

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

DEPARTAMENTO DE CONSTRUÇÃO CIVIL

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

GUSTAVO ALMEIDA DE MOURA

**AVALIAÇÃO NÃO DESTRUTIVA DE PEÇAS ESTRUTURAIS DE
MADEIRA EMPREGANDO O ENSAIO DE VIBRAÇÃO
LONGITUDINAL**

CAMPO MOURÃO

2015

GUSTAVO ALMEIDA DE MOURA

**AVALIAÇÃO NÃO DESTRUTIVA DE PEÇAS ESTRUTURAIS DE
MADEIRA EMPREGANDO O ENSAIO DE VIBRAÇÃO
LONGITUDINAL**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso superior de Engenharia Civil do Departamento Acadêmico de Construção Civil – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Rodrigo Carreira

CAMPO MOURÃO

2015



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Campo Mourão
Diretoria de Graduação e Educação Profissional
Departamento Acadêmico de Construção Civil
Coordenação de Engenharia Civil



TERMO DE APROVAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso

AVALIAÇÃO NÃO DESTRUTIVA DE PEÇAS ESTRUTURAIS DE MADEIRA EMPREGANDO O ENSAIO DE VIBRAÇÃO LONGITUDINAL

por

Gustavo Almeida de Moura

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 8h do dia 24 de novembro de 2015 como requisito parcial para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL, pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

**Prof. Me. Angelo Giovanni Bonfim
Corelhanho**
(UTFPR)

**Prof^a. Dr^a. Fabiana Goia Rosa de
Oliveira**
(UTFPR)

Prof. Dr. Marcelo Rodrigo Carreira
(UTFPR)
Orientador

Responsável pelo TCC: **Prof. Me. Valdomiro Lubachevski Kurta**

Coordenador do Curso de Engenharia Civil:

Prof. Dr. Leandro Waidemam.

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.

AGRADECIMENTOS

Entendo como é importante estar cercado por boas pessoas e ter saúde para vencer qualquer etapa da vida. Por isto, agradeço a Deus por ter concedido meus pais, minha família, meus amigos, meus professores e minha saúde.

Aos meus pais, pela educação, pelo amor e proporcionar total suporte para eu conquistar meus objetivos.

Nada é por acaso. Agradeço por ter cursado três períodos de engenharia de alimentos, onde os professores despertaram o meu interesse pela área de pesquisa, o que me fez buscar um tema para o trabalho de conclusão de curso que envolvesse a área experimental. Além dos ótimos amigos que fiz neste período.

Aos professores que ajudaram a ampliar meu conhecimento e desenvolver meu senso técnico e criativo. Para que no mercado de trabalho possa otimizar processos e buscar novas soluções, sempre da melhor maneira possível.

Ao professor Dr. Marcelo Rodrigo Carreira pela excelente orientação, dedicação e paciência.

A Rigueti madeiras por ceder seu ambiente de trabalho para que pudesse selecionar as madeiras e a UTFPR por dar total suporte na realização deste trabalho.

Aos meus amigos, em especial ao Dionísio, Giorgie, Henrique, Mário e o técnico do laboratório Maiko que me ajudaram a realizar os experimentos. E a todos, que de alguma forma, me apoiaram, ajudaram e acreditaram na realização deste trabalho.

RESUMO

MOURA, G. A. **Avaliação não destrutiva de peças estruturais de madeira empregando o ensaio de vibração longitudinal**. 2015. 51f. Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação (Bacharelado em Engenharia Civil), Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2015.

Os ensaios não destrutivos permitem avaliar as propriedades físicas e mecânicas de materiais ou componentes construtivos sem danificá-los ou comprometer sua utilização futura. Devido à boa correlação entre o módulo de ruptura e a rigidez à flexão da madeira, o módulo de elasticidade na flexão tem sido usado como estimador da resistência mecânica de peças estruturais. O módulo de elasticidade pode ser determinado pelo ensaio de vibração longitudinal medindo-se a frequência do primeiro modo de deformação ou a velocidade da onda de choque. Este trabalho teve como objetivo avaliar os resultados obtidos com as duas abordagens do ensaio de vibração longitudinal na determinação do módulo de elasticidade de uma amostra de 28 tábuas de *Pinus elliotti* tendo 14 peças com defeitos que comprometiam até metade da seção transversal (grupo 1) e 14 peças sem defeitos (grupo 2). As tábuas tinham dimensões transversais 2 cm x 15 cm e comprimento de 2,50 m. O módulo de elasticidade na flexão estática foi determinado de acordo com a norma ASTM D4761 (ASTM, 2005) e o módulo de elasticidade dinâmico foi determinado pelo ensaio de vibração longitudinal livre. Para o grupo 2 foram obtidas fortes correlações entre os módulos de elasticidade estático e dinâmico medido pela frequência do primeiro modo de deformação ($R^2 = 0,92$) e pela velocidade da onda ($R^2 = 0,80$). No grupo 1 observou-se que a determinação do módulo de elasticidade dinâmico pela frequência do primeiro modo também resultou em forte correlação ($R^2 = 0,86$). Contudo, no grupo 1, não foi encontrada correlação entre o módulo de elasticidade estático e o módulo de elasticidade dinâmico medido a partir da velocidade da onda de choque ($R^2 = 0,09$). Acredita-se que a ausência de correlação entre o módulo de elasticidade estático e dinâmico a partir da velocidade da onda de choque do grupo 1, deve-se ao fato que a distância percorrida pela onda de choque tenha sido diferente do comprimento das tábuas.

Palavras-chaves: Avaliação não destrutiva. Ensaio de vibração longitudinal. Madeira.

ABSTRACT

MOURA, G. A. **Non-destructive evaluation of lumber by longitudinal vibration test.** 2015. 51f. Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação (Bacharelado em Engenharia Civil), Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2015.

The longitudinal vibration test is a non-destructive method. The non-destructive methods can be measure the physical and mechanical properties of materials and structural components without damage or compromise the future usage. The longitudinal vibration test can be accomplished by two approach: by measurement of first resonance frequency or by stress wave method. Hence, the aim study were evaluate the results by two approaches of longitudinal vibration test at to determination the modulus of elasticity of lumber. For this, twenty eight boards of *Pinus elliotti*, with dimision 2 cm x 15 cm and 2,5 m length were sorted being, half graded as S2 and S3 by (group 1) and the remaining boards (group 2) without knots. The modulus of elasticity was measured both by longitudinal vibration test as bending static test. In both groups, a strong correlation was observed between static and dynamic the modulus of elasticity obtained by natural frequency, with $R^2 = 0,86$ for group 1 and $R^2 = 0,92$ for group 2. The results obtained with stress wave test method also show a good correlation with static bending tests for group 2 ($R^2 = 0,80$). However, for group 1, no correlation was found between static and dynamic modulus of elasticity measured with stress wave test method ($R^2 = 0,09$). The suggested to non-correlation between static and dynamic modulus of elasticity measured with stress wave test method of group 1, is that the length that the stress wave ran through the board were different that the wood board's length.

Keywords: Non-destructive evaluation. Longitudinal vibration test. Lumber

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação de um sistema com um grau de liberdade. Adaptado: Clough, 2003	14
Figura 2 – Diagrama de corpo livre	15
Figura 3 – Modelo para sistema com dois graus de liberdade. Adaptado: Rao, 2011. ...	17
Figura 4 – Modelo para sistema contínuo de vibração longitudinal	18
Figura 5 – Forças envolvidas no equilíbrio dinâmico.....	19
Figura 6 – Grupo 1, classe visual S2 e S3	23
Figura 7 – Grupo 2, classe visual SS	24
Figura 8 – Ensaio de flexão estática	25
Figura 9 – Ensaio de vibração longitudinal.....	27
Figura 10 – Interface do programa usado na análise de sinais.	28
Figura 11 – Zoom nos sinais de frequência, do martelo e acelerômetro.	29
Figura 12 – Gráfico de correlação E_s x $E_{d,f}$ para grupo 1	34
Figura 13 – Gráfico de normalidade dos resíduos (E_s x $E_{d,f}$) do o grupo 1	34
Figura 14 – Resíduos contra valores estimados para E_s x $E_{d,f}$ para grupo 1	35
Figura 15 – Gráfico de correlação E_s x $E_{d,v}$ para o grupo 1	36
Figura 16 – Gráfico de normalidade do resíduos (E_s x $E_{d,v}$) do o grupo 1	37
Figura 17 – Gráfico de normalidade dos resíduos para os dados transformados do grupo 1.	37
Figura 18 – Resíduos contra valores estimados para dados transformados E_s x $E_{d,v}$ para grupo 1	38
Figura 19 – Gráfico de correlação E_s x $E_{d,f}$ para grupo 2	39
Figura 20 – Gráfico de normalidade dos resíduos (E_s x $E_{d,f}$) do grupo 2	40
Figura 21 – Gráfico de normalidade dos resíduos transformados do grupo 2.....	40
Figura 22 – Resíduos contra valores estimados para os dados transformados E_s x $E_{d,f}$ para grupo 2	41
Figura 23 – Gráfico de correlação E_s x $E_{d,v}$ para grupo 2	42
Figura 24 – Gráfico de normalidade – Resíduo (E_s x $E_{d,v}$) do grupo 2.....	43

Figura 25 – Resíduos contra valores estimados para E_s x $E_{d,v}$ para grupo 2	43
Figura 26 – Gráfico de correlação E_s x $E_{d,v}$ para todas as peças.	44
Figura 27 – Gráfico de normalidade – Resíduo (E_s x $E_{d,v}$) de todas as peças.....	45
Figura 28 – Resíduos contra valores estimados para E_s x $E_{d,v}$ para todas as peças.....	46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Densidade aparente e teor de umidade para grupo 1 (com nós) e grupo 2 (sem nós).....	30
Tabela 2 – Resultados da medição do módulo de elasticidade pelos ensaios estático e dinâmico para o grupo 1.....	31
Tabela 3 – Resultados da medição do módulo de elasticidade pelos ensaios estático e dinâmico para o grupo 2.....	32
Tabela 4 - Análise de variância do modelo de regressão para $E_s \times E_{d,f}$	35
Tabela 5 – Análise de variância do modelo de regressão para $E_s \times E_{d,v}$	38
Tabela 6 – Análise de variância do modelo de regressão para $E_s \times E_{d,f}$	41
Tabela 7 – Análise de variância do modelo de regressão para $E_s \times E_{d,v}$	44
Tabela 8 - Análise de variância do modelo de regressão para $E_s \times E_{d,f}$	46

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 OBJETIVOS	12
3 JUSTIFICATIVA	13
4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
4.1 VIBRAÇÃO LIVRE COM UM GRAU DE LIBERDADE	14
4.2 VIBRAÇÃO COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE.....	17
4.3 SISTEMAS CONTÍNUOS: VIBRAÇÃO LONGITUDINAL DE UMA BARRA.....	18
4.5 FATORES QUE AFETAM O EXPERIMENTO	21
5 METODOLOGIA	23
5.1 MATERIAIS.....	23
5.3 ENSAIO DE FLEXÃO ESTÁTICA.....	25
5.4 ENSAIO DE VIBRAÇÃO LONGITUDINAL.....	26
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES	30
6.1 RESULTADOS.....	30
6.2 REGRESSÃO LINEAR DO GRUPO 1 (COM NÓS).....	33
6.3 REGRESSÃO DO GRUPO 2 (SEM NÓS)	39
6.4 DISCUSSÕES	47
7 CONCLUSÃO	49
REFERÊNCIAS	50

1 INTRODUÇÃO

Os ensaios não destrutivos permitem avaliar as propriedades físicas ou mecânicas de materiais e componentes construtivos sem danificá-los ou comprometer sua utilização futura. Esses ensaios são muito utilizados na indústria como parte do controle de qualidade e podem ser empregados para identificar e localizar danos nas estruturas civis bem como, validar ou calibrar modelos matemáticos.

Os ensaios não destrutivos mais utilizados na avaliação das propriedades mecânicas de elementos estruturais de madeira é a inspeção visual e os ensaios de flexão estática, vibração transversal, vibração longitudinal, ultrassom e micro perfuração.

