

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

FLÁVIA DA SILVA CARDOSO

**ESTUDO NUMÉRICO DO REFORÇO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E  
CONCRETO COM POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRA DE  
CARBONO**

CAMPO MOURÃO

2017

FLÁVIA DA SILVA CARDOSO

**ESTUDO NUMÉRICO DO REFORÇO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E  
CONCRETO COM POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRA DE  
CARBONO**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado à Disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso Superior em Engenharia Civil do Departamento Acadêmico de Construção Civil – DACOC - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, para obtenção do título de bacharel em engenharia civil.

Orientador: Prof. Dr. Ronaldo Rigobello

CAMPO MOURÃO

2017



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Câmpus Campo Mourão  
Diretoria de Graduação e Educação Profissional  
Departamento Acadêmico de Construção Civil  
Coordenação de Engenharia Civil



---

## TERMO DE APROVAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso

**ESTUDO NUMÉRICO DO REFORÇO DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM  
POLÍMEROS REFORÇADOS COM FIBRA DE CARBONO**

por

**Flávia da Silva Cardoso**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 15h50min do dia 22 de novembro de 2017 como requisito parcial para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL, pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

**Prof. Me. Angelo Giovanni Bonfim  
Corelhano**  
(UTFPR)

**Prof. Me. Douglas Fukunaga Surco**  
(UTFPR)

**Prof. Dr. Ronaldo Rigobello**  
(UTFPR)  
**Orientador**

Responsável pelo TCC: **Prof. Me. Valdomiro Lubachevski Kurta**

Coordenador do Curso de Engenharia Civil: **Prof. Dr. Ronaldo Rigobello**

*A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.*

## AGRADECIMENTOS

Ao fim desta etapa, agradeço aqueles que contribuíram direta ou indiretamente não só para a realização deste trabalho, mas também para minha formação como profissional e ser humano.

Primeiramente, agradeço a Deus por ter me guiado durante todos esses anos e pelas oportunidades que me foram dadas.

Aos meus pais, Teresa Ribeiro da Silva Cardoso e Alceu Antonio Cardoso, razões da minha existência. Obrigado pelo total apoio e incentivo, por serem exemplo e exatamente do jeitinho que são. Se hoje estou aqui é por vocês.

Ao professor Ronaldo Rigobello, orientador deste trabalho, pelo incentivo, oportunidade de aprendizado, confiança depositada e paciência.

Ao meu irmão, Matheus da Silva Cardoso, por ser meu maior exemplo e amigo desde que nasci. Espero que tenha tanto orgulho de mim como tenho de você.

À Thamiris Maria Sangali e Livia Castanha Terra, por estarem há tanto tempo comigo, mesmo quando estamos distantes uma das outras. Vocês são minhas irmãs de coração e amigas para toda a vida.

Ao Éverton Souza Ramos, Gabriel Henrique Silveira Parizoto, Laíse Renovato da Silva, Luiz Gustavo Valério Bonfim e Túlio Lazaneo Zirnberger, pela amizade, parceria e conhecimento compartilhado durante o curso. Levo comigo o que cada um de vocês tem de melhor. Espero, também, ter deixado com vocês o melhor de mim.

Ao Fellipe Reina de Lima, com quem partilho minha vida, por me fazer sorrir e entender minha ausência para me dedicar aos estudos e a realização deste trabalho.

A toda minha família que vibra minhas conquistas e aceita meus fracassos.

A todos os professores da Universidade Tecnológica Federal do Paraná que fizeram parte da minha graduação, pela acolhida e pelo aprendizado compartilhado.

Estendo meus agradecimentos a todos aqueles que, apesar de não terem seus nomes mencionados, contribuíram direta ou indiretamente para a conclusão deste ciclo e minha formação acadêmica.

## RESUMO

CARDOSO, Flávia da Silva. **Estudo numérico do reforço de vigas mistas de aço e concreto com polímeros reforçados com fibra de carbono**. 2017. 80f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2017.

Com o crescente destaque das estruturas de aço e mistas de aço e concreto no Brasil, é evidente que haverá a necessidade de reforçar um número cada vez maior dessas estruturas, com o objetivo de garantir a durabilidade e o desempenho das edificações. Atualmente, tal reforço conta com dois métodos: o convencional, que envolve o corte e substituição de chapas de aço ou a adição de chapas externas aos perfis de aço, e o reforço com polímeros reforçados com fibra (PRF), o qual ainda é um tema pouco explorado no Brasil. Nesse campo, o presente trabalho visa estudar o comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto reforçadas com polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC), através do desenvolvimento de modelos numéricos e do estudo de um modelo analítico proposto na referência. Os modelos numéricos desenvolvidos tiveram como base referências disponíveis na literatura e foram ajustados para simular vigas estudadas experimental e analiticamente em outros trabalhos. Foram modeladas vigas de aço com perfil I agindo juntamente com uma laje de concreto, considerando vigas mistas não reforçadas e vigas mistas reforçadas com PRFC na superfície inferior da mesa tracionada do perfil de aço. Todas as vigas foram submetidas a um sistema de carregamento de quatro pontos. Para simular as vigas foi utilizado o programa ANSYS, que tem como base o método dos elementos finitos, para uma modelagem tridimensional e uma análise estrutural estática e não-linear física. Para o estudo do modelo analítico, desenvolveu-se uma planilha para automatização do cálculo. Os resultados obtidos pela simulação numérica consistem de deslocamento no meio do vão das vigas em função da força aplicada, bem como resultados de carregamento último obtidos para os modelos analisados. Tais resultados se mostraram satisfatórios e permitem validar os modelos numéricos desenvolvidos através da comparação com os resultados experimentais das referências. Os resultados obtidos para o momento resistente das vigas mistas pelo estudo do modelo analítico foram confrontados com aqueles fornecidos pela

referência. O modelo analítico estudado se mostrou confiável para o cálculo do momento resistente de vigas mistas de aço e concreto reforçadas com PRFC.

**Palavras-chave:** Vigas Mistas de Aço e Concreto. Polímeros Reforçados com Fibra de Carbono. Modelagem numérica.

## ABSTRACT

CARDOSO, Flávia da Silva. **Numerical study of the strengthening of steel-concrete composite beams with carbon fiber reinforced polymers.** 2017. 80f. Final Dissertation (Graduation) – Bachelor's Degree in Civil Engineering, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2017.

With the crescent emphasis of steel and steel-concrete composite structures in Brazil, it's evident that there will be a need to reinforce a crescent number of these structures, with the objective of ensure the durability and performance of buildings. Currently, the strengthening has two methods: the conventional one, which involves the cutting and replacement of steel plates or the addition of external plates to the steel profiles, and strengthening with fiber reinforced polymers (FRP), which still is a theme rarely explored in Brazil. In this field, the present work aims to study the structural behavior of steel-concrete composite beams strengthened with carbon fiber reinforced polymers (CFRP), through the development of numerical models and the study of an analytical model proposed in the reference. The numerical models developed were based on references available in the literature and were adjusted to simulate the beams studied experimentally and analytically in other works. Steel I-sections beams were modeled together with a concrete slab, considering situations of un-strengthened and strengthened beams with CFRP on the lower surface of the tension flange of the steel profile. All beams were subjected to a four-point loading system. To simulate the beams, the ANSYS software was used, which is based on the finite element method, for three-dimensional modelling and static and non-linear physical structural analysis. For the study of the analytical model, a spreadsheet for calculation automation was developed. The results obtained by the numerical simulation consist of displacement in the middle of the beams spans versus applied force, as well as the ultimate vertical load results obtained for the models analyzed. These results were satisfactory and allowed to validate the numerical models developed through the comparison with the experimental results of the references. The results obtained for the resistant moment of the composite beams by the study of analytical model were compared with those provided by the reference. The analytical model studied proved to be reliable for the calculation of the resistant moment of steel-concrete composite beams strengthened with CFRP.

**Keywords:** Steel-Concrete Composite Beams. Carbon Fiber Reinforced Polymers.  
Numerical Modelling.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Alguns dos tipos mais usuais de vigas mistas .....	6
Figura 2 – Interação aço-concreto no comportamento de vigas mistas .....	8
Figura 3 - Distribuição de tensões na laje .....	9
Figura 4 – Distâncias simplificadas entre os pontos de momento nulo em uma viga contínua ou semicontínua .....	10
Figura 5 – Tipos usuais de conectores.....	12
Figura 6 – Classificação dos conectores e suas curvas características .....	13
Figura 7 – Componente para o reforço com PRFC: a) laminado de PRFC, b) manta, c) adesivo .....	16
Figura 8 – Método de teste da ligação entre PRF e aço - tipo 1: quando o carregamento está diretamente aplicado no PRF .....	19
Figura 9 – Método de teste da ligação entre PRF e aço - tipo 2: quando o carregamento está diretamente aplicado no elemento de aço com uma lacuna entre as chapas de aço .....	20
Figura 10 – Vista esquemática dos modos de falha .....	22
Figura 11 – Flambagem da alma de uma viga mista de aço e concreto sem reforço	24
Figura 12 – Falha de flexão no plano de uma viga mista de aço e concreto reforçada com PRF por ruptura do PRF .....	24
Figura 13 - Forças internas para o caso em que a linha neutra plástica está dentro da laje de concreto para vigas mistas de aço e concreto reforçadas com PRFC.....	27
Figura 14 - Forças internas para o caso em que linha neutra plástica está na viga de aço para vigas mistas de aço e concreto reforçadas com PRFC .....	28
Figura 15 – Geometria do elemento solid65 .....	33
Figura 16 – Geometria do elemento shell181 .....	33
Figura 17 – Geometria do elemento beam189 .....	34
Figura 18 – Geometria dos elementos conta173 e targe170 .....	35
Figura 19 – Grupos de elementos finitos: (a) laje de concreto, (b) perfil de aço, (c) PRFC, (d) conectores de cisalhamento e (e) par de contato.....	35
Figura 20 – Conector de cisalhamento discretizado: (a) representação unifilar e (b) representação com seção transversal.....	36

Figura 21 – Discretização da laje de concreto e perfil de aço: (a) sentido longitudinal (eixo x) e (b) sentido transversal (eixo y) .....	37
Figura 22 – Acoplamento entre grupos de elementos.....	39
Figura 23 – Graus de liberdade restringidos pela condição de simetria .....	39
Figura 24 – (a) Condição de simetria, e (b) vinculação no apoio .....	40
Figura 25 – Modelo numérico com carregamento .....	41
Figura 26 – Modelo constitutivo adotado para o aço do perfil .....	42
Figura 27 – Modelo Constitutivo adotado para o aço dos conectores.....	42
Figura 28 – Modelo constitutivo adotado para o aço da armadura.....	43
Figura 29 – Modelo constitutivo adotado para o concreto .....	44
Figura 30 – Dimensões da viga mista sem reforço: (a) seção transversal e (b) elevação .....	49
Figura 31 – Seção transversal da viga mista simulada .....	50
Figura 32 – Gráfico Força x Deslocamento correspondente a viga B-C (sem reforço) .....	52
Figura 33 - Gráfico Força x Deslocamento correspondente a viga BS-2 (2 camadas de PRFC) .....	53
Figura 34 - Gráfico Força x Deslocamento correspondente a viga BS-3 (3 camadas de PRFC) .....	53
Figura 35 – Gráfico Força x Deslocamento correspondente a viga BS-4 (4 camadas de PRFC) .....	54
Figura 36 - Gráfico Força x Deslocamento correspondente a viga G1 (sem reforço) .....	56
Figura 37 - Gráfico Força x Deslocamento correspondente as vigas G2 e G3 .....	56

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores típicos das propriedades mecânicas dos adesivos .....	17
Tabela 2 – Peso específico dos materiais .....	41
Tabela 3 – Propriedades mecânicas do concreto .....	45
Tabela 4 – Propriedades mecânicas do aço .....	45
Tabela 5 – Propriedades mecânicas do PRFC .....	45
Tabela 6 – Propriedades mecânicas do concreto .....	46
Tabela 7 – Propriedades mecânicas do aço .....	46
Tabela 8 – Propriedades mecânicas do PRFC .....	46
Tabela 9 – Denominação das vigas mistas .....	48
Tabela 10 – Denominação das vigas mistas e configurações do reforço de PRFC ..	50
Tabela 11 – Carregamentos de colapso experimental e numérico .....	54
Tabela 12 – Carregamentos de colapso experimental e numérico .....	57
Tabela 13 – Momentos resistentes calculados pelo modelo analítico e pela carga de colapso (experimental) .....	58

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LNP	Linha Neutra Plástica
PRF	Polímeros Reforçados com Fibra
PRFC	Polímeros Reforçados com Fibra de Carbono
PRFV	Polímeros Reforçados com Fibra de Vidro
Prop.	Propriedades

## LISTA DE SÍMBOLOS

$b_{ef}$	Largura efetiva da laje de concreto
$\sigma_{m\acute{a}x}$	Tensão máxima na laje de concreto
$h$	Altura da alma do perfil de aço I
$t_w$	Espessura da alma do perfil de aço I
$E_s$	Módulo de elasticidade do aço
$f_y$	Tensão de escoamento do aço
$h_p$	Duas vezes a altura da parte comprimida da alma do perfil de aço I
$b_f$	Largura da mesa do perfil de aço I
$t_f$	Espessura da mesa do perfil de aço I
$q$	Força do conector
$\delta$	Deslizamento relativo aço-concreto
$Q_{Rd}$	Força resistente de cálculo do conector
$A_{cs}$	Área da seção transversal do conector
$f_{ck}$	Resistência à compressão característica do concreto
$E_c$	Módulo de elasticidade secante do concreto
$\gamma_{cs}$	Coefficiente de ponderação da resistência do conector
$R_g$	Coefficiente para consideração do efeito de atuação de grupos de conectores
$R_p$	Coefficiente para consideração da posição do conector
$f_{ucs}$	Resistência à ruptura do aço do conector
$t_{fcs}$	Espessura da mesa do conector
$t_{wcs}$	Espessura da alma do conector
$L_{cs}$	Comprimento do perfil U
$T_g$	Temperatura de transição vítrea
$C$	Força de compressão total
$C_c$	Força de compressão fornecida pela laje de concreto
$C_r$	Força de compressão fornecida pelas armaduras da laje de concreto
$T$	Força de tração total
$T_s$	Força de tração fornecida pela viga de aço

$T_f$	Força de tração fornecida pelo reforço de PRFC
$\phi_c$	Fator de resistência para o concreto
$\alpha_1$	Relação da tensão média no bloco retangular de compressão para a resistência característica do concreto
$b_e$	Largura efetiva da laje de concreto
$t_s$	Espessura da laje de concreto
$f'_c$	Resistência à compressão característica do concreto
$\phi_r$	Fator de resistência para armadura de aço em construções mistas
$A_r$	Área total de armadura dentro da largura efetiva da laje de concreto
$f_y$	Resistência ao escoamento característica do aço da armadura
$\phi_s$	Fator de resistência para a seção de aço
$A_s$	Área da seção transversal da viga de aço
$F_y$	Resistência ao escoamento característica da viga de aço
$\phi_f$	Fator de resistência para o reforço de PRFC
$A_f$	Área total da seção transversal da matriz de PRFC
$E_f$	Módulo de elasticidade do PRFC
$\epsilon_f$	Deformação última do PRFC
$a$	Profundidade do bloco de tensão retangular equivalente
$c$	Profundidade da LNP
$M_r$	Momento resistente para vigas mistas reforçadas com PRFC
$e_c$	Distância entre o centroide da viga de aço e a linha de aplicação da força de compressão do concreto
$C_{rt}$	Força de compressão fornecida pelas armaduras superiores
$e_{rt}$	Distância entre o centroide da viga de aço e o centroide das armaduras superiores
$e_f$	Distância entre o centroide da viga de aço e o centroide da matriz de PRFC
$T_{rb}$	Força de tração fornecida pelas armaduras inferiores
$C_{rb}$	Força de compressão fornecida pelas armaduras inferiores
$e_{rb}$	Distância entre o centroide da viga de aço e o centroide das armaduras inferiores

$C_{sf}$	Força de compressão fornecida pela parte comprimida da mesa superior da viga de aço
$T_{sr}$	Força de tração fornecida pela parte tracionada da viga de aço
$C_{sw}$	Força de compressão fornecida por uma parte da alma da viga de aço
$e_{sf}$	Distância entre o centroide da porção da viga de aço sob tração e linha de aplicação da força de compressão fornecida pela mesa superior
$e_{sw}$	Distância entre o centroide da porção da viga de aço sob tração e a linha de aplicação da força de compressão fornecida pela porção comprimida da alma;
$\epsilon_y$	Deformação elástica do aço do perfil
$\epsilon_h$	Deformação de início de encruamento do aço do perfil
$f_u$	Tensão de ruptura do aço do perfil
$\sigma$	Tensão
$f_{cm}$	Valor médio de resistência à compressão do concreto para corpo de prova cilíndrico
$\epsilon_{c1}$	Deformação correspondente à tensão máxima de compressão do concreto
$\epsilon_{cu1}$	Deformação última à compressão do concreto
$E_{cm}$	Módulo de elasticidade secante do concreto
$\Phi$	Diâmetro
$\Delta$	Variação

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>3</b>
<b>2 OBJETIVOS</b> .....	<b>4</b>
<b>2.1 Objetivo Geral</b> .....	<b>4</b>
<b>2.2 Objetivos Específicos</b> .....	<b>4</b>
<b>3 JUSTIFICATIVA</b> .....	<b>5</b>
<b>4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>6</b>
<b>4.1 Vigas Mistas</b> .....	<b>6</b>
4.1.1 Comportamento estrutural.....	7
4.1.2 Largura Efetiva .....	8
4.1.3 Dimensionamento de vigas mistas.....	10
4.1.4 Conectores de cisalhamento .....	11
<b>4.2 Estruturas Metálicas Reforçadas com PRF</b> .....	<b>14</b>
4.2.1 Propriedades do PRF .....	15
4.2.2 Comportamento da ligação entre o PRF e o metal .....	18
<b>4.3 Reforço de Flexão de Vigas Mistas de Aço e Concreto com Laminados de PRF</b> .....	<b>22</b>
4.3.1 Modos de falha.....	23
4.3.2 Modelo analítico para cálculo do momento resistente segundo Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016) .....	25
<b>4.4 Estudo de Kotinda (2006)</b> .....	<b>30</b>
<b>5 ASPECTOS DA MODELAGEM NUMÉRICA</b> .....	<b>32</b>
<b>5.1 Elementos Finitos Utilizados</b> .....	<b>32</b>
5.1.1 Elemento <i>solid65</i> .....	32
5.1.2 Elemento <i>shell181</i> .....	33
5.1.3 Elemento <i>beam189</i> .....	34
5.1.4 Elementos <i>conta173</i> e <i>targe170</i> .....	34
<b>5.2 Definição da Malha dos Elementos Finitos</b> .....	<b>35</b>
5.2.1 Discretização dos conectores.....	36
5.2.2 Discretização da laje de concreto.....	37
5.2.3 Discretização do perfil de aço .....	38
5.2.4 Discretização do PRFC .....	38
<b>5.3 Acoplamentos e Vinculações</b> .....	<b>38</b>



<b>5.4 Considerações sobre a Aplicação do Carregamento.....</b>	<b>40</b>
<b>5.5 Relações Constitutivas Utilizadas .....</b>	<b>41</b>
5.5.1 Aço do perfil .....	41
5.5.2 Aço dos conectores .....	42
5.5.3 Aço da armadura .....	43
5.5.4 Concreto .....	43
5.5.5 PRFC.....	45
<b>5.6 Propriedades Mecânicas dos Materiais Utilizadas .....</b>	<b>45</b>
<b>5.7 Aspectos da Análise Não Linear .....</b>	<b>46</b>
<b>6 MODELOS NUMÉRICOS DESENVOLVIDOS.....</b>	<b>48</b>
<b>6.1 Descrição das Vigas Mistas do Estudo de Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016).....</b>	<b>48</b>
<b>6.2 Descrição das Vigas Mistas do Estudo de Fam, Macdougall e Shaat (2009) .....</b>	<b>49</b>
<b>6.3 Aspectos da análise com o modelo analítico de Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016) .....</b>	<b>51</b>
<b>7 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>52</b>
<b>7.1 Simulação das Vigas Mistas do Estudo de Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016).....</b>	<b>52</b>
<b>7.2 Simulação das Vigas Mistas do Estudo de Fam, Macdougall e Shaat (2009) .....</b>	<b>55</b>
<b>7.3 Resultados obtidos com o modelo analítico de Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016) .....</b>	<b>58</b>
<b>8 CONCLUSÃO .....</b>	<b>59</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>61</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>63</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A recuperação de estruturas mistas de aço e concreto tem por objeto restaurar a capacidade portante da estrutura ou elemento estrutural, enquanto o reforço, em geral, tem por objetivo o aumento da capacidade portante da estrutura ou elemento para uma nova finalidade de utilização ou corrigir a resistência em função de algum erro (projeto/execução). São passíveis de recuperação ou reforço estruturas que estão deterioradas e envelhecidas, que podem ser estruturas de infraestrutura rodoviária e ferroviária, de mineração, de transporte, de edifícios, entre outros. Os métodos para reforço ou recuperação de estruturas de aço compreendem o método convencional e o método de reforço com polímeros reforçados com fibra.

O método convencional de recuperação ou reforço consiste em anexar chapas de aço externas ao elemento estrutural ou substituição de chapas constituintes do elemento e/ou estrutura por outra adequada para a finalidade em questão. Entre suas desvantagens estão o elevado peso dessas chapas e a necessidade de equipamentos adequados para posicionar as chapas, além da baixa durabilidade, principalmente devido a corrosão, quando não é realizada a proteção adequada. Dessa forma, existe a necessidade de desenvolvimento de sistemas de recuperação ou reforço durável e com um bom custo-benefício, além de leves, surgindo assim a aplicação dos materiais de polímeros reforçados com fibra (PRF).

