

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONSTRUÇÃO CIVIL

CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

RUDOLF JANZEN JUNIOR

**CONCRETO PROTENDIDO: DIMENSIONAMENTO DE VIGAS  
ISOSTÁTICAS BI APOIADAS PARA O CASO DE PÓS-TRAÇÃO  
COM ADERÊNCIA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CAMPO MOURÃO

2017

RUDOLF JANZEN JUNIOR

**CONCRETO PROTENDIDO: DIMENSIONAMENTO DE VIGAS  
ISOSTÁTICAS BIAPOIADAS PARA O CASO DE PÓS-TRAÇÃO COM  
ADERÊNCIA**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado à Disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso Superior em Engenharia Civil do Departamento Acadêmico de Construção Civil - DACOC - da Universidade Tecnológica Federal do Paraná -UTFPR, para obtenção do título de bacharel em engenharia civil.

Orientador: Prof. Me. Angelo Giovanni Bonfim Corelhano

**CAMPO MOURÃO**

**2017**



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Câmpus Campo Mourão  
Diretoria de Graduação e Educação Profissional  
Departamento Acadêmico de Construção Civil  
Coordenação de Engenharia Civil



---

## TERMO DE APROVAÇÃO

### Trabalho de Conclusão de Curso

### **CONCRETO PROTENDIDO: DIMENSIONAMENTO DE VIGAS ISOSTÁTICAS BI APOIADAS PARA O CASO DE PÓS-TRAÇÃO COM ADERÊNCIA**

por

**Rudolf Janzen Junior**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 14h10min do dia 30 de junho de como requisito parcial para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL, pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

**Prof. Me. Angelo Giovanni Bonfim  
Corelhano**

(UTFPR)

orientador

**Prof. Tiago Tadeu Amaral Oliveira**

(UTFPR)

**Prof. Dr. Leandro Waidemam**

(UTFPR)

Responsável pelo TCC: **Prof. Me. Valdomiro Lubachevski Kurta**

Coordenador do Curso de Engenharia Civil:

**Prof. Dr. Ronaldo Rigobello**

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.

Dedico esse trabalho à minha mãe.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à minha mãe, que com muitas conquistas tornou possível a realização deste curso de engenharia civil, superando todas as dificuldades no decorrer do mesmo e sempre se mostrando presente e paciente nas situações adversas.

Agradeço a Deus, que nunca abandona àqueles que O amam, e que dia após dia nos concede a força e a vida para lutarmos uma vez mais pelos nossos sonhos. Assim como se encontra em Mateus 11:28 "*Venham a mim, todos os que estão cansados e sobre carregados, e eu darei descanso a vocês.*"

Agradeço à minha namorada, cheia de amor e paciência, sempre disposta a ajudar e a motivar nos momentos de desânimo.

Agradeço a meu orientador, que certamente teve muita paciência quanto aos prazos de entrega e que além de conseguir ótimas fontes para o trabalho, sempre se dispôs a tirar dúvidas e auxiliar no entendimento de alguns conceitos.

Sempre que Deus quer fazer um homem grande, Ele o quebra em pedaços primeiro.

Charles Haddon Spurgeon

## **RESUMO**

JUNIOR, Rudolf Janzen. Concreto Protendido: Dimensionamento de vigas isostáticas biapoiadas para o caso de pós-tração com aderência. 82 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento Acadêmico de Construção Civil

Curso de Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2017.

Este trabalho introduz conceitos básicos sobre concreto protendido e seu dimensionamento. O objetivo é proporcionar as informações necessárias sobre um dos procedimentos utilizados para o dimensionamento de peças protendidas. O trabalho se desenvolve na seguinte sequência, introdução com noções básicas da protensão (utilização e exemplo numérico), materiais utilizados, hipóteses de cálculo, tipos e níveis de protensão, limites de tensão no aço estabelecidas pela ABNT NBR 6118:2014, roteiro de dimensionamento pelo método dos estados limites, e por fim, exemplo completo de dimensionamento. O diferencial reside na clareza com que se desenvolve e explica o dimensionamento, evitando quaisquer duvidas à medida que os exemplos progridem. Cabe ainda citar aqui que o dimensionamento ao Estado Limite Último será feito a partir da tabela com valores de K6.

**Palavras-chave:** Concreto Protendido, Concreto Armado, Dimensionamento, Vigas Protendidas, Engenharia Civil

## **ABSTRACT**

JUNIOR, Rudolf Janzen. Prestressed Concrete. 82 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento Acadêmico de Construção Civil

Curso de Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2017.

This paper introduces basic concepts about prestressed concrete and its dimensioning. The objective is to provide the necessary information about one of the procedures used for the dimensioning of prestressed elements. This paper is developed in the following sequence, introduction with basics of the prestressing (application and numerical example), materials applied, calculation hypotheses, methods and levels of prestressing, limited steel tensions established by ABNT NBR 6118: 2014 (Brazilian Association of Technical Standards), dimensioning script using the method of boundary states, and lastly, a complete example of dimensioning. The differential lies in the clarity with which it develops and explains the dimensioning, avoiding any doubts as the examples progress. It should also be mentioned that the design of the ultimate limit state will be done by using the table with values of K6.

**Keywords:** Concrete, Prestressed, Post-tensioning

## **LISTA DE FIGURAS**

FIGURA 1 – ILUSTRAÇÃO DO EXEMPLO NUMÉRICO .....	11
FIGURA 2 – GRÁFICO DE TENSÕES PARA O ESTADO EM VAZIO .....	13
FIGURA 3 – GRÁFICO DE TENSÕES PARA O ESTADO EM SERVIÇO .....	14
FIGURA 4 – PONTE EM CONCRETO PROTENDIDO - VITÓRIA/ES .....	22
FIGURA 5 – DOMÍNIOS DO ESTADO-LIMITE ÚLTIMO .....	24
FIGURA 6 – PROTENSÃO COM ADERÊNCIA INICIAL .....	26
FIGURA 7 – PROTENSÃO COM ADERÊNCIA POSTERIOR .....	27
FIGURA 8 – PROTENSÃO COM CORDOALHA ENGRAXADA .....	27
FIGURA 9 – PERDAS POR RETRAÇÃO E FLUÊNCIA DO CONCRETO .....	34
FIGURA 10 – PERDAS POR RELAXAÇÃO DO AÇO .....	34
FIGURA 11 – FLUXOGRAMA DO PROCESSO DE DIMENSIONAMENTO .....	36
FIGURA 12 – REFERENCIA DOS EIXOS PARA EQUAÇÃO DO TRAÇADO .....	44
FIGURA 13 – CÁLCULO DAS PERDAS POR ENCUNHAMENTO .....	47
FIGURA 14 – CONCRETO DE ENVOLVIMENTO DA ARMADURA .....	55
FIGURA 15 – VERIFICAÇÃO SIMPLIFICADA DE ELU NO ATO DA PROTENSÃO .....	57
FIGURA 16 – ILUSTRAÇÃO DA VIGA A SER DIMENSIONADA .....	58
FIGURA 17 – ILUSTRAÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL .....	59
FIGURA 18 – REPRESENTAÇÃO DA ÁREA CRITICA .....	72

## **LISTA DE TABELAS**

TABELA 1	- FISSURAÇÃO E PROTEÇÃO DA ARMADURA .....	30
TABELA 2	- CLASSES DE AGRESSIVIDADE AMBIENTAL .....	37
TABELA 3	- CLASSE DE AGRESSIVIDADE E A QUALIDADE DO CONCRETO	38
TABELA 4	- CLASSE DE AGRESSIVIDADE E O COBRIMENTO NOMINAL ...	39
TABELA 5	- TABELA DE CARACTERÍSTICAS DAS CORDOALHAS DE 7 FIOS	40
TABELA 6	- ESPECIFICAÇÕES PARA CABOS COM <i>N</i> CORDOALHAS .....	43
TABELA 7	- VALORES CARACTERÍSTICOS DE RETRAÇÃO E FLUÊNCIA ...	50
TABELA 8	- VALORES DE $\psi_{1000}$ , EM PORCENTAGEM .....	50
TABELA 9	- RESUMO DAS PERDAS DE PROTENSÃO .....	68
TABELA 10	- TABELA COM VALORES DE K6 AO PASSO DE 0,005 .....	78
TABELA 11	- TABELA COM VALORES DE K6 AO PASSO DE 0,005 .....	79
TABELA 12	- AÇÕES PERMANENTES DIRETAS SEPARADAS .....	80
TABELA 13	- AÇÕES PERMANENTES DIRETAS AGRUPADAS .....	81
TABELA 14	- AÇÕES VARIÁVEIS CONSIDERADAS SEPARADAMENTE .....	81
TABELA 15	- AÇÕES VARIÁVEIS CONSIDERADAS CONJUNTAMENTE .....	82
TABELA 16	- VALORES DOS FATORES DE COMBINAÇÃO ( $\psi$ ) .....	82

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>15</b>
<b>3</b>	<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>16</b>
<b>4</b>	<b>JUSTIFICATIVA .....</b>	<b>17</b>
<b>5</b>	<b>VANTAGENS E DESVANTAGENS .....</b>	<b>18</b>
<b>6</b>	<b>MATERIAIS UTILIZADOS NO CONCRETO PROTENDIDO .....</b>	<b>20</b>
6.1	AÇOS PARA CONCRETO PROTENDIDO .....	20
6.2	CONCRETO .....	21
<b>7</b>	<b>HIPÓTESES BÁSICAS .....</b>	<b>23</b>
<b>8</b>	<b>TIPOS E NÍVEIS DE PROTENSÃO .....</b>	<b>26</b>
8.1	TIPOS DE PROTENSÃO .....	26
8.1.1	Pré-tracionada com aderência .....	26
8.1.2	Pós-tração com aderência .....	27
8.1.3	Pós-tração sem aderência .....	27
8.2	NÍVEIS DE PROTENSÃO .....	28
8.2.1	Parcial .....	28
8.2.2	Limitada .....	28
8.2.3	Completa ou total .....	29
<b>9</b>	<b>TENSÕES NOS CABOS .....</b>	<b>31</b>
9.1	TENSÃO INICIAL NO CASO DE PRÉ-TRAÇÃO .....	31
9.2	TENSÃO INICIAL NO CASO DE PÓS-TRAÇÃO .....	32
<b>10</b>	<b>PERDAS DE PROTENSÃO .....</b>	<b>33</b>
10.1	PERDAS IMEDIATAS OU INSTANTÂNEAS .....	33
10.2	PERDAS LENTAS OU PROGRESSIVAS .....	34
<b>11</b>	<b>ROTEIRO PARA DIMENSIONAMENTO .....</b>	<b>35</b>
11.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	35
11.2	DADOS E REQUERIMENTOS DE PROJETO .....	37
11.2.1	Geometria .....	37
11.2.2	Classe de agressividade ambiental .....	37
11.2.3	Materiais .....	38
11.2.4	Solicitações .....	41
11.2.5	Estimativa da força de protensão e valor de $A_p$ .....	42
11.2.6	Traçado dos cabos .....	44
11.2.7	Perdas de protensão imediatas e progressivas .....	46
11.2.8	Pré-alongamento .....	51
11.3	DIMENSIONAMENTO AO ELU .....	51
11.4	VERIFICAÇÕES NO ELS .....	53
11.5	ELU NO ATO DA PROTENSÃO .....	56
<b>12</b>	<b>EXEMPLO RESOLVIDO COM UTILIZAÇÃO DO ROTEIRO .....</b>	<b>58</b>
12.1	GEOMETRIA .....	59
12.2	MATERIAL .....	60

12.3 ESTIMATIVA DA FORÇA DE PROTENSÃO E ÁREA $A_P$ .....	60
12.4 TRAÇADO DOS CABOS .....	61
12.5 CÁLCULO DAS PERDAS DE PROTENSÃO .....	62
12.6 PRÉ-ALONGAMENTO .....	69
12.7 ESTADO LIMITE ÚLTIMO .....	69
12.8 ESTADO LIMITE DE SERVIÇO .....	71
12.9 ELU NO ATO DA PROTENSÃO .....	73
<b>13 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>75</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>76</b>
<b>ANEXO A - FORMULAÇÃO DA TABELA COM VALORES DE K<sub>6</sub> .....</b>	<b>77</b>
<b>ANEXO B - COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO .....</b>	<b>80</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O concreto é um material amplamente utilizado na construção civil, seu custo relativamente baixo e a fácil modelagem diante de desvios de projeto o tornam uma ótima opção na hora de construir. Para as estruturas em concreto existem duas opções principais, concreto armado e concreto protendido. Diante das crescentes exigências no que se diz ao aspecto arquitetônico das edificações, o concreto armado apresenta limitações como vãos menores e peças de seção transversal mais robustas. A partir do uso de classes de resistência mais altas de concreto e aços de alta resistência, o concreto protendido possibilita seções transversais menores nos elementos estruturais assim como vãos maiores.

Segundo (PFEIL, 1983) com o aumento da resistência dos materiais seria possível utilizar nos cálculos maiores valores de  $\sigma_c$  e  $\sigma_s$  (tensão resistente do concreto e do aço, respectivamente), aumentando assim a capacidade de carga ultima da seção. Acontece que com elevadas tensões da armadura, ocorre também o aumento de abertura de fissuras no concreto, diminuindo a eficiência da proteção contra a corrosão do aço. Dessa forma atingimos uma limitação na aplicação do concreto armado, não permitindo aproveitar, de forma econômica, os materiais de alta resistência oferecidos pela indústria.

Diante dessas limitações o engenheiro francês Eugene Freyssinet, em meados de 1928, introduziu o uso do aço duro nos elementos de concreto, usados para realizar a protensão, a ideia do concreto protendido surgiu diante de 2 problemas principais:

- Baixa resistência à tração oferecida pelo concreto;
- Fissuração do concreto (consequência da baixa resistência à tração);

De acordo com (VERÍSSIMO; JR, 1998), o artifício da protensão, aplicado ao concreto, consiste em introduzir esforços que anulem ou limitem drasticamente as tensões de tração do concreto, de modo a eliminar a abertura de fissuras como condição determinante do dimensionamento. É realizada através de cabos de aço tracionados e ancorados no próprio concreto.

Dessa forma ocorre uma alteração na faixa de trabalho do concreto, originando na peça apenas tensões de compressão, estado onde o material apresenta maior eficiência.

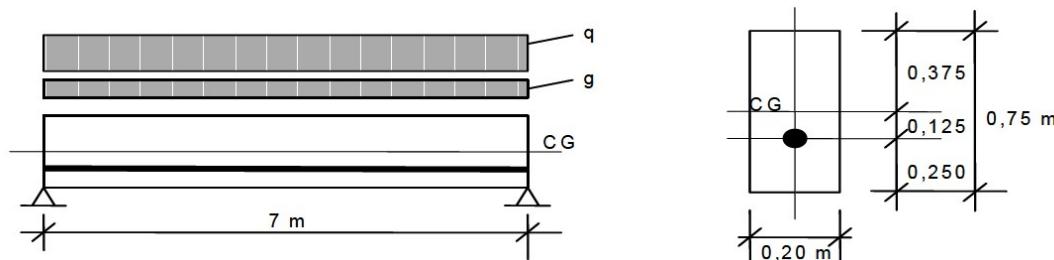
Por outro lado, quando temos apenas tensões de compressão na peça, eliminamos a possibilidade de surgirem fissuras, permitindo assim o uso de cabos de alta resistência, que apresentam maior suscetibilidade à corrosão, logo uma proteção eficiente à corrosão é indispensável.

A ABNT NBR 6118:2014 já trata do "Projeto de estruturas de concreto" englobando o concreto simples (sem armadura), o armado (apenas com armadura passiva) e o protendido (em que pelo menos parte da armadura é ativa). Para se confeccionar uma peça tanto de um (concreto armado) quanto do outro (concreto protendido) os materiais utilizados são os mesmos: cimento, agregados graúdos e miúdos, água e aço convenientemente disposto. A principal diferença entre ambos está no tipo de aço empregado assim como no procedimento construtivo.

Para melhor entender os efeitos do uso da protensão, (HANAI, 2005) apresenta um exemplo numérico, envolvendo cálculos e conceitos simples, facilitando assim o entendimento do leitor. Por estar no estadio I, o concreto é admitido como material homogêneo e de comportamento elástico-linear, possibilitando a aplicação de expressões empregadas em Resistência dos Materiais.

Considerando uma viga de concreto, simplesmente apoiada, com vão teórico igual a 7 metros e seção transversal de dimensões  $b = 0,20\text{m}$  e  $h = 0,75\text{m}$ , a qual está sujeita às seguintes ações:

- Peso próprio  $P_g = 0,20 \cdot 0,75 \cdot 2,5 = 3,75\text{kN/m}$
- Carga acidental  $P_q = 15\text{kN/m}$
- Força de protensão  $P_t = -600\text{kN}$ , aplicada com excentricidade  $e = 0,125\text{m}$  com relação a eixo de simetria vertical.



**Figura 1: Ilustração do exemplo numérico**

Fonte: (HANAI, 2005)

1. Cálculo das características geométricas e mecânicas da seção transversal

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = 7,03 \cdot 10^{-3} m^4 \quad (1.1)$$

$$y_1 = -y_2 = 0,375m \quad (1.2)$$

$$W_1 = -W_2 = \frac{I}{y} = 18,75 \cdot 10^{-3} m^3 \quad (1.3)$$

$$A_c = b \cdot h = 0,15 m^2 \quad (1.4)$$

2. Cálculo de esforços solicitantes e tensões normais no meio do vão

a) Tensões devidas ao peso próprio

$$M_{g1} = \frac{3,75 \cdot 7^2}{8} = 22,97 kN.m \quad (1.5)$$

$$\sigma_{1g1} = \frac{M_{g1}}{W_1} = 1,23 MPa \quad (1.6)$$

$$\sigma_{2g1} = \frac{M_{g1}}{W_2} = -1,23 MPa \quad (1.7)$$

b) Tensões devidas a carga accidental

$$M_q = \frac{15 \cdot 7^2}{8} = 91,88 kN.m \quad (1.8)$$

$$\sigma_{1q} = \frac{M_q}{W_1} = 4,90 MPa \quad (1.9)$$

$$\sigma_{2q} = \frac{M_q}{W_2} = -4,90 MPa \quad (1.10)$$

c) Tensões devidas à força de protensão

$$P = -600kN \quad (1.11)$$

$$M_p = P \cdot e \quad (1.12)$$

$$\sigma_{1p} = \frac{M_p}{W_1} + \frac{P}{A_c} = -8,00 MPa \quad (1.13)$$

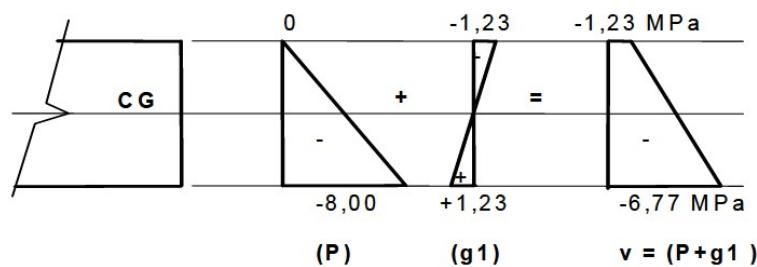
$$\sigma_{2p} = \frac{M_p}{W_1} + \frac{P}{A_c} = 0 \quad (1.14)$$

Obs.: a tensão causada na borda superior é nula devido a excentricidade corresponder à extremidade inferior do núcleo central da seção transversal.

