UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MIRIAM DE SOUZA JACON

UM ESTUDO SOBRE AS DIFICULDADES DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO

2018

MIRIAM DE SOUZA JACON

UM ESTUDO SOBRE AS DIFICULDADES DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada.

Orientadora: Profa. Dra. Andresa Maria Justulin

CORNÉLIO PROCÓPIO

018

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Cornélio Procópio
Diretoria de Graduação
Departamento de Matemática
Curso de Licenciatura em Matemática

FOLHA DE APROVAÇÃO

BANCA EXAMINADORA

Prof. Andresa Maria Justulin
(Orientador)

Prof. Línlya Natássia Sachs Camerlengo de Barbosa

Prof. Jader Otávio Dalto

"A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso"

Dedico este trabalho a toda minha família, especialmente aos meus pais que me amam incondicionalmente e lutaram ao meu lado por essa conquista.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus, por ter sempre renovado minha fé, me dando forças diante de todas as dificuldades para que eu pudesse vencer.

Ao meu esposo e filhos, que sempre estiveram do meu lado com palavras de incentivo, acreditando em mim e me apoiando durante todo o curso.

Aos meus pais, sogros, irmãos e toda minha família pelo apoio e pelas orações elevadas a Deus a meu favor, para que eu conseguisse chegar até aqui.

Agradeço imensamente à minha orientadora Profa. Dra. Andresa Maria Justulin, pela paciência e dedicação a mim e a este trabalho, pois sem seu apoio não teria sido possível concluí-lo.

Aos membros da banca examinadora, Profa. Dra. Línlya Sachs e Prof. Dr. Jader Dalto, por aceitarem o convite e por todas as contribuições dadas ao trabalho.

A todos os professores que participaram dessa minha jornada acadêmica, pela dedicação.

E a todos aqueles que cruzaram meu caminho nesses quatro anos de minha vida e que, direta ou indiretamente, contribuíram de alguma forma com esta minha conquista, o meu muito obrigada!

RESUMO

JACON, Miriam de Souza. **Um estudo sobre as dificuldades de alunos do ensino fundamental em adição e subtração de Números Inteiros**. 2018. 61 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2018.

O presente trabalho, de caráter qualitativo, teve por objetivo analisar as dificuldades apresentadas por alunos de 7º ano do Ensino Fundamental, em adição e subtração de Números Inteiros. Foram utilizados dois instrumentos para a coleta de dados, um envolvendo problemas e, outro, com ênfase em exercícios de algoritmos de adição e de subtração. Os participantes foram alunos de uma turma de 7° ano, de um colégio da rede estadual de ensino. Após a aplicação dos instrumentos foram realizadas análises sobre os dados recolhidos, e os resultados indicaram que os alunos apresentaram dificuldades nas operações de adição e subtração com Números Inteiros, oriundas de uma aprendizagem procedimental, com foco na memorização de regras de sinais. Houve, também, um maior número de acertos no instrumento envolvendo problemas do que no composto por exercícios de algoritmos. Esse resultado mostra-se como uma consequência de metodologias de ensino, utilizadas pelos professores em sala de aula, que não favorecem a compreensão dos Números Inteiros e sua identificação no dia a dia.

Palavras-chave: Números Inteiros. Resolução de Problemas. Ensino Fundamental. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

JACON, Miriam de Souza. **A study of the difficulties of elementary school students in adding and subtracting of Integers.** 2018. 61 f. Course Conclusion Monography (Graduation course) – Degree in Mathematics. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2018.

The purpose of this qualitative study was to analyze the difficulties presented by 7th grade elementary students, in addition and subtraction of Integers. Two instruments were used to collect data, one involving problems and the other with emphasis on exercises of algorithms of addition and subtraction. Participants were students in a 7th grade class from a state college. After the application of the instruments, analyzes were performed on the collected data, and the results indicated that the students presented difficulties in addition and subtraction operations with Whole Numbers, derived from procedural learning, focusing on the memorization of signal rules. There were, also, a greater number of hits in the instrument involving problems than in the one composed by algorithm exercises. This result is shown as a consequence of teaching methodologies, used by teachers in the classroom, that do not promote the understanding of the Integers and their identification in the day to day.

Keywords: Integers. Solving problem. Elementary School. Mathematics Teaching.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Durante minha participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), em que acompanhava as aulas de Matemática em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, pude observar que os alunos apresentam dificuldades no ensino e na aprendizagem dos Números Inteiros e suas operações de adição e subtração, o que me motivou ao tema para tal pesquisa.

A presente pesquisa, de cunho qualitativo, buscou identificar as dificuldades de alunos do Ensino Fundamental em relação à Adição e à Subtração de Números Inteiros, bem como as principais estratégias utilizadas ao resolverem problemas sobre a temática.

Na construção do referencial teórico percebi a ampla preocupação sobre a compreensão desse objeto matemático que instigou estudiosos a desenvolverem diversas pesquisas e a procurarem métodos para auxiliar no entendimento dos alunos. Ao referir-se às dificuldades encontradas para lidar com Números Inteiros, parece que pouca atenção é dada pelos professores aos possíveis obstáculos inerentes ao seu ensino. Segundo Soares (2007) estes não possuem o hábito de manter-se atualizados quanto ao uso de novas metodologias para o ensino de Matemática, contribuindo com a compreensão dos alunos.

Ao abordar os Números Inteiros e suas operações, em especial, é importante que o educador considere o uso de metodologias de ensino diversificadas que auxiliem a minimizar as dificuldades que os alunos possam apresentar.

Sabendo que os Números Inteiros e, em especial, a Adição e a Subtração neste conjunto, são fundamentais às atividades cotidianas dos alunos, esta pesquisa buscou analisar as dificuldades apresentadas por alunos de 7º ano do Ensino Fundamental ao resolverem problemas e exercícios de algoritmo envolvendo esse assunto.

Para explorar o conhecimento prévio e as dificuldades de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental foram aplicados dois instrumentos: um envolvendo apenas a aplicação de exercícios de algoritmos da Adição e da Subtração de Números Inteiros e, outro, com problemas. Tal aplicação foi realizada em uma turma do 7º ano, de uma escola estadual da cidade de Cornélio Procópio – PR. Na sequência foi realizada a análise dos dados.

Sobre a estrutura do trabalho, o mesmo divide-se em seis seções. A primeira refere-se à introdução, que traz a motivação pelo estudo do tema, os objetivos, resultados alcançados e organização do trabalho. A seção 2 (dois) apresenta o referencial teórico abordando os Números Inteiros e a Resolução de Problemas. A metodologia da pesquisa, com a explicitação dos participantes, instrumentos e dos procedimentos, é tratada na terceira seção.

Os resultados e discussão são apresentados na seção 4 (quatro), que traz a análise dos instrumentos utilizados. As considerações finais encerram o texto trazendo uma discussão sobre a pesquisa realizada.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Números Inteiros

Nas civilizações antigas como a babilônica, a egípcia, a grega e a chinesa, viviam estudiosos matemáticos algebristas que tratavam assuntos de difícil aceitação para a época, como a utilização dos Números Inteiros e de suas operações. A aceitação e a utilização de suas operações foi um processo muito lento e bastante polêmico, pela falta de compreensão desse objeto matemático. Havia a rejeição dos mesmos, considerando-os como números absurdos.

Por muito tempo esses números foram evitados por aqueles que se dedicavam ao estudo da Matemática. Isso porque não se podia admiti-los como solução de uma equação, visto que não correspondiam a uma quantidade como antes, sendo recusada sistematicamente sua utilidade.

Segundo Boyer (1998), um dos primeiros povos a manusear números negativos foram os chineses, que costumavam usar barras para realizar seus cálculos. Eles usavam dois conjuntos de barras, vermelhas para os coeficientes positivos, e pretas, para coeficientes negativos. Esses conceitos eram entendidos por eles como explicação de ganho e perda, o que os impedia de aceitar a ideia de um número negativo como solução de uma equação.

Anjos (2008) comenta que os números negativos não surgiram na contagem, mas nos cálculos. Mais especificamente na resolução de equações, que é atribuída a Diofanto, entre os séculos II e III d.C. que desenvolveu, em sua obra *Arithmetiké*, resoluções de equações usando de maneira implícita as regras de sinais, mas desconsiderando a existência independente dos números negativos.

Logo na primeira metade do século XVI, um alemão chamado Michael Stifel (1487-1567), grande conhecedor das propriedades dos números negativos, escreveu a mais importante obra alemã sobre álgebra, *"Arithmética integra"*, em que se destaca o tratamento dado por ele aos negativos.

Boyer (1998) afirma que o matemático Stifel costumava usar coeficientes negativos em equações para reduzir a multiplicidade de casos de equações quadráticas. Assim, foi preciso criar uma regra especial para explicar quando usar “+” ou quando usar “-“, sendo ele um dos muitos autores alemães a expandir os símbolos “+” e “-“, em oposição à notação italiana que usava as letras “p” e “m”, abreviação das palavras *plus*[1] e *moins*[2], respectivamente. Porém, apesar de manipular muito bem os Números Inteiros, Stifel também se recusou a admiti-los como raiz de uma equação, chamando-os de "*numeri absurdi*[3]".

A partir do século XVIII, o número negativo é definitivamente aceito e é dada uma interpretação geométrica dos números positivos e negativos como sendo segmentos de direções opostas. (COSTA, 1981).

Em relação aos Números Inteiros, verifica-se que os obstáculos de origem epistemológica resistiram à compreensão desse objeto matemático, pois ao se adentrar na história de seu desenvolvimento, as dificuldades essenciais a esse conteúdo resultaram em fatos contraditórios, protagonizados por matemáticos, em que os mesmos resistiram em abandonar os conhecimentos que já haviam considerados como “absolutos”. Portanto, seria inconveniente acreditar que esse tema não ofereça dificuldades consideráveis para sua compreensão e aplicação pelos alunos. Entende-se, também, que é preciso encontrar soluções que possam favorecer a superação dessas dificuldades de forma a conduzi-los ao aprendizado.

Segundo Glaeser (1985, p. 32), “Muitos professores não percebem que a aprendizagem das regras de sinais possa comportar dificuldades”. Constata-se que o insucesso em relação à aprendizagem dos Números Inteiros geralmente é atribuído ao aluno, e o professor, mesmo sem compreender as regras de sinais em sua essência, mas utilizando-as com respectiva agilidade, trata os aspectos essenciais a esse objeto matemático de forma “elementar”, acreditando que sua aceitação e compreensão acontecerão de forma natural e com poucos questionamentos.

Ao referir-se às dificuldades encontradas para lidar com Números Inteiros, parece que pouca atenção é dada aos possíveis obstáculos inerentes ao seu ensino. No entanto, é possível perceber o quanto foi complexo o desenvolvimento de uma compreensão em relação ao mesmo e torna-se

---

[1] A palavra *plus* em Latim significa mais.
[2] A palavra *moins* em Francês significa menos.
[3] Números Absurdos.

importante analisar como os alunos utilizam seus possíveis conhecimentos prévios para resolver questões relacionadas aos Números Inteiros.

Nota-se que a dificuldade apresentada pelos alunos com as operações de adição e subtração com Números Inteiros, tendo em vista as regras de sinais que devem ser seguidas para resolução dos cálculos tem sido persistentes. Em relação às regras de sinais da adição, Giovanni e Giovanni Jr (1996) destacam os seguintes casos:

> Quando os dois números são positivos, a soma é um número positivo. - Quando os dois números são negativos, a soma é um número negativo. - O módulo do resultado é igual à soma dos módulos das parcelas. - Quando dois números não opostos têm sinais diferentes, o sinal do resultado corresponde ao sinal do número que está mais distante da origem, ou seja, do número que tiver maior módulo. - O módulo do resultado é igual à diferença positiva entre os módulos das parcelas. (GIOVANNI; GIOVANNI JR, 1996, p. 51,52).

Portanto, para abordar os Números Inteiros e suas operações é de suma importância que se leve em consideração a história sobre a construção desse conhecimento, com o objetivo de compreender os aspectos relacionados ao seu desenvolvimento e elaborar intervenções que contribuam para seu ensino-aprendizagem.

2.1.1 Recomendações oficiais para o trabalho com Números Inteiros

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), os Números Inteiros são mencionados em poucos momentos durante as séries[4] iniciais do Ensino Fundamental. Nesse período os alunos perceberão a existência das diferentes categorias dos números, mediante problemas enfrentados ao longo da história, como os números negativos. Entretanto, “o estudo dos Números Inteiros costuma ser cercado de dificuldades e a aprendizagem desse objeto matemático tem sido insatisfatória” (BRASIL, 1998, p. 97).

[4] Séries Iniciais correspondem aos Anos Iniciais. Nesta seção será mantida a denominação dada pelo documento ou autor consultado.

De acordo com o documento, para as séries finais[5] do Ensino Fundamental, os Números Inteiros surgem como uma ampliação do campo aditivo, podendo, desse modo, apresentar a ideia de diferença, falta, orientação e posições relativas. Os números relativos poderão ser associados às situações vivenciadas pelos alunos no seu cotidiano, de ganho e perda num jogo, temperaturas, em débitos e créditos, entre outras. Porém, não se deve restringir o estudo dos números negativos, somente às situações conhecidas pelos alunos, mas promover a compreensão das regras operatórias e aspectos conceituais.

Sobre a abordagem dos Números Inteiros no ensino de Matemática, o referido documento recomenda ações que possibilitem ao aluno:

> - Conferir significado às quantidades negativas;
> - Reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir do zero, enquanto para os naturais a sucessão acontece num único sentido;
> - Reconhecer diferentes papéis para o zero (zero absoluto e zero-origem);
> - Perceber a lógica dos números negativos, que contraria a lógica dos números naturais – por exemplo, é possível "adicionar 6 (seis) a um número e obter 1 (um) como resultado", como também é possível "subtrair um número de 2 (dois) e obter 9 (nove)";
> - Interpretar sentenças do tipo x = -y, (o aluno costuma pensar que necessariamente x é positivo e y é negativo). (BRASIL, 1998, p. 98).

Outro recurso que pode auxiliar no processo de ensino-aprendizagem dos Números Inteiros seria sua representação na reta numérica orientada, explorando assim vários aspectos, tais como:

> - Visualizar o ponto de referência (origem) a partir da qual se definem os dois sentidos;
> - Identificar um número e seu oposto (simétrico): números que se situam à mesma distância do zero;
> - Reconhecer a ordenação dos inteiros: dados dois Números Inteiros quaisquer, o menor é o que está á esquerda (no sentido positivo da reta numérica); assim, dados dois números positivos será maior o que estiver mais distante do zero e dados dois negativos será maior o que estiver mais próximo do zero;

[5] Séries Finais correspondem aos Anos Finais. Nesta seção será mantida a denominação dada pelo documento ou autor consultado.

- Comparar Números Inteiros e identificar diferenças entre eles; inferir regras para operar com adição e subtração, como: (+3) + (-5) = +3 – 5 = -2 (BRASIL, 1998, p. 98-99)

Usando essa representação, os negativos e os positivos são dotados de sinais, sendo, portanto, uma representação completamente diferente da reta numérica que apresentava apenas os naturais, sem indicação de sinal. Os alunos terão que perceber que os naturais foram acrescidos pelos números negativos, formando assim um novo conjunto numérico, consequentemente, modificaram para números com diferentes sentidos.

2.1.2 Dificuldades com Números Inteiros no Ensino Fundamental

Ao se introduzir o conceito de número negativo em sala de aula, de acordo com Teixeira (1993), os professores percebem as dificuldades dos alunos nas operações de adição e de subtração, em situações como:

- Aceitar que existe algo menor que zero.
- Como pode existir (–4) "coisas"?
- Efetuar operações do tipo 2 - 5 = (como tirar 5 de 2?)
- Reconhecer, na ordenação dos números negativos -2 como sendo maior que -5, sabendo que o que foi ensinado até o momento é que a representação simbólica do valor cinco sempre foi maior que a representação simbólica do valor dois.
- Realizar operações onde o sinal de "-" é apresentado com dois significados (subtração e indicação de número negativo).
- Identificar o valor zero, como resultado da operação de dois valores opostos ou como um valor que determina na reta numérica a separação dos positivos e dos negativos.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais, "o estudo dos Números Inteiros costuma ser cercado de dificuldades e a aprendizagem desse objeto matemático tem sido insatisfatória" (BRASIL, 1998, p. 97).

De fato, o aluno ao se deparar com Números Inteiros e suas operações, apresenta muitas dificuldades, pois associado ao conhecimento que já foi construído com os números naturais, em que as operações aparecem relacionadas a um modelo real, para o aluno, a princípio, realizar a operação

$2 - 4$ parece ser absurdo, uma vez que “tirar” quatro unidades de duas unidades era impossível de ser realizado até então.

