

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

CAMILA ALBERTIN XAVIER DA SILVA

**CONTROLE ROBUSTO DE VIBRAÇÕES EM UMA VIGA DE MATERIAL
COMPÓSITO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO
2017

CAMILA ALBERTIN XAVIER DA SILVA

**CONTROLE ROBUSTO DE VIBRAÇÕES EM UMA VIGA DE MATERIAL
COMPÓSITO**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel.

Orientador: Prof. Dr. Edson Hideki Koroishi

CORNÉLIO PROCÓPIO
2017



Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Cornélio Procópio
Departamento Acadêmico de Mecânica
Curso de Engenharia Mecânica



FOLHA DE APROVAÇÃO

Camila Albertin Xavier da Silva

CONTROLE ROBUSTO DE VIBRAÇÕES EM UMA VIGA DE MATERIAL COMPÓSITO

Trabalho de conclusão de curso apresentado às 08:00hs do dia - 02/06/2017 como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheira Mecânica no programa de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Edson Hideki Koroishi - (Orientador)

Prof. Dr. Romeu Rony Cavalcante da Costa - (Membro)

Prof. Me. José Aparecido Lopes Junior - (Membro)

A folha de aprovação assinada encontra-se na coordenação do curso.

Dedico este trabalho à minha família e amigos, em especial à minha mãe, pelos seus ensinamentos, que de alguma maneira contribuíram para minha formação.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço aos meus irmãos, Fran, Amanda e Beto, por todo apoio fornecido durante toda a minha graduação. Ao meu pai, Umberto, por toda atenção durante esta etapa da minha vida. Agradeço especialmente a minha mãe, por todos seus ensinamentos, que levarei comigo durante toda minha vida, e mesmo não estando presente fisicamente, mora eternamente em nossos corações.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Edson Hideki Koroishi, pela sabedoria com que me guiou nesta trajetória, pela paciência durante a elaboração deste trabalho e também por todo auxílio dado durante minha graduação.

Às minhas amigas, Thaísa, Giovanna e Ana Paula, por toda parceria durante a graduação e pelos momentos divertidos que passamos juntas.

Aos meus amigos do grupo “Lampião” e colegas de sala, por toda companhia durante esses anos, tanto academicamente quanto em momentos de lazer.

Ao meu amigo Renan, pelo seu companheirismo durante minha graduação.

Aos meus colegas de laboratório, em especial Daniel, por toda parceria nos trabalhos e pela paciência em me ajudar.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná, por toda estrutura e confiança depositada.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

“O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis”.

(José de Alencar)

RESUMO

SILVA, Camila. **Controle Robusto de Vibrações em uma Viga de Material Compósito**. 2017. 52 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia de Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2017.

As pesquisas em engenharia no desenvolvimento de novas técnicas de controle ativo de vibrações têm tido um aumento expressivo nos últimos anos. O presente trabalho propõe o controle ativo de vibrações em uma viga de material compósito, utilizando atuadores eletromagnéticos, com intuito de obter uma redução na resposta do deslocamento do sistema. A teoria de controle utilizada foi o controle robusto, especificamente o regulador linear quadrático resolvido por desigualdades matriciais lineares, que propõe a possibilidade da otimização de grandezas físicas através da adoção de um índice de desempenho. O atuador eletromagnético foi então linearizado utilizando uma metodologia similar a utilizadas em mancais magnéticos. A vantagem deste tipo de atuador é a aplicação da força de controle sem contato mecânico. Nas simulações numéricas obteve-se a resposta do deslocamento do sistema no domínio do tempo, na qual a vibração do sistema foi atenuada e também os resultados da função de resposta de frequência mostraram que os dois primeiros modos de vibrar foram atenuados, demonstrando assim, a eficiência da técnica proposta no controle ativo de vibrações em uma viga de material compósito. Buscando uma boa relação entre a força de controle e atenuação de vibração, o trabalho também propõe estudar a otimização de parâmetros aplicados neste controle ativo, por meio dos métodos heurísticos de otimização, para assim encontrar uma configuração ótima do sistema de controle.

Palavras-chave: Controle Ativo de Vibrações. Controle Robusto. Atuador Eletromagnético. Material Compósito. Métodos Heurístico de Otimização.

ABSTRACT

SILVA, Camila. **Robust Control Applied to a Beam of Composite Material**. 2017. 52 f. End-of-Course work (Bachelor of Mechanical Engineering) – Mechanical Engineering. Federal Technological University of Parana. Cornélio Procópio, 2017.

Engineering research into the development of new techniques for active vibration control has seen a significant increase in recent years. The present work proposes the active vibration control in a beam of composite material, using electromagnetic actuators, in order to obtain a reduction in the response of the displacement of the system. The control theory used was the robust control, specifically the linear quadratic regulator solved by linear matrix inequalities, that proposes the possibility of optimizing physical quantities by means the adoption of a performance index. The electromagnetic actuator was then linearized using a methodology similar to that used in magnetic bearings. The advantage of this type of actuator is that applies control force without mechanical contact. From numerical simulations, the system displacement response was obtained in the time domain, in which the vibration of the system was attenuated and also the results of the frequency response function showed that the two first vibration modes were attenuated, thus demonstrating the efficiency of the proposed technique in the active control of vibrations in a beam of composite material. Seeking a good relation between the control force and vibration attenuation, the work also proposes to study the optimization of parameters applied in this active control, by means of the heuristic optimization methods, in order to find an optimal configuration of the control system.

Keywords: Active Vibration Control. Robust Control. Electromagnetic Actuator. Composite Material. Heuristic Optimization Methods.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros do núcleo e da bobina	33
Tabela 2 - Fio de cobre AWG24	33
Tabela 3 – Valores das constantes da função de compromisso	36

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Quatro divisões possíveis de um sistema	18
Figura 2 - Sistema de controle de malha aberta.....	19
Figura 3 - Sistema de controle de malha fechada com retroação.....	19
Figura 4 - Eletroímã do atuador eletromagnético	23
Figura 5 - Fluxos de campo magnético com fugas	24
Figura 6 - Controle ativo modal baseado na realimentação do controle no estado modal	31
Figura 7 - Viga de material compósito em engaste-livre	32
Figura 8 - Modelo do atuador eletromagnético	32
Figura 9 - Posicionamento dos atuadores eletromagnéticos na viga de material compósito em engaste-livre	34
Figura 10 - Esquema do Controlador	35
Figura 11 - Resposta do deslocamento em domínio do tempo utilizando a teoria de controle ótimo	38
Figura 12 - Corrente elétrica dos atuadores eletromagnéticos (AEM1 e AEM2)	39
Figura 13 – Resposta do deslocamento em domínio do tempo utilizando a teoria de controle robusto	40
Figura 14 – Função Resposta em Frequência	40
Figura 15 – Corrente elétrica com a aplicação do controle robusto	41
Figura 16 – Variável de Projeto c_1 X Combinação W1-W2	42
Figura 17 – Variável de Projeto c_2 X Combinação W1-W2	42
Figura 18 – Comparação F1 X F2.....	43
Figura 19 – Comparação da Função Global entre F1 e F2	44
Figura 20 – Imagem aproximada da comparação da Função Global	44
Figura 21 – Imagem aproximada da comparação da Função Global e F2	45
Figura 22 – Resposta do deslocamento em domínio do tempo aplicando otimização	45
Figura 23 – Corrente elétrica com a aplicação da otimização	46

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 OBJETIVOS	11
2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	11
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	12
3.1 MODELO DE SISTEMA	12
3.1.1 Campo de deslocamento mecânico	12
3.1.2 Formação da matriz elementar.....	13
3.2 REDUÇÃO DE MODELOS.....	14
3.2.1 Controlabilidade e observabilidade	16
3.2.1.1 Controlabilidade	16
3.2.1.2 Observabilidade	17
3.3 SISTEMA DE CONTROLE.....	19
3.4 ESTIMADOR DE KALMAN	20
3.5 REGULADOR QUADRÁTICO LINEAR	20
3.5.1 Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs).....	21
3.5.2 Regulador Quadrático Linear via LMIs	22
3.5.3 Projeto do Controlador Robusto usando LMIs.....	22
3.6 ATUADOR ELETROMAGNÉTICO	23
3.6.1 Linearização do atuador eletromagnético.....	27
3.7 MÉTODOS HEURÍSTICOS DE OTIMIZAÇÃO	29
4 METODOLOGIA	31
5 RESULTADOS	38
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
REFERÊNCIAS	49

1 INTRODUÇÃO

O controle tem se tornado de grande importância nos processos industriais e de produção, onde estas áreas vêm buscando meios de otimizar o desempenho de sistemas mecânicos. Dentre as técnicas presentes no controle moderno, tem-se o controle ativo de vibrações (AVC – do inglês *Active Vibration Control*), que nas últimas décadas tem apresentado grandes avanços e novas metodologias de controle. As pesquisas em engenharia visando o desenvolvimento destas novas metodologias, como novas técnicas de controle ativo de vibração, são impulsionadas pela necessidade de se dispor de estruturas leves associadas a um alto desempenho de operação, gerando menores custos operacionais e aumentando a competitividade (BUENO, 2007).

Entre as técnicas conhecidas de controle ativo de vibrações, o Controle Ótimo apresenta vantagens por permitir a inserção de incertezas via desigualdades matriciais lineares, resultando no projeto de controladores robustos. Este controle vem apresentando aplicações bem-sucedidas em diversas áreas. E umas das áreas de grande interesse atualmente, é o estudo de materiais compósitos, materiais os quais possuem um arranjo inovador, caracterizados por sua leveza, resistência mecânica, e a possibilidade de otimização de condições de funcionamento específico. Tais materiais são formados por lâminas fibrosas em diferentes orientações, o que permite a adequação para aplicações particulares (REDDY, 1997).

No contexto destes sistemas mecânicos com ótimo desempenho, este trabalho propõe o uso do controle ativo modal de vibrações em uma viga de material compósito, utilizando atuadores eletromagnéticos por meio da aplicação do regulador linear quadrático (LQR – do inglês *Linear Quadratic Regulator*), com o objetivo de analisar o comportamento da resposta dinâmica, visando a atenuação de vibrações e considerando incertezas no modelo.

Em busca de um bom compromisso entre a força de controle do sistema e a atenuação de vibração da viga, o trabalho também propõe estudar a otimização de parâmetros aplicados neste controle ativo, para encontrar uma configuração ótima do sistema de controle.

2 OBJETIVOS

O trabalho propõe aplicar o controle robusto de vibrações em uma viga de material compósito, por meio da utilização de atuadores eletromagnéticos com a aplicação do regulador linear quadrático, tendo como objetivo analisar o comportamento da resposta dinâmica, visando a atenuação de vibrações e considerando incertezas no modelo. O trabalho também propõe a otimizar os parâmetros aplicados neste controle ativo, para assim encontrar uma configuração ótima do sistema de controle, buscando um bom compromisso entre a força de controle do sistema e a atenuação de vibração da viga.

2.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Compreender e modelar os sistemas mecânicos;
- Conciliar a modelagem de sistemas mecânicos com a aplicação do controle ativo de vibrações para a validação do modelo;
- Linearizar o atuador eletromagnético;
- Implementar o controle robusto;
- Otimizar o sistema utilizando métodos heurísticos de otimização;
- Simular o sistema através do software Matlab®.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção será apresentada a fundamentação teórica utilizada para elaboração do presente trabalho.

3.1 MODELO DE SISTEMA

Para o estudo do comportamento dinâmico de um sistema, é preciso a obtenção do modelo matemático, modelos nos quais são construções simplificadas e abstratas que descrevem o comportamento de sistemas de interesse (OGATA, 2003).

A modelagem da viga estudada no presente trabalho foi apresentada por Faria (2006).

3.1.1 Campo de deslocamento mecânico

O comportamento mecânico de uma estrutura, é representado através da teoria de deformação de cisalhamento de primeira ordem (FSDT), representada pela equação (1):

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + (z\psi_x(x, y, t)) \\
 v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + (z\psi_y(x, y, t)) \\
 w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

onde u_0 , v_0 e w_0 são os deslocamentos direcionais em x, y e z , respectivamente, sendo o plano ($x-y$) o plano médio do material. ψ_x e ψ_y são as rotação em torno dos eixo x e y , respectivamente, os segmentos ortogonais em relação à superfície de referência.

As variáveis mecânicas presentes na equação (1), por meio do Método de Elementos Finitos são descritas nas funções de forma e variáveis nodais. O elemento considerado na formulação é o *Serendipity*, um elemento plano com 3 nós por aresta, num total de oito nós (REDDY, 1997).