Para a utilização racional da madeira, como material estrutural, esta deve ser classificada em função de suas propriedades físicas e mecânicas. O agrupamento das peças de madeira em classes nas quais se mantém a homogeneidade de propriedades físicas e mecânicas leva a redução na variabilidade nas propriedades mecânicas desse material. Como resultado, para a determinação do valor de cálculo da resistência, pode-se utilizar um valor menos conservador para o coeficiente k_{mod3} conforme norma brasileira NBR 7190 (ABNT, 1997). Assim sendo, o uso de madeira classificada leva à redução no consumo desse material sem afetar a segurança da estrutura já que é possível fazer o uso das melhores peças em locais mais solicitados e as peças de qualidade inferior em locais menos solicitados.

De acordo com a teoria da dinâmica estrutural, é possível determinar o módulo de elasticidade longitudinal da madeira medindo-se a frequência natural do primeiro modo de deformação (SEGUNDINHO, 2012); ou velocidade de propagação da onda de choque (ROSS, 2005).

Alguns autores relatam bons resultados na determinação do módulo de elasticidade da madeira pelo ensaio de vibração longitudinal quando o módulo de elasticidade foi calculado a partir da frequência natural do primeiro modo de deformação. Segundinho et al (2012) utilizaram peças estruturais de *Eucalyptus sp.* e *Pinus oocarpa*

e reportaram resultados de R^2 acima de 0,88; e Carreira et al (2012) a partir de peças estruturais de *Guajará* e *Teca* mencionaram resultados de R^2 acima 0,88.

Contudo, também há relatos da obtenção de baixa correlação entre os módulos de elasticidade estático e dinâmico, quando o módulo de elasticidade foi calculado a partir da velocidade de propagação da onda de choque. Hellmeister (2003) apresentou resultados de R^2 variando entre 0,47 a 0,70 utilizando-se peças estruturais de *Pinus taeda*; Cunha e Matos (2011) utilizaram peças estruturais de madeira laminada colada de *Pinus taeda* e obtiveram como resultado $R^2 = 0,1170$; e Brancheriau e Bailleres (2002), reportaram em seus resultados $R^2 = 0,76$ usando peças estruturais de *Larix europeae* D.C.

Deste modo, pode-se observar que, em alguns estudos realizados com peças estruturais de madeira relatam a obtenção de baixa correlação entre os módulos de elasticidade estático e dinâmico quando empregado o ensaio de vibração longitudinal a partir da velocidade de propagação da onda de choque.

Essas divergências em relação aos resultados obtidos com o ensaio de vibração longitudinal estariam relacionadas com o método de ensaio?

Como premissa básica acredita-se que possivelmente os defeitos como nós e inclinações nas fibras da madeira poderiam tornar o caminho percorrido pela onda de choque diferente do comprimento da peça em análise, a ponto de induzir erros no cálculo da velocidade da onda de choque. Tal hipótese foi testada no desenvolvimento deste trabalho.

2 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é avaliar os resultados obtidos na determinação do módulo de elasticidade de tábuas de madeira pelo ensaio de vibração longitudinal.

Para alcançar o objetivo geral, tem-se como objetivos específicos:

- Conhecer os fundamentos teóricos do ensaio de vibração longitudinal;
- Formular os modelos matemáticos do ensaio de vibração longitudinal de uma barra em suspensão livre-livre usando modelo contínuo;
- Identificar, por meio da revisão de literatura, os principais fatores que afetam a precisão do ensaio;
- Verificar a precisão na estimativa do módulo de elasticidade dinâmico determinado em duas abordagens: a partir da velocidade de propagação da onda de choque e; a partir da frequência natural.

3 JUSTIFICATIVA

O módulo de elasticidade na flexão de peças estruturais de madeira pode ser determinado pelo ensaio de flexão estática estabelecido pela norma norte-americana ASTM D 4671 (ASTM, 2005). Contudo, o ensaio de flexão estática é demorado e em uma indústria a velocidade de classificação é crucial. Assim, na indústria, há necessidade de um método de ensaio que estime a rigidez à flexão de forma expedita. Nesse sentido, os ensaios dinâmicos surgem como uma alternativa para a determinação das propriedades de rigidez de peças estruturais de forma precisa e rápida.

Além da rapidez, os ensaios não destrutivos têm outras vantagens: o ensaio pode ser realizado em peças já acabadas; não necessita retirar um corpo de prova da estrutura; realizar o ensaio em uma estrutura em serviço; pode ser aplicado vários tipos de ensaios não destrutivos em um curto espaço de tempo.

Assim, como visto nos estudos anteriormente citados, os resultados de diferentes autores apresentaram divergências nas conclusões, podendo essas diferenças serem justificadas pelo uso de diferentes metodologias para encontrar o módulo de elasticidade. Com este trabalho pretende-se averiguar se as divergências de resultados observada na literatura está associada a determinação do módulo de elasticidade a partir da velocidade de propagação da onda.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

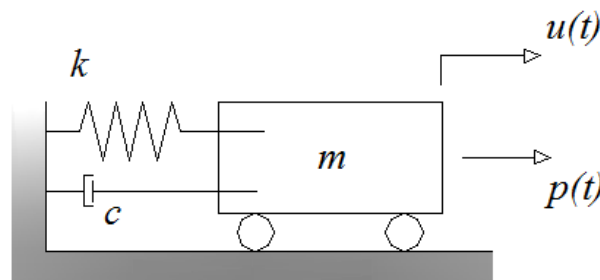
De acordo com Rao (2011), vibração ou oscilação é qualquer movimento que se repete continuamente por um período de tempo, tendo como exemplos de vibração o movimento de uma corda dedilhada ou balanço de um pêndulo.

Um sistema vibratório tem um meio para conservar energia potencial, por meio de uma mola elástica; um meio para conservar energia cinética, por meio da inércia de massa; e um meio para dissipar gradativamente a energia por meio de amortecimento. Estes sistemas podem ser representados de forma discreta ou contínua. (RAO, 2011).

Vibração livre é a vibração que acontece em um corpo após uma excitação inicial devido a energia cinética ou potencial, sendo que o mesmo vibra por si só sem interferência externa (KELLY, 2000).

4.1 VIBRAÇÃO LIVRE COM UM GRAU DE LIBERDADE

Denomina-se sistema discreto um sistema com número finito de graus de liberdade. A vibração de um sistema com um grau de liberdade (1 GLD), tendo a figura 1 como modelo matemático, é regido por uma equação diferencial ordinária. Para sistemas com 1 GDL, o problema de vibração é governado por uma equação diferencial ordinária de segunda ordem em função do tempo (KELLY, 2000).



**Figura 1 – Representação de um sistema com um grau de liberdade.
Adaptado: Clough, 2003.**

Sendo:

$u(t)$ = deslocamento;
 $p(t)$ = força de excitação;
 m = massa;
 k = constante da mola;
 c = amortecimento.

O equilíbrio dinâmico das forças que atuam no elemento de massa, mostrado pela figura (2) e é dado pela equação (1).

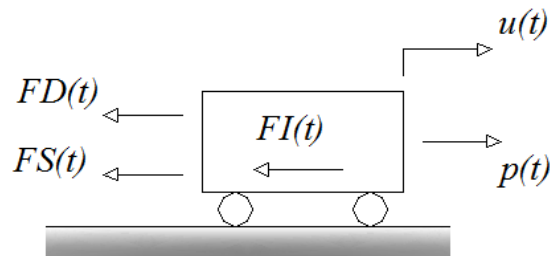


Figura 2 – Diagrama de corpo livre

$$FI(t) + FD(t) + FS(t) = p(t) \quad (1)$$

Sendo:

$FI(t)$ = força de inércia;
 $FD(t)$ = força de amortecimento;
 $FS(t)$ = força elástica;
 $p(t)$ = excitação dinâmica.

Logo, obtém-se a equação do movimento (2).

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p(t) \quad (2)$$

Considerando $p(t)=0$ e $c=0$ obtém-se a solução homogênea (equação 3), amplitude (4), constante de fase (5), frequência natural (rads.s⁻¹) (6) e frequência natural (Hz) (7) a partir da solução (2).

$$u_h = A \cos(\omega_n t + \theta) \quad (3)$$

$$A = \sqrt{(u_0)^2 + \left(\frac{\dot{u}_0}{\omega_n}\right)^2} \quad (4)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-\dot{u}_0}{u_0 \omega_n}\right) \quad (5)$$

$$\omega_n = \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right)} \quad (6)$$

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (7)$$

Em que:

u_0 = posição inicial (m);

\dot{u}_0 = velocidade inicial (m/s);

m = massa (kg);

k = rigidez (N/m);

t = tempo (s).

4.2 VIBRAÇÃO COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE

A vibração de um sistema com múltiplos graus de liberdade (MGDL) é regido por n equações diferenciais ordinárias, onde n é a quantidade de graus de liberdade. Para sistema com dois graus de liberdade, figura (3), n igual a 2 (KELLY, 2000).

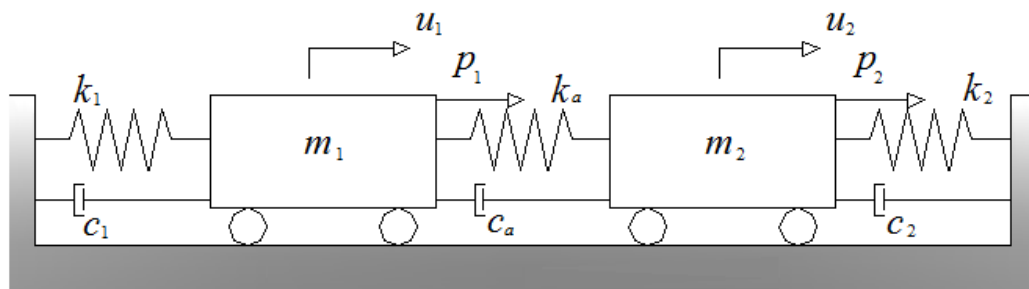


Figura 3 – Modelo para sistema com dois graus de liberdade. Adaptado: Rao, 2011.

Devido a mola de acoplamento entre corpos de massas m , ocorre o acoplamento de coordenadas do deslocamento. A equação do movimento (8) é dada na forma matricial. Para sistema com vibração livre, considera-se $\{p(t)\}=\{0\}$ e $\{c\}=\{0\}$.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_a & -k_a \\ -k_a & k_2 + k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

A matriz característica (9) é obtida a partir da equação (8) e possui os termos agrupados. Para encontrar os modos de vibrar (autovetores), utiliza-se autovalores (frequências para o primeiro e segundo modo), para que haja o desacoplamento dos termos. Assim, tendo os autovalores que definem o primeiro e segundo modo de vibrar, obtêm-se uma matriz modal com os modos de vibrar (10) (CLOUGH, 2003).

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_a \omega_n^2 & -k_a \\ -k_a & k_2 + k_a \omega_n^2 \end{bmatrix} = 0 \quad (9)$$

$$[\phi] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \quad (10)$$

4.3 SISTEMAS CONTÍNUOS: VIBRAÇÃO LONGITUDINAL DE UMA BARRA

Um sistema com número infinito de graus de liberdade é denominado sistema contínuo. A vibração de um sistema contínuo é fundamentada por uma equação diferencial parcial, em função do tempo e espaço (KELLY, 2000).

A solução para sistemas contínuos é mais complexa que para sistemas discretos. Sistemas contínuos, garante resultados mais exatos do que para sistemas discretos, por apresentarem infinitos grau de liberdade. Sistemas discretos resulta em apenas resultados aproximados para resposta de vibração. (RAO, 2011).

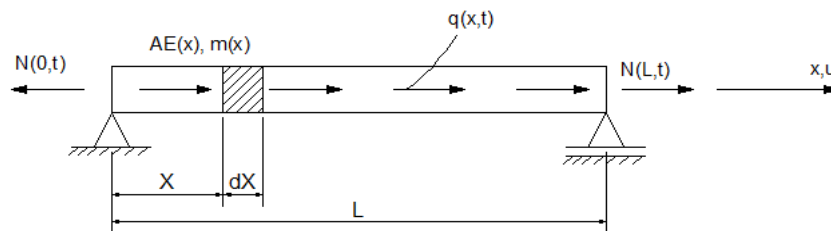


Figura 4 – Modelo para sistema contínuo de vibração longitudinal

Para uma barra reta, com rigidez axial EA e massa por unidade de comprimento m ambos variando no comprimento como demonstrado na figura (4).