Os PRF já vêm sendo muito utilizados para o reforço de estruturas de concreto e o sucesso dessa técnica fez com que pesquisadores investigassem seu uso em estruturas metálicas e mistas. Eles podem ser utilizados em pontes, edifícios, oleodutos, plataformas marítimas, entre outros, aumentando a capacidade de carga dessas estruturas e fornecendo capacidades adicionais de resistência à flexão e força cortante. Além disso, os PRF ainda podem reparar danos devido à fadiga. Segundo Zhao (2014), a primeira aplicação do PRF em estruturas metálicas foi em 1999, na Ponte Tickford no Reino Unido.

Atualmente, o reforço de estruturas mistas de aço e concreto com polímeros reforçados com fibra (PRF) é, ainda, um tema pouco explorado no Brasil. Assim, visando contribuir com esse tema, o presente trabalho consiste principalmente em desenvolver modelos numéricos para esse tipo de reforço em vigas mistas de aço e concreto.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 Objetivo Geral

Estudar numericamente o desempenho de vigas mistas de aço e concreto reforçadas com PRFC (Polímeros reforçados com fibra de carbono).

### 2.2 Objetivos Específicos

- a) Identificar e estudar as variáveis que influenciam o comportamento do reforço de vigas mistas de aço e concreto;
- b) Identificar os principais modos de falha das vigas mistas com a utilização de polímeros reforçados com fibra;
- c) Elaborar modelos numéricos que permitam simular adequadamente o comportamento de vigas mistas de aço e concreto reforçadas com PRFC no *software* ANSYS (*Student Version*);
- d) Validar os modelos numéricos através da comparação entre os resultados obtidos pela simulação numérica e os resultados experimentais disponíveis na literatura.

### 3 JUSTIFICATIVA

No Brasil, a utilização de estruturas mistas de aço e concreto em obras civis como, por exemplo, na construção de pontes, shoppings, edifícios e hospitais, vem ganhando destaque nos últimos anos. Isso se deve, principalmente, porque o sistema misto permite a rapidez, a versatilidade e uma melhor racionalização dos processos construtivos, diminuindo, assim, os desperdícios que tanto ocorrem em obras. Como todo sistema estrutural, este também poderá estar sujeito a falhas de manutenção, projetos e execução, que afetam a durabilidade, e também aos fatores ambientais. Assim, com o passar do tempo haverá uma estrutura deteriorada e envelhecida. Conseqüentemente, será necessário que um reparo ou reforço seja executado para que sejam mantidos o desempenho e a durabilidade da estrutura. Nesse contexto, tem-se o reforço de estruturas mistas de aço e concreto com polímeros reforçados com fibras (PRF), o qual é um tema ainda pouco explorado no Brasil.

Trazer para o centro das discussões o dimensionamento de vigas mistas reforçadas com PRFC e mostrar como ele pode vir a ser feito, pode contribuir para um melhor entendimento por parte do meio técnico e assim ampliar a utilização de PRFC no reforço de vigas mistas de aço e concreto. Com base na literatura, pode-se verificar que o PRF garante à viga mista um maior momento resistente e ductilidade e, dessa forma, apresenta-se com um interessante material a ser utilizado no reforço em comparação ao método convencional. Por outro lado, a ausência de discussões e pesquisas sobre esse tema o manteria na mesma realidade, sendo pouco explorado e utilizado no Brasil, e o método convencional de reforço continuaria prevalecendo.

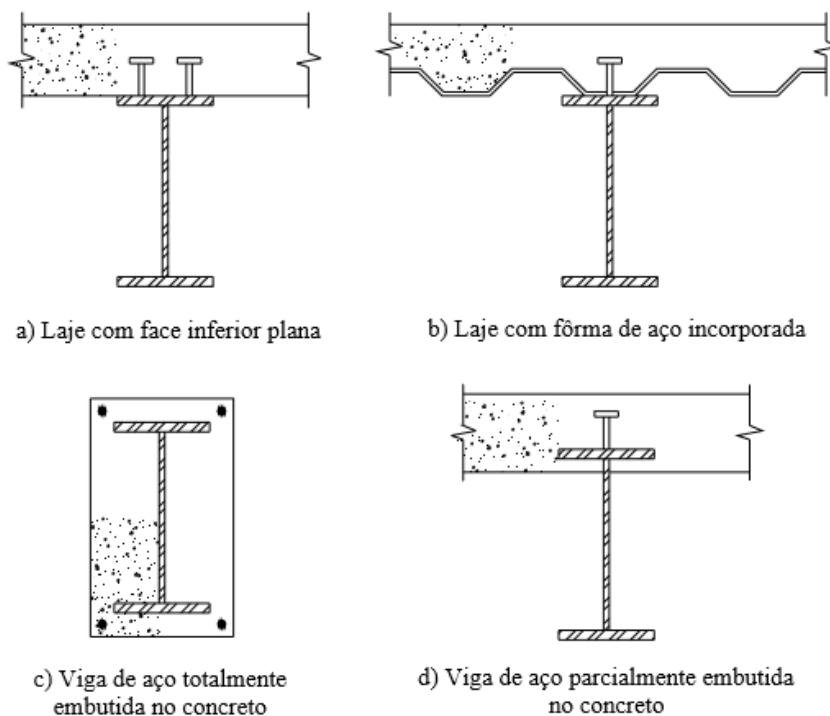
Considerando o meio acadêmico, é importante a realização de trabalhos sobre o tema reforço de estruturas mistas de aço e concreto com PRFC, uma vez que a maior produção de estudos e pesquisas pode levar ao processo de evolução necessária para a realidade das obras da construção civil.

## 4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 4.1 Vigas Mistas

A ABNT NBR 8800:2008 aborda sobre o dimensionamento das vigas mistas de aço e concreto, as quais são formadas por um componente de aço simétrico em relação ao plano de flexão, com uma laje de concreto acima da sua face superior. O elemento de aço pode ter um perfil I, um perfil caixão, um perfil tubular retangular, ou, até mesmo, ser uma treliça. Já a laje de concreto pode ser moldada no local, mista ou com pré-laje de concreto pré-moldado. Através de conectores de cisalhamento é feita a ligação mecânica entre o componente de aço e a laje, permitindo que ambos trabalhem em conjunto para resistir à flexão, que ocorre no plano que cruza os centros geométricos das mesas ou dos banzos superior e inferior do componente de aço. A Figura 1 ilustra os tipos mais usuais de seções de vigas mistas.

Figura 1 – Alguns dos tipos mais usuais de vigas mistas



Fonte: Alva e Malite (2005).

Quanto à vinculação, as vigas mistas podem ser simplesmente apoiadas, contínuas ou semicontínuas. Uma vez que a viga de aço resiste predominantemente à tração e a laje de concreto à compressão, as simplesmente apoiadas colaboram

para a maior eficiência do sistema misto, mesmo que não seja, na maioria dos casos, a solução mais econômica (DAVID, 2007; ALVA; MALITE, 2005).

Por apresentarem momentos fletores negativos, que reduzem a eficiência do sistema misto, as vigas contínuas têm um comportamento estrutural diferente das vigas simplesmente apoiadas. Contudo, a continuidade das vigas resulta em vantagens sob o ponto de vista da redução de esforços e deslocamentos, e da estabilidade global da estrutura (ALVA; MALITE, 2005).

As vigas mistas podem ser construídas com ou sem escoramento provisório. Quando se opta pela utilização do escoramento durante a fase construtiva, as vigas não recebem o carregamento da laje, limitando, assim, seus esforços e deslocamentos verticais. Se optada pela não utilização do escoramento, em virtude da velocidade de construção, as vigas irão receber todo o carregamento da laje. Neste caso, a viga de aço atua isoladamente, visto que o concreto ainda não atingiu sua resistência, sendo necessária, então, a verificação de flechas e da estabilidade lateral (DAVID, 2007; ALVA; MALITE, 2005).

Além disso, David (2007) ressalva que a fluência e a retração do concreto, por acarretarem em deformações maiores que a deformação inicial devido a carregamentos de longa-duração, também influem no comportamento das vigas.

#### 4.1.1 Comportamento estrutural

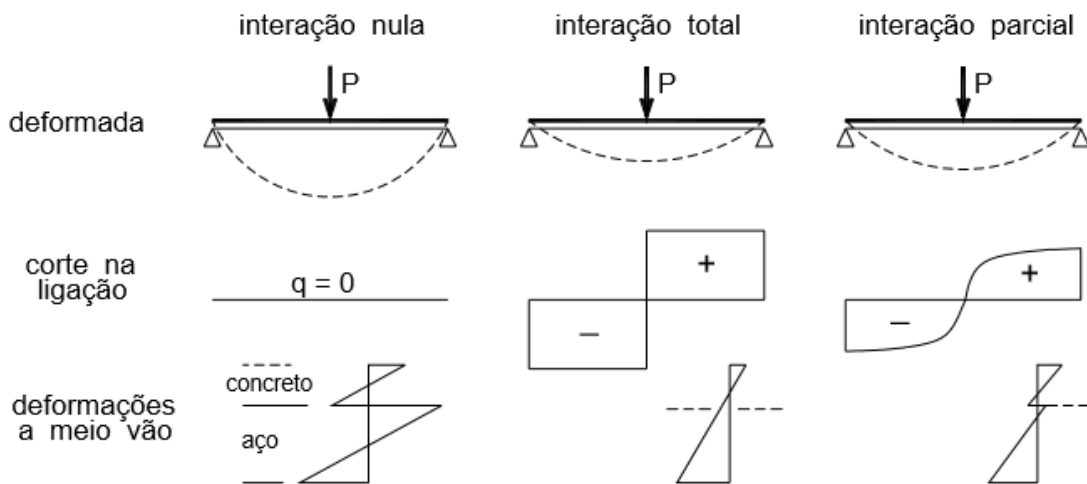
A caracterização do comportamento estrutural de vigas mistas do ponto de vista da ligação aço-concreto compreende duas situações: a interação completa e a interação parcial. Caso os conectores de cisalhamento possuam resistência de cálculo igual ou superior à resistência de cálculo do componente de aço à tração ou da laje de concreto à compressão, o que for menor, considera-se a interação como completa. No entanto, se os conectores apresentam resistência de cálculo inferior às duas resistências anteriormente mencionadas, a interação é considerada parcial (ABNT NBR 8800:2008).

No caso da interação completa, supõe-se a existência de uma “ligação perfeita” entre o aço e o concreto, na qual não ocorre escorregamento longitudinal relativo, sendo possível constatar a existência de uma única linha neutra, como mostrado na Figura 2. Esta interação é prevista tanto em regiões de momento positivo, como nas

de momento negativo. (ALVA; MALITE, 2005; QUEIROZ; PIMENTA; MARTINS, 2012).

Já no caso da interação parcial, o deslocamento relativo na interface da ligação aço-concreto provoca uma descontinuidade no diagrama de deformações, afetando, dessa forma, a distribuição de tensões na seção, a distribuição do fluxo de cisalhamento longitudinal na conexão e, como resultado, a deformabilidade das vigas. Este tipo de interação é previsto somente em regiões de momento positivo (ALVA; MALITE, 2005; QUEIROZ; PIMENTA; MARTINS, 2012).

**Figura 2 – Interação aço-concreto no comportamento de vigas mistas**

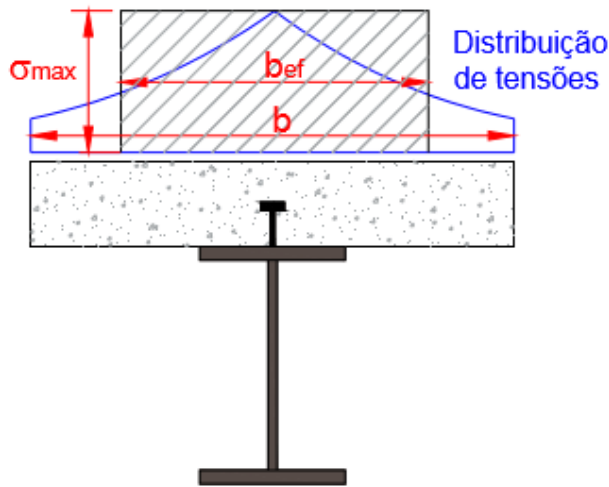


Fonte: Alva e Malite (2005).

#### 4.1.2 Largura Efetiva

No estudo das vigas mistas, o suposto pela teoria elementar da flexão de que não há variação das tensões axiais ao longo da mesa não ocorre de fato. Quando a largura é grande, o cisalhamento longitudinal na laje provoca tensões de cisalhamento neste plano, resultando em seções transversais que não permanecem planas quando carregadas. Portanto, as tensões axiais variam ao longo da largura da laje, como ilustrado na Figura 3. É notável que à medida que as tensões se aproximam da viga, elas vão se amplificando (DAVID, 2007; JOHNSON, 1994; ALVA; MALITE, 2005).

**Figura 3 - Distribuição de tensões na laje**



Fonte: David (2005).

Assim, para assumir a suposição de que as seções transversais permaneçam planas após a flexão, é comum que a largura real da mesa seja substituída por uma largura reduzida, chamada de largura efetiva,  $b_{ef}$ , que se for multiplicada pela tensão máxima,  $\sigma_{m\acute{a}x}$ , forneça a mesma resultante dada pela distribuição não uniforme de tensões (DAVID, 2007; ALVA; MALITE, 2005).

A determinação exata da largura efetiva requer muito trabalho, uma vez que é necessário resolver as equações que regem o fenômeno da teoria de elasticidade e avaliar fatores, como as condições de apoios, a distribuição de momentos, a armadura longitudinal da laje de concreto, e a relação entre espessura laje e altura da viga. Por isso, as normas fornecem expressões simplificadas para o cálculo da largura efetiva. (ALVA; MALITE, 2005).

A ABNT NBR 8800:2008 recomenda, para vigas mistas biapoiadas, que a largura efetiva da mesa, de cada lado da linha de centro da viga, seja igual ao menor dos três valores seguintes:

- a) 1/8 do vão da viga mista, considerado entre linhas de centro dos apoios;
- b) Metade da distância entre a linha de centro da viga analisada a linha de centro da viga adjacente;
- c) Distância da linha de centro da viga à borda de uma laje em balanço.

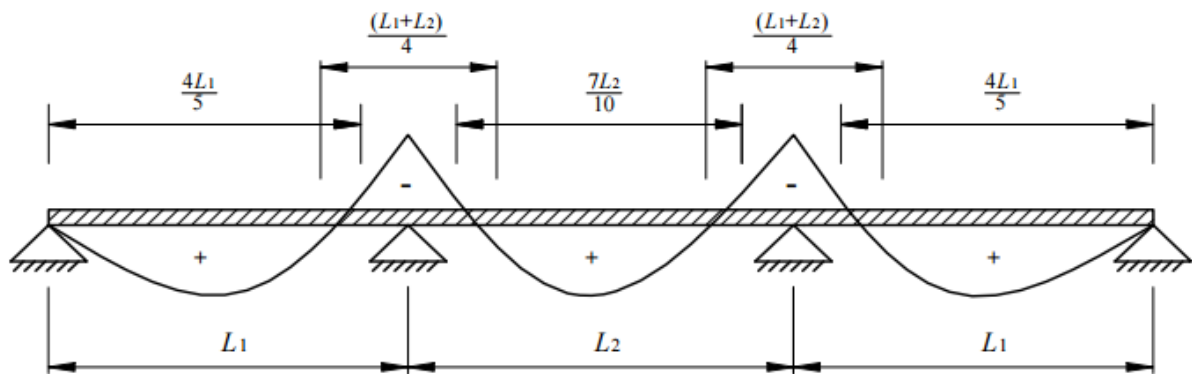
No caso de vigas mistas contínuas e semicontínuas, a ABNT NBR 8800:2008 admite que a largura efetiva seja determinada do mesmo modo usado para vigas



biapoiadas, adotando no lugar dos vãos da viga as distâncias entre pontos de momento nulo. Tais distâncias, ilustradas na Figura 4, podem ser tomadas, simplificadaamente como:

- a) nas regiões de momento positivo:
  - $4/5$  da distância entre apoios, para vãos extremos;
  - $7/10$  da distância entre apoios, para vãos internos;
- b) nas regiões de momento negativo:
  - $1/4$  da soma dos vãos adjacentes.

**Figura 4 – Distâncias simplificadas entre os pontos de momento nulo em uma viga contínua ou semicontínua**



Fonte: ABNT NBR 8800:2008.

#### 4.1.3 Dimensionamento de vigas mistas

David (2007) afirma que durante um longo tempo, o dimensionamento das vigas mistas esteve relacionado com a análise elástica de tensões, na qual os valores máximos de tensões solicitantes são comparados com os valores admissíveis. No entanto, na década de 80, algumas normas começaram a adotar o Método dos Estados Limites, o qual estabelece condições de colapso da estrutura, determinado por um limite de deformação excessiva.

A ABNT NBR 8800:2008 apresenta os procedimentos para cálculo das vigas mistas de acordo com a vinculação, o tipo de interação aço-concreto, o método construtivo a ser empregado e as dimensões dos elementos da seção transversal, as quais fornecem a classe da seção de aço referente à flambagem local da alma (FLA).

Assim, a ABNT NBR 8800:2008 estabelece que vigas biapoiadas devem ter relação entre altura e espessura da alma  $h/t_w \leq 5,7\sqrt{E_s/f_y}$ . Se  $h/t_w \leq 3,76\sqrt{E_s/f_y}$ , as

propriedades plásticas da seção mista podem ser usadas para fazer o dimensionamento. Este tipo de análise desconsidera a resistência à tração do concreto e é feita com base nas relações tensão-deformação do tipo rígido-plástico com deformações ilimitadas para o aço e o concreto. Além disso, esta análise ainda se divide em três casos: interação completa e linha neutra na laje de concreto; interação completa e linha neutra no perfil de aço; e interação parcial.

Para o caso em que  $h/t_w \geq 3,76\sqrt{E_s/f_y}$ , deve-se considerar as propriedades elásticas da seção mista. Esta análise admite somente dois casos: interação parcial e interação mista (NBR 8800:2008).

Em vigas contínuas e semicontínuas, admite-se somente a ligação mista. Se  $h_p/t_w \leq 3,76\sqrt{E_s/f_y}$  e  $b_f/t_f \leq 0,38\sqrt{E_s/f_y}$ , as vigas são compactas e pode-se determinar os esforços internos por meio da análise rígido-plástica. O termo  $h_p$  deve ser tomado como duas vezes a altura da parte comprimida da alma em estado misto (NBR 8800:2008).

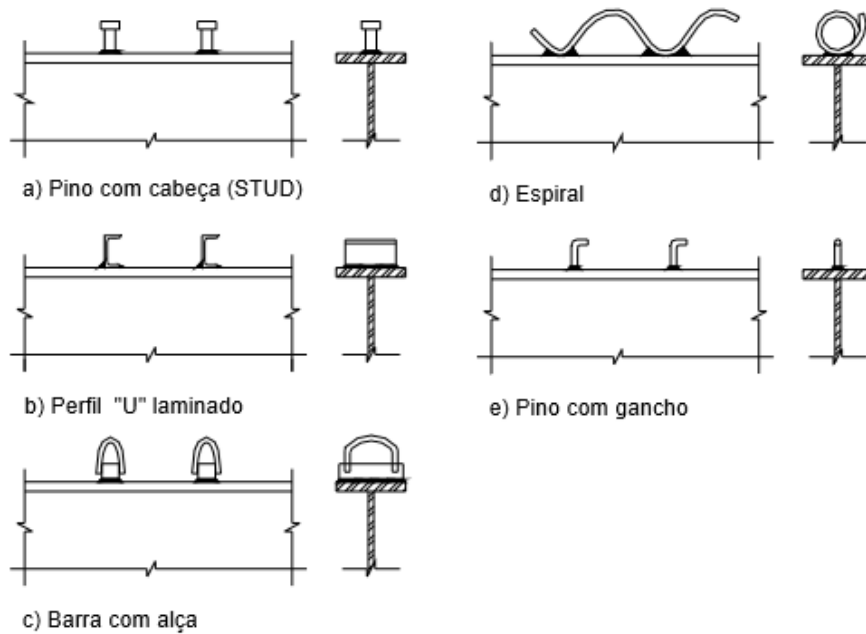
#### 4.1.4 Conectores de cisalhamento

Nas estruturas mistas, os conectores de cisalhamento possibilitam a ligação entre os elementos de aço e concreto. Possuem a função de absorver os esforços de cisalhamento nas direções longitudinal e transversal, além de impedir a separação entre a laje e a viga de aço (ALVA; MALITE, 2005).

Normalmente, os conectores são instalados, antes da concretagem, no perfil de aço, certificando-se assim a formação de uma peça única, ou seja, o aço e concreto agindo em conjunto para resistir à flexão. Desde então, há uma variedade de dispositivos e configurações sendo usados como conectores de cisalhamento, como o pino com cabeça (stud), perfil U, barra com alça, espiral e pino com gancho, ilustrados na Figura 5. (DAVID, 2007; ALVA; MALITE, 2005).

No entanto, devido a fatores como produção industrial, instalação e comportamento estrutural, muitos destes tipos de conectores possuem restrições relevantes. Por esse motivo, os conectores perfil U e pino com cabeça são os mais utilizados atualmente, sendo que este último apresenta a mesma resistência em todas as direções, além da facilidade de fabricação utilizando o processo de soldagem semi-automático. (DAVID, 2007; ALVA; MALITE, 2005).

