

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

NÁDIA SCHIMOMUKAI MINATO

**TAREFAS DE ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA PARA O ENSINO DE
PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO
2019

NÁDIA SCHIMOMUKAI MINATO

**TAREFAS DE ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA PARA O ENSINO DE
PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada

Orientador: Prof. Dr. Jader Otavio Dalto

CORNÉLIO PROCÓPIO
2019



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Cornélio Procópio
Diretoria de Graduação
Departamento de Matemática
Curso de Licenciatura em Matemática



FOLHA DE APROVAÇÃO

TAREFAS DE ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA PARA O ENSINO DE PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS

por

Nádia Schimomukai Minato

Este trabalho de conclusão de curso foi apresentado em 26 de junho de 2019 como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática. A candidata foi arguida pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Jader Otávio Dalto
Prof. Dr. Orientador

Línyla Natássia Sachs Camerlengo de Barbosa
Membro Titular

Andresa Maria Justulin
Membro Titular

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso”

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer a Deus por ter me dado força e confiança para acreditar no meu sonho e lutar para alcançar aquilo que acredito.

Ao meu marido Cristiano e à minha filha Isabella, pessoas com quem amo partilhar a vida, agradeço o carinho, a paciência e pela capacidade de me trazer paz na correria de cada semestre.

Aos meus pais, e minha irmã que, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

Aos professores e principalmente ao meu orientador Prof. Dr. Jader Otavio Dalto, eu agradeço a orientação incansável, o empenho e a confiança que ajudaram a tornar possível este sonho tão especial.

Agradeço também aos meus amigos e amigas.

Julgue seu sucesso pelas coisas que você teve que renunciar para conseguir. (DALAI LAMA)

RESUMO

MINATO, Nádía Schimomukai. **Tarefas de análise da produção escrita para o ensino de progressões geométricas**. 2018. 52f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2018.

A dificuldade e o desinteresse pela matemática são comumente relatados por muitos estudantes. A fim de ajudar os alunos a construir seus conhecimentos matemáticos, professores procuram meios pelos quais possam tornar o ensino mais atraente e satisfatório. A partir destas considerações, o objetivo deste trabalho foi construir tarefas de análise da produção escrita para uma proposta de ensino do conteúdo de progressão geométrica. Para a construção das tarefas, foram realizados estudos na literatura, sendo uma tese e uma dissertação de mestrado que tratam sobre a análise da produção escrita como estratégia de ensino os principais referenciais estudados. Em seguida, uma lista de tarefas foi aplicada a alunos concluintes do ensino médio, com o objetivo de fornecer produções escritas para, posteriormente serem analisadas e servirem de produto para elaboração das tarefas. Com essas produções, foram elaboradas 12 tarefas que podem ser utilizadas pelos professores no ensino do conteúdo de progressões geométricas.

Palavras-chave: Educação Matemática. Análise da Produção Escrita em Matemática. Proposta de Ensino. Tarefas de Análise da Produção Escrita. Progressões Geométricas

ABSTRACT

MINATO, Nádia Schimomukai. Tasks of analysis of written production for the teaching of geometric progressions. 2019. 52f. Course Completion Work (Undergraduate) - Degree in Mathematics. - Federal Technological University of Paraná. Cornélio Procópio, 2019.

Difficulty and lack of interest in mathematics are commonly reported by many students. In order to help students build their mathematical knowledge, teachers seek means by which they can make teaching more attractive and satisfying. The aim of this work was to create written production analysis tasks for teaching the concept of geometric progression. For the construction of the tasks, studies were carried out in the literature, being a thesis and a master's thesis that deal with written production analysis as a teaching strategy. Then a list of tasks was applied to high school graduates, with the objective of providing written productions for later analysis and product development. With these productions, 12 tasks were elaborated that can be used by teachers in the teaching geometric progressions.

Keywords: Mathematical Education. Analysis of written production in mathematics. Teaching Proposal. Analysis of written production tasks. Geometric progressions.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	11
2.1	Análise da Produção Escrita.....	11
2.1.1	Práticas sobre a análise da produção escrita.....	14
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	22
4	A APLICAÇÃO DAS TAREFAS DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA PARA A COLETA DAS PRODUÇÕES ESCRITAS	24
5	TAREFAS DE ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA	26
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
	REFERÊNCIAS.....	44
	APÊNDICE A – Instrumento Para Coleta de Produções Escritas	47
	APÊNDICE B – Termo de Consentimento	50

1 INTRODUÇÃO

Durante toda minha¹ vida escolar fui uma aluna que sempre me identifiquei com a área de exatas, e por isso imaginava que na escolha da minha profissão isso teria grande importância. Geralmente boa parte dos alunos entram na faculdade por volta dos 18 anos. Pessoas dessa faixa etária nem sempre têm maturidade suficiente para tomar uma decisão tão importante como a definição da carreira e acho que isso aconteceu comigo, pois deixei-me influenciar por uma série de fatores e, por isso, essa escolha provavelmente se mostrou equivocada.

Escolhi cursar fisioterapia pois era um curso que na época (1998) estava em alta e tendo bastante reconhecimento. Foi uma experiência muito válida pois é uma profissão que, assim como a maioria das profissões da área da saúde, atrai pessoas que gostam de cuidar de outras pessoas e têm como motivação aliviar o sofrimento. Trabalhei durante muitos anos como fisioterapeuta, mas a realidade vivenciada pelo profissional muitas vezes não condiz com as expectativas criadas em torno do curso.

Em 2014 meu marido começou a cursar Análise e Desenvolvimento de Sistemas nesta instituição (UTFPR) e, sabendo do sonho deixado para trás há anos, encorajei-me a tentar fazer uma segunda graduação. Foi uma decisão difícil pois, na época, nossa única filha estava com apenas cinco anos e para nós dois estudarmos, precisaríamos de uma grande ajuda e da compreensão dos nossos familiares, o que felizmente aconteceu.

Fazer uma faculdade depois de uma certa idade, para realizar um sonho antigo, pode ter variáveis fundamentais para sua tomada de decisão como alguns sacrifícios com tempo, dinheiro, energia física e disposição mental para ser estudante novamente. Entretanto, compreendi que talvez por isso as pessoas que voltam aos bancos escolares costumam ser muito mais comprometidas com o curso e assim acabam por valorizar a oportunidade de finalmente fazer a faculdade dos sonhos.

Iniciei minha trajetória acadêmica como aluna de Licenciatura em Matemática em 2015, encantada com o curso e com uma diferente visão sobre a responsabilidade de um professor. Nas aulas das disciplinas da área de educação matemática obtive conhecimento sobre formas de ensino-aprendizagem diferentes da tradicional, e

¹ Por se tratar de experiências da vida pessoal da autora, nesta parte inicial da Introdução o texto foi escrito na primeira pessoa do singular.

durante os primeiros estágios obrigatórios do curso descobri que a vontade de estar dentro de uma sala de aula futuramente era muito grande, então decidi me dedicar mais a esta área.

Quando iniciei a disciplina de TCC 1, procurei o professor Jader para convidá-lo a ser meu orientador, ele aceitou a ideia e já sugeriu que eu lesse a tese de doutorado da professora Edilaine Regina dos Santos, cujo título é “Análise da produção escrita em Matemática: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino” e a dissertação da Milene Aparecida Malaquias Cardoso, “Análise da produção escrita em matemática: quatro histórias da construção de uma proposta de ensino para a educação de jovens e adultos”.

Baseada nesses trabalhos e motivada em talvez contribuir com uma possível continuidade nesta linha de estudos, procurei estudar um pouco mais sobre a análise da produção escrita e escrever uma proposta de tarefas para o ensino e para a aprendizagem de progressões geométricas.

A palavra aprendizagem, segundo o Dicionário Michaelis (1998), é derivada do substantivo *aprendiz* que é aquele que aprende ou dá os primeiros passos em uma atividade, arte ou ofício. Quando se aborda este assunto é de fundamental importância que se entenda que, para que haja a aprendizagem, é necessário que esta seja de forma que o aluno desenvolva sua autonomia de pensamento racional e crítico, objetivando deixá-lo apto para que continue seus estudos, a fim de que os conhecimentos adquiridos contribuam para a formação do cidadão.

Segundo Libâneo (1994), aprender é o processo de compreensão de qualquer forma de conhecimento, desde os mais simples nos quais a criança aprende a manipular os brinquedos, andar, falar, fazer contas, nadar, andar de bicicleta etc., até processos mais complexos, como quando uma pessoa aprende a escolher uma profissão. Dessa forma, fica visível que, no decorrer de sua vida, as pessoas estão sempre aprendendo.

Durante seu período de formação escolar, no processo de ensino-aprendizagem, o aluno passa por muitos processos de avaliações, que são aplicados com o objetivo de verificar o seu aprendizado e também para proporcionar ao professor dados para as decisões a serem tomadas a respeito desse processo de aprendizagem.

Buriasco (2000 apud NAGY-SILVA; BURIASCO, 2005) afirma que, ao longo dos anos, novas teorias têm sido apresentadas sobre a questão da aprendizagem e estas teorias afirmam que a aprendizagem deve ser vista como um processo de construção pessoal de significados baseada em experiências vividas pelo aluno.

Para o aluno, a avaliação pode servir para regular sua aprendizagem, sendo subsídio capaz de orientá-lo para a autonomia de pensamento, para perceber suas dificuldades, analisá-las e descobrir caminhos para superá-las. Para o professor, deve contribuir para que ele possa repensar e reorientar a sua prática pedagógica, além de possibilitar-lhe entender e interferir nas estratégias utilizadas pelos alunos (SILVA; BURIASCO, 2005, p.500).