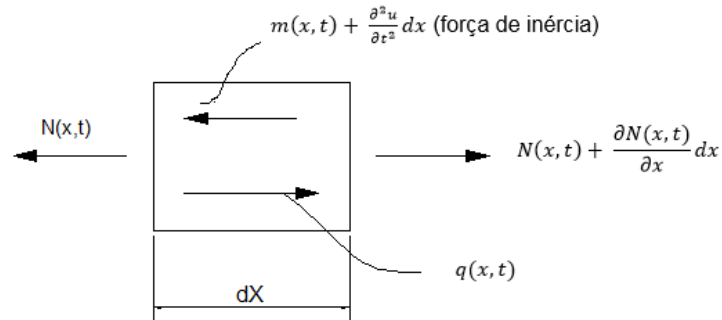


Figura 5 – Forças envolvidas no equilíbrio dinâmico

A partir do equilíbrio dinâmico, figura (5) obtém-se:

$$N(x, t) - \left[N(x, t) - \frac{\partial N(x, t)}{\partial x} dx \right] - q(x, t) dx = -m(x, t) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx = 0 \quad (11)$$

Sabendo que:

$$N(x, t) = \sigma(x, t)A(x) \quad (12)$$

$$\sigma = E\varepsilon(x, t) \quad (13)$$

$$\varepsilon(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \quad (14)$$

Realizando as manipulações necessárias e considerando E e A constantes ao longo do comprimento, pode-se escrever a equação do movimento (15).

$$m(x, t) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} - EA \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = q(x, t) \quad (15)$$

Para vibração livre $q(x, t) = 0$. Para encontrar a solução para equação (15) pode-se utilizar a técnica de separação de variáveis.

Resolvendo a equação 15, chega-se na seguinte solução:

$$u(x, t) = \left[\cos\left(\frac{n\pi}{L}\right) \right] (y_0 \cos \omega t + y_0 \sin \omega t) \quad (16)$$

Com

$$\omega = \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (17)$$

Sendo:

ω =frequência natural do primeiro modo (rad/s);

n = modo de interesse;

n = densidade aparente (kgm^{-3});

L = comprimento (m);

E = módulo de elasticidade (kgm^{-2}).

Rearranjando a equação (17), pode-se obter o módulo de elasticidade por:

$$E = 4\rho(Lf)^2 \quad (18)$$

O módulo de elasticidade também pode ser baseado pela velocidade. Sendo n o segundo modo de interesse devido a deformação e frequência a razão de 1/tempo, tem-se que:

$$E = C^2\rho \quad (19)$$

Em que:

C = velocidade da onda de choque (m/s);

ρ = densidade aparente (kgm^{-3});

f = frequência natural (hz);

L = comprimento (m)

4.5 FATORES QUE AFETAM O EXPERIMENTO

Para analisar as propriedades que afetam a velocidade da onda na madeira, estudos de Jayne (1959) e Green et al. (1999) apud Hellmeister (2003); utilizaram o princípio da conservação de energia, considerando o sistema, a velocidade de propagação da onda; e o meio inserido, a madeira. Desta maneira, descobriram que a velocidade da onda varia com a densidade, módulo de elasticidade, direção das fibras; que o módulo de elasticidade transversal é menor que o longitudinal; e que a perda de energia está altamente correlacionada com o aumento da temperatura e umidade.

Wang (2008), observou os seguintes efeitos da dimensão e do teor de umidade, de peças estruturais de madeira, sobre a velocidade da onda de choque e módulo de elasticidade:

- A velocidade da onda de choque aumenta conforme o teor de umidade diminui de maneira contínua. Sendo que, a variação da velocidade de propagação da onda de choque é maior quando o teor de umidade está abaixo do ponto de saturação das fibras e acima deste a variação da velocidade de propagação da onda de choque é desprezível.
- Módulo de elasticidade dinâmico aumenta de maneira contínua conforme o teor de umidade diminui. Quando o teor de umidade está acima do ponto de saturação das fibras o módulo de elasticidade dinâmico tende a ser constante.
- O módulo de elasticidade dinâmico geralmente é maior que o módulo de elasticidade estático.
- Não foi encontrado relações entre a largura das peças com os desvios do módulo de elasticidade dinâmico.

Gerhards (1981) apresentou um estudo sobre o efeito do sentido das fibras na propagação da onda de choque em madeira. No ano seguinte, Gerhards (1982) avaliou o efeito dos nós na propagação da onda de choque. Nesses estudos, o autor conclui que em ambos a onda de choque não segue uma frente de propagação plana. Isto porque, mudança da direção das fibras ou presença de nós, altera a frente de propagação da onda de choque. Outro resultado obtido desta pesquisa foi que a velocidade de propagação da onda de choque no sentido longitudinal foi maior nas extremidades do que no centro

Segundo Cunha (2010), a velocidade da madeira pode mudar devido a quantidade de material lenhoso. Logo, o quanto maior a densidade do material, maior o módulo de elasticidade. Sendo que os fatores que alteram a densidade são: espécie; teor de umidade; largura dos anéis de crescimento; porcentagem de lenho inicial e tardio; e lenho juvenil ou adulto.

5 METODOLOGIA

5.1 MATERIAIS

Para realização deste trabalho utilizou-se 28 tábuas de madeira serrada de *Pinus elliotti* com dimensões nominais de 2 cm x 15 cm e comprimento de 2,50 m. As tábuas foram adquiridas em uma madeireira na cidade de Engenheiro Beltrão, estado do Paraná. As peças foram selecionadas de forma que metade fossem isentas de nós; e o restante com defeitos que comprometessem até cerca de metade de sua sessão transversal.

O grupo 1 (espécimes 1 a 14) mostrado na figura (8) continha tábuas classificadas como S2 e S3 de acordo com o projeto de revisão da NBR 7190.



Figura 6 – Grupo 1, classe visual S2 e S3.

O grupo 2 (espécimes 15 a 28), ver figura (9), contempla as peças classificadas como SS.



Figura 7 – Grupo 2, classe visual SS.

5.2 DIMENSÕES, MASSA E TEOR DE UMIDADE

Mediu-se a seção transversal com um paquímetro analógico Mitutoyo resolução 0,05 em três pontos ao longo do comprimento das peças, e assim, realizou-se a média aritmética desses valores. O comprimento das peças foi medido com auxílio de uma trena metálica com resolução de 1 mm.

Obteve-se a massa das peças utilizando-se uma balança BALMAK modelo ELP-10 n Série/Ano: 547/2008 com resolução de 1g.

O teor de umidade das peças foi medido na metade do comprimento das tábuas usando um medidor elétrico Digisystem, modelo DL 2000. Desta maneira, tendo a massa e o teor de umidade, pode-se calcular a densidade aparente das tábuas.

5.3 ENSAIO DE FLEXÃO ESTÁTICA

O teste de flexão estática foi realizado de acordo com a ASTM D 4761 (ASTM, 2005) na configuração de uma viga simplesmente apoiada com uma força concentrada no meio do vão. As vigas foram apoiadas em relação ao eixo de menor inércia com vão de 2,4 m. Um relógio comparador com resolução de 0,01 mm e escala completa de 20 mm foi posicionado abaixo da viga, na metade do seu vão, como mostrado na figura (7). Primeiramente aplicou-se uma força concentrada (10,70 N) no meio da viga e assim registrou-se o deslocamento vertical (Δ_1). Logo após, houve um incremento de força, obtendo-se uma força concentrada (21,44 N) e registrou-se um novo deslocamento (Δ_2).



Figura 8 – Ensaio de flexão estática.

A norma recomenda que o vão livre seja cerca de 100 vezes maior que a altura da seção transversal. Neste trabalho o vão livre foi 120 vezes maior que a altura, logo o módulo de elasticidade estático foi calculado sem considerar o efeito de cisalhamento, utilizando a equação (20), ASTM D 4761 (ASTM, 2005).

$$E_s = \frac{PS^3}{48dl}, \text{ com } P = F_2 - F_1 \text{ e } d = \Delta_2 - \Delta_1 \quad (20)$$

Sendo:

E_s = módulo de elasticidade estático (Pa);

P = incremento da força (N);

S = vão do ensaio (m);

I = momento de inércia da seção transversal (m⁴);

d = acréscimo de deslocamento (m).

5.4 ENSAIO DE VIBRAÇÃO LONGITUDINAL

Para os testes de vibração longitudinal adotou-se a condição de suspensão livre. Para tanto, utilizou-se uma espuma como apoio, como visto na figura (11).

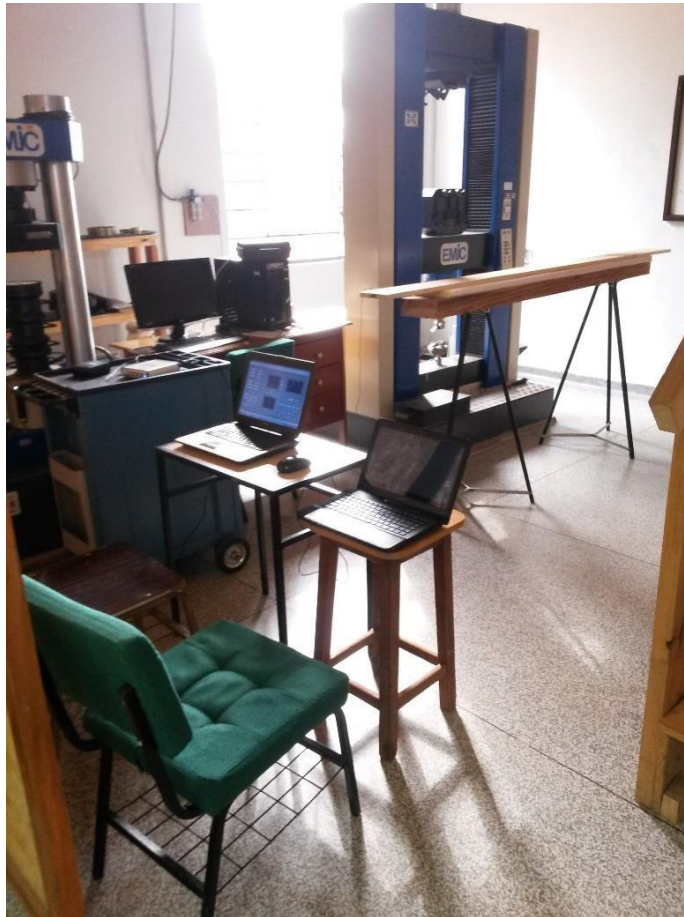


Figura 9 – Ensaio de vibração longitudinal

Em uma das extremidades das vigas, no sentido longitudinal, ligou-se um acelerômetro B&K modelo 4507-B-006, fixado com parafusos e na extremidade oposta aplicou-se um impacto com um martelo de impulso B&K modelo 8206-002; no mesmo sentido. O martelo de impulso e acelerômetro foram ligados a uma placa, para aquisição e condicionamento de sinais, *National Instruments* modelo NI USB 4431. E ligou-se esta placa ao computador para obter a função de respostas de frequência e a velocidade da onda. O processamento e análise dos sinais foram feitos em um programa desenvolvido em ambiente LabView, utilizando-se a biblioteca *Sound and Vibration* da *National Instruments*.

Na tela principal do programa foi possível visualizar o gráfico da Transformada Rápida de Fourier do sinal do acelerômetro. Nesse gráfico foi possível visualizar as

frequências naturais do modo de corpo rígido e do primeiro modo de deformação da barra. Já para encontrar a velocidade da onda, foi necessário medir o tempo necessário para a onda percorrer a peça. Esse tempo foi calculado pela diferença entre os tempos de início do sinal no martelo de impulso e de início do sinal no acelerômetro. A figura (12) mostra a interface do programa e um exemplo de sinal obtido.