### 3. Combinações das ações

Ao ser feita uma análise em duas situações, a primeira seria no momento em que a estrutura se encontra ao fim da execução, sem escoramento, chamado estado em vazio (sem ação de cargas acidentais para qual foi projetada) e na segunda com a estrutura em serviço.

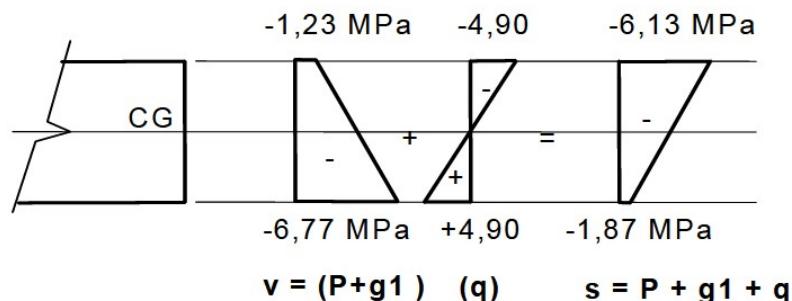
- Estado em vazio



**Figura 2: Gráfico de tensões para o estado em vazio**

Fonte: (HANAI, 2005)

- Estado em serviço



**Figura 3: Gráfico de tensões para o estado em serviço**

Fonte: (HANAI, 2005)

Numa análise final é possível notar que:

1. Em ambas as combinações não ocorrem tensões de tração, e as tensões de compressão são relativamente baixas, podendo ser suportadas por um concreto de média resistência.
2. Como existe uma tensão de compressão residual na borda inferior, a viga poderia receber carga accidental ainda um pouco maior, sem perigo de fissuração.
3. No estado em vazio, as tensões de compressão são até maiores que no estado em serviço, ou seja, ao acréscimo de cargas não piora a situação.

## 2 METODOLOGIA

Para a realização deste trabalho foi utilizada como estratégia metodológica, a revisão bibliográfica, consistindo em pesquisar e analisar os conceitos sobre dimensionamento do concreto pretendido em livros, manuais de execução, listas de exercícios resolvidos e sites.

A estruturação do corpo do texto foi pensada de forma que o leitor, a medida que avance na leitura, possa compreender com maior clareza as etapas a seguir.

O formulário foi desenvolvido com base em exercícios resolvidos e trabalhos acadêmicos de temas semelhantes.

A demonstração do formulário foi realizada utilizando um exemplo numérico formulado pelo autor do trabalho.

### **3 OBJETIVOS**

#### **Geral**

- Proporcionar ao leitor embasamento teórico para dimensionamento de vigas bi-apoiadas em concreto protendido no caso de pós-tração com aderência;

#### **Específicos**

- Buscar informações gerais (vantagens, desvantagens e uso);
- Apresentar materiais utilizados para fabricação de peças de concreto protendido;
- Elaborar roteiro para dimensionamento de vigas em concreto protendido;
- Demonstrar aplicação do roteiro com exemplo numérico;

#### **4 JUSTIFICATIVA**

Para a escolha do presente tema levam-se em consideração as vantagens e benefícios presentes no uso do concreto pretendido, visando impulsionar o aprendizado dos interessados no assunto, tornando essa técnica cada vez mais acessível.

Tem-se também como justificativa para a realização desse trabalho, as poucas opções de material com tema semelhante. Procurando disponibilizar acervo bibliográfico.

## 5 VANTAGENS E DESVANTAGENS: CONCRETO ARMADO X CONCRETO PROTENDIDO

De acordo com estudo realizado por (CHOLFE; BONILHA, 2013), uma comparação entre o concreto armado e o concreto protendido resultou no seguinte:

Vantagens:

A Protensão traz melhorias no desempenho (serviço) e na segurança das estruturas de concreto.

- Durabilidade: o controle mais rigoroso dos limites de serviço assim como o uso de concreto com maior classe de resistência resulta na redução de fissuras, garantindo maior proteção das armaduras, inibindo o fenômeno da corrosão, que é um dos grandes responsáveis pela diminuição da vida útil das estruturas.
- Deformabilidade: uma das, se não a maior vantagem do concreto protendido, está ligada à forma como ocorre o equilíbrio das ações verticais sobre a peça protendida, que reduz o valor das flechas em vigas e lajes.
- Materiais de melhor qualidade: no concreto protendido é possível utilizar aços especiais sem que a peça seja condenada por fissuras excessivas.
- Leveza e esbeltez da estrutura: a sistemática estrutural do concreto protendido (equilíbrio de cargas), associada à qualidade superior dos materiais, propicia seções mais esbeltas, vãos maiores e estruturas mais leves.
- Menores tensões de cisalhamento: a Protensão tem duas influências importantes na redução do cisalhamento das vigas: reduz o valor da força cortante e reduz a tensão principal de tração, propiciando menor quantidade de estribos.
- Maior resistência à fadiga: a fadiga no aço diante de ações repetitivas (pontes rodoviárias, pontes rolantes) é mais grave nas peças armadas do que nas protendidas.

É possível ainda citar aqui algumas vantagens colocadas por (LEONHARDT, 1983)

- Resistência a excessos de carga: estruturas pretendidas apresentam a possibilidade de suportar consideráveis excessos de carga sem danos remanescentes, as fissuras que surgem por ocasião do excesso de carga voltam a se fechar por completo, desde que as tensões no aço permaneçam abaixo do limite de alongamento de 10 %.

#### Desvantagens:

Por outro lado, as desvantagens do concreto pretendido em relação ao concreto armado devem ser encaradas com cuidados adicionais

- Corrosão: nas peças pretendidas, nos casos onde a armadura não está protegida por bainhas (caso de armaduras pré-aderentes), o efeito da corrosão pode ser danoso para a segurança da estrutura. Cuidados especiais com a fissuração e os cobrimentos devem ser adotados tanto no projeto como na construção.
- Protensão é força ativa: erros de projeto ou da construção podem resultar em ruínas das estruturas, quando a Protensão estiver sendo aplicada no concreto. O item 17.2.4.2 da ABNT NBR 6118:2014 recomenda a verificação do ELU no ato da Protensão.
- Maiores exigências no Projeto: o projeto das estruturas pretendidas, além de verificações e detalhamentos mais abrangentes, deve conter também os procedimentos executivos para a construção e uso da estrutura.
- Maiores exigências na construção: além dos materiais de melhor qualidade, as estruturas pretendidas requerem equipamentos como macacos hidráulico, aparelhos de controle de pressão, bombas injetoras e misturadoras. Também a mão de obra deve ser treinada para controlar e liberar a Protensão, tendo como referencias as especificações do projeto. O controle tecnológico do concreto e sua respectiva resistência são fundamentais para a aplicação da Protensão na estrutura.

## 6 MATERIAIS UTILIZADOS NO CONCRETO PROTENDIDO

Neste capítulo serão apresentados de forma breve os principais materiais utilizados no concreto protendido e a importância do uso dos mesmos.

Como visto no capítulo anterior, parte das vantagens relacionadas ao uso do concreto protendido estão ligadas à qualidade do material que o compõe, dentre estes podemos citar dois principais. Primeiro, os aços de alta resistência, que possuem resistência três a quatro vezes maiores que o aço utilizado atualmente no concreto armado. E segundo, para que haja compatibilidade com os aços de alta resistência, utiliza-se concreto de classes (resistência) mais elevadas.

### 6.1 AÇOS PARA CONCRETO PROTENDIDO

Os aços de alta resistência podem ser agrupados basicamente de três formas:

- a) Barras de aço de liga de alta resistência, laminadas a quente, com diâmetro superior a 12 mm, fornecidas em peças retilíneas de comprimento limitado.
- b) Cordoalhas, produto formado por fios enrolados com forma de hélice, como uma corda. As cordoalhas podem ser constituídas por dois, três ou sete fios.
- c) Fios trefilados de aço carbono, com diâmetro em geral de 3 a 8 mm, podendo atingir até 12 mm, fornecidos em rolos ou bobinas. A trefilação produz o encruamento do aço, aumentando sua resistência.

Segundo (BUCHAIM, 2007), de forma geral os fios de aço são, mais comumente, lisos ou entalhados; possuem resistência à ruptura por tração na faixa de  $1500MPa$  a  $1700MPa$ , e são fabricados em diâmetros de 4 a 8mm. As cordoalhas, por sua vez, pode ser compostas de 2,3 e 7 fios. As de 7 fios (únicas tratadas nesse trabalho), são as mais comuns na prática, e constituem-se de 6 fios de um mesmo diâmetro nominal, encordoados juntos em forma helicoidal, em torno de um fio central reto (de diâmetro nominal pelo menos 2% maior que os fios externos), com

passo uniforme  $s = 12$  a  $16$  vezes o diâmetro do fio. A resistência à ruptura por tração das cordoalhas de  $7$  fios é igual a  $1750MPa$ ,  $1900MPa$  ou  $2100MPa$ , e elas são fabricadas com diâmetros nominais de  $6,4$  a  $15,2mm$ .

Vale citar ainda a questão dos tratamentos utilizados para que haja um alívio de tensões no processo de fabricação dos aços, os quais resultam em aços de basicamente dois tipos, relaxação baixa e relaxação normal, termos que serão explicados no capítulo de perdas de protensão.

A designação dos aços é feita a partir do tipo de utilização, categoria de resistência, nível de relaxação e diâmetro nominal, conforme os dois exemplos a seguir.

**CP-150 RN 8:** Fio para concreto protendido (CP), categoria 150 ( $f_{ptk} = 150KN/cm^2$ ), relaxação normal (RN) e diâmetro nominal de  $8$  mm.

**CP-190 RB 12,7:** Cordoalha de  $7$  fios para concreto protendido (CP), categoria 190 ( $f_{ptk} = 190KN/cm^2$ ), relaxação baixa (RB) e diâmetro nominal de  $12,7$  mm.

O exemplo do fio foi usado para fins de informação, lembrando que neste trabalho serão tratadas apenas as cordoalhas. Nota-se que na nomenclatura do fio tem-se um número inteiro que serve para indicar o seu diâmetro, e subentender que é um fio, quando no caso das cordoalhas temos números fracionários indicando o seu diâmetro, onde há a exceção para a cordoalha de  $11$  mm.

As normas regulamentadoras dos aços para concreto protendido são a ABNT NBR 7482:2008 (fios) e a ABNT NBR 7483:2005 (cordoalhas).

De acordo com (VASCONCELOS, 1980), chama-se a atenção quanto às áreas da seção transversal da cordoalhas de  $7$  fios, onde a mesma bitola possui área diferente para as categorias CP-175 e CP-190.

Características relacionadas ao aço, e que são de fundamental importância para o dimensionamento de peças protendidas, serão apresentadas mais adiante.

## 6.2 CONCRETO

De acordo com o que foi citado por (CARVALHO, 2012) na introdução, é possível afirmar que não há grandes alterações quanto ao concreto utilizado nas estruturas de concreto protendido. O uso de classes de resistência mais altas fica em função da classe de agressividade ambiental, imposições arquitetônicas e a critério do projetista, nas considerações quanto ao comportamento e dimensões do elemento desejadas. Fazendo um adendo às condições impostas pela ABNT NBR 6118:2014 na tabela 7.1, onde de acordo com a classe de agressividade

ambiental há uma classe mínima de concreto a ser utilizada.

Porém, de acordo com (VERÍSSIMO; JR, 1998), os concretos comumente utilizados em peças protendidas possuem resistência superior àquelas das peças de concreto armado. Existem várias razões que justificam a utilização de concretos de alta resistência em peças protendidas. A alta resistência, aliada ao fato de toda a seção da peça trabalhar, resistindo aos esforços atuantes, redonda em seções com dimensões menores que no concreto armado convencional, o que, em outras palavras, significa menor peso próprio. A diminuição do peso próprio viabiliza economicamente a execução de estruturas com grandes vãos.

Faixas de resistência normalmente utilizadas:

concreto armado:  $20MPa < f_{ck} < 50MPa$

concreto protendido:  $30MPa < f_{ck} < 50MPa$ , ou mais.

Fatores que justificam resistências elevadas:

- a introdução da força de protensão pode causar solicitações prévias muito elevadas, frequentemente mais altas que as correspondentes a uma situação de serviço;
- o emprego de concretos e aços de alta resistência permite a redução das dimensões das peças, diminuindo seu peso próprio;
- concretos de alta resistência possuem, em geral, módulo de deformação mais elevado, o que diminui tanto as deformações imediatas como as que ocorrem ao longo do tempo. Isso reduz os efeitos de perda de protensão oriundos da retração e fluência do concreto;



**Figura 4: Ponte em concreto protendido - Vitória/ES**

Fonte: (BASTOS, 2015)

## 7 HIPÓTESES BÁSICAS PARA O CASO DE RUPTURA E DEFORMAÇÕES EXCESSIVAS

Conforme a ABNT NBR 6118:2014 seção 17.2.2, na análise dos esforços resistentes de uma seção de viga ou pilar, devem ser consideradas as seguintes hipóteses básicas:

- As seções transversais se mantêm planas após deformação;
  - A deformação das barras passivas aderentes ou o acréscimo de deformação das barras ativas aderentes em tração ou compressão, deve ser o mesmo do concreto em seu entorno;
  - Para armaduras ativas não aderentes, na falta de valores experimentais e de análises não lineares adequadas, deve haver acréscimo das tensões.
1. Para elementos com relação vão/altura útil  $\leq 35$ , em MPA

$$\Delta\sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{100\rho_p} \leq 420 \quad (7.15)$$

2. Para elementos com relação vão/altura útil  $> 35$ , em MPA

$$\Delta\sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{300\rho_p} \leq 210 \quad (7.16)$$

Em que:  $\Delta\sigma_p$  e  $f_{ck}$  são dados em Mpa

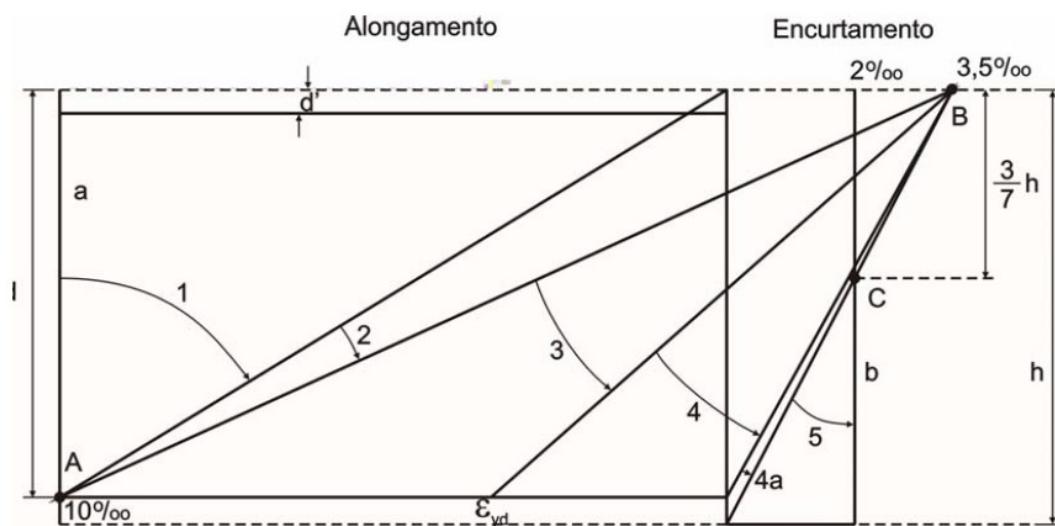
$$\rho_p = \text{taxa geométrica de armadura ativa} = \frac{A_p}{b_c \cdot d_p}$$

$b_c$  = largura da mesa de compressão

$d_p$  = altura útil referida à armadura ativa

- As tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, podem ser desprezadas;
- A distribuição de tensões no concreto se faz de acordo com o diagrama parábola retângulo definido no item 8.2.10 da ABNT NBR 6118:2014, com tensão de pico igual a 0,85fcd. Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de altura 0,8x (onde x é a profundidade da linha neutra), com a seguinte tensão:

- 0,85fcd no caso da largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminuir a partir desta para a borda comprimida;
- 0,80fcd no caso contrario;
- A tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação, com valores de cálculo, definidos nos itens 8.3.6 e 8.4.5 da ABNT NBR 6118:2014;
- O estado limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios na figura a seguir:



**Figura 5: Domínios do estado-limite último de uma seção transversal**

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

### Ruptura convencional por deformação plástica excessiva

- reta a: tração uniforme;
- domínio 1: tração não uniforme, sem compressão;
- domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto;

### Ruptura convencional por encurtamento limite do concreto

- domínio 3: flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço;

- domínio 4: flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento do aço;
- domínio 4a: flexão composta com ruptura com armaduras comprimidas;
- domínio 5: compressão não uniforme, sem tração;
- reta b: compressão uniforme.

## 8 TIPOS E NÍVEIS DE PROTENSÃO

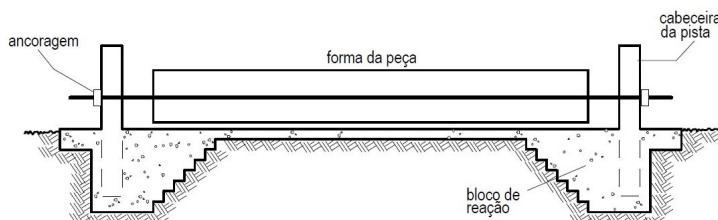
O dimensionamento de vigas protendidas varia de acordo o seu tipo e nível. O tipo da protensão varia de acordo com dois fatores, existência ou não de aderência (entre os cabos e o concreto) e o momento em que a tração é aplicada no cabo. Já o nível de protensão está relacionado à intensidade da protensão, que é escolhida em função do tipo de protensão e do ambiente onde a estrutura será executada. Assim podemos classificar a protensão quanto ao seu tipo ou nível, que serão detalhados nos próximos itens.

De acordo com (MELLO, 2005), a conceituação da protensão se torna importante já que, dependendo da escolha do tipo de protensão, aderente ou não, os cálculos se fazem de formas diferentes e, dependendo do tipo de ambiente em que a estrutura vai ser executada, a protensão deverá ter intensidade maior ou menor. Assim, a protensão poderá ser classificada quanto à aderência e quanto à intensidade.

### 8.1 TIPOS DE PROTENSÃO

#### 8.1.1 Pré-tração com aderência ou protensão com aderência inicial

Também conhecida como protensão de bancada, consiste na execução de peças protendidas em pistas de protensão. Os cabos são inicialmente tensionados e ancorados na pista, a qual possui um vão onde é feita a concretagem, com um determinado tempo de cura, ocorre a liberação dos cabos e a transferência de tensões para o concreto.

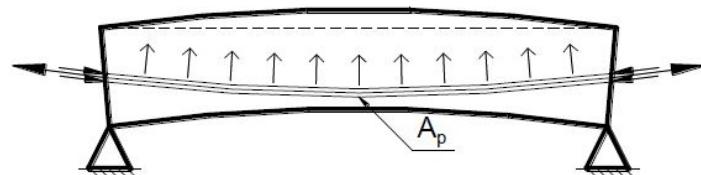


**Figura 6: Protensão com aderência inicial**

Fonte: (VERÍSSIMO; JR, 1998)

### 8.1.2 Pós-tração com aderência ou protensão com aderência posterior

Ocorre a disposição de dutos ou bainhas no interior da forma ainda a ser concretada, após a cura do concreto a armadura é tracionada e ancorada nas extremidades do concreto. A aderência é obtida injetando-se argamassa ou nata de cimento nas bainhas, quem também serve como proteção contra a corrosão.