Diferentes propósitos são obtidos por meio da avaliação, relacionados ou não entre si, dos quais se podem destacar o de fornecer informação a diversos intervenientes ou interessados no processo de ensino-aprendizagem e o de constituir uma base para decisões e medidas a tomar (PONTE et al., 1997).

Referindo-se à avaliação, Nagy-Silva (2005, p. 31) diz que: "para o professor serve para que possa representar e reorientar a sua prática pedagógica além de possibilitar-lhe entender e interferir nas estratégias utilizadas pelos alunos".

A avaliação educacional, em geral, e a avaliação de aprendizagem escolar, em particular, são meios e não fins, em si mesmas, estando assim delimitadas pela teoria e pela prática que as circunstancializam. Desse modo, entendemos que a avaliação não se dá nem se dará num vazio conceitual, mas sim dimensionada por um modelo teórico de mundo e de educação, traduzido em prática pedagógica (LUCKESI, 1995, p. 28).

Baseando-se no estudo de alguns autores (NAGY-SILVA,2005; PEREGO,2005; SEGURA, 2005; ALVES, 2006; NEGRÃO DE LIMA, 2006; PEREGO, 2006; DALTO,2007; VIOLA DOS SANTOS, 2007), Silva e Dalto (2014) afirmam que a análise da produção escrita é uma estratégia para a investigação sobre o processo de ensino e aprendizagem e tal investigação pode ser feita a partir da tomada da avaliação como prática de investigação e, nesta direção, a análise da produção escrita tem desempenhado um importante papel. Para além de ser importante como estratégia de avaliação, alguns trabalhos (SANTOS, 2014 e CARDOSO, 2017) apresentam importantes considerações sobre a análise da produção escrita como estratégia de ensino. Assim, baseando-se nesta perspectiva, o objetivo deste trabalho é elaborar tarefas para o ensino do conteúdo de progressões geométricas a partir de produções escritas de outros alunos. Para isso, apresentamos na seção seguinte

algumas considerações sobre análise da produção escrita, bem como algumas práticas em sala de aula.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Análise da Produção Escrita

A análise da produção escrita se apresenta como um elemento de grande importância para o processo de ensino-aprendizagem, pois seu objetivo não fica restrito apenas à atribuição de notas à produção do estudante, mas sobretudo ela pode ser utilizada como um instrumento de coleta de informações que irão guiar o professor durante todo o processo de ensino-aprendizagem. Será por meio da análise da produção escrita que o professor poderá realizar a avaliação e, com esses resultados, poderá tomar decisões de como realizar o seu trabalho.

Viola dos Santos e Buriasco (2011) explica que

(...) durante o processo de formação do estudante, o professor, por meio da análise da produção escrita dos estudantes, pode obter vários “retratos” de um mesmo processo, em tempos e condições diferentes. Retratos que possibilitarão que ele questione qual matemática os estudantes estão aprendendo, que entendimento estão tendo do que é trabalhado em sala de aula, quais dificuldades estão apresentando, bem como o que pode ser feito para que estas sejam superadas por eles (VIOLA DOS SANTOS; BURIASCO, 2011, p.6).

Com essa visão, espera-se entender o erro não como algo negativo, que deve ser evitado a todo custo, mas sim como um meio de aprendizagem. É importante entender qual foi o motivo que levou o aluno a errar para que depois possa planejar meios para que o supere. Assim, é necessário que o professor procure analisar os erros cometidos pelos alunos nas atividades, uma vez que, "(...) quando um aluno comete um erro, ele expressa o caráter incompleto de seu conhecimento" (PINTO, 2000, p. 54).

Cardoso (2017, p.16) afirma que

Analisar a produção escrita dos alunos é importante, seja ela obtida por meio de trabalhos, provas ou quaisquer outros instrumentos que possibilitem o registro de ideias, pois o professor poderá, por meio dessa resolução (quer considerada totalmente correta, quer parcialmente correta ou incorreta), obter informações sobre o que pode ser melhorado nas aulas ou até mesmo no processo de ensino e aprendizagem (CARDOSO, 2017, p.16).

Segundo Nagy-Silva (2005), o erro que é visto como uma forma de apontamento de fracasso deve ser tratado de maneira diferentemente, "(...) deve ser considerado um acontecimento natural no processo de construção do conhecimento" (p. 32). A autora também esclarece que é importante que não se valorize "(...) o erro

em detrimento do acerto, ou que o erro seja imprescindível para haver desenvolvimento, mas sim, sempre que ele ocorrer, que possa ser encarado como uma etapa a ser vencida pelos alunos com a ajuda do professor” (p. 34).

A prática da análise da produção escrita por alunos da Matemática, ainda que não tenham percepção de que a estejam fazendo, é muito frequente, já que isto é verificado nos diversos tipos de instrumentos de avaliações como: provas, relatórios de atividades, trabalhos e nas listas de exercícios.

Ao falarmos sobre a prova escrita, podemos notar que ela ainda é o instrumento de avaliação mais utilizado, pois a cada bimestre ou semestre é necessário que o professor certifique o aprendizado do aluno e, por meio da prova, ele tem a possibilidade de entender se o ensino e a aprendizagem estão sendo bons, regulares ou péssimos e, por meio dos resultados, pode aprovar ou reprovar o aluno.

(...) uma orientação para o professor na condução da sua prática docente e jamais um instrumento para reprovar ou reter alunos na construção de seus esquemas de conhecimento teórico e prático. Selecionar, classificar, filtrar, reprovar e aprovar indivíduos para isto ou para aquilo não são missão de educador. Outros setores da sociedade devem se encarregar disso (D'AMBROSIO, 1998, apud NAGY-SILVA; BURIASCO, 2005, p. 500).

Os modelos que classificam apenas certo/errado ou aprovado /reprovado ainda são muito comuns no meio avaliativo e que, contrapondo esta forma de avaliar, a análise da produção escrita tem muito a contribuir, podendo até “(...)promover a construção de um entendimento coletivo fortalecendo assim a construção de um projeto que priorize a aprendizagem e o desenvolvimento individual, em detrimento a uma classificação valorativa” (VIOLA DOS SANTOS, 2014, p.4).

Um dos grupos de estudo brasileiros que se debruçaram a estudar a análise da produção escrita foi o GEPEMA - Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática, que está estabelecido no Departamento de Matemática e desenvolve suas atividades no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina. Um dos focos dos trabalhos desenvolvidos no âmbito do GEPEMA foi a análise das produções escritas, e esses estudos revelaram que a análise da produção escrita pode ser utilizada como uma estratégia para investigar os processos de ensino e de aprendizagem em matemática, na perspectiva de avaliação como prática de investigação, de forma que sugerem que a análise da produção escrita pode ser utilizada em sala de aula como uma estratégia de avaliação ajudando o professor a obter informações sobre como os alunos interpretam uma situação, como fazem para resolver um problema e como utilizam da

lógica para tentar ou resolverem a atividade. Assim, encaram a avaliação da aprendizagem escolar não apenas como um momento à parte dos processos de ensino e de aprendizagem, e sim com uma prática de investigação e como uma oportunidade de aprendizagem (SANTOS, 2014).

A partir de informações obtidas com as investigações desenvolvidas por Ciani (2012) e Pires (2013) e tendo em vista as demais apresentadas referindo aos elementos do campo da prática docente, Santos (2014) conseguiu considerar a análise da produção escrita como uma estratégia de ensino - centrada no meio, ou seja, na produção escrita. Esta estratégia também pode ser utilizada pelo professor para obter informações a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem da matemática de modo que elas possam auxiliar o processo de elaboração de intervenções, comentários e/ou questionamentos na produção do aluno, para que ele possa ser autor do seu próprio conhecimento.

Santos (2014) mostra que uma estratégia pode ser definida como plano, método, manobras ou estratégias usados para alcançar um objetivo ou resultado específico, porém, quando utilizamos a expressão estratégia de ensino temos que vislumbrar uma dimensão diferenciada da definição exata.

Após leituras e interpretações realizadas sobre o tema, Santos (2014, p.51) chegou à conclusão que

Estratégia de ensino diz respeito às decisões ou ações tomadas pelo professor e possui uma dimensão de planejamento e uma dimensão de execução. A dimensão de planejamento refere-se ao plano do “o que” deve ser feito e do “como” deve ser feito, e a dimensão da ação refere-se à execução do que foi planejado. Além disso, para que a estratégia de ensino seja posta em prática faz-se necessária a utilização de meios de ensino.

Santos (2014) defende em seu trabalho que a análise da produção escrita não deve ser vista apenas pela forma como é estudada no âmbito do GEPEMA, ou seja, como prática de investigação e uma oportunidade de aprendizagem, mas que

A análise da produção escrita pode ser entendida como uma estratégia de ensino, mas para sua efetivação, são necessários a produção escrita do aluno, que é o meio de ensino, e os procedimentos de ensino, que são as operações ou passos que devem ser realizados: leituras, inferência e interpretação (SANTOS, 2014, p.71).

Santos (2014) explica que no GEPEMA, a análise da produção escrita utilizada permite obter informações acerca dos processos de ensino e de aprendizagem em matemática objetivando criar uma alternativa para a (re)orientação da avaliação escolar e (re)orientação da prática pedagógica, visando a realização da avaliação numa perspectiva de prática de investigação.

2.1.1 Práticas sobre a análise da produção escrita

Em sua dissertação, Cardoso (2017) analisa o trabalho de Santos em que esta autora propõe três perguntas iniciais sendo elas: “Qual o papel que a análise da produção escrita pode assumir em aulas de matemática na Perspectiva da reinvenção guiada²? Qual é o papel do professor? Qual é o papel do aluno?” (SANTOS, 2014, p.6). No quadro a seguir, feito por Santos (2014), ela apresenta respostas com as considerações da dinâmica de aula tendo como base os trabalhos de Ciani (2012) e Pires (2013).