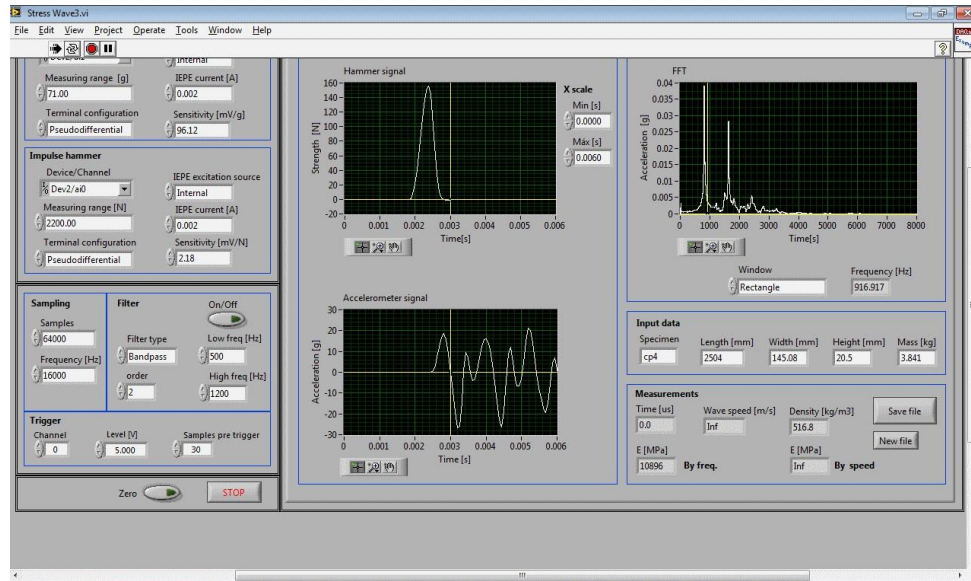


Figura 10 – Interface do programa usado na análise de sinais.

Para saber com boa precisão a amplitude da frequência, o início do impulso do martelo e o início da captação do sinal pelo acelerômetro, precisou-se dar um zoom nos gráficos dos sinais, como visto na figura (11).

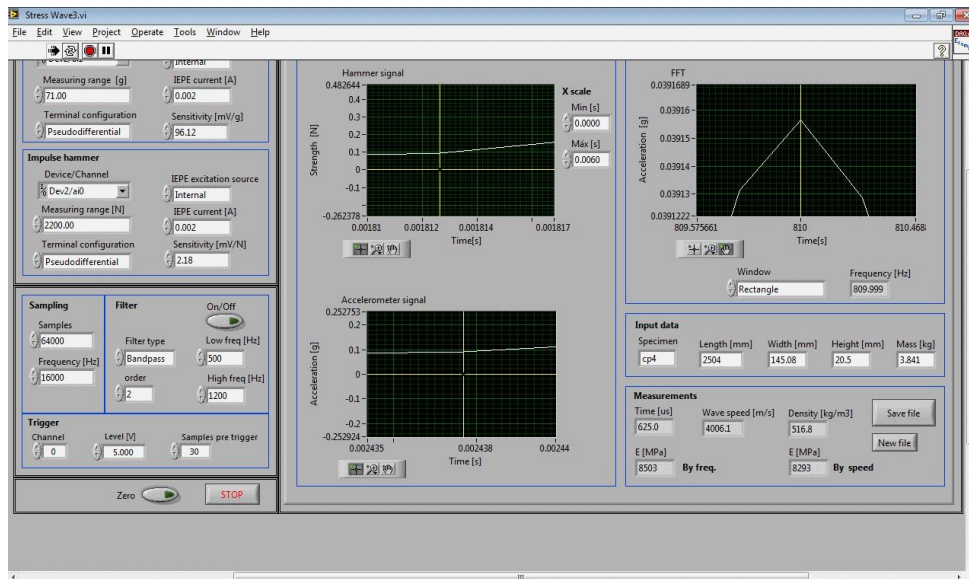


Figura 11 – Zoom nos sinais de frequência, do martelo e acelerômetro.

Desta forma, tendo-se as dimensões, densidade aparente, frequência natural do primeiro modo de deformação e velocidade da onda; o módulo de elasticidade foi calculado pelas equações (18) e (19).

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 RESULTADOS

A tabela 1, apresenta os resultados obtidos na medição da densidade aparente e do teor de umidade das tábuas.

Tabela 1 – Densidade aparente e teor de umidade para grupo 1 (com nós) e grupo 2 (sem nós).

Grupos		Grupo 1		Grupo 2	
Peça	ρ Kg m ⁻³	U (%)	Peça	ρ Kg m ⁻³	U (%)
1	481,9	13,1	15	560,5	15,1
2	420,0	14,0	16	451,2	11,9
3	508,4	13,2	17	553,6	13,2
4	516,6	14,0	18	474,4	12,0
5	519,4	12,9	19	432,6	11,3
6	497,3	13,9	20	452,7	12,2
7	489,7	13,6	21	612,8	12,9
8	467,2	13,5	22	439,2	11,1
9	497,7	12,6	23	523,2	11,4
10	508,3	12,9	24	568,9	12,1
11	452,6	14,3	25	568,4	11,0
12	498,0	14,0	26	499,3	10,6
13	477,5	12,6	27	481,4	11,4
14	465,2	13,3	28	628,1	12,3
Média	485,7	13,4	Média	517,6	12,0

ρ = densidade aparente; U = teor de umidade.

Pode-se analisar que a densidade aparente do grupo 2 foi maior que a do grupo 1. Ambos os grupos apresentaram teor de umidade abaixo do ponto de saturação das fibras.

A Tabela 2, apresenta, para o grupo 1, os resultados do módulo de elasticidade estático e módulo de elasticidade dinâmico medido tanto pela frequência do primeiro modo quanto pela velocidade da onda

Tabela 2 – Resultados da medição do módulo de elasticidade pelos ensaios estático e dinâmico para o grupo 1.

Peças	L (m)	S (m)	b (mm)	h (mm)	MASSA kg	Δ_1 (mm)	Δ_2 (mm)	F (Hz)	V (m.s)	E_{est} (GPa)	E_{df} (GPa)	E_{dv} (GPa)
1	2,51	2,40	147,53	20,35	3,63	4,03	8,05	794,00	4.065,55	7,43	7,63	7,97
2	2,51	2,40	147,03	20,23	3,14	4,22	8,53	799,10	3.650,38	7,07	6,75	5,60
3	2,51	2,40	147,03	20,23	3,79	2,74	5,63	916,92	4.015,76	10,55	10,74	8,20
4	2,50	2,40	145,08	20,47	3,84	3,97	8,19	810,02	4.019,79	7,07	8,50	8,35
5	2,51	2,40	145,47	19,77	3,74	4,51	9,15	768,00	4.038,70	7,12	7,69	8,46
6	2,51	2,40	141,40	20,37	3,59	4,45	9,13	748,25	4.458,29	6,64	7,01	9,89
7	2,51	2,40	141,27	20,30	3,53	4,15	8,37	810,50	4.024,39	7,44	8,11	7,93
8	2,51	2,40	146,67	19,50	3,35	4,28	8,66	824,75	4.044,44	7,79	7,99	7,64
9	2,51	2,40	146,10	19,65	3,58	5,22	10,62	748,25	4.035,98	6,20	7,00	8,11
10	2,50	2,40	146,72	20,25	3,78	3,75	7,55	816,75	4.496,88	8,02	8,50	10,28
11	2,50	2,40	148,45	19,72	3,32	5,44	11,03	715,25	3.641,79	5,84	5,81	6,00
12	2,50	2,40	149,03	19,97	3,71	4,46	8,92	805,75	4.007,30	7,02	8,09	8,00
13	2,51	2,40	146,15	20,57	3,60	4,35	8,72	782,75	4.034,85	6,68	7,36	7,78
14	2,50	2,40	148,37	19,80	3,42	3,62	7,27	880,75	4.424,41	8,83	9,04	9,11
Média								801,50	4068,47	7,41	7,87	8,09
Des. P										1,17	1,17	1,25
Coef. V										15,84	14,88	15,40

E_s = módulo de elasticidade estático; $E_{d,f}$ = módulo de elasticidade dinâmico medido coma frequência;
 $E_{d,v}$ = módulo de elasticidade dinâmico medido coma velocidade.

A tabela 3, mostra, para o grupo 2, os resultados do módulo de elasticidade estático e dos módulos de elasticidade dinâmico obtidos pela frequência do primeiro modo e a partir da velocidade da onda de choque.

Tabela 3 – Resultados da medição do módulo de elasticidade pelos ensaios estático e dinâmico para o grupo 2.

Peças	L (m)	S (m)	b (mm)	h (mm)	MASSA kg	Δ_1 (mm)	Δ_2 (mm)	F (Hz)	V (m.s ⁻¹)	E _{est} (GPa)	E _{df} (GPa)	E _{dv} (GPa)
15	2,50	2,40	151,98	19,77	4,22	2,69	5,47	942,00	4.449,68	11,37	12,47	11,10
16	2,51	2,40	153,62	20,60	3,58	2,78	5,64	949,00	4.428,92	9,66	10,22	8,85
17	2,50	2,40	152,73	20,37	4,31	3,24	6,50	834,00	4.003,93	8,82	9,65	8,88
18	2,51	2,40	153,23	21,22	3,87	3,87	7,76	776,87	4.011,84	6,52	7,20	7,64
19	2,50	2,40	154,17	21,27	3,55	3,06	6,17	919,25	4.527,98	8,05	9,16	8,87
20	2,50	2,40	151,15	20,90	3,58	2,60	5,20	954,50	4.472,77	10,35	10,34	9,06
21	2,51	2,40	145,40	20,87	4,66	1,68	3,42	1.060,50	5.009,91	16,15	17,34	15,38
22	2,51	2,40	152,17	21,22	3,56	2,27	4,55	935,50	4.472,83	11,20	9,67	8,79
23	2,51	2,40	147,27	20,67	3,99	2,78	5,62	929,00	4.456,40	10,05	11,36	10,39
24	2,50	2,40	151,17	20,75	4,47	1,87	3,77	1.037,74	4.969,39	14,46	15,37	14,05
25	2,51	2,40	151,88	20,82	4,51	2,63	5,33	909,50	4.473,27	10,03	11,85	11,38
26	2,50	2,40	151,67	21,12	4,00	3,01	6,12	867,75	4.290,97	8,36	9,43	9,19
27	2,50	2,40	150,95	19,57	3,56	4,56	9,16	853,00	4.445,56	7,14	8,76	9,51
28	2,51	2,40	150,55	20,77	4,93	1,84	3,77	948,9	5020,82	14,26	16,19	15,83
Média								922,68	4.502,45	10,46	11,36	10,64
Des. P										2,84	3,00	2,63
coef. V										27,14	26,44	24,69

E_s= módulo de elasticidade estático; E_{d,f}= módulo de elasticidade dinâmico medido coma frequência;
E_{d,v}= módulo de elasticidade dinâmico medido coma velocidade.

Observou-se que as médias da frequência (992,68 Hz) e a velocidade (4.502,45 m.s⁻¹) do grupo 2 foram maiores que a as médias da frequência (801,50 Hz) e velocidade (4068,47 m.s⁻¹) do grupo 1. Logo, os resultados estão coerentes, já que o grupo 2 apresenta uma densidade mais alta em comparação ao grupo 1; e que para o grupo 2 à frente da onda de choque não sofreu grandes desvios por se tratarem de peças isentas de defeitos.

Para o grupo 1, a média do E_s = 7,41 GPa; E_{d,f} = 7,87 GPa; e E_{d,v} = 8,09 GPa; e para o grupo 2 a média do E_s = 10,46 GPa; E_{d,f} = 11,36 GPa; e E_{d,v} = 10,64 GPa. Ambos os grupos mostraram que os módulos de elasticidade dinâmico foram maiores que o módulo de elasticidade estático. Esse é outro fator que garante a coerência dos resultados. Visto que, para peças de madeira que estão abaixo do ponto de saturação da

fibra, o módulo de elasticidade dinâmico é maior que o módulo de elasticidade estático conforme Wang (2008).