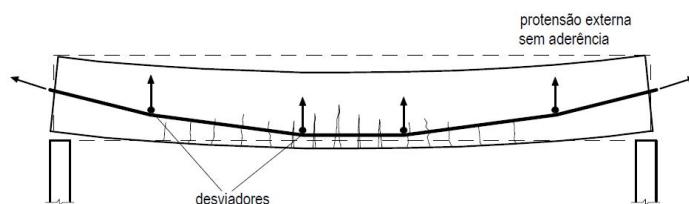


**Figura 7: Protensão com aderência posterior**

Fonte: (BASTOS, 2015)

### 8.1.3 Pós-tração sem aderência ou protensão com cordoalha engraxada

O processo é semelhante ao de protensão com aderência posterior, porém com a armadura não aderida ao concreto, a aderência pode ser dispensada em casos que a armadura é dimensionada com bastante folga, de modo a garantir a capacidade resistente e de utilização. É fundamental que se injete algum material nas bainhas para que os cabos fiquem protegidos contra a corrosão. A vantagem desse método é a possibilidade de substituição dos cabos de protensão se necessário.



**Figura 8: Protensão com cordoalha engraxada**

Fonte: (VERÍSSIMO; JR, 1998)

## 8.2 NÍVEIS DE PROTENSÃO

De acordo com (CAUDURO, 2003), quando um componente da estrutura é projetado para - sob condições de carga de trabalho - não haver nenhuma tensão de tração nele, então o concreto é chamado totalmente protendido. Teoricamente, tal componente necessitaria de substancial quantidade de aço de protensão. Por outro lado, se tensões de tração são permitidas em um componente da estrutura sob carga de trabalho, ele é chamado de parcialmente protendido (esse termo é algumas vezes também usado para descrever o processo de aplicação de um percentual da força final antes que a estrutura atinja as 72 horas normais para ser protendida). Para protensão parcial, moderada quantidade de barras de aço comum pode ser requerida para o controle de fissuras sob tração. Por razões econômicas, a protensão parcial é a forma mais comum de protensão usada nas estruturas. Deste modo, aço de protensão é usado para compensar a maior parte do peso próprio e sustentar outras cargas mortas. Ocionalmente, uma pequena porção de carga viva é também incluída. A tração produzida pelo resto da carga viva é resistida pela combinação de aço tracionado e não-tracionado, resultando em estruturas econômicas. As barras de aço aderentes asseguram o controle da abertura e a distribuição das fissuras que possam ser causadas pelos efeitos secundários ou sobrecargas.

### 8.2.1 Parcial

A protensão parcial é usada para limitação da abertura de fissuras e deformações excessivas. Ocorre quando as tensões de tração oriundas da carga total de utilização, na direção resistente principal, não são restrinvidas. Na pré-tração para classe de agressividade ambiental I e na pós-tração com classe de agressividade ambiental I e II, a seguinte verificação deve ser atendida:

ELS-W (abertura de fissuras), sob condição frequente de serviço.

$$w_k \leq 0,2mm \quad (8.17)$$

### 8.2.2 Limitada

Recomendada no projeto de lajes lisas e cogumelos, a protensão limitada é utilizada de modo a eliminar ou reduzir a um valor admissível das tensões de tração no concreto geradas pelos carregamentos externos. A protensão limitada para pré-tração na classe de agressividade ambiental II e para pós-tração na classe de agressividade ambiental III e IV, as seguintes verificações devem ser atendidas:

ELS-F (formação de fissuras), sob condição frequente de serviço.

$$\sigma_{c,max,CF} \leq F_{ctk,f} \quad (8.18)$$

ELS-D(descompressão), sob combinação quase permanente de serviço.

$$\sigma_{c,max,CQP} \leq 0 \quad (8.19)$$

### 8.2.3 Completa ou total

A protensão completa é caracterizada pela eliminação de tensões de tração na flexão. Toleram-se, no entanto, tensões de tração provenientes da introdução da força de protensão na região da ancoragem dos cabos, de tensões principais de tração, inclinadas, devidas ao cisalhamento ou à torção, assim como tensões de tração transversal devidas ao efeito de aderência ou tensões de tração devidas a gradientes de temperatura. Segundo (LEONHARDT, 1983) é errôneo pensar que com protensão completa o concreto não ficará sujeito à tração ou que não haja possibilidade de fissuração. As verificações a serem atendidas para esse caso, com classe de agressividade ambiental III e IV, são:

ELS-F (formação de fissuras), sob condição rara de serviço.

$$\sigma_{c,max,CR} \leq F_{ctk,f} \quad (8.20)$$

ELS-D(descompressão), sob combinação frequente de serviço.

$$\sigma_{c,max,CF} \leq 0 \quad (8.21)$$

(HANAI, 2005) descreve, como se pode notar, na protensão completa não se admitem tensões normais de tração, a não ser em casos excepcionais como o de combinações raras de ações (que podem ocorrer no máximo algumas horas durante a vida útil da peça), nas extremidades de peças protendidas com aderência inicial e nas fases transitórias de execução (nas quais existe supervisão técnica de profissional habilitado)

Na protensão limitada, admitem-se tensões de tração, porém sem ultrapassar o estado limite de formação de fissuras, sendo que com combinações quase permanentes de ações como por exemplo com peso próprio, protensão e cargas acidentais de longa duração (alvenaria, equipamentos fixos, empuxos, etc.) deve-se respeitar o estado limite de descompressão.

A partir da ABNT NBR 6118:2014, na tabela 1 são dados valore-limites da abertura carac-

terística  $w_k$  das fissuras, assim como outras providências, visando garantir a proteção adequada das armaduras quanto à corrosão. Entretanto, devido ao estágio atual dos conhecimentos e da alta variabilidade das grandezas envolvidas, esses limites devem ser vistos apenas como critérios para um projeto adequado em estruturas.

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	—
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D <sup>a</sup>	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D <sup>a</sup>	Combinação frequente

<sup>a</sup> A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com  $a_p = 50$  mm (Figura 3.1).

**NOTAS**

- 1 As definições de ELS-W, ELS-F e ELS-D encontram-se em 3.2.
- 2 Para as classes de agressividade ambiental CAA-III e IV, exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham proteção especial na região de suas ancoragens.
- 3 No projeto de lajes lisas e cogumelo protendidas, basta ser atendido o ELS-F para a combinação frequente das ações, em todas as classes de agressividade ambiental.

**Tabela 1: Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental**

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

## 9 TENSÕES NOS CABOS

A força de protensão é estabelecida a partir de duas condições, onde uma visa o máximo aproveitamento do aço, tendo em vista as perdas de protensão. Em contraposição, a outra procura atender a condições de segurança contra o escoamento da armadura (BUCHAIM, 2007)

Os valores limites de tensão estão na seção 9.6.1.2.1 da ABNT NBR 6118:2014, a definição dos valores limites ocorrerá de acordo com o tipo da protensão e a relaxação do aço.

### 9.1 TENSÃO INICIAL NO CASO DE PRÉ-TRAÇÃO

Para a aplicação da força  $P_i$ , a tensão  $\sigma_{pi}$  da armadura de protensão na saída do aparelho de tração deverá respeitar os seguintes valores:

- Para aços da classe RN

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77f_{ptk} \\ 0,90f_{pyk} \end{cases} \quad (9.22)$$

- Para aços da classe RB

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77f_{ptk} \\ 0,85f_{pyk} \end{cases} \quad (9.23)$$

## 9.2 TENSÃO INICIAL NO CASO DE PÓS-TRAÇÃO

Para a aplicação da força  $P_i$ , a tensão  $\sigma_{pi}$  da armadura de protensão na saída do aparelho de tração deverá respeitar os seguintes valores:

- Para aços da classe RN

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} \\ 0,87f_{pyk} \end{cases} \quad (9.24)$$

- Para aços da classe RB

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} \\ 0,82f_{pyk} \end{cases} \quad (9.25)$$

A ABNT NBR 6118:2014 permite acréscimos nas tensões a partir do seguinte, "por ocasião da aplicação da força  $P_i$ , se constatadas irregularidades na protensão, decorrentes de falhas executivas nos elementos estruturais com armadura pós-tracionada, a força de tração em qualquer cabo pode ser elevada, limitando a tensão  $\sigma_{pi}$ , aos valores estabelecidos em 9.6.1.2.1b majoradas em até 10%, até o limite de 50% dos cabos, desde que seja garantida a segurança da estrutura, principalmente nas regiões das ancoragens.

## 10 PERDAS DE PROTENSÃO

Segundo (CARVALHO, 2012), as diminuições do esforço de protensão que ocorrem ao longo dos cabos são normalmente chamadas de perdas e podem ser classificadas de imediatas e diferidas ou ao longo do tempo. As primeiras são devidas principalmente a forma como se procede a protensão e das propriedades elásticas do aço e do concreto. As perdas diferidas ou ao longo do tempo se devem às propriedades viscoelásticas tanto do concreto como do aço.

Conforme descreve (PFEIL, 1983), as perdas de protensão ocorrem devido a causas mecânicas, tais como resistência por atrito ao longo do cabo, acomodação das ancoragens (encunhamento) e deformação imediata do concreto (encurtamento). Essas podem ser denominadas imediatas ou instantâneas, que devem ser medidas e controladas durante o projeto e execução da protensão, de modo a aproximar qual o esforço efetivamente aplicado na peça no momento da protensão.

Após as perdas imediatas, com o passar do tempo, passam a ocorrer as perdas lentas ou progressivas, também decorrentes do comportamento mecânico do concreto e do aço, essas variam de acordo com a tensão inicial, qualidade do concreto, tempo e condições do ambiente, causadas pela relaxação do aço e pela fluência e retração do concreto.

Cada uma das perdas será detalhada nos próximos itens.

### 10.1 PERDAS IMEDIATAS OU INSTANTÂNEAS

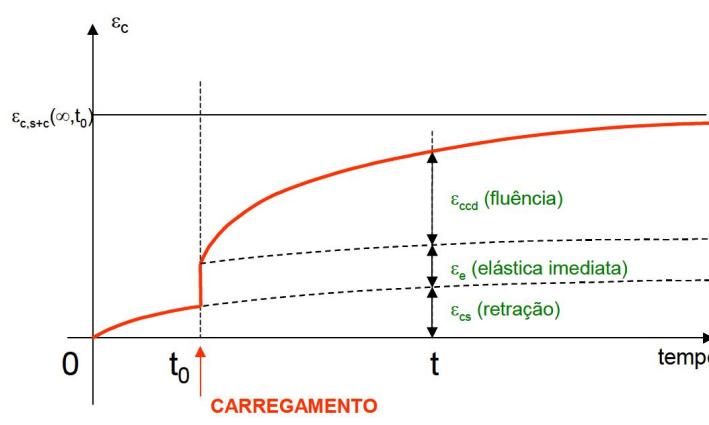
- Perdas de protensão por atrito dos cabos: nos casos com aderências posteriores, os trechos curvos causam pressões entre o cabo e o concreto, gerando perdas na protensão.
- Perdas de protensão decorrentes do encurtamento do concreto: a transferência de tensões da armadura para o concreto faz com que o mesmo receba tensões normais na sua direção transversal, provocando o encurtamento, que ocorrerá até que haja o equilíbrio das tensões. Nos casos de pós-tração, o macaco hidráulico apoia-se no próprio concreto, a medida que os cabos são tracionados já ocorre o encurtamento. Caso haja mais de um cabo e esses forem tracionados um de cada vez, a deformação causada no concreto provocada pelo

que esta sendo tracionado acarreta perdas de tensão nos cabos ja ancorados, logo poderá ser calculado um valor médio.

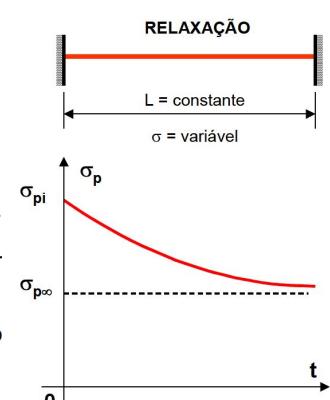
- Perdas de protensão devidas ao encunhamento: no ato da protensão ocorre a ancoragem da mesma nas extremidades do concreto. O cabo sofre perdas de tensão ao passo que a ancoragem se acomoda, até que essa seja mobilizada. A acomodação varia de acordo com o tipo da ancoragem e o diâmetro do cabo, seu valor é estimado no intervalo de 3 a 7 mm.

## 10.2 PERDAS LENTAS OU PROGRESSIVAS

- Perdas por retração e fluênciia do concreto: no processo de cura do concreto a longa data ocorre a perda de água, resultando no encolhimento volumétrico da peça, denominado retração. Já a fluênciia do concreto está ligada aos efeitos das tensões de compressão permanentes ao longo do tempo.
- Perdas por relaxação e fluênciia do aço: o cabo de protensão pe um corpo elástico ancorado nas extremidades da peça, seu comportamento mecânico pode ser assimilado ao de uma mola esticada e presa nas extremidades do concreto. Molas quando mantidas sob tensões elevadas apresentam um "enfraquecimento" da sua constante elástica, o mesmo acontece para os aços de protensão, com o passar do tempo a tensão no cabo passa a diminuir de acordo com a sua relaxação



**Figura 9: Perdas por retração e fluênciia do concreto**



**Figura 10: Perdas por relaxação do aço**

Fonte: (HANAI, 2005)

## 11 ROTEIRO PARA DIMENSIONAMENTO

### 11.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

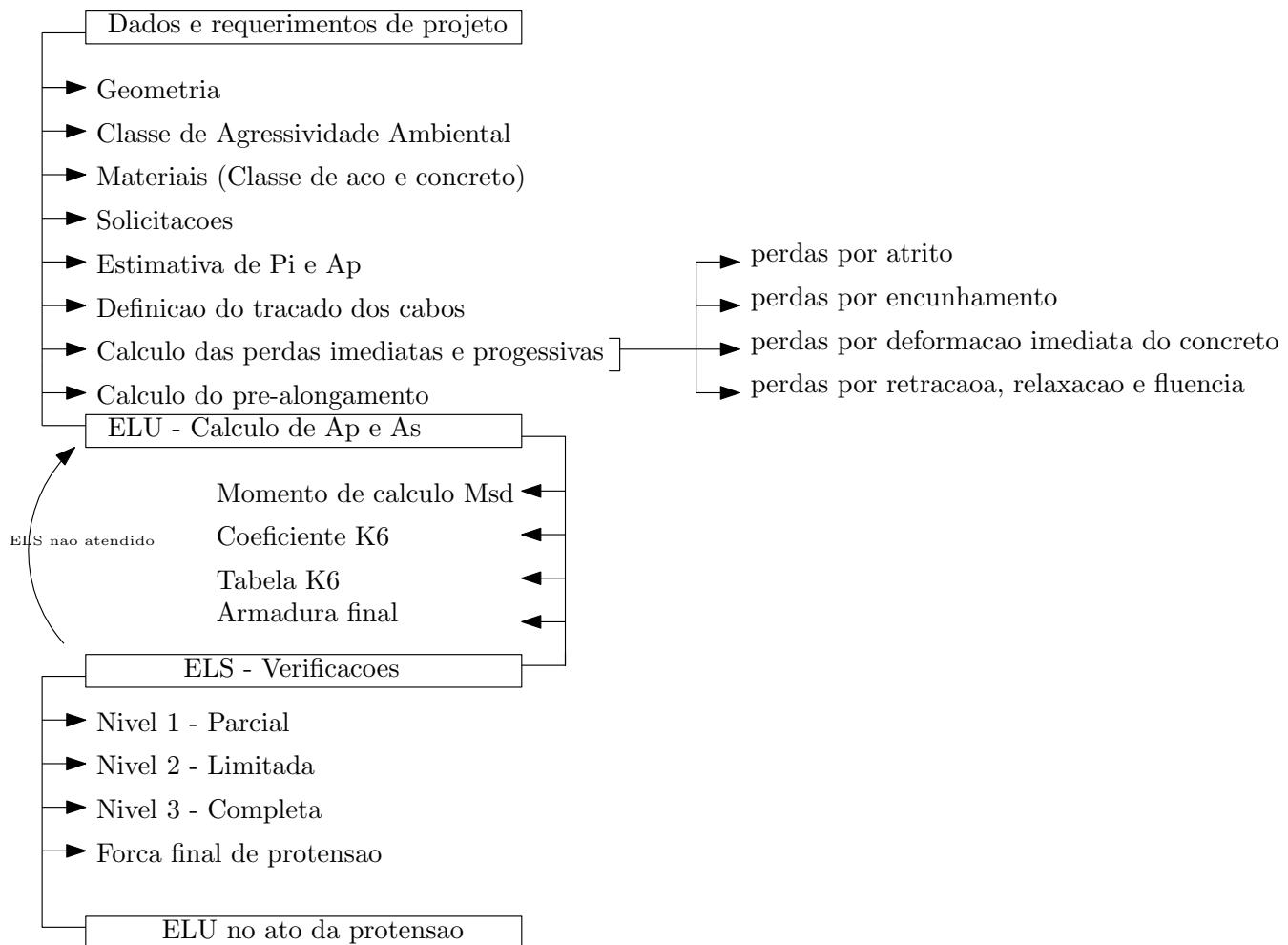
O dimensionamento de vigas protendidas envolve uma série de fatores que influenciam na escolha de características como, geometria da peça, materiais utilizados, traçado dos cabos e valor das perdas de protensão.

Como considera (ZANETTE et al., 2006), para se projetar um elemento de concreto protendido com protensão completa ou limitada, o procedimento de cálculo usual é dimensionar o elemento nos estados limites de serviço ELS e, em seguida, verificá-lo nos estados limites últimos ELU. Assim, nesses dois casos de nível de protensão, os elementos permanecem não fissurados, de maneira que os cálculos de estados limites de serviço podem ser feitos no estádio I e resumem-se a análises elásticas de tensões na seção transversal de concreto.

No entanto, na protensão parcial, os elementos encontram-se, por definição, fissurados sob carregamento de serviço e, por isso, devem ser tratados no estádio II, para as verificações de estados limites de serviço. No estádio II não devem ser levadas em conta as partes fissuradas das seções, mas consideradas as armaduras existentes. Além disso, a ABNT NBR 6118:2014 não estabelece limites para as tensões de tração em elementos com protensão parcial, como o faz em elementos com protensão parcial ou limitada. Mas estabelece limites para as aberturas de fissuras, em cuja verificação necessita-se conhecer as armaduras existentes nos elementos. Em função disso, propõe-se que os procedimentos de cálculo de elementos com protensão parcial sejam feitos na ordem inversa aos de elementos com protensão completa ou limitada. Isto é, faz-se primeiro o dimensionamento da seção transversal e das armaduras no ELU e depois as verificações necessárias de ELS.

O roteiro utilizado neste trabalho tem como referência o método dos estados limites, de acordo com (CHOLFE; BONILHA, 2013) em sua obra "Concreto protendido: teoria e prática". Foram feitas ainda algumas adaptações nas etapas a partir dos processos de cálculo usados por (HANAI, 2005) e (ZANETTE et al., 2006).