Quadro 01 – Considerações a respeito da dinâmica da aula tendo em vista a perspectiva de trabalho adotada por Ciani (2012) e Pires (2013).

Autor Elementos	Ciani (2012)	Pires (2013)
Utilização da análise da produção escrita	Possibilitar a obtenção de informações a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática que auxiliam o professor a planejar e executar intervenções. Desse modo, a análise da produção escrita serve como base para a elaboração de intervenções, na forma de trajetória de ensino e aprendizagem, que poderão auxiliar o professor a orientar os alunos no processo de matematização.	Possibilitar a obtenção de informações que auxiliem o professor a investigar os processos de aprendizagem dos alunos e de servir como fonte para o processo de elaboração dos comentários e/ou questionamentos que o professor pode fazer em cada resolução do aluno. Nesse caso, a análise da produção escrita em Matemática é realizada continuamente em toda a ação de intervenção.
Papel do professor	Recolher as produções dos alunos quando da resolução de uma tarefa, analisá-las, sistematizá-las de modo a perceber particularidades ou semelhanças que o auxiliem na elaboração de intervenções que nortearão o prosseguimento do trabalho em sala de aula.	Recolher as produções dos alunos quando da resolução de uma tarefa, analisá-las de modo que possa obter informações que o auxiliem a elaborar comentários ou questionamentos que auxiliem os alunos a reconstituir, explicar, criticar a sua própria resolução. Após o aluno devolver sua resolução ao professor, esse faz outra análise para que possa elaborar outros questionamentos ou comentários e dar continuidade ao trabalho em sala de aula.
Papel do aluno	Reside em, inicialmente, resolver uma tarefa apresentando sua produção escrita, para que o professor possa analisá-la, e,	Reside em, inicialmente, resolver uma tarefa sem nenhuma indicação do professor e, em seguida, com os comentários feitos por ele, refletir

² A reinvenção guiada é um dos princípios da educação matemática realística formulada por Hans Freudenthal. Para mais informações consultar Silva 2015. SILVA, G. S. . **Uma configuração da reinvenção guiada**. 2015. 94f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015.

	depois, discutir com os colegas as informações oriundas dessa análise pelo professor, de modo a poder matematizar.	sobre suas respostas e tentar explicar o que fez, buscando desenvolver suas resoluções iniciais, de modo a continuar matematizando.
--	--	---

Fonte: SANTOS (2014, p. 62)

A partir deste quadro Santos (2014) conclui

(...) a análise da produção escrita como uma estratégia de ensino – centrada no meio, ou seja, na produção escrita – que pode ser utilizada pelo professor para obter informações a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática de modo que elas possam subsidiar o processo de elaboração de intervenções, comentários e/ou questionamentos na produção do aluno para que ele possa ser autor do seu próprio conhecimento. Assim, a tese aqui defendida é a de que, em aulas de Matemática sob a luz da reinvenção guiada, a análise da produção escrita pode ser utilizada como uma estratégia de ensino (SANTOS, 2014, p.69 - 70).

Utilizando desse estudo e alguns trabalhos do GEPEMA, Cardoso (2017) apresenta três práticas realizadas em diferentes momentos, onde ela utiliza a análise da produção escrita em matemática seguindo as orientações dos trabalhos do GEPEMA.

A primeira prática foi feita com 15 alunos do 6º ano do ensino fundamental, e o objetivo foi os alunos corrigirem a tarefa de alunos de outra escola e posteriormente deveriam responder algumas questões como:

- O que devemos saber ou fazer para começar a correção de uma tarefa?
- Quais os critérios que você utilizou para dar a nota?
- Quais foram as dificuldades encontradas?

Após a aplicação, Cardoso (2017) fez a análise das respostas dos alunos durante a correção da tarefa e percebeu que vários fatores deixaram os alunos desconfortáveis; ao corrigir a tarefa, ao alunos perceberam que não há apenas uma maneira de resolver uma tarefa de matemática, verificaram a importância de uma letra legível, a organização de cálculos nas folhas de resposta.

Alguns alunos ainda sentiram dificuldade ou talvez medo quanto ao quesito de julgar se estava certo ou errado o que estava exposto de forma que houve uma preocupação em valorizar a produção escrita dos alunos deixando de estar presente apenas o vício da correção certo ou errado.

A segunda prática foi realizada com cinco turmas do 7º ano do ensino fundamental sobre o tema de expressões com frações. Cardoso (2017) escolheu

quatro resoluções de provas anteriores que julgava ser as resoluções mais detalhadas, elaborou uma tarefa e entregou a cada aluno.

Foi pedido aos alunos que resolvessem primeiramente a tarefa para depois efetuarem a correção, sempre deixando o registro da forma do seu raciocínio.

Também, junto com as questões da tarefa, foram colocadas algumas perguntas como:

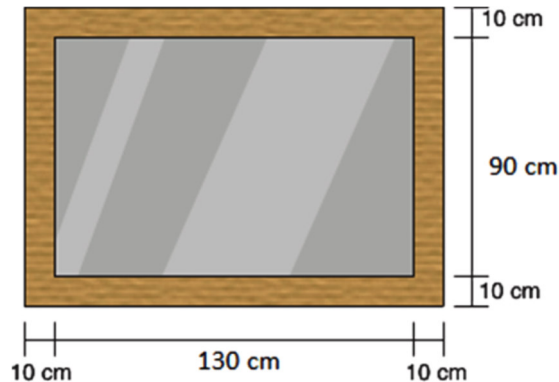
- Qual foi o primeiro procedimento que você fez ao ler o que deveria fazer?
- O que devemos saber e o que fazer para começar a correção de uma tarefa?
- Quais os critérios você utilizou para dar a nota? Porque escolheu esses critérios?
- Quais foram as dificuldades encontradas no momento da correção?

Então, no início da correção, foi observado que os alunos ficaram desconfortáveis e perdidos. A fim de ajudar, a professora explicou e sugeriu o que deveria ser observado para que eles entendessem como a questão havia sido resolvida anteriormente. Ao final da atividade, Cardoso (2017, p. 42) observou que “quando o aluno tem contato com o que o próprio colega realizou, sente-se motivado a fazer, pois se considera igual a ele” e depois concluiu que “a análise da produção escrita pode ajudar os alunos a resolverem tarefas lembrando procedimentos que resolvam o que foi proposto”.

A terceira prática foi mais elaborada. Cardoso (2017) criou uma prova para os sétimos anos de uma escola em que ministrava aula. Nesta prova havia 7 tarefas sobre o conteúdo de figuras planas, em cada tarefa havia cinco resoluções sendo que uma estava totalmente correta, três estavam parcialmente corretas e uma estava totalmente incorreta. Explicou aos alunos que deveriam resolver a tarefa com antecedência e, para chamar a atenção dos alunos para as resoluções apresentadas, a autora sempre propunha pequenas questões sobre a resolução analisada. Conforme figura 01.

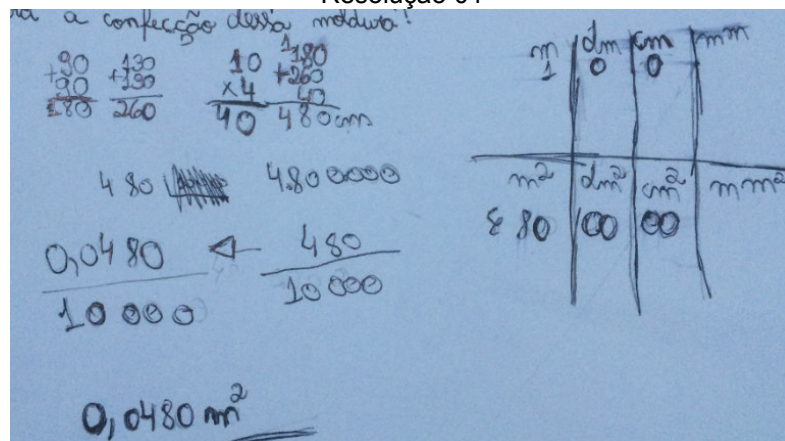
Figura 1 – Questão da prova – terceira prática

Fabíola é decoradora de ambientes e mandou confeccionar, para um cliente, a moldura de um espelho retangular. As medidas do espelho estão indicadas no desenho.



Quantos metros quadrados de madeira serão necessários para a confecção dessa moldura? São apresentadas cinco resoluções diferentes. Você deve analisar cada uma delas e responder às tarefas propostas.

Resolução 01

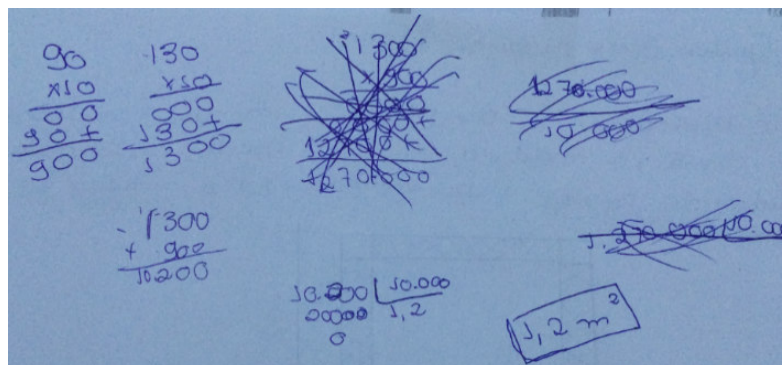


1- Por que o aluno fez a adição de 90 com 90? E do 130 com 130?

2- Por que ele multiplicou 10 x 4?

3- O aluno acertou ou errou a tarefa? Justifique.

Resolução 02



1- Quais foram os procedimentos utilizados por este aluno para resolver a tarefa?

2- O aluno acertou ou errou a tarefa? Justifique.