A avaliação dos resultados foi feita por meio de regressão linear. Para tanto, o módulo de elasticidade estático foi admitido como sendo a variável independente, ou seja, isenta de erro. A verificação do modelo de regressão linear segue a hipótese que $H_0=0$ ou $H_0 \neq 0$. Rejeita-se H_0 se $\gamma < \gamma_0$, sendo $F_{\text{tabelado}} < F_{\text{calculado}}$. A rejeição de H_0 implica que a regressão apresenta correlação (MATOS, 1995).

O coeficiente de determinação (R^2) é a relação entre a variável explicável e a variação total, variando de 0 a 1. Quanto mais próximo de 1, mais forte é a correlação entre os valores de y (variável dependente) e x (variável independente) (MURRAY; LARRY, 1998).

As análises estatísticas foram realizadas com o programa minitab 17 on the Hub, versão avaliação. O teste de normalidade utilizado foi o de Rayn–Joiner (similar ao Shapiro-Wilk tem a hipótese nula que os dados estejam em uma população com distribuição normal. Rejeita-se a hipótese H_0 quando $\text{valor-p} < p_0$.

Por meio do gráfico de resíduos contra os valores ajustados, verifica-se se a variância é constante. Garante-se a homogeneidade, caso os pontos se distribuam em uma mancha de largura uniforme (MATOS, 1995).

Deste modo, se as suposições de normalidade e variância forem atendidas, passa-se à validação do modelo de regressão linear (MATOS, 1995).

Todas as correlações foram analisadas seguindo os parâmetros citados acima.

6.2 REGRESSÃO LINEAR DO GRUPO 1 (COM NÓS)

A correlação entre os dados do ensaio de flexão estática e o ensaio dinâmico pela frequência é visto na figura (12).

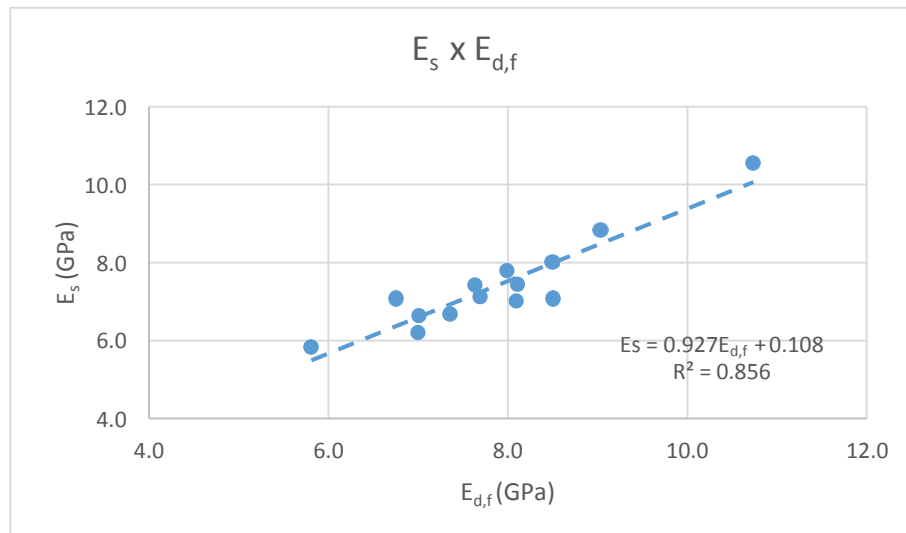


Figura 12 – Gráfico de correlação $E_s \times E_{d,f}$ para grupo 1.

Pode-se observar que houve forte correlação entre os dados, visto que $R^2 = 0,86$ e $E_s = 0,927 E_{d,f} + 1,087$. Antes de validar o modelo de regressão ajustado, foram verificadas as suposições do modelo de regressão linear. Inicialmente verificou-se a normalidade dos resíduos conforme mostra o teste de normalidade mostrado na figura (13).

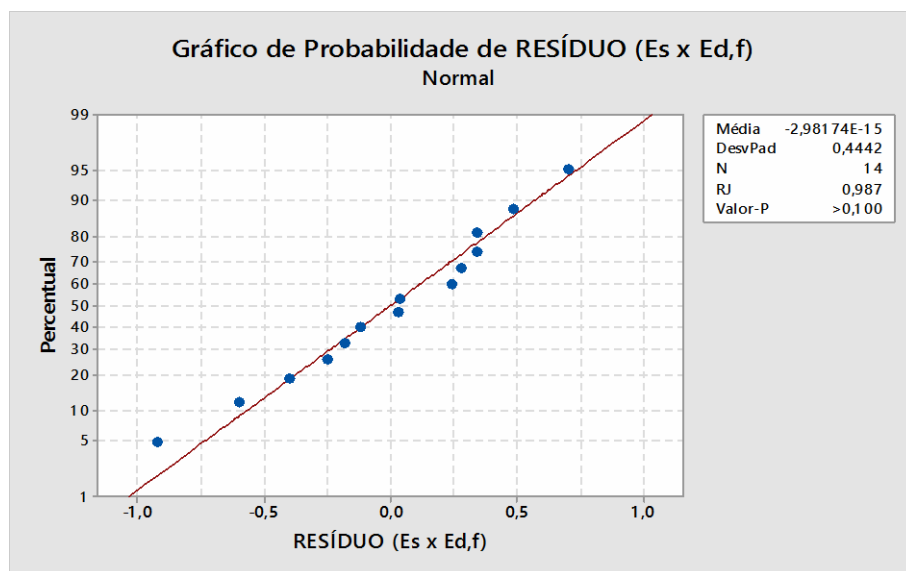


Figura 13 – Gráfico de normalidade dos resíduos ($E_s \times E_{d,f}$) do o grupo 1.

Como $\text{valor-p} > 0,100 > 0,05$, a hipótese de normalidade é aceita.

A figura (14), apresenta o gráfico de resíduos contra os valores estimados para $E_s \times E_{d,f}$, no qual se observa a homogeneidade da variância.

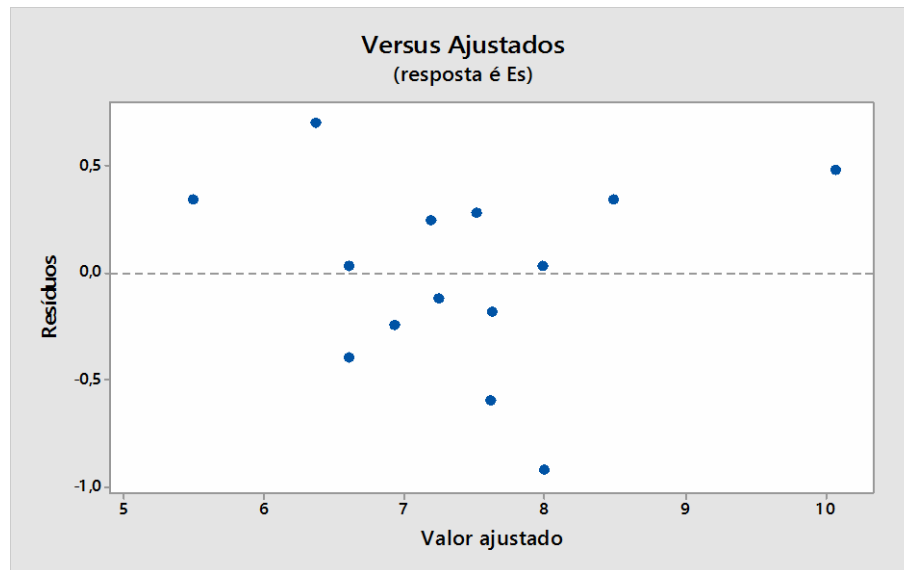


Figura 14 – Resíduos contra valores estimados para $E_s \times E_{d,f}$ para grupo 1.

Com as suposições do modelo atendidas, passa-se à validação do modelo de regressão linear mediante a tabela (4).

Tabela 4 - Análise de variância do modelo de regressão para $E_s \times E_{d,f}$.

	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	Valor - <i>P</i>
Regressão	1	15,33406106	15,33406106	71,72798772	2,08787E-06
Resíduo	12	2,565368673	0,213780723		
Total	13	17,89942973			

GI = grau de liberdade; SQ = soma de quadrados; MQ = quadrado médio; F = valor de F calculado.

Rejeita-se a hipótese H_0 , visto que $\gamma = 2,08E-06 < 0,05$. Portanto os dados apresentam forte correlação.

A correlação entre os dados do ensaio estático com ensaio de vibração longitudinal pela velocidade da onda é dada pela figura (15).

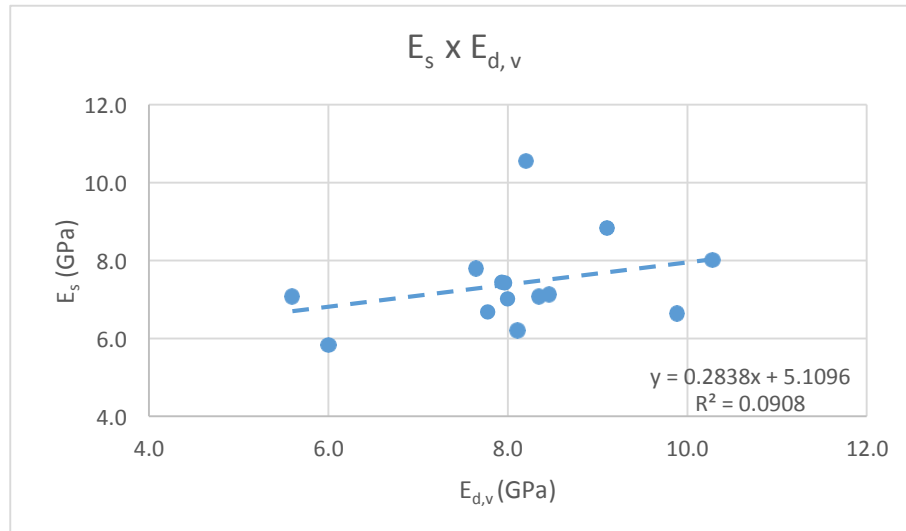


Figura 15 – Gráfico de correlação E_s x $E_{d,v}$ para o grupo 1.

Com $R^2 = 0,09$ e $E_s = 0,284 E_{d,v} + 5,1096$ pode-se supor, a princípio, a ausência de correlação. O teste de normalidade dos resíduos, figura (16), foi realizado tendo-se obtido $p\text{-valor} = 0,24 < 0,05$ o que implica na rejeição da hipótese de normalidade.

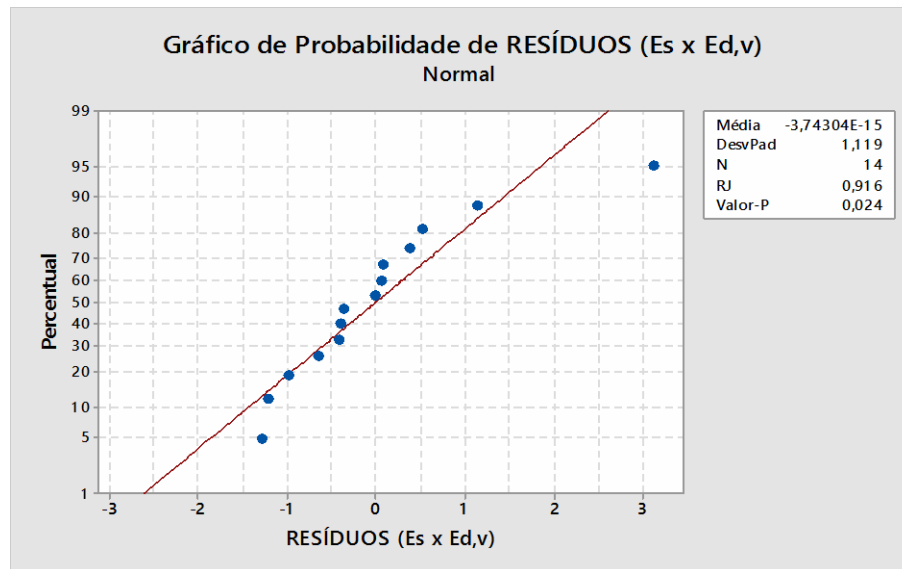


Figura 16 – Gráfico de normalidade do resíduos ($E_s \times E_{d,v}$) do o grupo 1.