Para Gonzáles et al. (1990), a falta de compreensão sobre o conceito de número negativo torna-se um grande obstáculo para compreensão dos números relativos. O fato de sermos acostumados a perceber os números como quantidades dificulta a ideia da existência de uma quantidade negativa, principalmente para as crianças.

Para Borba (2003), os alunos de sexta série, mesmo antes da introdução do conteúdo de Números Inteiros, já realizam corretamente as operações de adição e subtração, desde que os sinais utilizados sejam iguais, isto é, dois números com valores positivos ou dois números com valores negativos.

Para Silva (2006) e Soares (2008), as dificuldades em relação às operações com Números Inteiros não estão restritas apenas aos números de sinais diferentes, mas também são bastante sentidas quando os números possuem o mesmo sinal, especialmente se eles forem negativos: “Verificamos que houve dificuldade em resolver adição de mesmo sinal negativo, com uma porcentagem significativa de erros” (SILVA, 2006, p. 37). Esses resultados corroboram com Soares (2008), que afirma que,

> Quando eram requisitados a operar com a subtração e, mais ainda, a trabalhar conjuntamente com a adição e a subtração no conjunto dos inteiros envolvendo os números negativos, o fracasso era evidente. (SOARES, 2008, p. 17)

Em se tratando das operações de adição e subtração com Números Inteiros, as dificuldades encontradas pelos alunos estão, na maioria das vezes, relacionadas à questão conceitual, à compreensão da representação ou à localização de número negativo na reta numérica.

2.2 Resolução de Problemas

2.2.1 O que é problema?

Na vida cotidiana ao deparar-se com algo a resolver, mas que, de início traz dificuldade, tem-se um problema. Na maioria das vezes é uma situação em que, a princípio, o indivíduo não possui uma estratégia para resolvê-lo. Mas, a partir do momento em que o indivíduo sabe como resolver a situação e dispõe de estratégias para solucionar a dificuldade, deixou de ser um problema.

Polya, em 1945, foi um dos pioneiros a discutir sobre a resolução de problemas no ensino de Matemática, mas só a partir da década de 1980 com a publicação da *Agenda para a Ação do* NCTM[6], o movimento se tornou mais forte.

Segundo Kantowski (1980), problema é uma situação em que uma pessoa se encontra e não tem um método ou fórmula que conduza à solução. O autor menciona ainda que o que é problema para um indivíduo poderá ser exercício para outro ou, ainda, uma frustração para um terceiro.

Já as Normas (NCTM, 1991, p.11) definem que:

> Um problema genuíno é uma situação em que, para o indivíduo ou para o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda de ser encontradas. A situação deve ser suficientemente complicada para constituir um desafio, mas não tão complexa que surja como insolúvel.

Para Krulik e Rudnik (1993), problema é uma situação, quantitativa ou não, com a qual se associa um indivíduo ou grupo, na busca de uma solução, que não tem imediatamente resposta. Esses autores distinguem entre questão (uma situação que apela à capacidade de memória), exercício (uma situação em que exige esforço e treinamento dos algoritmos já aprendidos) e problema (onde é necessário pensar e recapitular o que já foi aprendido).

Segundo Charles e Lester (1982) um problema é uma tarefa para a qual a pessoa quer ou precisa encontrar a solução, mas não tem nenhum procedimento pronto para encontrá-la.

Para definição de problema, admitimos que problema é “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81). Sem ignorar os diferentes tipos de problemas, mas com uma visão mais abrangente, Van de Walle (2009), considera como problema qualquer tarefa, atividade ou situação que não contém regras já decoradas para resolução e não existe um método específico de resolução.

---

[6] National Council of Teachers of Mathematics – Conselho Nacional de Professores dos Estados Unidos.

A partir das concepções de problemas apresentadas, entende-se que existe um problema quando há um objetivo a ser alcançado e não sabemos como atingi-lo. Quando o indivíduo se propõe a encontrar uma solução para o problema, criando estratégias, ele torna o problema mais valioso. Quem se propõe a resolver um problema, pode até saber o objetivo final, mas se não dispõe dos caminhos, ainda estará enfrentando um problema.

2.2.2 Tipos de problemas

Ao tratar da resolução de problemas realizou-se um levantamento dos tipos de problemas matemáticos e suas características. O entendimento dessas classificações é necessário, em especial pelos professores, para que os alunos possam experimentar diferentes tipos de problemas ao longo da Educação Básica.

No entanto, não há um consenso no que se refere a essa classificação. Diferentes autores apresentam categorias distintas, para Charles e Lester (1982). Os autores elencam os seguintes tipos:

- Exercícios de fixação, que permitem que os alunos pratiquem os algoritmos já aprendidos;
- Problema de simples tradução, considerado de fácil resolução por possuir apenas um tipo de cálculo;
- Problema de tradução complexa, que permite aos alunos uma maior experiência na resolução de situações-problema da realidade e que envolve dois ou mais cálculos;
- Problema de processo, que envolve a compreensão, desenvolvimento de estratégias, e assim planejar uma resolução usando de várias tentativas até chegar à solução correta;
- Problema aplicado: Esse tipo de problema por envolver problemas reais, é o mais usado no cotidiano do aluno, levando-o assim a notar a importância da matemática;
- Problema desafio, que oportuniza ao aluno participar de atividades recreativas matemáticas, e utilizar várias estratégias de pensamento, dependendo do seu olhar para o problema.

Stancanelli (2001) apresenta os seguintes tipos de problemas: (1) Problemas sem solução, cujos dados apresentados no enunciado não têm nada a ver (ou não são usados) com a pergunta que aparece; (2) Problemas com mais de uma solução, que permitem ao aluno entender que não há apenas uma forma de resolução, e que a resposta pode não ser única; (3) Problemas com excesso de dados, que exigem do aluno uma boa leitura e interpretação do problema, para que saiba selecionar apenas os dados úteis para a resolução; (4) Problemas de lógica, que envolvem o desenvolvimento de raciocínio dedutivo, prática em resoluções de operações do pensamento, interpretação do texto, levantamento de hipóteses, além de permitir o uso de várias estratégias de resolução, motivando o aluno a chegar na resposta correta e (5) Outros problemas não convencionais.

Dante (2011) diferencia exercício de problema. Para ele, os exercícios podem ser de reconhecimento, cujo objetivo é fazer com que o aluno relembre de algo que já lhe foi proposto anteriormente, tipo um conceito, uma definição, uma propriedade etc; ou de algoritmos, que podem ser resolvidos apenas com algoritmos, utilizando as operações da adição, subtração, multiplicação e divisão, por exemplo, treinando o aluno a executar e reforçar conhecimentos anteriores.

Para Dante (2011), os problemas podem ser classificados em:

- Problemas-padrão: Neste tipo de problema os dados para sua resolução estão contidos no próprio enunciado, e o aluno deverá apenas passar para a linguagem matemática. Exige apenas a identificação e aplicação das operações ou algoritmos necessários para resolvê-lo. O objetivo desses problemas é relembrar e fixar os casos básicos e seu emprego nas situações do dia a dia.
- Problemas-padrão compostos: São diferenciados dos problemas-padrão pelo fato de envolver duas ou mais operações na resolução.
- Problemas-processo ou heurísticos: São problemas em que as operações a serem usadas na resolução não estão contidas no enunciado. Em geral, que não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos pela aplicação natural de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e imaginar um

plano de ação, uma estratégia e métodos para resolvê-los, o que, em muitos casos, é mais importante que encontrar a resposta correta.

- Problemas de aplicação: São aqueles que apresentam situações reais do cotidiano e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos. São também chamados de situações-problema contextualizadas. São problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Os dados podem ser organizados em tabelas, traçando gráficos, resolvendo operações etc. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas, não só a matemática.
- Problemas de quebra-cabeça: Atraem e desafiam os alunos, por envolver a chamada matemática recreativa, e sua solução depende quase sempre, da sorte ou da facilidade em perceber algum truque ou método, que é a chave certa da solução.

Diante dos tipos de problemas apresentados pelos autores será adotado para essa pesquisa os mencionados por Charles e Lester (1982).

2.2.3 O que é resolver problemas?

De acordo com a história, desde a antiguidade o indivíduo tem por hábito resolver situações do cotidiano e problemas envolvendo a Matemática. Resolver problemas reflete uma ação histórica e social que sempre esteve presente na vida do ser humano, servindo como uma prática para facilitar questões do dia a dia.

A resolução de problemas no ensino tem destaque com as ideias de Polya, em 1945, que sugere as etapas que um bom resolvedor de problemas deve percorrer. Sendo elas:

- Compreender o problema – o resolvedor deve compreender o problema, e perceber claramente o que é necessário para resolvê-lo;
- Estabelecer um plano – deve observar como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados para ter a ideia da resolução, estabelecendo um plano;

- Executar o plano – colocar sua ideia em ação, resolvendo o problema;
- Fazer um retrospecto – examinar a solução obtida.

Destaca-se que cada uma dessas fases tem a sua importância, pois ao atravessar todas elas, se chegará de forma direta e imediata à solução do problema.

Para Polya (2006), a compreensão do problema é uma etapa importante e que vai desencadear todas as outras durante a resolução do problema.

> O estudante deve considerar as partes principais do problema, atenta e repetidamente, sob vários pontos de vista. Se houver uma figura relacionada ao problema, deverá traçar uma figura e nela indicar a incógnita e os dados. Se for necessário designar estes elementos, deverá adotar uma notação adequada, pois, dedicando alguma atenção aos signos apropriados, será obrigado a considerar os elementos para os quais esses signos têm de ser escolhidos. Há uma outra indagação que pode ser útil neste estágio preparatório, desde que não se espere para ela uma resposta definitiva e sim uma provisória, uma suposição: É possível satisfazer a condicionante? (POLYA, 2006, p. 5)

Ainda segundo Polya (2006) é interessante que se conheça um problema correspondente. Porém, ao tentar aplicar diversos problemas ou teoremas conhecidos, buscando alterações e problemas auxiliares diferentes, é possível que se torne distante o problema original, tendo o risco de perdê-lo por completo. Por isso, é necessário que se faça uma investigação revendo o problema e confirmando se coletou todos os dados e a condicionante.

A construção de um plano e de uma ideia de resolução são mais complicados, pois exigem conhecimentos prévios, boa compreensão e concentração no objetivo. Com relação a esse assunto, Polya (2006) afirma que:

> Se o aluno houver realmente concebido um plano, o professor terá então um período de relativa tranquilidade. O maior risco é o de que o estudante esqueça o seu plano, o que pode facilmente ocorrer se ele recebeu o plano de fora e o aceitou por influência do professor. Mas se ele próprio houver preparado o plano, mesmo com alguma ajuda, e concebido com satisfação a ideia final, não perderá facilmente essa ideia. De qualquer maneira, o professor deve insistir para que aluno verifique cada passo. (POLYA, 2006, p. 11)

De acordo com as ideias do referido autor, a quarta e última etapa dizem respeito ao retrospecto do problema. O que acontece é que após chegarem à solução do problema, os alunos fecham os livros e passam para outro assunto, perdendo assim uma fase importante e instrutiva do trabalho da resolução. Ao fazer um retrospecto da resolução completa, reexaminando o resultado final e o percurso que o levou até ele, poderão concretizar os seus conhecimentos e aperfeiçoar a capacidade de resolver problemas. Para Polya (2006) um professor qualificado "[...] precisa compreender e transmitir aos seus alunos o conceito de que problema algum fica completamente esgotado. Resta sempre alguma coisa a fazer" (POLYA, 2006, p. 12). Assim, poderá sempre incentivar os alunos a buscarem novas estratégias para o problema.

Sobre a resolução de problemas no ensino de Matemática, somente na década de 1980, ela passou a ser mais recomendada nos Estados Unidos e no mundo. Porém, devido a diferentes percepções a respeito do significado do termo, ou seja, do que seria resolver problemas, o entendimento dessa nova proposta e seu desenvolvimento não atingiram bons resultados. Onuchic e Allevato (2011) destacam três modos de abordar o tema, os quais ajudam a entender e a refletir sobre essas diferentes concepções sobre resolver problemas:

> 1 - ensinar sobre resolução de problemas; 2 - ensinar matemática para resolver problemas; e 3 - ensinar matemática através de resolução de problemas. Ocorre que, a partir das recomendações do NCTM, seguidores de Polya, com algumas variações, acreditavam em teorizar sobre esse tema, ou seja, que era necessário ensinar estratégias e métodos para resolver problemas. Outros a interpretavam no sentido de que o professor deveria apresentar a matemática formal para, depois, oferecer aos alunos o problema como aplicação dessa matemática construída acreditando que deveriam ensinar matemática para resolver problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p.79).

Destaca-se no documento "Uma agenda para a ação", do NCTM, a preocupação com o trabalho educativo a ser realizado pelo professor. Anteriormente, Polya se preocupava com as etapas a serem realizadas pelo aluno ou pelo indivíduo ao resolver um problema matemático. Neste trabalho, a ênfase será nesta última abordagem, ou seja, no processo de resolver problemas do aluno.

2.2.4 Estratégias em Resolução de Problemas

As estratégias em resolução de problemas são os recursos utilizados pelos alunos para resolvê-los. Para Polya (2006), estabelecer um plano inclui a escolha de uma estratégia de resolução. O autor considera que o principal objetivo na resolução de um problema é o estabelecimento de um plano. A ideia certa pode surgir pouco a pouco, ou surgir de repente como uma ideia brilhante ou pode mesmo nem surgir. Tais ideias são baseadas na experiência passada e em conhecimentos previamente adquiridos.

Segundo Piaget (1994) e La Taille (1997), na evolução das estratégias, os erros cometidos pelos alunos permitem avaliar a coerência, se ocorreu por simples falta de atenção ou dificuldade de raciocinar. Nesse sentido, as estratégias são precursoras dos processos de raciocínio e das superações necessárias para a construção do conhecimento lógico-matemático, pois evidenciam a necessidade de retomada dos conceitos das operações fundamentais e a interpretação das situações-problema.

De acordo com Musser e Shaughnessy (1997), na escola do passado, a ênfase do currículo da Matemática era no ensino de algoritmos, devido ao forte domínio da aritmética existente na época. Porém, nos dias atuais em que vivemos, na era eletrônica, a prioridade deve ser para o desenvolvimento e o uso de algoritmos para resolver problemas. Assim, os autores citam cinco estratégias de resolução de problemas que julgam serem adequadas para aplicar nas escolas:

- Tentativa-e-erro: utilização de operações referentes às informações dadas no problema;
- Padrões: resolução de casos particulares para chegar à solução;
- Resolver um problema mais simples: resolução de um caso particular ou um recuo temporário de um problema complicado para uma versão resumida, podendo vir acompanhado do emprego de um padrão;
- Trabalhar em sentido inverso: isto é, partir do objetivo, e não dos dados;
- Simulação: constitui uma estratégia poderosa e adequada.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), na medida em que as crianças crescem, conquistam maior liberdade em desenvolver estratégias mais complicadas. A partir do processo ensino-aprendizagem escolar, o progresso das estratégias é estabelecido de forma mais organizada, norteando novas relações e comparação dos registros pelo professor.

Para Pozo (1998), “as estratégias de resolução de problemas seriam formas conscientes de organizar e determinar os recursos de que dispomos para a solução de um determinado problema” (POZO, 1998, p. 60). Ao utilizar diferentes estratégias de resolução os alunos passam a refletir sobre o processo, tornando-se confiante em sua capacidade de pensar matematicamente.

Cavalcanti (2001) destaca que a valorização das estratégias utilizadas:

> [...] inibe atitudes inadequadas em relação à resolução de problemas, como, por exemplo, abandonar rapidamente um problema quando a técnica envolvida não é identificada, esperar que alguém o resolva, ficar perguntando qual é a operação que resolve a situação, ou acreditar que não vale a pena pensar mais demoradamente para resolver um problema (p. 126).

Além disso, cita também que a utilização do desenho “como recurso de interpretação do problema e como registro da estratégia de solução (CAVALCANTI, 2001, p.127)”, possibilita que o professor possa ter noção de como o estudante pensou e agiu para solucionar o problema.