Resolução 03

$150 \times 10 = 1500$
 $+ 1500$
 $\hline 3000$

$90 \times 10 = 900$
 $+ 900$
 $\hline 1800$

3000
 $+ 1800$
 $\hline 4800 \text{ cm}^2$

4800 cm^2
 10.000
 $\hline 0,4800 \text{ m}^2$

1- Quais foram os procedimentos utilizados por este aluno para resolver a tarefa?

2- O aluno acertou ou errou a tarefa? Justifique.

Resolução 04

$150 \times 110 = 16500$

$130 \times 90 = 11700$

$16500 - 11700 = 4800$

Quantos metros quadrados de madeira serão necessários para a confecção dessa moldura?

$4800 \text{ cm} \rightarrow 48 \text{ m}$

1- Quais foram os procedimentos utilizados por este aluno para resolver a tarefa?

2- O aluno acertou ou errou a tarefa? Justifique.

Resolução 05

$$\begin{array}{r} 130 \\ + 20 \\ \hline 150 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 90 \\ + 20 \\ \hline 110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 110 \\ \hline 1500 \\ 15000 \\ \hline 16500 \text{ cm}^2 \end{array}$$

m ²	dm ²	cm ²
1	00	00

$$\begin{array}{r} 130 \\ \times 90 \\ \hline 11700 \text{ cm}^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16500 \\ - 11700 \\ \hline 4800 \text{ cm}^2 \end{array}$$

$$4800 \div 10000 = 0,4800 \text{ m}^2$$

1- Quais foram os procedimentos utilizados por este aluno para resolver a tarefa?

2- O aluno acertou ou errou a tarefa? Justifique.

Agora, você deverá resolver a mesma tarefa. Em seguida, responder às seguintes perguntas:

1- A sua resolução está parecida com a de algum dos alunos? Se sim, qual deles? Se não, por quê?

2- As resoluções lhe ajudaram a resolver a tarefa proposta? Se sim, de que forma ajudou? Se não, por quê?

3- Em sua opinião, esse tipo de tarefa (de analisar a resolução do outro) ajuda o aluno na hora de resolver a questão? O que poderia melhorar?

Fonte: Cardoso (2017, p.44-46)

No momento da correção, Cardoso (2017) considerou essa terceira prática como uma tarefa incomum por ter sido realizada no momento de avaliação da aprendizagem, também por ter sido aplicada por outros professores que não puderam sanar dúvidas quanto à compreensão do que deveria ser feito na tarefa (já que em algumas turmas outros professores que aplicaram a avaliação), e por este tipo de atividade exigir dos alunos uma reflexão diferente das que lhe são pedidas nas tarefas feitas em sala de aula.

Nesta atividade, Cardoso (2017) conclui que, por meio da análise da produção escrita, pode se perceber oportunidades de problematização nas aulas de matemática já que habilidades de reflexão e crítica dos alunos são bastante exigidas e vão além do que faz rotineiramente, como a repetição de procedimentos, realização de cálculos e da memorização.

Baseando-se então nas três práticas desenvolvidas e também nos trabalhos do GEPEMA, Cardoso (2017) elaborou uma primeira proposta para o ensino de progressão aritmética para uma turma do Ensino Médio modalidade Educação de Jovens e Adultos, motivada por também ter estudado em escola pública até seu ensino médio e saber da importância de trabalhar com a Educação de Jovens e Adultos. Visando se preparar melhor para trabalhar com essas turmas, a autora fez um estudo sobre a história da EJA, tendo em seu alvo e a intenção de se ter turmas como essa.

Nesta proposta, Cardoso (2017) faz com que os alunos da EJA analisem o que outros alunos (do ensino médio de outra escola) produziram na resolução de uma tarefa. A autora descreve todos os cuidados tomados para a elaboração do seu trabalho como o termo de consentimento, respeito à não divulgação dos nomes dos alunos e que durante a resolução das tarefas, que eles teriam que fazer o mais detalhadamente possível e de forma legível. Depois que os alunos resolveram as tarefas, a autora os analisou e escolheu quais seriam adequadas para a organização da proposta de ensino. Assim, o próximo passo foi aplicar esta proposta.

A autora iniciou explicando a proposta, na qual utilizaria com eles uma forma diferente de ensino para saber se eles poderiam ou não aprender um novo conteúdo; muitos alunos ficaram inseguros durante esta atividade, ficaram preocupados com organização e clareza em suas respostas pois sentiam dificuldade em descrever suas ideias, porém foi observado que mesmo em uma turma com grandes diferenças (como exemplo a faixa etária) ainda houve entendimento dos alunos por meio da análise. Na segunda proposta, Cardoso (2017) faz algumas modificações que julgou serem importantes, como por exemplo a modificação do enunciado para melhorar em termos de objetividade aquilo que o aluno deveria fazer e também retirou as linhas para repostas, para que não houvesse preocupação em relação a quantas linhas deveriam ser preenchidas.

A partir de então Cardoso (2017, p.100) listou alguns pontos que acredita ser o resultado de seu trabalho, sendo estes pontos positivos em relação a utilização da análise da produção escrita como fio condutor nas aulas de matemática:

- ✓ Possibilita ao professor identificar nos alunos como estão lidando com a forma da escrita nas aulas de Matemática.
- ✓ Possibilita o desenvolvimento do aluno quanto à análise e interpretação do que o outro fez.
- ✓ Possibilita ao aluno perceber o que o outro fez.

- ✓ Exige habilidades de reflexão e crítica dos alunos que vão além da realização de cálculos, da memorização e da repetição de procedimentos.
- ✓ Modifica a dinâmica da aula de Matemática.
- ✓ Possibilita ao aluno retomar alguns conteúdos já trabalhados.
- ✓ Possibilita ao aluno identificar a importância da organização, da caligrafia e da forma de escrita em uma tarefa, para melhor compreensão do que ele mesmo está fazendo e para o professor corrigir o que foi feito por ele em uma tarefa de Matemática.

E de acordo com todo o seu estudo, a autora elaborou um quadro no qual descreve uma dinâmica de aula utilizando análise da produção escrita como fio condutor das aulas de matemática.

Quadro 2 – Dinâmica da aula tendo em vista a utilização da análise da produção escrita como fio condutor das aulas de Matemática.

Dinâmica da aula de Matemática quando...
... a análise da produção escrita é utilizada como fio condutor das aulas de Matemática da turma da EJA.
<ul style="list-style-type: none"> ✓ O professor escolhe o conteúdo a ser trabalhado. ✓ O professor seleciona tarefas sobre o conteúdo a ser trabalho. ✓ O professor leva as tarefas selecionadas para que outros alunos a resolvam. ✓ O professor recolhe as resoluções das tarefas. ✓ Com as resoluções em mãos, o professor analisa a produção escrita dos alunos, seleciona e organiza-as e faz perguntas sobre as tarefas resolvidas para seus alunos da EJA responderem. ✓ O aluno analisa a produção escrita presente na resolução do outro, a fim de tentar responder às perguntas elaboradas pelo professor. ✓ Com base nos questionamentos levantados durante a aula, o professor elabora intervenções, de modo que essas o auxiliem a guiar o aluno em seu trabalho. ✓ O professor traz para a sala de aula informações acerca da produção do aluno para que esse possa analisá-las e discuti-las com os colegas. ✓ Ao final do trabalho, o professor faz a sistematização do conteúdo tendo em vista o trabalho realizado.

Fonte: Cardoso (2017, p.101)

Visto que a análise da produção escrita também pode ser utilizada como uma estratégia de ensino, Doneze e Dalto (2019) explicam que:

Uma tarefa de Análise da Produção Escrita deve ser elaborada centrada em produções escritas que permita ao professor elaborar questionamentos investigativos e reflexivos para seus alunos, de modo a auxiliar na construção de seus conhecimentos, podendo a tarefa ser composta por uma única produção escrita, duas ou mais, contribuindo na geração possibilidades que conduzem a um ambiente reflexivo e de interação (DONEZE e DALTO; 2019, p.10).

Assim, uma das possibilidades de se utilizar a análise da produção escrita nas aulas de matemática é a partir das tarefas da análise da produção escrita que é o objeto deste trabalho.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente trabalho tem uma abordagem qualitativa, ou seja, aquela que destina-se a reconhecer a subjetividade característica a qualquer tipo de pesquisa e realizar investigações em profundidade, explorando indicativos sem preocupação com generalizações, e tem como objetivos elaborar tarefas para o ensino de progressões geométricas a partir de produções escritas de alunos da Educação Básica.

Borba e Araújo (2012, p.25) descrevem pesquisa de abordagem qualitativa como aquelas que “(...) fornecem informações mais descritivas, que primam por significado dados às ações”. Garnica (2005) discute como se pode entender o sentido de uma pesquisa qualitativa:

[...] o adjetivo “qualitativa” estará adequado às pesquisas que reconhecem: (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-la podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas. Aceitar esses pressupostos é reconhecer, em última instância, que mesmo esses pressupostos podem ser radicalmente reconfigurados à luz do desenvolvimento das pesquisas. (GARNICA, 2005, p.7)

Bogdan e Biklen (1994) consideram que, para que uma investigação seja qualitativa temos as seguintes cinco características

(1) Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; (2) a investigação qualitativa é descritiva; (3) os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; (4) os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; (5) o significado é de importância vital na abordagem qualitativa;

Em nosso trabalho, escolhemos o conteúdo de progressões geométricas para a elaboração das tarefas de análise da produção escrita, uma vez que Milani (2011, apud AZEREDO; SOUZA, 2013, p.6) expõe que a maneira que o ensino de progressões geométricas é realizado no Ensino Médio, “(...) em geral, é de forma pouco inovadora, por meio de manipulação de fórmulas e com exercícios tradicionais de sala de aula”, e ainda frisa que “a generalização propicia momentos para o aluno argumentar, levantar hipóteses, conjecturar, testar e validar suas conjecturas” então, poderemos, por meio da análise da produção escrita, tentar compreender as atitudes, motivações e comportamentos dos alunos perante os resultados da atividade.