Dessa maneira foi necessário fazer uma transformação dos dados para normalizá-los. Para isto, utilizou-se a transformação de Box Cox (1964). Com os dados transformados refez-se a correlação e verificou-se a normalidade dos resíduos, figura (17).

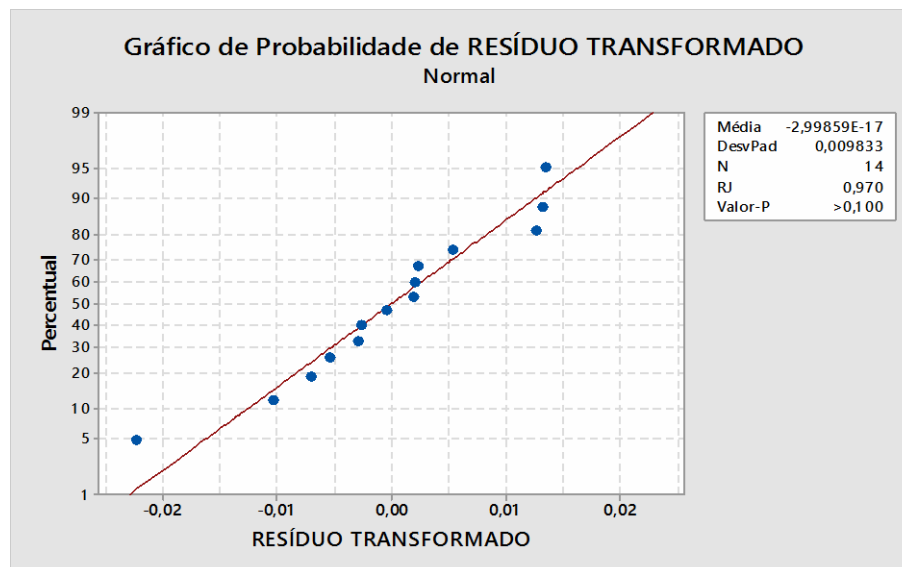


Figura 17 – Gráfico de normalidade dos resíduos para os dados transformados do grupo 1.

Como $\text{valor-p} > 0,100 > 0,05$ a hipótese de normalidade é aceita.

A figura (18), exibe o gráfico de resíduos contra os valores estimados para os dados transformados de $E_s \times E_{d,v}$, no qual se observa-se a constância da variância.

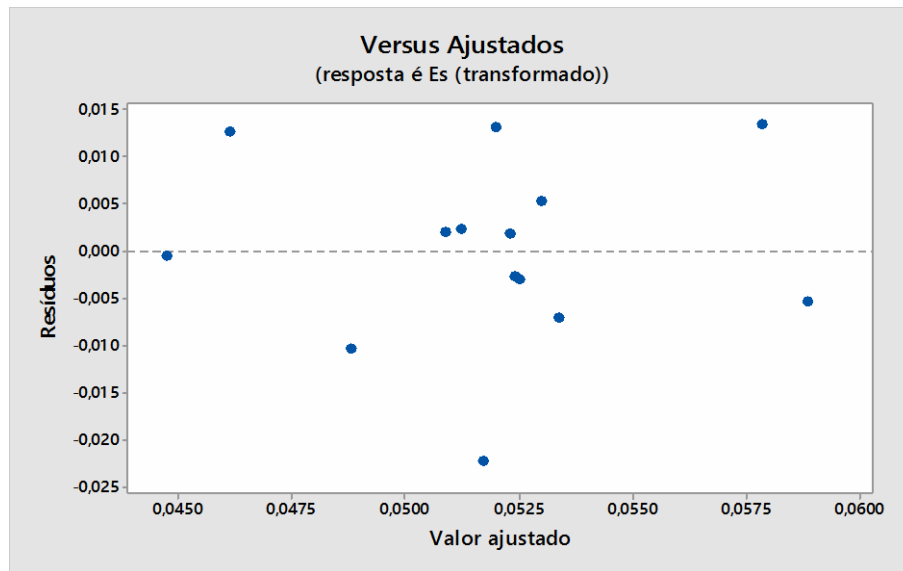


Figura 18 – Resíduos contra valores estimados para dados transformados $E_s \times E_{d,v}$ para grupo 1.

Com as suposições do modelo atendidas, o próximo passo é a validação do modelo de regressão linear segundo a tabela (5).

Tabela 5 – Análise de variância do modelo de regressão para $E_s \times E_{d,v}$.

	<i>gl</i>	SQ	MQ	F	Valor - P
Regressão	1	0,000183847	0,000183847	1,755301912	0,209887151
Resíduo	12	0,001256854	0,000104738		
Total	13	0,001440701			

GI = grau de liberdade; SQ = soma de quadrados; MQ = quadrado médio; F = valor de F calculado.

Obeve-se como resultado $\gamma = 0,209 < 0,05$, ou seja, aceita a hipótese de H_0 . Logo, o teste estatístico comprova a suposição de que o módulo de elasticidade estático não apresenta correlação com o módulo de elasticidade dinâmico calculado pela velocidade de propagação da onda.

6.3 REGRESSÃO DO GRUPO 2 (SEM NÓS)

A figura (19), mostra a correlação entre o módulo de elasticidade estático e o módulo de elasticidade dinâmico medido pela frequência.

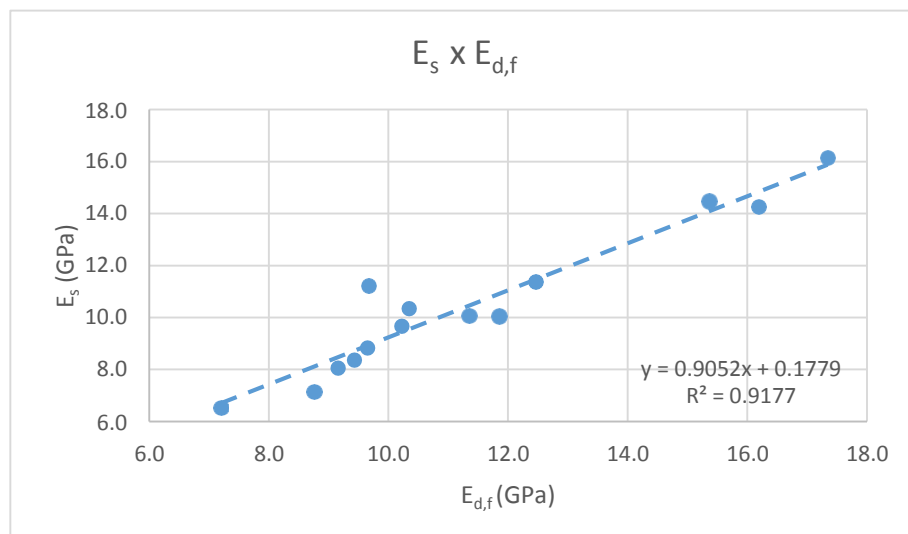


Figura 19 – Gráfico de correlação E_s x $E_{d,f}$ para grupo 2.

Revelou-se uma forte correlação entre os dados, em razão de, $R^2 = 0,92$ e $E_s = 0,9052 E_{d,f} + 0,1779$. Realizou-se o teste de normalidade, figura (20), para garantir a validade do teste de variância.

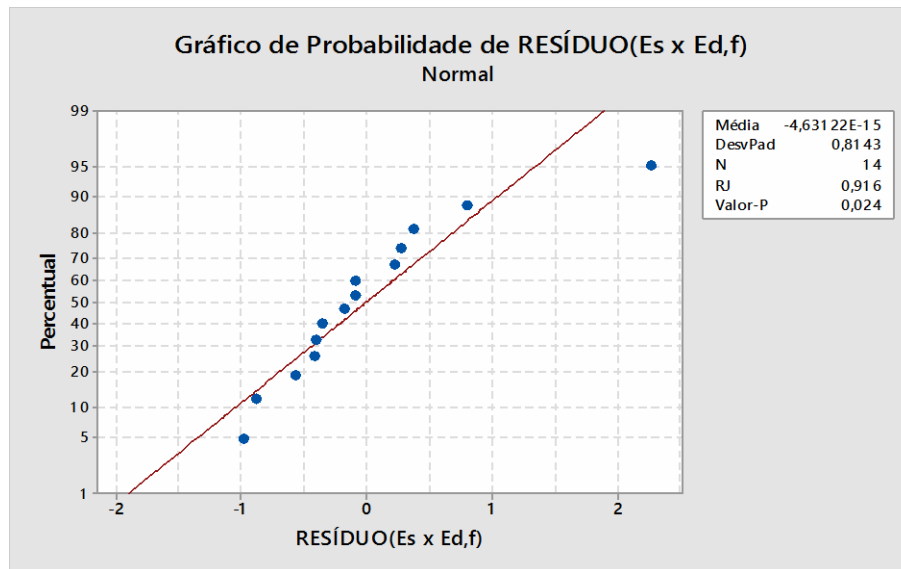


Figura 20 – Gráfico de normalidade dos resíduos ($E_s \times E_{d,f}$) do grupo 2.

Neste caso, rejeitou-se a hipótese de normalidade já que, valor-p = 0,024 < 0,05. Desta forma realizou-se uma transformação de Box Cox (1964) nos dados. Refez-se a correlação com os dados transformados e analisou-se a normalidade dos resíduos, figura (21).

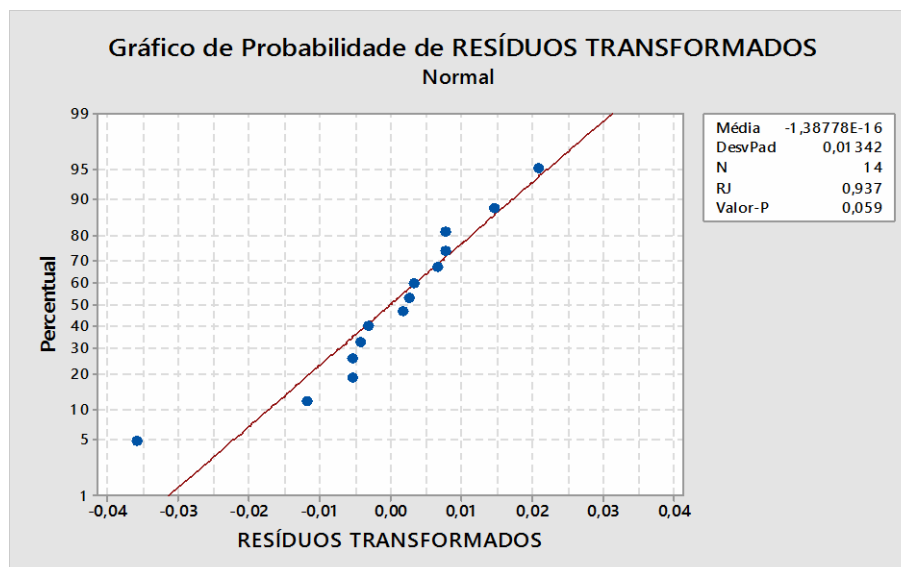


Figura 21 – Gráfico de normalidade dos resíduos transformados do grupo 2.

Como valor-p = 0,059 > 0,05 aceita a hipótese de normalidade.

A figura (22), exibe o gráfico de resíduos contra os valores estimados para os dados transformados de $E_s \times E_{d,f}$, no qual se observa a homogeneidade da variância.