A partir da FSDT, o deslocamento mecânico em função das coordenadas nodais é dado pela equação (2):

$$\{U(\xi, \eta, z, t)\} = [A_u(z)] [N_u(\xi, \eta)] \{u_e(t)\} \quad (2)$$

onde $\{U(\xi, \eta, z, t)\} = \{u(\xi, \eta, z, t)\} \quad \{v(\xi, \eta, z, t)\} \quad \{w(\xi, \eta, z, t)\}^T$, $[A_u(z)]$ é a matriz das variáveis de espessura na direção z das funções dos cinco planos (u_0, v_0, w_0, ψ_x e ψ_y), $\{u_e(t)\}$ é o vetor que contém todas as variáveis nodais e $[N_u(\xi, \eta)]$ é a matriz dinâmica das funções mecânicas da viga.

A deformação mecânica é expressa em relação das funções de forma e das variáveis nodais, demonstrada na equação (3):

$$\{\varepsilon(\xi, \eta, z, t)\} = [B_u(\xi, \eta, z)] \{u_e(t)\} \quad (3)$$

onde $[B_u(\xi, \eta, z)] = [D(z)][N_u(\xi, \eta)]$, e $[D(z)]$ é a matriz que contém operadores diferenciais presentes na relação deformação-deslocamento, detalhado em Chee, (2000).

3.1.2 Formação da matriz elementar

De acordo com Chee, Tong e Steven (2000), as matrizes de acoplamento elementar são descritas pelas equações (4) e (5):

$$[M^e] = \int_{V_e} \rho [N_u]^T [A_u]^T [N_u] dV_e \quad (4)$$

$$[K_{uu}^e] = \sum_{k=1}^{nc} \int_{\xi=-1}^{+1} \int_{\eta}^{+1} \int_{z=z_k}^{z_k+1} ([B_u]^T [c] [B_u]) J dz d\eta d\xi \quad (5)$$

onde ρ é a densidade do material, $[M^e]$ é a matriz elementar de massa e $[K_{uu}^e]$ é a matriz elementar de rigidez elástica. $[c]$ e $[B_u]$ são as matrizes, respectivamente, da rigidez elétrica de entrada e V_e é o volume elementar. J é o jacobiano da transformação (REDDY, 1997).

Com base nas equações (4) e (5), a matriz do modelo global representada na equação (6) é construída através do procedimento padrão, em que g indica as grandezas globais.

$$[M_g] \{\ddot{u}_g\} + [K_{uu}] \{u_g\} = \{F_g\} \quad (6)$$

Onde $\{F_g\}$ é respectivamente a força de excitação.

3.2 REDUÇÃO DE MODELOS

A realização balanceada, consiste na descrição do modelo do sistema na forma de espaço de estados, combinando-o com as matrizes de controlabilidade e de observabilidade para cada graminianos de controlabilidade e observabilidade do sistema. O modelo reduzido é obtido negligenciando os estados associados a pequenos valores singulares (MEIROVITCH, 1990). A realização balanceada mínima do sistema é assintoticamente estável se os graminianos de controlabilidade e de observabilidade são iguais e diagonais (ZHOU; DOYLE, 1998).

Considere um sistema linear estável invariante no tempo representado na equação (7) e equação (8):

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \quad (7)$$

$$\{y(t)\} = [C]\{x(t)\} \quad (8)$$

onde $\dot{x}(t)$ corresponde a derivada $x(t)$ em relação ao tempo, $x(t)$ ao vetor de estado, $[A]$ a matriz dinâmica nxn , $[B]$ a matriz de entrada nxm , $[C]$ a matriz de saída sxn , $\{u(t)\}$ a força de entrada e $\{y(t)\}$ o vetor de saída, em que n é a ordem do sistema, m o número de entrada e s o número de saídas.

O sistema é chamado balanceado, se as soluções respeitarem as equações de Lyapunov representadas pelas equações (9) e (10) e se $P = Q = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$.

$$[A][P] + [P][A]^T + [B][B]^T = 0 \quad (9)$$

$$[A]^T[Q] + [Q][A] + [C]^T[C] = 0 \quad (10)$$

Nas equações (9) e (10), $[P]$ e $[Q]$ são respectivamente os gramínicos de controlabilidade e observabilidade, e $\sigma_i, i = 1, 2, \dots, n$, são os valores singulares do sistema ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \sigma_n \geq 0$).

Os valores singulares são classificados pelo seu grau de importância no sistema, desde o mais importante para o menos importante. Cada σ_1 está associado a um estado x_i do sistema balanceado, esse valor quantifica a contribuição do estado x_i para a resposta do sistema. Como $\sigma_1 \geq \sigma_2$, temos então que o estado x_1 afeta mais o comportamento do sistema do que x_2 .

Na realização equilibrada, a fidelidade do modelo reduzido com o modelo completo (A, B, C) , depende da relação $\sigma_r \geq \sigma_{r+1}$, onde r é a ordem do modelo reduzido. A redução do sistema de espaço de estados é dada pelas equações (11) e (12):

$$\{\dot{x}(t)\} = [A_r]\{x_r(t)\} + [B_r]\{u_r(t)\} \quad (11)$$

$$\{y_r(t)\} = [C_r]\{x_r(t)\} \quad (12)$$

onde $\{x_r(t)\}$ é o vetor de estado reduzido, $\{u_r(t)\}$ o vetor reduzido de entrada, $[A_r]$ a matriz reduzida dinâmica rxr , $[B_r]$ a matriz reduzida de entrada rxm e $[C_r]$ a matriz reduzida de saída sxr .

Para a aplicação da realização balanceada, é preciso a transformação das equações (7) e (8) para o domínio modal. Para a obtenção do espaço de estados na forma canônica, a matriz dinâmica $[A]$ foi transformada para uma matriz de bloco diagonal modal, na ordem 2×2 , em que cada bloco corresponde a cada modo do sistema.

A redução do modelo através da realização balanceada é chamada de truncamento balanceado (ASSUNÇÃO; HEMERLY, 1992). A redução de modelos foi utilizada no presente trabalho a fim de garantir a controlabilidade e observabilidade do sistema.

3.2.1 Controlabilidade e observabilidade

Os conceitos de controlabilidade e observabilidade são de fundamental importância no estudo de sistemas de controle e de técnicas de estimação de estados. Assim, são indispensáveis para projetar sistemas de controle no espaço de estados, nas quais as condições de controlabilidade e observabilidade podem orientar a obtenção de uma solução completa para o projeto de controle (OGATA, 2003).

Normalmente a maioria dos sistemas físicos são controláveis e observáveis, porém os modelos matemáticos correspondentes podem não exibir a propriedade de controlabilidade e observabilidade. É preciso ter o conhecimento das condições para as quais um sistema é controlável e observável (OGATA, 2003).

3.2.1.1 Controlabilidade

Seja um sistema representado pela equação (7) e (8), o sistema é dito controlável se, para qualquer que seja o instante inicial t_0 , seja possível transferir todo estado $\{x(t_0)\}$ para qualquer estado final $\{x(t)\}$ num tempo finito $t_f > t_0$ por intermédio de um vetor de excitação $\{u(t)\}$ não sujeito a restrições (MEIROVITCH, 1990).

Para analisar a controlabilidade de um sistema, a forma padrão é dada pela análise do posto (*rank*) da matriz, representada pela equação (13), na qual é formada a partir das matrizes $[A]$ e $[B]$.

$$[M_c] = \begin{bmatrix} [B] & [A][B] & \cdots & [A]^{2n-1}[B] \end{bmatrix} \quad (13)$$

Sendo $[M_c]$ a matriz de controlabilidade.

Para o sistema ser controlável é necessário apresentar a condição apresentada pela equação (14).

$$\text{rank}([M_c]) = 2n \quad (14)$$

Assim, as matrizes $[A]$ e $[B]$ são ditas controláveis.

3.2.1.2 Observabilidade

Seja um sistema representado pela equação (7) e (8), o sistema é dito completamente observável se todo estado inicial $\{x(t_0)\}$ pode ser determinado exatamente a partir da resposta $\{y(t)\}$ durante um intervalo de tempo finito $t_0 \leq t \leq t_f$ (MEIROVITCH, 1990). A partir dessa afirmação pode-se observar que todas as variáveis de $\{x(t)\}$ influenciam na resposta $\{y(t)\}$.

Para analisar a observabilidade de um sistema é, necessário calcular sua matriz de observabilidade, apresentada pela equação (15).

$$[M_o] = \begin{bmatrix} [C] \\ [C][A] \\ \vdots \\ [C][A]^{2n-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Sendo $[M_o]$ a matriz de observabilidade.

Para o sistema ser observável é preciso apresentar a condição apresentada na equação (16).

$$\text{rank}([M_o]) = 2n \quad (16)$$

Neste caso, o par de matrizes $([A], [C])$ é dito observável.

Um sistema dinâmico pode ser classificado como um dos quatro sistemas apresentados pela figura 1, a partir dos conceitos de controlabilidade e observabilidade.

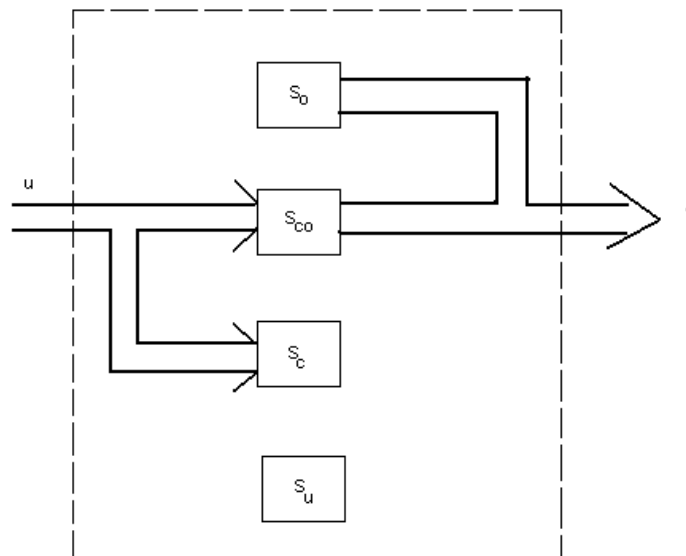


Figura 1 - Quatro divisões possíveis de um sistema
Fonte: Koroishi (2013).

A partir da figura 1 pode-se classificar o sistema em 4 tipos:

S_{co} = subsistema completamente controlável e observável;

S_o = subsistema completamente observável e não controlável;

S_c = subsistema completamente controlável e não observável;

S_u = subsistema completamente não controlável e não observável;

3.3 SISTEMA DE CONTROLE

Os sistemas de controle são classificados em dois tipos fundamentais: os sistemas de controle de malha aberta e os sistemas de controle de malha fechada. Ogata (2003) apresenta a distinção detalhada desses dois tipos de malha de controle.

Para os sistemas de controle a malha aberta, o sinal de saída não exerce nenhuma ação de controle sobre o sistema, ou seja, em um sistema de controle de malha aberta o sinal de saída não é medido nem realimentado para a comparação com a entrada. Para obter a resposta desejada este tipo de controle utiliza um atuador, como mostra a figura 2.

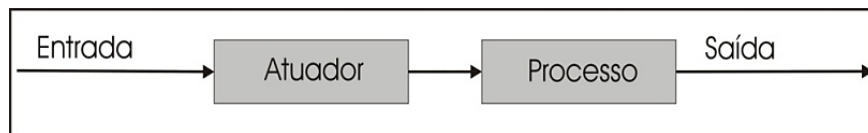


Figura 2 - Sistema de controle de malha aberta
Fonte: Koroishi (2013).

Já os sistemas de controle a malha fechada, também conhecido como sistema de controle com realimentação (*feedback*), o sinal de erro, este dado pela diferença entre o sinal de entrada e o sinal de realimentação, realimenta o controlador, de maneira que minimize este mesmo erro, e faça que a saída dê o valor desejado. Este tipo de controle é ilustrado pela figura 3.