O roteiro baseia-se principalmente em 4 etapas e suas sub-etapas, que serão as apresentadas no fluxograma a seguir:



**Figura 11: Fluxograma do processo de dimensionamento**

## 11.2 DADOS E REQUERIMENTOS DE PROJETO

### 11.2.1 Geometria

Segundo (VASCONCELOS, 1980), para vigas de seção transversal retangular, uma boa estimativa para os valores de base e altura, em função do vão,  $L$ :

$$h \cong \frac{L}{20} \quad (11.26)$$

$$\frac{h}{4} \leq b \leq \frac{h}{3} \quad (11.27)$$

onde:

$L$  é a dimensão do vão;

$h$  é a altura da seção transversal;

$b$  é a largura da seção transversal;

### 11.2.2 Classe de agressividade ambiental

Assim como estabelece a ABNT NBR 6118:2014, a agressividade ambiental deve ser classificada de acordo com o apresentado na seguinte tabela e pode ser avaliada, simplificadamente, segundo as condições da exposição da estrutura ou de suas partes.

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
			Insignificante
I	Fraca	Rural Submersa	
II	Moderada	Urbana <sup>a, b</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>a</sup> Industrial <sup>a, b</sup>	Grande
IV	Muito forte	Industrial <sup>a, c</sup> Respingos de maré	Elevado

<sup>a</sup> Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).  
<sup>b</sup> Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.  
<sup>c</sup> Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

**Tabela 2: Classes de agressividade ambiental**

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

### 11.2.3 Materiais

A escolha dos materiais é feita basicamente a partir da classe de agressividade ambiental obtida na seção anterior, a qual estabelece valores mínimos quanto à classe de resistência do concreto. Devendo atentar-se também à arquitetura e região que a estrutura será executada, devido à disponibilidade dos materiais escolhidos. A norma ABNT NBR 6118:2014 define alguns valores mínimos para auxílio na escolha dos materiais, conforme as tabelas a seguir.

#### **Concreto**

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, ensaios comprobatórios de desempenho da durabilidade da estrutura frente ao tipo e classe de agressividade prevista em projeto devem estabelecer os parâmetros mínimos a serem atendidos. Na falta destes e devido à existência de uma forte correspondência entre a relação água/cimento e a resistência à compressão do concreto e sua durabilidade, permite-se que sejam adotados os mínimos expressos na seguinte tabela.

<b>Concreto<sup>a</sup></b>	<b>Tipo<sup>b, c</sup></b>	<b>Classe de agressividade (Tabela 6.1)</b>			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	$\leq 0,65$	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,45$
	CP	$\leq 0,60$	$\leq 0,55$	$\leq 0,50$	$\leq 0,45$
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	$\geq C20$	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C40$
	CP	$\geq C25$	$\geq C30$	$\geq C35$	$\geq C40$

<sup>a</sup> O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.  
<sup>b</sup> CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.  
<sup>c</sup> CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

**Tabela 3: Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto**

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Em casos onde há maiores restrições quanto às imposições arquitetônicas é importante atentar-se aos cobrimentos nominais, definidos de acordo com a classe de agressividade, podendo haver alguma redução de acordo com a classe de concreto escolhido e controle de execução.

Quanto ao cobrimento, para concretos de classe de resistência superior ao mínimo exigido na tabela anterior, os cobrimentos definidos na seguinte tabela podem ser reduzidos em até 5mm

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV <sup>c</sup>
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje <sup>b</sup>	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo <sup>d</sup>	30		40	50
Concreto protendido <sup>a</sup>	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

<sup>a</sup> Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.  
<sup>b</sup> Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal  $\geq 15$  mm.  
<sup>c</sup> Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.  
<sup>d</sup> No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal  $\geq 45$  mm.

**Tabela 4: Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para  $\Delta_c = 10\text{mm}$**

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

## Aço

O tipo de aço escolhido fica a critério do projetista, que deve se atentar à taxas máximas de armadura dentro da seção transversal, assim como a disponibilidade na região. A tabela a seguir apresenta as opções de aço para cordoalhas de 7 fios.

Designação ARNT NBR-7483	CORDOALHAS - 7 FIOS						Relaxação Máxima após 1.000 h a 200°C p/ Carga Inicial de	
	Diâmetro Nominal	Área Nominal do Aço	Massa Nominal	Carga de Ruptura Mínima	Carga Mínima a 1% de Alongamento	70% da Carga de Ruptura		
						%	%	
<b>CORDOALHAS</b>								
CP. 175 RB	12,7	94,2	744	105,7	149,1	2,5	3,5	
CP. 190 RB		98,7	775	187,3	168,6			
CP. 210 RB	12,7	101,4	792	207,2	186,5	2,5	3,5	
CP. 190 RB	15,2	140,0	1102	265,8	239,2	2,5	3,5	
<b>CORDOALHAS ENGRAMADAS E PLASTIFICADAS</b>								
CP.190 RB	12,7	98,7	860	187,3	168,6	2,5	3,5	
	15,2	140,0	1.240	265,8	239,2			
<b>CORDOALHAS P/ ESTAIAS</b>								
CP. 177 RB	15,7	150	1.270	260,5	229,2	2,5	3,5	

Módulo de elasticidade - 190 + 10 kN/mm<sup>2</sup>

Carga mínima a 1% de alongamento, é considerada equivalente a carga de 0,2% da deformação permanente, e correspondente a 90% da carga de ruptura mínima especificada.

Dimensões sujeitas a modificações

Tabela 5: Tabela de características das cordoalhas de 7 fios

Fonte: CATÁLOGO PROTENDE

#### 11.2.4 Solicitações

A partir dos carregamentos bem definidos, as solicitações podem ser obtidas por cálculos manuais ou computacionais, considerando o concreto um material elástico equivalente. É importante destacar a importância das combinações utilizadas em cada etapa de dimensionamento, verificações de serviço e limites últimos, as equações podem ser obtidas na norma ABNT NBR 8681:2003, apresentadas a seguir.

#### **Combinações últimas das ações:**

Combinações ultimas normais

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} F_{Qj,k} \right] \quad (11.28)$$

Combinações ultimas especiais ou de construção

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j,ef} F_{Qj,k} \right] \quad (11.29)$$

Combinações ultimas excepcionais

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + F_{Q,exc} + \gamma_q \sum_{j=1}^n \psi_{0j,ef} F_{Qj,k} \quad (11.30)$$

#### **Combinações de utilização das ações:**

Combinações quase permanentes de serviço

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} F_{Qj,k} \quad (11.31)$$

Combinações frequentes de serviço

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \psi_1 F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} F_{Qj,k} \quad (11.32)$$

Combinações raras de serviço

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \psi_1 F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{1j} F_{Qj,k} \quad (11.33)$$

Os valores dos coeficientes de ponderação  $\gamma$  e  $\psi$ , podem ser encontrados no anexo B.

### 11.2.5 Estimativa da força de protensão e valor de $A_p$

Os valores da força protensão são escolhidos principalmente em função do nível de protensão desejado. Em casos de protensão limitada ou completa, a força pode ser obtida a partir das equações dos estados limites de serviço. No entanto, a protensão parcial consiste num processo iterativo por tentativa e erro até que se obtenha os resultados compatíveis.

#### **Protensão limitada ou completa:**

$$\frac{M}{W} - P_{\infty} \left( \frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W} \right) \leq \sigma \quad (11.34)$$

Com os valores:

$M$  - Valor do momento fletor na seção do meio do vão para a combinação correspondente ao ELS;

$W$  - Modulo de rigidez ( $\frac{I}{y}$ ) com  $y$  na borda em análise;

$A_c$  - Área da seção transversal de concreto;

$e_p$  - Valor da excentricidade na seção do meio do vão;

$\sigma$  - Tensão limitante regida de acordo com o ELS;

A aplicação desta equação será mais bem explicada no exercício prático.

#### **Protensão parcial:**

Os valores ideais para a obtenção de protensão parcial dependem de fatores como peso próprio da viga, dimensão do vão e cargas acidentais, diante disso não é possível estabelecer uma equação de aproximação do valor da força de protensão. Neste trabalho o valor da força de protensão será estimado através de um conjunto de cargas equivalentes, com carga a ser balanceada aproximadamente igual a 40% do peso próprio da viga. Onde deve haver aumento dessa proporção até que se obtenha a configuração esperada. A equação utilizada será:

$$P_{\infty} = \frac{0,4w_pL^2}{8e_p} \quad (11.35)$$

Uma boa aproximação da porcentagem de perdas de protensão fica no intervalo de 20% a 25%, dessa forma o valor de  $P_i$  pode ser aproximado a partir do seguinte:

$$\frac{P_\infty}{0,80} \leq P_i \leq \frac{P_\infty}{0,75} \quad (11.36)$$

### Valor de $A_p$

Definido o valor de  $P_i$ , é possível definir uma área mínima necessária e então estabelecer uma área efetiva.

Conforme apresentado no capítulo 6, as equações (6.24) e (6.25), definem o valor  $\sigma_{pi}$  limite de tensão na armadura na saída do aparelho. Obtendo-se assim um pré-dimensionamento da armadura com a seguinte equação:

$$A_p \geq \frac{P_i}{\sigma_{pi}} \quad (11.37)$$

Com base no valor de  $A_p$  obtido, é possível adotar um  $A_{p,ef}$  a partir da tabela a seguir, admitindo um número de cabos que resulte numa área aproximadamente igual a  $A_p$ .

CABOS												
Número de Cordoalha do Cabo	Diâmetro Interno Bainha			Consumo de Nata para Injeção					Seção Nominal de Aço do Cabo		Massa Nominal do Cabo	
	mm		Volume l/m	Volume kg/m			mm²	mm²	mm²	mm²	mm²	
Un.	12,7 mm	15,2 mm	12,7 mm	15,2 mm	12,7 mm	15,2 mm	Ø 12,7 mm	Ø 15,2 mm	Ø 12,7 mm	Ø 15,2 mm	Ø 12,7 mm	
<b>2</b>	30	35	0,6	0,9	1,1	1,6	197,4	280,0	1.550	2.204		
<b>4</b>	40	45	1,0	1,2	1,8	2,2	394,8	560,0	3.100	4.408		
<b>6</b>	50	60	1,6	2,3	2,9	4,1	592,2	840,0	4.650	6.612		
<b>8</b>	55	65	1,7	2,4	3,1	4,3	789,6	1120,0	6.200	8.816		
<b>9</b>	60	70	2,1	3,0	3,8	5,4	888,6	1260,0	6.975	9.918		
<b>10</b>	65	75	2,6	3,3	4,7	5,9	987,0	1400,0	7.750	11.020		
<b>12</b>	65	80	2,3	3,6	4,2	6,5	1184,4	1680,0	9.300	13.224		
<b>15</b>	70	85	2,6	3,9	4,7	7,0	1480,5	2100,0	11.625	16.530		
<b>16</b>	75	90	3,0	4,4	5,4	7,9	1579,2	2240,0	12.400	17.632		
<b>18</b>	75	90	2,9	4,2	5,2	7,6	1776,6	2520,0	13.950	19.836		
<b>20</b>	80	95	3,3	4,6	6,0	8,3	1974,0	2800,0	15.500	22.040		
<b>24</b>	85	100	3,6	4,9	6,5	8,8	2368,8	3360,0	18.600	26.448		
<b>25</b>	85	100	3,5	4,8	6,3	8,7	2467,5	3500,0	19.375	27.550		
<b>27</b>	90	110	3,9	6,1	7,0	11,0	2664,9	3780,0	20.925	29.754		
<b>30</b>	100	120	5,2	7,5	9,4	13,5	2961,0	4200,0	23.250	33.060		
<b>37</b>	110	130	6,2	8,5	11,2	15,3	3651,9	5180,0	28.675	40.774		

Para enfiamento posterior do cabo, adotar para diâmetro da bainha ou diâmetro subsequente.

As dimensões acima são apenas indicativas, em alguns casos devem ser de acordo com os padrões PROTENDE e conforme as condições de execução.

Dimensões sujeitas a modificações

**Tabela 6: Especificações para cabos com  $n$  cordoalhas**

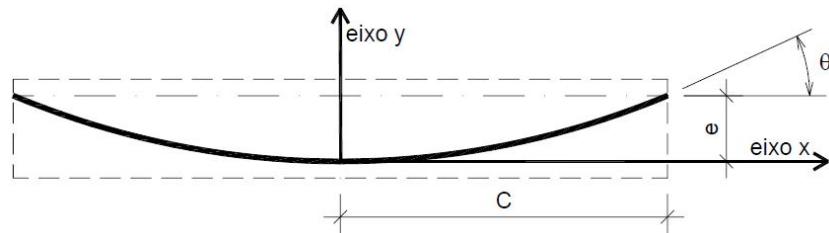
Fonte: CATÁLOGO PROTENDE

### 11.2.6 Traçado dos cabos

De acordo com (ZANETTE et al., 2006), a escolha do traçado dos cabos, em elementos com protensão completa ou limitada, é geralmente feita de acordo com o método das curvas limites ou dos fusos limites. Quando se trata de protensão parcial, não se estabelecem limites para as tensões de tração, embora as tensões de compressão no concreto devam ser sempre verificadas, portanto não há como aplicar os métodos das curvas ou dos fusos limites.

### Método simplificado

Para o caso de protensão parcial uma boa estimativa do traçado pode ser feito de acordo com o que descreve (ZANETTE et al., 2006), onde para uma altura  $y(x)$  e angulo  $\theta(x)$  do traçado do cabo, temos em função da distância  $x$  do vértice da parábola, as seguintes equações.



**Figura 12: Referencia dos eixos para equação do traçado**

Fonte: (ZANETTE et al., 2006)

$$y(x) = \frac{e \cdot x^2}{C^2} + (h - d_p) \quad (11.38)$$

$$\theta(x) = \frac{2 \cdot e \cdot x}{C^2} \quad (11.39)$$

### Método dos fusos limites (apenas protensão completa e limitada)

Esse método baseia-se em critérios que levam em conta as tensões de tração e de compressão devidas aos carregamentos de serviço. Assim os cabos são dispostos de tal forma que respeitem os limites de tensões nas seções de concreto ao longo do elemento. Os limites são estabelecidos a partir das verificações de ELU no ato da protensão e ELS da protensão no tempo "infinito", para cada um dos níveis de protensão as verificações a serem feitas são:

Protensão Limitada:

ELU no ato da protensão ( $P_{0,ef}$ ,  $g_{0k}$ ,  $f_{ck,j}$ )

$$\sigma_i \geq -0,7f_{ck,j}, \text{ com } \gamma_p = 1,1 \quad (11.40)$$

$$\sigma_s \leq f_{ct,f} = 1,2f_{ctm,j} \quad (11.41)$$

Protensão limitada ( $P_{\infty,ef}$ )

$$ELS - F(CF) : \sigma_i \leq f_{ct,f} = 1,2f_{ctk,inf} \quad (11.42)$$

$$ELS - D(CQP) : \sigma_i \leq 0 \quad (11.43)$$

Protensão Completa:

ELU no ato da protensão ( $P_{0,ef}$ ,  $g_{0k}$ ,  $f_{ck,j}$ )

$$\sigma_i \geq -0,7f_{ck,j} \quad (11.44)$$

$$\sigma_s \leq f_{ct,f} = 1,2f_{ctm,j} \quad (11.45)$$

Protensão completa ( $P_{\infty,ef}$ )

$$ELS - F(CR) : \sigma_i \leq f_{ct,f} = 1,2f_{ctk,inf} \quad (11.46)$$

$$ELS - D(CF) : \sigma_i \leq 0 \quad (11.47)$$

Quando obtidas as faixas limites de passagem dos cabos, é possível utilizar o método simplificado para definir a equação do traçado, desde que o traçado final esteja dentro dos limites estabelecidos nesta seção.

### 11.2.7 Perdas de protensão imediatas e progressivas

O cálculo dos valores referentes às perdas de protensão é a parte do processo mais trabalhosa, diante disso, o cálculo dessas perdas será divido nas seguintes etapas:

1. Perdas por atrito;
2. Perdas por encunhamento;
3. Perdas por deformação imediata do concreto;
4. Perdas por fluência, retração e relaxação;

#### **Perdas por atrito:**

A força na armadura de protensão da seção da abcissa  $x$ , considerando a perda por atrito entre o cabo e a bainha, pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$P_{at}(x) = P_i e^{-(\mu \Sigma \alpha + k(C-x))} \quad (11.48)$$

Sendo,

$P_i$  - a força máxima aplicada à armadura de protensão pelo equipamento de tração;

$x$  - a abcissa do ponto onde se calcula  $P_{at}$  medida a partir da ancoragem, dada em metros;

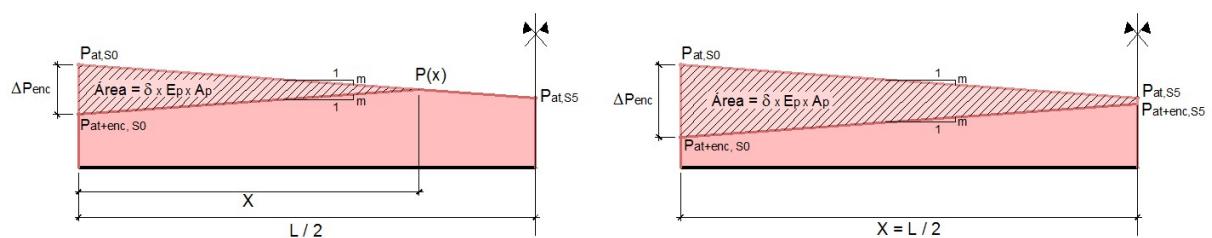
$\Sigma \alpha$  - a soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abcissa  $x$ , dada em radianos;

$\mu = 0,2 \text{ (1/rad)}$  - o coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha;

$k = 0,002 \text{ (1/m)}$  - o coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo;

**Perdas por acomodação da ancoragem (encunhamento)** O encunhamento das cordoalhas na ancoragem acompanha um recuo do cabo  $\delta$ , este valor de recuo é indicado pelos fabricantes dos dispositivos de ancoragem, neste trabalho o valor  $\delta$  adotado será de  $6mm$ . As perdas de protensão podem ser obtidas graficamente, procurando a distância  $x$  onde terminam as perdas devido ao recuo do cabo de acordo com a seguinte expressão:

$$Area = \delta \cdot E_p \cdot A_p \quad (11.49)$$



**Figura 13: Cálculo das perdas por encunhamento para cabos com protensão bilateral**

Nó calculo das perdas por encunhamento, duas hipóteses são possíveis, a primeira, as perdas encerram antes de atingir o meio do vão, e segunda, as perdas atingem o meio do vão.

