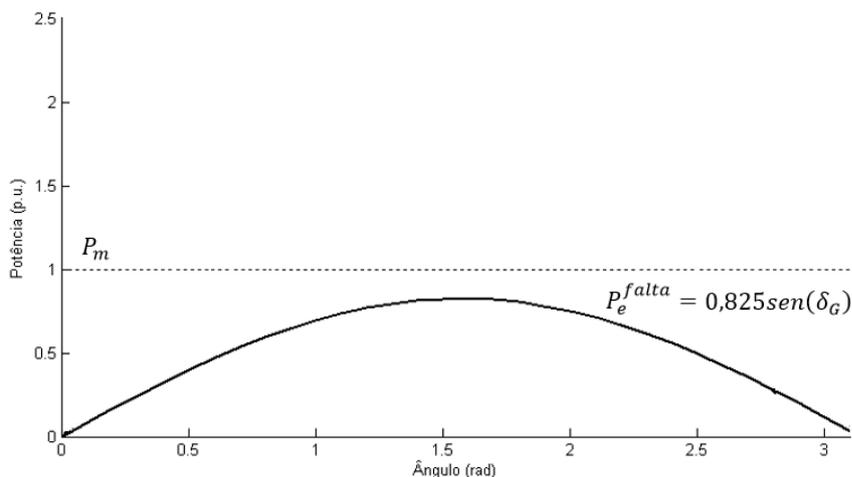
### ETAPA 1 – ANÁLISE LINEAR

Reduzindo a equação (4.19) e isolando  $\text{sen}(\delta_G)$ , obtem-se a seguinte equação:

$$\text{sen}(\delta_G) = 1,2121 \quad (4.20)$$

A partir da equação (4.20) é possível observar que não existe valor de  $\text{sen}(\delta_G)$  que satisfaça a igualdade, pois não há valor de  $\delta_G$  que torne a aceleração do gerador igual a zero. Por consequência, as técnicas de linearização em torno de um ponto de operação não podem ser aplicadas, já que não existe ponto de equilíbrio no período transitório (em falta).

Esta instabilidade pode ser também ser observada por meio da sua curva de potência em relação ao ângulo do rotor, como mostra a Figura 4-11.



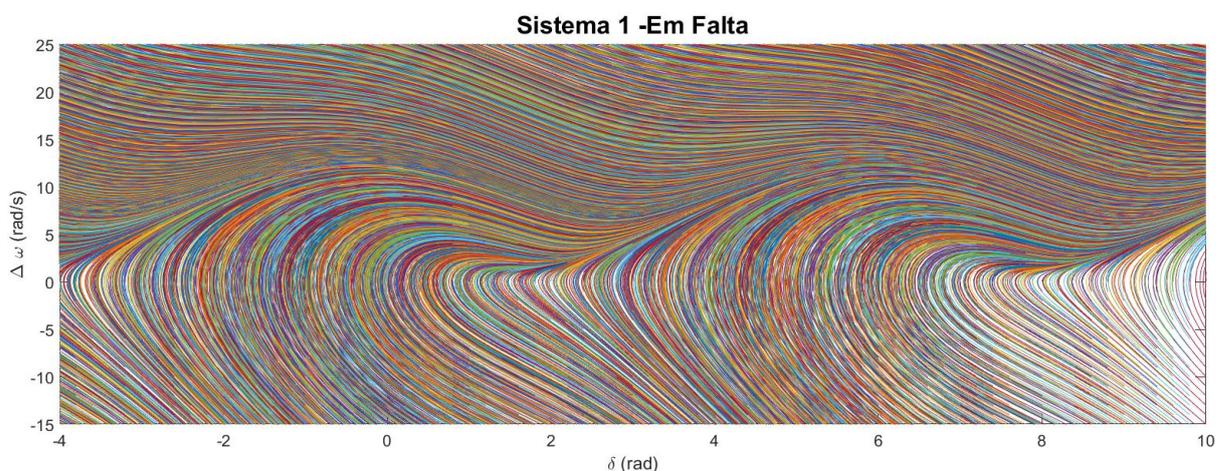
**Figura 4-11 - Curva de potência em função do ângulo do rotor**

**Fonte: Autoria própria**

Quando ocorre a falta no meio da LT2, a capacidade de transmissão de potência diminui abruptamente, passando da curva pré-falta (Figura 4-5) para a curva em falta (Figura 4-11). Nesta situação, o sistema não tem capacidade de absorver a energia fornecida pelo gerador, isso explica porque a curva do Sistema 1 em falta não intercepta a linha tracejada referente à  $P_m$  do gerador. Portanto, se mantida nesta situação, a máquina permanecerá acelerando.

## ETAPA 2 – ANÁLISE DINÂMICA

O retrato de fase da Figura 4-12 ilustra o padrão de comportamento do Sistema 1 na topologia elétrica em falta.

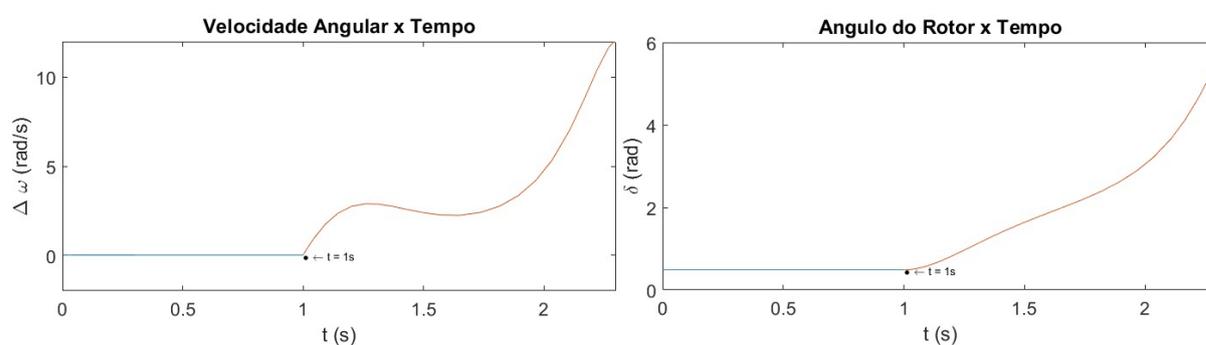


**Figura 4-12 – Retrato de fase do sistema em falta**

**Fonte: Autoria própria**

Como a potência mecânica fornecida pelo gerador é maior que a potência elétrica absorvida pelo sistema, a máquina começa a acelerar e não encontra um ponto de operação estável. Isso explica o fato de o retrato de fase da Figura 4-10 não possuir um ponto onde todas as trajetórias próximas se convergem e tampouco se divergem (ponto de equilíbrio instável).

A aceleração do gerador pode ser observada também ao analisar suas variáveis de estado em relação ao tempo, como pode ser visto na Figura 4-13. As curvas em azul são referentes ao período pré-falta, as em vermelho são referentes ao período em falta.



**Figura 4-13 – Variação do ângulo do rotor para o Sistema 1 em falta**

**Fonte: Autoria própria**

Imediatamente após acontecer a falta, em  $t = 1s$ , o ângulo e a velocidade do rotor são iguais a  $(0,4846 \text{ rad}, 0 \text{ rad/s})$ . Este é o ponto de equilíbrio estável  $\delta_G^{1-pré}$  em que o sistema estava operando no período pré-falta. Após acontecer o curto-circuito na LT2, o Sistema 1 entra no período transitório e a velocidade e o ângulo do rotor sofrem um aumento constante, como mostra a Figura 4-11.

Para evitar danos ao sistema, a proteção deve atuar e o defeito deve ser eliminado. Quando a proteção atua e abre a linha 2, o defeito é eliminado em um certo tempo de abertura  $t_2$ . Neste momento, o gerador encontra-se com um certo ângulo do rotor resultante da aceleração que o gerador sofreu quando estava no período transitório. Dependendo do tempo de abertura  $t_2$  e da existência de um equilíbrio estável no sistema pós-falta, o gerador pode ou perder o sincronismo com o SEP. O tempo limite para isolamento do defeito sem que o sistema perca o sincronismo é chamado de Tempo Crítico de Abertura " $t_{cr}$ ". Mais detalhes sobre o  $t_{cr}$  serão

abordados na seção 4.2.4. Com a remoção da linha em curto, a rede muda para a topologia pós-falta (Bretas & Alberto, 2000).

#### 4.2.3 SISTEMA 1 PÓS-FALTA

##### CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Após a remoção do curto circuito, por meio da abertura dos disjuntores nos extremos da LT2, sistema 1 muda para a topologia pós-falta. A Figura 4-14 retrata a situação do circuito já com a falta eliminada.