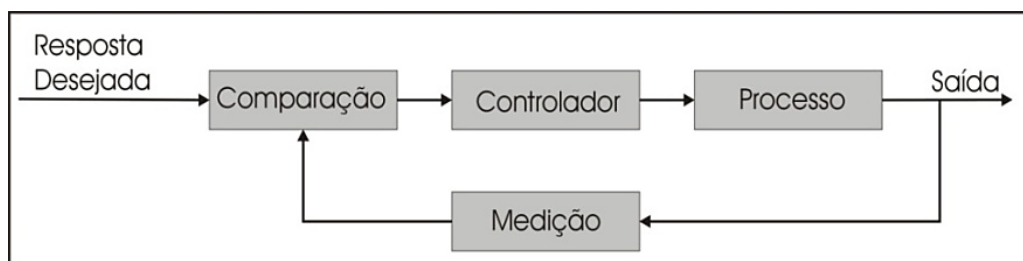


Figura 3 - Sistema de controle de malha fechada com retroação
Fonte: Koroishi (2013).

3.4 ESTIMADOR DE KALMAN

O Estimador de Kalman tem função de determinar os estados modais exigidos pelo controlador. Para sua aplicação, os modelos precisam estar descritos na forma de espaço de estados. É utilizado quando se deseja minimizar os efeitos de ruídos nos sinais de entrada e saída do sistema, e também para estimar os estados e saídas do sistema (WELCH; BISHOP, 1995).

A equação (17) representa o Estimador de Kalman:

$$\{\dot{x}_r(t)\} = [A_r]\{x_r(t)\} + [B_r]\{u(t)\} + [L]\{\delta(t) - \bar{\delta}(t)\} \quad (17)$$

onde $[L]$ é a matriz de ganho, determinada usando o comando `lqe.m` no software Matlab[®], $\delta(t)$ é o vetor de deslocamento e $\bar{\delta}(t)$ o vetor de deslocamento estimado.

3.5 REGULADOR LINEAR QUADRÁTICO

A teoria de controle ótimo e em especial a do regulador linear quadrático, propõem a possibilidade da otimização de grandezas físicas através da adoção de um índice de desempenho. O regulador linear quadrático, LQR (do inglês *Linear Quadratic Regulator*), além de ser uma técnica de controle poderosa, tem grande importância no controle dinâmico multivariável, ele é a base nos desenvolvimentos recentes de controle de sistemas lineares MIMO.

Para sistemas em malha fechada, o LQR fornece uma metodologia para controlar o ganho de realimentação, garantindo uma boa margem de estabilidade.

O controle ótimo, no presente contexto, contribui para a minimização do índice de desempenho levando a otimização das grandezas físicas pré-definidas (SIMÕES, 2006). O controle da realimentação é dado pela equação (18):

$$\{u(t)\} = -[K]\{x(t)\} \quad (18)$$

o ganho $[K]$ é determinado com minimização do desempenho dado pela equação (19).

$$J = \int_0^{\infty} (\{x(t)\}^T [Q_{lqr}] \{x(t)\} + \{u(t)\}^T [R_{lqr}] \{u(t)\}) dt \quad (19)$$

Onde $[Q_{lqr}]$ é uma matriz hermitiana definida positiva (ou semi-definida positiva) ou real simétrica das cargas de cada estado e $[R_{lqr}]$ é uma matriz hermitiana definida positiva ou real simétrica do consumo de energia dos sinais de controle (ASSUNÇÃO; TEIXEIRA, 2001).

3.5.1 Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs)

A desigualdade matricial linear é um método importante que abrange diversos problemas matemáticos, seu uso é vantajoso em sistemas de controle para a determinação do ganho do controlador, devido a possibilidade de assumir parâmetros modais envolvendo incertezas. Atualmente, é tema de estudo em todo mundo, em diversas pesquisas que visa diferentes aplicações, como o controle ótimo e o controle robusto (VAN ANTWERP; BRAATZ, 2000) (SILVA; LOPES; ASSUNÇÃO, 2004).

A técnica de controle utilizando a desigualdade matricial linear, LMI, surgiu por volta de 1890, a partir da tese de doutorado de Aleksandr Mihailovich Lyapunov, surgindo assim o Teorema de Lyapunov (BOYD et al., 1994).

Para um sistema de controle que faz uso do teorema de Lyapunov, primeiramente são verificadas as condições de estabilidade para posteriormente projetar o controlador com as devidas restrições criadas anteriormente. Lyapunov mostrou que o sistema representado pela equação (20) é estável se e somente existir uma matriz positiva P_{lmi} , que atenda a condição dada pela equação (21), conhecida como desigualdade de Lyapunov.

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} \quad (20)$$

$$[A]^T [P_{lmi}] + [P_{lmi}] [A] > 0 \quad (21)$$

3.5.2 Regulador Linear Quadrático via LMIs

Muitos autores têm considerado aplicações de LQR, no entanto, o uso de LMIs para este controlador é pouco discutido (JOHNSON; ERKUS, 2002). O regulador linear quadrático via LMIs é ilustrado em (ERKUS; LEE, 2004). Estes autores mostraram que o problema LQR via LMI, a partir da minimização do índice de desempenho, é descrito pela equação (22):

$$\min_{X, P_{lmi}, X_{lmi}} tr\left([Q_{lqr} \ P_{lmi}]\right) + tr([X_{lmi}]) + tr([Y_{lmi}]N) + tr([N]^T Y_{lmi}^T) \quad (22)$$

onde N corresponde a inserção de ruído, $[X_{lmi}]$ e $[Y_{lmi}]$ as soluções das LMIs denotadas na matriz, e $tr()$ ao traço da matriz. A equação (22) é sujeita a condições impostas pelas equações (23) e (24):

$$[A][P] - [B][Y_{lmi}] + [P][A]^T - [Y_{lmi}]^T [B]^T + [B_w][B_w]^T < 0 \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} [X_{lmi}] & [R_{lqr}]^{1/2}[Y_{lmi}] \\ [Y_{lmi}][R_{lqr}]^{1/2} & [P_{lmi}] \end{bmatrix} > 0 \quad (24)$$

Sendo B_w a matriz de perturbação.

Para se obter o ganho do controlador utiliza-se a equação (25).

$$[G] = [Y][P_{lmi}]^{-1} \quad (25)$$

3.5.3 Projeto do Controlador Robusto usando LMIs

A desigualdade matricial linear é uma ferramenta útil para a resolução de problemas com devidas restrições, em que os parâmetros variam em um certo

intervalo de valores, ou seja, parâmetros envolvendo incertezas. Sua principal vantagem é permitir tais especificações como taxa de decaimento, grau de estabilidade, limitação de entrada para os atuadores e picos de saídas.

O projeto do controlador robusto presente neste trabalho foi previamente apresentado por Assunção e Teixeira (2001). As condições para a estabilidade no sistema com incertezas politópicas é apresentada na equação (26).

$$\begin{aligned} [A]_i[X] - [B]_i[G] + [X][A]_i^T - [G]^T[B]_i^T < 0 \\ [X] > 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Onde $i = 1, 2, \dots, m$ e m é o número de incertezas.

3.6 ATUADOR ELETROMAGNÉTICO

A metodologia para obtenção do modelo de um atuador eletromagnético foi apresentada por Morais (2010). A figura 4 ilustra o modelo.

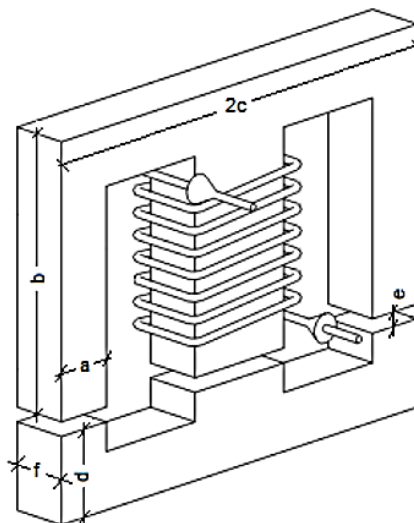


Figura 4 - Eletroímã do atuador eletromagnético
Fonte: Morais (2010).

O esquema apresentado na figura 4 consiste em uma bobina enrolada em um núcleo de material ferromagnético, sendo este esquema do modelo representativo do atuador utilizado no presente trabalho. O núcleo ferromagnético, no qual a bobina se encontra enrolada, é do tipo ferro doce, que proporciona o direcionamento do fluxo de campo magnético, reduzindo perdas devido à dispersão. Tal núcleo é composto de várias lâminas, reduzindo o tipo de perda relacionada com as correntes parasitas (correntes de Foucault) (KOROISHI, 2013).

Entre dois fluxos eletromagnéticos iguais consecutivos, circula sempre a mesma quantidade de fluxo magnético. Esta hipótese vem, de fato, desprezar os fluxos de fuga (aqueles que não passam pelos entreferros). A figura 5 representa o esquema dos fluxos eletromagnéticos iguais consecutivos, em que podemos estudar apenas a metade do circuito magnético.

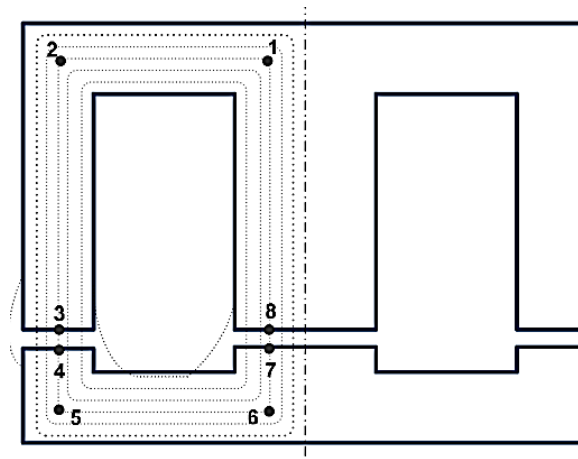


Figura 5 - Fluxos de campo magnético com fugas

Fonte: Koroishi (2013).

Os fluxos circulantes em cada ramo lateral do atuador são iguais e se igualam a metade do fluxo que circula no ramo central.

Para calcular as novas relutâncias do circuito mostrado na figura 5, é preciso conhecer o comprimento médio l e a seção transversal S de diferentes elementos do circuito magnético, assim como a permeabilidade μ do material. Para isto é utilizada a fórmula geral, representada na equação (27):

$$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu_r \cdot S} \quad (27)$$

onde μ_r é a permeabilidade relativa do material ferromagnético do núcleo ($\mu = \mu_r \cdot \mu_0$), permeabilidade esta considerada constante.

Qualquer que seja a corrente (ausência de saturação), calcule-se as relutâncias a partir das equações (28), (29), (30) e (31):

$$\mathfrak{R}_{8-1} = \mathfrak{R}_{2-3} = \frac{b - \frac{a}{2}}{\mu_r \mu_0 a f} \quad (28)$$

$$\mathfrak{R}_{1-2} = \mathfrak{R}_{5-6} = \frac{c - a}{\mu_r \mu_0 a f} \quad (29)$$

$$\mathfrak{R}_{3-4} = \mathfrak{R}_{7-8} = \frac{e}{\mu_0 a f} \quad (30)$$

$$\mathfrak{R}_{4-5} = \mathfrak{R}_{6-7} = \frac{d - \frac{a}{2}}{\mu_r \mu_0 a f} \quad (31)$$

onde μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo.

Para calcular os fluxos circulantes em cada um dos ramos do circuito, é utilizada a equação (32):

$$\frac{\psi}{2} = \frac{Nl}{\sum_{i=1}^B R_i} = \frac{Ni\mu_0 a f}{2e + \frac{2b + 2c + 2d - 4a}{\mu_r}} \quad (32)$$

0

Observa-se que, se o comprimento total do circuito magnético é insignificante diante de μ_r vezes o comprimento dos entreferros, não se comete um erro significativo no estabelecimento da relação fluxo-corrente ao se considerar a relutância total do circuito magnético como sendo igual à dos entreferros. Para um valor de μ_r superior

a 500 e entreferros inferiores a 2 mm, essa aproximação resta válida enquanto o comprimento total do circuito for inferior a 1 m (KOROISHI, 2013).