**Figura 5 – Tipos usuais de conectores**



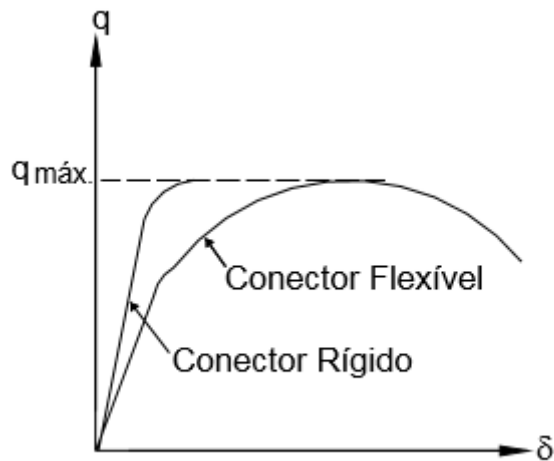
**Fonte: Alva e Malite (2005).**

#### 4.1.4.1 Classificação dos conectores

A classificação dos conectores de cisalhamento se dá em razão da relação entre força do conector e o deslizamento relativo aço-concreto ( $q \times \delta$ ). Eles são classificados em flexíveis e rígidos. Neste caso, o conceito de rigidez deve ser entendido como a capacidade de restrição ao escorregamento imposta pela ligação aço-concreto (DAVID, 2007; ALVA; MALITE, 2005).

A relação  $q \times \delta$ , ilustrada na Figura 6, determina o comportamento dúctil dos conectores, sendo, portanto, a característica estrutural mais importante. A ductilidade deve ser entendida como a capacidade de deslizamento após o conector ter atingido sua resistência máxima. Quando ocorre a ruptura da ligação aço-concreto, o que assegura que o colapso da viga mista seja do tipo dúctil é a flexibilidade dos conectores. (DAVID, 2007; ALVA; MALITE, 2005).

Figura 6 – Classificação dos conectores e suas curvas características



Fonte: David (2005).

#### 4.1.4.2 Capacidade dos conectores

Com base em resultados experimentais, a ABNT NBR 8800:2008 apresenta seus procedimentos para o cálculo da capacidade dos conectores de cisalhamento dos tipos pino com cabeça e perfil U laminado ou formado a frio com espessura de chapa igual ou superior a 3 mm. A seguir serão apresentadas as expressões dadas pela ABNT NBR 8800:2008

a) Pinos com cabeça

A força resistente de cálculo ( $Q_{Rd}$ ) é dada pelo menor dos seguintes valores:

$$Q_{Rd} = \frac{1}{2} \frac{A_{cs} \sqrt{f_{ck} E_c}}{\gamma_{cs}} \quad (1)$$

e

$$Q_{Rd} = \frac{R_g R_p A_{cs} f_{ucs}}{\gamma_{cs}} \quad (2)$$

Onde:

$\gamma_{cs}$  é o coeficiente de ponderação da resistência do conector, igual a 1,25 para combinações últimas de ações normais, especiais ou de construção e igual a 1,10 para combinações excepcionais;

$A_{cs}$  é a área da seção transversal do conector;

$f_{ucs}$  é a resistência à ruptura do aço do conector ao cisalhamento;

$f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto;

$E_c$  é o módulo de elasticidade secante do concreto;

$R_g$  é um coeficiente para consideração do efeito de atuação de grupos de conectores;

$R_p$  é um coeficiente para consideração da posição do conector.

b) Perfil U laminado ou formado a frio

A força resistente de cálculo de um conector, com altura da seção transversal igual ou superior a 75 mm, é dada por:

$$Q_{Rd} = \frac{0,3(t_{fcs} + 0,5t_{wcs})L_{cs}\sqrt{f_{ck}E_c}}{\gamma_{cs}} \quad (3)$$

Onde:

$t_{fcs}$  é a espessura da mesa do conector, tomada a meia distância entre a borda livre e a face adjacente da alma;

$t_{wcs}$  é a espessura da alma do conector;

$L_{cs}$  é o comprimento do perfil U.

## 4.2 Estruturas Metálicas Reforçadas com PRF

Um grande número de estruturas metálicas, tais como pontes, plataformas marítimas, equipamentos de mineração e construções, estão envelhecendo e assim existe a necessidade de reforma. O método tradicional de reparar ou reforçar essas estruturas consiste em remover e substituir chapas de aço com problemas ou anexar chapas de aço externas, que geralmente são volumosas, pesadas, difíceis de fixar e propensas a corrosão e a fadiga. Assim, houve a necessidade do desenvolvimento de métodos alternativos e o uso do polímero reforçado com fibra (PRF) apareceu como uma ótima solução (ZHAO; ZHANG; 2007).

Em comparação com os métodos de recuperação tradicionais, o PRF possui os custos de projeto reduzidos devido aos baixos custos de transporte, manuseio, aplicação e mão-de-obra, e é menos perturbador para a utilização da estrutura durante

o processo de reparação. Além disso, a utilização do PRF contribui com um peso próprio adicional mínimo para a estrutura (PEIRIS, 2011).

Além de ser utilizado no reforço de estruturas metálicas, o PRF tem sido amplamente utilizado para fortalecer as estruturas de concreto. Os objetivos de usar esse tipo de reforço são de aumentar ou restaurar a resistência à tração, a resistência à flexão e a capacidade de carga, e de aumentar a rigidez e a resistência à fadiga. Contudo, sua aplicação ainda é muito limitada, visto que há falta de pesquisa e de guias de projeto (CNR, 2007; ZHAO, 2014).

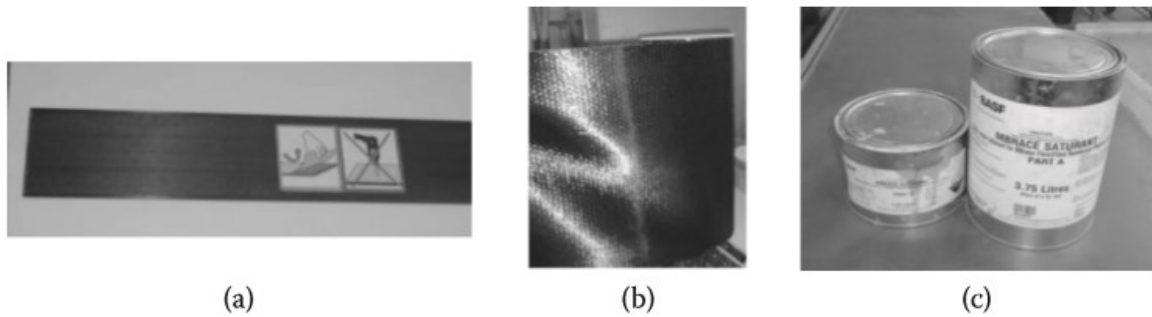
O conhecimento existente sobre o uso de PRF em estruturas de concreto não pode ser utilizado no caso de estruturas metálicas por causa da diferença entre os mecanismos de descolagem e dos modos de falha únicos para elementos de aço e conexões. A descolagem no sistema PRF-concreto é causada, principalmente, pela fratura do concreto, enquanto no sistema PRF-aço, pela falha do adesivo. Ademais, o efeito das condições ambientais (tempo quente ou frio extremo, umidade, ciclo térmico e pulverização de água salgada) na falha de descolagem é diferente para estes dois sistemas (ZHAO, 2014).

#### 4.2.1 Propriedades do PRF

O polímero reforçado com fibra (PRF) é um material composto por uma matriz polimérica reforçada com fibras, as quais usualmente são de vidro, carbono ou fibras de aramida. O polímero pode ser epóxi, vinil éster, ou poliéster plástico termoendurecível. Entre suas propriedades, ressalta-se que o PRF apresenta uma relação resistência-peso elevada e uma boa resistência à corrosão e ataques ambientais. Por isso, ele é muito utilizado nas indústrias aeroespacial, automotiva, marítima e de construção (ZHAO, 2014)

Os PRF são constituídos a partir dos laminados e das mantas, como mostrado na Figura 7. As mantas são geralmente bastante flexíveis, permitindo uma maior trabalhabilidade e, conseqüentemente, o reforço de superfícies curvas. A espessura dos laminados é em torno de 1,5 mm, enquanto que a das mantas é em torno de 0,15 mm. As propriedades destes laminados são definidas por parâmetros como módulo de elasticidade, resistência a tração e deformação máxima à tração (ZHAO, 2014).

**Figura 7 – Componente para o reforço com PRFC: a) laminado de PRFC, b) manta, c) adesivo**



**Fonte: Zhao (2014).**

As fibras mais utilizadas no reforço de estruturas metálicas são a de carbono e a de vidro. O comportamento da ligação entre o PRF e o metal depende das propriedades dos adesivos, os quais constituem o elo mais fraco do sistema (ZHAO, 2014).

#### 4.2.1.1 Polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC)

O polímero reforçado com fibra de carbono (PRFC) é um material composto por fibras de carbono e resinas que fornecem resistência, rigidez e capacidade de carga a estrutura metálica. Recomenda-se o uso de laminados de PRFC no reforço destas estruturas devido ao seu módulo de elasticidade ser o mesmo ou maior que ao do aço. O módulo das mantas mais usadas varia entre 230 a 640 GPa, enquanto que o dos laminados variam entre 150 a 450 GPa. Na literatura, os PRFC são classificados de acordo com seu módulo de elasticidade em: PRFC de módulo normal e PRFC de módulo alto. O primeiro apresenta um módulo de até 250 GPa e usualmente uma resistência à tração mais elevada. Para valores acima de 250 GPa, o PRFC é classificado como de módulo alto. Estas propriedades são governadas pela rigidez e resistência das partes componentes, pela fabricação e pelo tipo, orientação (direção transversal ou longitudinal) e densidade das fibras (TAWFIK; KARUNASENA, 2010; ZHAO, 2014).

#### 4.2.1.2 Polímeros reforçados com fibra de vidro (PRFV)

O polímero reforçado com fibra de vidro (PRFV) quando comparado com o PRFC, apresenta valores menores de rigidez e resistência, com valores de módulo de

elasticidade em torno de 30 GPa e resistência à tração entre 200 a 500 MPa, além de ser mais barato. Mesmo assim, ele ainda é utilizado no reforço de estruturas metálicas, como o alumínio, e também pode ser colocado entre o metal e o PRFC, resultando em uma efetiva prevenção da corrosão galvânica (ZHAO, 2014).

#### 4.2.1.3 Adesivos

Existe uma variedade de adesivos que podem ser usados na ligação entre o PRF e a estrutura metálica. O mais usado é o adesivo epóxi. O tipo do adesivo deve ser compatível com os aderentes e a escolha deve ser feita levando em conta as condições de cura. Uma vez que a ligação é o elo mais fraco do sistema PRF-aço, é importante compreender as propriedades dos adesivos. (ZHAO, 2014). A Tabela 1 lista os valores típicos das propriedades materiais de vários tipos de adesivos.

**Tabela 1 – Valores típicos das propriedades mecânicas dos adesivos**

Adesivo	Módulo de elasticidade (MPa)	Resistência à tração (MPa)	Deformação máxima a tração (%)
Araldite 2015	1750	14,7	1,51
Araldite 420	1828	21,5	2,89
FIFE-Tyfo	3975	40,7	1,11
Sikadur 30	11250	22,3	0,30
Sikadur 330	4820	31,3	0,75

Fonte: Adaptado de ZHAO (2014).

Os adesivos são constituídos por duas partes: uma resina e um agente de polimerização. A cura dos adesivos em temperatura ambiente demora vários dias para ocorrer. O período pós-cura pode ter temperaturas elevadas, a pelo menos 50°C, para atingir 100% da polimerização do adesivo. Essa temperatura deve ser cuidadosamente considerada por causa da temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ). Quando a temperatura está acima da  $T_g$ , os adesivos se tornam macios, levando a redução da resistência da ligação. Sugere-se, portanto, que os adesivos tenham uma  $T_g$  de 30°C maior que a temperatura de serviço, minimizando também os efeitos de deformação que podem surgir ao longo do tempo quando a temperatura de campo é muito alta (ZHAO, 2014).

Zhao (2014) ainda destaca que tipos alternativos de adesivos podem ser usados, dependendo do método de fabricação. As películas adesivas podem ser



utilizadas desde que a resina do adesivo seja compatível com a do PRF. Este método não só acelera o processo de fortalecimento, mas também pode aumentar o encaixe molecular, uma vez que a cura das resinas de ambos os materiais pode ocorrer simultaneamente.

#### 4.2.2 Comportamento da ligação entre o PRF e o metal

Para estudar o comportamento da descolagem de elementos metálicos reforçados com PRF é necessário compreender o comportamento da ligação entre o PRF e o substrato metálico. O sucesso da técnica de reforço de estruturas metálicas com PRF depende, principalmente, da capacidade do adesivo de manter a transferência da carga entre o metal e o PRF, a qual é afetada por fatores como a preparação da superfície, o comprimento da ligação, o tipo do adesivo, a espessura do adesivo e a espessura do laminado de PRF. (TAWFIK; KARUNASENA, 2010; ZHAO, 2014).

A preparação da superfície metálica deve ser feita utilizando discos abrasivos para remover a ferrugem e a tinta e, em seguida, limpa com acetona ou desengordurada com um solvente a base de xileno para existir uma superfície limpa, áspera e quimicamente ativa. Ao mesmo tempo, o laminado de PRF pode ser tratado com lixa muito fina para proporcionar rugosidade suficiente e maior resistência de união (TAWFIK; KARUNASENA, 2010).

Assim, os tratamentos de superfície são muito importantes para assegurar uma forte ligação entre o PRF e o metal, a qual pode ser perdida a elevadas temperaturas ou devido à carga dinâmica. De um modo geral, o adesivo deve ter resistência suficiente para a colagem, durabilidade suficiente para as condições ambientais e deve ser de fácil utilização em condições de campo (TAWFIK; KARUNASENA, 2010; ZHAO, 2014).

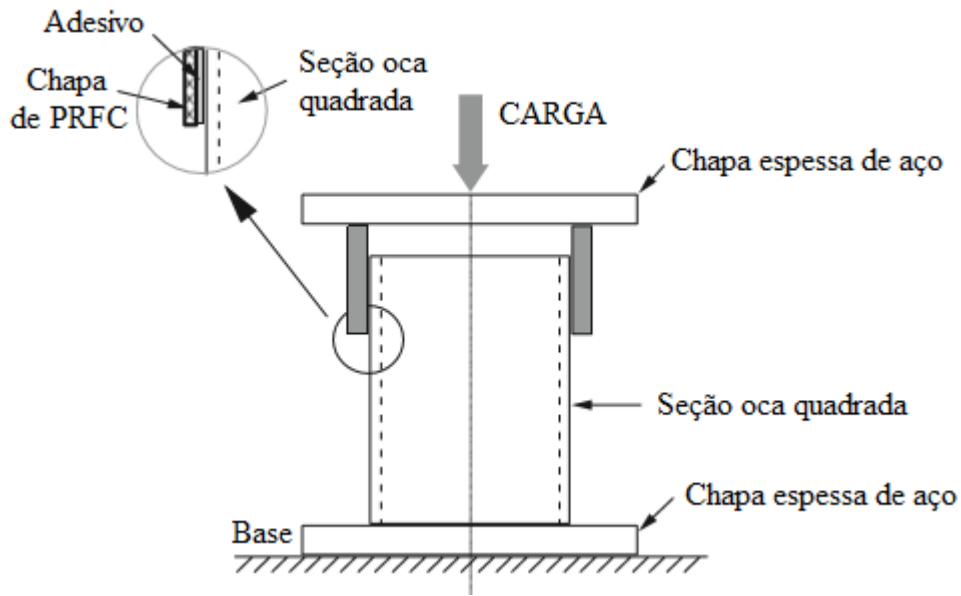
##### 4.2.2.1 Métodos de teste de ligação

Diferentes métodos de teste da ligação já foram adotados por vários pesquisadores para diferentes propósitos de estudo. Os dois métodos mais utilizados são: Tipo 1 – quando o carregamento está diretamente aplicado no PRF; e Tipo 2 – quando o carregamento está diretamente aplicado no elemento de aço com uma

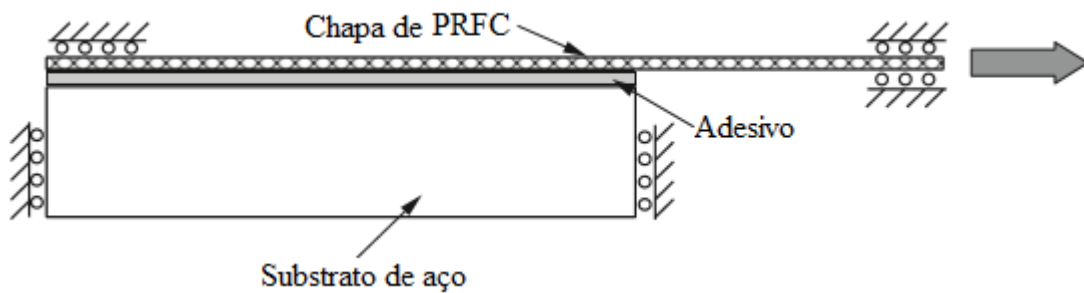
lacuna entre este e o PRF (ZHAO, 2014). Estes dois métodos são demonstrados nas Figuras 8 e 9, respectivamente.

**Figura 8 – Método de teste da ligação entre PRF e aço - tipo 1: quando o carregamento está diretamente aplicado no PRF**

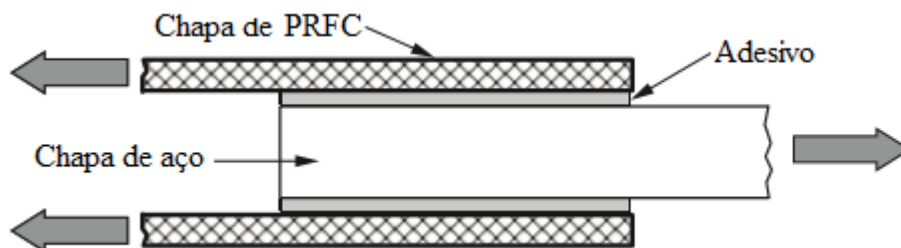
**(i) Teste de volta de cisalhamento**



**(ii) Teste de cisalhamento único**



**(iii) Teste de cisalhamento de dupla volta**



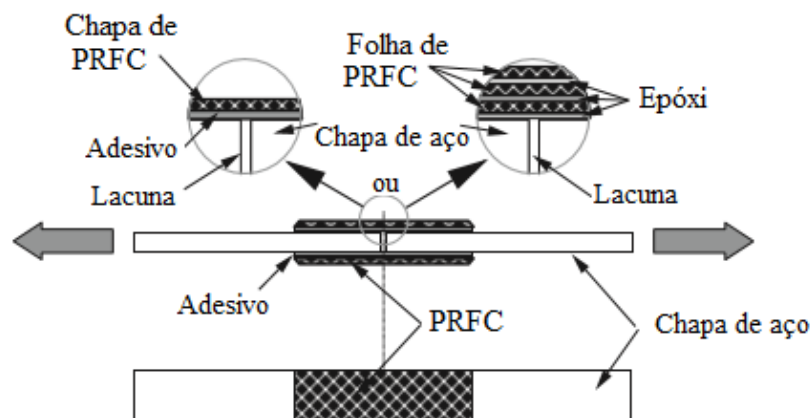
Fonte: Adaptado de ZHAO (2014).

No método de teste tipo 1, podem ser aplicadas nas chapas de PRF tanto a força de compressão, como a de tração. A configuração mostrada na Figura 8(i) só é válida para testes de ligações quando o PRFC está comprimido. As desvantagens de aplicar uma força de compressão no PRF incluem a falha local do PRF, devido à sua resistência à compressão relativamente baixa, e ao fato de que o PRF é geralmente utilizado em tração. Os dois outros casos mostrados na Figura 8 são mais eficientes para estudar a ligação entre o PRFC e o aço. A configuração mostrada na Figura 8(ii) permite o monitoramento e a inspeção detalhados do processo de falha, pois somente um caminho para descolagem é possível. Este método não pode ser aplicado em mantas de PRFC devido à dificuldade de prender firmemente as mantas. (ZHAO; ZHANG; 2007).

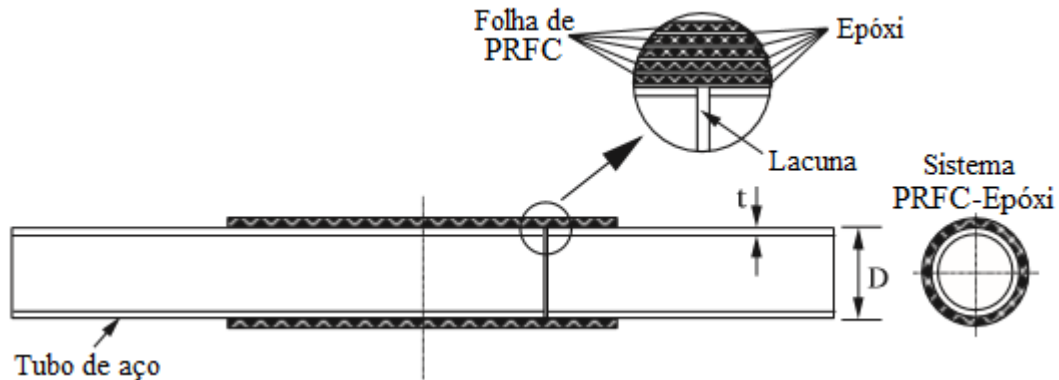
No método de teste tipo 2, os ensaios de cisalhamento duplo são frequentemente utilizados para investigar a ligação entre chapas de aço e chapas ou mantas de PRFC, como mostrado na Figura 9(i). A configuração da Figura 9 (ii) investiga a ligação entre mantas de PRFC e tubos de aço. A principal preocupação deste método é a incerteza da localização da falha de descolagem, uma vez que são possíveis quatro localizações para propagação da descolagem. Isso torna a instrumentação experimental e a observação mais difíceis. Foram feitas tentativas para usar comprimentos de ligação desiguais, com o objetivo de formar a descolagem em regiões com comprimentos de ligação mais curtos. Também podem ser aplicados o reforço transversal de PRFC ou a fixação mecânica para evitar a descolagem em uma extremidade (ZHAO; ZHANG; 2007).

**Figura 9 – Método de teste da ligação entre PRF e aço - tipo 2: quando o carregamento está diretamente aplicado no elemento de aço com uma lacuna entre as chapas de aço**

**(i) Teste de cisalhamento duplo**



(ii) Articulação de uma volta com seção circular oca



Fonte: Adaptado de ZHAO (2014).