Echeverría e Pozo (1998) apresentam algumas estratégias que podem ser utilizadas na resolução de problemas, destacando possibilidades de seu uso na realização de tarefas de outras disciplinas, além da Matemática. São elas:

> a) Realizar tentativas por meio de ensaio e erro. b) Aplicar a análise meios-fins. c) Dividir o problema em subproblemas. d) Estabelecer submetas. e) Decompor o problema. f) Procurar problemas análogos. g) Ir do conhecido até o desconhecido (p. 25)

Por fim, nota-se que se o aluno dominar várias estratégias, ao perceber a falha em relação a uma escolha, recorrerá a uma nova e poderá chegar à solução. Além do mais, na resolução de problemas pode-se usar mais do que uma estratégia. Resolver um problema, explorando alternativas diferentes permite a comparação de métodos, ainda que não percebidos, por parte do resolvedor.

2.2.5 Resolução de Problemas e Números Inteiros

Nesta seção serão apresentados trabalhos que abordem a temática de estudo desta pesquisa. O primeiro deles é de Santos (2016), intitulado "Resolução de Problemas com Números Inteiros Relativos: um estudo comparativo em processos cognitivo e didático na formação de professores". Trata-se de resultados de um Mestrado, desenvolvido na Universidade Federal de Pernambuco, e que foi apresentado como Comunicação Científica no VII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). Foram realizados dois processos de formação continuada com seis professores de 7º ano, divididos em dois grupos de três: em um grupo discutiram-se as dimensões que definem conceitos e, no outro, o uso construtivo de resolução de problemas em sala de aula. As concepções iniciais e as mudanças ocorridas foram avaliadas por análises qualitativas que foram realizadas possibilitaram avaliar as concepções iniciais e as mudanças ocorridas.

O segundo trabalho, de Alves, Silva e Lima (2011), intitulado "A Resolução de Problemas que tratam de Números Inteiros Relativos por Alunos da EJA", foi apresentado no II Congresso Nacional de Educação Matemática, na modalidade, Comunicação Científica, e verificou o desenvolvimento de alunos da 4ª fase da EJA na resolução de problemas que abordam Números Inteiros. Foi utilizado como instrumento para coleta de dados um teste com três problemas envolvendo Números Inteiros: o primeiro de medida, o segundo de transformação e o terceiro de relação. Os resultados mostraram que adultos também têm dificuldades em compreender o conceito de Número Inteiro, o que provoca erros nas operações de adição e subtração.

O trabalho de Schulthais e Pereira (2014), com o título "Resolução de Problemas e os Materiais Manipulativos no Processo de Ensino-Aprendizagem dos Números Inteiros", foi publicado nos cadernos do PDE[7]. Esse estudo teve como objetivo compreender de que forma a Resolução de Problemas, com a utilização de materiais manipuláveis, pode auxiliar no processo de ensino-aprendizagem do conteúdo de Números Inteiros. Foi realizada uma pesquisa qualitativa, com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, por meio de

[7] Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE – Produções Didático-pedagógicas.

atividades aplicadas com materiais manipuláveis. Após a análise dos resultados da pesquisa, os autores acreditam que a Resolução de Problemas, como tendência metodológica aliada ao uso de materiais manipulativos, como recurso didático, possibilita aos alunos a compreensão do conceito de Número Inteiro.

A análise realizada em tais trabalhos, mostrou que a utilização de metodologias diversificadas no ensino de Números Inteiros facilita a compreensão dos alunos.

3 METODOLOGIA

De acordo com Goldenberg (2000), a metodologia pode ser entendida como o caminho para estruturar a pesquisa científica, isto é, o que define com o que vai trabalhar e onde pretende chegar. Portanto, a metodologia de pesquisa qualitativa, vista como processo de investigação, não se preocupa "[...] com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória etc." (GOLDENBERG, 2000, p. 14).

A presente pesquisa, de abordagem qualitativa, tem como objetivos gerais:

- Identificar dificuldades de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em Adição e Subtração de Números Inteiros e;
- Analisar as principais estratégias utilizadas pelos alunos ao resolver problemas envolvendo Adição e Subtração de Números Inteiros;

Segundo Bogdan e Biklen (1994 apud LUDKE; ANDRE, 2013), a pesquisa qualitativa tem como características o contato direto do pesquisador com o ambiente e a situação a ser investigada, sendo necessária uma relação com o objeto de estudo por um período de tempo suficiente para sua compreensão.

Na pesquisa qualitativa, o pesquisador preocupa-se com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, focando-se no levantamento de dados sobre determinado grupo, na compreensão e na interpretação dos comportamentos dos indivíduos de uma população.

Foi adotada a metodologia de pesquisa qualitativa pois suas características são adequadas perante aos objetivos da presente pesquisa, que envolve um grupo de alunos de um determinado ambiente escolar. Além disso, os objetivos já apresentados buscam a compreensão das dificuldades de alunos do Ensino Fundamental em adição e subtração de Números Inteiros, aspecto esse cuja quantificação apenas se mostra insuficiente.

3.1 Participantes

A pesquisa foi realizada com 21 alunos da turma do 7º ano A do Ensino Fundamental, de uma escola da rede estadual. Os alunos participantes da pesquisa têm faixa etária de onze a quinze anos de idade, conforme a tabela 1, sendo 15 do sexo feminino e 6 (seis) do sexo masculino:

Tabela 1 – Idade dos alunos participantes da pesquisa

Idade	Quantidade de alunos
11 anos	2
12 anos	4
13 anos	7
14 anos	7
15 anos	1

Fonte: Dados da pesquisa

3.2 Instrumentos

O instrumento 1 (Apêndice A) foi elaborado com exercícios de algoritmos, retirados dos livros didáticos analisados. Foram propostas quatro questões: a primeira solicitava o nome do aluno; a segunda à idade; a terceira exigia que o participante fizesse a representação dos números na reta numérica, com a finalidade de observar a capacidade de cada um de visualização da reta numerada; e a quarta continha dez expressões numéricas envolvendo os Números Inteiros e sinais das operações de adição e subtração, para que os alunos utilizassem (caso se lembrassem) as regras de sinais da adição e subtração trabalhadas em sala de aula pelo professor da turma.

O instrumento 2 (Apêndice B) compôs-se, conforme classificação adotada por Charles e Lester (1982), por problemas de tradução complexa, que, para os autores, permitem aos alunos uma maior experiência com a realidade e envolvem dois ou mais cálculos. Foram apresentados quatro problemas, envolvendo situações do cotidiano. O primeiro problema foi uma análise de um extrato bancário, o segundo sobre saldos de gols, o terceiro tratou das partidas de um jogo de baralho e o quarto envolveu uma análise de gráfico. Todos envolvendo adição e subtração de Números Inteiros.

3.3 Procedimentos

A fim de verificar como o conteúdo de Adição e Subtração de Números Inteiros é desenvolvido em livros didáticos de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental, foi realizada a análise de quatro livros de Matemática de coleções distribuídas pelo Programa Nacional de Distribuição de Livros Didáticos (PNLD): Projeto Araribá, Projeto Radix, Projeto Teláris e Praticando Matemática. Em seguida foram elaborados os dois instrumentos para a pesquisa, com os exercícios de algoritmos e os problemas retirados dos livros didáticos analisados.

Após o contato com a escola, os alunos levaram para os responsáveis assinarem o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice C) para que a coleta de dados tivesse início. A coleta foi realizada em uma turma de 7º ano, de uma escola da rede estadual. A aplicação ocorreu em um único dia, em duas aulas de Matemática, com duração total de 1h 40min, cedidas pelo professor da turma. Primeiramente, os alunos responderam ao instrumento 1 e, depois que todos o concluíram e entregaram, foi distribuído o instrumento 2 para os participantes.

Para a análise dos dados foram reunidas todas as avaliações dos alunos, destacando que nenhuma avaliação foi entregue totalmente em branco, e que os alunos foram orientados a não se comunicarem entre si e que não poderiam receber auxílio do professor.

Durante o desenvolvimento do TCC 2 foram realizadas as análises sobre os dados recolhidos, buscando-se identificar as dificuldades dos alunos em relação à adição e à subtração de Números Inteiros. Algumas perguntas secundárias foram: “Em qual das duas atividades os alunos se saíram melhores? Na atividade envolvendo a aplicação de algoritmos ou na de problemas?”, “O que se poderá sugerir com os resultados obtidos? ”.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

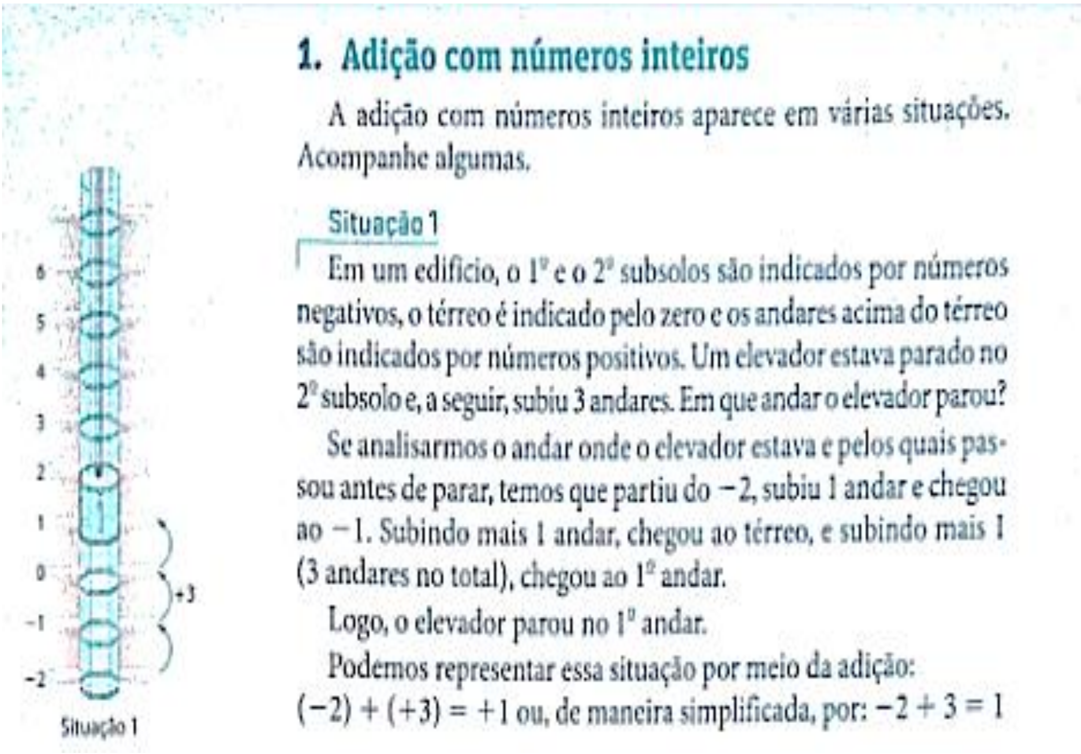
4.1 Os Números Inteiros em livros didáticos

Nesta seção será realizada uma breve análise de livros didáticos de Matemática, do 7º ano do Ensino Fundamental, com o objetivo de verificar como o conteúdo de Adição e Subtração de Números Inteiros é desenvolvido, e por meio dessa análise encontrar algo novo que possa motivar os alunos a desenvolver as atividades do instrumento 2. Para isso, foram consideradas as coleções: Projeto Araribá, obra coletiva, desenvolvida pela Editora Moderna, cujo editor responsável é Fábio Martins de Leonardo; Projeto Radix – raiz do conhecimento, da Editora Scipione, autor Jackson Ribeiro; Projeto Teláris, da Editora Ática, escrito por Luiz Roberto Dante; e Praticando Matemática da Editora do Brasil, autores Àlvaro Andrini e MariaJosVasconcelos.

- Projeto Araribá - Matemática

Nesta coleção, os Números Inteiros são apresentados no primeiro capítulo, abordando vários contextos como temperaturas, extratos bancários, saldos de gols de time de futebol, altitudes com relação ao nível do mar. Além disso, explora-se a representação dos Números Inteiros na reta numérica, a localização de pontos no plano e a interpretação de gráficos de barra. Para cada contexto apresentado são propostas, em média, quatro situações-problema para representação dos valores com números positivos ou negativos.

No segundo capítulo, iniciam-se as operações de adição e subtração com Números Inteiros. A adição traz três situações-problema: a primeira, envolvendo um elevador; a segunda, um mergulhador e a terceira, a temperatura de uma cidade. A figura 1 demonstra a regra da adição.



1. Adição com números inteiros

A adição com números inteiros aparece em várias situações. Acompanhe algumas.

Situação 1

Em um edifício, o 1º e o 2º subsolos são indicados por números negativos, o térreo é indicado pelo zero e os andares acima do térreo são indicados por números positivos. Um elevador estava parado no 2º subsolo e, a seguir, subiu 3 andares. Em que andar o elevador parou?

Se analisarmos o andar onde o elevador estava e pelos quais passou antes de parar, temos que partiu do -2, subiu 1 andar e chegou ao -1. Subindo mais 1 andar, chegou ao térreo, e subindo mais 1 (3 andares no total), chegou ao 1º andar.

Logo, o elevador parou no 1º andar.

Podemos representar essa situação por meio da adição:

$(-2) + (+3) = +1$ ou, de maneira simplificada, por: $-2 + 3 = 1$

Situação 1

Figura 1 - Regra da adição
Fonte: Leonardo (2010, p. 27)

A subtração também tem início com uma situação-problema, de saldo de gols. Em seguida, os números são localizados na reta numérica e resolvendo cálculos com expressão, isto é, mostra ao aluno que localizar o número para obter a diferença entre (+7) e (-30) é o mesmo que resolver uma expressão do tipo, (+7) - (-30). Para a regra da subtração, o autor deixa uma observação em que a subtração equivale a uma adição do primeiro número ao oposto do segundo; por isso a adição e a subtração de Números Inteiros são consideradas uma única operação: a adição algébrica. São propostas 80 atividades, sendo estas, mais da forma de problemas do que exercícios.

- Projeto Radix – raiz do conhecimento – Matemática

Neste livro, os Números Inteiros são apresentados no 6º capítulo, abordando a temperatura, a definição de números positivos e negativos, os Números Inteiros na reta numérica e valor absoluto, usando o termo de simetria ou números opostos, para o valor absoluto. O autor compara números positivos e negativos, mostrando na reta numérica que os números que estão à esquerda de um número qualquer são menores que ele. São propostas atividades em forma de resolução de problemas envolvendo situações do cotidiano, conforme Figura 2, e exercícios, sendo a maioria problemas.

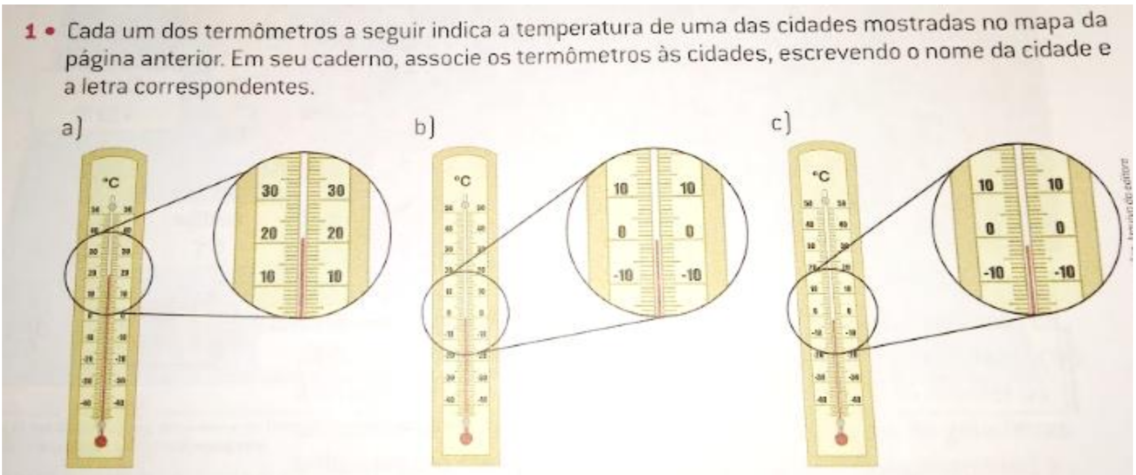
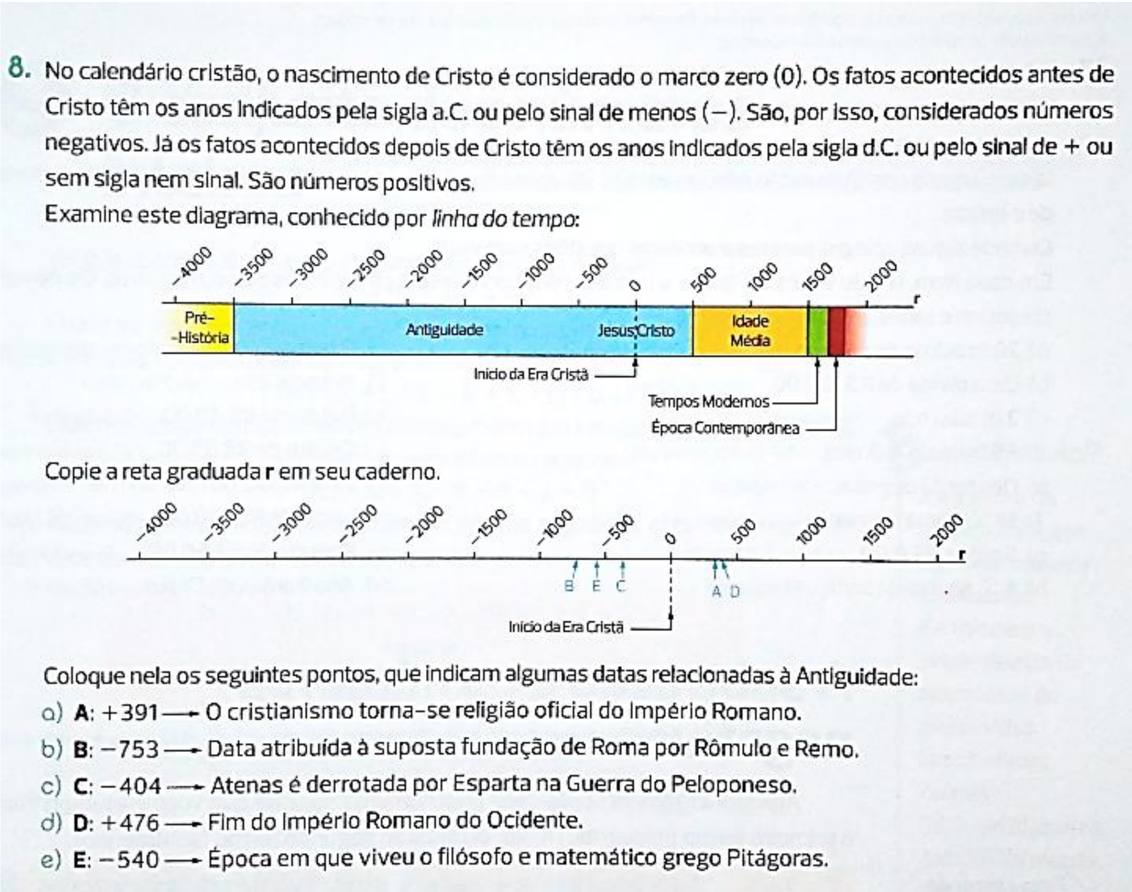