O fluxo total induzido nas N espirais da bobina é dado pela equação (33):

$$\Psi = N\psi = LI \quad (33)$$

sendo L é a indutância do circuito. A indutância magnética no atuador eletromagnético (AEM) é dada pela equação (34):

$$L = \frac{N^2 i \mu_0 a f}{e + \frac{b + c + d - 2a}{\mu_r}} \quad (34)$$

A partir da equação (35) calcula-se a força de atração eletromagnética entre dois núcleos ferromagnéticos.

$$F_{AEM} = \frac{\partial W_{cmag}}{\partial x_m} \quad (35)$$

Onde W_{cmag} é a energia magnética que pode ser determinada pela equação (36).

$$W_{cmag} = \int_{0,0,\dots,0}^{i_1, i_2, \dots, i_n} \sum_{k=1}^n \psi_k(i_1, i_2, \dots, i_n, i_m) di_k \quad (36)$$

A energia magnética dada acima é então igual a equação (37).

$$W_{cmag} = \int_0^I \Psi di_k = \frac{1}{2} LI^2 \quad (37)$$

Por fim, a força de atração entre os dois elementos do núcleo ferromagnético é representada pela equação (38):

$$F_{AEM} = \frac{\partial W_{cmag}}{\partial x_m} = \frac{N^2 I^2 \mu_0 a f}{2 \left((e \pm \delta) + \frac{b+c+d-2a}{\mu_r} \right)^2} \quad (38)$$

sendo δ a variável que se acrescenta ao entreferro para representar a vibração da viga na posição do AEM. Vale ressaltar que o AEM aplica apenas força de atração e, desta forma, o sinal “ \pm ” deve ser assim entendido: o valor “+” para $\delta > 0$; e “-” para $\delta < 0$.

3.6.1 Linearização do atuador eletromagnético

Analisando a equação (38), sabe-se que o atuador introduz forças eletromagnéticas que são aproximadamente proporcionais ao inverso do quadrado da distância do entreferro entre os dois elementos do circuito magnético “ e ”, e também ao quadrado da corrente elétrica da bobina I . Assim, o atuador apresenta uma não linearidade da força magnética, quando se tem grandes correntes ou quando o fluxo magnético do atuador se torna saturado para pequenas lacunas, junto com as limitações geométricas do mesmo.

Considerando dois atuadores em sentidos opostos, forma na qual será utilizada no presente trabalho, a função não linearizada da força eletromagnética do F_{AEM} é representada pela equação (39).

$$F_{AEM} = \frac{N^2 I_1^2 \mu_0 a f}{2 \left((e - \delta) + \frac{b+c+d-2a}{\mu_r} \right)^2} - \frac{N^2 I_2^2 \mu_0 a f}{2 \left((e + \delta) + \frac{b+c+d-2a}{\mu_r} \right)^2} \quad (39)$$

Para a obtenção dos controladores deve-se linearizar a atuação das forças eletromagnéticas na posição de equilíbrio do sistema (x_0, i_0) (LARSONNER, 2009). Para que seja possível a linearização dos sistema, é utilizada uma corrente de polarização i_b conforme as equações (40) e (41).

$$I_1 = (i_b + i) \quad (40)$$

$$I_2 = (i_b - i) \quad (41)$$

A equação (42) apresenta que a rigidez de uma malha aberta de uma suspensão é igual a derivada negativa da força se suspensão com o respectivo deslocamento (LARSONNER, 2009).

$$k_x = - \frac{\partial F_{AEM}}{\partial x} \quad x=x_0, i=i_0 \quad (42)$$

O ganho do atuador é dado pela equação (43).

$$k_i = \frac{\partial F_{AEM}}{\partial x} \quad x=x_0, i=i_0 \quad (43)$$

Substituindo as equações (40) e (41) na equação (39), e derivando em relação a corrente no ponto de operação ($x = 0, i = 0$), tem-se a relação de k_i mostrada pela equação (44).

$$k_i = \frac{2N^2 i_b \mu_0 a f}{\left(e + \frac{b+c+d-2a}{\mu_r} \right)^2} \quad (44)$$

A relação de k_x é dada pela equação (45), que é obtida a partir da substituição das equações (40) e (41) na equação (39), e da obtenção da derivada negativa em relação ao deslocamento no ponto de operação ($x = 0, i = 0$).

$$k_x = \frac{2N^2 i_b \mu_0 a f}{\left(e + \frac{b+c+d-2a}{\mu_r} \right)^3} \quad (45)$$

Aplicando a série de Taylor na equação (39) no ponto de operação, conforme a equação (46), é obtida a linearização da equação (39) (FURTADO, 2008).

$$F_{AEM} = F_{x=x_0, i=i_0} + \frac{\partial F_{AEM}}{\partial i} \Big|_{x=x_0, i=i_0} (i - i_0) + \frac{\partial F_{AEM}}{\partial x} \Big|_{x=x_0, i=i_0} (x - x_0) + \dots \quad (46)$$

Substituindo as equações (42) e (43) na equação (46) e considerando os termos que apresentam primeira ordem da série de Taylor, no caso, a força inicial F_0 , a corrente inicial i_0 e deslocamento inicial x_0 , sejam iguais a zero, é obtida a força eletromagnética na forma linearizada, dada pela equação (47), onde apresenta uma aproximação linear da relação verdadeira, e precisa apenas da proximidade do ponto de operação.

$$F_{AEM} = k_i i - k_x x \quad (47)$$

3.7 MÉTODOS HEURÍSTICOS DE OTIMIZAÇÃO

A otimização busca a melhor configuração de um sistema, sem ter que testar todas as possibilidades, ou seja, busca melhorar o que já existe, aumentando a eficiência de seu desempenho e diminuindo custos de projeto e operação (LOBATO, 2008).

Não existe nenhum algoritmo de otimização que possa ser aplicado eficientemente em todas as classes de problema (EDGAR; HIMMELBLAU; LASDON, 2001). Um método escolhido para um caso particular é fortemente dependente da natureza da função objetivo, das restrições e do número de variáveis independentes e dependentes (LOBATO, 2008).

O problema de otimização, de forma conceitual, é caracterizado pela função objetivo, variáveis de projeto e funções de restrições (VANDERPLAATS, 1999).

A função objetivo define a característica do sistema que se deseja melhorar. Matematicamente, é representada por uma equação dependente das variáveis de projeto, que podem estar explicitamente na equação ou não.

As variáveis de projeto, também denominadas variáveis de decisão ou de busca, são um conjunto de parâmetros que podem influenciar os valores da função objetivo. Quando manipuladas adequadamente, promovem a modificação dos valores da função objetivo, no sentido de aumentar ou diminuir estes valores.

As restrições são características que dependem matematicamente das variáveis de projeto e limitam os valores da função objetivo, restringindo em certas regiões do espaço do projeto.

Os métodos heurísticos de otimização têm recebido uma atenção especial nas últimas décadas. Estes métodos são baseados nos princípios e modelos de evolução biológica, e se destacam pela sua simplicidade conceitual e versatilidade a resolução de problemas reais. Além disso, o desenvolvimento de modelos computacionais, baseado em mecanismos evolutivos, caracteriza-se pela configuração de algoritmos de otimização robustos (DEB, 2000).

Em situações em que mais de um objetivo é requerido no processo de otimização, utiliza-se a otimização multiobjectivo ou multicritério. Vaanderplats (1999) apresenta uma técnica para otimização multicritério, chamada de *Compromise Programming* (otimização de compromisso), apresentada pela equação (48).

$$F(x) = \left\{ \sum_{k=1}^K \left[\frac{W_k \{F_k(x) - F_k^{best}(x)\}}{F_k^{worst}(x) - F_k^{best}(x)} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (48)$$

Onde x é o vetor das variáveis do projeto, W_k fator peso de cada k-ésima função objetivo, $F_k(x)$ a k-ésima função objetivo, $F_k^{best}(x)$ o melhor valor da k-ésima função objetivo, e $F_k^{worst}(x)$ o pior valor da k-ésima função objetivo.

4 METODOLOGIA

No presente trabalho, o controle ativo modal é usado para o controle da estrutura compósita. Na figura 6 é ilustrado a forma esquemática da qual o controle ativo modal é utilizado, onde δ corresponde ao deslocamento, X ao estado modal, F_{exc} a força externa e i a corrente elétrica.

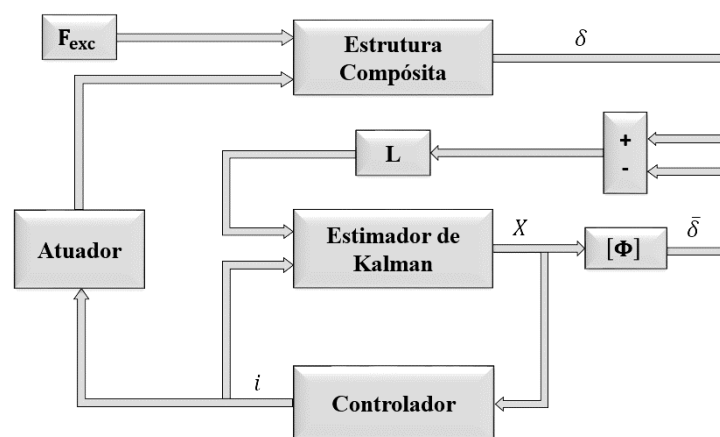


Figura 6 - Controle ativo modal baseado na realimentação do controle no estado modal
 Fonte: Adaptado de Conceição et al. (2009).

No esquema apresentado na figura 6, a estrutura compósita, representada pela equação (6), foi então descrita na forma de espaço de estados, demonstrada nas equações (7) e (8), para as simulações numéricas, onde o estimador de Kalman determina os estados modais exigidos pelo controlador.

Na figura 6 é possível observar que no estado modal a realimentação necessita de um número de controladores. O esquema requer deslocamentos e velocidades modais para determinar o esforço de controle dos controladores.

A viga de material compósito estudada no presente trabalho é ilustrada na Figura 7. A viga tem 306 mm de comprimento, 25.5 [mm] de largura e 1 [mm] de espessura, e é formada por 5 camadas de grafite/epóxi de espessura de 0.2 [mm]. As camadas possuem as orientações de $[45^\circ / 0^\circ / 45^\circ / 0^\circ / 45^\circ]$, em que as de orientação de 0° são paralelas ao eixo x.

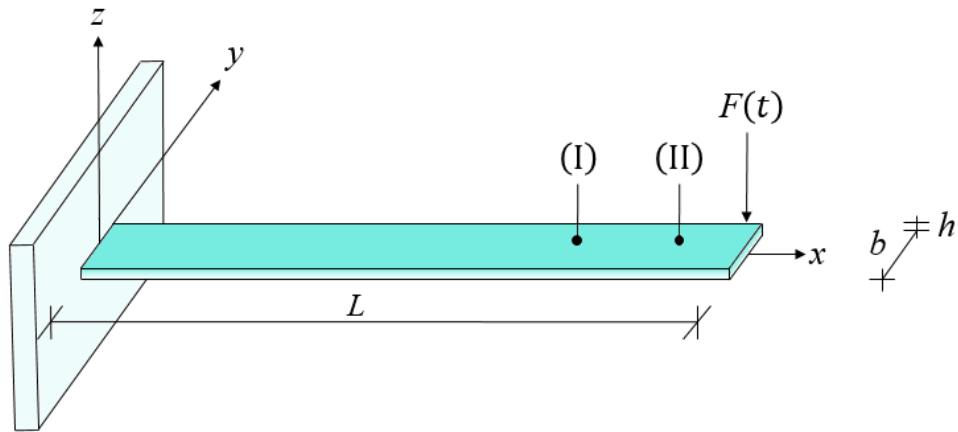


Figura 7 - Viga de material compósito em engaste-livre
Fonte: Adaptado de Koroishi et al. (2015).

As constantes de rigidez elástica da viga em material compósito, feita de grafite/epóxi (AS4/3501) dada em [GPa], são, respectivamente: $C_{11} = 173.6$; $C_{22} = C_{33} = 7.61$; $C_{12} = C_{13} = 2.48$; $C_{23} = 2.31$; $C_{44} = 1.38$; $C_{55} = C_{66} = 3.45$. Dos pztz são: $C_{11} = C_{22} = C_{33} = 102.23$; $C_{12} = C_{13} = C_{23} = 5.035$; $C_{11} = C_{22} = C_{33} = 102.23$; $C_{44} = C_{55} = C_{66} = 2.594$. A densidade de massa da viga de material compósito é $1578 \text{ [kg/m}^3\text{]}$ (FARIA, 2006).

Na figura 8 é representado um esquema do atuador eletromagnético utilizado no presente trabalho.

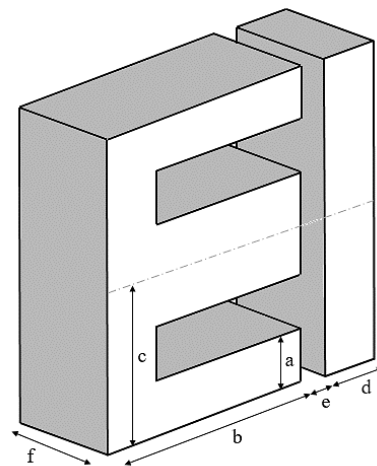


Figura 8 - Modelo do atuador eletromagnético
Fonte: Koroishi (2013).