4.2.2.2 Modos de falha

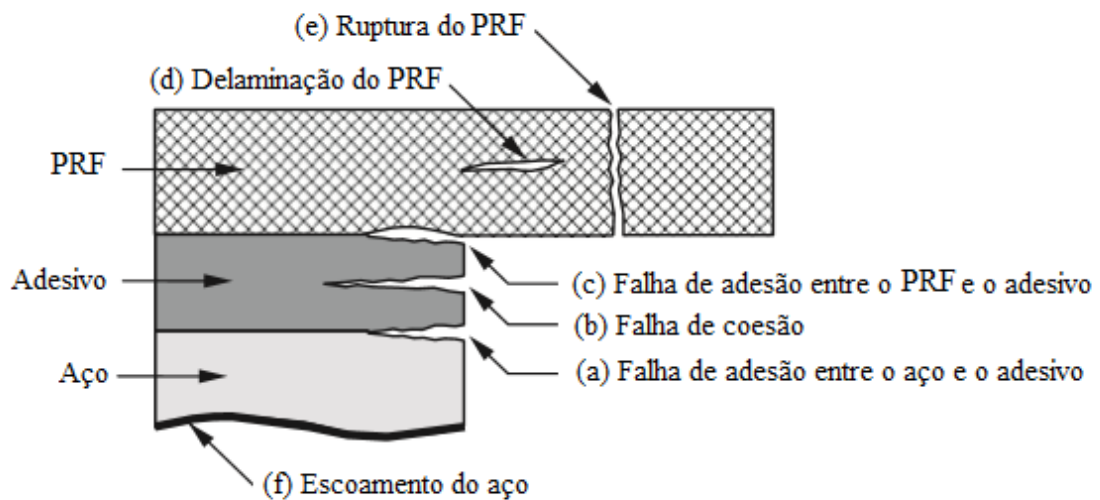
Zhao (2014) lista os seguintes possíveis modos de falha em um sistema aço-PRF sujeito a força de tração:

- (a) Falha de adesão entre o aço e o adesivo;
- (b) Falha de coesão (falha na camada adesiva);
- (c) Falha de adesão entre o PRF e o adesivo;
- (d) Delaminação do PRF (separação de algumas fibras de carbono da matriz de resina);
- (e) Ruptura do PRF;
- (f) Escoamento do aço.

Estes modos de falha estão mostrados na Figura 10. As características de cada tipo dos três componentes envolvidos na reabilitação, a saber, PRF, elemento metálico e o adesivo, podem afetar os modos de falha dessa técnica. Quanto ao tipo de PRF, tem-se que para mantas de PRFC, o modo de falha depende principalmente da resistência à tração da manta, enquanto que para os laminados de PRFC, o modo de falha depende da espessura do adesivo e das propriedades materiais. Assim, o módulo de elasticidade alto ou baixo do PRFC, seção do aço circular ou retangular, coluna de aço longa ou curta, elemento de aço comprimido ou tracionado, tipo de aço leve, estrutural ou de alto carbono, baixa ou alta qualidade e espessura do adesivo, podem levar a diferentes tipos de modo de falha (TAWFIK; KARUNASENA, 2010; ZHAO, 2014; ZHAO; ZHANG, 2007).

O modo de falha (b) é uma falha comum que geralmente ocorre para adesivos finos e de baixa qualidade, enquanto que para adesivos espessos, o modo de falha muda para delaminação do PRF (modo d). Este modo ainda está associado a um PRF de baixo módulo de elasticidade e é mais frágil que o modo (b). A ruptura do PRF (modo e) ocorre quando o comprimento da ligação é suficientemente longo e o modo de falha (f) raramente ocorre porque, frequentemente, o elemento de aço possui uma espessura suficiente. (TAWFIK; KARUNASENA, 2010; ZHAO, 2014; ZHAO; ZHANG, 2007).

**Figura 10 – Vista esquemática dos modos de falha**



Fonte: Adaptado de ZHAO (2014).

### 4.3 Reforço de Flexão de Vigas Mistas de Aço e Concreto com Laminados de PRF

Apesar de possuir um custo de material relativamente elevado, os laminados de PRF podem oferecer soluções de reforço de flexão econômicas para vigas mistas. Recentemente, têm sido conduzidos muitos estudos sobre o reforço de vigas mistas pela ligação de um laminado de PRF a mesa tracionada de uma viga simplesmente apoiada. Esses estudos mostraram que houve ganhos na resistência e na rigidez, os quais dependem do tipo e quantidade do laminado de PRF. Normalmente, o PRFC é preferido para o reforço de vigas mistas por apresentar módulo de elasticidade mais elevado (ZHAO, 2014).

As formas da seção de aço mais comuns para vigas mistas são a seção I e a seção oca retangular. Uma diferença importante entre ambas é que a primeira pode falhar por flambagem lateral, o que é muito improvável para a segunda. Além da forma da seção, a esbeltez da seção de aço também tem um impacto significativo na eficácia do reforço de vigas mistas. Para seções de aço finas, a eficácia pode ser substancialmente comprometida por possíveis falhas de flambagem local, como por exemplo, a flambagem da mesa comprimida ou flambagem da alma (ZHAO, 2014).

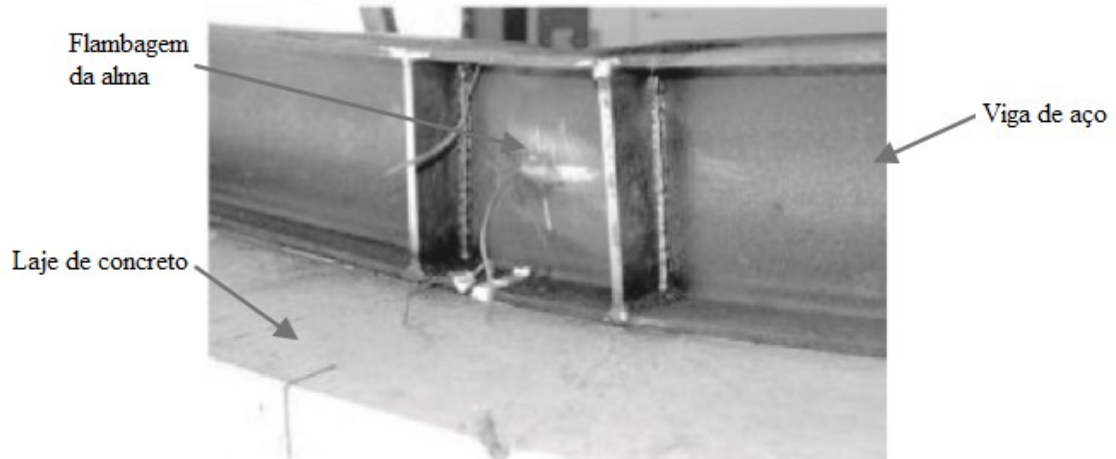
#### 4.3.1 Modos de falha

Uma vez que não ocorra a flambagem local, a resistência das vigas mistas reforçadas com PRF é governada pela falha no plano. Estão incluídos no modo de falha no plano (a) falha de flexão no plano devido à ruptura à tração do PRF ou ao esmagamento do concreto; (b) descolagem na extremidade do laminado de PRF; e (c) fissuração ou descolagem por escoamento induzido entre as duas extremidades do laminado de PRF (descolagem intermediária) (ZHAO, 2014).

A flambagem local de elementos de chapa precisa ser considerada, visto que a adição de um laminado de PRF conduz a um descolamento do eixo neutro em direção a mesa tracionada, acarretando no desenvolvimento de tensões de compressão maiores na mesa e na alma quando se atinge a carga máxima. Conseqüentemente, podem ocorrer os seguintes modos de falha: (d) flambagem local da mesa comprimida e (e) flambagem local da alma, mostrada na Figura 11 (ZHAO, 2014).

A falha de flexão no plano das vigas mistas, ilustrada na Figura 12, ocorre quando a deformação da fibra tracionada ou comprimida da seção atinge seu valor limite. Além disso, quando é utilizado um laminado PRFC de módulo de elasticidade alto com uma tensão de ruptura relativamente pequena, a falha se dá por a ruptura à tração do PRF, enquanto que se for utilizado um laminado de PRFC de módulo de elasticidade normal, a falha é devido ao esmagamento do concreto. (ZHAO, 2014).

**Figura 11 – Flambagem da alma de uma viga mista de aço e concreto sem reforço**



Fonte: Adaptado de ZHAO (2014).

**Figura 12 – Falha de flexão no plano de uma viga mista de aço e concreto reforçada com PRF por ruptura do PRF**



Fonte: Zhao (2014).

A descolagem na extremidade das vigas mistas ocorre devido às elevadas tensões cisalhantes e normais verticais que surgem próximas as extremidades do laminado de PRF. Essas tensões ocorrem devido à necessidade de transferir as tensões no laminado para a viga próxima a sua extremidade. Tipicamente, a descolagem se inicia em uma extremidade do laminado e então, propaga-se rapidamente para a região de momento mais elevado, sendo um processo frágil e instável (SELEEM; SHARAKY; SALLAM, 2010; ZHAO, 2014).

A descolagem intermediária das vigas mistas é menos repentina e se inicia, geralmente, em uma região onde o laminado de PRF está altamente tensionado e move-se para a extremidade onde a tensão axial é baixa. Essa descolagem ocorre devido à presença de um dano localizado em uma região de momento elevado (ZHAO, 2014).

#### 4.3.2 Modelo analítico para cálculo do momento resistente segundo Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016)

Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016) desenvolveram um modelo analítico para analisar a resistência à flexão de vigas mistas de aço e concreto reforçadas com PRFC. Para isso, foi levado em consideração a seção plástica da viga de aço de acordo com a norma canadense CAN/CSA-S6-06, uma vez que a viga de aço tem que escoar para que o reforço de PRFC contribua para a resistência à flexão.

A seguir serão apresentados os passos do procedimento analítico.

##### 4.3.2.1 Cálculo da profundidade da linha neutra plástica (LNP)

Considerar que a LNP está na superfície inferior da laje de concreto e então, calcular as seguintes forças internas:

$$C = C_c + C_r \quad (4)$$

$$T = T_s + T_f \quad (5)$$

com

$$C_c = \phi_c \alpha_1 b_e t_s f'_c \quad (6)$$

$$C_r = \phi_r A_r f_y \quad (7)$$

$$T_s = \phi_s A_s F_y \quad (8)$$

$$T_f = \phi_f A_f E_f \varepsilon_f \quad (9)$$

Onde:

$C$  = força de compressão total;

$T$  = força de tração total;

$C_c$  = força de compressão fornecida pela laje de concreto;

$C_r$  = força de compressão fornecida pelas armaduras na laje de concreto;

$T_s$  = força de tração fornecida pela viga de aço com perfil I;



$T_f$  = força de tração fornecida pelo reforço de PRFC;

$\phi_c, \phi_r, \phi_s, \phi_f$  = fatores de resistência para o concreto, armadura de aço em construções mistas, seção de aço e mantas de PRF = 0,75, 0,90, 0,95 e 0,90, respectivamente;

$\alpha_1$  = relação da tensão média no bloco de compressão retangular para a resistência característica do concreto =  $0,85 - 0,0015f'_c$ ;

$b_e$  = largura efetiva da laje de concreto;

$t_s$  = espessura da laje de concreto;

$f'_c$  = resistência característica à compressão do concreto;

$A_r$  = área total de armadura dentro da largura efetiva da laje de concreto;

$f_y$  = resistência característica ao escoamento do aço da armadura;

$A_s$  = área da seção transversal da viga de aço com perfil I;

$F_y$  = resistência característica ao escoamento da viga de aço;

$A_f$  = área da seção transversal total da matriz de PRFC;

$E_f$  = módulo de elasticidade do PRFC e;

$\varepsilon_f$  = deformação última do PRFC de acordo com a norma CAN/CSA-S806-02 = 0,007.

Depois de calculadas as forças de compressão e tração totais através das equações 4 e 5, deve-se comparar os dois valores. Se a resultante das forças de compressão for maior que a resulta das forças de tração, a linha neutra plástica permanece na laje de concreto. Caso contrário, a linha neutra plástica está na viga de aço.

#### 4.3.2.2 Cálculo do momento resistente quando a LNP permanece na laje de concreto

Baseado nas equações 4 e 5, se  $C \geq T$ , a profundidade do bloco de tensão retangular equivalente,  $a$ , pode ser calculada através da equação 10, e então calcula-se a profundidade da LNP,  $c$ .

$$a = \frac{\phi_s A_s F_y + \phi_f A_f E_f \varepsilon_f - \phi_r A_r f_y}{\phi_c \alpha_1 b_e f'_c} \quad (10)$$

com

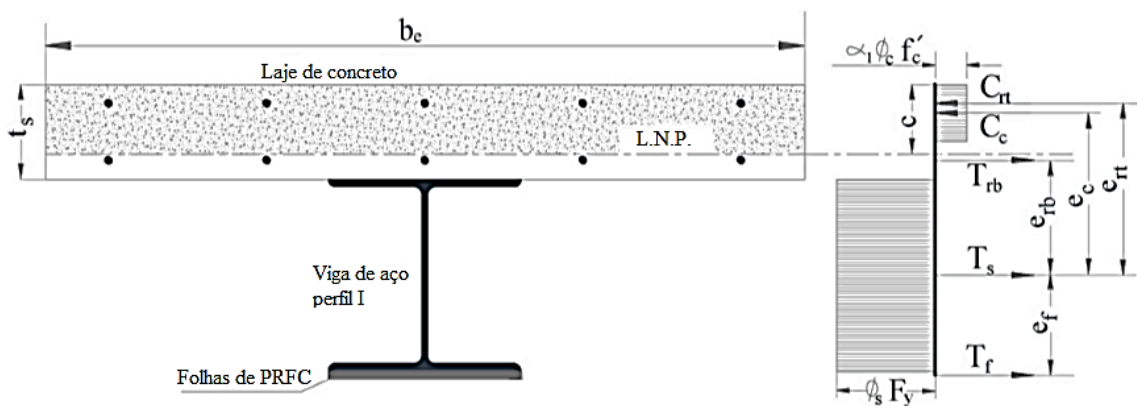
$$a = \beta_1 c \quad (11)$$

$$\beta_1 = 0,97 - 0,0025f'_c \quad (12)$$

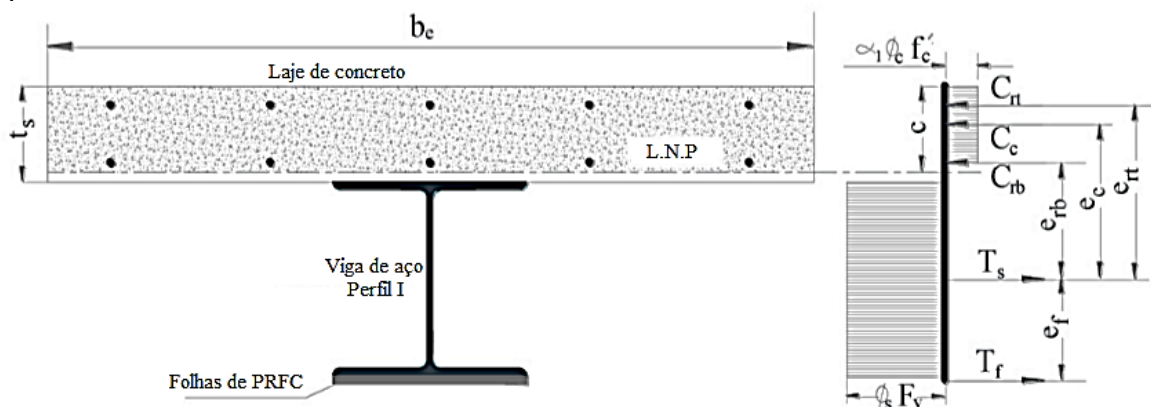
De acordo com a Figura 13, há dois casos de análise: Caso 1, onde a LNP está acima da armadura inferior; e o Caso 2 onde a LNP permanece na laje de concreto, abaixo da armadura inferior. Para este caso, deve-se lidar com as armaduras superior e inferior da laje separadamente. A hipótese de escoamento da armadura inferior precisa ser verificada e se não for completada, a profundidade real da LNP deve ser calculada considerando a tensão real na armadura inferior.

Figura 13 - Forças internas para o caso em que a linha neutra plástica está dentro da laje de concreto para vigas mistas de aço e concreto reforçadas com PRFC

(a) Caso 1



(b) Caso 2



Fonte: adaptado de AFEFY ET AL. (2016).

O momento resistente para vigas mistas reforçadas com PRFC,  $M_r$ , pode ser calculado utilizando a equação 13 para o Caso 1 da Figura 13 e a equação 14 para o Caso 2 da Figura 13.

$$M_r = C_c \cdot e_c + C_{rt} \cdot e_{rt} + T_f \cdot e_f - T_{rb} \cdot e_{rb} \quad (13)$$

$$M_r = C_c \cdot e_c + C_{rt} \cdot e_{rt} + T_f \cdot e_f + C_{rb} \cdot e_{rb} \quad (14)$$

Onde:

$C_{rt}$  = força de compressão fornecida pelas armaduras superiores;

$T_{rb}$  = força de tração fornecida pelas armaduras inferiores (Caso 1);

$C_{rb}$  = força de compressão fornecida pelas armaduras inferiores (Caso 2);

$e_c$  = distância entre o centroide da viga de aço e a linha de aplicação da força de compressão do concreto;

$e_{rt}$  = distância entre o centroide da viga de aço e o centroide das armaduras superiores;

$e_{rb}$  = distância entre o centroide da viga de aço e o centroide das armaduras inferiores;

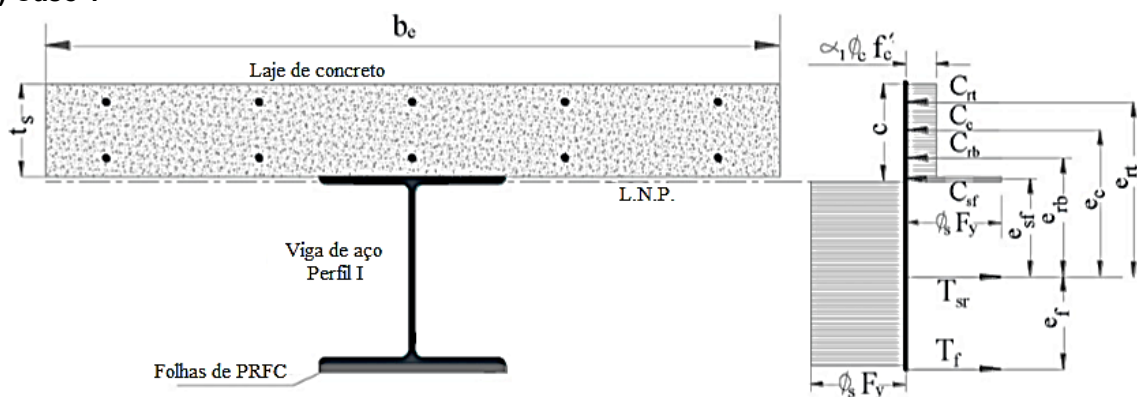
$e_f$  = distância entre o centroide da viga de aço e o centroide da matriz de PRFC.

#### 4.3.2.3 Cálculo do momento resistente quando a LNP permanece na seção de aço

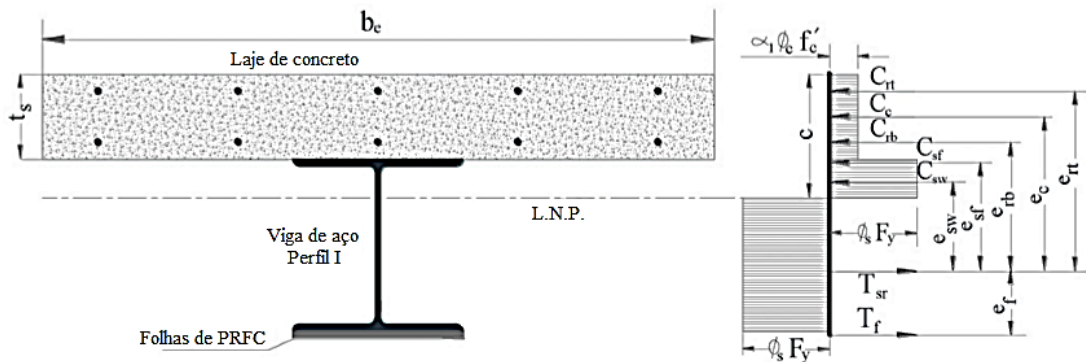
Para este caso, a profundidade do bloco de tensão retangular equivalente,  $a$ , deve ser igualado a espessura da laje de concreto. A LNP pode estar dentro da mesa superior da viga de aço como o Caso 1 na Figura 14, ou dentro da alma como o caso 2 da Figura 14.

**Figura 14 - Forças internas para o caso em que linha neutra plástica está na viga de aço para vigas mistas de aço e concreto reforçadas com PRFC**

##### (a) Caso 1



## (b) Caso 2



Fonte: adaptado de AFEFY ET AL. (2016).

Uma vez que as tensões de tração e compressão da viga de aço podem ser assumidas como as mesmas e iguais a tensão de escoamento, a análise pode ser realizada assumindo, primeiramente, que a LNP está dentro da mesa superior. Dessa forma, a equação de equilíbrio das forças internas pode ser representada pela equação 15.

$$C_c + C_{rt} + C_{rb} + C_{sf} = T_{sr} + T_f \quad (15)$$

Onde:

$C_{sf}$  = força de compressão fornecida pela parte comprimida da mesa superior da viga de aço;

$T_{sr}$  = força de tração fornecida pela parte remanescente da viga de aço.