Para que as hipóteses sejam verificadas é preciso determinar o valor de  $m$ , a partir da seguinte expressão:

$$m = \frac{P_{at,S0} - P_{at,S5}}{0,5L} \quad (11.50)$$

Sendo,

$P_{at,S0}$  A perda por atrito na seção sobre o apoio;

$P_{at,S5}$  A perda por atrito na seção do meio do vão;

$L$  A dimensão do vão;

Para a primeira hipótese verifica-se:

$$x_e = \sqrt{\frac{\delta \cdot E_p \cdot A_p}{m}} \quad (11.51)$$

Se  $x_e < 0,5L$ , a hipótese é valida e as perdas são definidas a partir de:

$$P_{at+enc,Sn} = P_{at,S0} - 2.m.(C - x) \quad (11.52)$$

Onde,

$x$  é o valor da coordenada na seção calculada, lembrando que nesse caso  $x \leq x_e$

Caso  $x_e > 0,5L$ , a hipótese não é valida, então as perdas são definidas por:

$$\Delta P_{enc,S0} = \frac{4.\delta.E_p.A_p - 0,25.m.L^2}{L} \quad (11.53)$$

$$P_{at+enc,Sn} = P_{at,S0} - \Delta P_{enc,S0} \quad (11.54)$$

A perda por acomodação da ancoragem, é calcula em cada seção com:

$$P_{at+enc,Sn} = P_{at+enc,S0} + m.(C - x) \quad (11.55)$$

Onde,

$x$  é o valor da coordenada na seção calculada, lembrando que nesse caso  $x \leq \frac{L}{2}$

### Perdas por deformação imediata do concreto

A perda média de protensão por cabo pode ser calculada pela expressão:

$$\Delta\sigma_{p,ee} = \frac{\alpha_p(\sigma_{cp} + \sigma_{cg})(n - 1)}{2.n} \quad (11.56)$$

Com,

$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci}}$ , a relação entre os módulos de elasticidades do concreto e da armadura de protensão;

$\sigma_{cp} = \frac{P_{at+enc,Sn}}{A_c} + \frac{P_{at+enc,Sn} \cdot e_p^2}{I_c}$ , a tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devida à protensão simultânea de  $n$  cabos;

$\sigma_{cg} = \frac{M_{g0,e_p}}{I_c}$ , a tensão no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devida à carga permanente mobilizada pela protensão ou simultaneamente aplicada com a protensão;

$n$ , o numero de cabos;

As perdas imediatas finais em cada seção serão:

$$P_{at+enc+ee,Sn} = P_{at+enc,Sn} - \Delta\sigma_{p,ee} \cdot A_{p,ef} \quad (11.57)$$

### Perdas por fluênciа, retração e relaxação

As perdas progressivas são definidas pela soma dos valores  $\Delta\sigma_{p,s}$ ,  $\Delta\sigma_{p,c}$  e  $\Delta\sigma_{p,r}$ , que correspondem às perdas de retração e fluênciа do concreto, e à relaxação do aço, respectivamente. Para o efeito conjunto dessas três perdas é ainda considerado o coeficiente de redução,  $\beta$ . A equação é:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{p,s} + \Delta\sigma_{p,c} + \Delta\sigma_{p,r}}{\beta} \quad (11.58)$$

Onde,

$$\Delta\sigma_{p,s} = \varepsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p \quad (11.59)$$

$$\Delta\sigma_{p,c} = -\alpha_p \cdot \sigma_{c,pog} \cdot \varphi(t, t_0) \quad (11.60)$$

$$\Delta\sigma_{p,r} = -\sigma_{p0} \cdot \chi(t, t_0) \quad (11.61)$$

$$\beta = 1 + \chi(t, t_0) + \alpha_p \cdot \rho_p \cdot \left[ 1 + \frac{\varphi(t, t_0)}{2} \right] \cdot \left( 1 + e_p^2 \frac{A_c}{I_c} \right) \quad (11.62)$$

Sendo,

-  $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$ , a deformação específica de retração, que pode ser definido de acordo com a tabela 7, onde  $u$  corresponde ao perímetro da seção transversal da viga.

-  $\varphi(t, t_0)$ , o coeficiente de fluênciа, que também pode ser obtido na tabela 7.

-  $\chi(t, t_0) = -\ln(1 - 2,5 \cdot \psi_{1000})$ ,  $\psi_{1000}$  a relaxação da cordoalha após 1000 horas a 20°C, podendo ser obtida nos catálogos dos aços, ou pela tabela 8, considerando  $\sigma_{p0} = \frac{P_0}{A_{p,ef}}$ .

-  $\sigma_{c,p0g} = \frac{P_0}{A_c} + \frac{P_0 \cdot e_p^2}{I_c} - \frac{M_{g0,e_p}}{I_c}$ , a tensão no concreto adjacente ao cabo, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante  $t_0$ , sendo positiva se de compressão.

-  $\rho_p = \frac{A_{p,ef}}{A_c}$ , a taxa geométrica da armadura de protensão.

Tanto para  $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$  como para  $\varphi(t, t_0)$  e  $\chi(t, t_0)$ , é possível fazer a interpolação dos valores da tabela 7 e 8.

Umidade média ambiente %			40		55		75		90	
Espessura fictícia $2A_c/u$ cm			20	60	20	60	20	60	20	60
$\varphi(t_\infty, t_0)$ Concreto das classes C20 a C45	5	4,6	3,8	3,9	3,3	2,8	2,4	2,0	1,9	
		3,4	3,0	2,9	2,6	2,2	2,0	1,6	1,5	
		2,9	2,7	2,5	2,3	1,9	1,8	1,4	1,4	
	30	2,7	2,4	2,4	2,1	1,9	1,8	1,6	1,5	
		2,0	1,8	1,7	1,6	1,4	1,3	1,1	1,1	
		1,7	1,6	1,5	1,4	1,2	1,2	1,0	1,0	
	60	- 0,53	- 0,47	- 0,48	- 0,43	- 0,36	- 0,32	- 0,18	- 0,15	
		- 0,44	- 0,45	- 0,41	- 0,41	- 0,33	- 0,31	- 0,17	- 0,15	
		- 0,39	- 0,43	- 0,36	- 0,40	- 0,30	- 0,31	- 0,17	- 0,15	
$\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0) \%$	$t_0$ dias	5	2,7	2,4	2,4	2,1	1,9	1,8	1,6	1,5
		30	2,0	1,8	1,7	1,6	1,4	1,3	1,1	1,1
		60	1,7	1,6	1,5	1,4	1,2	1,2	1,0	1,0
		5	- 0,53	- 0,47	- 0,48	- 0,43	- 0,36	- 0,32	- 0,18	- 0,15
		30	- 0,44	- 0,45	- 0,41	- 0,41	- 0,33	- 0,31	- 0,17	- 0,15
		60	- 0,39	- 0,43	- 0,36	- 0,40	- 0,30	- 0,31	- 0,17	- 0,15

**Tabela 7: Valores característicos superiores da deformação específica de retração  $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$  e do coeficiente de fluênciia  $\varphi(t, t_0)$**

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

**Tabela 8.4 – Valores de  $\Psi_{1000}$ , em porcentagem**

$\sigma_{po}$	Cordoalhas		Fios		<b>Barras</b>
	RN	RB	RN	RB	
0,5 $f_{ptk}$	0	0	0	0	0
0,6 $f_{ptk}$	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 $f_{ptk}$	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 $f_{ptk}$	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Onde

RN é a relaxação normal;

RB é a relaxação baixa.

**Tabela 8: Valores de  $\psi_{1000}$ , em porcentagem**

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

### 11.2.8 Pré-alongamento

Segundo (CHOLFE; BONILHA, 2013), o pré-alongamento (ou deformação) da armadura ativa, representado por  $\Delta\epsilon_{pi}$ , está diretamente relacionado ao valor da força de protensão que por sua vez, sofre o efeito das perdas imediatas e progressivas. Para verificações no ELU, deverão ser considerados os valores finais da força de protensão, descontadas todas as perdas, imediatas e progressivas.

Calculadas as perdas imediatas e progressivas, o valor do pré-alongamento é definido a partir de:

$$\sigma_{cp} = -\frac{\gamma_p \cdot P_\infty}{A_c} - \frac{\gamma_p \cdot P_\infty \cdot e_p^2}{I_c} \quad (11.63)$$

$$P_{\infty,nd} = \gamma_p \cdot P_\infty + [\alpha_p \cdot A_{p,ef} \cdot |\sigma_{cp}|] \cdot \gamma_p \quad (11.64)$$

$$\Delta\epsilon_{pi} = \frac{P_{\infty,nd}}{E_p \cdot A_{p,ef}} \quad (11.65)$$

Sendo,  $\gamma_p$  o coeficiente de ponderação de segurança para protensão, para casos desfavoráveis usa-se 1,2, neste caso, por levar a uma situação favorável utiliza-se 0,9.

## 11.3 DIMENSIONAMENTO AO ELU

Neste trabalho o dimensionamento ao estado limite ultimo será feito a partir do processo prático K6, segundo (CHOLFE; BONILHA, 2013), o processo prático K6 é tradicionalmente utilizado para dimensionamento de seções retangulares das vigas, no Estado Limite Último, sob solicitações normais. Os procedimentos são válidos para seções armadas com **Armadura Ativa, Armadura Passiva ou ambas**, distribuídas na proporção adequada ao nível de protensão escolhido.

A escolha da seção retangular facilita a dedução das formulas do equilíbrio, propiciando tabelas de fácil confecção ou programas simplificados. Além disso, na prática das estruturas de concreto, a maioria das seções é de geometria retangular. As outras seções, exceção às circulares, podem ser compostas com aproximações aceitáveis por meio da composição de retângulos adequadamente posicionados.

Nesta etapa do roteiro será apresentada apenas como obter os valores a partir da tabela, a formulação da mesma pode ser verificada no anexo A.

### Momento de cálculo $M_{sd}$

O dimensionamento ao ELU consiste em definir a quantidade e dimensões dos materiais a serem utilizados para resistirem às ações solicitante de cálculo, que podem ser obtidas, para o caso de ELU, com as equações das combinações ultimas definidas na seção 8.2.4 deste trabalho.

**Coeficiente K6** / Para o cálculo do valor K6 são necessários a largura  $b$  a altura útil  $d_p$  e o momento de cálculo no ELU  $M_{sd}$ . A equação fica:

$$K6 = \frac{b \cdot d_p^2}{M_{sd}} \quad (11.66)$$

### Tabela K6

Pra este trabalho será adotada a hipótese de que o ELU é atendido por armaduras ativas e passivas (se necessário). Assim definidos  $K6$ ,  $f_{ck}$  e  $\Delta\varepsilon_{pi}$ , obtém-se  $\Delta\varepsilon_{pd}$  a partir das tabelas 9.13 e 14, contidas no anexo A. Restando apenas calcular a deformação total da armadura ativa  $\varepsilon_{pd}$  e a sua tensão de cálculo  $\sigma_{pd}$ . Com as seguintes equações:

$$\varepsilon_{pd} = \Delta\varepsilon_{pi} + \Delta\varepsilon_{pd} \quad (11.67)$$

Assim, no caso de:

- Aço CP 175, para  $6,865\% < \varepsilon_{pd} \leq 40\%$

$$\sigma_{pd} = 1373 + 4,4666 \cdot (\varepsilon_{pd} - 6,865)\%, \text{ em MPa} \quad (11.68)$$

- Aço CP 190, para  $7,43\% < \varepsilon_{pd} \leq 40\%$

$$\sigma_{pd} = 1486 + 5,0967 \cdot (\varepsilon_{pd} - 7,43)\%, \text{ em MPa} \quad (11.69)$$

- Aço CP 210, para  $8,215\% < \varepsilon_{pd} \leq 40\%$

$$\sigma_{pd} = 1643 + 5,7412 \cdot (\varepsilon_{pd} - 8,215)\%, \text{ em MPa} \quad (11.70)$$

O valor de  $\sigma_{sd}$  é definido a partir de:

$$x = \beta_x \cdot d_p \quad (11.71)$$

$$\varepsilon_{sd} = \frac{d_s - x}{d_p - x} \cdot \Delta\varepsilon_{pd} \leq 10\% \quad (11.72)$$

$$\sigma_{sd} = E_s \cdot \varepsilon_{sd} \quad (11.73)$$

## Definindo a armadura final

As armadura ativas e passivas finais são obtidas a partir da seguinte equação:

$$A_{p,ef} \cdot \sigma_{pd} + A_s \cdot \sigma_{sd} = T_d \quad (11.74)$$

Onde,

$$T_d = \frac{M_{sd}}{\beta_z \cdot d_p} \quad (11.75)$$

Os valores de  $\beta_x$  e  $\beta_z$  encontram-se nas duas primeiras colunas das tabelas 13 e 14.

## 11.4 VERIFICAÇÕES NO ELS

Os limites de serviço a serem atendidos podem ser verificados na seção 5.2 deste trabalho, cabendo aqui apenas algumas observações quanto à verificação feita nas protensões de nível limitada e completa, e a inclusão de um roteiro de cálculo de abertura estimada das fissuras ( $W_k$ ) em seções com protensão parcial.

### Observações quanto à protensão limitada e completa

- As verificações de ELS para protensão de nível 2 e 3 são feitas no estádio I.
- As tensões nas fibras superior e inferior podem ser calculadas a partir da equação 8.34. (recomenda-se calcular as tensões em ao menos três trechos da seção, apoio, 1/4 e 1/2 do vão).
- As tensões obtidas a partir da equação 8.34 (com as devidas combinações) deve atender os limites estabelecidos nas equações 5.18 a 5.21, com o nível de protensão desejada correspondente.

### Roteiro de cálculo de abertura de fissuras $W_k$

Segundo (CHOLFE; BONILHA, 2013), no dimensionamento e verificação de seções transversais com armaduras ativas e armaduras passivas, dentro das hipóteses dos Estados Limites Últimos (ELU), com a aplicação do processo prático K6, a equação de equilíbrio 8.74, possibilita escolher diversas proporções para  $A_{p,ef}$  e  $A_s$  que garantam o ELU e que podem, ao mesmo tempo, ser testadas para verificar o atendimento dos possíveis Estados Limites de Serviço relativos ao tipo de concreto estrutural adotado no projeto.

### Primeiro passo

A partir da escolha do par  $A_{p,ef}$  e  $A_s$ , definindo assim as bitolas dos aços e o respectivo arranjo dentro da seção transversal. Para calcular a força de protensão, utiliza-se a tensão provocada pelo pré-alongamento do cabo (hipótese de neutralização), com a equação:

$$P_\infty = A_{p,ef} \cdot \Delta \varepsilon_{pi} \cdot E_p \quad (11.76)$$

### Segundo passo

Verificar se o par  $A_{p,ef}$  e  $A_s$ , sob combinação frequente de ações (CF), a seção de fato ultrapassa o ELS-F, atingindo o Estadio II com o aparecimento de fissuras.

$$\sigma_{c,max,CF} = \frac{M_{CF}}{W_i} - P_\infty \left( \frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_i} \right) \quad (11.77)$$

- Se  $\sigma_{c,max,CF} \leq f_{ctk,f}$ , com  $f_{ctk,f} = 0,3f_{ck}^{\frac{2}{3}}$ :
  - Não haverá fissuras, a seção estará no Estadio I, nestas condições deverá ser escolhido um novo par  $A_{p,ef}$  e  $A_s$  com redução da protensão e aumento da armadura passiva.
  - Se  $\sigma_{c,max,CF} > f_{ctk,f}$
  - Seção fissurada, no Estadio II, seguir para o próximo passo.

### Terceiro passo

A seção 17.3.3.2 da ABNT NBR 6118:2014 define que para o cálculo da abertura de fissuras, as armaduras ativas que passam por dentro de bainhas devem ser desconsideradas, logo, por este trabalho tratar apenas de pós-tração e os cabos passarem por bainhas, consideraremos apenas a parcela  $A_s$  no cálculo da abertura de fissuras.

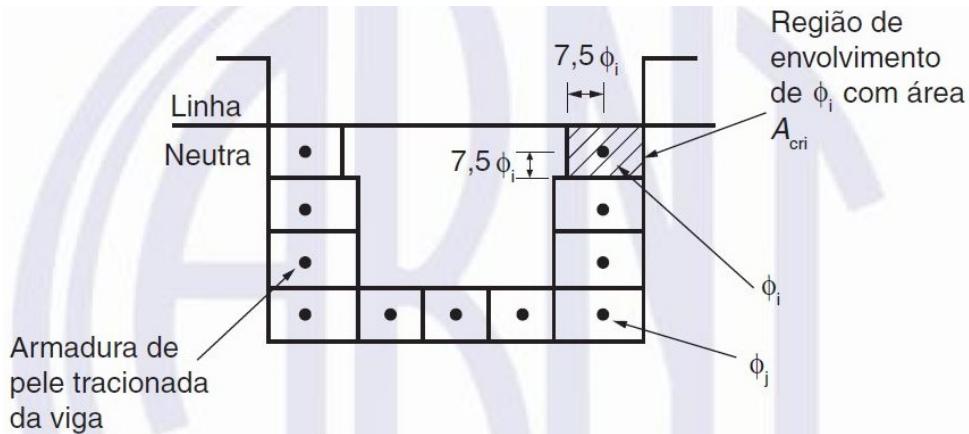
Para a obtenção dos valores de  $W_k$  é necessário conhecer o acréscimo de tensões nas armaduras passivas, calculadas no Estadio II, que pode ser obtida a partir das seguintes equações:

$$\frac{b \cdot x^2}{2} + A_s \cdot \alpha_p \cdot x - A_s \cdot \alpha_p \cdot d_s = 0 \quad (11.78)$$

$$\sigma_{si} = \frac{M_{CF}}{A_s \cdot (d_s - \frac{x}{3})} \quad (11.79)$$

### Quarto passo

Para cada barra do grupo  $A_s$  deve ser considerada uma área  $A_{cr}$  do concreto de envolvimento, constituída por um retângulo cujos lados não distem mais de  $7,5\phi$  do eixo da barra da armadura. A figura a seguir ilustra a definição da área  $A_{cr}$ .



**Figura 14: Concreto de envolvimento da armadura**

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

### Quinto passo

O valor característico da abertura de fissuras,  $W_k$ , determinado para cada parte da região de envolvimento, é o menor entre os obtidos pelas expressões a seguir:

$$W_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si} f_{ctm}} \quad (11.80)$$

$$W_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \quad (11.81)$$

Onde,

$\sigma_{si}, \phi_i, E_{si}, \rho_{ri}$ , são definidos para cada área de envolvimento em exame;

$A_{cri}$ , é a área da região de envolvimento protegida pela barra  $\phi_i$ ;

$E_{si}$ , é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada, de diâmetro  $\phi_i$ ;

$\phi_i$ , é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;

$\rho_{ri}$ , é a taxa de armadura passiva em relação à área da região de envolvimento ( $A_{cri}$ );

$\sigma_{si}$ , é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estadio II;

## 11.5 ELU NO ATO DA PROTENSÃO

Segundo (ZANETTE et al., 2006), durante o tempo em que a força de protensão vai sendo aplicada aos cabos, o elemento estrutural fica sujeito a um conjunto de esforços que pode levá-lo à ruína imediata. Isso se deve principalmente à contribuição direta de dois fatores, os quais devem ser salientados. Primeiro, a protensão é em geral aplicada bem antes dos 28 dias, e, nesse momento, o material concreto desenvolveu somente uma parcela de sua resistência à compressão. Segundo, como somente as perdas imediatas de protensão se processaram, e não as perdas ao longo do tempo, nesse instante a força de protensão atuante é a maior a que o elemento poderá estar sujeito.

Esses dois fatores atuando em conjunto podem eventualmente provocar o rompimento da seção, seja por esmagamento do concreto comprimido ou por fissuração excessiva do concreto tracionado devido à falta ou à insuficiência de armadura passiva.

O procedimento geral para verificação da ruptura da seção no ato da protensão é feito com as mesmas hipóteses básicas assumidas no estado limite último de flexão. Para considerar a menor resistência à flexão do concreto, correspondente a sua idade no ato da protensão, utiliza-se  $f_{ck,j}$ . Além disso, somente o carregamento efetivamente atuante na ocasião deve ser levado em conta, e as resistências e os carregamentos podem ser ponderados por coeficientes específicos para esse caso.