Os parâmetros do atuador são apresentados na tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros do núcleo e da bobina

Parâmetros	Valor
μ_0 (H/m)	$4\pi 10^{-7}$
μ_r	700
N (espiras)	250
a (mm)	9,5
b (mm)	38
c (mm)	28,5
d (mm)	9,5
e (mm)	0,5
f (mm)	22,5
i_b (A)	0,1

Fonte: Koroishi (2013).

A corrente elétrica é determinada pela planta de controle e, desta forma, ela é determinada de acordo com a solicitação do sistema.

A permeabilidade relativa é uma propriedade intrínseca do material ferromagnético utilizado no núcleo do atuador. No entanto, seu valor pode variar devido à sua composição e, diante disto, seu valor deve ser determinado (EDGAR; HIMMELBLAU; LASDON, 2001). Para isso, um dos meios adotados é, por exemplo, utilizar técnicas de otimização.

A bobina é composta de 250 espiras, em que no enrolamento foi utilizado fio de cobre do padrão AWG24. As características do fio, segundo o padrão, são apresentadas na tabela 2.

Tabela 2 - Fio de cobre AWG24

Parâmetros	Valor
Diâmetro (mm)	0,511
Área (mm ²)	0,205
Resistência a 20°C (Ohm/m)	0,0842
Corrente Máxima (A)	3,5

Fonte: Koroishi (2013).

Neste trabalho é utilizado dois atuadores eletromagnéticos (AEM1 e AEM2), ambos atuando na direção z. O esquema é representado na figura 9.



Figura 9 - Posicionamento dos atuadores eletromagnéticos na viga de material compósito em engaste-livre
Fonte: Aatoria própria.

Os atuadores eletromagnéticos foram posicionados na extremidade livre da viga, onde se encontram os maiores deslocamentos. Cada atuador age separadamente, aplicando apenas força de atração.

Nota-se pela equação (38) que a amplitude da força F_{AEM} , depende do deslocamento no interior do atuador, tal fato caracteriza uma não linearidade. Diante disto, o modelo do atuador foi linearizado segundo o procedimento apresentado por Koroishi e Steffen Jr (2011), no qual tem-se a linearização do atuador eletromagnético utilizando uma metodologia similar à aplicada aos mancais magnéticos.

Na simulação numérica, a força de excitação de carga 1 [N] é aplicada no ponto (II) ilustrado na Figura 7 e as respostas em domínio do tempo são capturadas no ponto (I). O atuador eletromagnético é conectado com um sistema de controle ativo, assim as amplitudes de vibração são minimizadas com o tempo. Para uma melhor semelhança possível com o comportamento real, é sobreposto ruídos brancos nos cálculos dos deslocamentos. As incertezas são aplicadas considerando variações de $\pm 10\%$ na matriz [A] no modelo da estrutura compósita, sendo analisado 100 amostras dentro de intervalo de variações.

Buscando uma boa relação entre a força de controle do sistema e a atenuação de vibração da viga, para uma melhor configuração do sistema, são utilizados métodos heurísticos de otimização. O primeiro passo é definir a função objetivo e as variáveis de projeto. Em relação às variáveis de projeto, sabe-se que o controlador necessita tanto do deslocamento modal (q) como da velocidade modal (\dot{q}) para garantir seu funcionamento. A figura 10 apresenta a forma esquemática do controlador.

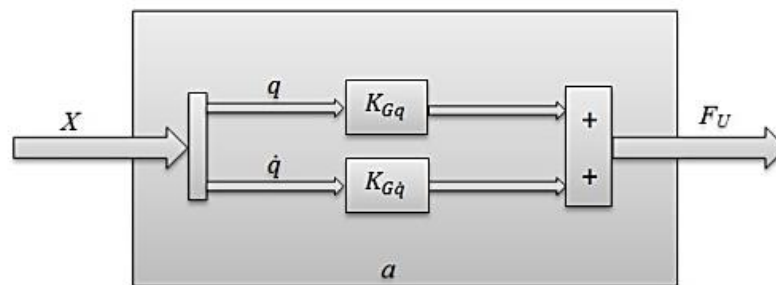


Figura 10 - Esquema do Controlador
 Fonte: Oliveira et al. (2014).

A partir da figura 10, pode-se observar que os parâmetros de deslocamento modal e velocidade modal são de grande importância na determinação do ganho do controlador, e conseqüentemente da força de controle, sendo esta uma das funções objetivo para a otimização do sistema.

Adotando as variáveis de projeto como dois parâmetros c_1 e c_2 , os quais estes parâmetros multiplicam a componente de deslocamento modal e a componente de velocidade modal, de acordo com as equações (49) e (50).

$$q' = c_1 \cdot q \quad (49)$$

$$\dot{q}' = c_2 \cdot \dot{q} \quad (50)$$

O intervalo de espaço de projeto é de acordo com as equações (51) e (52).

$$0 \leq c_1 \leq 100 \quad (51)$$

$$0 \leq c_2 \leq 100 \quad (52)$$

Em relação às funções objetivo, busca-se uma relação entre a força de controle e a atenuação de vibração, desejando-se a minimização da amplitude da resposta de deslocamento e a minimização da corrente utilizadas nos atuadores eletromagnéticos. Para tanto, são definidas duas funções objetivo, F_1 relacionada à reposta do sistema, ou seja ao deslocamento, e F_2 relacionada à corrente elétrica, ou seja, referente à força de controle, ambas as funções são apresentadas pelas equações (53) e (54).

$$F_1 = \min \|x(t)\| \quad (53)$$

$$F_2 = \min \|F_u(t)\| = \int I dt \quad (54)$$

Com o objetivo minimizar as duas funções apresentadas, determinou-se a função compromisso, a qual é apresentada pela equação (55).

$$F(x) = \left\{ \left[\frac{W_1 \{F_1(x) - F_1^{best}(x)\}}{F_1^{worst}(x) - F_1^{best}(x)} \right]^2 + \left[\frac{W_2 \{F_2(x) - F_2^{best}(x)\}}{F_2^{worst}(x) - F_2^{best}(x)} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (55)$$

A tabela 3 apresenta dos valores das constantes da função de compromisso.

Tabela 3 – Valores das constantes da função de compromisso

Parâmetros	Valor
F_1^{best}	0,0353
F_1^{worst}	9,315
F_2^{best}	1,1756e-11
F_2^{worst}	2,1628
W_1	0,01 a 0,99
W_2	0,99 a 0,01

Fonte: Autoria própria.

A combinação entre W_1 e W_2 foram feitas da forma $W_1 + W_2 = 1,00$, buscando a combinação que apresente o resultado satisfatório para ambas funções objetivo.

5 RESULTADOS

Para análise da eficiência desta metodologia considerando a técnica de controle robusto, em termos de atenuação de vibração, foram confrontados graficamente a redução da resposta do deslocamento do sistema, a função resposta em frequência e as correntes utilizadas pelos atuadores eletromagnéticos.

Primeiramente foram obtidos resultados com a aplicação do controle ótimo na viga de material compósito sem a inserção de incertezas. A figura 11 apresenta o comportamento do deslocamento do sistema, sem controle, com controle LQR, no domínio do tempo.

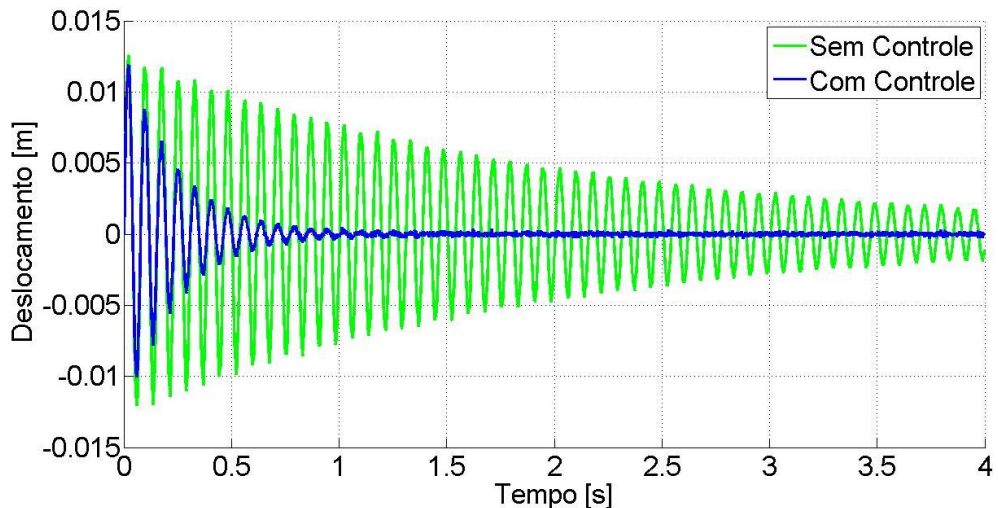


Figura 11 - Resposta do deslocamento em domínio do tempo utilizando a teoria de controle ótimo
Fonte: Autoria própria.

Pela análise da Figura 11, pode-se observar que o controle LQR estabilizou o deslocamento do sistema num tempo de 1 [s], mostrando que o controle LQR é eficiente na redução da resposta do deslocamento em domínio do tempo.

Foram analisadas graficamente as correntes utilizadas por ambos atuadores eletromagnéticos (AEM1 e AEM2) no estado determinístico com a teoria de controle ótimo, sua resposta é mostrada pela figura 12.

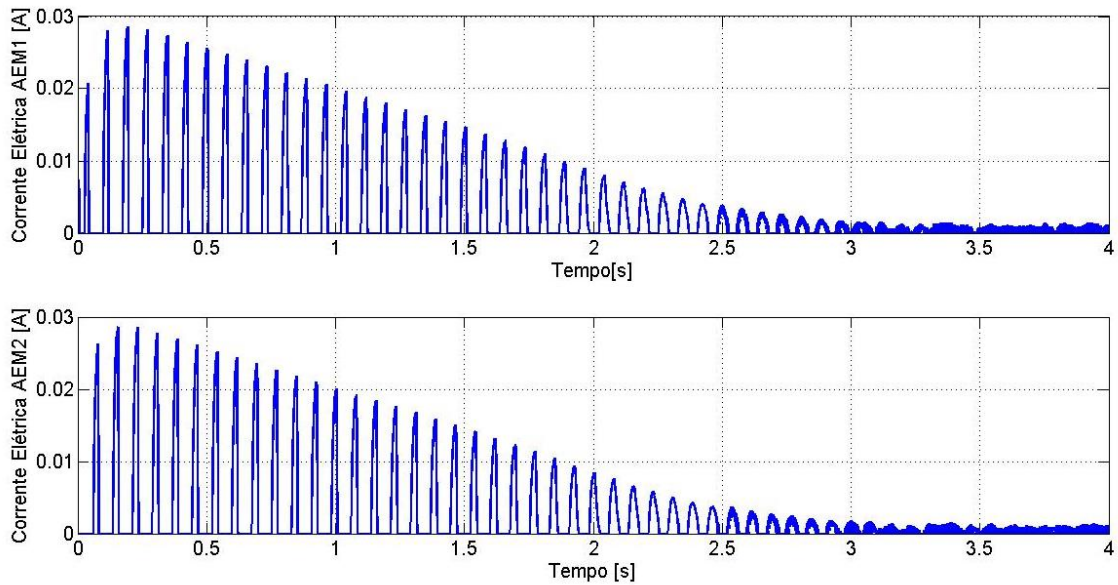


Figura 12 – Corrente elétrica dos atuadores eletromagnéticos (AEM1 e AEM2)
Fonte: Autoria própria.

Analisando a figura 12 é possível observar as alternâncias dos picos entre as respostas obtidas dos dois atuadores e também atenuação dos picos ao longo de tempo. Pode-se observar também que as respostas apresentam maiores picos nos maiores deslocamentos, onde se tem um consumo de energia alto.

Aplicando incertezas no modelo para a utilização da teoria do controle robusto e também aplicando a linearização nos atuadores eletromagnéticos, foram obtidos os resultados do deslocamento em domínio do tempo, da função resposta em frequência e das correntes utilizadas pelos atuadores eletromagnéticos. A figura 13 apresenta a resposta do deslocamento em domínio do tempo, em três situações, sem controle, com o controle robusto e com controle no estado determinístico.