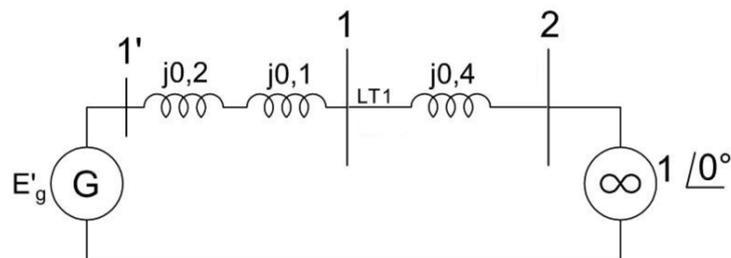


Figura 4-14 – Diagrama equivalente do sistema pós-falta

Fonte: Bretas e Alberto (2000)

Assim como no sistema pré-falta e em-falta, o mesmo procedimento deve ser feito para encontrar a **equações de swing** do sistema pós-falta. Reduzindo o diagrama de impedâncias, temos que a reatância equivalente para o sistema em falta é  $X_{eq}^{pós} = 0,7$ . Logo, a potência elétrica é igual a:

$$P_e^{pós} = \frac{|\dot{E}'_g| \cdot |\dot{E}_2|}{X_{eq}^{pós}} \text{sen}(\delta_G) = \frac{1,073 \cdot 1}{0,7} \text{sen}(\delta_G) = 1,533 \text{sen}(\delta_G) \quad (4.21)$$

Portanto, a equação de *swing* representada no espaço de estados será:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_e = \omega \\ \dot{\omega}_e = \frac{1}{0,0265} \cdot (1 - 1,533 \text{sen}(\delta_G)) \end{cases} \quad (4.22)$$

## ETAPA 1 – ANÁLISE LINEAR

Considerando  $\dot{\delta}_e = \dot{\omega}_e = 0$ , os valores de  $\delta_G$  e  $\omega_e$  que satisfazem a equação podem ser considerados como pontos de equilíbrio. Logo, o sistema pós-falta em questão possui os seguintes pontos de equilíbrio:

$$\begin{cases} (\delta_G^{1-pré}, \omega) = (40,72^\circ, 0 \text{ rad}_{el}/s) = (0,71 \text{ rad}, 0 \text{ rad}_{el}/s) \\ (\delta_G^{2-pré}, \omega) = (139,28^\circ, 0 \text{ rad}_{el}/s) = (2,43 \text{ rad}, 0 \text{ rad}_{el}/s) \end{cases} \quad (4.24)$$

Uma vez formulada a equação diferencial do sistema pré-falta e obtidos seus pontos de equilíbrio, é possível realizar a **autoanálise** e determinar as características de sua região de estabilidade de cada um destes pontos.

Primeiramente em relação ao ponto de equilíbrio  $\delta_G^{1-pós}$ , a matriz jacobiana do sistema é dada por:

$$A = \begin{vmatrix} \frac{d\dot{\delta}_e}{d\delta} & \frac{d\dot{\delta}_e}{d\omega} \\ \frac{d\dot{\omega}_e}{d\delta} & \frac{d\dot{\omega}_e}{d\omega} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1,553 \text{sen}(\delta_G)}{0,0265} & -\frac{0,1}{0,0265} \end{vmatrix} \quad (4.25)$$

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -45,6998 & -3,8461 \end{vmatrix}$$

A partir da solução da equação característica de “A”, obtém-se autovalores do sistema pós-falta.

$$DET(A - \lambda . I) = 0 \quad (4.26)$$

$$\lambda^2 + 3,8461\lambda + 45,6998 = 0 \quad (4.27)$$

$$\lambda = -1,9231 \pm j6,4025 \quad (4.28)$$

Os autovalores possuem a parte real negativa e a parte complexa conjugada. Assim como no período pré-falta, esse ponto de equilíbrio é atrator e a região próxima a ele é uma **espiral estável**. Logo, o ponto de equilíbrio  $\delta_G^{1-pós}$  é **assintoticamente estável**.

Do mesmo modo, obtém-se os autovalores para o ponto de equilíbrio  $\delta_G^{2-pós}$ . Substituindo  $\delta_G^{2-pós}$  na matriz jacobiana (4.25), tem-se:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 45,6998 & -3,8461 \end{vmatrix} \quad (4.29)$$

Os autovalores do sistema no ponto de equilíbrio  $\delta_G^{2-pós}$  são:

$$DET(A - \lambda . I) = 0 \quad (4.30)$$

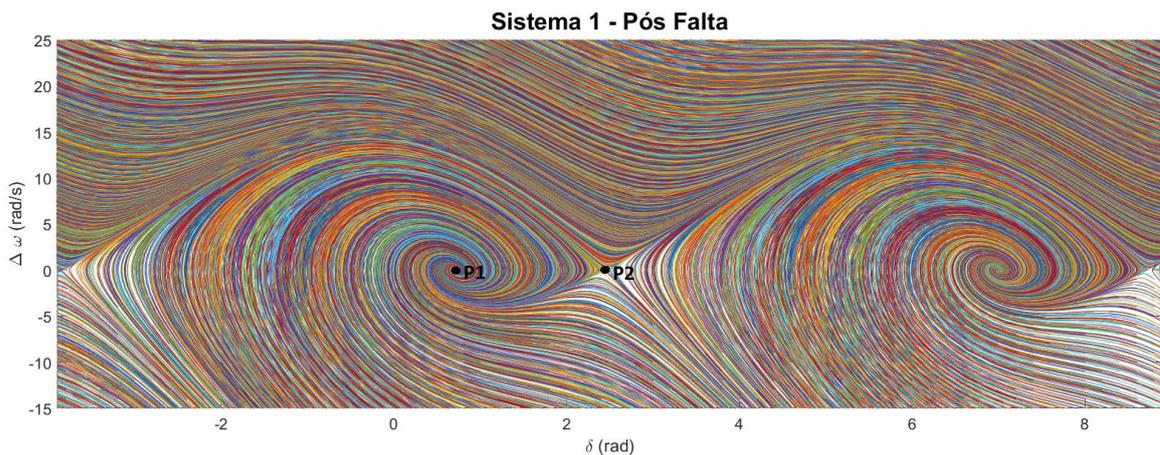
$$\lambda^2 + 3,8461\lambda - 45,6998 = 0 \quad (4.31)$$

$$\lambda_1 = -8,9515 \text{ e } \lambda_2 = 5,1053 \quad (4.32)$$

Portanto, segundo Khalil (2002), os autovalores obtidos são referentes a um ponto de equilíbrio repulsor, ou ponto **sela instável**. Assim sendo, o ponto de equilíbrio  $\delta_G^{2-pós}$  é **instável**.

## ETAPA 2 – ANÁLISE DINÂMICA

Por meio o retrato de fase da Figura 4-15, observa-se o padrão de comportamento do sistema 1 pós-falta.



**Figura 4-15 – Retrato de fase do sistema pós-falta**

**Fonte: Autoria própria**

Da mesma maneira, ao analisar o retrato de fase do Sistema 1 pós-falta, é possível observar a região de atração do ponto de equilíbrio  $\delta_G^{1-pós}$  e confirmar que o

mesmo é assintoticamente estável, pois todas as trajetórias dentro da região de estabilidade irão eventualmente ser atraídas por ele. Por outro lado, no ponto de equilíbrio  $\delta_G^{2-pós}$ , todas as trajetórias estão sendo repelidas. Ou seja, ele se caracteriza por um ponto sela de instabilidade do sistema.

Devido ponto de equilíbrio estável das topologias pré-falta e pós-falta serem uma **espiral estável** (Figura 4-15 P1), é esperado que seus retratos de fase sejam iguais. Entretanto, existe uma diferença considerável entre eles. Como o sistema pré-falta estava operando com duas linhas de transmissão, ele possui maior capacidade de transmissão de potência. Portanto, a região de atração do sistema pré-falta (Figura 4-6) é maior que a do sistema pós-falta (Figura 4-15). Essa característica faz com que o Sistema 1, na topologia pós-falta, possua menor capacidade de manter seu equilíbrio após sofrer perturbações.

## PEQUENAS PERTURBAÇÕES

Para avaliar a estabilidade do Sistema 1 pós-falta quando o mesmo é submetido a uma pequena perturbação, será considerado uma variação na potência elétrica  $P_{pp} = \mp 0,1 pu$ , durante 0,2 segundos, assim como no caso pré-falta. A Figura 4-16 e a Figura 4-17 representam respectivamente a resposta do sistema 1 pós-falta para uma pequena variação positiva e negativa na potência elétrica.

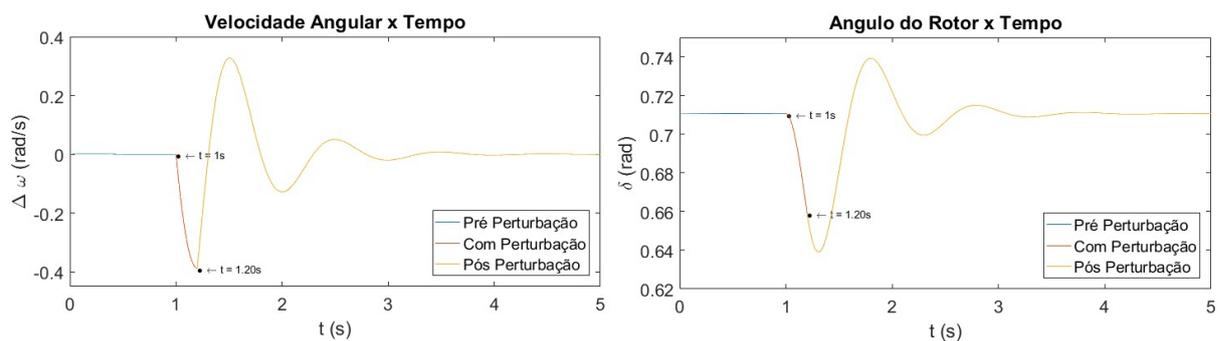
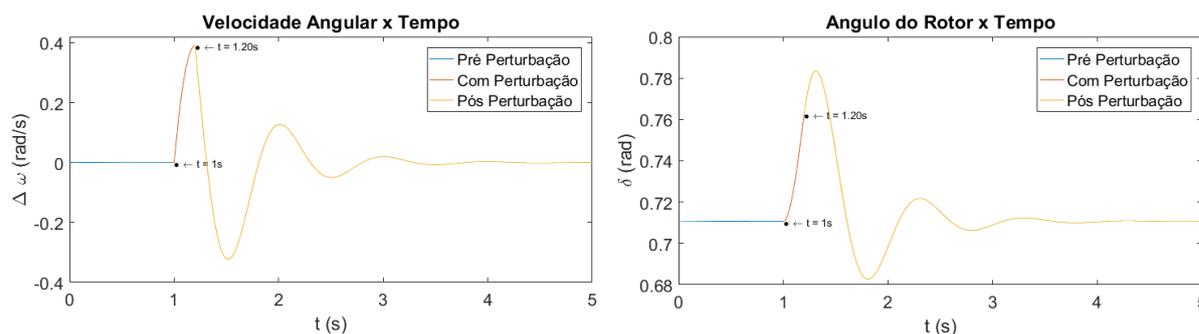


Figura 4-16 - Sistema 1 pós-falta submetido à uma variação positiva na potência

Fonte: Autoria própria



**Figura 4-17 - Sistema 1 pós-falta submetido à uma variação negativa na potência**

**Fonte: Autoria própria**

Observa-se que para ambos os casos o ângulo e da velocidade do rotor sofrem uma variação resultante da perturbação sofrida pelo sistema. Após o tempo de 0,2 segundos a perturbação é removida e o sistema volta para a sua condição inicial, no entanto as variáveis de estado do gerador sofrem uma pequena alteração e não possuem valores iguais aos da condição inicial. Como as variáveis de estado permanecem dentro da região de atração do ponto de equilíbrio estável  $(\delta_G^{1-pré}, \omega)$ , retratado na Figura 4-17, o gerador não perde o sincronismo com a rede e volta a operar no ponto  $(\delta_G^{1-pré}, \omega)$ .