E uma vez que:

$$C_{sf} + T_{sr} = T_s \quad (16)$$

A equação 15 pode ser reescrita substituindo o valor de  $T_{sr}$  da equação 16.

$$C_c + C_{rt} + C_{rb} + C_{sf} = (T_s - C_{sf}) + T_f \quad (17)$$

Então  $C_{sf}$  pode ser calculado da seguinte forma:

$$C_{sf} = 0,5[T_s + T_f - (C_c + C_{rt} + C_{rb})] \quad (18)$$

Assim, a área da porção comprimida da mesa pode ser calculada e dividindo ela pela largura da mesa, a profundidade pode ser obtida e se for menor que a espessura da mesa, o Caso 1 da Figura 14 deve ser considerado. Caso contrário, a mesa contribuirá para a força de compressão como o Caso 2 da Figura 14.

Assumindo que o momento interno será calculado em torno do centroide da viga de aço sob tração, o momento resistente para vigas mistas reforçadas com PRFC,  $M_r$ , pode ser calculado usando a equação 19 para o Caso 1 da Figura 14 ou a equação 20 para o Caso 2 da Figura 14.

$$M_r = C_c \cdot e_c + C_{rt} \cdot e_{rt} + C_{rb} \cdot e_{rb} + C_{sf} \cdot e_{sf} + T_f \cdot e_f \quad (19)$$

$$M_r = C_c \cdot e_c + C_{rt} \cdot e_{rt} + C_{rb} \cdot e_{rb} + C_{sf} \cdot e_{sf} + C_{sw} e_{sw} + T_f \cdot e_f \quad (20)$$

Onde:

$C_{sf}$  = força de compressão fornecida pela mesa superior da viga de aço ou uma porção dela;

$C_{sw}$  = força de compressão fornecida por uma parte da alma da viga de aço (Caso 2);

$e_{sf}$  = distância entre o centroide da porção da viga de aço sob tração e a linha de aplicação da força de compressão fornecida pela mesa superior ou uma porção dela;

$e_{sw}$  = distância entre o centroide da porção da viga de aço sob tração e a linha de aplicação da força de compressão fornecida pela porção comprimida da alma;

#### 4.4 Estudo de Kotinda (2006)

Em sua dissertação de mestrado, Kotinda (2006) desenvolveu modelos numéricos de vigas mistas de aço e concreto simplesmente apoiadas, com objetivo de analisar o comportamento estrutural, principalmente referente a interface laje-viga. Para tanto, obteve-se um modelo que representasse tanto o comportamento global, quanto alguns aspectos de maior interesse, como a concentração de tensões nos conectores de cisalhamento e na região da laje próxima aos mesmos conectores. Os estudos foram direcionados apenas para o caso de vigas mistas simplesmente apoiadas em temperatura ambiente, compostas por uma laje de concreto com face inferior plana e conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça.

Kotinda (2006) desenvolveu os modelos numéricos utilizando elementos finitos disponibilizados em pacotes, empregando o *software* ANSYS. Embora o comportamento da interface aço-concreto tenha sido descrito por parâmetros obtidos através de ensaios do tipo *push-out*, ela optou por uma estratégia de modelagem que dispensou o conhecimento de tais parâmetros, sendo necessário apenas definir as dimensões geométricas e as características constitutivas dos conectores. Os aspectos da modelagem numérica, tais como os tipos de elementos, a geração da malha, a vinculação, o acoplamento, os modelos constitutivos e as considerações da análise não linear, encontram-se descritos no capítulo 4 da dissertação.

Ao todo, onze modelos numéricos de vigas mistas de aço e concreto foram construídos e simulados. Para a validação da estratégia de modelagem, os resultados obtidos numericamente foram comparados com os resultados experimentais apresentados em Chapman e Balakrishnan (1964). Dessa forma, foram analisados o deslocamento vertical no meio do vão em função da carga aplicada, o escorregamento relativo na extremidade das vigas mistas (algumas também ao longo do vão), a distribuição de tensões longitudinais da seção transversal pertencente ao meio do vão e a deformação nos conectores de cisalhamento.

No tocante ao objetivo inicial estabelecido no trabalho, a estratégia de modelagem desenvolvida se mostrou adequada para simulação do comportamento de vigas mistas de aço e concreto.

## 5 ASPECTOS DA MODELAGEM NUMÉRICA

Os modelos numéricos desenvolvidos neste trabalho tiveram como base a estratégia adotada em Kotinda (2006) e foram modelados para representar as vigas mistas de aço e concreto reforçadas com PRFC ensaiadas experimentalmente em Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016) e em Fam, MacDougall e Shaat (2009).

Como já mencionado anteriormente, o *software* utilizado para simulação foi o ANSYS *Student* 18.0. A seguir serão apresentados os aspectos gerais da estratégia de Kotinda (2006) e as alterações que foram feitas para a adaptação da mesma para os casos estudados neste trabalho.

### 5.1 Elementos Finitos Utilizados

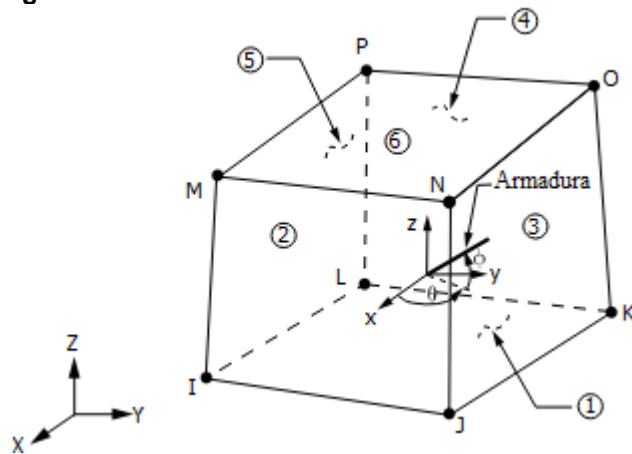
Os elementos finitos utilizados nos modelos numéricos foram escolhidos por meio de elementos pré-definidos, disponibilizados na biblioteca interna do ANSYS, e para isso, foram levados em consideração o número de graus de liberdade, esforço computacional e a representatividade diante do comportamento a ser simulado. A seguir serão apresentados tais elementos.

#### 5.1.1 Elemento *solid65*

Para a discretização da laje de concreto, foi utilizado o elemento *solid65*, esquematizado na Figura 15. Este é um elemento do tipo sólido 3-D com ou sem barras de reforço (armaduras) e possui oito nós com três graus de liberdade em cada um, sendo translações na direção dos eixos x, y e z. Além disso, é um elemento capaz de simular o comportamento do concreto, com fissuração na tração e esmagamento na compressão.

As armaduras foram introduzidas sob a forma de taxas, orientadas conforme os ângulos  $\Phi$  e  $\theta$ , e resistem apenas a esforços axiais. Ambos, elemento e armadura, permitem a consideração da não linearidade dos materiais.

Figura 15 – Geometria do elemento *solid65*



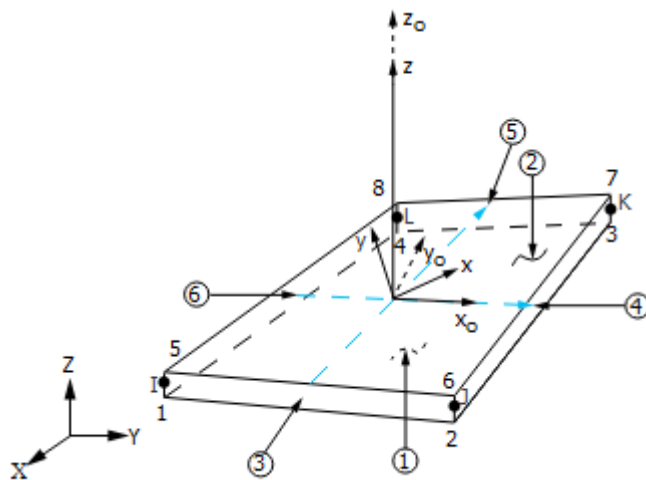
Fonte: Documentação do ANSYS.

### 5.1.2 Elemento *shell181*

O elemento *shell181* foi utilizado para discretizar a viga de aço e o PRFC. Este elemento é plano e adequado para analisar estruturas de espessura fina a moderada e para aplicações lineares, de grande rotação e/ou de grande deformação não linear. É um elemento de quatro nós com seis graus de liberdade em cada um, sendo translações nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  e rotações sobre os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

Ademais, o elemento possui deformação linear no plano que está contido e permite a consideração de não linearidade do material. A sua geometria está representada na Figura 16.

Figura 16 – Geometria do elemento *shell181*



Fonte: Documentação do ANSYS.

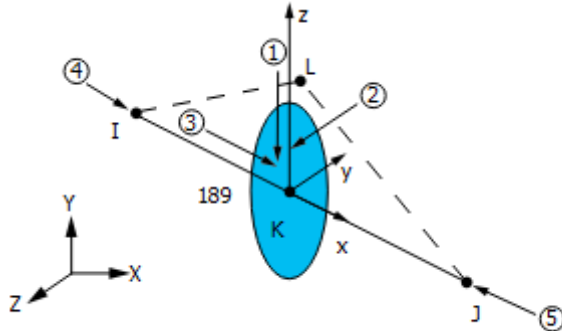


### 5.1.3 Elemento *beam189*

Para modelar os conectores de cisalhamento, Kotinda (2006) utilizou o elemento *beam189*, esquematizado na Figura 17. Este é um elemento de viga e possui três nós com seis graus de liberdade, sendo translações e rotações em torno dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Além disso, também é adequado para aplicações lineares, de grande rotação e/ou de grande deformação não linear.

Este elemento foi adotado por responder a esforços de flexão, por possibilitar a consideração da não linearidade do material, por permitir configurar a forma da seção transversal, no caso circular, e uma modelagem mais simples dos conectores.

**Figura 17 – Geometria do elemento *beam189***

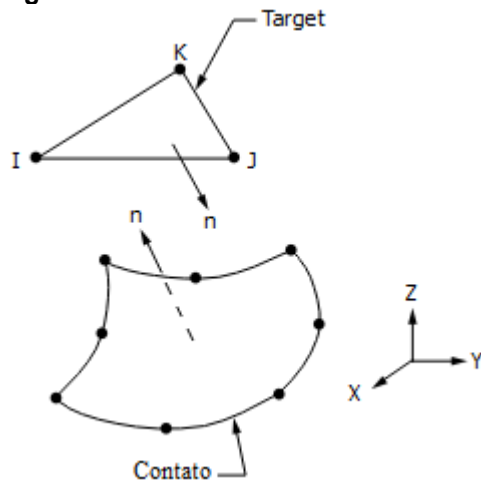


**Fonte: Documentação do ANSYS.**

### 5.1.4 Elementos *conta173* e *targe170*

Para representar o contato existente na interface entre a laje de concreto e a viga de aço foram utilizados os elementos *conta173* e *targe170*. Estes são adotados em análises tridimensionais com contato do tipo superfície-superfície e são capazes de simular a existência de pressão e separação entre os elementos, quando há e não há contato, respectivamente. Esse par de contato ainda possibilita a consideração de atrito e coesão entre as partes e as características geométricas de ambos variam conforme o tipo de elemento sobre o qual eles são aplicados (Figura 18).

Figura 18 – Geometria dos elementos *conta173* e *targe170*

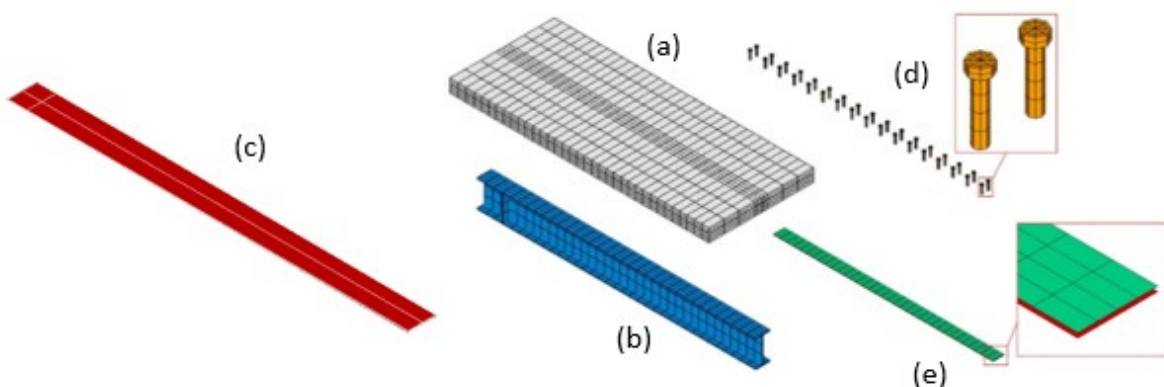


Fonte: Documentação do ANSYS.

## 5.2 Definição da Malha dos Elementos Finitos

Os modelos numéricos desenvolvidos são formados por cinco conjuntos de elementos: a laje de concreto, com armaduras inseridas sob a forma de taxa nos elementos pertencentes às faces inferior e superior da laje; a viga de aço; o PRFC; os conectores de cisalhamento; e o par de contato na interface laje-viga (Figura 19). Cada conjunto foi discretizado separadamente, de forma a coincidir os nós de cada um na interface entre eles, possibilitando, dessa forma, o acoplamento entre tais conjuntos por meio destes nós.

Figura 19 – Grupos de elementos finitos: (a) laje de concreto, (b) perfil de aço, (c) PRFC, (d) conectores de cisalhamento e (e) par de contato.



Fonte: adaptado de KOTINDA (2006).

Visando reduzir o esforço computacional, esta estratégia utiliza a condição de simetria para reduzir o número de elementos, modelando apenas a metade

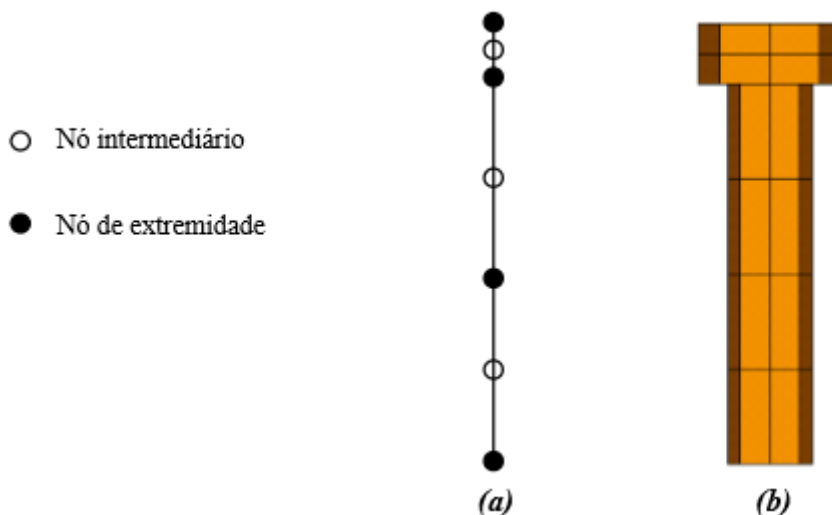
correspondente a parte esquerda da viga. É importante ressaltar que os resultados obtidos utilizando a condição de simetria quando comparados àqueles referentes a um modelo completo foram satisfatórios.

Considerando tanto o esforço computacional como a confiabilidade do resultado, foi-se adotado o grau de refinamento da malha. Os fatores que estabeleceram critérios mínimos para a definição da malha estão citados a seguir.

### 5.2.1 Discretização dos conectores

Cada conector de cisalhamento foi discretizado através de três elementos do tipo *beam189*, sendo um relativo à cabeça do conector e dois relativos ao corpo (Figura 20). A necessidade de pelo menos um elemento para cada parte do conector se deve a diferença de diâmetro entre as partes. De outro modo, a utilização de dois elementos para o corpo se deve pelo fato de que a transferência de esforços cisalhantes se dá principalmente pela ação da metade inferior do corpo do conector sobre a laje, garantindo, assim, a presença de um nó na região de transferência de esforços.

**Figura 20 – Conector de cisalhamento discretizado: (a) representação unifilar e (b) representação com seção transversal**



Fonte: Kotinda (2006).

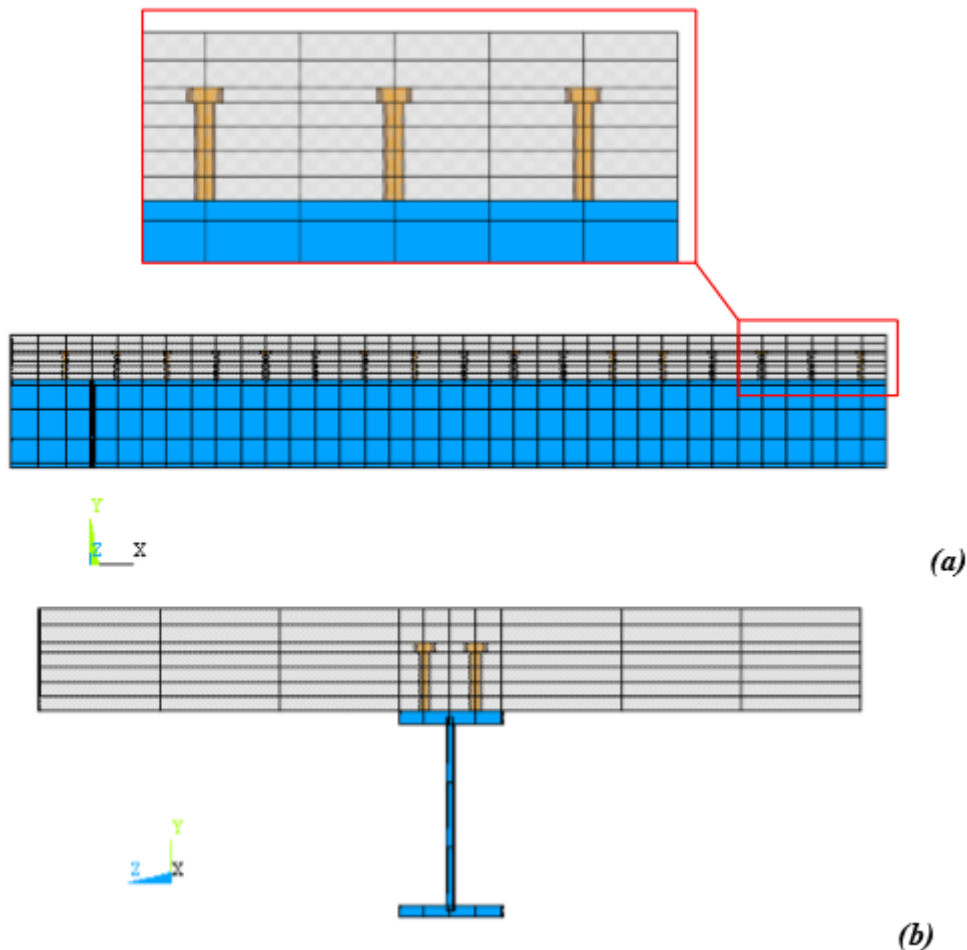
### 5.2.2 Discretização da laje de concreto

Um número mínimo de dois elementos entre cada linha de conectores (Figura 21) foi estabelecido no sentido longitudinal (eixo  $x$ ), com o intuito de recuperar a variação das tensões na laje devido à ação dos conectores de cisalhamento.

No sentido vertical (eixo  $y$ ) a laje foi discretizada de modo que existisse um nó coincidente nela para cada nó referente aos conectores (exceto o nó intermediário da cabeça do conector). No mais, uma camada não muito espessa de elementos foi mantida, próxima a as faces superior e inferior da laje, para inserir armaduras dispersas.

No sentido transversal (eixo  $z$ ), obedeceu-se a existência de nós coincidentes com os nós dos conectores e do perfil de aço.

**Figura 21 – Discretização da laje de concreto e perfil de aço: (a) sentido longitudinal (eixo  $x$ ) e (b) sentido transversal (eixo  $y$ )**



Fonte: Kotinda (2006).

### 5.2.3 Discretização do perfil de aço

Para o perfil de aço, foi respeitada a conformidade com a malha adotada para a laje de concreto, de modo que os nós desses dois elementos coincidissem.

### 5.2.4 Discretização do PRFC

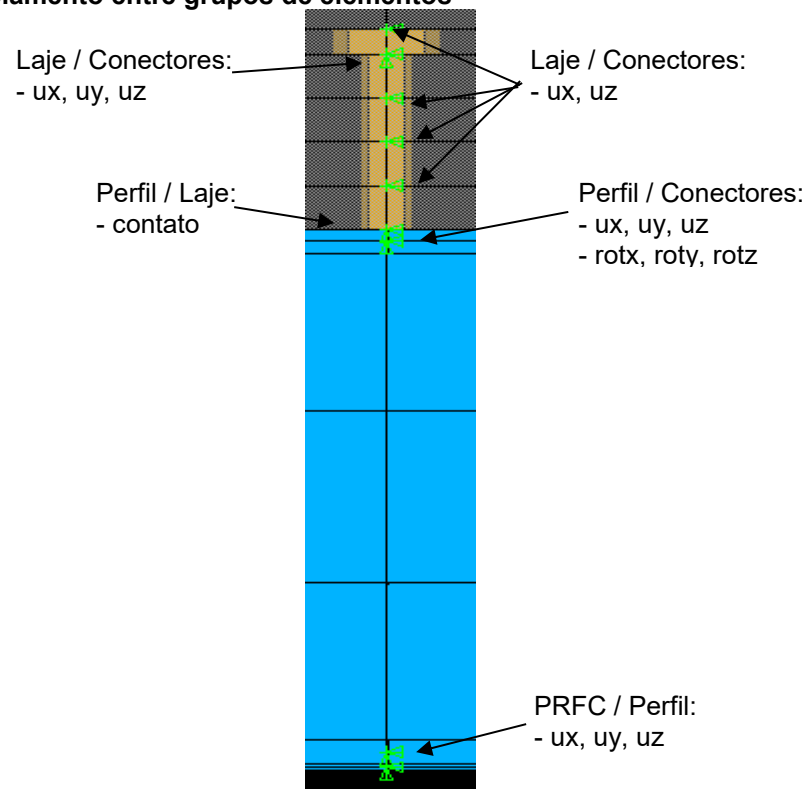
Do mesmo modo para o perfil de aço, a discretização do PRFC respeitou a malha adotada para aquele, de modo que os nós desses dois elementos coincidissem.