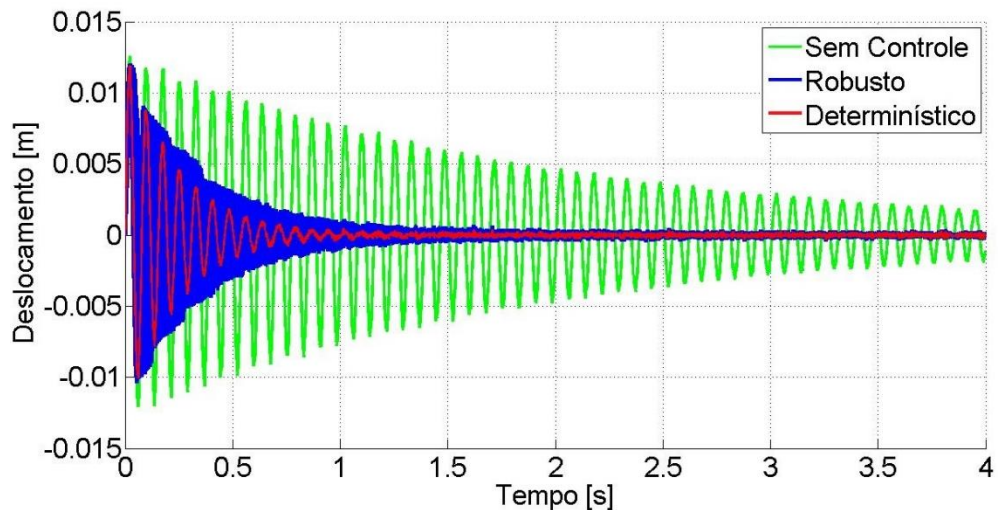


Figura 13 - Resposta do deslocamento em domínio do tempo utilizando a teoria de controle robusto
Fonte: Autoria própria.

Analisando as respostas da figura 13, em termos de robustez, o controle robusto atenuou a resposta do sistema com a presença das incertezas, fato verificado pelo envelope presente na resposta, sendo o deslocamento do sistema atenuado num tempo de 1 [s], mostrando que metodologia envolvendo a teoria de controle robusto foi eficiente para a atenuação da resposta do deslocamento do sistema.

Ainda para análise do comportamento do sistema, é obtida a função resposta em frequência (FRF) dos 3 casos, sem controle, com controle no estado determinístico e com controle robusto. A função resposta em frequência é mostrada na figura 14.

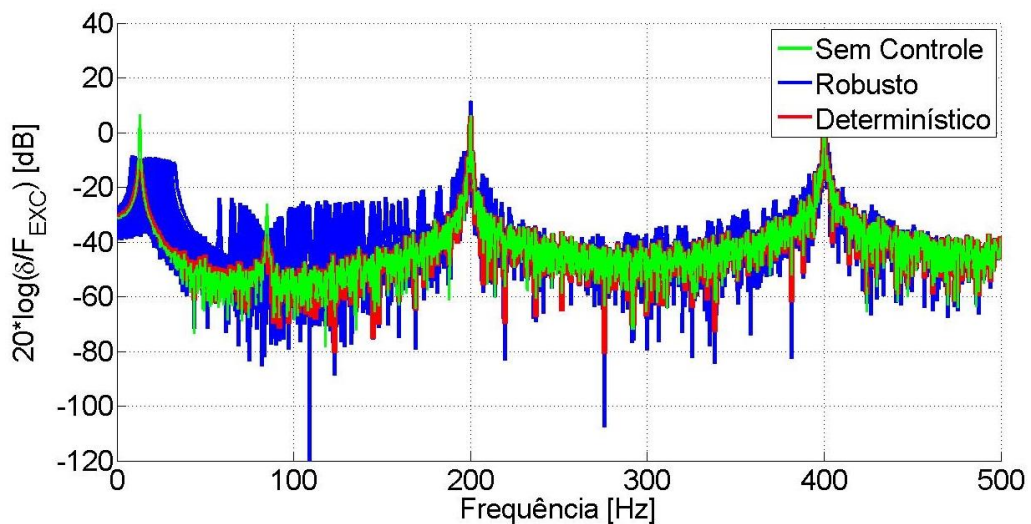


Figura 14 – Função Resposta em Frequência
Fonte: Autoria própria.

Nota-se pela figura 14, a diminuição expressiva dos picos de frequência tanto para o controle robusto quanto para determinístico. Em termos de robustez, o envelope azul mostrado na figura 14, apresentou a atenuação dos dois primeiros modos, sendo o primeiro atenuado cerca de 16.8 [dB] e o segundo modo atenuado cerca de 11.7 [dB]. Os modos mais elevados não apresentaram excedentes com o uso do controle. Vale destacar, pela análise de controlabilidade, o sistema era controlável considerando apenas os dois primeiros modos do sistema.

Com a linearização do atuador eletromagnético, foram analisadas graficamente a corrente utilizada nos atuadores eletromagnéticos, para o estado determinístico e para o controle robusto, sua resposta é mostrada pela figura 15.

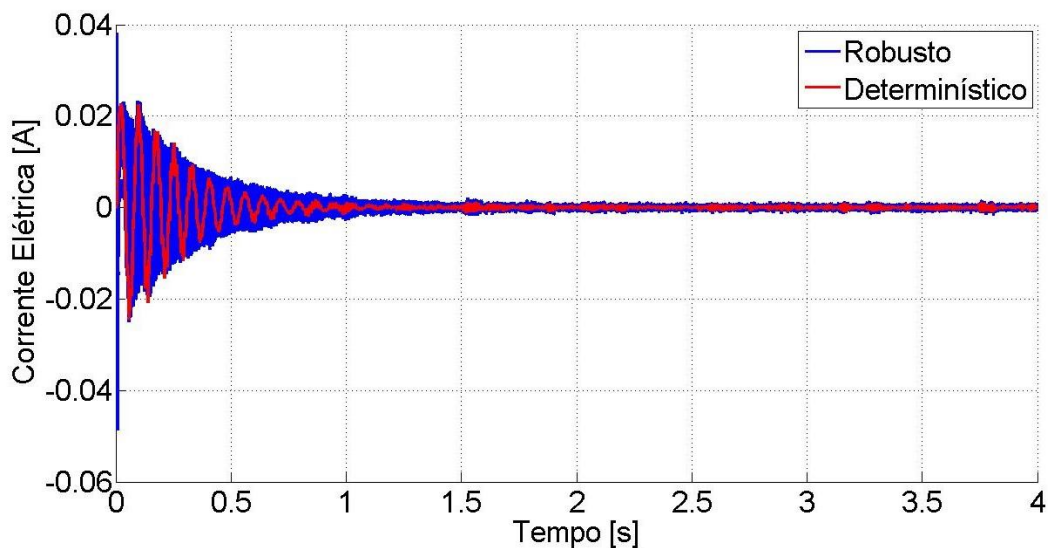


Figura 15 – Corrente elétrica com a aplicação do controle robusto
Fonte: Autoria própria.

De acordo com a figura 15, a corrente elétrica de controle dos atuadores eletromagnéticos acompanha a resposta de deslocamento apresentado pela figura 13, agindo de forma a controlar o sistema. Nota-se em termos de robustez, que o consumo de energia utilizado no controle robusto aumenta nas primeiras oscilações, e logo depois acompanha os picos do estado determinístico, fato mostrado através do envelope azul da figura 15.

Em relação a otimização, foram obtidos os valores otimizados das variáveis de projeto c_1 e c_2 em função da contribuição de W_1 e W_2 , conforme as figuras 16 e 17.

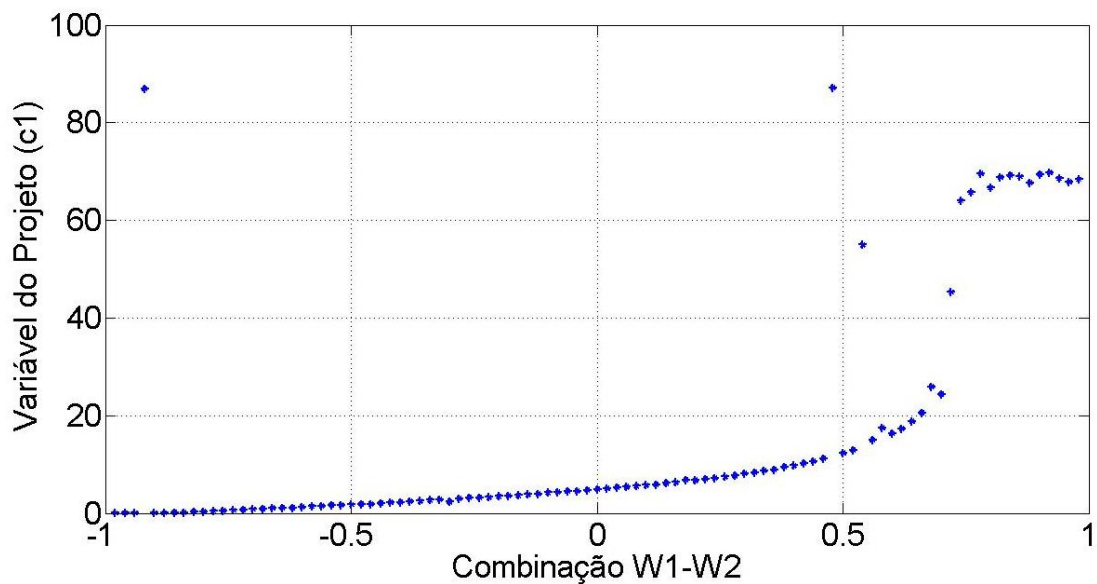


Figura 16 – Variável de Projeto c_1 X Combinação W1-W2
Fonte: Autoria própria.

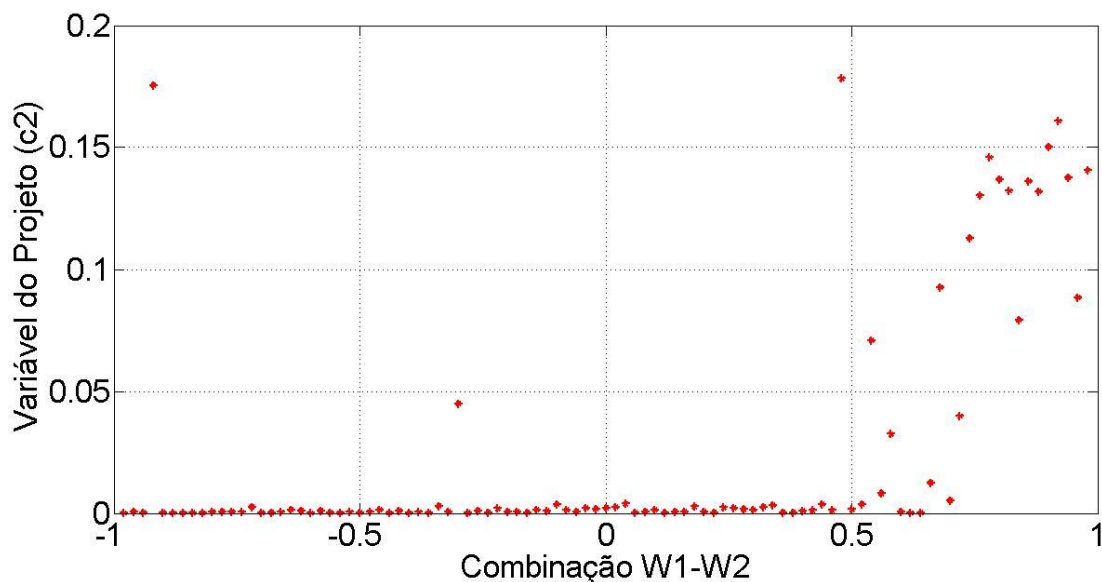


Figura 17 – Variável de Projeto c_2 X Combinação W1-W2
Fonte: Autoria própria.

É possível observar através da figura 16 que o valor da variável de projeto tende a aumentar com o aumento de W_1 , ao mesmo tempo que W_2 diminui, ou seja, observa-se que a variável de projeto c_1 tende a aumentar à medida que aumenta a influência da atenuação da resposta do sistema.

Em relação a figura 17, os valores da variável de projeto c_2 possuem valores próximos a zero, aumentando no intervalo 0.5 a 0.99 da combinação $W_1 - W_2$,

intervalo da combinação em que há maior influência de W_1 , que corresponde a maior influência da atenuação da resposta do sistema.

A relação entre as funções objetivo F_1 e F_2 é observada a partir da figura 18.