Conclui-se então que o Sistema 1 pós-falta é estável quando submetido a uma pequena perturbação  $P_{pp} = +0,1 pu$ .

#### 4.2.4 TEMPO CRÍTICO DE ABERTURA

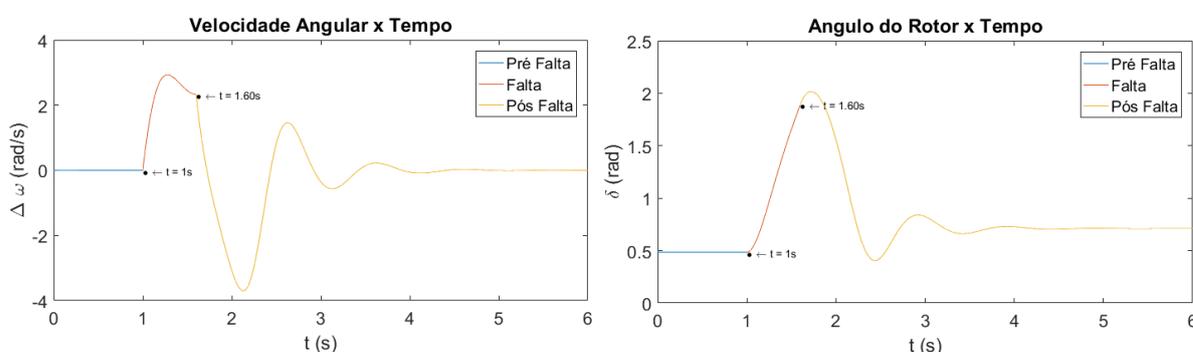
A partir das análises do sistema pré-falta, em falta e pós-falta pode-se então simular e determinar o tempo crítico de atuação da proteção, uma vez que existe ponto de equilíbrio no pós-falta.

Ao atuar a proteção, os disjuntores abrem e isolam a falta do restante do sistema. Dependendo da velocidade de atuação desta proteção, o sistema pode encontrar outro ponto de equilíbrio e, conseqüentemente, o gerador não perde o seu sincronismo com o sistema de energia. O tempo máximo para que isto ocorra é conhecido como tempo crítico de abertura “tcr”. Assim, eliminando-se o defeito antes

do tempo crítico o sistema pode ser estável e após o tempo crítico tem-se um sistema instável (Bretas & Alberto, 2000).

Nesta seção serão apresentadas simulações para o tempo crítico de abertura “tcr” do sistema 1 apresentado anteriormente. A solução foi encontrada por meio do método da tentativa e erro, no qual uma solução plausível é escolhida e aplicada na resolução do problema, caso o resultado esperado não seja alcançado, repete-se o procedimento.

A Figura 4-18 mostra o gráfico da velocidade angular e do ângulo do rotor em relação ao tempo, resultante da simulação computacional do para um tempo de abertura dos disjuntores de 0,60 segundos após a falta.

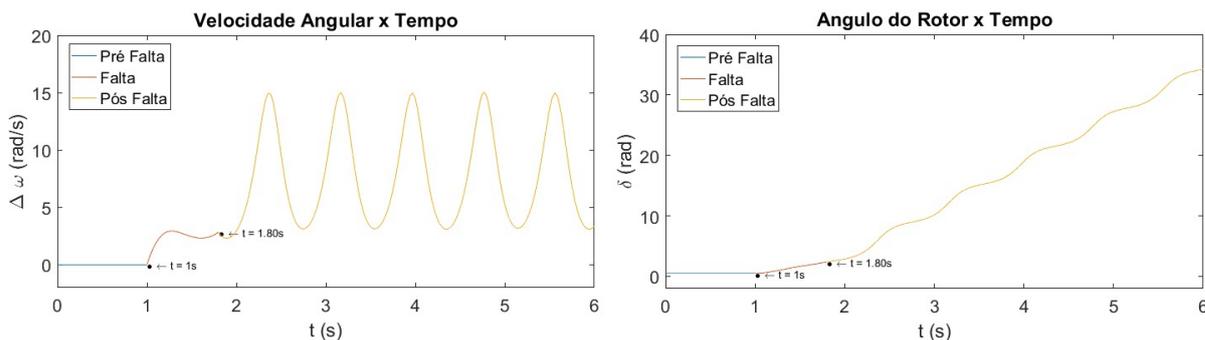


**Figura 4-18 – Sistema 1 tempo de abertura de 0,60s**

**Fonte: Autoria própria**

As linhas na core **azul**, **vermelho** e **amarelo** representam respectivamente o sistema 1 no seu estado pré-falta, em falta e pós-falta. Pode-se se observar que o gráfico da Figura 4-18 descreve uma situação estável, visto que após uma perturbação o sistema se estabiliza em um **novo** ponto de operação, mostrando assim o sincronismo do gerador com o barramento infinito.

Por outro lado, uma simulação realizada com um tempo de abertura de 0,80 segundos revela um sistema instável. As curvas obtidas para este tempo de abertura estão na Figura 4-19, na qual se percebe que, tanto a variação do ângulo interno quanto o desvio de velocidade do gerador aumentam continuamente, ou seja, a máquina continua acelerando após a eliminação do curto-circuito sem atingir um novo ponto de equilíbrio e, assim, o sistema se configura como transitoriamente instável.

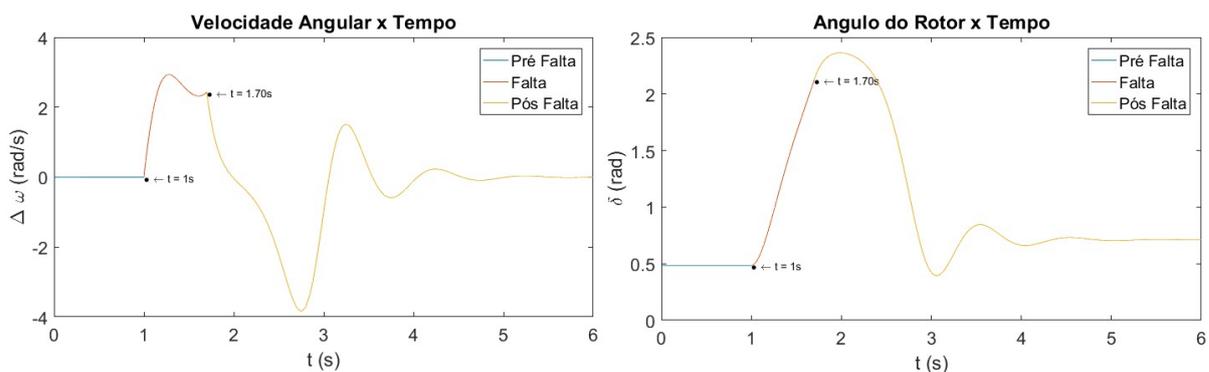


**Figura 4-19 – Sistema 1 tempo de abertura de 0,80s**

**Fonte: Autoria própria**

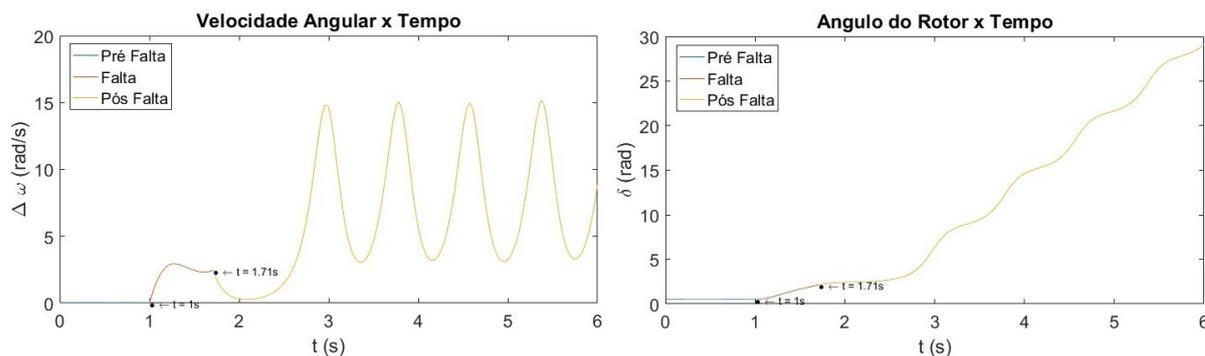
Pode-se dessa forma deduzir que o tempo de abertura crítico calculado para esse sistema se encontra entre 0,60 s e 0,80 s. Após a simulação de diversos tempos diferentes de abertura, entre 0,60 s e 0,80 s, obteve-se os resultados indicados na Figura 4-20 e 4-21.