### **Verificação simplificada**

De acordo com a seção 17.2.4.3.2 da ABNT NBR 6118:2014 é possível que se faça, de maneira simplificada, a verificação da resistência da seção no ato da protensão calculando as tensões na seção transversal no estádio I com as solicitações ponderadas por  $\gamma_p = 1,1$  e por  $\gamma_f = 1,0$ , com a condição de que as 3 condições a seguir sem atendidas.

- a) A tensão máxima de compressão na seção não deve ultrapassar  $0,7 f_{ck,j}$ ;
- b) A tensão máxima de tração na seção não deve ultrapassar  $1,2 f_{ctm,j}$ ;
- c) Quando nas seções transversais existirem tensões de tração, deve haver armadura de tração calculada no estadio II. Para efeitos de cálculo, nessa fase da construção, a força nessa armadura pode ser considerada igual à resultante das tensões de tração no concreto no estádio I. Essa força não pode provocar, na armadura correspondente, acréscimos de tensão superiores a  $150MPa$  no caso de fios ou barras lisas e a  $250MPa$  em barras nervuradas;

Para o cálculo das tensões é possível utilizar a seguinte expressão:

$$\sigma_c = \frac{\gamma_p \cdot P_0}{A_c} \pm \frac{\gamma_p \cdot P_0 \cdot e_p}{W} \pm \frac{\gamma_f \cdot M_g}{W} \quad (11.82)$$

O cálculo também pode ser feito separando as tensões em duas parcelas, uma ocasionada por forças normais e outra decorrente dos momentos fletores.

De acordo com (ZANETTE et al., 2006), ao se considerar a protensão como um carregamento externo equivalente, obtém-se diretamente ambas as parcelas isostática e hiperestática do momento de protensão. Assim, para essa verificação simplificada de resistência no ELU no ato da protensão, pode-se considerar o efeito de flexão da protensão juntamente com os carregamentos externos atuantes, por meio da seguinte combinação de ELU dos momentos:

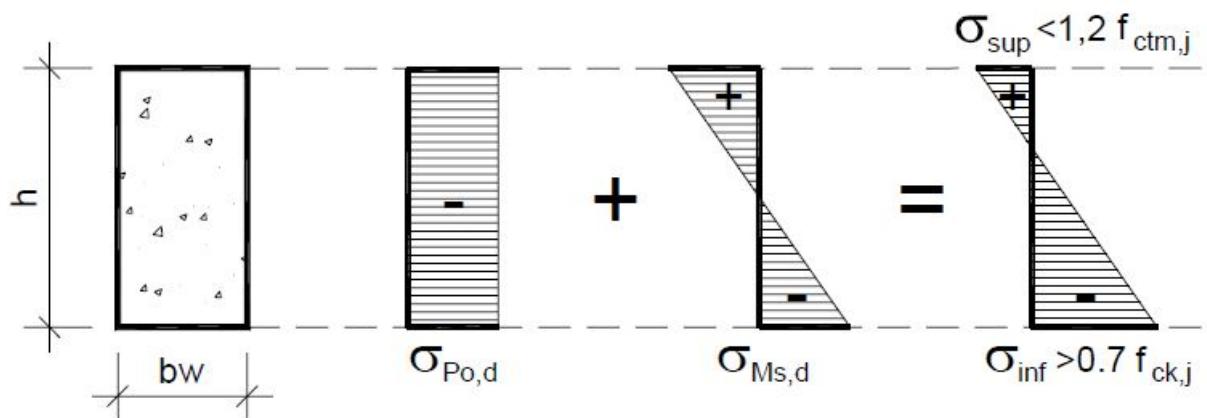
$$M_{Sd} = \gamma_p \cdot M_p + \gamma_f \cdot M_g \quad (11.83)$$

Assim é possível obter as tensões com:

$$\sigma_{P_{0,d}} = \frac{\gamma_p \cdot P_0}{A_c} \quad (11.84)$$

$$\sigma_{M_{Sd}} = \frac{M_{Sd}}{W} \quad (11.85)$$

A interpretação dos diagramas resultantes pode ser vista na figura 16.

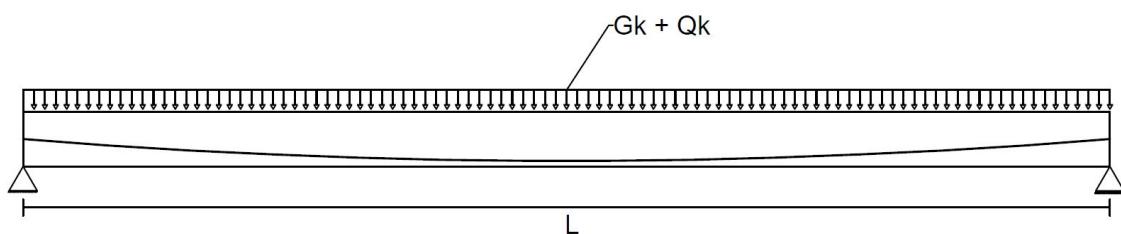


**Figura 15: Verificação simplificada de ELU no ato da protensão pelo cálculo de tensões na seção transversal considerada no estádio I**

Fonte: (ZANETTE et al., 2006)

## 12 EXEMPLO RESOLVIDO COM UTILIZAÇÃO DO ROTEIRO

Neste capítulo será apresentado, passo-a-passo, o processo de dimensionamento e verificação da viga a seguir, usando o método da pós-tração:

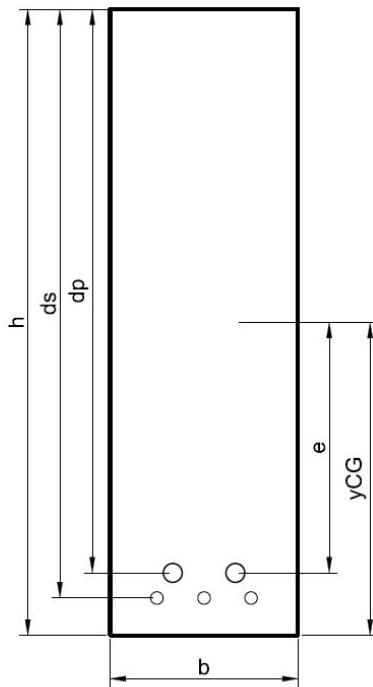


**Figura 16: Ilustração da viga a ser dimensionada**

Informações:

- Classe de agressividade ambiental II;
- Protensão realizada aos 7 dias;
- $L = 20$  metros
- $G_k$  = Varia de acordo com a geometria;
- $Q_k = 18\text{KN}/m$ ;

## 12.1 GEOMETRIA



**Figura 17: Ilustração da seção transversal**

Da equação 8.26:

$$h \cong \frac{L}{20} \rightarrow \frac{20}{20} = 1m = 100cm \quad (12.86)$$

Com a equação 8.27:

$$\frac{h}{4} \leq b \leq \frac{h}{3} \rightarrow \frac{100}{3} \cong 33,333 \therefore 30cm \quad (12.87)$$

Cálculo do carregamento permanente  $G_k$ :

$$G_k = b \cdot h \cdot \gamma_c \rightarrow 1 \cdot 0.3 \cdot 25 = 7,5 \frac{KN}{m} \quad (12.88)$$

Propriedades geométricas da seção:

$$A_c = b \cdot h \rightarrow 100 \cdot 30 = 3000cm^2 \quad (12.89)$$

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} \rightarrow \frac{30 \cdot 100^3}{12} = 2500000cm^4 \quad (12.90)$$

$$W_i = -W_s = \frac{I_c}{y} \rightarrow \frac{2500000}{50} = 50000 \text{ cm}^3 \quad (12.91)$$

## 12.2 MATERIAL

Nesta etapa já é possível, além de escolher o material a ser utilizado, definir o nível de protensão a ser utilizado.

De acordo com a tabela 3:

CAA II  $\rightarrow f_{ck} \geq C30$ , para este exemplo será usado concreto C35.

Dada a classe de agressividade ambiental e o tipo de protensão, a partir da seção 5.2.2 opta-se por:

Pós-tração  $\rightarrow$  CAA II  $\rightarrow$  Protensão parcial, nível 1.

O tipo de aço fica a critério do projetista, neste exemplo será utilizado o aço CP 190 RB ( $f_{ptk} = 1900 \text{ MPa}$ ,  $f_{pyk} = 1710 \text{ MPa}$ ).

## 12.3 ESTIMATIVA DA FORÇA DE PROTENSÃO E ÁREA $A_p$

De acordo com a seção 9.2.5, a estimativa da força de protensão para nível 1 é feita a partir de um processo iterativo, até que se tenha a configuração desejada. O proporção da carga permanente a ser balanceada varia de acordo com as dimensões da viga, não cabendo aqui todo processo iterativo, a porcentagem ideal adotada para este exercício foi de 65%.

Logo:

$$P_\infty = \frac{0,65 w_p L^2}{8e_p} \rightarrow \frac{0,65 \cdot 7,5 \cdot 20^2}{8 \cdot 0,4} = 609,37 \text{ KN} \quad (12.92)$$

Considerando um total de perdas igual a 25% de  $P_i$ , obtém-se:

$$P_i \leq \frac{P_\infty}{0,75} \rightarrow \frac{609,37}{0,75} \rightarrow P_i \leq 812,50 \text{ KN} \quad (12.93)$$

De acordo com a seção 6.2, as tensão inicial no cabo, no caso de pós tração, é estabelecida a partir da equação 6.25, o menor valor deve ser escolhido.

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} = 0,74 \cdot 190 = 140,6 \text{KN/cm}^2 \\ 0,82f_{pyk} = 0,82 \cdot 171 = 140,2 \text{KN/cm}^2 * \end{cases} \quad (12.94)$$

Com a equação 8.37:

$$A_p \geq \frac{P_i}{\sigma_{pi}} \longrightarrow \frac{812,50}{140,2} \longrightarrow A_p \geq 5,80 \text{cm}^2 \quad (12.95)$$

A partir da tabela 6, define-se um conjunto de 3 cabos com 2 cordoalhas de  $\phi 12,7 \text{mm}$  cada, resultando em uma área  $A_{p,ef} = 5,92 \text{cm}^2$ . Um novo valor de  $P_i$  é definido com:

$$P_i = \sigma_{pi} \cdot A_{p,ef} = 140,2 \cdot 5,92 = 830,50 \text{KN} \quad (12.96)$$

#### 12.4 TRAÇADO DOS CABOS

Para a protensão parcial não é possível definir o traçado dos cabos como se faz com a protensão limitada, logo utiliza-se a equação 8.38 para estabelecer a altura de passagem dos cabos em função da excentricidade, e verificar se ficam de acordo com os limites, logo:

Considerando uma excentricidade de 40 cm:

$$y(x) = \frac{e \cdot x^2}{C^2} + (h - d_p) \longrightarrow \frac{0,4 \cdot x^2}{10^2} + (1 - 0,9) = 4 \cdot 10^{-3}x^2 + 0,1 \quad (12.97)$$

Assim:

	S1 (x=0)	S2 (x=2,5)	S3 (x=5)	S4 (x=7,5)	S5 (x=10)
y(x)	0,50 m	0,325 m	0,20 m	0,125 m	0,10 m

## 12.5 CÁLCULO DAS PERDAS DE PROTENSÃO

### Perdas por atrito

O cálculo das perdas de protensão é feito a partir da equação 8.48, porém, primeiramente é necessário conhecer os ângulos de desvio entre a ancoragem e a seção em estudo.

Com base nos eixos adotados na figura 13 e com a equação 8.39, os ângulos de desvio ficam:

$$\theta(x) = \frac{2.e.x}{C^2} \longrightarrow \frac{2 \cdot 0,4 \cdot x}{10^2} = 8 \cdot 10^{-3} \cdot x \quad (12.98)$$

Logo:

	S1 (x=0)	S2 (x=2,5)	S3 (x=5)	S4 (x=7,5)	S5 (x=10)
$\theta(x)$	0,08 rad	0,06 rad	0,04 rad	0,02 rad	0

Para cada seção há uma soma  $\Sigma\alpha$  dos ângulos de desvio, obtida com a seguinte expressão:

$$\Sigma\alpha = \theta_{apoio} - \theta_x \quad (12.99)$$

Assim:

	S1 (x=0)	S2 (x=2,5)	S3 (x=5)	S4 (x=7,5)	S5 (x=10)
$\Sigma\theta(x)$	0	0,02 rad	0,04 rad	0,06 rad	0,08 rad

Com a equação 8.48 é possível definir as perdas por atrito em cada seção. Como são utilizados 3 cabos, as perdas serão calculadas para apenas um cabo e depois consideradas como um grupo.

Assim:

$$\frac{P_i}{n} \longrightarrow \frac{830,5}{3} = 276,75KN \quad (12.100)$$

$$P_{at}(x) = P_i e^{-(\mu\Sigma\alpha+k(C-x))} \longrightarrow 276,75 \cdot e^{-(0,2 \cdot \Sigma\alpha + 0,002 \cdot (10-x))} \quad (12.101)$$

Assim:

	S1 (x=0)	S2 (x=2,5)	S3 (x=5)	S4 (x=7,5)	S5 (x=10)
$P_{at}(x)$	276,75 KN	274,27 KN	271,81 KN	269,37 KN	266,96 KN

### Perdas por acomodação da ancoragem

As perdas por acomodação da ancoragem ou encunhamento são definidas a partir de duas verificações. Na primeira verifica-se se as perdas atingem o meio do vão, se assim acontecer, então é necessário fazer a segunda.

Com a equação 8.50:

$$m = \frac{P_{at,S0} - P_{at,S5}}{0,5L} \longrightarrow \frac{276,75 - 266,96}{1000} = 0,0098KN/cm \quad (12.102)$$

Então na equação 8.51:

$$x_e = \sqrt{\frac{\delta \cdot E_p \cdot A_p}{m}} \longrightarrow \sqrt{\frac{0,6 \cdot 20000 \cdot 1,974}{0,0098}} = 1555,73cm > 1000cm \quad (12.103)$$

Portanto, faz se a segunda verificação:

$$\Delta P_{enc,S0} = \frac{4 \cdot \delta \cdot E_p \cdot A_p - 0,25 \cdot m \cdot L^2}{L} \quad (12.104)$$

$$\Delta P_{enc,S0} = \frac{4 \cdot 0,6 \cdot 20000 \cdot 1,974 - 0,25 \cdot 0,0098 \cdot 2000^2}{2000} = 42,476KN \quad (12.105)$$

Logo:

$$P_{at+enc,S0} = P_{at,S0} - \Delta P_{enc,S0} \longrightarrow 276,75 - 42,476 = 234,27KN \quad (12.106)$$

As perdas nas outras seções são dadas a partir de:

$$P_{at+enc,Sn} = 234,27 + 0,0098 \cdot (C - x) \quad (12.107)$$

Assim:

	S1 (x=0)	S2 (x=2,5)	S3 (x=5)	S4 (x=7,5)	S5 (x=10)
$P_{at+enc}(x)$	234,27 KN	236,72 KN	239,17 KN	241,62 KN	244,07 KN
$P_{at+enc}(x)$ (grupo)	702,81 KN	710,16 KN	717,51 KN	724,86 KN	732,21 KN

Nota-se que as perdas vão diminuindo a medida que se aproximam do meio do vão, isso

acontece devido à redução da influencia da acomodação da ancoragem na extremidade da viga.

### **Perdas por deformação imediata do concreto**

A expressão que define a variação na tensão dos cabos é:

$$\Delta\sigma_{p,ee} = \frac{\alpha_p(\sigma_{cp} + \sigma_{cg})(n - 1)}{2 \cdot n} \quad (12.108)$$

Com,

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci}} \rightarrow \frac{200000}{33130} = 6,03 \quad (12.109)$$

Em S1:

$$\sigma_{cp} = \frac{P_{at+enc,Sn}}{A_c} + \frac{P_{at+enc,Sn} \cdot e_p^2}{I_c} \rightarrow \frac{-702,81}{3000} + \frac{-702,81 \cdot 0}{2500000} = -0,234 \frac{KN}{cm^2} \quad (12.110)$$

$$\sigma_{cg} = \frac{M_{g0} \cdot e_p}{I_c} \rightarrow \frac{0 \cdot 0}{2500000} = 0 \quad (12.111)$$

Em S2:

$$\sigma_{cp} = \frac{P_{at+enc,Sn}}{A_c} + \frac{P_{at+enc,Sn} \cdot e_p^2}{I_c} \rightarrow \frac{-710,16}{3000} + \frac{-710,16 \cdot 17,5^2}{2500000} = -0,324 \frac{KN}{cm^2} \quad (12.112)$$

$$\sigma_{cg} = \frac{M_{g0} \cdot e_p}{I_c} \rightarrow \frac{16390 \cdot 17,5}{2500000} = 0,115 \quad (12.113)$$

Em S3:

$$\sigma_{cp} = \frac{P_{at+enc,Sn}}{A_c} + \frac{P_{at+enc,Sn} \cdot e_p^2}{I_c} \rightarrow \frac{-717,51}{3000} + \frac{-717,51 \cdot 30^2}{2500000} = -0,497 \frac{KN}{cm^2} \quad (12.114)$$

$$\sigma_{cg} = \frac{M_{g0} \cdot e_p}{I_c} \rightarrow \frac{28150 \cdot 30}{2500000} = 0,338 \quad (12.115)$$

Em S4:

$$\sigma_{cp} = \frac{P_{at+enc,Sn}}{A_c} + \frac{P_{at+enc,Sn} \cdot e_p^2}{I_c} \rightarrow \frac{-724,86}{3000} + \frac{-724,86 \cdot 37,5^2}{2500000} = -0,649 \frac{KN}{cm^2} \quad (12.116)$$

$$\sigma_{cg} = \frac{M_{g0} \cdot e_p}{I_c} \rightarrow \frac{31150 \cdot 37,5}{2500000} = 0,527 \quad (12.117)$$

Em S5:

$$\sigma_{cp} = \frac{P_{at+enc,Sn}}{A_c} + \frac{P_{at+enc,Sn} \cdot e_p^2}{I_c} \rightarrow \frac{-732,21}{3000} + \frac{-732,21 \cdot 40^2}{2500000} = -0,713 \frac{KN}{cm^2} \quad (12.118)$$

$$\sigma_{cg} = \frac{M_{g0} \cdot e_p}{I_c} \rightarrow \frac{37500 \cdot 40}{2500000} = 0,600 \quad (12.119)$$

Assim:

	S1 (x=0)	S2 (x=2,5)	S3 (x=5)	S4 (x=7,5)	S5 (x=10)
$\Delta\sigma_{p,ee}$	-0,47	-0,42	-0,32	-0,245	-0,227
$P_0 = P_{at+enc+ee}$	700,02 KN	707,67 KN	715,61 KN	723,41 KN	730,86 KN

### Perdas progressivas

A expressão que fornece os valores de perdas progressivas é:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{p,s} + \Delta\sigma_{p,c} + \Delta\sigma_{p,r}}{\beta} \quad (12.120)$$

Onde,

$$\Delta\sigma_{p,s} = \varepsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p \quad (12.121)$$

Com a tabela 7, considerando uma umidade de 75% e uma espessura fictícia de aproximadamente 20 cm.