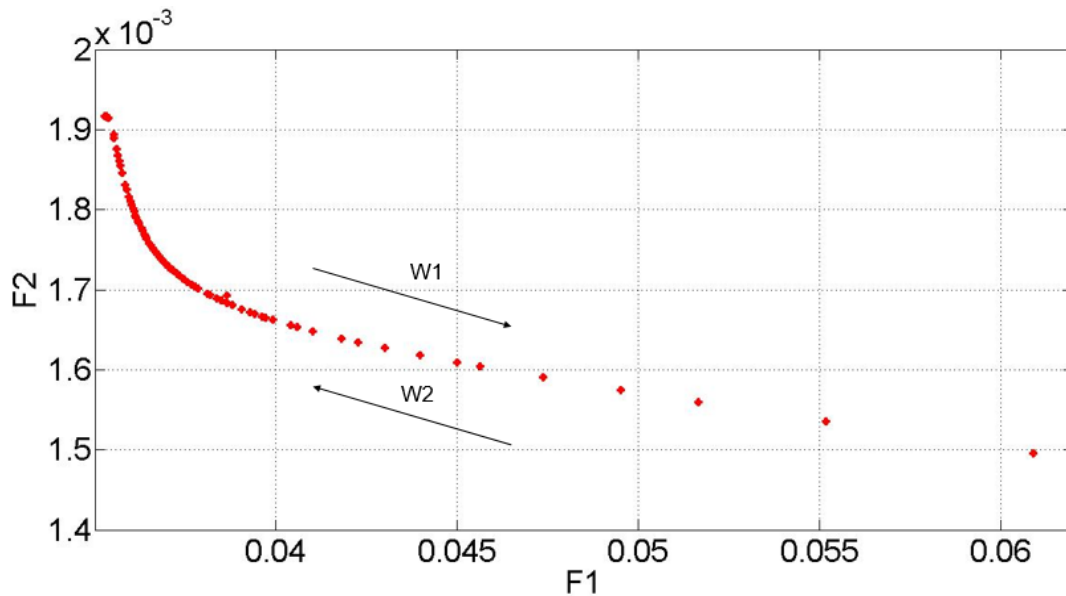


Figura 18 – Comparação F1 X F2
Fonte: Autoria própria.

Analisando o resultado obtido pela Figura 18, observa-se que as funções objetivo F_1 e F_2 seguem caminhos opostos com a variação da combinação de W_1 e W_2 . Este resultado mostra, conforme esperado, que o aumento da diminuição da resposta do sistema por meio do controle ativo de vibrações através da aplicação de atuadores eletromagnéticos, gera um aumento no consumo de energia, fato observado pela resposta da corrente elétrica utilizada pelos atuadores. Diante disto, é preciso encontrar uma boa relação entre W_1 e W_2 , de forma que tenha uma boa atenuação de vibração da viga sem causar consumo excessivo de energia.

As figuras 19, 20 e 21 apresentam a comparação da função global entre os valores das funções objetivo F_1 e F_2 em função da variação de W_1 e W_2 .

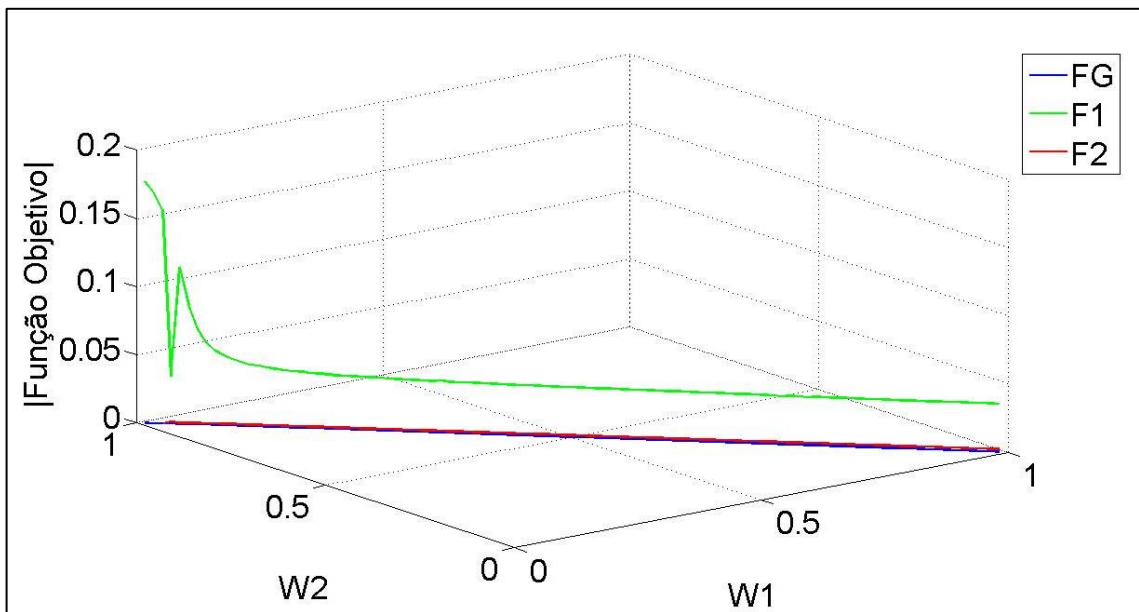


Figura 19 – Comparação da Função Global entre F1 e F2
 Fonte: Autoria própria.

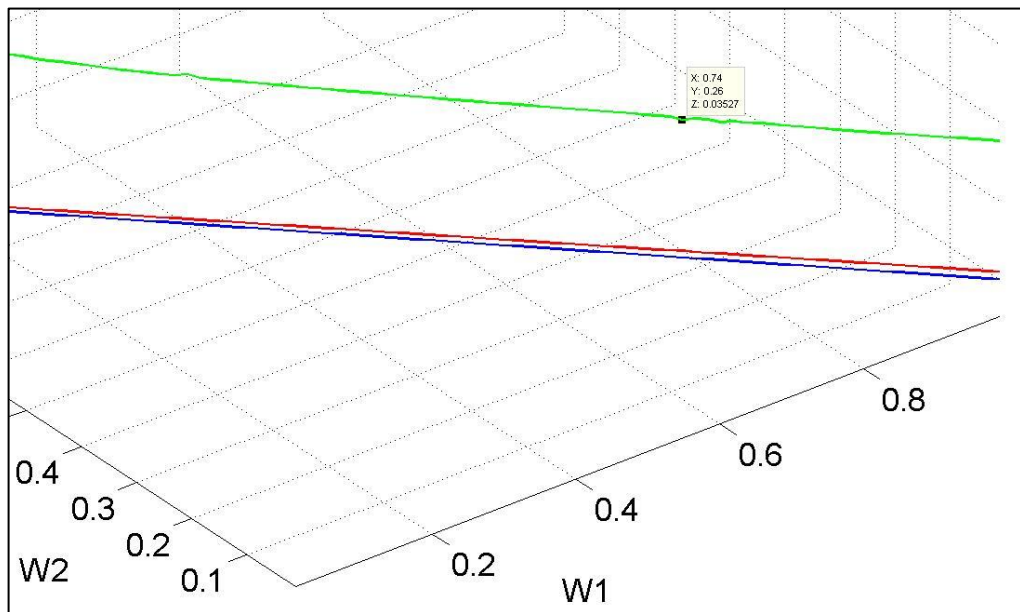


Figura 20 – Imagem aproximada da comparação da Função Global entre F1 e F2.
 Fonte: Autoria própria.

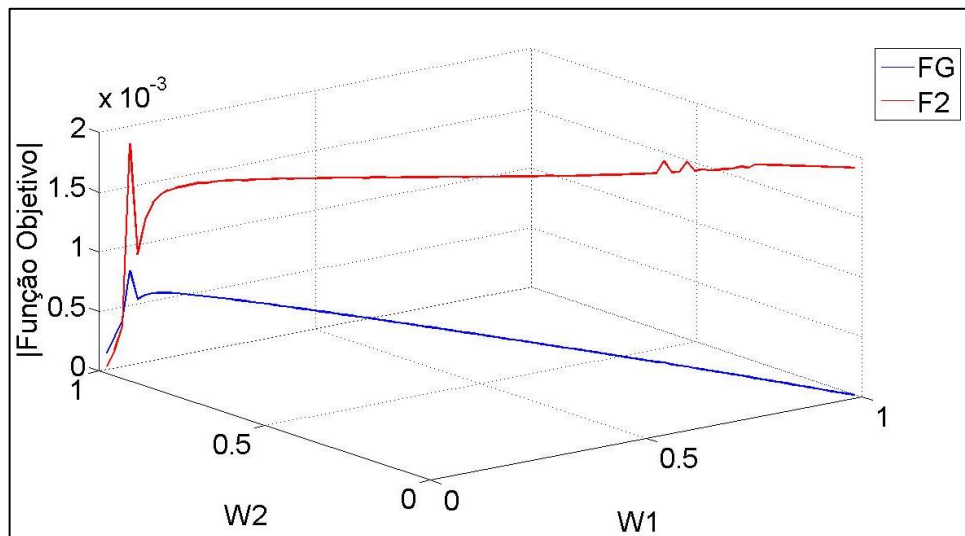


Figura 21 – Imagem aproximada da comparação da Função Global e F2.
Fonte: Autoria própria.

A partir dos resultados obtidos nas figuras 19 a 21, foi observado que a menor diferença entre F_1 e F_2 ocorre para $W_1 = 0.74$ e $W_2 = 0.26$, logo pode-se afirmar que a função objeto F_1 apresenta maior influência sobre a função global.

Para este valores de W_1 e W_2 , as variáveis de projeto c_1 e c_2 são iguais a 87,1522 e 0,1783. A resposta do deslocamento do sistema no domínio do tempo e a corrente elétrica dos atuadores eletromagnéticos utilizando os valores obtidos das variáveis de projeto c_1 e c_2 são apresentados pelas figuras 22 e 23.

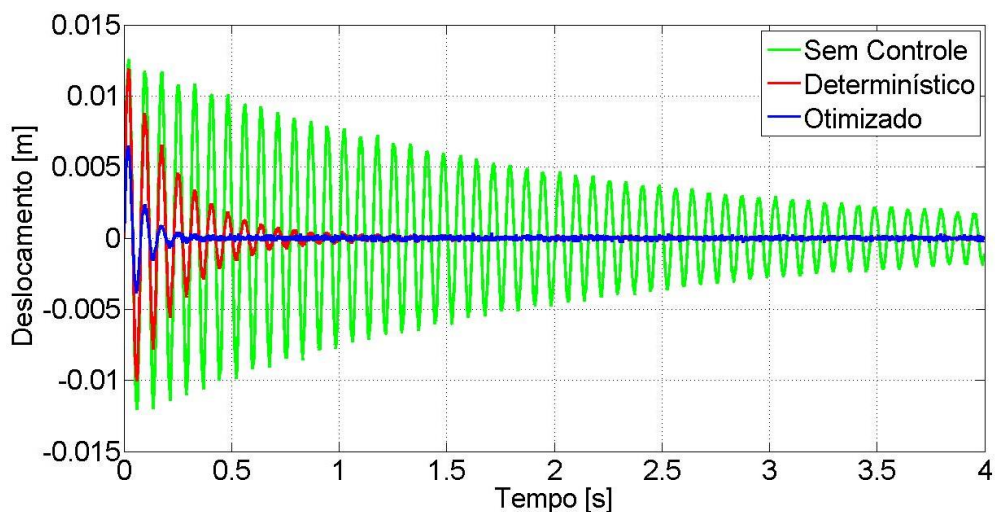


Figura 22 - Resposta do deslocamento em domínio do tempo aplicando otimização
Fonte: Autoria própria.