Figura 2 - Situações do cotidiano
Fonte: Ribeiro (2009, p. 92)

A operação de adição com números positivos e negativos inicia com uma situação-problema representando lucro e prejuízo por gráfico de barras, utilizando a reta numérica para calcular. O autor apresenta três propriedades da adição: propriedade comutativa, do elemento neutro e a associativa. A subtração inicia com uma curiosidade sobre a cidade de São Joaquim, situada no sul de Santa Catarina, considerada a cidade mais fria do Brasil, em que o autor destaca as temperaturas máxima e mínima por meio de gráfico de linhas, e posteriormente na reta numérica. As atividades são propostas mais de forma de exercícios do que de problemas, num total de 50 atividades para esse conteúdo.

- Projeto Teláris – Matemática

Esta coleção do autor Luiz Roberto Dante (2013) traz os Números Inteiros no primeiro capítulo, introduzido com situações-problema como: saldos de gols de times de futebol, fuso horário civil, altitudes com relação ao nível do mar e temperaturas. Apresenta o conjunto dos Números Inteiros e sua representação na reta numérica, o módulo ou valor absoluto de um número inteiro, e números opostos ou simétricos, tendo o zero como origem, o que torna os Números Inteiros conhecidos como números relativos. Para a comparação de Números Inteiros, isto é, dizer qual é maior do que, menor do que, ou igual a outro número, o autor apresenta vários recursos como temperaturas, em débitos e créditos, usar a reta numérica e outros. São propostos vários problemas envolvendo saldos de gols, calendário cristão (Figura 3) e extrato bancário.



8. No calendário cristão, o nascimento de Cristo é considerado o marco zero (0). Os fatos acontecidos antes de Cristo têm os anos indicados pela sigla a.C. ou pelo sinal de menos (−). São, por isso, considerados números negativos. Já os fatos acontecidos depois de Cristo têm os anos indicados pela sigla d.C. ou pelo sinal de + ou sem sigla nem sinal. São números positivos.

Examine este diagrama, conhecido por *linha do tempo*:

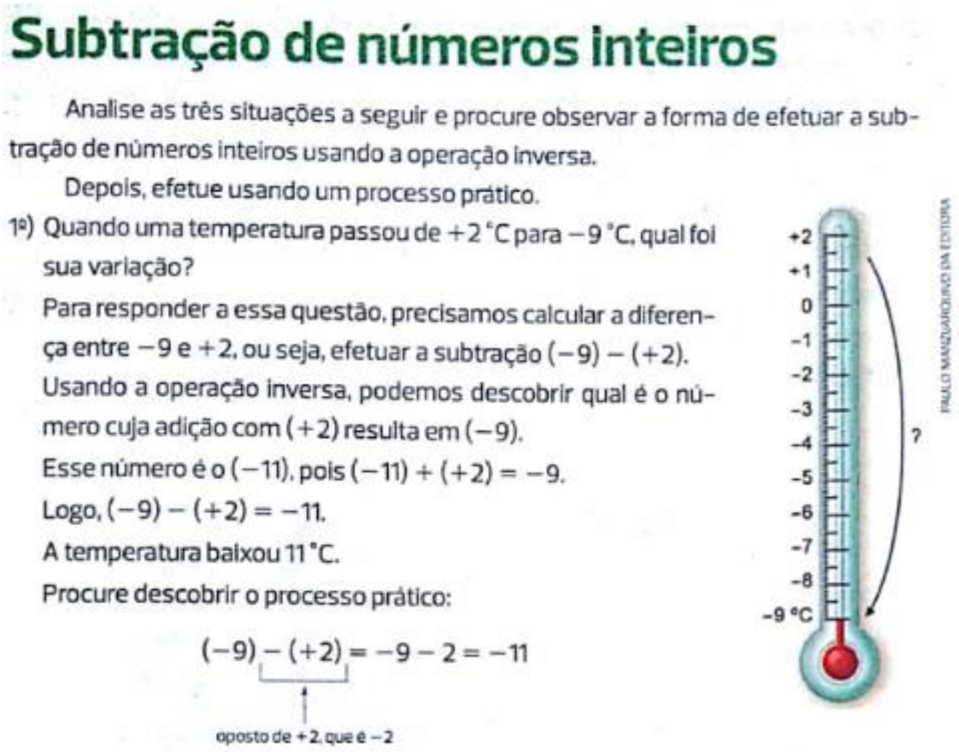
Copie a reta graduada **r** em seu caderno.

Coloque nela os seguintes pontos, que indicam algumas datas relacionadas à Antiguidade:

a) **A**: +391 → O cristianismo torna-se religião oficial do Império Romano.
b) **B**: −753 → Data atribuída à suposta fundação de Roma por Rômulo e Remo.
c) **C**: −404 → Atenas é derrotada por Esparta na Guerra do Peloponeso.
d) **D**: +476 → Fim do Império Romano do Ocidente.
e) **E**: −540 → Época em que viveu o filósofo e matemático grego Pitágoras.

Figura 3 - Problema utilizando o calendário cristão
Fonte: Dante (2012, p. 17)

Para a operação de adição com Números Inteiros, o autor utiliza problemas e a reta numérica, sugerindo ao leitor que a utilização de outras formas de cálculos, como, somente operações de algoritmos. Apresenta um problema, envolvendo a adição de mais de duas parcelas, deixando duas sugestões de resolução.



Subtração de números inteiros

Analise as três situações a seguir e procure observar a forma de efetuar a subtração de números inteiros usando a operação inversa.

Depois, efetue usando um processo prático.

1º) Quando uma temperatura passou de +2 °C para −9 °C, qual foi sua variação?

Para responder a essa questão, precisamos calcular a diferença entre −9 e +2, ou seja, efetuar a subtração (−9) − (+2).

Usando a operação inversa, podemos descobrir qual é o número cuja adição com (+2) resulta em (−9).

Esse número é o (−11), pois (−11) + (+2) = −9.

Logo, (−9) − (+2) = −11.

A temperatura baixou 11 °C.

Procure descobrir o processo prático:

$$(-9)\underbrace{-(+2)}_{\text{oposto de }+2\text{, que é }-2} = -9 - 2 = -11$$

Figura 4 - Operação inversa
Fonte: Dante (2010, p. 29)

Para introduzir a operação de subtração com Números Inteiros, o autor propõe problemas envolvendo temperatura, elevador e conta bancária. Na Figura 4, o autor sugere que seja usada a operação inversa e, depois, um processo prático. São propostas pelo autor 48 atividades para a exploração desse conteúdo.

• Praticando Matemática

Nesta coleção, os Números Inteiros são apresentados no terceiro capítulo, abordando vários contextos como temperaturas, lucros e prejuízos, saldos de gols de time de futebol, altitudes com relação ao nível do mar e uma breve nota histórica. Além disso, explora-se a representação dos Números Inteiros na reta numérica e a interpretação de gráficos de barra. Para cada contexto apresentado são propostas, em média, quatro situações-problema para representação dos valores com números positivos ou negativos, intercalados com exercícios de resolução de operações envolvendo apenas algoritmos.

4.2 Análise dos dados

Os dados foram coletados a partir dos registros do desenvolvimento dos instrumentos 1 e 2 (Apêndices A e B) de 21 alunos, de um 7º ano, de um colégio estadual, após consentimento da direção e entrega do termo de consentimento aos pais.

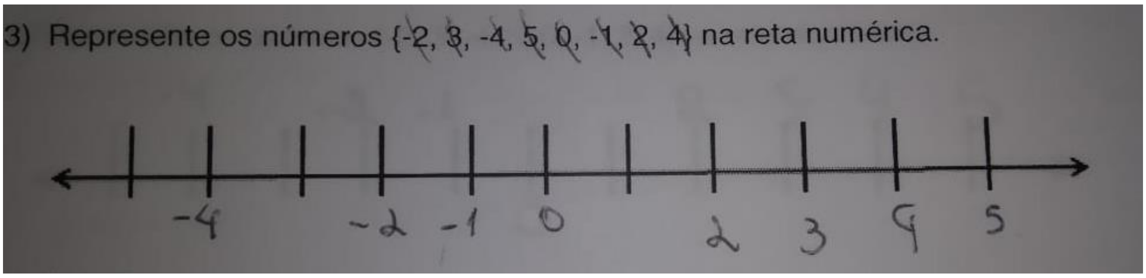
Para preservar a identidade dos participantes, após a aplicação dos instrumentos, eles foram denominados de aluno 1, aluno 2, e assim sucessivamente, até o aluno 21. A escolha dos registros para a apresentação nas análises se deu de maneira a representar um conjunto de alunos que pensaram de modo parecido ou diante de um registro que fornecesse informações importantes à pesquisa.

4.2.1 Análise dos dados obtidos por meio do Instrumento 1

No instrumento 1, o objetivo foi verificar se os participantes sabem realizar as operações de adição e subtração de Números Inteiros, bem como se utilizam as regras de sinais já estudadas. Além disso, por meio dele foi possível observar as dificuldades dos alunos nessas operações.

No início da aplicação do instrumento, os alunos demonstraram muitas dúvidas sobre como colocar os números na reta, porém não houve explicação da parte da pesquisadora nem mesmo do professor regente da turma. Nos resultados registrados pelos alunos, 14 alunos representaram de forma correta, 2 (dois) inverteram o sentido positivo pelo negativo, e 5 (cinco) inverteram o sentido dos negativos, mas todos indicaram o ponto de origem de forma correta. As figuras 5, 6 e 7 mostram alguns exemplos dos registros dos alunos participantes.

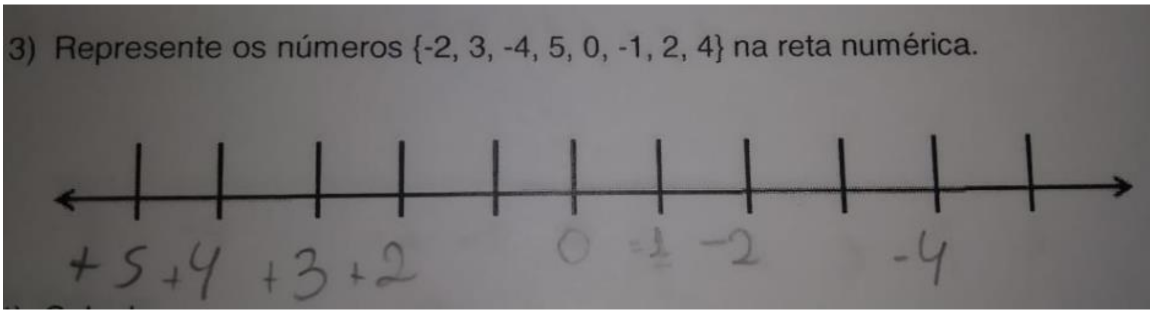
Figura 5 – Representação de números inteiros na reta numérica pelo aluno 5



Fonte: Dados da pesquisa

Pode-se observar que o aluno 5 colocou de forma correta na reta numérica os números fornecidos, obedecendo a ordem de cada um, e deixando em branco a posição de números que não foram dados.

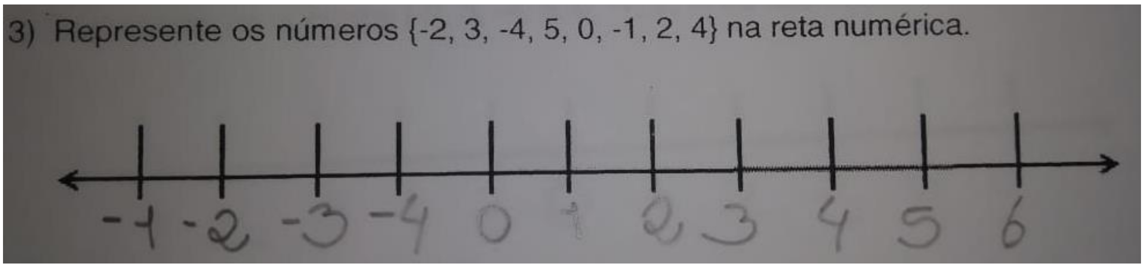
Figura 6– Representação de números inteiros na reta numérica pelo aluno 10



Fonte: Dados da pesquisa

O aluno 10 inverteu o sentido dos números, colocando os negativos no lugar dos positivos e vice-versa. Nota-se que o aluno ainda apresenta certa dificuldade com a ordenação dos Números Inteiros.

Figura 7– Representação de números inteiros na reta numérica pelo aluno 14



Fonte: Dados da pesquisa

Já o aluno 14 resolveu de forma incorreta, invertendo a ordem dos números negativos, considerou o -4 (menos quatro) como sendo o maior dos números negativos apresentados.

Nos resultados das operações com algoritmos, no item $(\boldsymbol{a})$"$(+\mathbf{1}) - (+\mathbf{4}) =$", 7 (sete) alunos obtiveram a resposta correta e 14 erraram. Dentre os 14, pode-se perceber que 9 (nove) alunos realizaram a operação correta e consideraram o sinal do maior, 3 (três) somaram os números considerando os sinais dos números e não o sinal da operação, e 2 (dois) alunos realizaram a soma dos números e conservaram o sinal da operação, conforme mostra a tabela 2.

Tabela 2– Item $(\boldsymbol{a})$"$(+\mathbf{1}) - (+\mathbf{4}) =$"

Respostas	Resultados apresentados pelos alunos	Números de alunos
Correta	- 3	7
Incorreta	+ 3	9
Incorreta	+ 5	3
Incorreta	- 5	2

Fonte: Dados da pesquisa

No item $(\boldsymbol{b})$"$(-\mathbf{2}) - (-\mathbf{3}) =$", 7 (sete) alunos acertaram, 12 resolveram a subtração, mas conservaram o sinal do maior, 2 (dois) realizaram uma soma dos números e conservaram o sinal da operação, conforme tabela 3.

Tabela 3– Item "$(\boldsymbol{b})(-\mathbf{2}) - (-\mathbf{3}) =$"

Respostas	Resultados apresentados pelos alunos	Números de alunos
Correta	+ 1	7
Incorreta	- 1	12
Incorreta	- 5	2

Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se no item $(\boldsymbol{c})$ "$(-\mathbf{1}) + (-\mathbf{1}) =$", que 15 alunos somaram os números e conservaram o sinal da operação, não levando em conta os sinais dos números, 2 (dois) alunos subtraíram um número do outro e apenas 4 (quatro) alunos chegaram à resposta correta, de acordo com a tabela 4.