## 5.3 Acoplamentos e Vinculações

Como já indicado, os conjuntos de elementos finitos foram acoplados entre si através dos nós coincidentes, de acordo com os procedimentos retratados a seguir e a Figura 22.

- (a) Perfil / Conectores: o nó da base de cada conector foi acoplado ao nó correspondente da mesa superior do perfil, compatibilizando-se, assim, todos os graus de liberdade, representando o engastamento do pino.
- (b) Laje / Conectores: as translações nas direções dos eixos  $x$  e  $z$  foram compatibilizadas por meio dos nós. Além disso, o nó logo abaixo da cabeça do pino foi acoplado segundo a direção  $y$ , caracterizando a ancoragem mecânica existente nessa região.
- (c) Perfil / Laje: Os elementos *conta173*, ligado à mesa superior do perfil e *targe170*, ligado à face inferior da laje, estabeleceram o contato laje-viga.
- (d) PRFC / Perfil: as translações nas direções dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  foram compatibilizadas considerando os nós de mesmas coordenadas  $x$  e  $y$ . Portanto, assumiu-se como hipótese aderência perfeita entre o perfil de aço e PRFC.

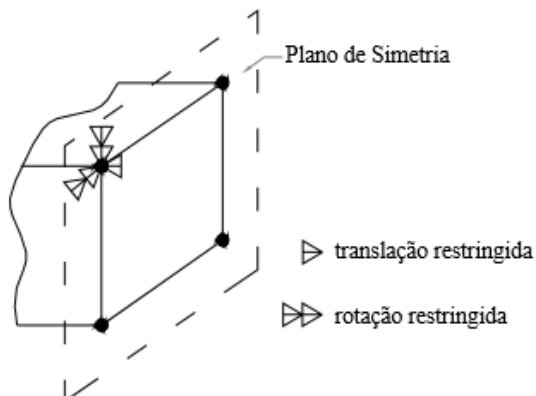
**Figura 22 – Acoplamento entre grupos de elementos**



Fonte: Autoria Própria (2017).

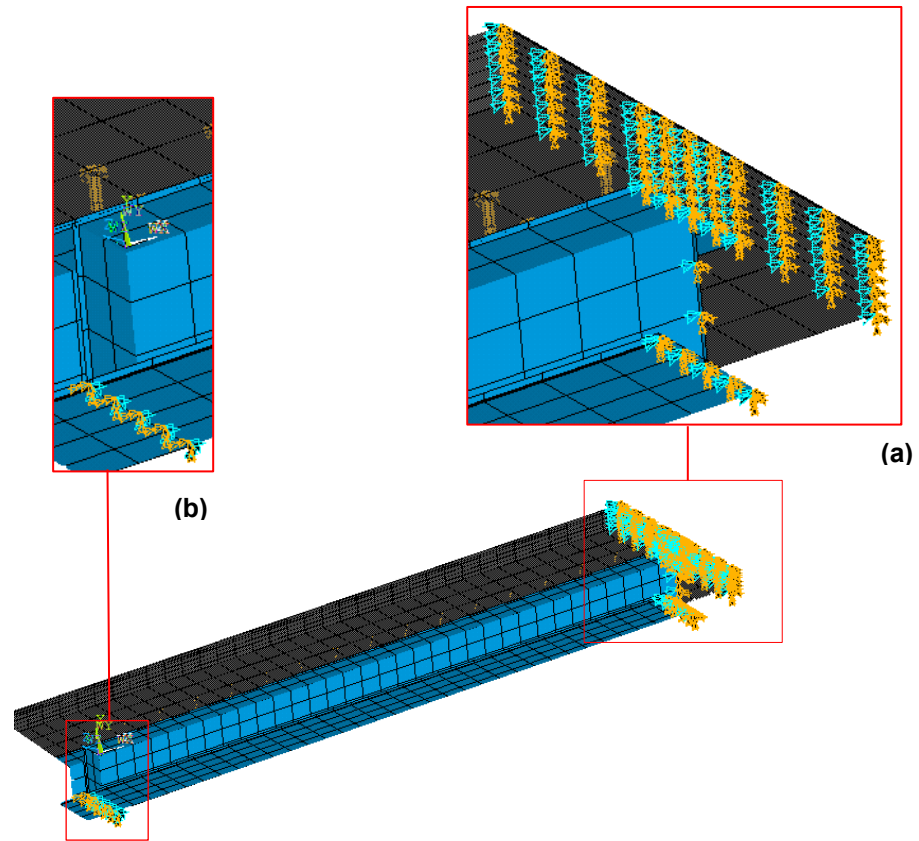
Conforme já mencionado no item 5.2, foi utilizado a condição de simetria, disponibilizada pelo ANSYS (Figura 23), a fim de reduzir o esforço computacional. Portanto, esta condição foi aplicada aos nós pertencentes à seção central da viga mista, segundo o plano que contém esta mesma seção, conforme detalhe (a) da Figura 24.

**Figura 23 – Graus de liberdade restringidos pela condição de simetria**



Fonte: Kotinda (2006).

Figura 24 – (a) Condição de simetria, e (b) vinculação no apoio



Fonte: Autoria Própria (2017).

Quanto a vinculação do apoio, foi reproduzido um apoio do tipo móvel, detalhe (b) da Figura 24, no qual foram restringidos todos os graus de liberdade dos nós referentes ao mesmo exceto a translação em x e a rotação em torno de z.

#### 5.4 Considerações sobre a Aplicação do Carregamento

Seguindo a estratégia de Kotinda (2006), a simulação numérica foi dividida em duas etapas: a primeira considerando apenas o peso próprio da estrutura; e a segunda aplicando a carga externa.

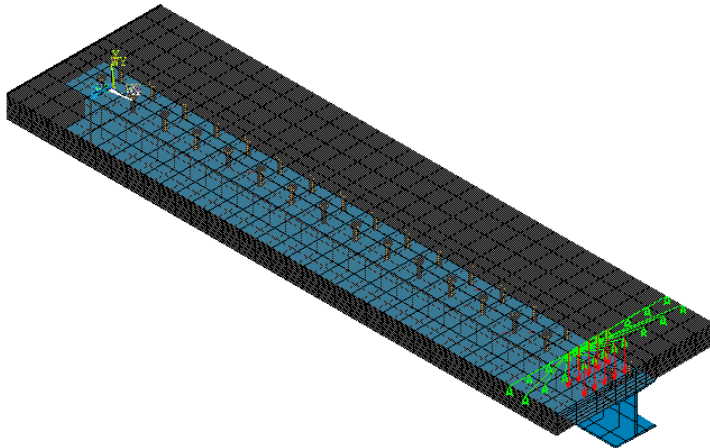
A primeira etapa foi considerada apenas para estabilizar o contato na interface através da ação do peso da laje de concreto sobre a viga de aço. Dessa forma, a influência do peso próprio sobre as vigas mistas estudadas foi desprezada. O valor adotado para o peso específico de cada material está descrito na Tabela 2. Além do peso específico, também foi imposta uma ação gravitacional.

**Tabela 2 – Peso específico dos materiais**

<b>Material</b>	<b>Peso específico (kN/m<sup>3</sup>)</b>
Concreto	24
Aço do Perfil	77
Aço dos Conectores	77
Aço da Armadura	77
PRFC	17

**Fonte: Kotinda (2006) e Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016)**

Na segunda etapa, foi aplicado um sistema carregamento externo de quatro pontos. Em todos os modelos, a viga mista foi carregada por cargas pontuais, aplicadas nos nós da face superior da laje de concreto. Para as duas etapas, a aplicação do carregamento foi feita de forma incremental, em função da não linearidade de material considerada para os materiais que compõem a viga mista e o reforço.

**Figura 25 – Modelo numérico com carregamento**

**Fonte: Autoria Própria (2017).**

## **5.5 Relações Constitutivas Utilizadas**

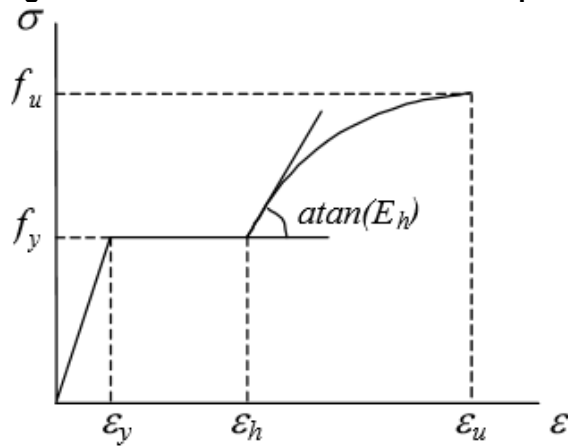
### **5.5.1 Aço do perfil**

Para o perfil de aço, Kotinda (2006) adotou um modelo constitutivo elastoplástico multilinear apresentado em Gattesco (1999), com encruamento isótropo e critério de plastificação de Von Mises.



A Figura 26 ilustra a curva tensão-deformação adotada, a qual apresenta um comportamento elástico-linear até a tensão de escoamento ( $f_y$ ), perfeitamente plástico entre o limite de deformação elástica ( $\varepsilon_y$ ) e a deformação de início de encruamento ( $\varepsilon_h$ ), e deste ponto até a tensão de ruptura ( $f_u$ ), descrito pela equação 21.

**Figura 26 – Modelo constitutivo adotado para o aço do perfil**



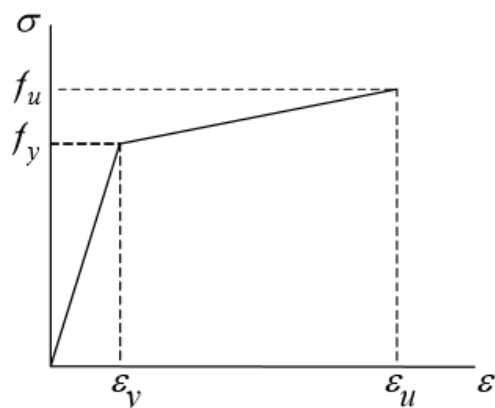
Fonte: Kotinda (2006).

$$\sigma = f_y + E_h(\varepsilon - \varepsilon_h) \left( 1 - E_h \frac{\varepsilon - \varepsilon_h}{4(f_u - f_y)} \right), \text{ com } E_h = 350 \text{ kN/cm}^2 \quad (21)$$

### 5.5.2 Aço dos conectores

Para os conectores de cisalhamento, um modelo bi-linear com encruamento isótopo, com base no critério de Von Mises, foi adotado. A curva tensão-deformação está ilustrada na figura 27.

**Figura 27 – Modelo Constitutivo adotado para o aço dos conectores**



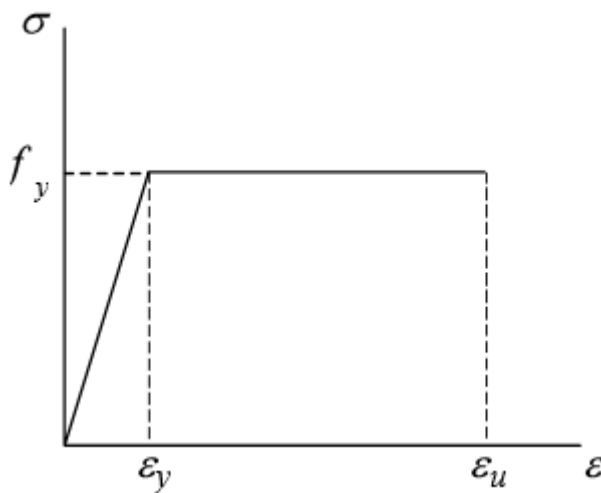
Fonte: Kotinda (2006).

### 5.5.3 Aço da armadura

Para o aço da armadura, foi adotado um modelo elasto-plástico perfeito, também com base no critério de Von Mises. A Figura 28 ilustra a curva tensão-deformação para este modelo.

Foi considerada uma inclinação equivalente a  $E/1000$  para o segundo trecho da curva da Figura 28, com o intuito de evitar problemas numéricos.

**Figura 28 – Modelo constitutivo adotado para o aço da armadura**



Fonte: Kotinda (2006).

### 5.5.4 Concreto

Para representar o comportamento do concreto à tração, foi utilizado o *modelo concrete*, disponibilizado pelo ANSYS, que é baseado no modelo de Willan-Warnke e permite que a fissuração do concreto quando submetido a tensões de tração seja simulada.

No entanto, para o concreto à compressão, o comportamento fornecido pelo *modelo concrete* foi desabilitado, devido a instabilidades numéricas ocorridas quando da utilização deste de forma integral, estabelecendo-se, assim,  $f_c$  igual a -1. Nesse caso, o critério de plastificação de Von Mises para o concreto sob compressão foi admitido.

Portanto, na compressão foi adotado um modelo multilinear com encruamento isotrópico. A Figura 29 ilustra a curva tensão-deformação, extraída do Eurocode 2 (2002

draft of prEN 1992-1-1), o qual fornece a seguinte relação para o comportamento do concreto na compressão:

$$\sigma = f_{cm} \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta}, \text{ para } 0 < \varepsilon < \varepsilon_{c1} \quad (22)$$

Sendo:

$$\eta = \varepsilon / \varepsilon_{c1} \quad \varepsilon_{c1}(\sigma_{c1}/\sigma_{c0}) = 0,7 f_{cm}^{0,31} < 2,8 \quad k = 1,1 E_{cm} |\varepsilon_{c1}| / f_{cm}$$

Onde:

$f_{cm}$  = valor médio de resistência à compressão do concreto para corpo de prova cilíndrico;

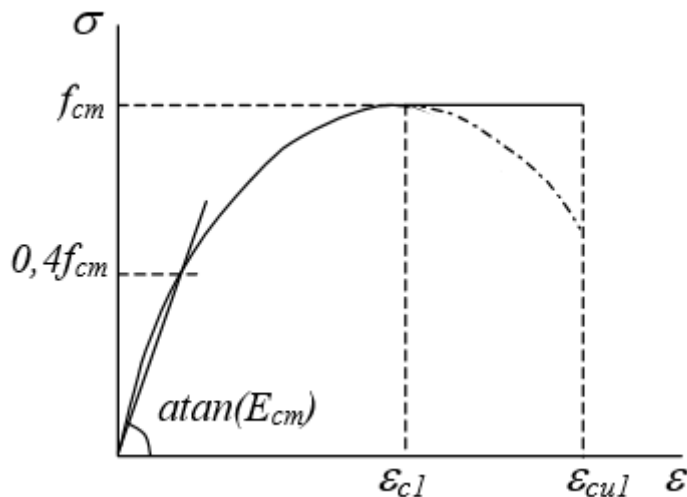
$\varepsilon_{c1}$  = deformação correspondente à tensão máxima de compressão;

$\varepsilon_{cu1}$  = deformação última à compressão;

$E_{cm}$  = módulo de elasticidade secante do concreto.

Uma pequena inclinação de  $E_{cm}/1000$  foi adotada para o trecho entre  $\varepsilon_{c1}$  e  $\varepsilon_{cu1}$ , com o intuito de evitar problemas numéricos.

**Figura 29 – Modelo constitutivo adotado para o concreto**



Fonte: Kotinda (2006).

### 5.5.5 PRFC

A relação tensão-deformação adotada para o PRFC seguiu o padrão estabelecido em Kotinda (2006). Portanto, também foi seguido o critério de Von Mises, com base em um modelo elasto-plástico perfeito, análogo a relação constitutiva do aço da armadura. A curva tensão-deformação é semelhante a ilustrada na Figura 28, na qual também foi considerada a pequena inclinação ( $E/1000$ ) para o segundo trecho da curva.

## 5.6 Propriedades Mecânicas dos Materiais Utilizadas

As propriedades dos materiais utilizadas na simulação das vigas mistas estudadas em Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016) para o concreto, aço e PRFC estão indicadas nas Tabelas 3, 4 e 5, respectivamente.

**Tabela 3 – Propriedades mecânicas do concreto**

Módulo de elasticidade (MPa)	Resistência à compressão (MPa)	Coefficiente de Poisson
28.688	40	0,20

Fonte: Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016).

**Tabela 4 – Propriedades mecânicas do aço**

Aço	Módulo de elasticidade (MPa)	Resistência ao escoamento (MPa)	Resistência à ruptura (MPa)	Coefficiente de Poisson
Viga	200.000	350	450	0,30
Conector	200.000	340	420	0,30
Armadura	200.000	400	-	0,30

Fonte: Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016).

**Tabela 5 – Propriedades mecânicas do PRFC**

Módulo de elasticidade (MPa)	Resistência à ruptura (MPa)	Deformação última (%)	Coefficiente de Poisson
72.400	876	1,2	0,31

Fonte: Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016).

Nas Tabelas 6, 7 e 8, estão indicadas as propriedades mecânicas do concreto, aço e PRFC, respectivamente, utilizadas na simulação das vigas mistas estudadas em Fam, MacDougall e Shaat (2009).

**Tabela 6 – Propriedades mecânicas do concreto**

Módulo de elasticidade (MPa)	Resistência à compressão (MPa)	Coefficiente de Poisson
28.688	39,8	0,20

Fonte: Fam, MacDougall e Shaat (2009).

**Tabela 7 – Propriedades mecânicas do aço**

Aço	Módulo de elasticidade (MPa)	Resistência ao escoamento (MPa)	Resistência à ruptura (MPa)	Coefficiente de Poisson
Viga	200.000	345	450	0,30
Conector	200.000	340	420	0,30
Armadura	200.000	400	-	0,30

Fonte: Fam, MacDougall e Shaat (2009).

**Tabela 8 – Propriedades mecânicas do PRFC**

Propriedades	Módulo de elasticidade (GPa)	Resistência à ruptura (MPa)	Deformação última (%)	Coefficiente de Poisson
Fam, MacDougall e Shaat (2009)	152	1914	1,35	0,31
Mínimas - SIKA	200	2900	1,35	0,31
Médias - SIKA	210	3200	1,35	0,31

Fonte: Fam, MacDougall e Shaat (2009) e catálogo da SIKA (2011).

Ressalta-se que, para ambos os estudos, o módulo de elasticidade do concreto foi estimado.

## 5.7 Aspectos da Análise Não Linear

Em razão da consideração da não linearidade física, o carregamento foi aplicado de forma incremental, sendo utilizado o recurso '*Automatic Load Stepping*', disponibilizado pelo ANSYS, para controlar o incremento de carga. Com este recurso, quando o número de iterações ultrapassar o limite estabelecido (no caso do presente trabalho, 100), quanto se obtiver aumentos de deformações plásticas maiores que 15%, o programa realiza a redução do valor do incremento e reinicia o processamento com o incremento menor. Além disso, se o processo convergir de forma sistemática na primeira iteração, o valor do incremento pode ser aumentado. O incremento máximo foi de 10 kN e mínimo de  $5 \times 10^{-5}$  kN.

Para resolução do problema não linear foi utilizado o método '*Newton Raphson Pleno*', definido pela atualização da matriz de rigidez tangente a cada iteração.

O controle de convergência foi realizado por forças e momentos, com base no vetor de resíduo  $\{R\}$ , seguindo o seguinte critério para satisfação: quando a norma

quadrática deste vetor,  $\|\{R\}\|$ , atingir valores menores ou iguais a um por cento da norma quadrática do vetor de forças e momentos aplicados ( $0,01 \cdot \|\{F^a\}\|$ ).

O método '*Direct Sparse*', disponibilizado pelo ANSYS, foi utilizado para solução dos sistemas de equações lineares. Tal método é recomendado para problemas não lineares quando se tem vários tipos de elementos no mesmo modelo e consiste em um processo de eliminação direta, através da decomposição da matriz de rigidez em matrizes triangulares, superior e inferior ( $K=LU$ ). No entanto, no método dos elementos finitos, geralmente, a matriz de rigidez é do tipo esparsa. Então, uma reordenação das linhas da matriz  $K$  é realizada antes de sua decomposição em  $LU$ , de modo a minimizar o número de operações e, conseqüentemente, otimizando o processo.

O recurso '*Adaptive Descent*' do ANSYS foi utilizado concomitantemente ao método '*Newton Raphson Pleno*'. O funcionamento do recurso em questão alterna a configuração da matriz de rigidez entre secante e tangente se for identificada divergência ou convergência, respectivamente, no processo. Esse recurso permitiu que os modelos atingissem níveis de carregamento próximos aos identificados experimentalmente como de ruptura.

## 6 MODELOS NUMÉRICOS DESENVOLVIDOS

Como já mencionado, os modelos numéricos foram desenvolvidos para simular as vigas mistas de aço e concreto reforçadas por PRFC estudadas experimentalmente e analiticamente em Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016) e experimentalmente em Fam, MacDougall e Shaat (2009).

Ao total, foram construídos e simulados oito modelos numéricos a partir da estratégia desenvolvida em Kotinda (2006). A seguir serão apresentadas as descrições das vigas mistas simuladas para cada um dos estudos citados anteriormente e os aspectos da análise do modelo analítico proposto em Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016).

### 6.1 Descrição das Vigas Mistas do Estudo de Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016)

Para o estudo de Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016), foram elaborados quatro modelos numéricos de vigas mistas de aço e concreto, as quais possuem as mesmas dimensões, número e tamanho dos conectores de cisalhamento, tipo de carregamento e propriedades dos materiais. A diferença entre eles é que em um modelo, a viga não foi reforçada com PRFC, servindo como referência, e nos demais, a viga mista foi reforçada com diferentes quantidades de camadas de PRFC, adicionadas na superfície inferior da mesa tracionada do perfil de aço.

A Tabela 9 indica a denominação das vigas mistas de acordo com a quantidade de camada de PRFC adotada no presente trabalho, em concordância com as informações fornecidas na referência citada. Vale destacar que cada camada de PRFC possui espessura de 1,0 mm e cobre toda a largura da mesa da viga de aço.