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) \rightarrow 5 \text{ dias} = -0,36\% \quad (12.122)$$

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) \rightarrow 30 \text{ dias} = -0,33\% \quad (12.123)$$

Por interpolação:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) \rightarrow 7 \text{ dias} = -0,3576\% \quad (12.124)$$

Assim:

$$\Delta\sigma_{p,s} = \varepsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p \rightarrow \frac{-0,3576}{1000} \cdot 20000 = -7,152 \frac{KN}{cm^2} \quad (12.125)$$

Da mesma tabela é possível obter o valor de  $\varphi(t, t_0)$ , onde:

$$\varphi(t, t_0) \rightarrow 5 \text{ dias} = 2,8 \quad (12.126)$$

$$\varphi(t, t_0) \rightarrow 30 \text{ dias} = 2,2 \quad (12.127)$$

Por interpolação:

$$\varphi(t, t_0) \rightarrow 7 \text{ dias} = 2,752 \quad (12.128)$$

Para cada seção o valor de  $\sigma_{c,pog}$  difere, portanto:

Em S1:

$$\sigma_{c,pog} = \frac{-700,02}{3000} - \frac{-700,02 \cdot 0}{2500000} + \frac{0 \cdot 0}{2500000} = -0,233 KN/cm^2 \quad (12.129)$$

Em S2:

$$\sigma_{c,pog} = \frac{-707,67}{3000} - \frac{-707,67 \cdot 17,5^2}{2500000} + \frac{16390 \cdot 17,5}{2500000} = -0,207 KN/cm^2 \quad (12.130)$$

Em S3:

$$\sigma_{c,pog} = \frac{-715,61}{3000} - \frac{-715,61 \cdot 30^2}{2500000} + \frac{28150 \cdot 30}{2500000} = -0,158 KN/cm^2 \quad (12.131)$$

Em S4:

$$\sigma_{c,pog} = \frac{-723,41}{3000} - \frac{-723,41 \cdot 37,5^2}{2500000} + \frac{35150 \cdot 37,5}{2500000} = -0,121 KN/cm^2 \quad (12.132)$$

Em S5:

$$\sigma_{c,pog} = \frac{-730,86}{3000} - \frac{-730,86 \cdot 40^2}{2500000} + \frac{37500 \cdot 40}{2500000} = -0,111 KN/cm^2 \quad (12.133)$$

Com a expressão a seguir, fica:

$$\Delta\sigma_{p,c} = -\alpha_p \cdot \sigma_{c,pog} \cdot \varphi(t, t_0) \quad (12.134)$$

	S1 (x=0)	S2 (x=2,5)	S3 (x=5)	S4 (x=7,5)	S5 (x=10)
$\sigma_{c,pog}$	-0,233 KN/cm <sup>2</sup>	-0,207 KN/cm <sup>2</sup>	-0,158 KN/cm <sup>2</sup>	-0,121 KN/cm <sup>2</sup>	-0,111 KN/cm <sup>2</sup>
$\Delta\sigma_{p,c}$	-3,866 KN/cm <sup>2</sup>	-3,435 KN/cm <sup>2</sup>	-2,621 KN/cm <sup>2</sup>	-2,007 KN/cm <sup>2</sup>	-1,842 KN/cm <sup>2</sup>

As perdas devido à relaxação na armadura são calculadas com base na seguinte expressão:

$$\Delta\sigma_{p,r} = \sigma_{p0}\cdot\chi(t,t_0) \quad (12.135)$$

O valor de  $\chi(t,t_0)$  é obtido com a seguinte equação;

$$\chi(t,t_0) \cong -\ln(1 - 2,5 \cdot \psi_{1000}) \quad (12.136)$$

Os valores de  $\psi_{1000}$  são obtidos por interpolação da tabela 8. Fazendo  $\sigma_{p0}/f_{ptk}$ :

	S1 (x=0)	S2 (x=2,5)	S3 (x=5)	S4 (x=7,5)	S5 (x=10)
$\sigma_{p0}$	118,20 KN/cm <sup>2</sup>	119,5 KN/cm <sup>2</sup>	120,84 KN/cm <sup>2</sup>	122,15 KN/cm <sup>2</sup>	123,41 KN/cm <sup>2</sup>
$\sigma_{p0}/f_{ptk}$	0,622	0,629	0,636	0,643	0,649

Sendo:

$$\psi_{1000} \rightarrow 0,6 \cdot f_{ptk} = 1,3 \quad (12.137)$$

$$\psi_{1000} \rightarrow 0,7 \cdot f_{ptk} = 2,5 \quad (12.138)$$

Faz-se a interpolação para obtenção dos valores correspondentes.

Assim,

	S1 (x=0)	S2 (x=2,5)	S3 (x=5)	S4 (x=7,5)	S5 (x=10)
$\chi(t,t_0)$	0,0399	0,0420	0,0442	0,0464	0,0485
$\Delta\sigma_{p,r}$	-4,718 KN/cm <sup>2</sup>	-5,025 KN/cm <sup>2</sup>	-5,349 KN/cm <sup>2</sup>	-5,671 KN/cm <sup>2</sup>	-5,987 KN/cm <sup>2</sup>

Restando apenas o cálculo do coeficiente de redução em função do efeito conjunto das perdas, pela seguinte expressão:

$$\beta = 1 + \chi(t,t_0) + \alpha_p \cdot \rho_p \cdot \left[ 1 + \frac{\varphi(t,t_0)}{2} \right] \cdot \left( 1 + e_p^2 \frac{A_c}{I_c} \right) \quad (12.139)$$

Com,

$$\rho_p = \frac{A_{p,ef}}{A_c} = \frac{5,92}{3000} = 0,001974 = 0,197\% \quad (12.140)$$

Em S1

$$\beta = 1 + 0,0399 + 6,03 \cdot 0,001974 \cdot \left[ 1 + \frac{2,752}{2} \right] \cdot \left( 1 + 0^2 \frac{3000}{25 \cdot 10^6} \right) = 1,0682 \quad (12.141)$$

Em S2

$$\beta = 1 + 0,0420 + 6,03 \cdot 0,001974 \cdot \left[ 1 + \frac{2,752}{2} \right] \cdot \left( 1 + 17,5^2 \frac{3000}{25 \cdot 10^6} \right) = 1,0807 \quad (12.142)$$

Em S3

$$\beta = 1 + 0,0442 + 6,03 \cdot 0,001974 \cdot \left[ 1 + \frac{2,752}{2} \right] \cdot \left( 1 + 30^2 \frac{3000}{25 \cdot 10^6} \right) = 1,1031 \quad (12.143)$$

Em S4

$$\beta = 1 + 0,0464 + 6,03 \cdot 0,001974 \cdot \left[ 1 + \frac{2,752}{2} \right] \cdot \left( 1 + 37,5^2 \frac{3000}{25 \cdot 10^6} \right) = 1,1224 \quad (12.144)$$

Em S5

$$\beta = 1 + 0,0485 + 6,03 \cdot 0,001974 \cdot \left[ 1 + \frac{2,752}{2} \right] \cdot \left( 1 + 40^2 \frac{3000}{25 \cdot 10^6} \right) = 1,1311 \quad (12.145)$$

Com isso já é possível calcular as perdas progressivas, ficando:

	S1 (x=0)	S2 (x=2,5)	S3 (x=5)	S4 (x=7,5)	S5 (x=10)
$\Delta\sigma_{p,r}$	-4,718	-5,025	-5,349	-5,671	-5,987
$\Delta\sigma_{p,c}$	-3,866	-3,435	-2,621	-2,007	-1,842
$\Delta\sigma_{p,s}$	-7,152	-7,152	-7,152	-7,152	-7,152
$\beta$	1,0682	1,0807	1,1031	1,1224	1,1311
$\Delta\sigma_p(t, t_0)$	-14,732	-14,446	-13,709	-13,213	-13,2449
$P_\infty(KN)$	612,77	622,12	634,42	645,16	652,42

### Resumo de perdas

	S1 (x=0)	S2 (x=2,5)	S3 (x=5)	S4 (x=7,5)	S5 (x=10)
$P_0(KN)$	700,02	707,67	715,61	723,41	730,86
$P_\infty(KN)$	612,77	622,12	634,42	645,16	652,42
Perdas imediatas (%)	15,71	14,79	13,83	12,89	11,99
Perdas progressivas (%)	12,46	12,08	11,34	10,81	10,73
Perdas totais (%)	28,17	26,87	26,17	23,70	22,72

**Tabela 9: Resumo das perdas de protensão**

## 12.6 PRÉ-ALONGAMENTO

Para concluir a etapa dos requisitos de projeto, basta calcular o pré-alongamento com as equações a seguir:

$$\sigma_{cp} = -\frac{\gamma_p \cdot P_\infty}{A_c} - \frac{\gamma_p \cdot P_\infty \cdot e_p^2}{I_c} \quad (12.146)$$

$$\sigma_{cp} = -\frac{1,1 \cdot 652,42}{3000} - \frac{1,1 \cdot 652,42 \cdot 40^2}{2500000} = -0,698 KN/cm^2 \quad (12.147)$$

$$P_{\infty,nd} = \gamma_p \cdot P_\infty + [\alpha_p \cdot A_{p,ef} \cdot |\sigma_{cp}|] \cdot \gamma_p \quad (12.148)$$

$$P_{\infty,nd} = 1,1 \cdot 652,42 + [6,03 \cdot 5,92 \cdot |-0,698|] \cdot 1,1 = 745,07 KN \quad (12.149)$$

$$\Delta \varepsilon_{pi} = \frac{P_{\infty,nd}}{E_p \cdot A_{p,ef}} \rightarrow \frac{745,07}{20000 \cdot 5,92} = 6,293\% \quad (12.150)$$

## 12.7 ESTADO LIMITE ÚLTIMO

Assim que o pré-alongamento é definido, é possível passar para o dimensionamento ao ELU.

### Momento de cálculo $M_{sd}$

Os momentos oriundos do peso próprio  $G_k$  e da sobrecarga  $Q_k$ , são respectivamente:

$$M_{gk} = \frac{g \cdot L^2}{8} = \frac{7,5 \cdot 20^2}{8} = 375 KN \cdot m \quad (12.151)$$

$$M_{qk} = \frac{q \cdot L^2}{8} = \frac{18 \cdot 20^2}{8} = 900 KN \cdot m \quad (12.152)$$

De acordo com a equação 8.28, o momento solicitante de cálculo é:

$$M_{sd} = 1,4 \cdot 375 + 1,4 \cdot 900 = 1785 KN \cdot m \quad (12.153)$$

### Coeficiente K6

O coeficiente é dado por:

$$K6 = \frac{b \cdot d^2}{M_{sd}} = \frac{30 \cdot 90^2}{178500} = 1,361 \quad (12.154)$$

Analizando a tabela 13, nota-se que não há um valor próximo ao obtido na equação anterior, isso significa que as tensões de compressão excederam o limite estabelecido pela ABNT NBR 6118:2014, onde  $x_{lim} = 0,45d$ , devido a isso será necessário adotar armaduras passivas na região superior da viga para que essa resista às tensões de compressão.

Fixando a altura  $x = 0,445cm$ , é possível determinar uma altura mínima  $d'$ , para que essa esteja escoando, de acordo com a equação a seguir:

$$\varepsilon_{cd} \cdot \frac{x - d'}{x} \geq \varepsilon'_s \quad (12.155)$$

Deixando  $x$  em função de  $\beta_x$  e  $d'$  em função de  $d$ , obtém-se:

$$3,5 \cdot \frac{\beta_x \cdot d - s \cdot d}{\beta_x \cdot d} \geq 2,07 \quad (12.156)$$

Com  $\beta = 0,445$ ,

$$3,5 \cdot \frac{0,445 - s}{0,445} \geq 2,07 \quad (12.157)$$

Assim,

$$s \leq 0,18 \quad (12.158)$$

Logo, para todo  $d' \leq 0,18 \cdot d$ , a armadura estará escoando.

Para este exercício será adotado  $d' = 10cm$ , o passo a seguir é definir a área de armadura passiva utilizada para resistir o momento excedente, da seguinte forma:

Inicialmente, com a tabela, fixa-se o menor valor de K6 para a classe de concreto, nesse exercício (C35),  $K6 = 1,608$ .

Determina-se o momento excedente com:

$$M_{sd,ex} = M_{sd} - \frac{b \cdot d^2}{K6} \rightarrow 178500 - \frac{30 \cdot 90^2}{1,608} = 27380,59KN \cdot m \quad (12.159)$$

A área de  $A'_s$  é definida por:

$$A'_s = \frac{M_{sd,ex}}{f_{yd} \cdot (d - d')} \rightarrow \frac{27380,59}{43,478 \cdot (90 - 10)} = 7,87cm^2 \quad (12.160)$$

Com a armadura negativa definida é possível dar continuidade ao dimensionamento utilizando  $K6 = 1,608$ , a tabela resulta  $\Delta\varepsilon_{pd} = 4,365$ , assim:

$$\varepsilon_{pd} = \Delta\varepsilon_{pi} + \Delta\varepsilon_{pd} \quad (12.161)$$

$$\varepsilon_{pd} = 6,293 + 4,365 = 10,658\% \quad (12.162)$$

Com,

- Aço CP 190, para  $7,43\% < \varepsilon_{pd} \leq 40\%$

$$\sigma_{pd} = 1486 + 5,0967 \cdot (\varepsilon_{pd} - 7,43)\%, \text{ em MPa} \quad (12.163)$$

$$\sigma_{pd} = 1486 + 5,0967 \cdot (10,658 - 7,43) = 1502,45 \text{ MPa} \quad (12.164)$$

Para,

$$T_d = \frac{M_{sd}}{\beta_z \cdot d_p} \rightarrow \frac{178500}{0,822 \cdot 90} = 2412,81 \text{ KN} \quad (12.165)$$

A armadura final fica:

$$T_d = A_{p,ef} \cdot \sigma_{pd} + A_s \cdot \sigma_{sd} \quad (12.166)$$

$$2412,81 = 5,92 \cdot 150,245 + A_s \cdot 43,478 \quad (12.167)$$

$$A_s = 35,04 \text{ cm}^2 \quad (12.168)$$

Armaduras finais:

$$- A_p = 5,922 \text{ cm}^2$$

$$- A_s = 35,04 \text{ cm}^2$$

$$- A'_s = 7,87 \text{ cm}^2$$

## 12.8 ESTADO LIMITE DE SERVIÇO

Para a protensão parcial é necessário que se faça a verificação quanto a abertura de fissuras, de acordo com o roteiro a seguir.

### **Primeiro passo**

Calcula-se o valor da tensão provocada pelo pré-alongamento, a partir da equação:

$$P_\infty = A_{p,ef} \cdot \Delta \varepsilon_{pi} \cdot E_p \quad (12.169)$$

$$P_\infty = 5,922 \cdot \frac{6,293}{1000} \cdot 20000 = 745,34 KN \quad (12.170)$$

### Segundo passo

Faz-se a verificação de ELS-F, determinando se ocorre a fissuração ou não.

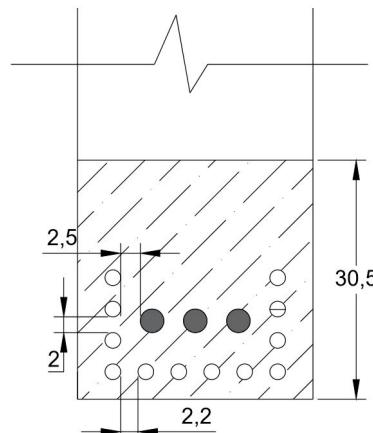
$$\sigma_{c,max,CF} = \frac{73500 \cdot 50}{2500000} - 745,34 \left( \frac{1}{3000} + \frac{40 \cdot 50}{2500000} \right) = 0,625 \frac{KN}{cm^2} \quad (12.171)$$

$$f_{ctk,f} = 0,3 \cdot 35^{\frac{2}{3}} = 0,320 \frac{KN}{cm^2} \quad (12.172)$$

$$\sigma_{c,max,CF} > f_{ctk,f} \text{ Portanto ocorre fissuração} \quad (12.173)$$

### Terceiro passo

Com o alojamento das barras ja determinado, é necessário calcular o acréscimo de tensões nas barras.



**Figura 18: Representação da área crítica**

O valor considerado para a altura útil da armadura passiva corresponde à coordenada do

centro de gravidade das barras, com um cobrimento de 3,5 centímetros.

$$\frac{30 \cdot x^2}{2} + 37,7 \cdot 6,03 \cdot x - 37,7 \cdot 6,03 \cdot 91,5 = 0 \quad (12.174)$$

$$x = 30,42 \quad (12.175)$$

$$M_{CF} = \frac{7,5 \cdot 20^2}{8} = 37500 KN \cdot cm \quad (12.176)$$

$$M_p = P_\infty \cdot e = 745,34 \cdot 40 = 29813 KN \cdot cm \quad (12.177)$$

$$(12.178)$$

$$\sigma_{si} = \frac{37500 - 29813}{37,7 \cdot (91,5 - \frac{30,42}{3})} = 2,5 \frac{KN}{cm^2} = 25 MPa \quad (12.179)$$

#### Quarto passo

Faz-se o cálculo da área critica:

$$A_{cr} = 30 \cdot 30,5 = 915 cm^2 \quad (12.180)$$

#### Quinto passo

Calcula-se a abertura de fissuras.

$$W_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} = \frac{20}{12,5 \cdot 2,25} \frac{25}{210000} \frac{3 \cdot 25}{3,21} = 0,002 mm \quad (12.181)$$

$$W_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) = \frac{20}{12,5 \cdot 2,25} \frac{25}{210000} \left( \frac{4}{0,0412} + 45 \right) = 0,012 mm \quad (12.182)$$

O limite para abertura de fissuras na protensão parcial é de 0,2mm, logo, a viga esta verificada para o ELS.

## 12.9 ELU NO ATO DA PROTENSÃO

As seguintes verificações são feitas:

$$\sigma_i \geq -0,7 f_{ck,j}, \text{ com } \gamma_p = 1,1 \quad (12.183)$$

$$\frac{37500}{50000} - \frac{1,1 \cdot 730,86}{3000} - \frac{1,1 \cdot 730,86 \cdot 40}{50000} \geq -0,7 \cdot 2,73 \quad (12.184)$$

$$0,57 - 0,268 - 0,643 \geq -1,91 \quad (12.185)$$

$$-0,161 \geq -1,91 \therefore \text{ok!} \quad (12.186)$$

$$\sigma_s \leq f_{ct,f} = 1,2f_{ctm,j} \quad (12.187)$$

$$-\frac{37500}{50000} - \frac{730,86}{3000} + \frac{730,86 \cdot 40}{50000} \leq 1,2 \cdot 0,3 \cdot (27,3)^{\frac{2}{3}} \quad (12.188)$$

$$-0,75 - 0,243 + 0,584 \leq 0,326 \quad (12.189)$$

$$-0,409 \leq 0,326 \therefore \text{ok!} \quad (12.190)$$

A viga esta dimensionada e verificada.

## 13 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foram abordados, de maneira simples e resumida, diversos conceitos, aplicações e dimensionamento relacionados ao concreto protendido.

A relevância do trabalho para o meio acadêmico esta na clareza no processo dos cálculos de dimensionamento, servindo de base de aprendizado para aqueles que tiverem interesse no assunto.

Nota-se ao fim do trabalho que mesmo com informações de certa forma excessivas, podem ainda restar algumas dúvidas, as quais precisam de uma análise mais refinada. Por fim, o exemplo resolvido, demonstra a aplicabilidade do roteiro de dimensionamento de forma funcional.