Tabela 4– Item $(\boldsymbol{c})$ "$(-\mathbf{1}) + (-\mathbf{1}) =$"

Respostas	Resultados apresentados pelos alunos	Números de alunos
Correta	- 2	4
Incorreta	+ 2	15
Incorreta	0	2

Fonte: Dados da pesquisa

O item $(\boldsymbol{d})$ "$(+\mathbf{6}) + (-\mathbf{1}) =$" teve 4 (quatro) acertos, 7 (sete) alunos erraram o sinal do número como resultado, 2 (dois) realizaram uma soma e conservaram o sinal da operação, e 8 (oito) também somaram mas colocaram o sinal negativo, conforme tabela 5.

Tabela 5– Item $(\boldsymbol{d})$ "$(+\mathbf{6}) + (-\mathbf{1}) =$"

Respostas	Resultados apresentados pelos alunos	Números de alunos
Correta	+ 5	4
Incorreta	- 5	7
Incorreta	+ 7	2
Incorreta	- 7	8

Fonte: Dados da pesquisa

O item $(\boldsymbol{e})$ "$(-\mathbf{10}) + (+\mathbf{3}) =$", conforme tabela 6, apresentou o maior número de acertos por parte dos participantes, em que 8 (oito) acertaram a resposta. Do restante dos alunos, 2 (dois) erraram o sinal no resultado e 11 realizaram uma soma e conservaram o valor do maior.

Tabela 6– Item $(\boldsymbol{e})$ "$(-\mathbf{10}) + (+\mathbf{3}) =$"

Respostas	Resultados apresentados pelos alunos	Números de alunos
Correta	- 7	8
Incorreta	+ 7	2
Incorreta	- 13	11

Fonte: Dados da pesquisa

No item $(\boldsymbol{f})$ "$(+\mathbf{3}) - (-\mathbf{3}) =$", 6 (seis) alunos acertaram, 2 (dois) erraram o sinal no resultado, 6 (seis) subtraíram um número do outro, não realizando a regra de sinais, e 7 (sete) também subtraíram mas colocaram sinal negativo no resultado, conservando o sinal da operação, conforme tabela 7.

Tabela 7– Item $(\boldsymbol{f})$ "$(+\mathbf{3}) - (-\mathbf{3}) =$"

Respostas	Resultados apresentados pelos alunos	Números de alunos
Correta	+ 6	6
Incorreta	- 6	2
Incorreta	+ 0	6
Incorreta	- 0	7

Fonte: Dados da pesquisa

Nota-se no item $(\boldsymbol{g})$ "$(-\mathbf{8}) + (+\mathbf{8}) =$", retratado na tabela 8, que 11 alunos realizaram uma soma e conservaram o sinal negativo, outros 3 (três) também somaram mas colocaram sinal positivo e 7 (sete) acertaram a operação.

Tabela 8– Item $(\boldsymbol{g})$ "$(-\mathbf{8})+(+\mathbf{8})=$”

Respostas	**Resultados apresentados pelos alunos**	**Números de alunos**
Correta	0	7
Incorreta	- 16	11
Incorreta	+ 16	3

Fonte: Dados da pesquisa

Nos itens $(\boldsymbol{h})$ "$(-\mathbf{2})+(-\mathbf{3})+(+\mathbf{2})=$, $(\boldsymbol{i})$ "$(+\mathbf{3})-(-\mathbf{3})+(-\mathbf{5})=$” e $(\boldsymbol{j})$ "$(+\mathbf{1})+(+\mathbf{8})-(-\mathbf{2})=$”, houve uma diversidade de resultados, sendo que no item (h), 3 (três) alunos acertaram, no item (i), apenas 1 (um) acertou e no item (j), 7 (sete) acertaram, o que mostra que as dificuldades dos alunos nas operações com Números Inteiros existem e envolvem a maioria dos alunos participantes da pesquisa, conforme as tabelas 9, 10 e 11.

Tabela 9– Item $(\boldsymbol{h})$ "$(-\mathbf{2})+(-\mathbf{3})+(+\mathbf{2})=$

Respostas	**Resultados apresentados pelos alunos**	**Números de alunos**
Correta	-3	3
Incorreta	+3	1
Incorreta	+7	7
Incorreta	-7	4
Incorreta	0	2
Incorreta	+2	1
Incorreta	-8	2
Incorreta	+5	1

Fonte: Dados da pesquisa

Tabela 10– Item $(\boldsymbol{i})$ "$(+\mathbf{3})-(-\mathbf{3})+(-\mathbf{5})=$”

Respostas	**Resultados apresentados pelos alunos**	**Números de alunos**
Correta	+1	1
Incorreta	-1	2
Incorreta	-5	3
Incorreta	+5	5
Incorreta	0	2
Incorreta	-0	1
Incorreta	-11	2
Incorreta	+11	3
Incorreta	+10	1
Incorreta	- 2	1

Fonte: Dados da pesquisa

Tabela 11– Item $(\boldsymbol{j})$ "$(+\mathbf{1}) + (+\mathbf{8}) - (-\mathbf{2}) =$"

Respostas	Resultados apresentados pelos alunos	Números de alunos
Correta	+11	7
Incorreta	-11	1
Incorreta	+12	1
Incorreta	-12	1
Incorreta	-13	1
Incorreta	+7	4
Incorreta	-7	2
Incorreta	+6	3
Incorreta	-3	1

Fonte: Dados da pesquisa

Segundo Silva (2006) e Soares (2008), as dificuldades em relação às operações com Números Inteiros não estão restritas apenas aos números de sinais diferentes, mas também são bastante sentidas quando os números possuem o mesmo sinal, especialmente se eles forem negativos: “Verificamos que houve dificuldade em resolver adição de mesmo sinal negativo, com uma porcentagem significativa de erros” (SILVA, 2006, p. 37). Esses resultados corroboram com Soares (2008) que afirma que,

> Quando eram requisitados a operar com a subtração e, mais ainda, a trabalhar conjuntamente com a adição e a subtração no conjunto dos inteiros envolvendo os números negativos, o fracasso era evidente (SOARES, 2008, p. 17).

Observa-se, de forma geral, que o nível de acertos foi baixo, e uma das maiores dificuldades foi na representação na reta numérica e em operar com os números negativos. Grande parte dos alunos, possivelmente, não tenha atribuído um sentido para esse conjunto numérico, explorando-o de forma procedimental. Assim, muitos alunos não conseguem, em um primeiro momento, compreender como podem existir quantidades negativas ou como as faltas podem ser representadas por números, bem como as quantidades, que antes eram números naturais.

4.2.2 Análise dos dados obtidos por meio do Instrumento 2

A segunda avaliação continha quatro problemas envolvendo a adição e a subtração de Números Inteiros. O primeiro problema foi explora subtração e adição de valores que representam dinheiro em um extrato bancário; o segundo traz números de gols marcados, números de gols sofridos e saldo de gols; o terceiro aborda partidas de jogos de baralho, e o quarto traz um gráfico com lucro e prejuízo das vendas de diversos setores de uma loja.

Problema 1

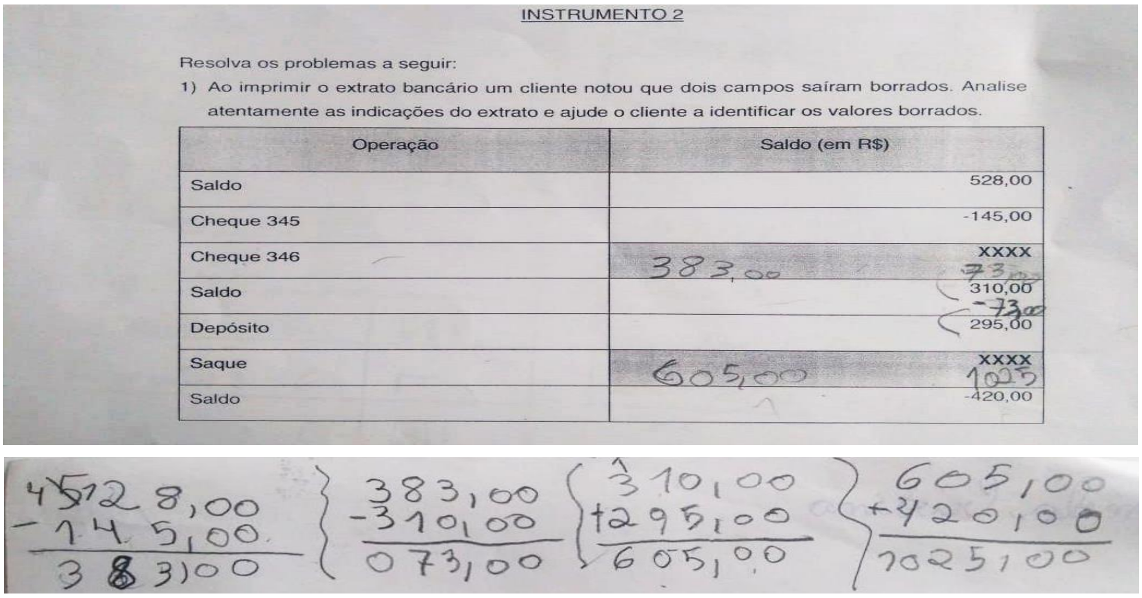
Ao imprimir o extrato bancário um cliente notou que dois campos saíram borrados. Analise atentamente as indicações do extrato e ajude o cliente a identificar os valores borrados.

Operação	Saldo (em R$)
Saldo	528,00
Cheque 345	-145,00
Cheque 346	**XXXX**
Saldo	310,00
Depósito	295,00
Saque	**XXXX**
Saldo	-420,00

No primeiro problema esperava-se que os alunos percebessem ao analisar o extrato bancário que emitir um cheque ou sacar uma quantia geram números negativos e que depositar uma quantia ocasiona em números positivos. Esperava-se, ainda, que identificassem as operações a serem utilizadas para obter os campos borrados do extrato bancário. Para isso, o aluno poderia seguir duas estratégias para chegar no resultado correto, uma seria fazer uma subtração do valor do cheque pelo saldo anterior e do resultado subtrair o próximo saldo, obtendo assim o valor do cheque que estava borrado, que é um número negativo. Outra seria subtrair o segundo saldo do primeiro e subtrair do resultado o valor do cheque 345 que havia no problema, obtendo o valor do cheque 346 que estava borrado. Não houve resposta totalmente correta, mas 11 alunos resolveram parcialmente o problema, isto é, identificaram e resolveram as operações obtendo o valor correto do cheque e saque que estavam borrados no problema, mas não colocaram o sinal negativo na resposta, e 10 erraram, uns por operarem de forma incorreta as operações básicas, outros por não interpretarem o problema.

Ao resolver o problema 1, figura 8, o aluno 5 usou uma das estratégias esperadas e as operações corretas para solucionar o problema, isto é, subtraiu o valor do cheque 345 (R$145,00) pelo valor do saldo (R$528,00), obtendo, R$383,00. Na sequência, ele subtraiu R$383,00 do segundo saldo (R$310,00), obtendo o valor do cheque 346 (R$73,00), resultado correto, mas colocou-o no lugar do saldo. Porém, não representa que o aluno errou a resposta, pois pode ter confundido ao anotar no quadro. Em sequência, o aluno 5 somou o saldo anterior (R$310,00) com o valor do depósito (R$295,00), e no resultado ele somou o último saldo (R$420,00), obtendo o valor do saque que estava borrado no extrato. Ao colocar o resultado na tabela ele não considerou que o valor do saque seria negativo.

Figura 8– Resolução do problema 1 pelo aluno 5



INSTRUMENTO 2

Resolva os problemas a seguir:

1) Ao imprimir o extrato bancário um cliente notou que dois campos saíram borrados. Analise atentamente as indicações do extrato e ajude o cliente a identificar os valores borrados.

Operação	Saldo (em R$)
Saldo	528,00
Cheque 345	-145,00
Cheque 346	XXXX 383,00 73,00
Saldo	310,00 -73,00
Depósito	295,00
Saque	XXXX 605,00 1025
Saldo	-420,00

528,00 − 145,00 = 383,00

383,00 − 310,00 = 073,00

310,00 + 295,00 = 605,00

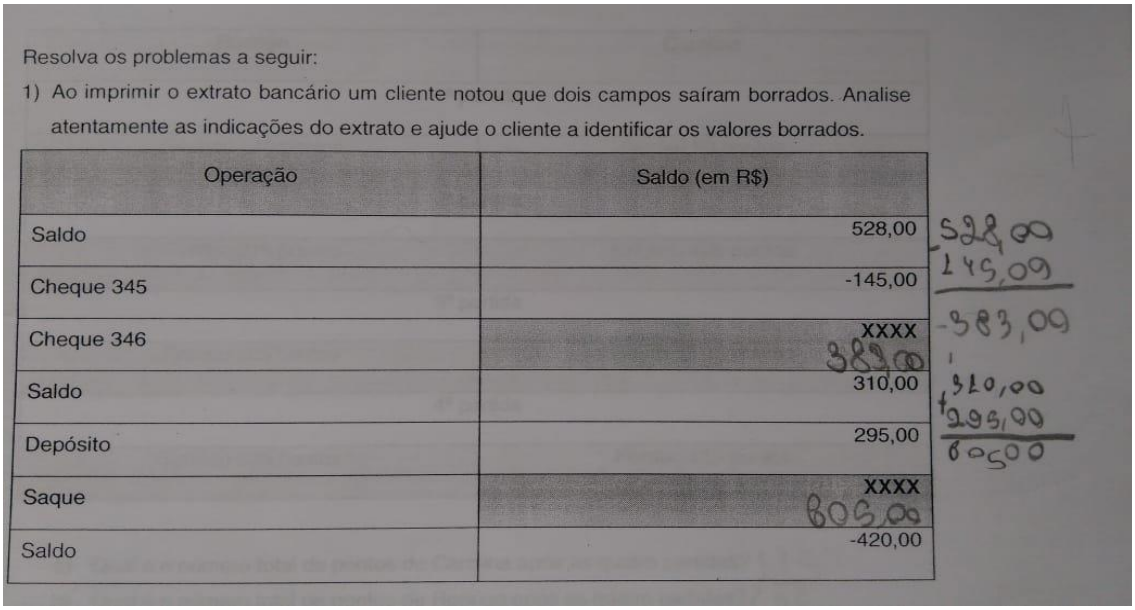
605,00 + 420,00 = 1025,00

Fonte: Dados da pesquisa

Na figura 9, o aluno 11, subtraiu o valor do cheque 345 (R$145,00) do saldo anterior (R$528,00), obtendo o valor de R$383,00 e considerou esse o valor do cheque 346. No entanto, ele teria que ter subtraído do valor encontrado (R$383,00), o valor do saldo (R$310,00), para obter o valor correto do cheque 346 (R$73,00). Na sequência, o participante somou o saldo (R$310,00) com o depósito (R$295,00) e considerou ser esse o valor do saque

que está borrado no extrato. Esse procedimento foi incorreto, pois ele teria que somar o saldo (R$420,00) com o resultado encontrado (R$605,00), para obter o valor do saque. Segundo as etapas sugeridas por Polya (1945), o aluno 11 compreendeu o problema, estabeleceu e executou um plano, mas não fez o retrospecto da solução obtida e, com isso, não percebeu seu equívoco.

Figura 9– Resolução do problema 1 pelo aluno 11


Resolva os problemas a seguir:

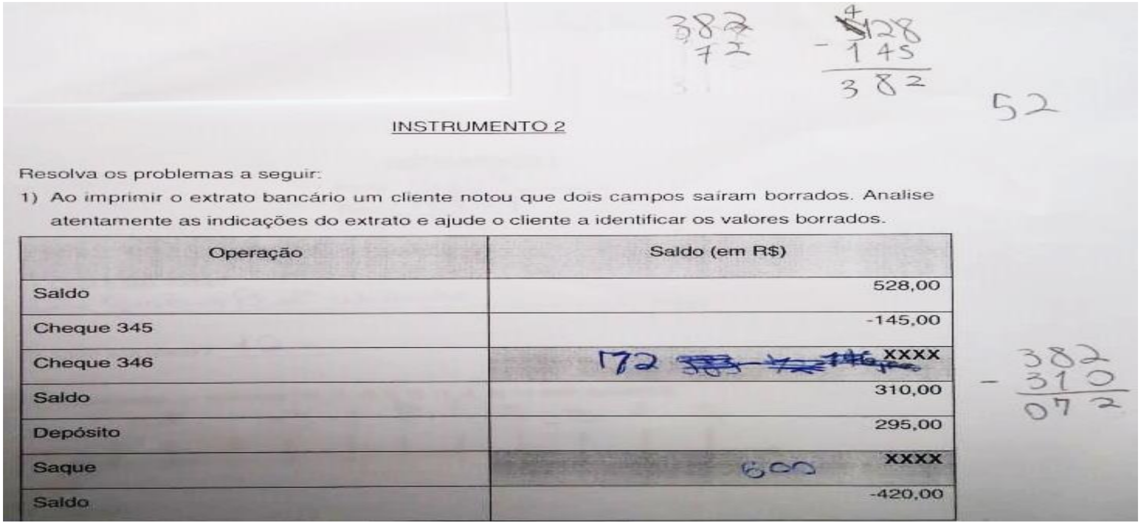
1) Ao imprimir o extrato bancário um cliente notou que dois campos saíram borrados. Analise atentamente as indicações do extrato e ajude o cliente a identificar os valores borrados.