Justifica-se o tema de progressões geométricas, haja vista que um dos referenciais teóricos desta investigação teve como foco o ensino de progressões aritméticas e, como na escola em geral esses conteúdos são ensinados na sequência, entendemos que um possível avanço no estudo dessa temática se daria a partir da escolha de progressões geométricas como conteúdo deste trabalho.

O início deste trabalho se deu com a organização de um instrumento composto por tarefas de progressão geométrica (Apêndice A) para os alunos do Ensino Médio, sendo que esta atividade foi elaborada baseando-se nas observações feitas em livros didáticos que disponibilizaram modelos de tarefas sobre a progressão geométrica em diversos níveis de dificuldade. Em seguida esta lista foi aplicada com o objetivo de obter produções escritas, que, após sua análise e seleção, foram utilizadas para a elaboração de novas tarefas de análise da produção escrita para iniciar e/ou explorar o ensino do conteúdo de progressão geométrica.

4 A APLICAÇÃO DAS TAREFAS DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA PARA A COLETA DAS PRODUÇÕES ESCRITAS

Com o intuito de atingir o objetivo desta investigação, uma lista de tarefas foi elaborada para ser aplicada a alguns alunos e, por meio dela, obter produções escritas que subsidiariam a elaboração das tarefas de análise da produção escrita para o ensino de progressão geométrica.

Durante o período de revisão bibliográfica, havia dúvidas sobre o que as tarefas da lista poderiam fornecer de produções escritas, já que tudo também dependia do resultado da aplicação aos alunos. Por isso, foram escolhidas tarefas com diferentes níveis de dificuldades, incluindo questões para os alunos identificarem se a sequência dada era mesmo uma progressão geométrica, verificar a razão e o número de termos de uma progressão geométrica, questões para verificar se conseguiram determinar os termos de uma progressão a_n , a_1 e a_2 , classificar como progressão geométrica crescente, decrescente, calcular os termos de uma progressão geométrica por meio da razão ou por meio da fórmula e interpolar valores. Estas tarefas foram aplicadas com o objetivo de coletar produções escritas a partir do conteúdo que os alunos supostamente estudaram no Ensino Médio.

A turma escolhida para resolver as tarefas foi uma turma que iniciou o curso de Licenciatura em Matemática na UTFPR, Câmpus Cornélio Procópio, no segundo semestre de 2018. O professor regente da disciplina, em uma aula anterior, avisou aos alunos que na aula do dia 29 de novembro de 2018, uma aluna do sétimo período do mesmo curso deles proporia a resolução de uma lista de tarefas feita por ela, e que mais tarde essas resoluções seriam um produto que a aluna utilizaria no seu trabalho de conclusão de curso.

Conforme acordado, e após ser apresentada pelo professor aos seus alunos, a autora do trabalho esclareceu que de forma alguma as identidades deles seriam reveladas durante este trabalho, e que para que as produções pudessem ser utilizadas, eles deveriam assinar o termo de consentimento que lhes estavam sendo entregues.

Explicado de forma rápida como as tarefas seriam utilizadas no trabalho e, conseqüentemente, a importância delas e após distribuir a lista, foi pedido que as resolvessem e que não poderiam ter auxílio na resolução. Também foi orientado que não utilizassem qualquer instrumento de consulta como livros ou celular.

A maioria dos alunos ficaram desorientados diante das questões, uma vez que não se lembravam do conteúdo e que o tema a ser aplicado não havia sido revelado anteriormente. Foi percebido que possivelmente não teriam muitas produções, e diante daquela situação, foi permitido que os alunos consultassem uns aos outros e debatessem sobre o assunto, já que, para este trabalho, dever-se-ia ter produções escritas de alunos para subsidiar a construção das tarefas de análise da produção escrita.

A resolução da lista de tarefas foi ao longo de duas horas-aula. Estavam presentes 17 alunos que se mostraram bastante participativos na tentativa em resolvê-la. Após a resolução feita pelos alunos, a etapa seguinte seria a correção e análise das produções escritas para depois organizá-las e elaborar a proposta de acordo com os objetivos pensados. Muitas tarefas ficaram em branco, algumas apenas numa vaga tentativa e ainda algumas rasuradas. Várias das que estavam corretas tiveram a resolução muito parecidas e talvez isto ocorreu também pela troca de ideias entre os alunos e por isso, as produções escritas obtidas não foram tão diversificadas. Mesmo assim, foram suficientes para a elaboração das tarefas, objetivo deste trabalho.

5 TAREFAS DE ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA

Nesta seção, as tarefas de análise da produção escrita são apresentadas e comentadas. Este tipo de tarefa não requer uma forma definida de ser trabalhada, ou seja, não há regras; o professor pode trabalhar com os alunos em duplas, grupos ou até mesmo individualmente, mas como é uma metodologia diferente da tradicional, ao entregar a tarefa, o professor pode explicar o que eles devem fazer e, se julgar necessário, pode deixar que os alunos conversem sobre as formas que acreditam que podem resolver.

Para a realização das primeiras tarefas, os alunos poderão se sentir desconfortáveis por terem que analisar a produção de outros alunos, o que é muito diferente da metodologia tradicional que apenas dá o comando e eles executam. Por isso, pode ser necessário que o professor tenha alguma paciência e que observe quais as maiores dificuldades e que ajude os alunos a superá-las.

As tarefas aqui apresentadas podem ser trabalhadas como uma lista ou mesmo individualmente, conforme a necessidade do professor, principalmente porque algumas buscam o mesmo objetivo só que com uma forma de análise diferente. Para a introdução do conteúdo, pode ser utilizada a tarefa número 1, apresentada a seguir.

Tarefa nº 1

Objetivo da tarefa: Conceituar uma progressão geométrica e razão.

Tarefa nº 1

A professora Vera pediu aos seus alunos, Leandro, Beatriz e Isabela, que observassem se a sequência dada era um tipo específico de sequência chamada progressão geométrica. Em caso afirmativo deveriam citar qual a característica que uma progressão geométrica possui.

Veja as resoluções:

Resolução da aluna Beatriz

a) (1, 3, 9, 27, 81) → Todos os números foram multiplicado por 3.

Caso afirmativo

Resolução da aluna Isabela

a) (1, 3, 9, 27, 81) (multiplicando cada termo por 3)

razão $q=3$

Resolução do aluno Leandro

a) (1, 3, 9, 27, 81) *form, pois a sequência cresce multiplicando por 3 o termo anterior, ficando assim:*

$q=3$

- O que estas resoluções possuem em comum?
- Por que você acha que a Beatriz escreveu “Todos os números foram multiplicados por 3”?
- A aluna Isabela escreveu razão $q=3$. O que você acha que ele quis dizer com isso?
- Por meio destas observações, você consegue definir com suas palavras o que é uma progressão geométrica?

Esta tarefa foi elaborada com a intenção de que os alunos observem as três resoluções e por meio delas visualizem que em todas é comum a resposta da multiplicação por 3, percebam que este valor é a razão pela qual faz com que esta seja uma sequência, e depois deste direcionamento, consigam elaborar com suas próprias palavras o conceito de progressão geométrica.

Talvez ainda não tenham imaginado que a representação da sequência de uma progressão geométrica seja da forma $(x, x.q, x.q^2, x.q^3, x.q^4, \dots)$, mas verificando por meio de números consigam visualizar melhor. Em seguida, o professor pode continuar com a aplicação da tarefa 2.

Tarefa nº 2

Objetivo da tarefa: Diferenciar progressão aritmética de progressão geométrica;

Tarefa nº 2

Ao pedir para as alunas verificarem se a sequência dada é uma progressão geométrica, Isabela e Maria responderam que não é.

Resolução da aluna Isabela

b) (2, 4, 6, 8, 10, 12) (usama é um cada termo)
- não é PG

Resolução da aluna Maria

b) (2, 4, 6, 8, 10, 12)
Não é uma PG, é uma PA.

a) Elas estão corretas?

b) Maria escreve que a sequência é uma progressão aritmética (PA). Qual a diferença entre uma progressão geométrica (PG) e uma progressão aritmética (PA)?

Esta tarefa foi elaborada com objetivo de que o aluno, observando as resoluções, concorde com a resposta realizada e retorne à definição de progressão geométrica. E quando foi pedido para diferenciar a progressão geométrica da progressão aritmética, que eles voltem aos conceitos, e percebendo suas diferenças para que não haja mais equívocos.

Tarefa nº 3

Objetivo da tarefa: Diferenciar progressões geométricas crescentes de decrescentes.

Tarefa nº 3

Em sua tarefa de casa, os alunos Carlos, Giovana e Isabela deveriam verificar se uma sequência era uma progressão geométrica, veja as respostas deles que estão corretas:

Resolução da aluna Isabela

c) (400, 200, 100, 50) (divide cada termo por 2)

razão $q = \frac{1}{2}$

Resolução do aluno Carlos

c) (400, 200, 100, 50)

É P.G. Todos multiplicam $\frac{1}{2}$

Resolução da aluna Giovana

c) (400, 200, 100, 50)

$$a_1 = 400$$

$$a_2 = 400 \cdot 0,5^{2-1}$$

$$a_2 = 400 \cdot 0,5$$

$$a_2 = 200$$

$$a_3 = 400 \cdot 0,5^{3-1}$$

$$a_3 = 400 \cdot 0,25$$

$$a_3 = 100$$

É uma P.G. de razão 0,5

- a) Esta sequência é crescente ou decrescente? Por quê?
- b) Identifique e cite o valor da razão que os alunos utilizaram.
- c) De acordo com os seus conhecimentos, para que a sequência seja decrescente o valor da razão deve ser maior que _____ e menor que _____.