Ainda é valido esclarecer aqui que, para aqueles que tiverem maior curiosidade, este trabalho apresenta apenas informações de dimensionamento para vigas bi-apoiadas. Para informações mais detalhas e de outros casos de vinculação recomenda-se o livro *Concreto protendido: teoria e prática*, de (CHOLFE; BONILHA, 2013).

Para concluir, alguns temas sugeridos para futuras pesquisas, que podem ser feitos com a mesma abordagem são:

Dimensionamento de lajes protendidas;

Dimensionamento de vigas considerando os hiperestáticos de protensão;

Efeito do nível de protensão sob as perdas imediatas e progressivas;

## REFERÊNCIAS

- BASTOS, P. S. d. S. Concreto protendido. **Universidade Estadual Paulista**, 2015.
- BUCHAIM, R. Concreto protendido: tração axial, flexão simples e força cortante. **Londrina: UEL: Universidade Estadual de Londrina**, 2007.
- CARVALHO, R. C. Estruturas em concreto protendido. **PINI**, 2012.
- CAUDURO, E. L. Manual para a boa execução de estruturas protendidas usando cordoalhas de aço engraxadas e plastificadas. **Guide to Good Implementation of pre-stressed concrete structures using steel ropes greased and plasticized**. 2nd ed. São Paulo: Belgo Mineira.(In portuguese), 2003.
- CHOLFE, L.; BONILHA, L. Concreto protendido: teoria e prática. **Escola de Engenharia Mackenzie, São Paulo** sd, v. 44, 2013.
- HANAI, J. B. d. Fundamentos do concreto protendido. **São Carlos, EESC/USP**, 2005.
- LEONHARDT, F. Construções de concreto-concreto protendido-vol. 5. **Editora Interciência, RJ**, 1983.
- MELLO, A. L. V. d. Cálculo de lajes lisas com protensão parcial e limitada. **Universidade Federal de São Carlos**, Universidade Federal de São Carlos, 2005.
- PFEIL, W. Concreto protendido: Processos construtivos/perdas de protensão. v. 2. **Rio de Janeiro, RJ: Editora LTC**, 1983.
- VASCONCELOS, A. C. d. Manual prático para a correta utilização dos aços no concreto protendido em obediência às normas atualizadas. **Rio de Janeiro: Livros técnicos e científicos, editora Ltda**, 1980.
- VERÍSSIMO, G. d. S.; JR, K. M. L. C. Concreto protendido: fundamentos básicos. **Material didático da disciplina de Concreto Protendido do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Viçosa**, 1998.
- ZANETTE, D. S. et al. Projeto de vigas de pequeno porte parcialmente protendidas com mono-cordoalhas engraxadas. **Universidade Federal de Santa Catarina**, Florianópolis, SC, 2006.

## ANEXO A – FORMULAÇÃO DA TABELA COM VALORES DE K6

Este anexo contém, de forma simplificada, as expressões utilizadas para a confecção das tabelas 9 e 10. Cabendo aqui, apenas a expressão utilizada em cada coluna.

$$\beta_x = \frac{x}{d_p} \quad (1.191)$$

$$\beta_z = 1 - 0,4 \cdot \beta_x \quad (1.192)$$

$$\varepsilon_{cd} = \frac{10 \cdot \beta_x}{1 - \beta_x}, \text{ para } \varepsilon_{cd} < 3,5\% \quad (1.193)$$

Assim,

$$-3,5\% \leq \varepsilon_{cd} \leq -2,0\% \rightarrow \sigma_{cd} = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (1.194)$$

$$-2,0\% \leq \varepsilon_{cd} \leq 0 \rightarrow \sigma_{cd} = 0,85 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_{cd}}{2,0\%} \right) \right] \quad (1.195)$$

$$K6 = \frac{1}{\sigma_{cd} \cdot 0,8 \cdot \beta_x \cdot \left( 1 - \frac{0,8 \cdot \beta_x}{2} \right)} \quad (1.196)$$

$$\Delta \varepsilon_{pd} = \left( \frac{1 - \beta_x}{\beta_x} \right) \cdot \varepsilon_{cd} \quad (1.197)$$

A ABNT NBR 6118:2014 estabelece que o valor limite entre a relação da altura comprimida,  $x$ , e a altura útil,  $d$ , não deve ultrapassar 0,45. Devido a isso a confecção das tabelas disponíveis neste trabalho foram admitidas com um intervalo de  $\beta_x$  entre 0,005 e 0,45, ao passo de 0,005 a fim de obter valores mais exatos.

$\beta_x = y/d$	$\beta = z/d$	$10\beta^4/\beta$	Fck = KN/cm <sup>2</sup>	K6 = b.d <sup>2</sup> /Msd (cm <sup>3</sup> /KN.cm)	Ca50A
$\beta_x$	$\beta_z$	$\text{ocd (fcz=25)}$	$\text{ocd (fcz=30)}$	$\text{ocd (fcz=40)}$	$\text{Ca50A}$
0,225	0,91	2,903225806	1,208283782	1,449940538	1,691597294
0,23	0,908	2,987012887	1,18185071	1,377822085	1,607459099
0,235	0,906	3,071895425	1,081867932	1,298245159	1,514615105
0,24	0,904	3,157894737	1,0909101702	1,210920242	1,412742382
0,245	0,902	3,245033113	0,99646726	1,115576071	1,301505416
0,25	0,9	3,333333333	0,843253968	1,011904762	1,180555566
0,255	0,898	3,422818792	0,74966459	0,899597508	1,09530427
0,26	0,896	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,265	0,894	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,27	0,892	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,275	0,89	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,28	0,888	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,285	0,886	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,29	0,884	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,295	0,882	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,3	0,88	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,305	0,878	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,31	0,876	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,315	0,874	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,32	0,872	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,325	0,87	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,33	0,868	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,335	0,866	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,34	0,864	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,345	0,862	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,35	0,86	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,355	0,858	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,36	0,856	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,365	0,854	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,37	0,852	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,375	0,85	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,38	0,848	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,385	0,846	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,39	0,844	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,395	0,842	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,4	0,84	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,405	0,838	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
0,41	0,836	3,5	1,517857143	1,821429571	2,125
			2,428571429	2,528413092	2,674085277
			2,428571429	2,803408945	2,936174121
			2,428571429	2,769189992	2,907658327
			2,428571429	2,735978112	2,77998176
			2,428571429	2,703970956	2,725309193
			2,428571429	2,677039944	2,705603767
			2,428571429	2,641973025	2,002434961
			2,428571429	2,612288994	2,176990578
			2,428571429	2,583671884	2,15301807
			2,428571429	2,55639932	2,129699944
			2,428571429	2,520868324	1,808863234
			2,428571429	2,501912176	2,001644188
			2,428571429	2,476109961	2,063424967
			2,428571429	2,450980392	2,04283294
			2,428571429	2,426498753	2,020282294
			2,428571429	2,402641533	2,002201277
			2,428571429	2,379986356	1,982821964
			2,428571429	2,356719116	1,963926596
			2,428571429	2,334597907	1,945498256
			2,428571429	2,313024974	1,927582012
			2,428571429	2,291974651	1,909978876
			2,428571429	2,271429313	1,892857761
			2,428571429	2,251372131	1,876143442
			2,428571429	2,1608122951	1,407107582
		Hipótese Ap ≠ 0; As ≠ 0			
		Unidade			
		KN.cm; cm	Tpd = Msd/β.z.d; Ap = Msd/β.z.d.apd		
			Ap.apd + As.osd = Tpd		

Tabela 10: Tabela com valores de K6 ao passo de 0,005

$\beta_x = y/d$	$\beta_z = z/d$	$10\beta^2/\beta_x$	$\text{ocd} (\text{fcz}=25)$	$\text{ocd} (\text{fcz}=30)$	$\text{ocd} (\text{fcz}=40)$	$K_6 = b d^2 / \text{Msd} (\text{cm}^3/\text{kN.cm})$	$\%_o$	CASOA	
0,005	0,998	0,050251256	0,075316009	0,09037211	0,105442413	0,120505615	3325,999402	2771,666168	
0,01	0,996	0,101010101	0,189447214	0,179336657	0,209226099	0,239115542	839,7748262	2357,713858	
0,015	0,994	0,152284264	0,22345792	0,26681951	0,311284109	0,355753268	377,0539147	314,219596	
0,02	0,992	0,204081633	0,293982337	0,36261951	0,411547272	0,432755805	415,0739379	260,5242428	
0,025	0,99	0,256410256	0,364245797	0,437094956	0,509944116	0,582793275	138,6565087	115,5470906	
0,03	0,988	0,309278351	0,433143419	0,51977103	0,606400786	0,69302947	97,364337794	81,13698162	
0,035	0,986	0,362694301	0,500600887	0,60720825	0,700840962	0,8009611	72,35588374	60,29653645	
0,04	0,984	0,416666667	0,56565126	0,67987512	0,793185764	0,905498016	56,05148571	46,71182143	
0,045	0,982	0,471204188	0,630966903	0,757160283	0,883333664	1,009547044	44,83110387	37,35925323	
0,05	0,98	0,526315789	0,69375742	0,832508904	0,971260388	1,10011872	36,77107207	30,64256005	
0,055	0,978	0,582010582	0,754870584	0,905844701	1,056818818	1,207792995	30,78473738	25,65397815	
0,06	0,976	0,638297872	0,814242062	0,977096474	1,139938886	1,307787299	26,215335	21,98912413	
0,065	0,974	0,695187166	0,874951664	1,02527467	1,194988534	22,647390973	18,75252928	14,38458437	
0,07	0,972	0,752688172	0,927491618	1,12988941	1,298488265	19,0777794	16,50647995	14,19841139	
0,075	0,97	0,810810811	0,981229782	1,177475738	1,373721695	1,56967651	17,51081235	14,59234363	
0,08	0,968	0,869565217	1,03394626	1,23953512	1,446124764	1,652714016	15,626688	13,02224	
0,085	0,966	0,92861749	1,082564957	1,299077949	1,51559094	1,733103932	14,0647177	11,71868148	
0,09	0,964	0,989010899	1,130007159	1,58201591	1,874951145	2,127599738	12,98733372	9,10713301	
0,095	0,962	1,049723757	1,17519143	1,410229716	1,652588002	1,880306288	1,698877498	8,31332357	
0,1	0,96	1,111111111	1,21803351	1,461640212	1,705246914	1,948853616	10,69004525	8,908371041	
0,105	0,958	1,173184358	1,258446221	1,510139451	1,761824693	2,013513935	9,874623347	8,228852955	
0,11	0,956	1,235595056	1,296339297	1,55605156	1,84875016	2,074142875	9,169396425	7,641163688	
0,115	0,954	1,299453026	1,59794257	1,84875133	2,130591009	8,552654437	7,646103123	5,549568875	
0,12	0,952	1,363636364	1,364189787	1,637027745	1,90985702	2,18270366	8,020787761	6,683989801	
0,125	0,95	1,428571429	1,393950437	1,672740525	1,951530612	2,2303207	7,551477589	6,292856324	
0,13	0,948	1,494252874	1,420797709	1,70495775	1,989116792	2,273276334	7,13814142	5,949011785	
0,135	0,946	1,560693642	1,444634201	1,733549162	2,022474022	2,311398892	6,77522528	4,64610494	
0,14	0,944	1,62796977	1,5931991	2,051446728	2,34450566	4,645725459	5,378937883	4,615018185	
0,145	0,942	1,695906433	1,482766981	1,779320377	2,05873773	2,37427169	6,171890348	5,143241957	
0,15	0,94	1,764705882	1,496848739	1,796218487	2,055882325	2,394957983	5,922607938	4,935506615	
0,155	0,938	1,834311927	1,507440841	1,808929009	2,11041717	2,411905345	5,703417963	4,752848302	
0,16	0,936	1,904761907	1,514419259	1,81798348	2,120183406	2,423064646	5,51192184	4,59291054	
0,165	0,934	1,976047904	1,517639443	1,821167332	2,12469922	2,434543345	4,453783954	3,815308182	
0,17	0,932	2,048192771	1,517857143	1,821248571	2,125	2,428571429	5,197736757	4,331447297	
0,175	0,93	2,121212121	1,517857143	1,821248571	2,125	2,428571429	5,006088352	4,21674046	
0,18	0,928	2,195121951	1,517857143	1,821248571	2,125	2,428571429	4,93012793	4,108444144	
0,185	0,926	2,26993865	1,521857143	1,821248571	2,125	2,428571429	4,80726581	3,433747558	
0,19	0,924	2,345679012	1,517857143	1,821248571	2,125	2,428571429	4,690871564	3,909059637	
0,195	0,922	2,422360248	1,517857143	1,821248571	2,125	2,428571429	4,580507324	3,817089437	
0,2	0,92	2,5	1,517857143	1,821248571	2,125	2,428571429	4,47570325	3,729752771	
0,205	0,918	2,578616352	1,517857143	1,821248571	2,125	2,428571429	4,37605298	3,646710823	
0,21	0,916	2,658227848	1,517857143	1,821248571	2,125	2,428571429	4,281184858	3,567657048	
0,215	0,914	2,738853503	1,517857143	1,821248571	2,125	2,428571429	4,190776102	3,492313418	
0,22	0,912	2,820512821	1,517857143	1,821248571	2,125	2,428571429	4,104512618	3,420427182	
0,225	0,91	2,903225806	1,517857143	1,821248571	2,125	2,428571429	4,022121669	3,351766808	
Unidade		Hipótese Ap ≠ 0; As ≠ 0		Hipótese Ap ≠ 0; As ≠ 0		Ap,od + As,od = Tpd		Ap,od + As,od ≠ Tpd	
KN.cm ; cm		Tpd = Msd/β.z.d; Ap = Msd/β.z.d.od							

Tabela 11: Tabela com valores de K6 ao passo de 0,005

## ANEXO B – COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO

Neste anexo estão apenas as tabelas com os valores, para maiores informações sobre o como usar e considerar as ações, deve-se verificar a ABNT NBR 6118:2014.

Combinação	Tipo de ação	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
Normal	Peso próprio de estruturas metálicas	1,25	1,0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1,30	1,0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1,35	1,0
	Elementos construtivos industrializados <sup>1)</sup>	1,35	1,0
	Elementos construtivos industrializados com adições <i>in loco</i>	1,40	1,0
	Elementos construtivos em geral e equipamentos <sup>2)</sup>	1,50	1,0
Especial ou de construção	Peso próprio de estruturas metálicas	1,15	1,0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1,20	1,0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1,25	1,0
	Elementos construtivos industrializados <sup>1)</sup>	1,25	1,0
	Elementos construtivos industrializados com adições <i>in loco</i>	1,30	1,0
	Elementos construtivos em geral e equipamentos <sup>2)</sup>	1,40	1,0
Excepcional	Peso próprio de estruturas metálicas	1,10	1,0
	Peso próprio de estruturas pré-moldadas	1,15	1,0
	Peso próprio de estruturas moldadas no local	1,15	1,0
	Elementos construtivos industrializados <sup>1)</sup>	1,15	1,0
	Elementos construtivos industrializados com adições <i>in loco</i>	1,20	1,0
	Elementos construtivos em geral e equipamentos <sup>2)</sup>	1,30	1,0

<sup>1)</sup> Por exemplo: paredes e fachadas pré-moldadas, gesso acartonado.  
<sup>2)</sup> Por exemplo: paredes de alvenaria e seus revestimentos, contrapisos.

**Tabela 12: Ações permanentes diretas consideradas separadamente**

Combinação	Tipo de estrutura	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
Normal	Grandes pontes <sup>1)</sup>	1,30	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral <sup>2)</sup>	1,35	1,0
	Edificação tipo 2 <sup>3)</sup>	1,40	1,0
Especial ou de construção	Grandes pontes <sup>1)</sup>	1,20	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral <sup>2)</sup>	1,25	1,0
	Edificação tipo 2 <sup>3)</sup>	1,30	1,0
Excepcional	Grandes pontes <sup>1)</sup>	1,10	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral <sup>2)</sup>	1,15	1,0
	Edificação tipo 2 <sup>3)</sup>	1,20	1,0

<sup>1)</sup> Grandes pontes são aquelas em que o peso próprio da estrutura supera 75% da totalidade das ações permanentes.

<sup>2)</sup> Edificações tipo 1 são aquelas onde as cargas acidentais superam 5 kN/m<sup>2</sup>.

<sup>3)</sup> Edificações tipo 2 são aquelas onde as cargas acidentais não superam 5 kN/m<sup>2</sup>.

**Tabela 13: Ações permanentes diretas agrupadas**

Combinação	Tipo de ação	Coeficiente de ponderação
Normal	Ações truncadas <sup>1)</sup>	1,2
	Efeito de temperatura	1,2
	Ação do vento	1,4
	Ações variáveis em geral	1,5
Especial ou de construção	Ações truncadas <sup>1)</sup>	1,1
	Efeito de temperatura	1,0
	Ação do vento	1,2
	Ações variáveis em geral	1,3
Excepcional	Ações variáveis em geral	1,0

<sup>1)</sup> Ações truncadas são consideradas ações variáveis cuja distribuição de máximos é truncada por um dispositivo físico de modo que o valor dessa ação não pode superar o limite correspondente. O coeficiente de ponderação mostrado na tabela 4 se aplica a esse valor limite.

**Tabela 14: Ações variáveis consideradas separadamente**

Combinação	Tipo de estrutura	Coeficiente de ponderação
Normal	Pontes e edificações tipo 1	1,5
	Edificações tipo 2	1,4
Especial ou de construção	Pontes e edificações tipo 1	1,3
	Edificações tipo 2	1,2
Excepcional	Estruturas em geral	1,0

<sup>1)</sup> Quando a ações variáveis forem consideradas conjuntamente, o coeficiente de ponderação mostrado na tabela 5 se aplica a todas as ações, devendo-se considerar também conjuntamente as ações permanentes diretas. Nesse caso permite-se considerar separadamente as ações indiretas como recalque de apoio e retração dos materiais conforme tabela 3 e o efeito de temperatura conforme tabela 4.

**Tabela 15: Ações variáveis consideradas conjuntamente**

Ações	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2^{3), 4)}$
Cargas accidentais de edifícios Locais em que não há predominância de pesos e de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas <sup>1)</sup>	0,5	0,4	0,3
Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas <sup>2)</sup>	0,7	0,6	0,4
Bibliotecas, arquivos, depósitos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
Cargas móveis e seus efeitos dinâmicos Passarelas de pedestres	0,6	0,4	0,3
Pontes rodoviárias	0,7	0,5	0,3
Pontes ferroviárias não especializadas	0,8	0,7	0,5
Pontes ferroviárias especializadas	1,0	1,0	0,6
Vigas de rolamentos de pontes rolantes	1,0	0,8	0,5

<sup>1)</sup> Edificações residenciais, de acesso restrito.  
<sup>2)</sup> Edificações comerciais, de escritórios e de acesso público.  
<sup>3)</sup> Para combinações excepcionais onde a ação principal for sismo, admite-se adotar para  $\psi_2$  o valor zero.  
<sup>4)</sup> Para combinações excepcionais onde a ação principal for o fogo, o fator de redução  $\psi_2$  pode ser reduzido, multiplicando-o por 0,7.

**Tabela 16: Valores dos fatores de combinação ( $\psi_0$ ) e de redução ( $\psi_1$ ) e ( $\psi_2$ ) para as ações variáveis**