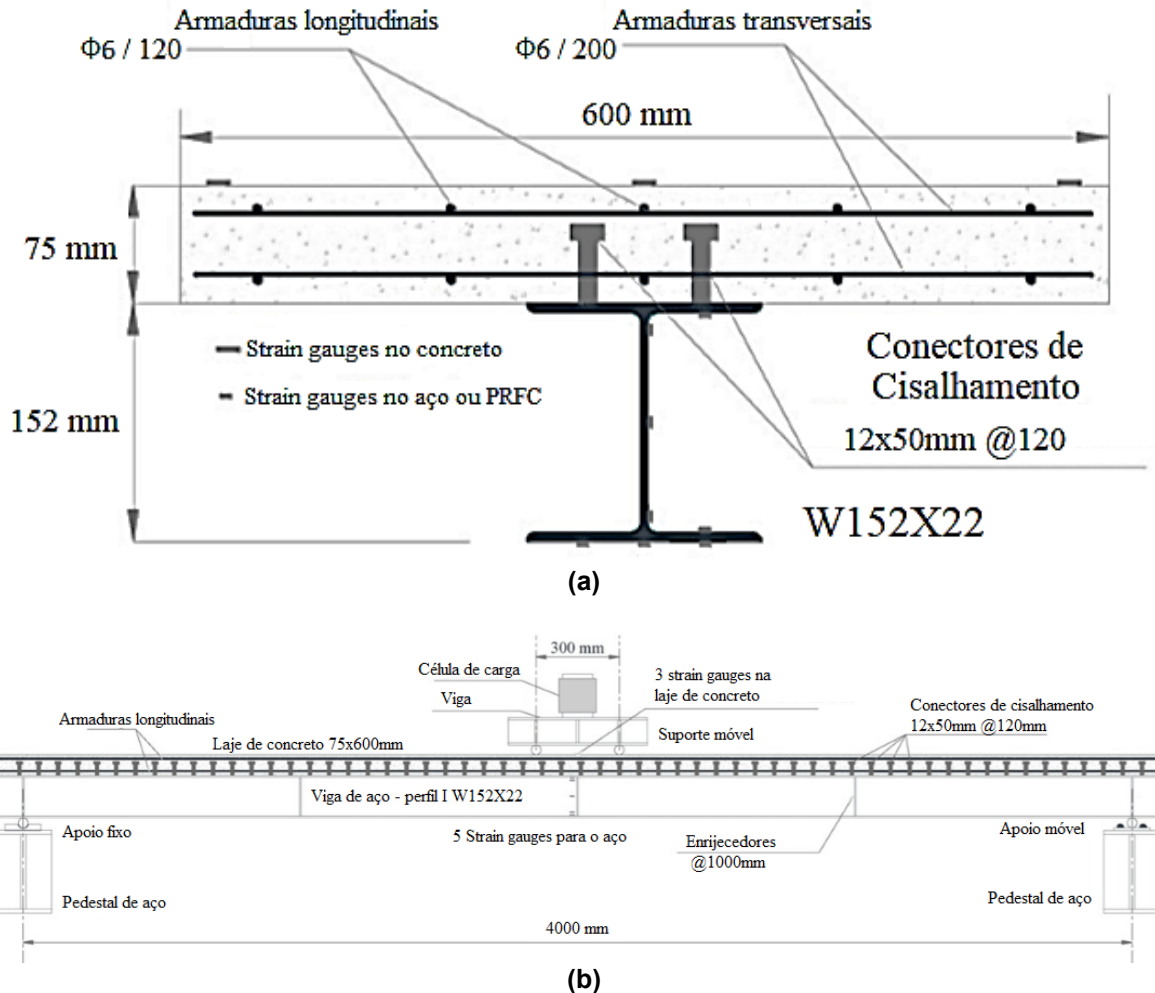
**Tabela 9 – Denominação das vigas mistas**

Viga	Quantidade de camadas de PRFC
B-C	-
BS-2	2
BS-3	3
BS-4	4

Fonte: Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016).

A Figura 30 ilustra as dimensões referentes aos modelos. Ademais, o número total de conectores foi 68, com diâmetro do corpo igual a 12 mm e altura total de 107,1 mm.

Figura 30 – Dimensões da viga mista sem reforço: (a) seção transversal e (b) elevação



Fonte: Adaptado de Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016).

## 6.2 Descrição das Vigas Mistas do Estudo de Fam, Macdougall e Shaat (2009)

Para este estudo, foram construídos e simulados dois modelos numéricos de vigas mistas com as mesmas dimensões, número e tamanho dos conectores de cisalhamento e tipo de carregamento. A diferença entre os dois modelos é que em um a viga mista não foi reforçada, servindo de referência, e no outro, foi reforçada com duas camadas PRFC com comprimento e largura diferentes.

Quanto as propriedades dos materiais, foram mantidas as mesmas para o aço e o concreto, mas para o PRFC, as propriedades da SIKA CarboDur M914 informadas



pelos autores, as quais eles mesmos ensaiaram para fins de caracterização, estão significativamente abaixo do que se encontra no catálogo do fabricante. Assim, foram realizadas duas simulações adicionais para a viga mista reforçada, considerando os valores mínimos e médios para o módulo de elasticidade e resistência à ruptura (Tabela 8). Portanto, ao total, foram realizadas quatro simulações para o estudo de Fam, MacDougall e Shaat (2009).

A Tabela 10 fornece detalhes das vigas, como a identificação e as configurações do reforço de PRFC. Vale destacar que o vão entre apoios é de 5940 mm e a espessura da camada de PRFC é de 1,40 mm.

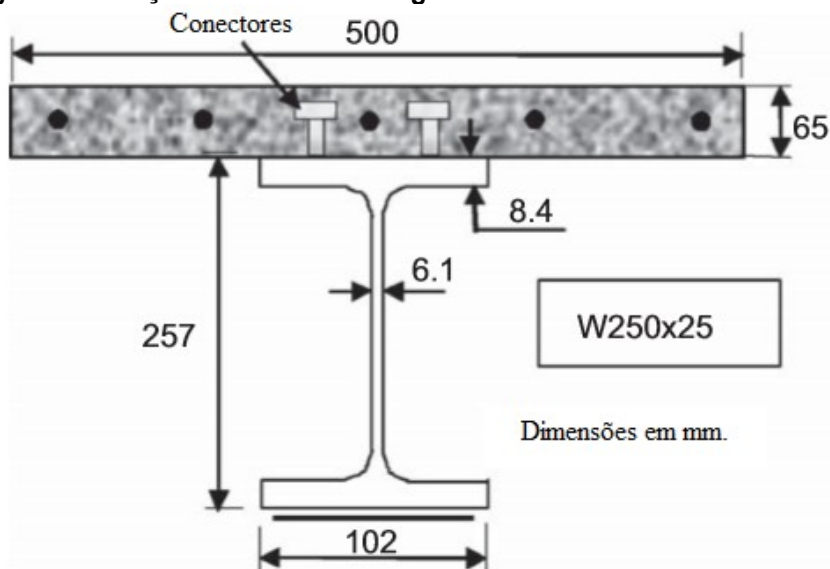
**Tabela 10 – Denominação das vigas mistas e configurações do reforço de PRFC**

Viga	Configuração do PRFC			
	Camada 1		Camada 2	
	Largura (mm)	Comprimento (mm)	Largura (mm)	Comprimento (mm)
G1	-	-	-	-
G2 e G3	90	4000	50	1500

Fonte: Fam, MacDougall e Shaat (2009).

A Figura 31 ilustra as dimensões referentes aos modelos. Ademais, o número total de conectores foi 142, com diâmetro do corpo igual a 8,8 mm e altura total de 42,1 mm.

**Figura 31 – Seção transversal da viga mista simulada**



Fonte: Adaptado de Fam, MacDougall e Shaat (2009).

### **6.3 Aspectos da análise com o modelo analítico de Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016)**

Para análise do modelo analítico proposto em Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016), descrito no item 4.3.2 da fundamentação teórica, foi desenvolvida uma planilha no Excel, visando a automatização do cálculo.

Nesta planilha, os parâmetros de entrada são as propriedades geométricas e mecânicas da laje de concreto, viga de aço, armaduras e do reforço de PRFC e, então, o momento resistente é calculado automaticamente.

A planilha encontra-se no Apêndice A.

## 7 RESULTADOS E DISCUSSÃO

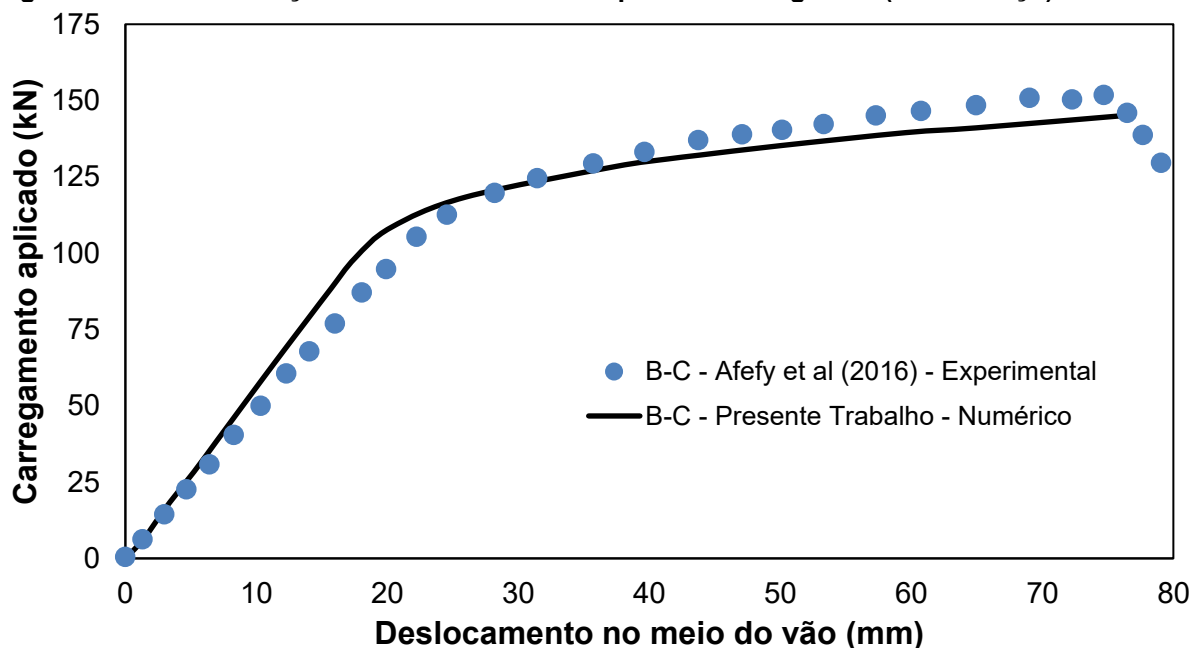
Para validação dos modelos numéricos desenvolvidos neste trabalho foi utilizado o parâmetro deslocamento vertical no meio do vão em função do carregamento aplicado, via comparação *numérico x experimental*. Além dessa validação, foi avaliado o modelo analítico proposto em Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016), através da comparação dos resultados apresentados na referência e os resultados obtidos calculados no presente trabalho.

A seguir serão apresentados os resultados referentes a cada um dos estudos realizados.

### 7.1 Simulação das Vigas Mistas do Estudo de Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016)

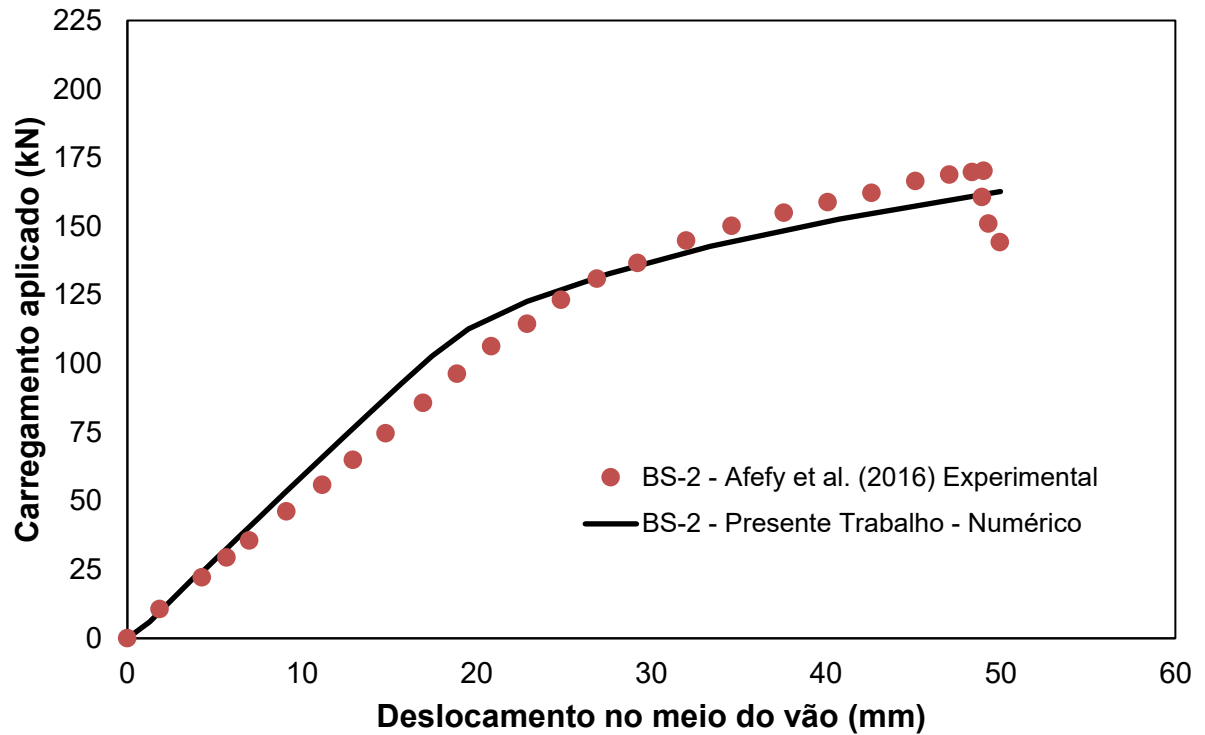
Os gráficos a seguir (Figuras 32, 33, 34 e 35) retratam a evolução do deslocamento vertical no meio do vão em função do carregamento aplicado. As curvas obtidas pela simulação numérica são confrontadas àquelas obtidas experimentalmente e apresentadas em Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016).

Figura 32 – Gráfico Força x Deslocamento correspondente a viga B-C (sem reforço)



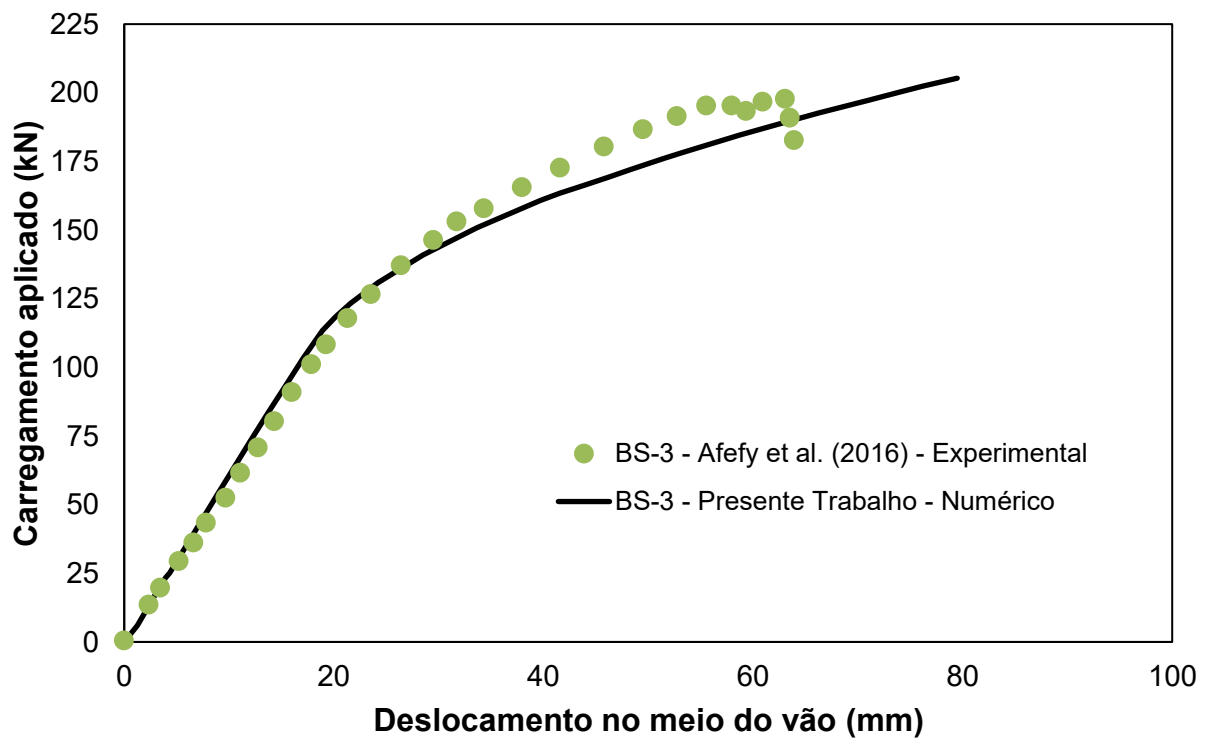
Fonte: Autoria Própria (2017).

Figura 33 - Gráfico Força x Deslocamento correspondente a viga BS-2 (2 camadas de PRFC)



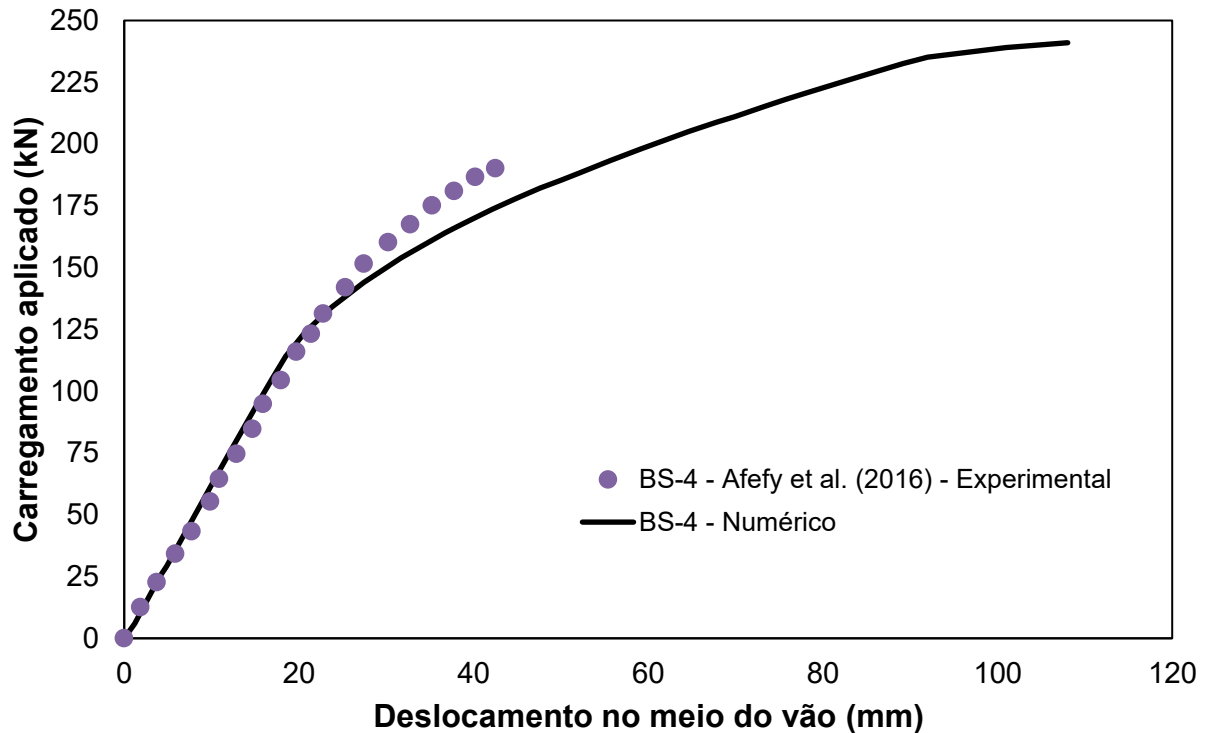
Fonte: Autoria Própria (2017).

Figura 34 - Gráfico Força x Deslocamento correspondente a viga BS-3 (3 camadas de PRFC)



Fonte: Autoria Própria (2017).

Figura 35 – Gráfico Força x Deslocamento correspondente a viga BS-4 (4 camadas de PRFC)



Fonte: Autoria Própria (2017).

A Tabela 11 apresenta os valores dos carregamentos de colapso obtidos experimentalmente e numericamente para cada viga mista simulada, a variação em porcentagem entre tais valores e a melhora do reforço de acordo com o aumento da quantidade de camadas de PRFC, em porcentagem.

Tabela 11 – Carregamentos de colapso experimental e numérico

Viga	Carregamento de colapso (kN)		$\Delta$ (%)	Melhora do reforço (%) - Experimental
	Experimental*	Numérico		
B-C	151,8	145,0	-4,48	-
BS-2	170,1	162,7	-4,35	+12,01
BS-3	197,7	205,3	+3,84	+30,24
BS-4	190,1	241,0	+26,77	+25,23

\*Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016).

Fonte: Autoria Própria (2017).

O ensaio experimental realizado pela referência foi conduzido sob condições de deslocamento controlado e a força vertical aplicada foi medida através de uma célula de carga. Por meio da análise dos gráficos, nota-se que o comportamento das vigas mistas, em relação ao deslocamento vertical no meio do vão, foi representado

de forma satisfatória pelas curvas obtidas numericamente, apresentando um bom ajuste no trecho inicial e uma diferença aceitável no trecho com comportamento não linear, exceto para o caso da Figura 35, cujo resultado numérico ficou distante do resultado experimental em relação ao comportamento no colapso.