Se o valor for maior que _____ a sequência será crescente.

A aluna Giovana escreveu em sua resposta a_1 , a_2 e a_3 . O que isto quer dizer? Neste caso o a_1 se refere a qual termo desta sequência?

Esta tarefa foi planejada para que os alunos relembassem o conceito de sequência crescente e sequência decrescente, e refletissem para verificar que o valor da razão está entre 0 e 1, o resultado da multiplicação será menor que o número antecessor, implicando que a sequência seja decrescente e se o valor da razão for maior que 1, o resultado será maior que o número antecessor e isso implicará que a sequência seja crescente.

Considerando já terem conhecimento sobre progressão aritmética, ao elaborar a letra D desta questão, espera-se que o aluno relacione o primeiro termo da sequência ao a_1 , o segundo termo ao a_2 e assim por diante.

Tarefa nº 4

Objetivo da tarefa: Realizar cálculos dos termos da progressão geométrica.

Tarefa nº 4

Na tarefa a seguir foi pedido aos alunos para que determinassem os três primeiros termos de uma progressão geométrica (PG), sendo que a razão desta progressão vale 4 e o primeiro termo vale 2.

Esta tarefa foi resolvida por alguns alunos da professora Cláudia.

Observe as resoluções, sendo que ambas estão corretas.

Resolução da aluna Aline

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad \begin{array}{l} a_1 = 2 \\ q = 4 \end{array}$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 2 \cdot 4^1 = 8$$

$$a_3 = 2 \cdot 4^2 = 32$$

∴ primeiros três termos são 2, 8 e 32

Agora observe a resolução do aluno André

$$\begin{array}{l} a_1 = 2 \\ a_2 = 2 \cdot 4^{2-1} = 2 \cdot 4 = 8 \\ a_3 = 2 \cdot 4^{3-1} = 2 \cdot 4^2 = 2 \cdot 16 = 32 \end{array} \quad (2, 8, 32)$$

- Em ambas as resoluções, os alunos escrevem $a_1=2$. O que eles querem dizer com isto?
- Qual o valor da razão (q) da progressão geométrica?
- Quando queremos calcular o quinto termo (a_5) da progressão geométrica, chamamos $n=5$. No caso deste exercício vamos identificar:

O primeiro termo (a_1)= _____	n= _____
O segundo termo (a_2)= _____	n= _____
O terceiro termo (a_3)= _____	n= _____

A principal finalidade desta tarefa é promover aos alunos uma forma de identificar o termo da sequência com sua nomenclatura para que, posteriormente, não façam confusão quando necessitarem dela para usar na fórmula da progressão geométrica. Induzindo e para que fique claro, na letra a queremos que eles relacionem o a_1 ao primeiro termo da sequência. Também é importante que não confundam os valores dos termos com o valor da razão, por isso na letra b é perguntado sobre o seu valor, e na letra c queremos que vejam que o valor de n é exatamente o termo da sequência.

Tarefa nº 5

Objetivo da tarefa: Realizar cálculos dos termos da progressão geométrica, percebendo a importância do uso da fórmula do termo geral.

Tarefa nº 5

A questão número dois da tarefa de casa pedia que os alunos determinassem os três primeiros termos de uma progressão geométrica, que tinha como razão o valor 4 e o primeiro termo da sequência era 2. As resoluções dos três alunos estão corretas.

Observe e responda:

Resolução da aluna Aline

2) Determine os três primeiros termos de uma P.G., onde a razão vale 4 e o primeiro termo é igual a 2

$$a_1 = 2$$

$$q = 4$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 2 \cdot 4^1 = 8$$

$$a_3 = 2 \cdot 4^2 = 32$$

∴ primeiros três termos são 2, 8 e 32

Resolução do aluno Bruno

2) Determine os três primeiros termos de uma P.G., onde a razão vale 4 e o primeiro termo é igual a 2

$$\begin{array}{l} a_1 = 2 \\ a_2 = 8 \\ a_3 = 32 \end{array} \quad q = 4 \quad (2, 8, 32)$$

Resolução do aluno André

2) Determine os três primeiros termos de uma P.G., onde a razão vale 4 e o primeiro termo é igual a 2

$$\begin{array}{l} a_1 = 2 \\ a_2 = 2 \cdot 4^{2-1} = 2 \cdot 4 = 8 \\ a_3 = 2 \cdot 4^{3-1} = 2 \cdot 4^2 = 2 \cdot 16 = 32 \end{array} \quad \left(\begin{array}{l} a_1 = 2 \\ a_2 = 8 \\ a_3 = 32 \end{array} \right) \quad (2, \overset{4 \times 2}{8}, \overset{4 \times 8}{32})$$

- O que as três resoluções possuem de semelhante?
- Qual o valor de a_1 ? E qual o valor da razão?
- Como você faria para determinar o valor do a_2 ?
- É possível calcular o valor do a_6 sem ter que calcular os termos antecessores? Se sim, explique como.

Na letra c desta tarefa o aluno terá a oportunidade de calcular o valor do segundo termo sem o uso da fórmula, o que possivelmente torna a resolução mais fácil.

Porém na letra d o aluno poderá verificar a importância da fórmula, pois ela fornece a possibilidade de se determinar qualquer termo da sequência sem que seja calculado o valor do seu termo antecessor, e posteriormente o professor ainda poderá reforçar esta ideia exemplificando com um cálculo de um termo muito grande, por exemplo o centésimo termo da progressão.

Tarefa nº 6

Objetivo da tarefa: Analisar os procedimentos de resolução; Calcular os termos da progressão geométrica.

Tarefa nº 6

Foi pedido ao aluno Diego que calculasse a soma dos 8 primeiros termos de uma progressão geométrica (P.G.).

Observe a resolução incorreta do aluno:

5) Calcule a soma dos 8 primeiros termos da P.G. (3,6,12,...)

Handwritten student work showing the sequence: $24 - 48 - 96 - 192 - 384 - 768 - 1536 - 3072$. The student has also performed two columns of vertical addition. The first column adds $96 + 96 + 192 + 384 + 768 + 1536 = 1536$. The second column adds $1536 + 1536 = 3072$.

- Qual o valor do primeiro termo (a_1) da progressão geométrica?
- Qual o valor da razão (q) da progressão geométrica?
- Note que a solução está incorreta e incompleta. Por quê?

É muito importante que, ao resolver uma tarefa, o aluno esteja bastante consciente do que está sendo pedido nesta tarefa. Na tarefa foi pedido que os alunos calculassem a soma dos oito primeiros termos de uma progressão geométrica, sendo que os três primeiros termos já estavam no enunciado. Quando analisamos a resolução percebemos que o aluno conseguiu calcular o valor da razão e a partir daí calculou mais oito termos da sequência, mas não efetuou sua soma. Então esta tarefa tem o objetivo principal de chamar a atenção do aluno quanto à interpretação e resolução da tarefa. Se o aluno tivesse uma melhor organização durante a sua resolução talvez tivesse percebido seu erro e também tivesse efetuado a soma para chegar na resposta final.

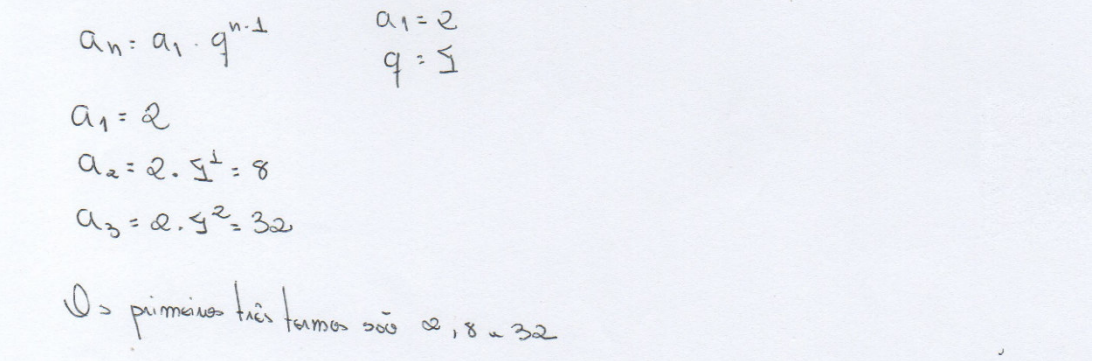
Pode ser que nesta questão o aluno precise de orientação, pois como o aluno deve analisar o erro de outro, ela é um pouco mais complexa.

Tarefa nº 7

Objetivo da tarefa: Aplicar e verificar a validade da fórmula do termo geral da progressão geométrica.

Tarefa nº 7

Aline resolveu a tarefa corretamente utilizando uma fórmula para calcular os três termos da progressão geométrica:



$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ $a_1 = 2$
 $q = 5$
 $a_1 = 2$
 $a_2 = 2 \cdot 5^1 = 8$
 $a_3 = 2 \cdot 5^2 = 32$
 O > primeiros três termos são 2, 8 e 32

Observe que na resolução deste exercício a aluna apresentou uma fórmula que a ajudou a calcular o segundo e o terceiro termo da sequência.

- Qual o primeiro termo desta sequência?
- Nesta parte da resolução a Aline escreve $a_3 = 2 \cdot 5^2 = 32$. O 32 é qual termo da sequência?
- É possível calcular o a_7 sem que seja necessário calcular o a_6 ? Faça o cálculo com a fórmula para verificar.
- Agora faça o cálculo por meio da multiplicação do antecessor pela razão (q) para comparação.
- O que concluiu? Então a fórmula é válida?

Esta tarefa foi proposta com a finalidade de que o aluno já consiga reconhecer o valor da razão e os termos da progressão geométrica e que por meio da fórmula apresentada na resolução ilustrativa consiga calcular os termos pedidos.