Operação	Saldo (em R$)
Saldo	528,00
Cheque 345	-145,00
Cheque 346	XXXX 383,00
Saldo	310,00
Depósito	295,00
Saque	XXXX 605,00
Saldo	-420,00

Fonte: Dados da pesquisa

Nota-se na figura 10, que o aluno 15, iniciou a resolução de forma correta, fazendo a subtração do valor do cheque 345 (R$145,00) pelo valor do saldo (R$528,00). Obteve, no entanto, R$382,00 ao invés de R$383,00. Em seguida, ele subtraiu o segundo saldo (R$310,00) de R$382,00, obtendo R$72,00. Para apresentar o último saque, possivelmente, ele somou os valores R$310,00 e R$295,00, mas chegou ao valor aproximado de R$600,00. Essa ideia estava equivocada, pois o participante não levou em consideração que o saldo final foi uma dívida de R$420,00.

Figura 10– Resolução do problema 1 pelo aluno 15



382
72

$$\begin{array}{r} 528 \\ -\ 145 \\ \hline 382 \end{array}$$

52

INSTRUMENTO 2

Resolva os problemas a seguir:

1) Ao imprimir o extrato bancário um cliente notou que dois campos saíram borrados. Analise atentamente as indicações do extrato e ajude o cliente a identificar os valores borrados.

Operação	Saldo (em R$)
Saldo	528,00
Cheque 345	-145,00
Cheque 346	172 XXXX
Saldo	310,00
Depósito	295,00
Saque	600 XXXX
Saldo	-420,00

$$\begin{array}{r} 382 \\ -\ 310 \\ \hline 072 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

Problema 2

Num campeonato de futebol, o saldo de gols é muito utilizado como critério de desempate entre dois times que apresentam o mesmo número de pontos. Ele é obtido pela diferença entre gols marcados e gols sofridos.

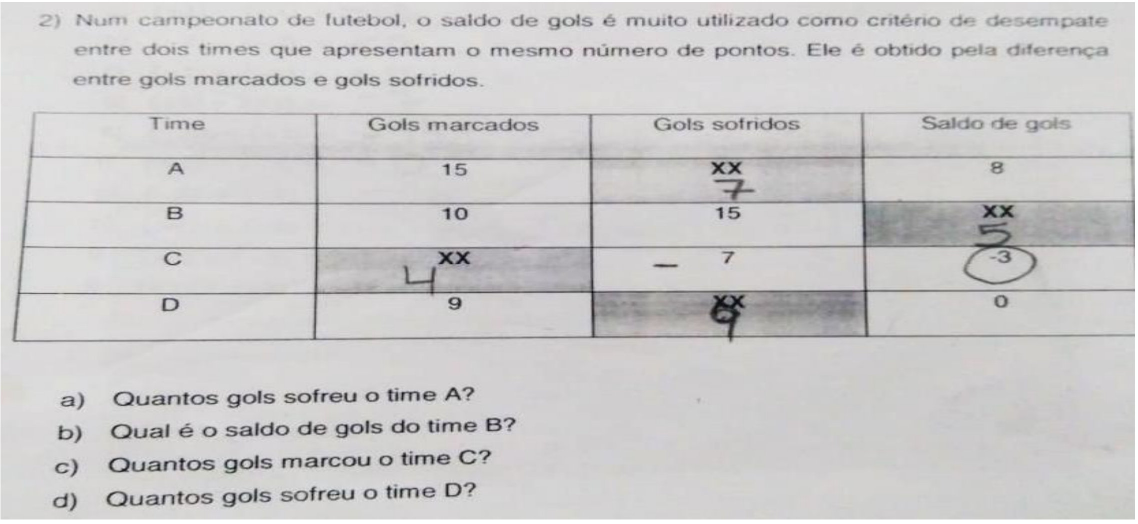
Time	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
A	15	XX	8
B	10	15	XX
C	XX	7	-3
D	9	XX	0

a) Quantos gols sofreu o time A?
b) Qual é o saldo de gols do time B?
c) Quantos gols marcou o time C?
d) Quantos gols sofreu o time D?

No segundo problema esperava-se que os alunos notassem que gols sofridos são números negativos. Apenas um dos alunos deixou registros no papel, os restantes solucionaram apenas mentalmente. Do total, 2 (dois) alunos resolveram corretamente, 15 fizeram parcialmente correto, acertando algum dos itens e 4 (quatro) erraram, pois somaram gols marcados com o saldo de gols para obter os gols sofridos e somaram gols marcados com gols sofridos para obter o saldo de gols. A seguir são apresentadas algumas das resoluções de alunos participantes.

Observa-se na figura 11 que o aluno 5, nos itens “a” e “b”, conservou o sinal do maior, isto é, no item “a” pelo fato do número maior (15) ser sinal positivo, o aluno realizou a subtração (15 – 8) e acertou o resultado. No item “b” subtraiu 10 de 15, mas não considerou que o time B tinha mais gols sofridos do que gols marcados, e que então o resultado seria negativo. Nota-se que, no item “c”, o participante interpretou corretamente ao observar que o saldo de gols do time C era negativo, e no item “d” o aluno 5 percebeu que o único número que subtraindo de nove resulta em 0 (zero) seria 9 (nove).

Figura 11– Resolução do problema 2 pelo aluno 5


2) Num campeonato de futebol, o saldo de gols é muito utilizado como critério de desempate entre dois times que apresentam o mesmo número de pontos. Ele é obtido pela diferença entre gols marcados e gols sofridos.

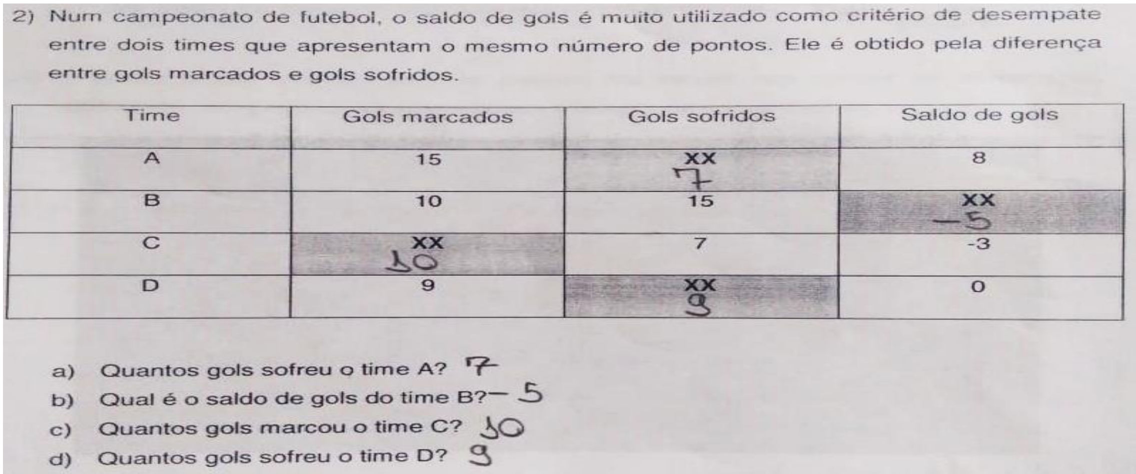
Time	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
A	15	xx 7	8
B	10	15	xx 5
C	xx 4	– 7	-3
D	9	xx 9	0

a) Quantos gols sofreu o time A?
b) Qual é o saldo de gols do time B?
c) Quantos gols marcou o time C?
d) Quantos gols sofreu o time D?

Fonte: Dados da pesquisa

Na figura 12, item “a”, o aluno 10 subtraiu saldo de gols dos gols marcados, obtendo a resposta correta no valor de 7 (sete) para gols sofridos. No item “b” a resposta foi obtida com a subtração dos gols sofridos pelos gols marcados. Já no item “c”, nota-se que o aluno somou gols sofridos com o saldo de gols, sem considerar o sinal negativo de -3, ao invés de subtrair o saldo de gols dos gols sofridos. O item “d” foi resolvido de forma correta.

Figura 12– Resolução do problema 2 pelo aluno 10



2) Num campeonato de futebol, o saldo de gols é muito utilizado como critério de desempate entre dois times que apresentam o mesmo número de pontos. Ele é obtido pela diferença entre gols marcados e gols sofridos.

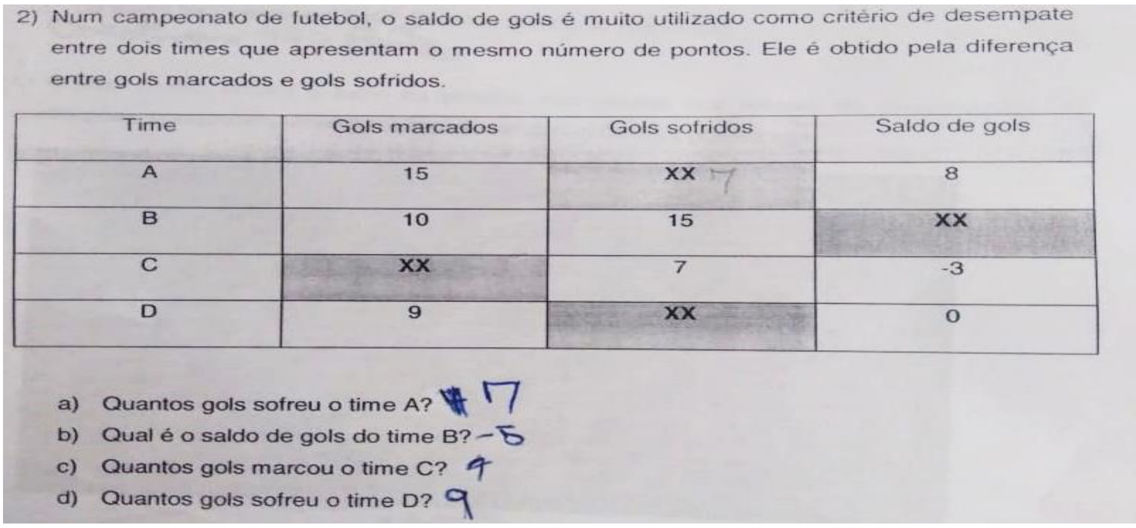
Time	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
A	15	XX 7	8
B	10	15	XX −5
C	XX 10	7	-3
D	9	XX 9	0

a) Quantos gols sofreu o time A? 7
b) Qual é o saldo de gols do time B? −5
c) Quantos gols marcou o time C? 10
d) Quantos gols sofreu o time D? 9

Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com a figura 13, o aluno 15 foi um dos dois que acertaram todos os itens desse problema, considerando corretamente os sinais dos números.

Figura 13 – Resolução do problema 2 pelo aluno 15



2) Num campeonato de futebol, o saldo de gols é muito utilizado como critério de desempate entre dois times que apresentam o mesmo número de pontos. Ele é obtido pela diferença entre gols marcados e gols sofridos.

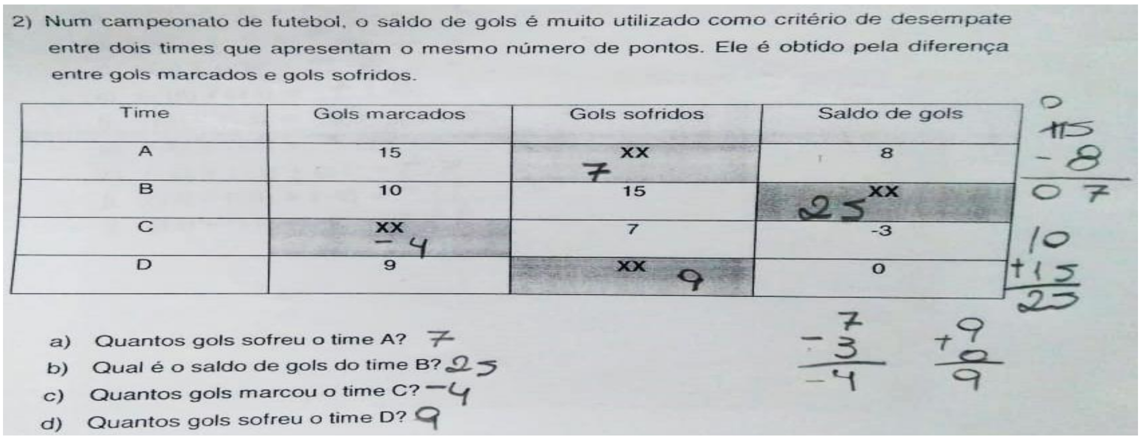
Time	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
A	15	XX 7	8
B	10	15	XX
C	XX	7	-3
D	9	XX	0

a) Quantos gols sofreu o time A? 7
b) Qual é o saldo de gols do time B? −5
c) Quantos gols marcou o time C? 4
d) Quantos gols sofreu o time D? 9

Fonte: Dados da pesquisa

Pode-se observar na figura 14, que este foi o único aluno que deixou as operações registradas no papel. Na primeira operação, nota-se que subtraiu o saldo de gols (oito) do número de gols marcados, obtendo a resposta correta. Na segunda operação, ele somou os gols marcados com os sofridos, obtendo o valor incorreto de 25 para o saldo de gols, pois o valor correto seria – 5 (menos cinco). Para o item “c”, ele subtraiu o saldo de gols dos gols sofridos e, ao invés de colocar 4 (quatro positivo), colocou -4 (quatro negativo), errando a resposta. Já no item “d”, o aluno 20 subtraiu o saldo de gols dos gols marcados e acertou a resposta.

Figura 14– Resolução do problema 2 pelo aluno 20


2) Num campeonato de futebol, o saldo de gols é muito utilizado como critério de desempate entre dois times que apresentam o mesmo número de pontos. Ele é obtido pela diferença entre gols marcados e gols sofridos.

Time	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
A	15	xx 7	8
B	10	15	xx 25
C	xx −4	7	-3
D	9	xx 9	0

$15 - 8 = 07$

$10 + 15 = 25$

$7 - 3 = -4$

$9 + 0 = 9$

a) Quantos gols sofreu o time A? 7
b) Qual é o saldo de gols do time B? 25
c) Quantos gols marcou o time C? −4
d) Quantos gols sofreu o time D? 9

Fonte: Dados da pesquisa

Problema 3

Em um jogo de baralho, Rodrigo e Carolina obtiveram os seguintes resultados:

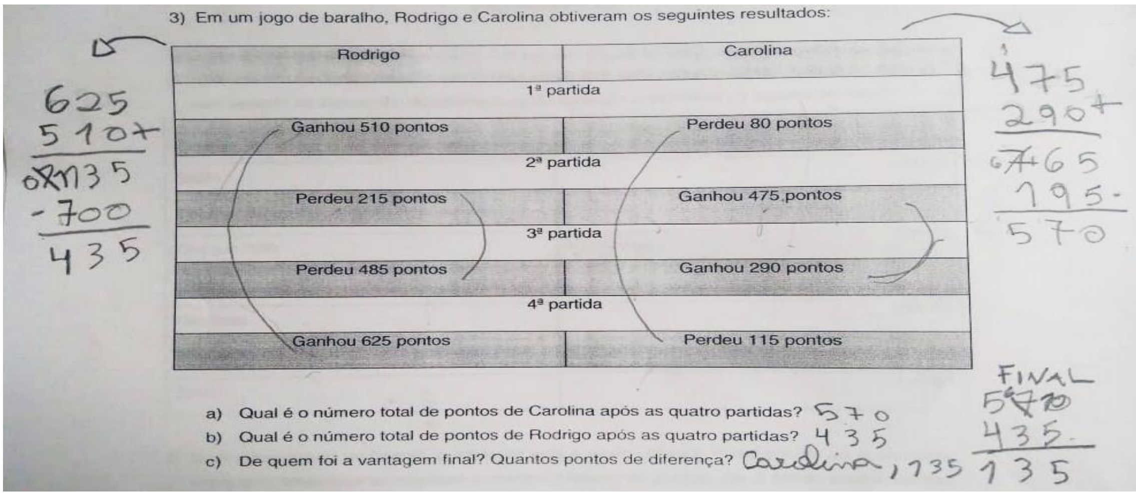
Rodrigo	Carolina
1ª partida	
Ganhou 510 pontos	Perdeu 80 pontos
2ª partida	
Perdeu 215 pontos	Ganhou 475 pontos
3ª partida	
Perdeu 485 pontos	Ganhou 290 pontos
4ª partida	
Ganhou 625 pontos	Perdeu 115 pontos

a) Qual é o número total de pontos de Carolina após as quatro partidas?
b) Qual é o número total de pontos de Rodrigo após as quatro partidas?
c) De quem foi a vantagem final? Quantos pontos de diferença?