Quanto aos modos de falha, de acordo com Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016), para a viga não reforçada, B-C, (Figura 32) a deformação na viga de aço excedeu a deformação de escoamento com o aumento do carregamento aplicado, seguido do esmagamento do concreto na parte comprimida. Para a viga BS-2 (Figura 33), ocorreu o esmagamento do concreto. Para a viga BS-3 (Figura 34), ocorreu tanto o esmagamento do concreto, como a ruptura do PRFC. E para a viga BS-4 (Figura 34), também ocorreu o esmagamento do concreto.

A diferença entre o carregamento de colapso obtido experimentalmente e o obtido numericamente foi considerada excepcional para todas as vigas mistas, abaixo de 5%, exceto a viga BS-4 que apresentou uma diferença em torno de 25%.

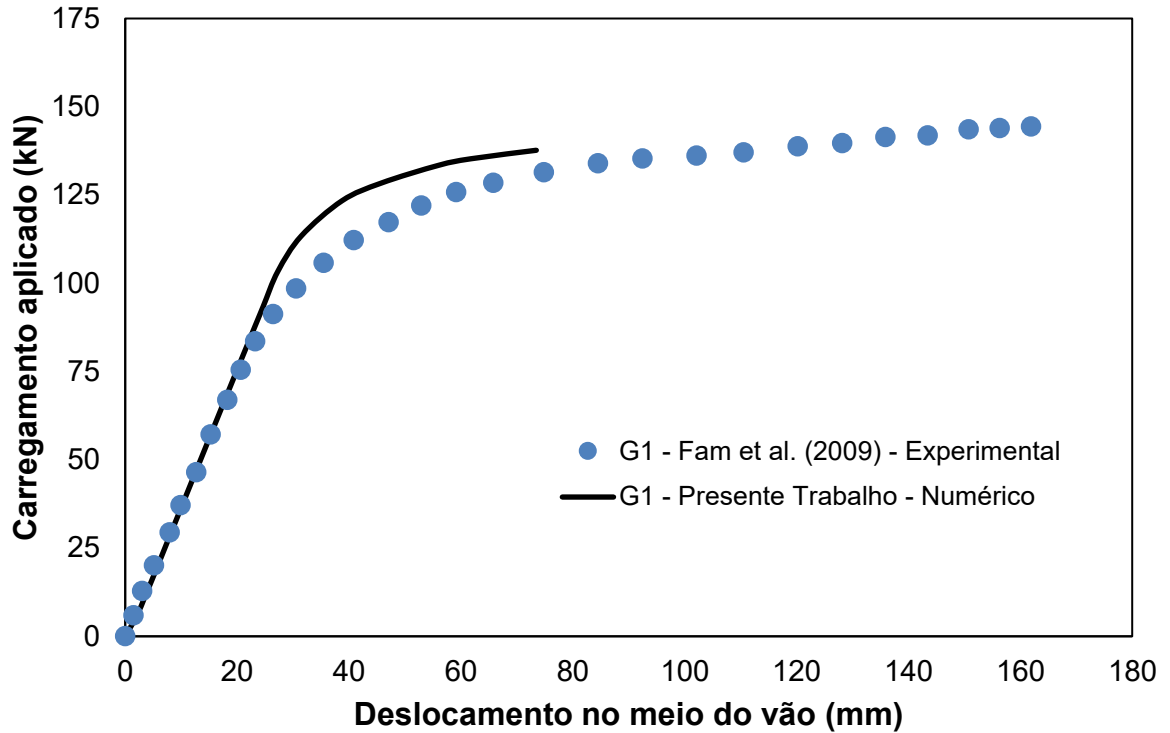
Analisando a melhora do reforço a partir do aumento da quantidade de camadas de PRFC, nota-se que o reforço da viga mista com três camadas apresenta a melhor contribuição em relação ao carregamento de colapso.

## **7.2 Simulação das Vigas Mistas do Estudo de Fam, Macdougall e Shaat (2009)**

Nos experimentos de Fam, MacDougall e Shaat (2009) houve descolamento da segunda camada de fibra em baixo valor de carregamento, de modo que essa camada acabou por não colaborar na resistência última, segundo os autores. Portanto, nas simulações aqui realizadas a segunda camada foi desconsiderada, de modo que apenas uma única simulação com reforço foi necessária para gerar resultados numéricos para comparação com resultados experimentais dos espécimes G2 e G3.

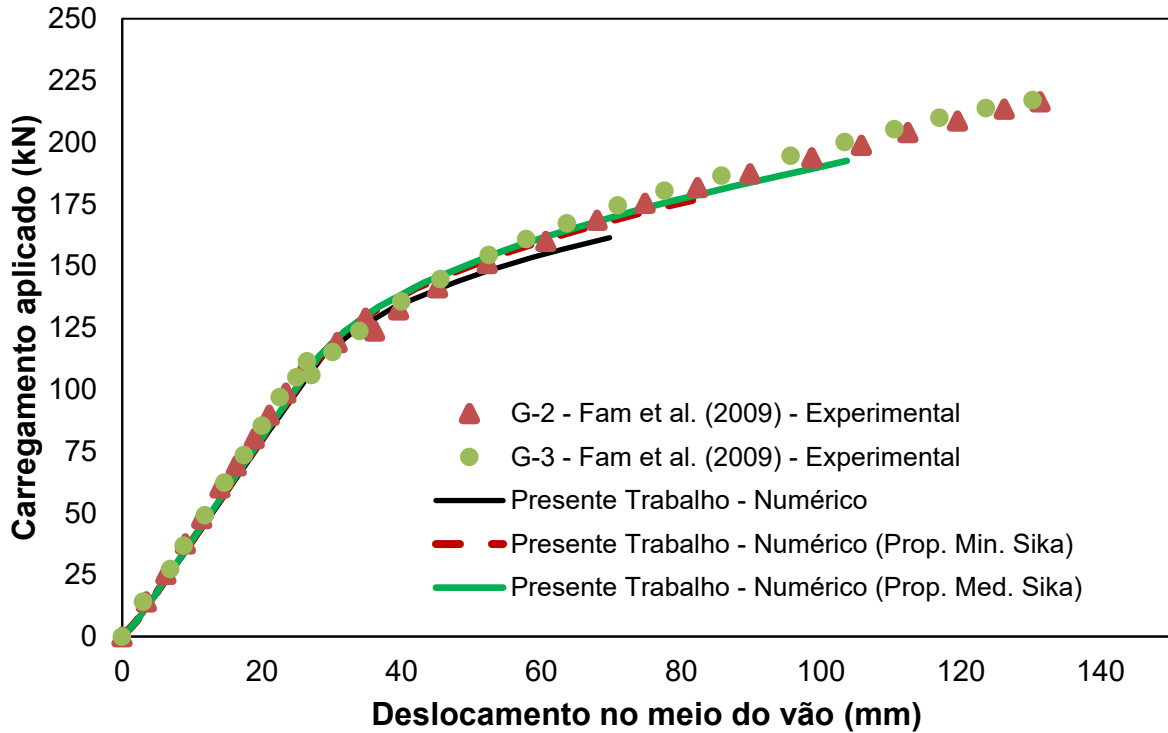
Os gráficos a seguir (Figuras 36 e 37) retratam a evolução do deslocamento vertical no meio do vão em função do carregamento aplicado, no caso, crescente, para cada viga mista simulada. As curvas obtidas pela simulação numérica são confrontadas àquelas obtidas experimentalmente e apresentadas em Fam, MacDougall e Shaat (2009). Neste estudo, o ensaio experimental foi também conduzido sob condições de deslocamento controlado.

Figura 36 - Gráfico Força x Deslocamento correspondente a viga G1 (sem reforço)



Fonte: Autoria Própria (2017).

Figura 37 - Gráfico Força x Deslocamento correspondente as vigas G2 e G



Fonte: Autoria Própria (2017).

A Tabela 12 apresenta os valores do carregamento de colapso obtidos experimental e numericamente para cada viga mista simulada.

**Tabela 12 – Carregamentos de colapso experimental e numérico**

Viga	Carregamento de colapso (kN)						
	Experimental *	Numérico					
		Prop. Caracteriz.	$\Delta$ (%)	Prop. Mínima Fabricante	$\Delta$ (%)	Prop. Média Fabricante	$\Delta$ (%)
G1	144	137,7	-4,37	-	-	-	-
G2	216	161,4	-25,28	177,4	-17,87	192,5	-10,88
G3	217	161,4	-25,62	177,4	-18,25	192,5	-11,29

\* Fam, MacDougall e Shaat (2009)

Fonte: Autoria Própria (2017).

Por meio da análise do gráfico caso da Figura 36 (viga G1), nota-se que o comportamento da viga mista, quando do deslocamento vertical no meio do vão, foi representado de forma satisfatória pela curva obtida numericamente, apresentando um bom ajuste no trecho inicial e um comportamento bem menos dúctil no colapso, ocorrendo o esmagamento do concreto. Considerando os dados da Tabela 12, a diferença entre o carregamento último obtido experimentalmente e o obtido numericamente foi de apenas 4,37%, considerado satisfatório.

O gráfico da Figura 37 ilustra os resultados obtidos numericamente para a viga mista com as propriedades do PRFC fornecidas por Fam, MacDougall e Shaat (2009) por meio de ensaio de caracterização do laminado de PRFC SIKA CarboDur M914, e as propriedades mínimas e médias fornecidas pelo catálogo da SIKA. As curvas obtidas numericamente representaram de forma satisfatória o comportamento da viga mista, apresentando um bom ajuste no trecho inicial. No entanto, comparando tais curvas entre si, a curva obtida pela simulação com as propriedades médias fornecidas pelo catálogo do fabricante resultou em um comportamento mais próximo do experimental, com diferença entre os carregamentos de colapso obtidos experimental e numericamente de aproximadamente 10,88% (Tabela 12). Em todos os casos, ocorreu o esmagamento do concreto.

A curva obtida pela simulação com as propriedades do PRFC fornecidas por Fam, MacDougall e Shaat (2009) resultou em um comportamento mais distante do experimental, com uma diferença entre os carregamentos de colapso obtidos experimentalmente e numericamente de aproximadamente 25,28% (Tabela 12).



### 7.3 Resultados obtidos com o modelo analítico de Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016)

Os resultados obtidos com o modelo analítico para as vigas mistas reforçadas com PRFC foram comparados com os resultados fornecidos pela referência, como demonstrado na Tabela 13. Todas as situações resultaram em linha neutra na laje de concreto.

**Tabela 13 – Momentos resistentes calculados pelo modelo analítico e pela carga de colapso (experimental)**

Viga	Momento resistente - Experimental* (1) (kN.m)	Momento resistente – referência* (2) (kN.m)	Momento resistente – presente trabalho (3) (kN.m)	(1/2)	(2/3)
B-C	140,4	113,9	115,6	1,23	0,99
BS-2	157,3	132,8	134,3	1,18	0,99
BS-3	182,6	147,2	143,3	1,24	1,03
BS-4	175,8	151,6	152,2	1,16	≅ 1,0

\* Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016)

Fonte: Autoria Própria (2017).

Como pode ser notado pela comparação dos resultados da Tabela 13, o procedimento analítico proposto por Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016) pode ser usado para calcular momentos resistentes de cálculo com margem de segurança entre 16% e 24%. A variação máxima dos momentos resistentes calculados no presente trabalho em relação aos fornecidos por Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016), relação (2/3), resultaram menores que 3%, sendo considerada aceitável. Dessa forma, o modelo analítico proposto por Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016) foi aferido e considerado adequado para realizar o cálculo do momento resistente de vigas mistas de aço e concreto com PRFC para a situação em questão, em que a linha neutra encontra-se na laje. Situações de vigas reforçadas por laminados com situações que a linha neutra se encontre na viga de aço carecem de verificação.

## 8 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como proposta desenvolver modelos numéricos para simular o comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto reforçadas com polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC) e estudar o modelo analítico para o cálculo do momento resistente das vigas mistas reforçadas com PRFC proposto em Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016).

Para modelagem numérica utilizou-se o ANSYS *Student* 18.0, tendo como base a estratégia desenvolvida em Kotinda (2006) para simulação de vigas mistas de aço e concreto, a qual se mostrou adequada e eficaz para o caso de vigas mistas de aço e concreto reforçadas com PRFC. Mesmo assumindo-se a hipótese de aderência perfeita entre o perfil de aço e o PRFC, os modelos numéricos alcançaram níveis de carregamento de colapso próximos aos identificados experimentalmente na maioria das situações analisadas.

A validação dos modelos numéricos foi realizada através da comparação entre os resultados obtidos numericamente e os resultados experimentais obtidos em Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016) e Fam, MacDougall e Shaat (2009).

No referente as vigas mistas do estudo de Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016) quanto ao deslocamento vertical no meio do vão, as curvas obtidas numericamente simularam de forma satisfatória o comportamento das vigas mistas, exceto para o caso de reforço com 4 camadas de PRFC, cujo resultado numérico alcançou carregamento de colapso bastante superior ao obtido experimentalmente.

No referente as vigas mistas do estudo de Fam, MacDougall e Shaat (2009), foram realizadas simulações considerando as propriedades do PRFC fornecidas pelo trabalho obtidas em ensaio de caracterização e as propriedades mínimas e médias fornecidas pelo catálogo da SIKA. As curvas obtidas numericamente também representaram de forma satisfatória o comportamento das vigas mistas, porém a simulação considerando as propriedades médias fornecidas pela SIKA para o produto CarboDur M914 foi a que mais se aproximou do comportamento experimental. A curva obtida numericamente utilizando as propriedades fornecidas pela referência foi a que mais se distanciou da curva experimental.

O modelo analítico proposto em Afefy, Sennah e Akhlagh-Nejat (2016) mostrou-se adequado para estimar a resistência ao momento fletor das vigas mistas de aço e concreto reforçadas com PRFC para a situação em que a linha neutra

encontra-se na laje de concreto. O cálculo efetuado neste trabalho, a título de aferição, apresentou uma variação no momento resistente menor que 3% quando comparado com os resultados apresentados na referência utilizada.

Diante dos aspectos mencionados, pode-se concluir que o potencial do reforço de vigas mistas de aço e concreto com PRFC é elevado, fornecendo ganhos na resistência à flexão e na ductilidade quando comparado com uma viga mista não reforçada. Além disso, o potencial desse reforço é destacado em diversos trabalhos presentes na literatura, especialmente em comparação com o método convencional de reforço de estruturas de aço e deve ser melhor explorado e difundido.

## REFERÊNCIAS

AFEFY, H. M.; SENNAH, K.; AKHLAGH-NEJAT, H. Experimental and analytical investigations on the flexural behavior of CFRP-strengthened composite girders. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 120, p. 94-105, 2016.

ALVA, Gerson M. S.; MALITE, Maximiliano. **Comportamento estrutural e dimensionamento de elementos mistos aço-concreto**. Caderno de engenharia de estruturas, v. 7, n. 25, p. 51-84. São Carlos, 2005. Disponível em: <[http://www.set.eesc.usp.br/cadernos/nova\\_versao/pdf/cee25\\_51.pdf](http://www.set.eesc.usp.br/cadernos/nova_versao/pdf/cee25_51.pdf)>. Acesso em: 13 mar. 2017.

ANSYS Versão 18.0 Documentation. ANSYS, Inc.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

DAVID, Daniela L. **Análise teórica e experimental de conectores de cisalhamento e vigas mistas constituídas por perfis de aço formados a frio e laje de vigotas pré-moldadas**. 2007. 250 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

EUROCODE 2 (2002 draft of prEN 1992-1-1). **Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings**. 2002.

FAM, A.; MACDOUGALL, C.; SHAAT, A. Upgrading steel-concrete composite girders and repair of damaged steel beams using bonded CFRP laminates. **Thin-walled Structures**, v. 47, p. 1122-1135, 2009.

GATTESCO, N. Analytical modeling of nonlinear behavior of composite beams with deformable connection. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 52, p. 195-218, 1999.

JOHNSON, Roger P. **Composite structures of steel and concrete: beams, slabs, columns, and frames for buildings**. 3 ed. Oxford: Blackwell Publishing, 2004.

KOTINDA, T I. **Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas: ênfase ao estudo da interface laje-viga**. 114 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. **Guidelines for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening existing structures —Metallic structures (preliminary study)**. CNR-DT 202/2005. Rome, Italy: National Research Council Advisory Committee on Technical Recommendations for Construction, 2007.

PEIRIS, Nisal A. **Steel beams strengthened with ultra high modulus CFRP laminates**. 2011. 307 f. Dissertation (Doctorate of philosophy) – University of Kentucky, Kentucky, 2011.

QUEIROZ, Gilson; PIMENTA, Roberval J.; MARTINS, Alexander G. **Manual de construção em aço: estruturas mistas - vol. 2**. Rio de Janeiro, 2012. 76 p.

SELEEM, M. H.; SHARAKY, I. A.; SALLAM; H. E. M.; Flexural behavior of steel beams strengthened by carbon fiber reinforced polymer plates – Three dimensional finite element simulation. **Materials and Design**. Egypt, n. 31, p. 1317-1324, 2010.

SIKA PORTUGAL, SA. **Ficha de produto: Sika® CarboDur®**. Portugal, 2011.

TAWFIK, Qaidar H.; KARUNASENA, Warnar. Use of CFRP for rehabilitation of steel structures: a review. In: SOUTHERN REGION ENGINEERING CONFERENCE, 2010, Toowoomba. **Review**. Australia, 2010, 5 p.

ZHAO, Xiao-L.; ZHANG L. State of the art review on FRP strengthened steel structures. **Engineering Structures**, n. 29, p. 1808–1823, 2007.

ZHAO, Xiao-L. **FRP-strengthened metallic structures**. 1.ed. New York: CRC Press, 2014.

## APÊNDICE A – Planilha para o Cálculo do Momento Resistente: Exemplo da viga BS-2

### MODELO ANALÍTICO PARA VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO REFORÇADAS COM PRFC

#### Propriedades geométricas e mecânicas dos componentes da viga mista

Vão entre apoios (mm)

4000

#### Viga de aço

tfs (mm)	bfs (mm)	tw (mm)	hw (mm)	tfi (mm)	bfi (mm)	H (mm)
6,6	152	5,8	138,8	6,6	152	152
As (cm <sup>2</sup> )	28,11					
fy (MPa)	350					
Øs	0,95					

#### Armadura

φr (mm)	Aun (cm <sup>2</sup> )	Slong. (mm)	Stransv. (mm)
6,00	0,2826	200	120
Ar (cm <sup>2</sup> )	2,83		
fy (MPa)	400		
Ør	0,90		
fs (MPa)	600		
cob (cm)	2,00		

#### Laje de concreto

bc (mm)	be (mm)	tc (mm)
600	600	75
fc (MPa)	40	
α1	0,79	
Øc	0,75	

#### PRFC

ncam	bprf (mm)	tprf (mm)
2	150	1,00
Af (cm <sup>2</sup> )	3,00	
Ef (MPa)	72400	
εf	0,007	
Øf	0,75	

### Localização da linha neutra plástica

$C_c$ (kN)	$C_r$ (kN)	$T_s$ (kN)	$T_f$ (kN)
1066,50	101,74	934,80	114,03
$C$ (kN)	1168,24		
$T$ (kN)	1048,83		
A linha neutra encontra-se na laje de concreto			

se  $C > T$ : a linha neutra encontra-se na laje de concreto.

se  $T > C$ : a linha neutra encontra-se na viga de aço.

### Cálculo do momento resistente quando a LN está na laje de concreto

#### Cálculo da profundidade do bloco de tensão equivalente (a) e da LN (c)

a (cm)	$\beta_1$	c (cm)	d (cm)
6,66	0,87	7,66	5,20

se  $d > c$ : CASO 1 (LN acima da armadura inferior)

se  $d < c$ : CASO 2 (LN abaixo da armadura inferior)

Caso para o cálculo do momento resistente:

CASO 2

#### Cálculo dos parâmetros

$C_{rt}$ (kN)	$T_{rb}$ (kN)	$C_{rb}$ (kN)	$e_c$ (cm)	$e_{rt}$ (cm)	$e_{rb}$ (cm)	$e_f$ (cm)	$C_c$ (kN)
50,87	-	50,87	11,77	12,80	9,90	7,70	947,10

Momento resistente (kN.m) 134,30

### Cálculo do momento resistente quando a LN está na viga de aço

#### Cálculo da profundidade da LN (c)

a (cm)	$C_{rt}$ (kN)	$C_{rb}$ (kN)
-	-	-
$C_{sf}$ (kN)	-	
$A_{pf}$ (cm <sup>2</sup> )	-	
y (cm)	-	
c (cm)	-	

se  $y < t_{fs}$ : CASO 1 (LN encontra-se na mesa superior)

se  $y > t_{fs}$ : CASO 2 (LN encontra-se na alma)

Caso para o cálculo do momento resistente	-
-------------------------------------------	---

Parâmetros - CASO 1						
$\bar{y}_s$ (cm)	$e_c$ (cm)	$e_{rt}$ (cm)	$e_{rb}$ (cm)	$e_{sf}$ (cm)	$e_{sw}$ (cm)	$e_f$ (cm)
-	-	-	-	-	-	-

Parâmetros - CASO 2					
$C_{sf,máx}$ (kN)	$C_{sw}$ (kN)	$A_{pw}$ (cm <sup>2</sup> )	$\gamma_w$ (cm)	$c$ (cm)	$\bar{y}_s$ (cm)
-	-	-	-	-	-
$e_c$ (cm)	$e_{rt}$ (cm)	$e_{rb}$ (cm)	$e_{sf}$ (cm)	$e_{sw}$ (cm)	$e_f$ (cm)
-	-	-	-	-	-

Momento resistente (kN.m)	-
---------------------------	---