Na Figura 4-20, o tempo de abertura considerado foi de 0,70 segundos e nota-se que o sistema retorna ao seu ponto de equilíbrio, sendo transitoriamente estável. Já a Figura 4-21, atribuiu-se 0,71 segundos para o tempo de abertura e, nesta condição, o sistema não foi capaz de permanecer em sincronismo, caracterizando-se como transitoriamente instável.



**Figura 4-20 - Sistema 1 tempo de abertura de 0,70s**

**Fonte: Autoria própria**



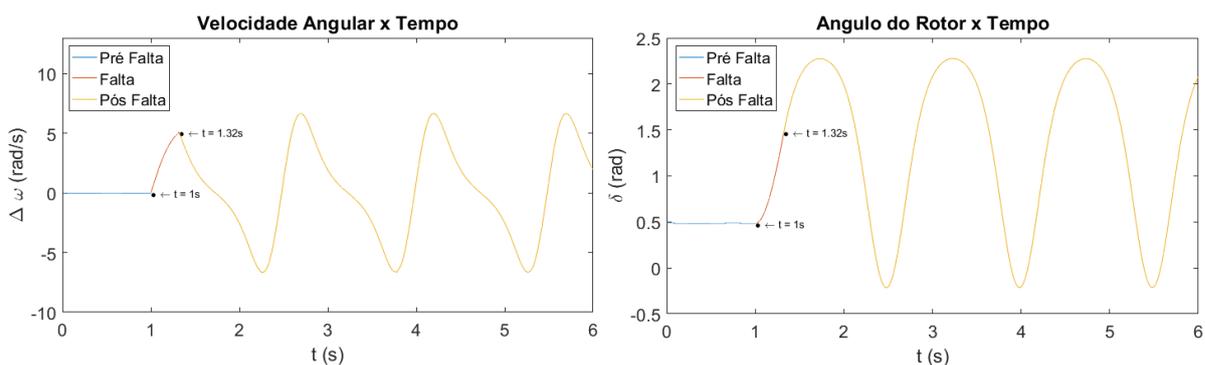
**Figura 4-21 - Sistema 1 tempo de abertura de 0,71s**

**Fonte: Autoria própria**

Portanto, por meio das simulações anteriores, conclui-se que o tempo de abertura crítico para o sistema proposto neste capítulo está entre 0,70 segundos e 0,71 segundos.

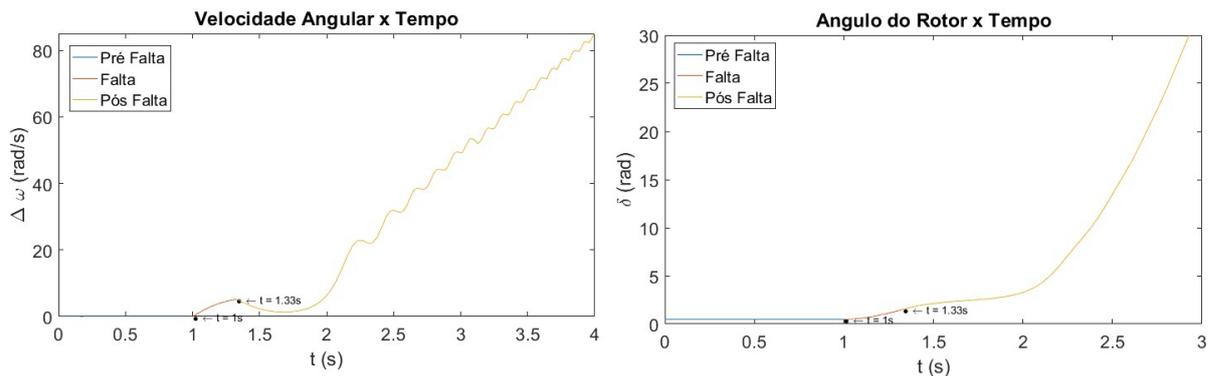
O tempo crítico de abertura encontrado difere-se dos obtidos por Bretas e Alberto (2000), pois nesta literatura não foi considerado o coeficiente de amortecimento na equação de *swing*.

Ao remover o coeficiente de amortecimento,  $D = 0 pu/(rad/s)$ , e simular novamente os tempo de abertura, os mesmos resultados obtidos por Bretas e Alberto (2000) são obtidos, como poder ser visto na Figura 4-22 e Figura 4-23.



**Figura 4-22 - Tempo de Abertura de 0,32s**

**Fonte: Autoria própria**



**Figura 4-23 - Tempo de abertura de 0,33s**

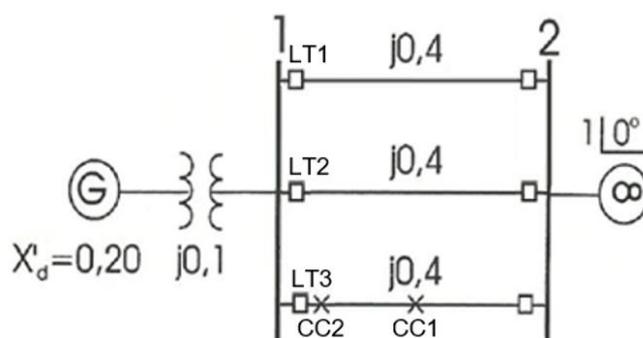
**Fonte: Autoria própria**

Para o tempo de 0,32 segundos, Figura 4-22, nota-se que o sistema é transitoriamente estável, pois, após a atuação da proteção, este permanece oscilando ao redor do seu novo ponto de equilíbrio, ou seja, nas condições do pós-falta. Como o coeficiente de amortecimento é nulo, o ponto de equilíbrio do sistema pós-falta não pode ser considerado **assintoticamente** estável, pois o mesmo não converge para o ponto de equilíbrio estável.

As curvas obtidas para o tempo de abertura de 0,33 segundos estão na Figura 4-23, na qual se percebe que, tanto a variação do ângulo interno quanto o desvio de velocidade do gerador aumentam continuamente, ou seja, a máquina continua acelerando após a eliminação do curto-circuito sem atingir um novo ponto de equilíbrio e, assim, o sistema se configura como transitoriamente instável.

### 4.3 SIMULAÇÃO DO SISTEMA 2

O segundo sistema (sistema 2), assim como o primeiro, é composto por duas barras e um gerador. No entanto para este foi adicionado mais uma linha de transmissão (LT3) com impedância igual a  $X_{LT3} = j0,4$ , como pode ser observado na Figura 4-24.



**Figura 4-24 - Sistema elétrico de potência 2**

**Fonte: Adaptação de Bretas e Alberto (2000)**

Com a adição de mais uma linha de transmissão, a capacidade de transmissão de potência é aumentada e conseqüentemente o sistema reagirá de maneira diferente aos distúrbios aplicados.

Além da mudança na topologia, este sistema também será submetido à dois distúrbios distintos. O primeiro deles (CC1) será um curto circuito trifásico no centro da linha de transmissão 3 (LT3). O segundo distúrbio (CC2), consiste de um curto circuito trifásico no início da LT3, de maneira que a atuação da proteção isole somente esta linha de transmissão do restante do sistema.

### 4.3.1 SISTEMA 2 PRÉ-FALTA

#### CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Seguindo os mesmos procedimentos utilizados na seção 4.2, tem-se que  $\dot{E}'_g = 1,0633 \angle 24,05^\circ = 1,0633 \angle 0,4197 \text{ rad}$ , logo a força eletromotriz no gerador será constante e igual a  $1,0633 \text{ pu}$  durante os estudos de estabilidade do Sistema 2. Reduzindo o circuito aos nós internos do gerador, obtém-se a reatância equivalente  $X_{eq}^{pré} = 0,4333 \text{ pu}$ . Logo, a potência elétrica ativa entregue à rede pelo gerador é igual a  $P_e^{pré} = 2,4539 \text{ sen}(\delta_G)$ .

Adotando os mesmos procedimentos utilizados nas seções anteriores, a equação de *swing* no espaço de estados é dada por:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_e = \omega \\ \dot{\omega}_e = \frac{1}{0,0265} \cdot (1 - 2,4539 \text{ sen}(\delta_G)) \end{cases} \quad (4.33)$$

#### ETAPA 1 – ANÁLISE LINEAR

Considerando  $\dot{\delta}_e = \dot{\omega}_e = 0$  e solucionando a equação (4.33), obtém-se os seguintes pontos de equilíbrio:

$$\begin{cases} (\delta_G^{1-pré}, \omega) = (24,05^\circ, 0 \text{ rad}_{el}/s) = (0,42 \text{ rad}, 0 \text{ rad}_{el}/s) \\ (\delta_G^{2-pré}, \omega) = (155,95^\circ, 0 \text{ rad}_{el}/s) = (2,72 \text{ rad}, 0 \text{ rad}_{el}/s) \end{cases} \quad (4.34)$$

Obtendo a matriz jacobiana em relação ao ponto de equilíbrio  $\delta_G^{1-pré}$  e resolvendo sua equação característica, obtém-se os seguintes autovalores:

$$\lambda = -1,9231 \pm j9,0824 \quad (4.35)$$

Assim, de acordo com Khalil (2002), esse ponto de equilíbrio é um atrator, conhecido como **espiral estável**. Logo, pode-se dizer que o mesmo é assintoticamente estável.