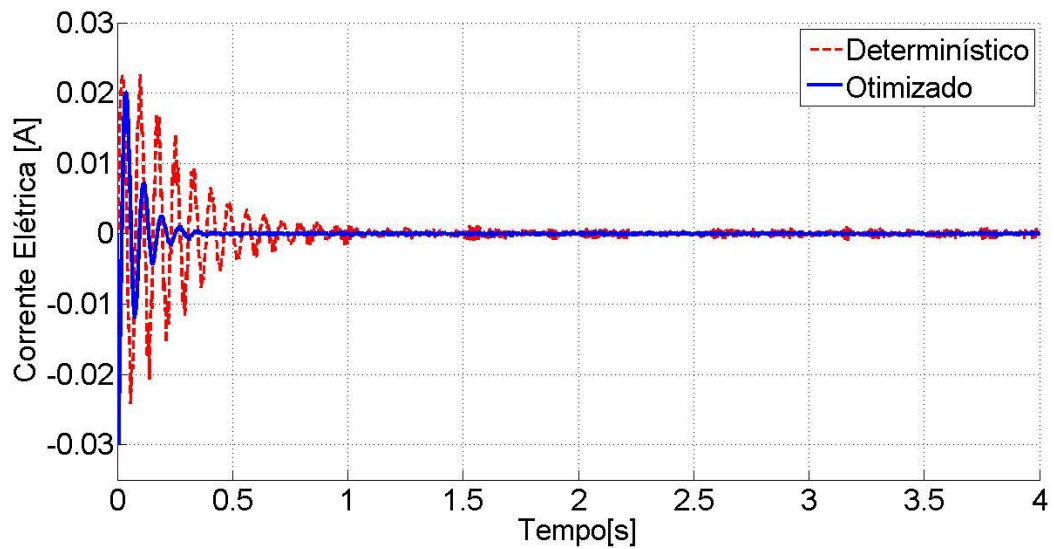


Figura 23 - Corrente elétrica com a aplicação da otimização
Fonte: Autoria própria.

Conforme a figura 22, com a função objetivo F_1 sendo a privilegiada na função global, observa-se que a atenuação de vibração do sistema ocorre mais rápida, atenuando o sistema aproximadamente 0.4 [s]. No caso da figura 23, a primeira oscilação apresenta maior consumo de energia, mas as oscilações seguintes são atenuadas conforme a resposta do deslocamento da figura 22.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo a atenuação de vibrações em uma viga de material compósito utilizando atuadores eletromagnéticos por meio da aplicação do controle robusto. Primeiramente obteve-se resultados por meio da aplicação do controle ótimo, sem a inserção de incertezas, no qual mostrou resultados satisfatórios, e a eficiência do sistema de controle. Posteriormente foram inseridas as devidas incertezas para a obtenção das respostas do controle robusto, que em termos de robustez, atenuou a resposta do sistema com a presença das incertezas, num tempo de 1 [s], mostrando que metodologia envolvendo a teoria de controle robusto foi eficiente para a atenuação da resposta do deslocamento do sistema e ainda os dois primeiros modos foram atenuados cerca de 16.8 [dB] para o primeiro modo, e 11.7 [dB] para o segundo modo.

Em busca de uma relação entre a atenuação de vibração da viga e a força de controle do sistema o trabalho buscou a otimização do sistema utilizando métodos heurísticos de otimização. Através deste método foram inseridos dois parâmetros c_1 e c_2 no qual o primeiro multiplicava o deslocamento modal e o segundo a velocidade modal, ambos utilizados pelo controlador, sendo estes parâmetros as variáveis de projeto. Considerando os dois objetivos, a atenuação de vibração e a força de controle, como as funções objetivo F_1 e F_2 , é utilizada a função de compromisso, na qual representa uma função multiobjectivo, em que é necessário estabelecer os valores dos coeficientes de ponderação W_1 e W_2 , que funcionam como pesos para F_1 e F_2 , respectivamente. Os valores de W_1 e W_2 em que apresentam um menor diferença entre F_1 e F_2 , foram $W_1 = 0.74$ e $W_2 = 0.26$, assim F_1 possui uma maior influência na função global. Tendo F_1 maior influência na função global, a resposta a atenuação de vibração do sistema ocorre mais rápida, atenuando o sistema aproximadamente 0.4 [s].

De modo geral, pode-se concluir que a metodologia proposta e as ferramentas utilizadas, apresentaram resultados satisfatórios, tornando possível sua utilização para melhorar o desempenho de controle ativo de vibrações em vigas de materiais compósitos.

Para trabalhos futuros a construção de uma bancada é importante para comparação de resultados obtidos nas simulações numéricas e de resultados obtidos em uma bancada experimental, para se ter um estudo mais amplo do caso.

REFERÊNCIAS

ASSUNÇÃO, E.; HEMERLY, E. M., **Redução de Modelos de Sistemas Dinâmicos**, Proceedings of the 9º Congresso Brasileiro de Automática, Vol. 1, Vitória, Brasil, 1992.

ASSUNÇÃO, E.; TEIXEIRA, M., **Projeto de Sistema de Controle via LMIs usando o MATLAB**, Escola Brasileira de Aplicações em Dinâmica e Controle - APLICON-USP, São Carlos, Brasil, 2001.

BOYD, S.; BALAKRISHNAN, V.; FERON, E.; EL GHAOUI, L., **Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory**, 1994.

BUENO, D. D., **Controle Ativo de Vibrações e Localização Ótima de Sensores e Atuadores Piezelétricos**, Dissertação de Mestrado, Ilha Solteira, 2007.

CHEE, C.Y.K., **Static Shape Control of Laminated Composite Plate Smart Structure Using Piezoelectric Actuators**, Ph.D. Thesis, University of Sydney, Sydney, Australia, 2000.

CHEE, C.Y.K.; TONG, L.; STEVEN, G., **A Mixed Model for Adaptive Composite Plates with Piezoelectric for Anisotropic Actuation**, *Computers & Structures*, Vol. 77, No. 3, pp. 253-268.

CONCEIÇÃO, S. M.; BUENO, B. N.; CAVALINI JR, A. A.; ABREU, G. L., MELO, G. P.; LOPES JR, V., **Model Reduction Methods for Smart Truss like Structure**, Proceedings of 8th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, Bauru, Brasil, 2009.

DEB, K., **An Efficient Constraint Handling Method for Genetic Algorithms**, *Computational Methods Applications Mechanical Engineering*, v. 18, pp. 311-318, 2000.

EDGAR, T. F.; HIMMELBLAU, D. M.; LASDON, L. S., **Optimization of Chemical Process**, Second edition, New York: McGraw-Hill Chemical Engineering Series, 2001.

ERKUS, B.; LEE, Y.J., **Linear Matrix Inequalities and Matlab LMI Toolbox**, University of Southern California Group Meeting Report, Los Angeles, USA, 2004.

FARIA, A. W., **Modelagem por Elementos Finitos de Placas Compostas Dotadas de Sensores e Atuadores Piezolétricos: Implementação Computacional e Avaliação Numérica**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG, 152 f, 2006.

FURTADO, R. M., **Desenvolvimento de um Atuador Magnético para Excitação sem Contato de Sistemas Rotativos**. Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 113 p, 2008.

JOHNSON, E.A.; ERKUS, B., **Structural Control with Dissipative Camping Devices**, Proceedings of the American Control Conference, Vol. 3, Anchorage, USA, 2002.

KOROISHI, E. H., **Controle de Vibrações em Máquinas Rotativas utilizando Atuadores Eletromagnéticos**, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG, 225f, 2013.

KOROISHI, E. H.; BORGES, A. S.; CAVALINI JR, A. A.; STEFFEN JR, V., **Numerical and Experimental Modal Control of Flexible Rotor Using Electromagnetic Actuator**. *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2014, Article ID 361418, 2014.

KOROISHI, E. H.; LARA-MOLINA, F. A.; FARIA, A. W.; STEFFEN JR, V., **Robust Control Applied to a Composite Laminated Beam**, *J. Aerosp. Technol. Manag.*, São José dos Campos, Vol.7, No 1, pp.70-80, Jan.-Mar., 2015, doi: 10.5028/jatm.v7i1.389, 2015.

KOROISHI, E. H.; STEFFEN JR, V., **Active Vibration Control Using Electromagnetic Actuator: A simple Model Approach**. 10^a Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações, 2011.

LARSONNER, R., **Principal of Active Magnetic Suspension**. In: *Magnetic Bearing Theory, Design, and Application to Rotating Machinery*. Springer, p. 27-67, 2009.

LOBATO, F. S., **Otimização Multi-Objetivo para o Projeto de Sistemas de Engenharia**, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 354p, 2008.

MEIROVITCH, L., **Dynamics and Control of Structures**. Blacksburg, Department of Engeneering Science and Mechanics, 193 p, 1990.

MORAIS, T. S., **Contribuição ao Estudo de Máquinas Rotativas contendo não Linearidades**, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2010.

OGATA, K., **Engenharia de Controle Moderno**, Prentice-Hall do Brasil, São Paulo, Brasil, 788p, 2003.

OLIVEIRA M. V. F.; ROCHA L. A. A.; KOROSHI, E. H. STEFFEN V. Jr, **Otimização de Parâmetros Aplicados no Controle de Vibrações de Rotores Flexíveis Utilizando Técnicas Heurísticas**. VIII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Uberlândia, p. 1-10, 2014.

PUCCI JUNIOR, S. A.; SILVA, C. A. X.; COLOMBO, D. A.; LARA-MOLINA, F. A.; KOROISHI, E. H., **Otimização de Parâmetros Aplicados no Controle de Vibrações de Rotores Flexíveis**. Boletim Técnico da Faculdade de Tecnologia de São Paulo, v. Unico, p. 93-93, 2016.

REDDY, J.N., **Mechanics of Laminated Composite Plates: Theory and Analysis**, Second Edition, CRC Press, London, UK, 1997.

SILVA, C. A. X.; KOROISHI, E. H., **Atenuação de Vibrações em Estruturas Flexíveis Utilizando Atuadores Eletromagnéticos**. In: XXI Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica da UTFPR - SICITE 2016, 2016, Francisco Beltrão. XXI Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica da UTFPR - SICITE 2016, 2016.

SILVA, C. A. X.; COLOMBO, D. A.; KOROISHI, E. H., **Controle Robusto Aplicado em uma Estrutura Compósita Inteligente visando Atenuação De Vibrações**. In: Simpósio Paranaense de Engenharia Mecânica, 2016, Cornélio Procópio. Anais do Simpósio Paranaense de Engenharia Mecânica, v. 2. p. 29-30, 2016.

SILVA, C. A. X.; COLOMBO, D. A.; LARA-MOLINA, F. A.; KOROISHI, E. H., **Controle Ativo de Vibrações Aplicado em uma Estrutura Compósita Inteligente**. Boletim Técnico da Faculdade de Tecnologia de São Paulo, v. Unico, p. 76-76, 2016.

SILVA, C. A. X.; COLOMBO, D. A.; LARA-MOLINA, F. A.; KOROISHI, E. H., **Controle Ótimo Aplicado para Atenuação de Vibrações em um Sistema Mecânico**. Boletim Técnico da Faculdade de Tecnologia de São Paulo, v. 40, p. 72, 2015.

SILVA, C. A. X.; COLOMBO, D. A.; LARA-MOLINA, F. A.; KOROISHI, E. H., **Active Vibration Control Applying Hinfinitiy Norm in a Composite Laminated Beam**. 23rd

ISPE international conference on transdisciplinary engineering (TE2016), 2016, Curitiba. Transdisciplinary Engineering: Crossing Boundaries. Washington: IOS Press, v. 4. p. 461-470, 2016.

SILVA, C. A. X.; COLOMBO, D. A.; KOROISHI, E. H.; LARA-MOLINA, F. A.; FARIA, A. W., **Técnicas de Controle Moderno Aplicadas à Vigas de Materiais Compósitos**. Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 2016, Fortaleza. Anais do IX Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, v. Único, 2016.

SILVA, C. A. X.; COLOMBO, D. A.; KOROISHI, E. H.; LARA-MOLINA, F. A.; TAKETA, E., **Comparative study of the active vibration control using LQR and H-infinity norm in a beam of composite material**. 12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON), 2016, Curitiba. 2016 12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON). p. 1, 2016.

SILVA, S.; LOPES JR, V.; ASSUNÇÃO, E., **Robust Control to Parametric Uncertainties in Smart Structures Using Linear Matrix Inequalities**, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Vol. 26, No. 4, pp. 430-437, 2004.

SIMÕES, R. C., **Controle Modal Ótimo de um Rotor Flexível Utilizando Atuadores Piezelétricos do Tipo Pilha**, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 133p, 2006.

VAN ANTWERP, J.G.; BRAATZ, R.D., **A Tutorial on Linear and Bilinear Matrix Inequalities**, Journal of Process Control, Vol. 10, No. 4, pp. 363-385, 2000.

VANDERPLAATS, G. N., **Numerical Optimization Techniques for Engineering Design**, Third edition, USA: VR D INC. Colorado Springs, 1999.

WELCH, G.; BISHOP, G., **An Introduction to Kalman Filter**, Technical Report, University of North Carolina, Chapel Hill, USA, 1995.

ZHOU, K., DOYLE, J. C., **Essentials of Robust Control**, Prentice Hall, 1998.