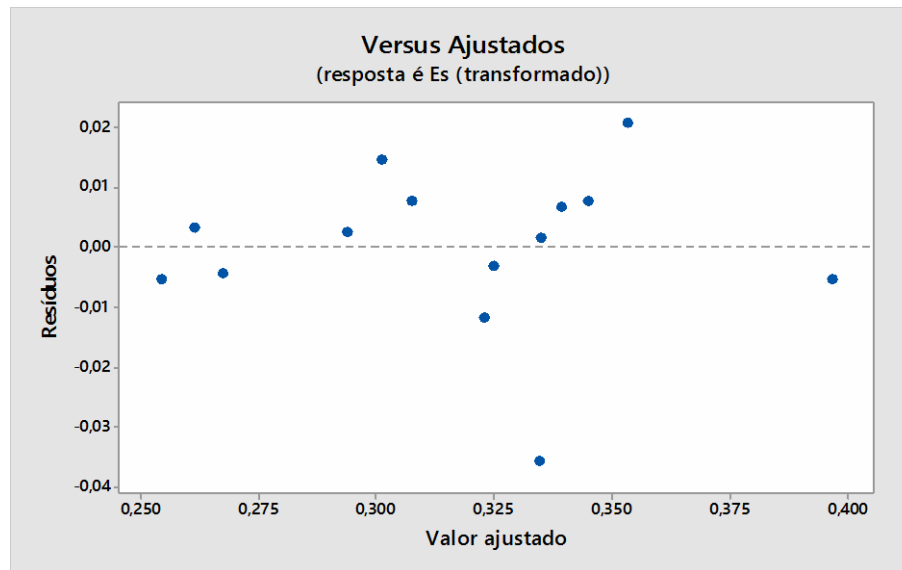


Figura 22 – Resíduos contra valores estimados para os dados transformados $E_s \times E_{d,f}$ para grupo 2.

Logo, com as suposições do modelo atendidas, passa-se à validação do modelo de regressão linear mediante a tabela (6).

Tabela 6 – Análise de variância do modelo de regressão para $E_s \times E_{d,f}$.

	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	Valor - <i>P</i>
Regressão	1	0,020106916	0,020106916	102,9866203	3,05419E-07
Resíduo	12	0,002342858	0,000195238		
Total	13	0,022449773			

GI = grau de liberdade; SQ = soma de quadrados; MQ = quadrado médio; F = valor de F calculado.

Desta forma, a análise de variância teve como resultado $\gamma = 3,05E-07 < 0,05$, portanto rejeita-se H_0 . Logo, os dados estão fortemente correlacionados.

A correlação entre os dados do ensaio de flexão estática e o ensaio dinâmico medido pela velocidade da onda é mostrada na figura (23).

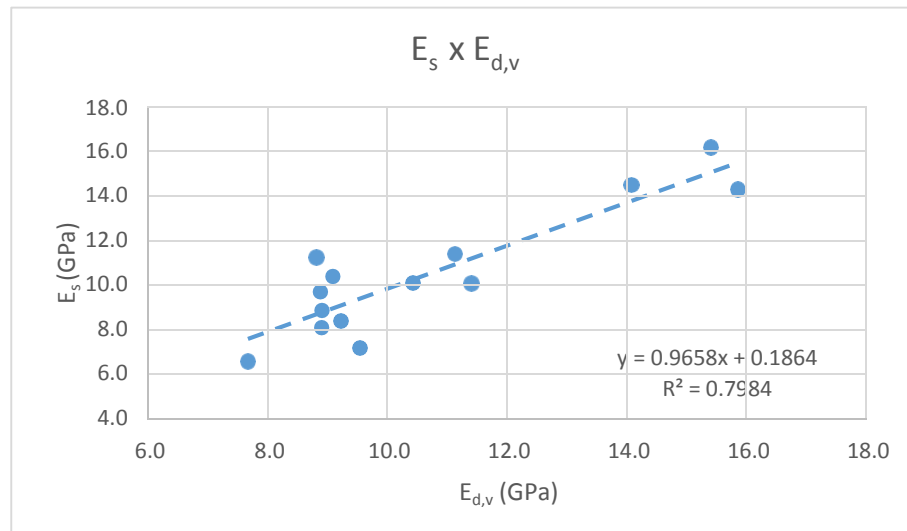


Figura 23 – Gráfico de correlação E_s x $E_{d,v}$ para grupo 2.

Observou-se alta correlação, já que, $R^2 = 0,80$ e $E_s = 0,9658 E_{d,v} + 0,1864$. Para validar o teste de variância, realizou-se o teste de normalidade, figura (24).

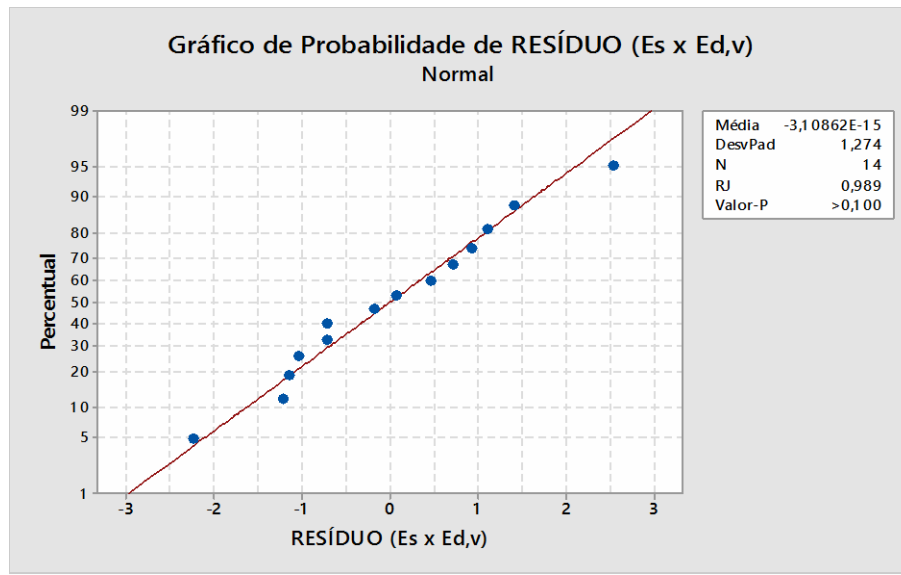


Figura 24 – Gráfico de normalidade – Resíduo ($E_s \times E_{d,v}$) do grupo 2.

Aceita-se o teste de normalidade, visto que, valor-p $> 0,100 > 0,05$.

A figura (25), apresenta o gráfico de resíduos contra os valores estimados para os dados transformados de $E_s \times E_{d,v}$, no qual se observa a constância da variância.

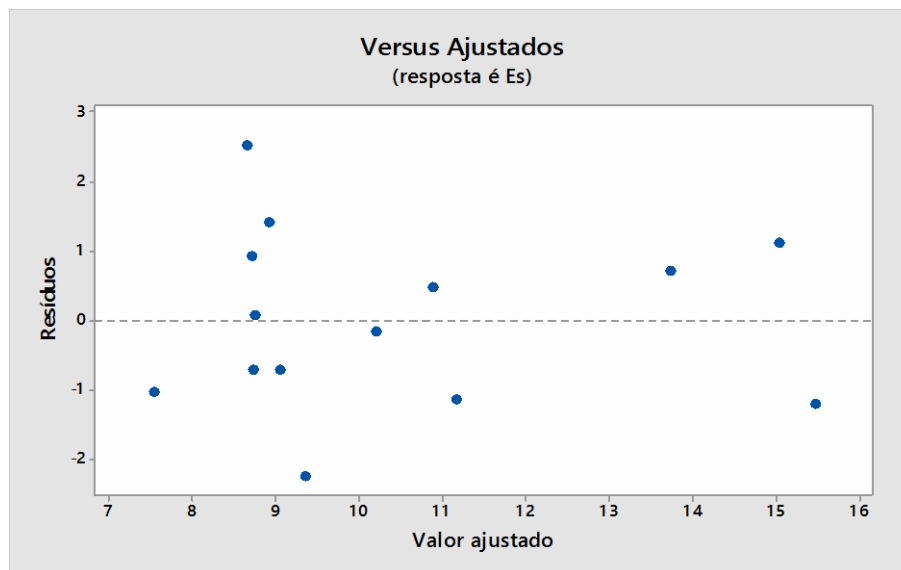


Figura 25 – Resíduos contra valores estimados para $E_s \times E_{d,v}$ para grupo 2.

Desta maneira, pode-se validar a análise de variância, tabela (7), visto que as suposições foram atendidas.

Tabela 7 – Análise de variância do modelo de regressão para $E_s \times E_{d,v}$.

	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>Valor - P</i>
Regressão	1	83,60763754	83,60763754	47,51274314	1,66758E-05
Resíduo	12	21,11626448	1,759688707		
Total	13	104,723902			

Gl = grau de liberdade; SQ = soma de quadrados; MQ = quadrado médio; F = valor de F calculado.

Assim, analisou-se o resultado da variância $\gamma = 1,667E-05 < 0,05$, logo rejeita-se H_0 . Portanto os dados apresentaram forte correlação.

Afim de complementar os estudos sobre ensaio de vibração longitudinal a partir da velocidade da onda de choque, realizou-se a regressão linear, figura (26) entre o módulo de elasticidade estática e o módulo de elasticidade dinâmico em função da velocidade de onda de choque.

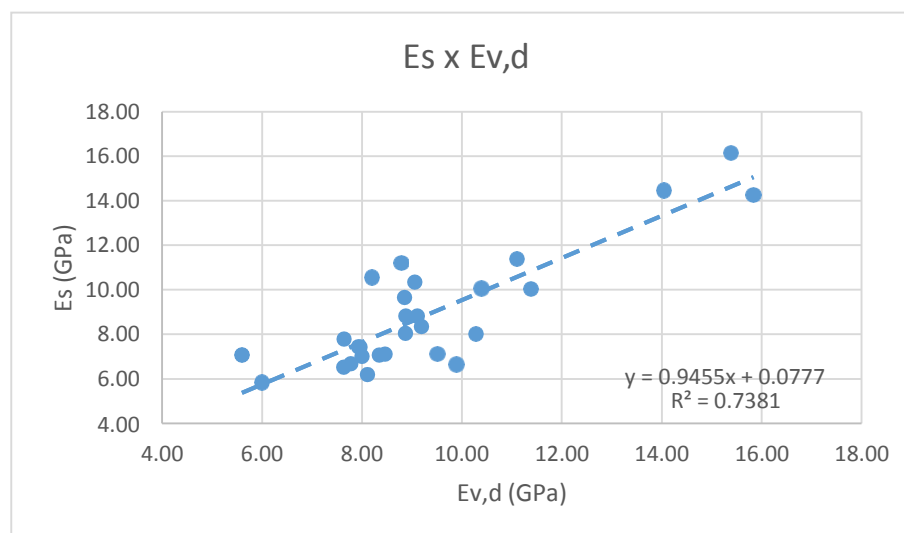


Figura 26 – Gráfico de correlação $E_s \times E_{d,v}$ para todas as peças.

Pode-se observar que houve forte correlação entre os dados, visto que $R^2 = 0,73$ e $E_s = 0,9455 E_{d,f} + 0,0777$. Antes de validar o modelo de regressão ajustado, foram verificadas as suposições do modelo de regressão linear. Primeiramente verificou-se a normalidade dos resíduos conforme mostra o teste de normalidade mostrado na figura (27).

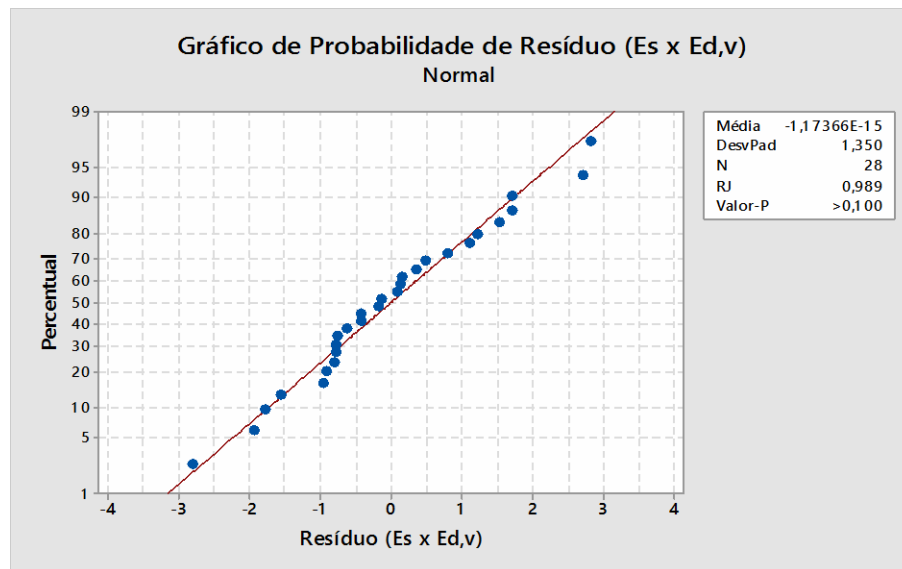


Figura 27 – Gráfico de normalidade – Resíduo ($E_s \times E_{d,v}$) de todas as peças.