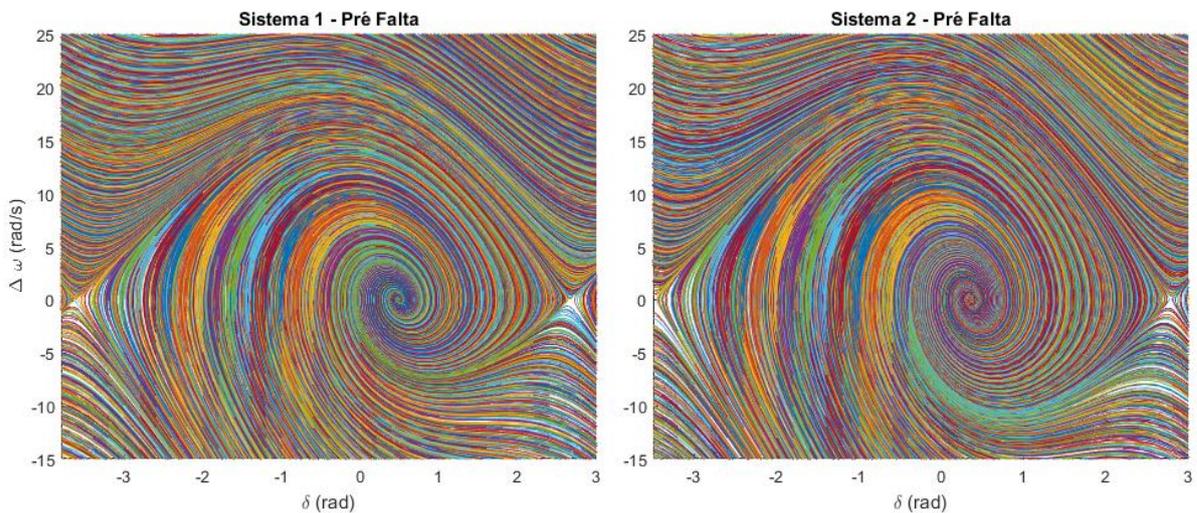
Substituindo os valores do ponto de equilíbrio  $\delta_G^{2-pré}$  na matriz jacobiana e solucionado a equação, tem-se:

$$\lambda_1 = -11,404 \text{ e } \lambda_2 = 7,5578 \quad (4.36)$$

Como os autovalores são reais e tem sinais opostos, de acordo com Khalil (2002), o ponto estudado é um repulsor, conhecido como ponto **sela instável**. Logo, este ponto de equilíbrio é instável.

## ETAPA 2 – ANÁLISE DINÂMICA

O Retrato de fase do Sistema 2, no período pré-falta, bem como o retrato de fase do Sistema 1 podem ser observados na Figura 4-25 abaixo.



**Figura 4-25 - Retrato de fase do sistema 1 e 2 - pré-falta**

**Fonte: Autoria própria**

Ambos os sistemas possuem como ponto de equilíbrio uma espiral estável, entretanto a região de atração do sistema 2 é maior. Isso acontece pois devido a adição de uma linha de transmissão, o sistema 2 possui maior capacidade de transmissão de potência. Essa característica faz com que o Sistema 2 possua maior capacidade de manter seu equilíbrio após sofrer perturbações.

## PEQUENAS PERTURBAÇÕES

A resposta do sistema para uma variação na potência elétrica demanda de  $P_{pp} = \mp 0,1 pu$ , durante 0,2 segundos, pode ser observada na Figura 4-26 e Figura 4-27.

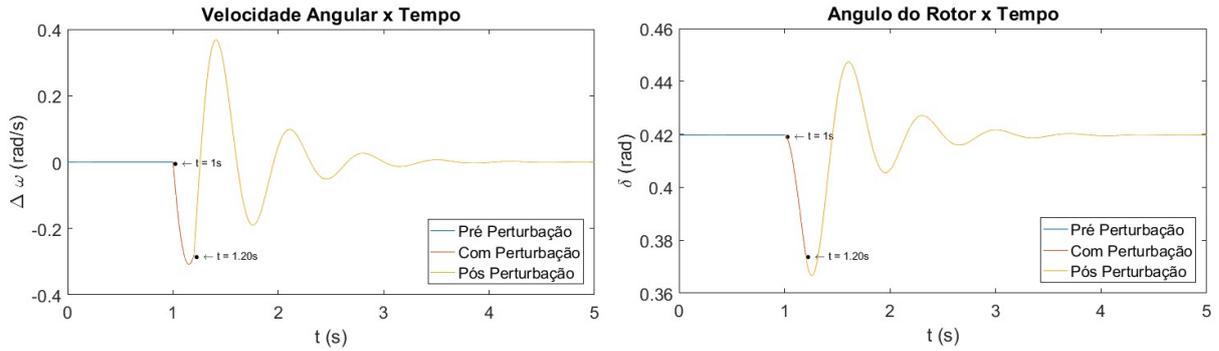


Figura 4-26 - Sistema 2 pré-falta submetido à uma variação positiva na potência

Fonte: Autoria própria

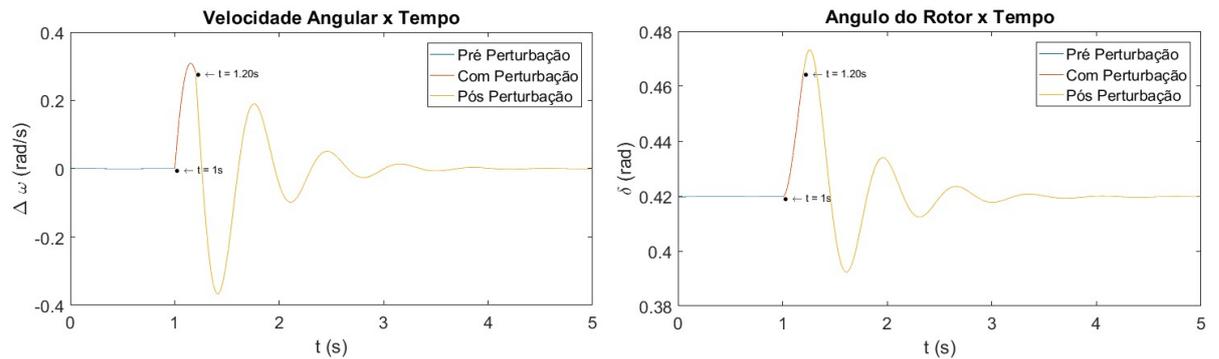


Figura 4-27 - Sistema 2 pré-falta submetido à uma variação negativa na potência

Fonte: Autoria própria

É possível observar que o gerador permanece em equilíbrio com a rede após sofrer uma oscilação positiva e negativa na potência elétrica. Portanto, como as variáveis de estado permanecem dentro da região de atração do ponto de equilíbrio estável  $(\delta_G^{1-pré}, \omega)$  em que o sistema estava operando, Figura 4-25, e retornam para este mesmo ponto de equilíbrio após a perturbação removida, conclui-se que o Sistema 2 pré-falta é estável quando submetido a uma pequena perturbação  $P_{pp} = +0,1 pu$ .

#### 4.3.2 SISTEMA 2 EM FALTA – CC1

##### CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A partir das considerações iniciais do sistema pré-falta, obteve-se a tensão interna do gerador que será utilizada para a simulação do sistema em falta. A Figura 4-28 mostra a topologia em falta do sistema após ser aplicado um curto circuito trifásico no centro da LT3.

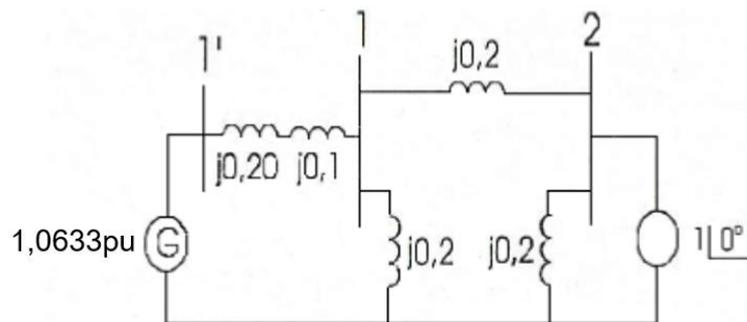


Figura 4-28 - Diagrama equivalente do sistema 2 em falta - CC1

Fonte: Bretas e Alberto (2000)

Utilizando a transformação estrela-triângulo para os nós 1', 2 e para o nó comum ao gerador e ao barramento infinito, eliminando assim a barra 1, chega-se a uma impedância equivalente para o sistema reduzido igual a  $X_{eq_{cc1}}^{falta} = j0,7$ . Assim, a potência ativa fornecida pelo gerador à rede é igual a  $P_e^{falta} = 1,519 \text{sen}(\delta_G)$ .

De modo que, a equação de *swing* para o sistema 2 em falta é, então, expressa pela equação abaixo:

$$\begin{cases} \delta_e = \omega \\ \dot{\omega}_e = \frac{1}{0,0265} \cdot (1 - 1,519 \text{sen}(\delta_G)) \end{cases} \quad (4.37)$$

##### ETAPA 1 – ANÁLISE LINEAR

Considerando  $\dot{\delta}_e = \dot{\omega}_e = 0$  e solucionando a equação (4.37), obtém-se os seguintes pontos de equilíbrio:

$$\begin{cases} (\delta_G^{1-CC1}, \omega) = (41,17^\circ, 0 \text{ rad}_{el}/s) = (0,72 \text{ rad}, 0 \text{ rad}_{el}/s) \\ (\delta_G^{2-CC1}, \omega) = (138,83^\circ, 0 \text{ rad}_{el}/s) = (2,42 \text{ rad}, 0 \text{ rad}_{el}/s) \end{cases} \quad (4.38)$$

A partir da equação característica de “A” em relação ao ponto  $\delta_G^{1-CC1}$ , obtém-se os seguintes autovalores:

$$\lambda = -1,9231 \pm j6,3465 \quad (4.39)$$

Assim, de acordo com Khalil (2002), esse ponto de equilíbrio é uma **espiral estável**. Portanto, o ponto de equilíbrio  $(\delta_G^{1-pré}, \omega)$  é **assintoticamente estável**.