Para que ele tenha certeza que a fórmula é válida e que sua aplicação está correta, propomos que ele resolva a tarefa por meio da fórmula e depois pela multiplicação do antecessor pela razão para que isto seja comparado e comprovado.

Tarefa nº 8

Objetivo da tarefa: Determinar o valor do n utilizado na fórmula e construir a fórmula da progressão geométrica para o n ésimo termo.

Tarefa nº 8

A professora propôs uma tarefa aos seus alunos pedindo que calculassem os três primeiros termos de uma progressão geométrica. Observe que os alunos André, Giovana e Aline chegaram a resposta correta da tarefa e podemos notar que os três utilizaram uma fórmula para conseguir chegar ao resultado.

Resolução do aluno André

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 2 \\ a_2 = 2 \cdot 4^{2-1} = 2 \cdot 4 = 8 \\ a_3 = 2 \cdot 4^{3-1} = 2 \cdot 4^2 = 2 \cdot 16 = 32 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a_1 = 2 \\ a_2 = 8 \\ a_3 = 32 \end{array} \quad (2, 8, 32)$$

Resolução da aluna Giovana

~~$$\begin{array}{l} a_1 = 2 \cdot 4^{1-1} \\ a_1 = 2 \cdot 4^0 \\ a_1 = 2 \cdot 1 \\ a_1 = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_2 = 2 \cdot 4^{2-1} \\ a_2 = 2 \cdot 4^1 \\ a_2 = 2 \cdot 4 \\ a_2 = 8 \end{array}$$~~

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 2 \\ q = 4 \\ a_2 = 2 \cdot 4^{2-1} \\ a_2 = 2 \cdot 4 \\ a_2 = 8 \end{array} \right\} (2, 8, 32)$$

$$\begin{array}{l} a_3 = 2 \cdot 4^{3-1} \\ a_3 = 2 \cdot 4^2 \\ a_3 = 2 \cdot 16 \\ a_3 = 32 \end{array}$$

Resolução da aluna Caroline

$$(2, 8, 32)$$

$$\begin{array}{l} q = 4 \\ a_1 = 2 \\ a_n = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a_3 = 2 \cdot 4^{3-1} \\ a_3 = 2 \cdot 4^2 \\ a_3 = 2 \cdot 16 \\ a_3 = 32 \end{array}$$

R: Se 4 é a razão (q) e 2 é dado como 1º termo e está pedindo para determinar os três primeiros termos então $a_n = 3$ usamos pela fórmula os três primeiros termos são (2, 8, 32).

a) Identifique:

Valor da razão: _____.

Valor do primeiro termo da progressão geométrica (a_1):
_____.

b) Para calcular o a_3 Caroline fez o cálculo como mostra a figura abaixo:

$$a_3 = 2 \cdot 4^{3-1}$$

$$a_3 = 2 \cdot 4^2$$

$$a_3 = 2 \cdot 16$$

$$a_3 = 32$$

Note que os valores 2 e 4 continuam presentes, porém um dos valores do expoente mudou (3), com qual parte da fórmula o 3 se refere?

c) Se fosse pedido para calcular o quarto termo, como você faria?

d) Agora, tente escrever a fórmula da progressão geométrica para a_n , onde n seja um número qualquer.

Esta tarefa faz com que o aluno consiga visualizar que qualquer que seja o termo que ele esteja calculando será igual ao primeiro termo da progressão que multiplicará a razão, porém o expoente da razão sempre mudará porque depende do termo que está sendo calculado. Também destaca de forma implícita que o valor do expoente irá sempre mudar e pede que o aluno pense na relação do valor deste expoente. Depois de todas essas questões direcionadas, finalmente é pedido para que o aluno escreva a fórmula do termo geral da progressão geométrica para o n ésimo termo da sequência. Como a tentativa de escrever a fórmula da progressão geométrica para o n ésimo termo é uma situação diferente, pode ser que os alunos fiquem confusos, então o professor poderá auxiliá-los.

Ao analisar e comparar a resolução dessas tarefas o aluno também poderá perceber o quanto é importante a organização da resolução de uma tarefa para que quem irá corrigi-la tenha uma melhor compreensão.

Tarefa nº 9

Objetivo da tarefa: Perceber formas diferenciadas de se resolver uma tarefa.

Tarefa nº 9

Observe a forma que a aluna Isabela resolveu o exercício e conseguiu chegar ao resultado correto.

3) Encontre o primeiro termo de uma P.G. em que $a_6=160$ e $q=2$

$a_n =$

5: primeiro termo

$$\frac{160}{2} = 80 \quad \frac{80}{2} = 40$$

$$\frac{40}{2} = 20 \quad \frac{20}{2} = 10$$

$$\frac{10}{2} = 5$$

- a) Qual operação matemática a aluna utilizou?
- b) Neste processo, qual o valor encontrado para o:
- $a_5 =$ _____.
- $a_4 =$ _____.
- $a_3 =$ _____.
- $a_2 =$ _____.
- $a_1 =$ _____.
- c) Por que a aluna resolveu desta forma?
- d) Resolva por meio da fórmula para verificar o resultado.
- $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

Nesta tarefa os alunos podem perceber que existem maneiras diferenciadas de se resolver uma tarefa. O enunciado pede para encontrar o primeiro termo de uma progressão geométrica e como neste nível o aluno já conhece a fórmula da progressão geométrica ele poderia apenas aplicá-la. Na resolução ilustrativa o aluno provavelmente não conseguiu visualizar desta maneira ou não se lembrava da fórmula, então ele resolveu a tarefa de forma inversa, ou seja, ele pegou o valor do a_6 e foi dividindo pela razão até chegar ao a_1 . Esta tarefa é muito interessante porque além de lembrar que a operação de divisão é o inverso da operação de multiplicação o aluno também tem oportunidade de chegar ao resultado pela fórmula, conforme pedido na letra d.

Tarefa nº 10

Objetivo da tarefa: Identificar erros durante a aplicação direta da fórmula.

Tarefa nº 10

As alunas Isabela e Aline resolveram a mesma questão e apesar de utilizarem a mesma fórmula o valor do a_3 da aluna Isabela está errado. Por quê?

Resolução da aluna Isabela

2) Determine os três primeiros termos de uma P.G., onde a razão vale 4 e o primeiro termo é igual a 2

$$a_1 = 2 \quad q = 4$$

$$a_n = 2 \cdot 4^{n-1} \\ = 8$$

$$a_n = 2 \cdot 4^{3-1} \\ = 8^2$$

$$a_n = 2 \cdot 4^{4-1} \\ = 8^3$$

$$PG: (2, 8, 64, 512)$$

Resolução da aluna Aline

2) Determine os três primeiros termos de uma P.G., onde a razão vale 4 e o primeiro termo é igual a 2

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad a_1 = 2 \\ q = 4$$

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = 2 \cdot 4^1 = 8$$

$$a_3 = 2 \cdot 4^2 = 32$$

∴ os primeiros três termos são 2, 8 e 32

Esta tarefa requer um pouco de atenção porque o aluno deverá observar uma resolução correta e uma resolução incorreta e diante disso deverá detectar o porquê de uma delas estar errada.

Em ambas as questões foi utilizado o cálculo do termo da progressão por meio da fórmula e o valor do primeiro termo e da razão está correto, porém na questão que foi resolvida erroneamente o que desencadeia o erro foi que a autora resolveu a multiplicação antes de resolver a exponencial, então, diante disso o aluno poderá visualizar que a ordem das operações (como já deve ter sido estudado anteriormente) implica em resultados diferentes. É uma questão que requer um pouco mais de

atenção e análise e talvez alguns alunos não consigam resolvê-la por isso, diante dessa situação de dificuldade o professor poderá interferir dando sugestões do que pode ter acontecido.

Tarefa nº 11

Objetivo da tarefa: Analisar diferentes soluções para uma mesma situação-problema.

Tarefa nº 11

Mariana e Giovana resolveram a mesma questão de formas diferentes, porém chegaram ao mesmo resultado conforme as figuras abaixo.

Resolução da aluna Mariana

7) (PUC-RJ 2014) Vamos empilhar 5 caixas em ordem crescente de altura. A primeira caixa tem 1m de altura, cada caixa seguinte tem o triplo da altura da anterior. A altura da nossa pilha de caixas será:

$(1, 3, \dots) = (1, 3, 9, 27, 81)$

\bullet a altura $a_n = 1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121 \text{ m}$

$a_1 = 1$ $a_2 = 3$ $a_3 = 9$ $a_4 = 27$ $a_5 = 81$

$a_n = 1 \cdot 3^{n-1}$

• primeiramente usei a fórmula $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ para descobrir a altura de cada caixa, e ao achar a altura de cada uma, somei os valores p/ obter o valor final.

Resolução da aluna Giovana

7) (PUC-RJ 2014) Vamos empilhar 5 caixas em ordem crescente de altura. A primeira caixa tem 1m de altura, cada caixa seguinte tem o triplo da altura da anterior. A altura da nossa pilha de caixas será:

$1^{\text{a}} = 1 \text{ m}$
 $2^{\text{a}} = 1 \cdot 3 = 3$
 $3^{\text{a}} = 3 \cdot 3 = 9$
 $4^{\text{a}} = 9 \cdot 3 = 27$
 $5^{\text{a}} = 27 \cdot 3 = 81$

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 3 \\ + 9 \\ + 27 \\ \hline 121 \end{array}$$

A altura da pilha de caixas será 121 metros

a) As resoluções estão corretas? Por quê?

b) Por que mesmo resolvendo de formas diferentes elas conseguiram o mesmo resultado?