Como valor-P $> 0,1 > 0,05$, garante-se a normalidade dos resíduos.

A figura (28), apresenta o gráfico de resíduos contra os valores estimados para os dados transformados de $E_s \times E_{d,v}$, no qual se observa a homogeneidade da variância.

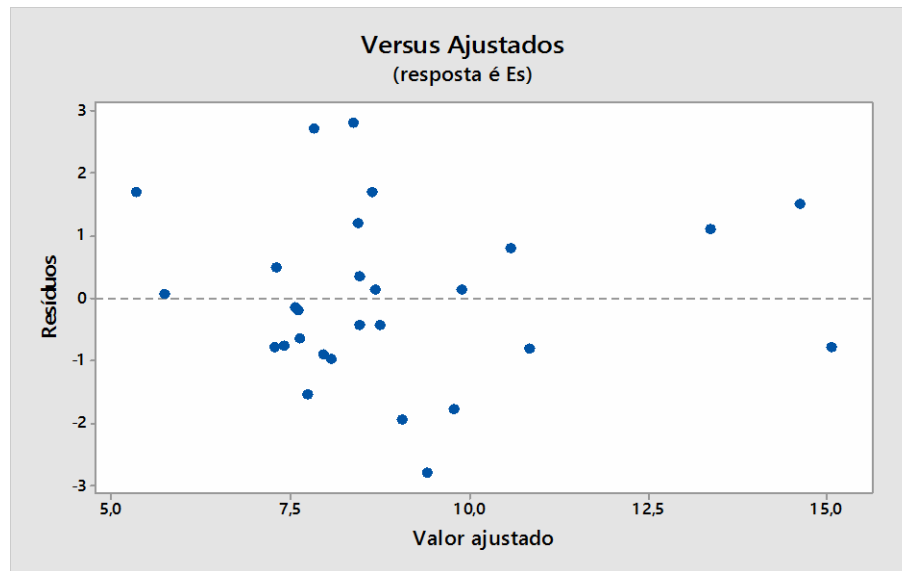


Figura 28 – Resíduos contra valores estimados para $E_s \times E_{d,v}$ para todas as peças.

Portanto, pode-se avaliar a análise de variância, tabela (8), já que as suposições foram atendidas.

Tabela 8 - Análise de variância do modelo de regressão para $E_s \times E_{d,f}$.

	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>F de significação</i>
Regressão	1	138,6810613	138,6810613	73,27732122	4,85815E-09
Resíduo	26	49,20632378	1,892550914		
Total	27	187,8873851			

GI = grau de liberdade; SQ = soma de quadrados; MQ = quadrado médio; F = valor de F calculado.

Desta maneira, analisou-se o resultado da variância $\gamma = 4,85E-09 > 0,05$, portanto rejeita-se H_0 . Portanto os dados apresentaram forte correlação.

6.4 DISCUSSÕES

Para correlação entre E_s x $E_{d,f}$ obteve-se $R^2 = 0,86$ e $R^2 = 0,92$, respectivamente para os grupos 1 e 2. Esses resultados são coerentes com os reportados por outros pesquisadores, Carreira et al (2012) e Segundinho et al (2012).

Observa-se, portanto, que o cálculo do módulo de elasticidade dinâmico em função da frequência do primeiro modo de deformação conduz a bons resultados independente da presença de defeitos nas peças.

A correlação entre E_s x $E_{d,v}$ para todas as peças obteve-se $R^2 = 0,73$. Esse resultado foi similar ao dos pesquisadores Hellmeister (2003) e Brancheriau e Bailleres (2002).

Porém, quando os grupos foram analisados separadamente os resultados obtidos apresentaram divergências.

Os resultados do módulo de elasticidade dinâmico calculado por meio da velocidade de propagação da onda de choque mostraram forte correlação com o módulo estático para as peças sem nós ($R^2 = 0,80$). Contudo, para o grupo de tábuas com nós, observou-se a inexistência de correlação entre os dados ($R^2 = 0,09$).

Portanto, observa-se a princípio, uma possível dependência entre a precisão no cálculo do módulo de elasticidade dinâmico e a presença de nós ao longo do comprimento das peças.

Tanto a frequência natural quanto a velocidade de propagação da onda na madeira são diretamente afetados pela presença de defeitos como os nós, por exemplo. O nó e sua vizinhança podem ser considerados como uma região de menor rigidez na peça de madeira. Dessa forma, a presença de um ou mais nós tende a reduzir as frequências naturais de vibração das tábuas. Da mesma forma, os desvios de fibras localizados em torno dos nós aumentam o caminho percorrido pela onda de choque e, conseqüentemente, reduzem a velocidade de propagação da onda.

Os resultados obtidos neste trabalho levam a crer que a ausência de correlação entre E_s x $E_{d,v}$ observada nas tábuas do grupo 1 possa ser atribuída ao cálculo da velocidade de propagação da onda.

Para o cálculo da velocidade de propagação da onda, a distância percorrida pela onda foi admitida como sendo igual ao comprimento da peça e o tempo foi calculado pela diferença entre os tempos de início do pulso no acelerômetro e no martelo de impulso.

Assim sendo, para as tábuas do grupo 1 acredita-se que a distância percorrida pela onda de choque tenha sido diferente do comprimento das tábuas. Deve-se destacar que distância percorrida pela onda é de difícil determinação uma vez que a propagação da onda na região do nó é complexa por estar relacionada com os desvios localizados das fibras, com as diferenças de densidade entre a madeira sã e o nó e com a geometria e o tipo de nó (solto, firme).

Acredita-se, portanto, que no grupo 2 esses desvios não foram significativos de forma que a distância percorrida pela onda tenha se aproximado mais do comprimento da tábua o que pode ter resultado em uma boa correlação.

Vale ressaltar ainda que, como a velocidade de propagação é elevada ao quadrado na equação (19), o percentual de erro no módulo de elasticidade dinâmico será igual ao dobro do percentual de erro de medição da velocidade.

7 CONCLUSÃO

Este trabalho aplicou o ensaio de vibração longitudinal para a avaliação do módulo de elasticidade de 28 tábuas de madeira. O módulo de elasticidade dinâmico foi calculado pela frequência natural de vibração e pela velocidade de propagação da onda de choque.

Com base nos resultados apresentados, verificou-se, para ambos os grupos, uma forte correlação ($R^2 = 0,86$ para o grupo 1 e $R^2 = 0,92$ para o grupo 2) entre o módulo de elasticidade estático e dinâmico calculado a partir da frequência natural do primeiro modo de deformação axial das peças.

A determinação do módulo de elasticidade dinâmico a partir da velocidade de propagação da onda de choque apresentou boa correlação para o grupo de tábuas sem nós ($R^2 = 0,80$). Contudo, observou-se, para o grupo de peças contendo nós, a ausência de correlação ($R^2 = 0,09$) entre os módulos de elasticidade estático e dinâmico. É possível que tal resultado se deva ao fato da onda de choque sofrer desvios ao longo de seu trajeto dentro da madeira fazendo com que sua distância percorrida seja diferente do comprimento das tábuas ensaiadas.

Cabe ressaltar ainda, que as suposições acima mencionadas necessitam ser testadas em uma amostra maior e, talvez, com mais de uma espécie, para ter sua validação comprovada cientificamente

Por fim, para fins de classificação estrutural, a determinação do módulo de elasticidade dinâmico pela frequência natural aparenta conduzir a resultados mais precisos quando comparados com aqueles obtidos a partir da velocidade de propagação da onda de choque.

REFERÊNCIAS

ABNT-Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 7190** - Projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro, 1997.

AGILENT TECHNOLOGIES. **THE FUNDAMENTALS OF SIGNAL ANALYSIS**. N.249, 2000.

ALLEMANG, R.J.; BROWN, D. L. Experimental Modal Analysis. In: HARRIS, C.M.; PIERSOL, A.G. **Harris' shock and vibration handbook**. 5 ed. New York: McGraw-Hill, 2002. Capítulo 21, p. 21.1-21.72.

ASTM-American Society of Testing and Material. **ASTM D 4761**- Standard Test Methods for Mechanical Properties of Lumber and Wood-Base Structural Material. Philadelphia, 2005.

BILOŠOVA, Alena. **MODAL TESTING**. OP EDUCATION FOR COMPETITIVENESS, OSTRAVA, 2011.

BOX, G. E. P.; COX, D. R. (1964). **An Analysis of Transformations**. In: Journal of the Royal Statistical Society. p 211-243.

CARREIRA, M.R; SEGUNDINHO, P.G.A; LAHR, F.A.R, DIAS, A.A and JÚNIOR, C.C. **Bending stiffness evaluation of Teca and Guajará lumber through tests of transverse and longitudinal vibration**. ActaScientiarum. Technology. Maringá, v. 34, n. 1, p. 27-32, Jan.-Mar., 2012.

CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. **Dynamics of Structures**. 3 ed. Computers & Structures, 2003.

CUNHA, Alexsandro Bayestorff e MATOS, Jorge Luis Monteiro. **Determinação do módulo de elasticidade em madeira laminada colada por meio de ensaio não destrutivo (“stress wave timer”)**. R. Árvore, Viçosa-MG, v.34, n.2, p.345-354, 2010.

GERHARDS, C.C. **Effect of cross grain on stress waves in lumber**. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1981 (Res. Pap. FPL-RP-368).

GERHARDS, C.C. **Effect of knots on stress waves in lumber**. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1982 (Res. Pap. FPL-RP-384).

GREEN, D.W.; WINANDY, J.E.; KRETSCHMANN, D.E. **Mechanical properties of wood**. In: forest products laboratory. Wood handbook: wood as an engineering material. 6 ed. Madison: FPS, 1999. Cap. 4, p. 4-1, 4-45.

HE, J.; FU, Z. F. **Modal analysis**. Estados Unidos: Butterworth-Heinemann. 2001.

JAYNE, B.A. **Vibrational properties of wood as indices of quality**. For. Prod. J., Madison, v. 9, n.11, p. 413-416, 1959.

KELLY, S.Graham. **Fundamentals of Mechanical Vibrations**. 2nd ed. P. cm. – (McGraw-Hill series in mechanical engineering), 2000.

MATOS, Manoel Antônio. **Manual operacional para regressão linear** – FEUP, 1995.

MURRAY R. Spiegel; LARRY. J. Stephens. **Theory and problems of statistics** – 3rd ed. P. cm – (Schaum's outline series), 1998.

RAO, Singiresu S. **Mechanical vibrations**. 5. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2011.

ROSS, R.J.; ZERBE, J.I.; WANG, X; GREEN, D.W.; PELLERIN, R.F. **Stress wave nondestructive evaluation of Douglas-fir peeler cores**. Forest products journal. Vol. 55, no. 3 (Mar. 2005): Pages 90-94.

SEGUNDINHO, P.G.A; LEILIANE COSSOLINO, L.C.; PEREIRA, A.H.A; JÚNIOR, C.C. **Aplicação do método de ensaio das frequências naturais de vibração para obtenção do módulo de elasticidade de peças estruturais de madeira**. Revista Árvore, Viçosa-MG, v.36, n.6, p.1155-1161, 2012.

WANG, Xiping. **Effects of size and moisture on stress wave E-rating of structural lumber**. Proceedings of the 10th world conference on timber engineering: Miuzaki, Japan, 2008.