Da mesma maneira, para o ponto de equilíbrio  $\delta_G^{2-CC1}$ , tem-se:

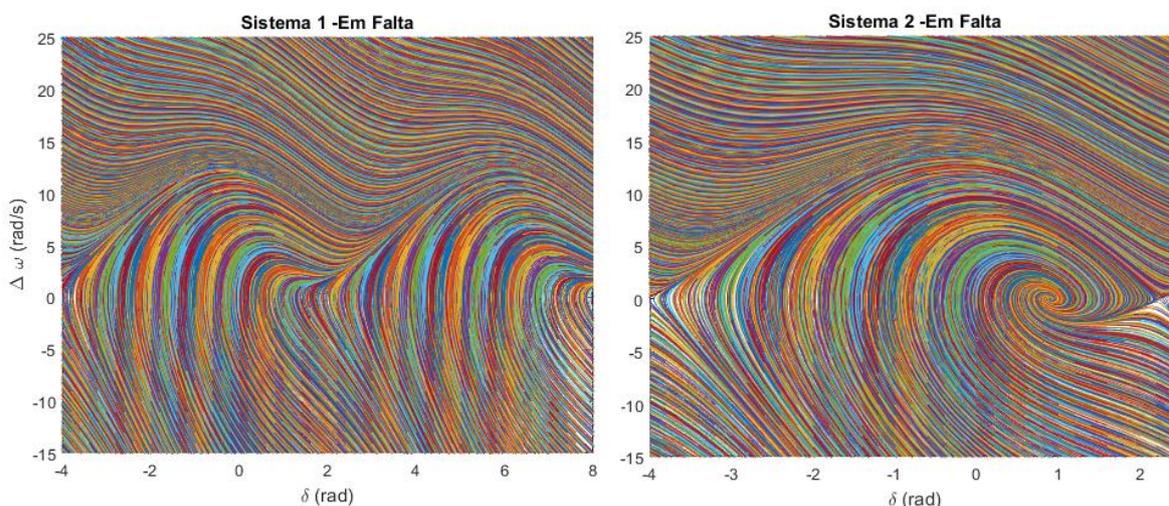
$$\lambda_1 = -8,8278 \text{ e } \lambda_2 = 4,9816 \quad (4.40)$$

Como os autovalores são reais e tem sinais opostos, de acordo com Khalil (2002), o ponto estudado é um ponto **sela instável**. Logo, o ponto de equilíbrio  $\delta_G^{2-CC1}$  é instável.

Ao comparar os resultados aqui obtidos em relação aos resultados da simulação do sistema 1, durante o período transitório, observa-se uma grande diferença entre os dois sistemas. Devido a adição de mais uma linha de transmissão, a capacidade do sistema 2 de permanecer em equilíbrio após uma perturbação foi elevada de maneira que, mesmo em falta, o gerador pode encontrar um ponto de equilíbrio.

## ETAPA 2 – ANÁLISE DINÂMICA

A estabilidade do sistema 2 pode ser confirmada por meio dos retratos de fase mostrados na Figura 4-29.



**Figura 4-29 - Retrato de fase do sistema 1 e 2 - em falta**

**Fonte: Autoria própria**

Observe que, no sistema 1, quando ocorre um defeito em uma das linhas que interligam o barramento do gerador com o sistema, a potência elétrica fornecida pela máquina síncrona fica enormemente reduzida. No entanto, a potência mecânica fornecida pelo gerador, não sofre redução nos primeiros instantes que se seguem ao aparecimento do defeito, devido à inércia do sistema de regulação. Logo, o rotor tenderá então a acelerar. Como não existe ponto de equilíbrio, ele continuará acelerando até que o defeito seja isolado. Após a eliminação do defeito, o sistema 1 poderá ou não encontrar um novo ponto de operação (equilíbrio), conforme abordado no capítulo 4.2.8.

Por outro lado, no sistema 2, o defeito em uma das linhas de transmissão não causa uma redução drástica na potência elétrica. Conseqüentemente, ele pode encontrar seu equilíbrio estável mesmo com o defeito em uma das linhas de transmissão.

### 4.3.3 SISTEMA 2 EM FALTA – CC2

#### CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este caso se distingue do CC1 (seção 4.3.2) unicamente pelo local onde acontece o curto circuito. Ao aplicar um curto circuito no início da linha de transmissão 3, o sistema assume a topologia retratada na Figura 4-32.

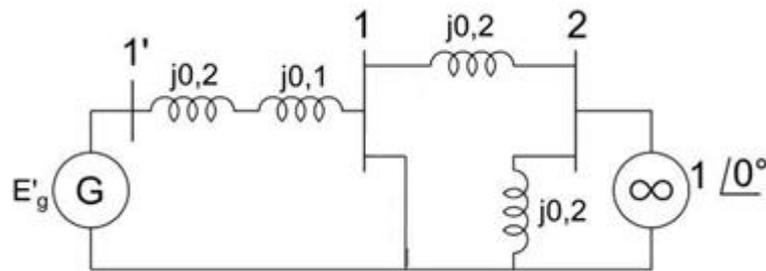


Figura 4-30 - Diagrama equivalente do sistema 2 em falta - CC2

Fonte: Bretas e Alberto (2000)

Ao ocorrer o CC2, a tensão no barramento 1 se iguala a zero, assim, a potência ativa fornecida pelo gerador à rede é igual a  $P_e^{falta} = 0$ .

De modo que, a equação de *swing* para o sistema 2 em falta é, então, expressa pela equação abaixo:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_e = \omega \\ \dot{\omega}_e = \frac{1}{0,0265} \cdot (1 - 0) \end{cases} \quad (3.41)$$

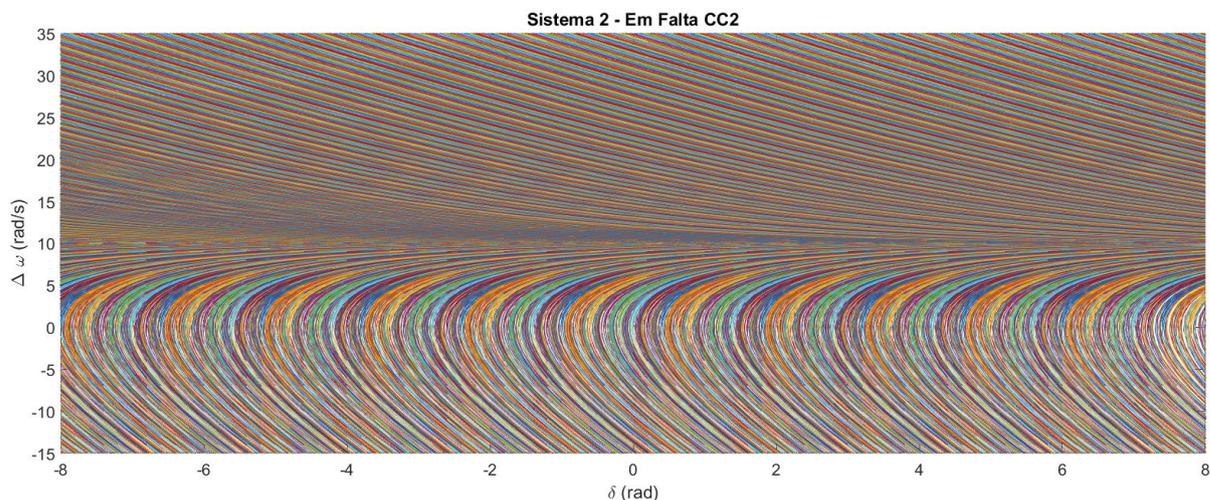
#### ETAPA 1 – ANÁLISE LINEAR

Os pontos de equilíbrio são encontrados ao considera-se a aceleração e a variação da velocidade do gerador iguais a zero, logo  $\dot{\delta}_e = \dot{\omega}_e = 0$ . No entanto, não existe solução da equação de *swing* para esta condição. Portanto, não existe ponto de equilíbrio no período transitório.

Ao ocorrer o curto circuito CC2, a potência absorvida pelo barramento infinito é nula. Conseqüentemente, o sistema não tem capacidade de absorver a energia fornecida pelo gerador e o gerador acelera até o momento em que o defeito é isolado.

## ETAPA 2 – ANÁLISE DINÂMICA

O retrato de fase da Figura 4-33 ilustra o padrão de comportamento do Sistema 1 na topologia elétrica em falta.

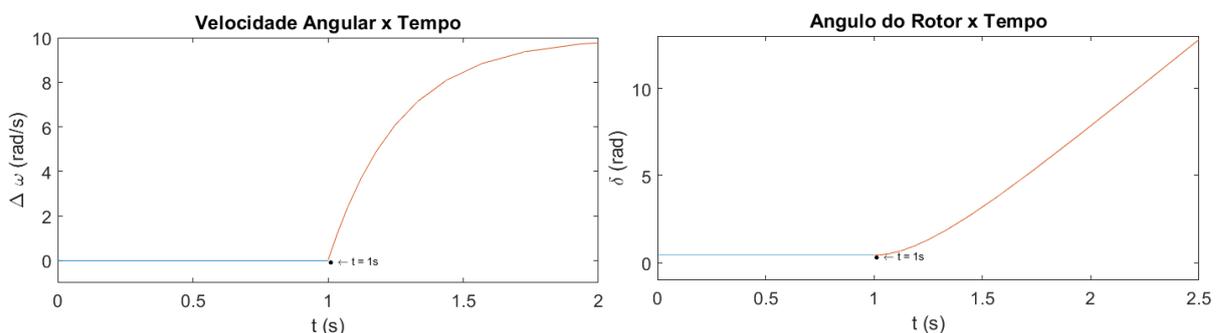


**Figura 4-31 – Retrato de fase do sistema em falta**

**Fonte: Autoria própria**

Como a potência mecânica fornecida pelo gerador é maior que a potência elétrica absorvida pelo sistema, a máquina começa a acelerar e não encontra um ponto de operação estável. Isso explica o fato de o retrato de fase da Figura 4-33 não possuir um ponto onde todas as trajetórias próximas se convergem.