No terceiro problema, para obter as respostas corretas, esperava-se que o aluno soubesse interpretar ganho e perda como números negativo e positivo, respectivamente. Além disso, o participante poderia realizar as operações de adição e subtração fazendo uso de estratégias variadas. Nos itens **(a)** e **(b)**, por exemplo, uma delas seria somar os ganhos, somar as perdas e fazer uma subtração entre elas, conservando o sinal do maior valor absoluto, para chegar ao resultado esperado. No item **(c)**, a resposta seria o nome do ganhador e para obter a diferença o aluno teria que realizar uma subtração dos pontos do ganhador pelos pontos do perdedor. Apenas 2 (dois) alunos resolveram de forma totalmente correta, 3 (três) parcialmente correta, isto é, resolveram as operações de forma correta, mas por não interpretarem o problema deixaram de resolverem outras operações que seriam necessárias para obter a resposta final e 16 erraram ao responderem à questão por efetuarem as operações de forma incorreta e concluírem que Rodrigo foi o vencedor, conforme as figuras 16 e 17.

Pode-se observar na figura 15, que o aluno 5 interpretou o problema e fez as operações como o esperado, somou os ganhos (510 + 625 = 1.135) de Rodrigo e subtraiu das perdas (700), obtendo o resultado correto (435). O mesmo fez com os pontos de Carolina, somou seus ganhos (475 + 290 = 765) e subtraiu os pontos perdidos (195), obtendo o total de pontos no final das quatro partidas (570). Para responder o item “c”, o aluno subtraiu o valor total de pontos de Rodrigo pelo valor total de Carolina, obtendo assim a diferença (135) entre os dois jogadores.

Figura 15– Resolução do problema 3 pelo aluno 5



3) Em um jogo de baralho, Rodrigo e Carolina obtiveram os seguintes resultados:

Rodrigo	Carolina
1ª partida	
Ganhou 510 pontos	Perdeu 80 pontos
2ª partida	
Perdeu 215 pontos	Ganhou 475 pontos
3ª partida	
Perdeu 485 pontos	Ganhou 290 pontos
4ª partida	
Ganhou 625 pontos	Perdeu 115 pontos

a) Qual é o número total de pontos de Carolina após as quatro partidas? 570

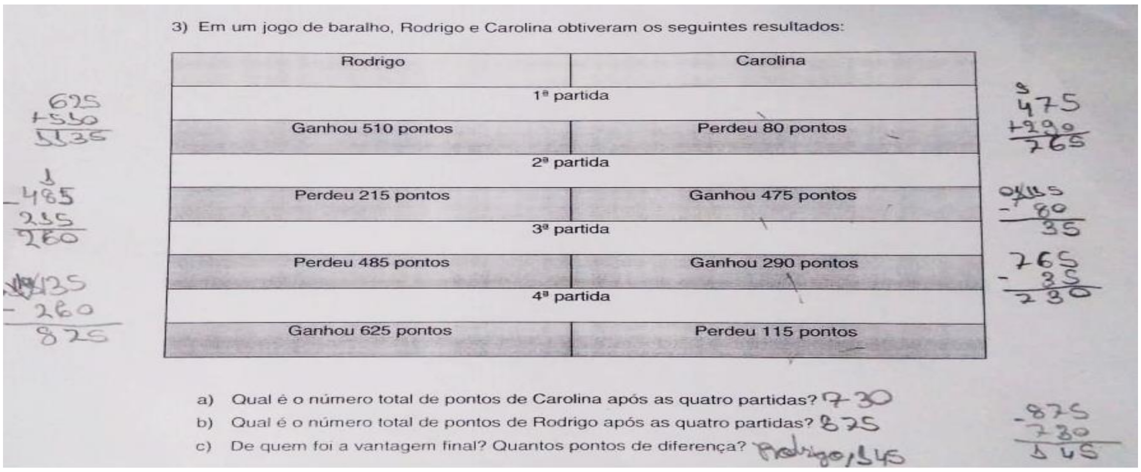
b) Qual é o número total de pontos de Rodrigo após as quatro partidas? 435

c) De quem foi a vantagem final? Quantos pontos de diferença? Carolina, 135

Fonte: Dados da pesquisa

Conforme figura 16, ao solucionar o problema 3, o aluno 10 somou os ganhos dos dois participantes corretamente, obtendo o valor 1.135 para Rodrigo e 765 para Carolina. Para as perdas de Rodrigo, ele subtraiu os valores (485 – 215 = 260), ao invés de somar, 485 + 215 = 700. Em seguida, fez o mesmo para Carolina, subtraiu (115 – 80 = 35) ao invés de somar 115 + 80 = 195. Assim, por efetuar as operações inversas, além de obter valores incorretos, concluiu que Rodrigo foi o vencedor.

Figura 16– Resolução do problema 3 pelo aluno 10



3) Em um jogo de baralho, Rodrigo e Carolina obtiveram os seguintes resultados:

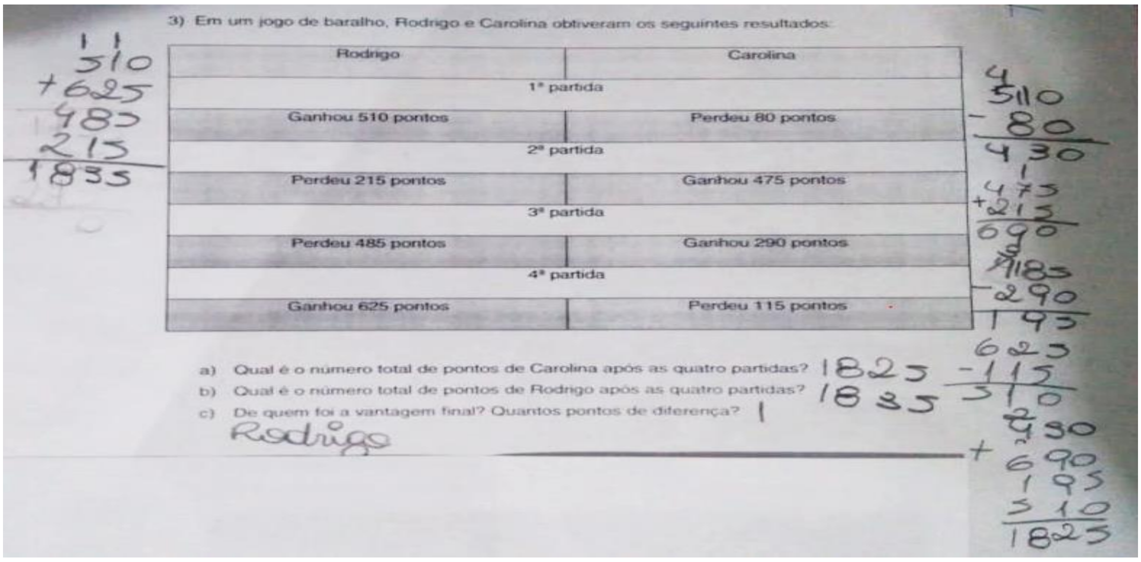
Rodrigo	Carolina
1ª partida	
Ganhou 510 pontos	Perdeu 80 pontos
2ª partida	
Perdeu 215 pontos	Ganhou 475 pontos
3ª partida	
Perdeu 485 pontos	Ganhou 290 pontos
4ª partida	
Ganhou 625 pontos	Perdeu 115 pontos

a) Qual é o número total de pontos de Carolina após as quatro partidas? 730
b) Qual é o número total de pontos de Rodrigo após as quatro partidas? 875
c) De quem foi a vantagem final? Quantos pontos de diferença? Rodrigo, 145

Fonte: Dados da pesquisa

Pelos registros do aluno 20, figura 17, observa-se que ele não compreendeu o problema, pois ao invés de somar os ganhos e perdas de cada jogador, o aluno somou os pontos por partida: somou os pontos ganhos de Rodrigo (510) com os pontos que Carolina perdeu (80) na primeira partida, e assim sucessivamente nas próximas jogadas.

Figura 17– Resolução do problema 3 pelo aluno 20


3) Em um jogo de baralho, Rodrigo e Carolina obtiveram os seguintes resultados:

Rodrigo	Carolina
1ª partida	
Ganhou 510 pontos	Perdeu 80 pontos
2ª partida	
Perdeu 215 pontos	Ganhou 475 pontos
3ª partida	
Perdeu 485 pontos	Ganhou 290 pontos
4ª partida	
Ganhou 625 pontos	Perdeu 115 pontos

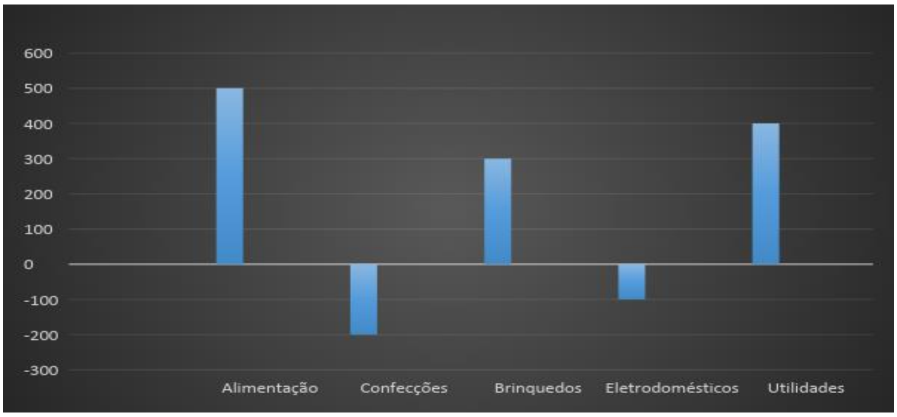
a) Qual é o número total de pontos de Carolina após as quatro partidas? 1825
b) Qual é o número total de pontos de Rodrigo após as quatro partidas? 1835
c) De quem foi a vantagem final? Quantos pontos de diferença? Rodrigo

Fonte: Dados da pesquisa

Segundo Piaget (1994) e La Taille (1997), na evolução das estratégias, os erros cometidos pelos alunos permitem avaliar a coerência, se ocorreu por simples falta de atenção ou dificuldade de raciocinar. Nesse sentido, as estratégias são precursoras dos processos de raciocínio e das superações necessárias para a construção do conhecimento lógico matemático, pois evidenciam a necessidade de retomada dos conceitos das operações fundamentais e a interpretação das situações-problema.

Problema 4

O gráfico abaixo mostra o lucro ou prejuízo das vendas nos setores de alimentação, confecções, brinquedos, eletrodomésticos e utilidades de uma grande loja.



a) Quais setores dessa loja deram lucro? E quais deram prejuízo?
b) Qual setor teve maior lucro?
c) Qual setor teve maior prejuízo?
d) Analisando todos os setores, essa loja teve lucro ou prejuízo? De quanto?

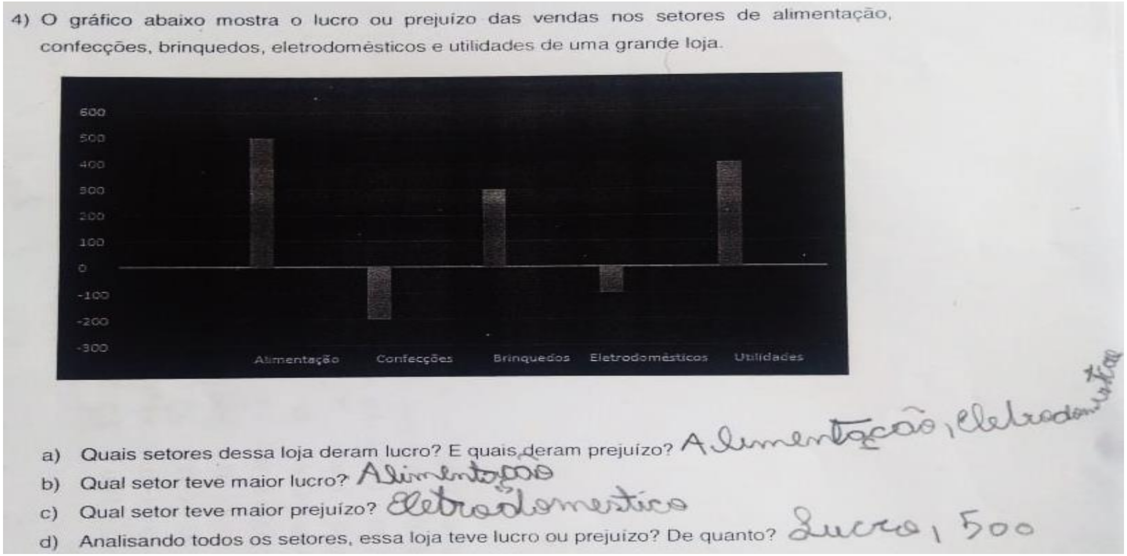
No quarto problema, os itens **(a)**, **(b)** e **(c)** não envolviam operações, era apenas para que o aluno indicasse lucro como um número positivo e prejuízo como um número negativo. Já no item **(d)**, seriam necessárias as operações de adição e subtração, para se obter o valor total de lucro e de prejuízo, e saber qual dos dois foi o resultado obtido pela loja e de quanto foi este. O número de alunos que resolveram corretamente foi 5 (cinco) e os outros 16 acertaram parcialmente, isto é, não acertaram todos os itens ou como no item "a" tinha duas perguntas, alguns responderam só uma. Observe a tabela 12 a seguir:

Tabela 12– resultados dados pelos alunos no problema 4

Item	Números de alunos que acertaram
A	8
B	21
C	18
D	9

Na figura 18, ao solucionar o problema, possivelmente o aluno 5 interpretou "qual setor" ao invés de "quais setores", por isso não concluiu a resposta do item **(a),** que seria "lucro: alimentação, brinquedos e utilidades" e "prejuízo: confecções e eletrodomésticos". Nos itens "b" e "c" respondeu corretamente, e no item "d" respondeu a primeira pergunta corretamente e a errou a segunda, provavelmente, considerou o maior lucro, que seria do setor de alimentação.

Figura 18 – Resolução do problema 4 pelo aluno 5

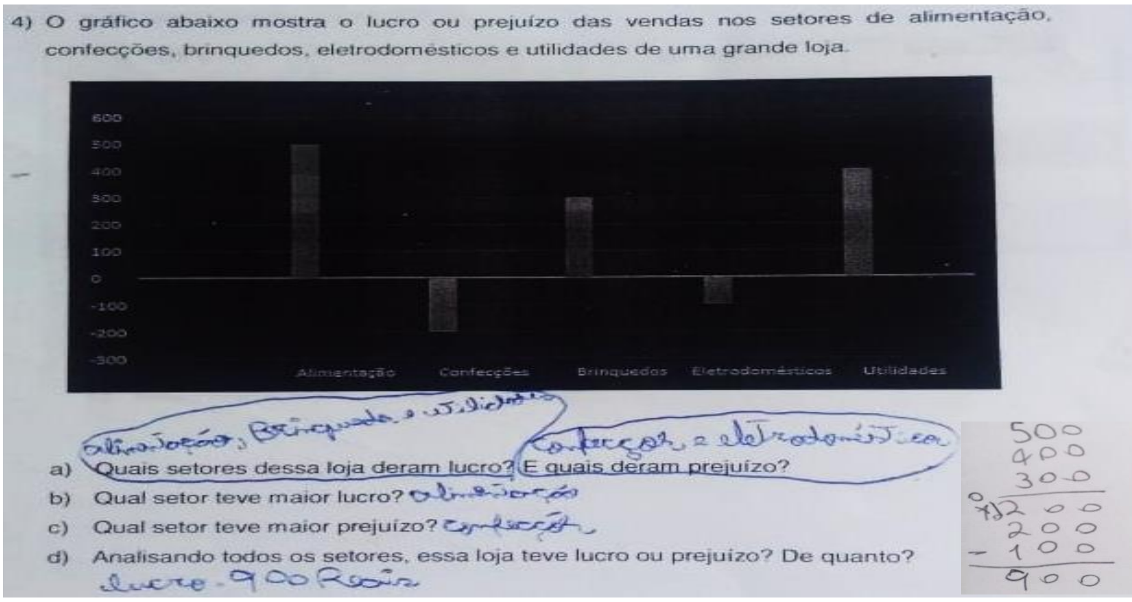

4) O gráfico abaixo mostra o lucro ou prejuízo das vendas nos setores de alimentação, confecções, brinquedos, eletrodomésticos e utilidades de uma grande loja.

a) Quais setores dessa loja deram lucro? E quais deram prejuízo? Alimentação, eletrodomésticos
b) Qual setor teve maior lucro? Alimentação
c) Qual setor teve maior prejuízo? Eletrodomestico
d) Analisando todos os setores, essa loja teve lucro ou prejuízo? De quanto? Lucro, 500

Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com a figura 19, o aluno 15 interpretou o enunciado e o gráfico corretamente, resolvendo todos os itens da forma como era esperado. Dentre todos os participantes da pesquisa, ele foi o único que registrou a operação utilizada para solucionar o item “d” do problema 4.