Esta proposta vem com a intenção de que ao observar as duas resoluções diferentes da mesma questão os alunos possam analisar o porquê de se chegar ao

mesmo resultado. Podem observar que ao calcular o n -ésimo termo da progressão podem usar simplesmente o termo antecessor multiplicado pela razão ou a fórmula. Talvez ao calcular pela fórmula fique difícil visualizar que a razão elevada a $n - 1$, remete ao mesmo resultado ou seja:

$$\begin{array}{rcc}
 a_2 = a_1 \cdot q & a_3 = a_2 \cdot q & a_4 = a_3 \cdot q \dots \\
 & \downarrow & \downarrow \\
 a_3 = \overbrace{a_1 \cdot q} \cdot q & a_4 = \overbrace{a_1 \cdot q^2} \cdot q \\
 a_3 = a_1 \cdot q^2 & a_4 = a_1 \cdot q^3
 \end{array}$$

Caso isto fique difícil de se visualizar, pode ser explicado pelo professor em um segundo momento.

Tarefa nº 12

Objetivo da tarefa: Provocar reflexões sobre a interpretação de uma situação-problema; Aplicar conceitos para o cálculo da interpolação.

Tarefa nº 12

A aluna Claudia não conseguiu resolver a questão. Mas ao observar sua anotação, podemos verificar que ela estava na direção correta.

Resolução da aluna Claudia

4) Insira ou interpole 3 meios geométricos positivos entre 2 e 162.

2, —, —, —, 162

a) De acordo com a anotação da aluna, qual o valor de a_1 ?

b) Inserindo três valores entre 2 e 162, teríamos que 162 seria o a_n , sendo $n = \underline{\hspace{2cm}}$ (o último termo da progressão geométrica).

c) Observando a fórmula da progressão geométrica, qual o valor que está faltando para que possamos utilizá-la?
 $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

d) Agora, calcule o a_2 , a_3 e a_4 .

e) Escreva como ficou a sequência.

Nesta tarefa não há um exemplo de resolução e sim as anotações de uma aluna que tentou resolvê-la. Por meio desta anotação e dos questionamentos feitos, os alunos poderão visualizar que o número 2 é o primeiro termo da progressão geométrica e o 162 o último. Assim o aluno poderá calcular os demais valores utilizando a fórmula do termo geral.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi elaborar uma proposta de tarefas de análise da produção escrita para o ensino de progressões geométricas. Esta proposta foi realizada por meio da análise da produção escrita e o material utilizado foram as produções escritas obtidas pela aplicação de tarefas aos licenciandos em matemática da UTFPR.

No referencial teórico estudado, estavam a tese de Santos (2014), alguns trabalhos realizados no GPEMA, e principalmente a dissertação de Cardoso (2017) que conduziram ao desenvolvimento de uma lista de tarefas inicial, e que possibilitaram a construção desta proposta. A motivação deste trabalho se deu pelo interesse em possivelmente contribuir com um desenvolvimento no estudo dessa temática com a escolha do conteúdo de progressões geométricas.

Esta proposta felizmente é uma proposta onde o ensino é feito de uma forma que os alunos são estimulados a pensar, a questionar e aprender, a discernir e assim conseqüentemente possam construir seu conhecimento. Este tipo de trabalho fará com que o aluno por meio das suas observações pensem e percebam o que o outro aluno fez, e assim reflitam sobre o conteúdo podendo fazer com que retomem alguns conteúdos já vistos e construam um novo (sempre amparado pelo professor).

É uma prática diferente de se trabalhar, tanto para o aluno quanto para o professor, que por conta da sugestão da ordem das tarefas apresentadas também pode utilizá-las como sugerido ou introduzi-las em qualquer momento da dinâmica da sua aula que poderá ser totalmente transformada e por isso, talvez, traga mais participação por parte dos alunos e percebam que o professor estará ali apenas como um apoio. Não estamos afirmando que este é um meio mais fácil de se ensinar, porém é um recurso que propicia uma maior autonomia para a aprendizagem.

Não se pode mais manter apenas uma visão tradicional de ensino e por isso há necessidade de novas práticas pedagógicas e esta proposta vem justamente com este entusiasmo, para que em meio a tantos estudos, possamos dizer que ensinar ainda é um desafio, mas para que os alunos aprendam é necessário um conjunto de fatores que funcionem bem, para que posteriormente resultem numa educação bem-sucedida.

Acreditamos que ainda há muito para se estudar sobre a análise da produção escrita, e que estas tarefas ainda não são o suficiente para o total ensino do conteúdo de progressões geométricas, porém, é um material que pode ser utilizado em um primeiro momento, quando se iniciar o conteúdo de progressões geométricas ou como material de apoio. Infelizmente, devido ao tempo, não foi possível aplicar esta proposta, porém a aplicação fica como sugestão para novas pesquisas que poderão dar continuidade a este estudo, assim como a reformulação das tarefas caso seja necessário.

REFERÊNCIAS

- AZEREDO, C. M. R. D.; SOUZA, M. D. D. **Fractais e Progressões Geométricas**. (2013): Disponível em: <http://bd.centro.iff.edu.br/bitstream/123456789/77/1/TCC_Fractais%20e%20Progressoes%20Geometricas.pdf>. Acessado em 30 de outubro de 2018.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.
- BORBA, M.C.; ARAUJO, J.L. Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática: Notas Introdutórias. In: _____(orgs).” **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**”.4. ed. Belo Horizonte: Autentica, 2012.
- BORBA, M.C. A PESQUISA QUALITATIVA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Publicado em CD nos **Anais** da 27ª reunião anual da Anped, Caxambu, MG, 21-24 Nov. 2004, com esta paginação. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática Departamento de Matemática UNESP, Rio Claro - SP
- BRITTO, M.L.B.; VIOLA DOS SANTOS, J.R. Algumas considerações sobre análise da produção escrita em matemática. – In: Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática 2014. **Anais...** Campo Grande, 2014. Disponível em <<http://seer.ufms.br/index.php/sesemat/article/view/3074>>. Acesso em 31 de outubro de 2018.
- CARDOSO, M. A. M. **Análise da produção escrita em Matemática**: quatro histórias da construção de uma proposta de ensino para a Educação de Jovens e Adultos. 2017. 101 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática do Programa de Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.
- DONEZE, I.S.. Caderno de Tarefas de Análise da Produção Escrita para o Ensino de Matemática. 2019. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.
- GARNICA, A.V.M. A História Oral como recurso para a pesquisa em Educação Matemática: um estudo do caso brasileiro. **Actas do V CIBEM** . Porto: APM. 2005. Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/estudos_de_caso.htm. Acesso em 18 de fevereiro de 2019.
- LIBÂNEO, L.C. **Ditádica**. São Paulo: Cortez, 1994.
- LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar**: estudos e proposições. São Paulo: Cortez, 12. Edição. 2002.
- APRENDIZAGEM. In: **MICHAELIS**: moderno dicionário da língua portuguesa. São Paulo: Companhia Melhoramentos, 1998-(Dicionários Michaelis). 2259p.

NAGY-SILVA, M. C.; DE BURIASCO, R.L.C. Análise da produção escrita em matemática: algumas considerações. **Ciência & Educação**, v. 11, n. 3, p. 499-511, 2005.

NAGY-SILVA, M. C. **Do observável para o oculto**: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática. 2005. 114f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

PEREGO, S. C. **Questão abertas de matemática**: um estudo de registros escritos. 2005. 103f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2005.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas, SP: Papirus, 2000.

VIOLA DOS SANTOS, J.R.; BURIASCO, R.L.C.. Análise da produção escrita como estratégia para Licenciatura em Matemática. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. XIII, 2011, Recife. **Anais...** Recife, 2011 p. 1-12.

SANTOS, E. R.. **Análise da produção escrita em matemática**: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino. 2014. 156f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2014.

APÊNDICE A – Instrumento Para Coleta de Produções Escritas

Aluno: _____

1) Verifique se cada sequência dada é uma PG. Em caso afirmativo, calcule o valor da razão q . Justifique sua resposta.

a) (1, 3, 9, 27, 81)

b) (2, 4, 6, 8, 10, 12)

c) (400, 200, 100, 50)

2) Determine os três primeiros termos de uma P.G., onde a razão vale 4 e o primeiro termo é igual a 2.

3) Encontre o primeiro termo de uma P.G. em que $a_6=160$ e $q=2$.

- 4) Insira ou interpole 3 meios geométricos positivos entre 2 e 162.
- 5) Calcule a soma dos 8 primeiros termos da P.G. (3,6,12,...).
- 6) (PUC-RIO 2008) Na seqüência 1, 3, 7,..., cada termo é duas vezes o anterior mais um. Assim, por exemplo, o quarto termo é igual a 15. Então o décimo termo é:
- 7) (PUC-RJ 2014) Vamos empilhar 5 caixas em ordem crescente de altura. A primeira caixa tem 1m de altura, cada caixa seguinte tem o triplo da altura da anterior. A altura da nossa pilha de caixas será:

APÊNDICE B – Termo de Consentimento

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, _____ portador (a) do RG nº _____, residente à Rua (Av.) _____ nº _____, na cidade de _____ Estado _____

concordo em participar da pesquisa cujo tema é: **TAREFAS DE ANALISE DA PRODUÇÃO ESCRITA PARA O ENSINO DE PROGRESSOES GEOMÉTRICAS** realizada por **Nádia Schimomukai Minato**, sob a orientação do Prof. Dr. Jader Otavio Dalto. A pesquisa tem por objetivo a elaboração de tarefas de análise da produção escrita para iniciar o ensino do conteúdo de progressão geométrica. Fui orientado (a) que os dados obtidos por meio da lista de tarefas serão utilizados com finalidade de pesquisa e sem identificação ou citação nominal.

Estou ciente de que minha participação é voluntária.

Cornélio Procópio, _____ novembro de 2018.

Assinatura