A aceleração do gerador pode ser observada também ao analisar suas variáveis de estado em relação ao tempo, como pode ser visto na Figura 4-34.



**Figura 4-32 – Variação do ângulo do rotor para o Sistema 1 em falta**

**Fonte: Autoria própria**

As curvas em azul são referentes ao período pré-falta, as em vermelho são referentes ao período em falta.

#### 4.3.4 SISTEMA 2 PÓS-FALTA

Após o isolamento do defeito, o sistema 2 assume a topologia pós-falta. Ao isolar uma das linhas de transmissão, a topologia do sistema 2 pós-falta fica idêntica a do sistema 1 pré-falta. Entretanto, a análise de estabilidade é necessária pois o valor da força eletromotriz do gerador é diferente nos dois casos.

#### CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Como a força eletromotriz do ( $\dot{E}'_g = 1,0633 \angle 24.05^\circ$ ) é a única diferença entre o sistema 1 pré-falta e o sistema 2 pós-falta, basta substituir os valores de  $\dot{E}'_g$  na equação (4.6) para encontrar a potência elétrica. Logo,  $P_e^{pós} = 2,1266 \text{sen}(\delta_G)$ . Seguindo os mesmos procedimentos dos capítulos anteriores, a equação de *swing* é:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_e = \omega \\ \dot{\omega}_e = \frac{1}{0,0265} \cdot (1 - 2,1266 \text{sen}(\delta_G)) \end{cases} \quad (4.42)$$

#### ETAPA 1 – ANÁLISE LINEAR

Considerando  $\dot{\delta}_e = \dot{\omega}_e = 0$ , e solucionando a equação (4.42), obtém-se os seguintes pontos de equilíbrio:

$$\begin{cases} (\delta_G^{1-pós}, \omega) = (28.05^\circ, 0 \text{ rad}_{el}/s) = (0.49 \text{ rad}, 0 \text{ rad}_{el}/s) \\ (\delta_G^{2-pós}, \omega) = (151,95^\circ, 0 \text{ rad}_{el}/s) = (2.65 \text{ rad}, 0 \text{ rad}_{el}/s) \end{cases} \quad (4.43)$$

Resolvendo a determinante da matriz jacobiana em relação ao ponto de equilíbrio  $\delta_G^{1-pós}$ , obtém-se os seguintes autovalores:

$$\lambda = -1,9231 \pm j8,2757 \quad (4.44)$$

Assim, de acordo com Khalil (2002), esse ponto de equilíbrio é estável e a região próxima a ele é uma **espiral estável**.

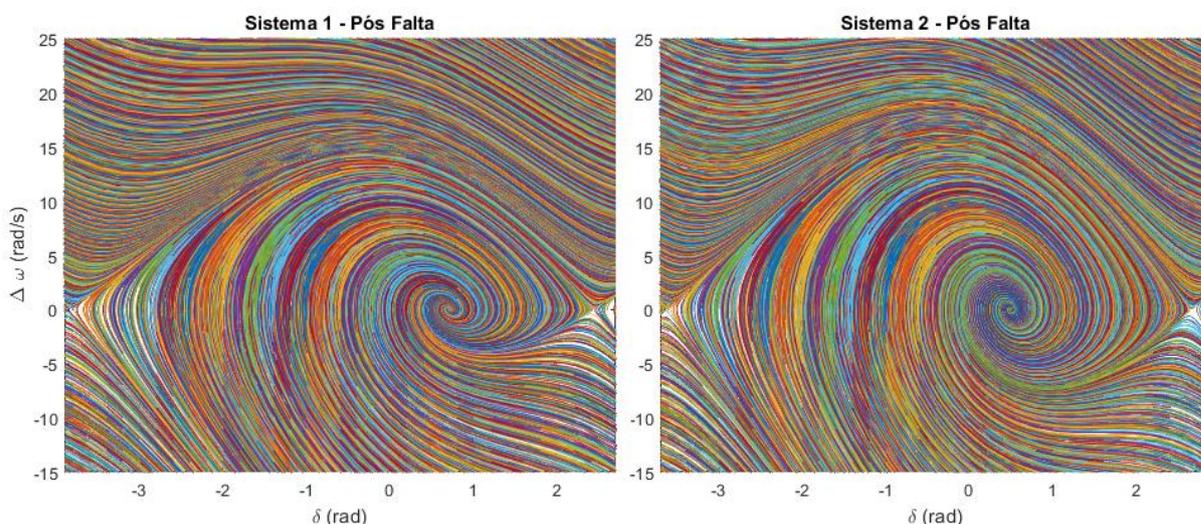
Substituindo os valores do ponto de equilíbrio  $\delta_G^{2-pré}$  na matriz jacobiana e solucionado a equação, tem-se:

$$\lambda_1 = -10,634 \text{ e } \lambda_2 = 6,7880 \quad (4.45)$$

Como os autovalores são reais e tem sinais opostos, de acordo com Khalil (2002), o ponto estudado é um ponto **sela instável**.

## ETAPA 2 – ANÁLISE DINÂMICA

O Retrato de fase do Sistema 2, no período pré-falta, bem como o retrato de fase do Sistema 1 podem ser observados na Figura 4-35 abaixo.



**Figura 4-33 - Retrato de fase do sistema 1 e 2 - pós-falta**

**Fonte: Autoria própria**

Observa-se que ambos os sistemas possuem como ponto de equilíbrio uma espiral estável. Como o sistema 2 está operando com duas linhas de transmissão em paralelo, a sua capacidade de transmissão de potência é maior, conseqüentemente sua região de atração é maior que a do sistema 1.

## PEQUENAS PERTURBAÇÕES

As Figura 4-36 e Figura 4-37 retratam a resposta do sistema quando submetido à uma variação na potência elétrica de  $P_{pp} = \mp 0,1 pu$ , durante 0,2 segundos.