Figura 19 – Resolução do problema 4 pelo aluno 15


4) O gráfico abaixo mostra o lucro ou prejuízo das vendas nos setores de alimentação, confecções, brinquedos, eletrodomésticos e utilidades de uma grande loja.

a) Quais setores dessa loja deram lucro? E quais deram prejuízo? alimentação, Brinquedo e utilidades / confecção e eletrodomestica
b) Qual setor teve maior lucro? alimentação
c) Qual setor teve maior prejuízo? confecção
d) Analisando todos os setores, essa loja teve lucro ou prejuízo? De quanto? lucro. 900 Reais

Fonte: Dados da pesquisa

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento dessa pesquisa foi motivado pelas dificuldades verificadas no ensino e aprendizagem dos Números Inteiros e suas operações, durante a participação da autora no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID).

A presente pesquisa, de cunho qualitativo, buscou identificar tais dificuldades de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação à adição e à subtração de Números Inteiros, bem como as principais estratégias utilizadas ao resolverem problemas sobre o conteúdo.

Para o desenvolvimento da pesquisa, o professor regente da turma foi consultado e autorizou que os alunos respondessem os instrumentos durante as suas aulas de Matemática. Também foi entregue um termo de consentimento aos alunos, que levaram para casa, para ser assinado pelos responsáveis.

Na construção do referencial teórico foi possível perceber que muitos pesquisadores desenvolveram seus trabalhos sobre a compreensão do ensino-aprendizagem dos Números Inteiros e a procurarem métodos para auxiliar no entendimento dos alunos.

No primeiro instrumento os alunos apresentaram dificuldades nas operações de adição e subtração com Números Inteiros, possivelmente, oriundas de uma aprendizagem procedimental, com foco na memorização de regras de sinais. Os participantes não se atentaram, por exemplo, para a importância do registro do sinal de menos para se referir a valores inferiores à zero.

Nos registros dos alunos do desenvolvimento do instrumento 1, na utilização de parênteses, como nos casos "$(+a) - (-\,b) =$" ou "$(-a) - (-b) =$", nota-se que o índice de acertos dos alunos foi baixo, e eles se confundiram com o sinal do número e a operação a ser realizada. Nesse sentido, Costa (1981) enfatiza que:

> Os sinais + e – qualificam assim os números positivos e negativos, e fazem parte integrante de sua notação. A rigor, esses sinais se deveriam distinguir dos sinais operatórios, escrevendo-se, por exemplo, $^{+}3 + {}^{+}2 = {}^{+}5$; $^{-}3 - {}^{+}2 = {}^{-}5$ (COSTA, 1981, p. 234).

Segundo os PCN (1998), o ponto de partida para o ensino e aprendizagem dos conceitos, ideias e métodos matemáticos é a exploração de problemas, considerando como problema todas as situações em que os alunos não sabem o que fazer *a priori*.

Durante a análise do instrumento 2, conclui-se que os alunos, ao solucionarem problemas que envolvem Números Inteiros, apresentaram porcentagem maior de acerto do que no instrumento envolvendo exercícios de algoritmos. Tal resultado mostra que resolver problemas faz com que o aluno pense sobre o que está sendo proposto e o impulsiona a buscar uma solução. No caso dos exercícios de algoritmos, ou o aluno se lembra do procedimento ou atribui uma resposta qualquer, sem ter certeza do resultado.

Tal fato corrobora o trabalho de Rocha Neto (2010) que afirma que as dificuldades em relação à aprendizagem de Números Inteiros podem ser decorrentes de fatores relacionados às metodologias de ensino utilizadas e, também, inerentes ao próprio conteúdo. Assim, as dificuldades encontradas no conteúdo de Números Inteiros precisam ser percebidas, analisadas e trabalhadas para que possam ser superadas. Não se mostra suficiente que o professor faça revisões sobre Números Inteiros, enfatizando os procedimentos a serem utilizados, mas é necessário que sejam oferecidos problemas e oportunidades para que os alunos se envolvam e vivenciem o conteúdo.

Esta pesquisa poderá abrir caminhos para futuros estudos sobre o tema, que possam auxiliar os professores a deixarem as aulas expositivas e com ênfase em aspectos procedimentais da Matemática e a desenvolverem aulas diferenciadas que motivem os alunos, para melhor compreender o conteúdo.

REFERÊNCIAS

ALVES, E. L. SILVA, D. B. LIMA, A. P. M. A Resolução de Problemas que tratam de Números Inteiros Relativos por Alunos da EJA. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2, 2011. **Anais...** Unijuí, 2011. Disponível em: < http://projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/ cc/PDF/CC53.pdf> Acesso em: 24 abril 2018.

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática, 7**. 3. ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

ANJOS, M. F. **A difícil aceitação dos números negativos**: um estudo da teoria dos números de Peter Barlow (1776-1862). Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2008. Disponível em: <http://www.ppgecnm.ccet.ufrn.br/publicacoes/publicacao_86.pdf>. Acesso em: 25 março 2018.

BORBA, R. E. S. R. O Ensino e a Compreensão de Números Relativos. In: SCHLIEMANN, A. L.; CARRAHER, D. W. (orgs**). A Compreensão de Conceitos Aritméticos:** Ensino e Pesquisa. 2. ed. São Paulo: Papirus, 2003.

BOYER, Carl B. **A History of Mathematics**. 1a reimpressão. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. 1ª a 4ª séries. Brasília: MEC / SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. 5ª a 8ª séries. Brasília: MEC / SEF, 1998.

CAVALCANTI, C. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHARLES, R.; LESTER, F. **Teaching problem solving what, why and how**. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications, 1982.

COSTA, M. A. **As Ideias Fundamentais da Matemática e outros Ensaios.** São Paulo: Editora Convívio, Editora da universidade de São Paulo, EDUSP, 1981.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e prática. 1. ed. - São Paulo: Ática, 2011.

DANTE, L. R**. Projeto Teláris:** Matemática - 7º ano. 1. ed. São Paulo: Ática, 2012.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação:** reflexões sobre educação e matemática. 5a Ed. São Paulo: Sammus editorial, 1986.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; POZO, J. I. Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para Aprender. In: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas:** Aprender a resolver, resolver para aprender. Traduzido por Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

FRANK, M. L. Resolução de problemas e concepções acerca da matemática. **Educação e Matemática**. Lisboa: APM, 1992. p. 21-23.

GLAESER, G. **Epistemologia dos números relativos**. Universidade Louis Pasreur Strasbourg, 1985.

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JR, J.R. **Matemática Pensar e Descobrir**. 6ª série. São Paulo: FTD, 1996. p. 51-52.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar:** como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 4. ed. Rio de Janeiro: Editora Record, 2000.

GONZÁLEZ, J. L. et al. **Numeros enteros**. Madrid: Sintesis, 1990. 207 p.

KANTOWSKI, M. G. Some thoughts on teaching for problem solving. In: REYS, R. E. (Ed.) **Problem solving in school mathematics**. Reston, VA: NCTM, 1980.

KRULIK, S.; RUDNIK, J. A. **Reasoning and Problem Solving** – A Handbook for Elementary school Teachers. Massachussets: Allyn and Bacon, 1993.

LA TAILLE, Y. O erro na perspectiva piagetiana. In: AQUINO, J. G. (Org.) **Erro e fracasso na escola:** alternativas teóricas e práticas. São Paulo: SUMMUS, 1997. p. 25-45.

LEONARDO, Fábio Martins de (Ed). **Projeto Araribá:** matemática. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2010. (Obra coletiva).

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013.

MUSSER, G. L.; SHAUGHNESSY, J. M.. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

NCTM. **Professional Standards:** for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1991.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema,** Rio Claro, ano 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

PIAGET, J. **Para onde vai a educação?** 12. ed. Rio de Janeiro: José Olympio, 1994.

POLYA, G. **Como resolver problemas** (Tradução do original inglês de 1945). Lisboa: Gradiva, 2003.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 60.

RIBEIRO, J. S. **Projeto Radix:** matemática, 7º ano. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2009.

ROCHA NETO, F. T. **Dificuldades na aprendizagem operatória de Números Inteiros no Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado profissional no ensino de ciências e Matemática). Universidade Federal do Ceará. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/1440/1/2010_dis_ftrneto.pdf>. Acesso em: 25 out. 2018.

SANTOS, E. C. Resolução de problemas com Números Inteiros relativos: um estudo comparativo em processos cognitivo e didático na formação de professores. In: Encontro Nacional de Educação de Matemática, 12, 2016. **Anais...** São Paulo, Unicsul. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6479_3376_ID.pdf>. Acesso em: 14 abril 2018.

SCHULTHAIS, A. M. R.; PEREIRA, R. S. G. Resolução de Problemas e os Materiais Manipulativos no Processo de Ensino-Aprendizagem dos Números Inteiros. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE** – Produções Didático-pedagógicas, Curitiba, v. 1, 2014.

SILVA, O. S. A. **O ensino de números relativos por meio de atividades:** uma experiência no município de Ourém. Monografia (Especialização em Educação Matemática) Universidade do Estado do Pará, 2006. 37 p.

SOARES, L. H. **Os Conhecimentos Prévios e o Ensino de Números Inteiros**. Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, 2007.

SOARES, P. J. **O jogo como recurso didático na apropriação dos Números Inteiros:** uma experiência de sucesso. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2008. 157 p.

STANCANELLI, R. Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed. 103-120, 2001.

TEIXEIRA, L. R. M. Aprendizagem Operatória de Números Inteiros: obstáculos e dificuldades. **Revista Pró-Posições**, Campinas, vol. 4, n. 1, pp. 60-72, mar. 1993. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/publicacao/1759/10-artigos-teixeiralrm.pdf>. Acesso em: 24 ago. 2018.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

APÊNDICE A

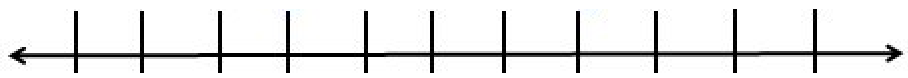
<u>INSTRUMENTO 1</u>

1) Qual o seu nome?

____

2) Qual sua idade? _____

3) Represente os números {-2, 3, -4, 5, 0, -1, 2, 4} na reta numérica.



4) Calcule:

$a)\ (+1) - (+4) =$

$b)\ (-2) - (-3) =$

$c)\ (-1) + (-1) =$

$d)\ (+6) + (-1) =$

$e)\ (-10) + (+3) =$

$f)\ (+3) - (-3) =$

$g)\ (-8) + (+8) =$

$h)\ (-2) + (-3) + (+2) =$

$i)\ (+3) - (-3) + (-5) =$

$j)\ (+1) + (+8) - (-2) =$

APÊNDICE B

INSTRUMENTO 2

Resolva os problemas a seguir:

1) Ao imprimir o extrato bancário um cliente notou que dois campos saíram borrados. Analise atentamente as indicações do extrato e ajude o cliente a identificar os valores borrados.

Operação	Saldo (em R$)
Saldo	528,00
Cheque 345	-145,00
Cheque 346	**XXXX**
Saldo	310,00
Depósito	295,00
Saque	**XXXX**
Saldo	-420,00

2) Num campeonato de futebol, o saldo de gols é muito utilizado como critério de desempate entre dois times que apresentam o mesmo número de pontos. Ele é obtido pela diferença entre gols marcados e gols sofridos.

Time	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
A	15	**XX**	8
B	10	15	**XX**
C	**XX**	7	-3
D	9	**XX**	0

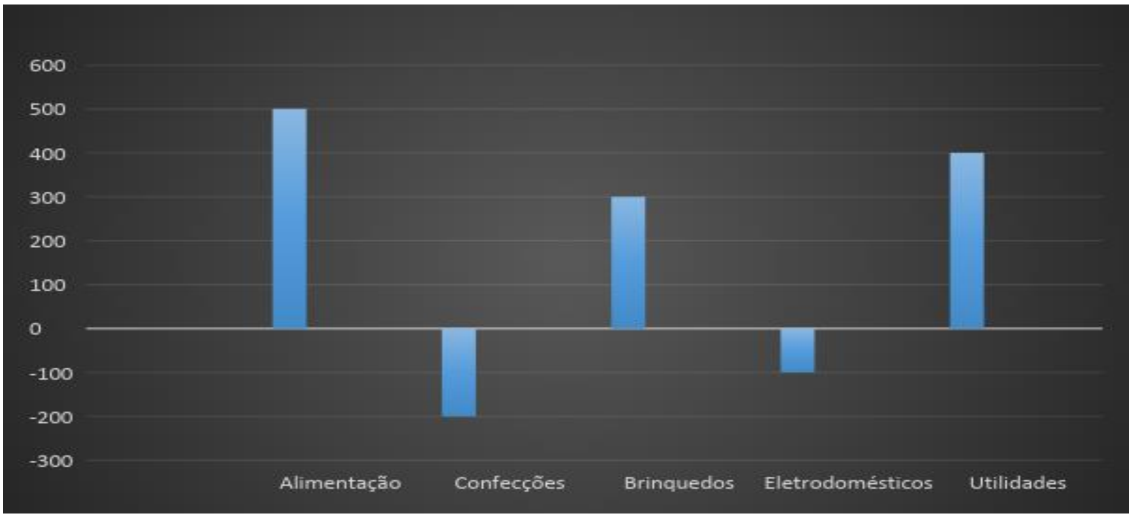
a) Quantos gols sofreu o time A?
b) Qual é o saldo de gols do time B?
c) Quantos gols marcou o time C?
d) Quantos gols sofreu o time D?

3) Em um jogo de baralho, Rodrigo e Carolina obtiveram os seguintes resultados:

Rodrigo	Carolina
1ª partida	
Ganhou 510 pontos	Perdeu 80 pontos
2ª partida	
Perdeu 215 pontos	Ganhou 475 pontos
3ª partida	
Perdeu 485 pontos	Ganhou 290 pontos
4ª partida	
Ganhou 625 pontos	Perdeu 115 pontos

a) Qual é o número total de pontos de Carolina após as quatro partidas?
b) Qual é o número total de pontos de Rodrigo após as quatro partidas?
c) De quem foi a vantagem final? Quantos pontos de diferença?

4) O gráfico abaixo mostra o lucro ou prejuízo das vendas nos setores de alimentação, confecções, brinquedos, eletrodomésticos e utilidades de uma grande loja.



a) Quais setores dessa loja deram lucro? E quais deram prejuízo?
b) Qual setor teve maior lucro?
c) Qual setor teve maior prejuízo?
d) Analisando todos os setores, essa loja teve lucro ou prejuízo? De quanto?

APÊNDICE C - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, ____, portador (a) do RG nº __________________, residente na Rua (Av.) ____ nº _______, na cidade de __________________________ Estado _________________, concordo com a participação do aluno____ ____, do Colégio Estadual Monteiro Lobato, na pesquisa cujo tema é: **Um estudo sobre as dificuldades de alunos do ensino fundamental em adição e subtração de números inteiros,** realizada por **Miriam de Souza Jacon**, sob a orientação da Profa. Dra. Andresa Maria Justulin. A pesquisa tem por objetivos investigar as dificuldades dos alunos em adição e subtração de números inteiros. Fui orientado (a) que os dados obtidos através dos instrumentos realizados pelos alunos, serão utilizados com finalidade de pesquisa e sem identificação, citação nominal ou utilização de imagens do aluno.

Estou ciente que a participação do aluno é voluntária.

Cornélio Procópio, agosto de 2018.

____

Assinatura do Responsável