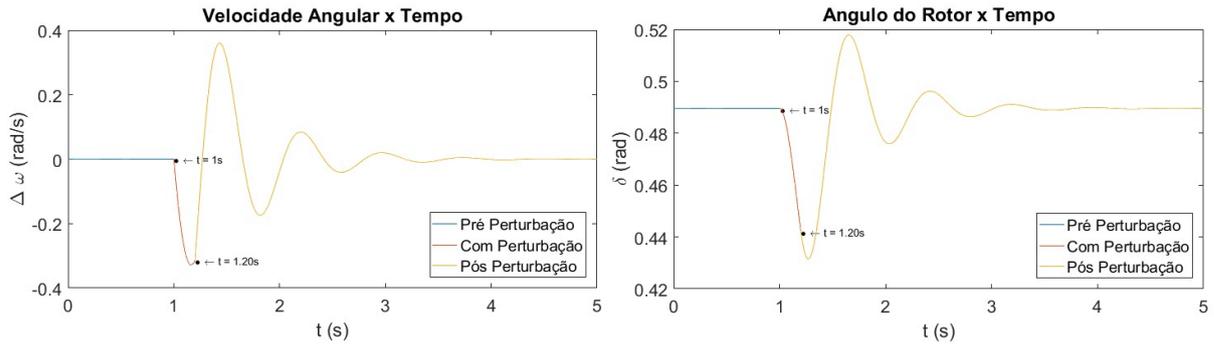


Figura 4-34 - Sistema 2 pós-falta submetido à uma variação positiva na potência

Fonte: Autoria própria

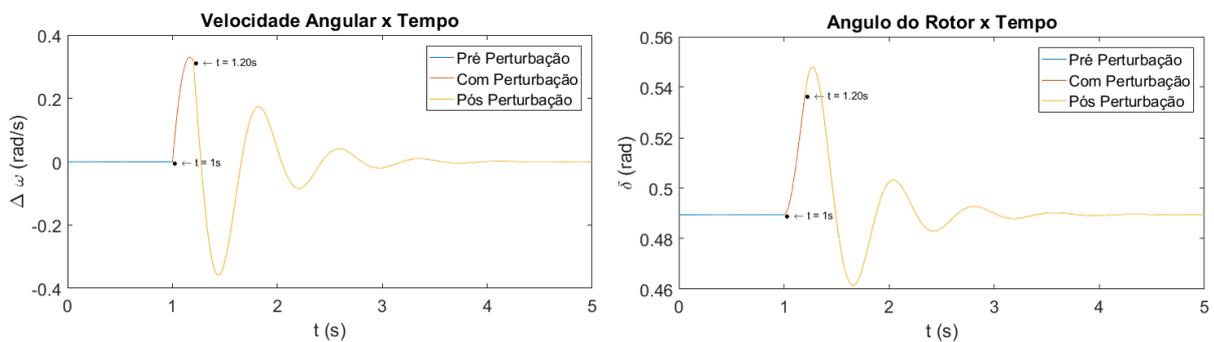


Figura 4-35 - Sistema 2 pós-falta submetido à uma variação negativa na potência

Fonte: Autoria própria

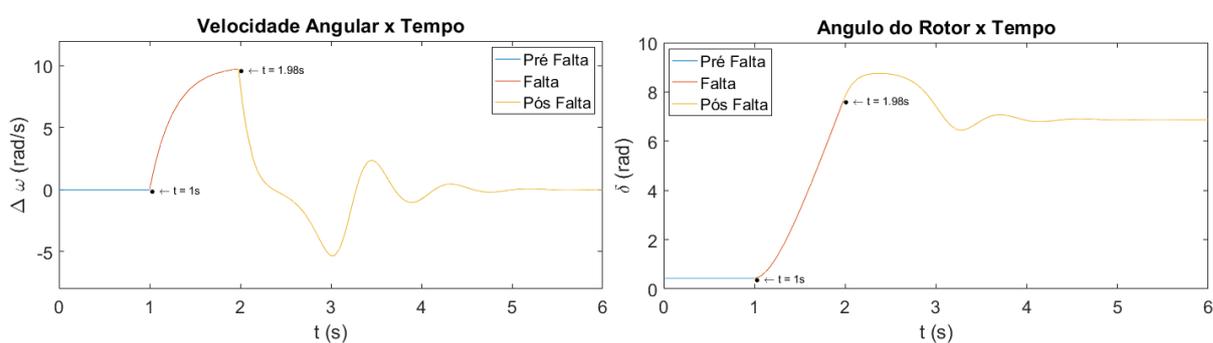
Assim como no caso anterior, o gerador manteve o equilíbrio com o sistema após ser submetido à uma pequena perturbação. Dessa forma, feitas as simulações, tem-se que o Sistema 1 pré-falta para o ponto de operação analisado é estável quando submetido a uma pequena perturbação  $P_{pp} = \mp 0,1 pu$ .

#### 4.3.5 TEMPO CRÍTICO DE ABERTURA

O sistema 2 foi submetido à 2 curtos circuitos distintos, CC1 e CC2. Ao aplicar o CC1, o sistema continua em equilíbrio, como visto na seção 4.3.2. Logo, a determinação do tempo crítico de abertura não é aplicável para este caso, já que o sistema está sempre operando em um ponto e equilíbrio estável. No entanto, ao aplicar o CC2 o sistema não encontra um ponto de equilíbrio durante o período transitório. Logo, faz-se necessário calcular o tempo crítico de abertura para o caso do CC2.

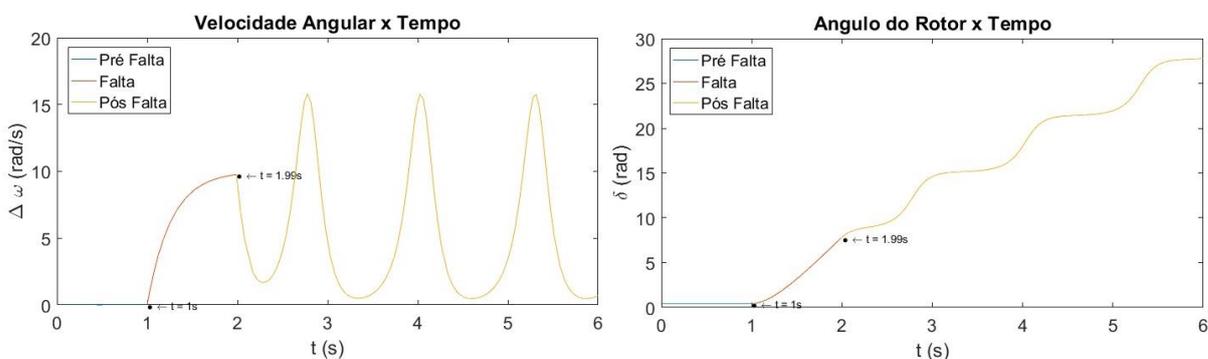
A determinação do tempo crítico, assim como na seção 4.2.4, foi feita por meio da atribuição de variados tempos de abertura, de modo a analisar-se o comportamento do sistema para cada cenário e, assim, determinar um intervalo de tempo suficientemente pequeno que compreenda o limite de estabilidade do sistema, ou seja, restringir o tempo crítico ao instante em que a resposta do sistema beire a perda de sincronismo.

Após a simulação de diversos tempos diferentes de abertura, obteve-se os resultados indicados na Figura 4-38 e 4-39.



**Figura 4-36 - Tempo de Abertura de 0,98s**

**Fonte: Autoria própria**



**Figura 4-37 - Tempo de Abertura de 0,99s**

**Fonte: Autoria própria**

Na Figura 4-38, o tempo de abertura considerado foi de 0,98 segundos e nota-se que o sistema retorna ao seu ponto de equilíbrio, sendo transitoriamente estável. Já na Figura 4-39, atribuiu-se 0,99 segundos para o tempo de abertura e, nesta condição, o sistema não foi capaz de permanecer em sincronismo, caracterizando-se como transitoriamente instável.

Logo, o tempo crítico de abertura para o CC2 está entre 0,98 e 0,99 segundos.

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho de conclusão de curso investigou o impacto de diferentes perturbações em um sistema máquina – barramento infinito sem regulador de tensão. Como parâmetro principal de análise utilizou-se a estabilidade angular, onde o sincronismo da máquina é avaliado de acordo com seus pontos de equilíbrio. Foi desenvolvido um algoritmo computacional para auxiliar na análise de estabilidade de sistemas elétricos de potência, possibilitando assim realizar a simulação e estudo do comportamento de uma máquina síncrona quando o sistema é submetido à pequenas e grandes perturbações.

Diversas perturbações foram aplicadas no sistema, como curto-circuito trifásico em diferentes pontos das linhas de transmissão e pequenas variações na potência elétrica. Em todas as perturbações aplicadas, foi caracterizado os pontos de equilíbrio e suas respectivas regiões de estabilidade para o sistema pré-falta, em falta e pós-falta. Foi possível retratar que quando se trabalha com a caracterização dos pontos de equilíbrio de sistemas não lineares é conveniente utilizar técnicas de linearização deste sistema, mesmo sabendo que existem limitação provenientes da linearização.

Por meio do algoritmo computacional implementado, foi possível simular a trajetória das variáveis de estado da máquina síncrona e confirmar, por meio da resolução da equação de *swing* na forma dinâmica, os pontos de equilíbrio bem como as características de suas regiões de estabilidade.

Como forma de garantir a estabilidade do sistema quando o mesmo é submetido à diferentes perturbações, foi determinado o tempo crítico de atuação da proteção e isolamento do defeito para que o gerador não perca o sincronismo em relação ao barramento infinito.

Em trabalhos futuros, poderá ser utilizado diferentes modelos matemáticos para a simulação do gerador síncrono, tendo em vista que o modelo utilizado neste estudo possui somente duas variáveis de estado.

Poderão ainda ser estudados sistemas mais complexos, como por exemplo um sistema multimáquinas. Outra alternativa seria implementar reguladores de tensão

e Estabilizadores de Sistemas de Potência (PSS), uma vez que ambos são amplamente utilizados nos sistemas de potência.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBERTO, LUÍZ. F. C. **Caracterização e Estimativas da Área de Atração de Sistemas Dinâmicos Não Lineares**. Tese (Livre Docência), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005.

ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A. **Power system control and stability**. Estados Unidos: IEEE Power Engineering Society, 2ª edição, 2003.

BRETAS, N. G.; ALBERTO, C. F. L. **Estabilidade Transitória em Sistemas Eletroenergéticos**. Universidade de São Carlos, São Carlos, 2000.

BORGES, Carmen L.T. **Análise de Sistemas de Potência. Notas de Aula**. Departamento de Elétrotécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

CHIANG, H-D. **Direct Methods for Stability Analysis of Electric Power Systems. Theoretical Foundation, BCU Methodologies, and Applications**. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2011.

COSTA, Antônio J.A.S.; SILVA, Aguinaldo S. **Controle e Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência**. Notas de Aula. Universidade Federal de Santa Catarina: Florianópolis, 2000.

FERNANDES, T. C. C. **Aplicação de técnicas de estimação modal para análise da estabilidade a pequenas perturbações de sistemas de distribuição com geração distribuída**. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

GLOVER, J. D.; SARMA, M. S.; OVERBYE, T. J. **Power System Analysis and Design**. Estados Unidos: Cengage Learning, 5ª edição, 2012.

MACHOWSKI, J.; BIALEK, J. W.; BUMBY, J. R. **Power system dynamics: Stability and Control**. Reino Unido: John Wiley & Sons, Ltd, 2ª edição, 2008.

KHALIL, H. K. **Nonlinear Systems**. Estados Unidos: Michigan State University, Michigan, 3ª edição, 2002.

KUNDUR, P. **Power System Stability and Control**. Estados Unidos: Electric Power Research Institute, Inc, 1994.

KUNDUR, P.; PASERBA, J.; AJJARAPU, V.; ANDERSON, G.; BOSE, A.; CANIZARES, C.; HATZIARGYRIOU, N.; HILL, D.; STANKOVIC, A.; TAYLOR, C.; VAN CUTSEM, T.; VITTAL, V. **Definition and Classification of Power System Stability**. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 19, n. 2, p. 1387 – 1401, May 2004. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsptp=&arnumber=1318675>>. Acesso em: MAIO, 2016.

RAMOS, A. R.; ALBERTO, LUÍZ F. C.; BRETAS, N. G. **Modelagem de Máquinas Síncronas Aplicada ao Estudo de Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência**. Universidade de São Carlos, São Carlos, 2000.

STEVENSON JR., W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. São Paulo: McGraw Hill do Brasil, Inc, 1986.

VAN CUTSEM, T.; VOURNAS, C. **Voltage Stability of Electric Power Systems**. Estados Unidos: Springer Science & Business Media, 1998.

VIDARDE, J. H. L. **Linearização suave de pontos fixos hiperbólico**. Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.