

PROPOSIÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Explorando razões trigonométricas
a partir do relógio de sol

Maria Beatriz Back
Andresa Maria Justulin
Norma Suely Gomes Allevato

LONDRINA
2026

MARIA BEATRIZ BACK

**PROPOSIÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: EXPLORANDO RAZÕES
TRIGONOMÉTRICAS A PARTIR DO RELÓGIO DE SOL**

**PROBLEM POSING AND PROBLEM SOLVING: EXPLORING TRIGONOMETRIC RATIOS
BASED ON THE SUNDIAL**

Produto Educacional associado à dissertação de mestrado intitulada “Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Razões Trigonométricas através da Proposição e Resolução de Problemas” do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *campi* Cornélio Procópio e Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dra. Andresa Maria Justulin

Coorientadora: Prof.^a Dra. Norma Suely Gomes Allevato

**LONDRINA
2026**



Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.
Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



MARIA BEATRIZ BACK

**ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS ATRAVÉS DA PROPOSIÇÃO E
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 19 de Junho de 2026

Dra. Andresa Maria Justulin, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Erica Marlucia Leite Pagani, Doutorado - Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (Cefet/Mg)

Dra. Janaina Poffo Possamai, Doutorado - Fundação Universidade Regional de Blumenau, Centro de Ciências Tecnológicas.

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 14/08/2026.

SUMÁRIO

Resolução de Problemas	07
MEAAMaRP.....	10
Etapas da MEAAMaRP.....	11
Proposição de Problemas.....	14
Componentes da PP	15
Como desencadear uma aula de Proposição de Problemas.....	17
Uma aula de Proposição e Resolução de Problemas.....	20
Considerações para o professor.....	30
Referências.....	31
Apêndices.....	32

APRESENTAÇÃO



Olá, queridos colegas
professores!
Esperamos que
todos estejam bem!

Este material foi elaborado por Maria Beatriz Back, professora da rede pública de ensino da cidade de Apucarana/PR e mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) e pelas professoras doutoras Andresa Maria Justulin e Norma Suely Gomes Allevato, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), orientadoras deste trabalho. Sua produção está vinculada à pesquisa de mestrado profissional intitulada “ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS ATRAVÉS DA PROPOSIÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS”.

GUIA

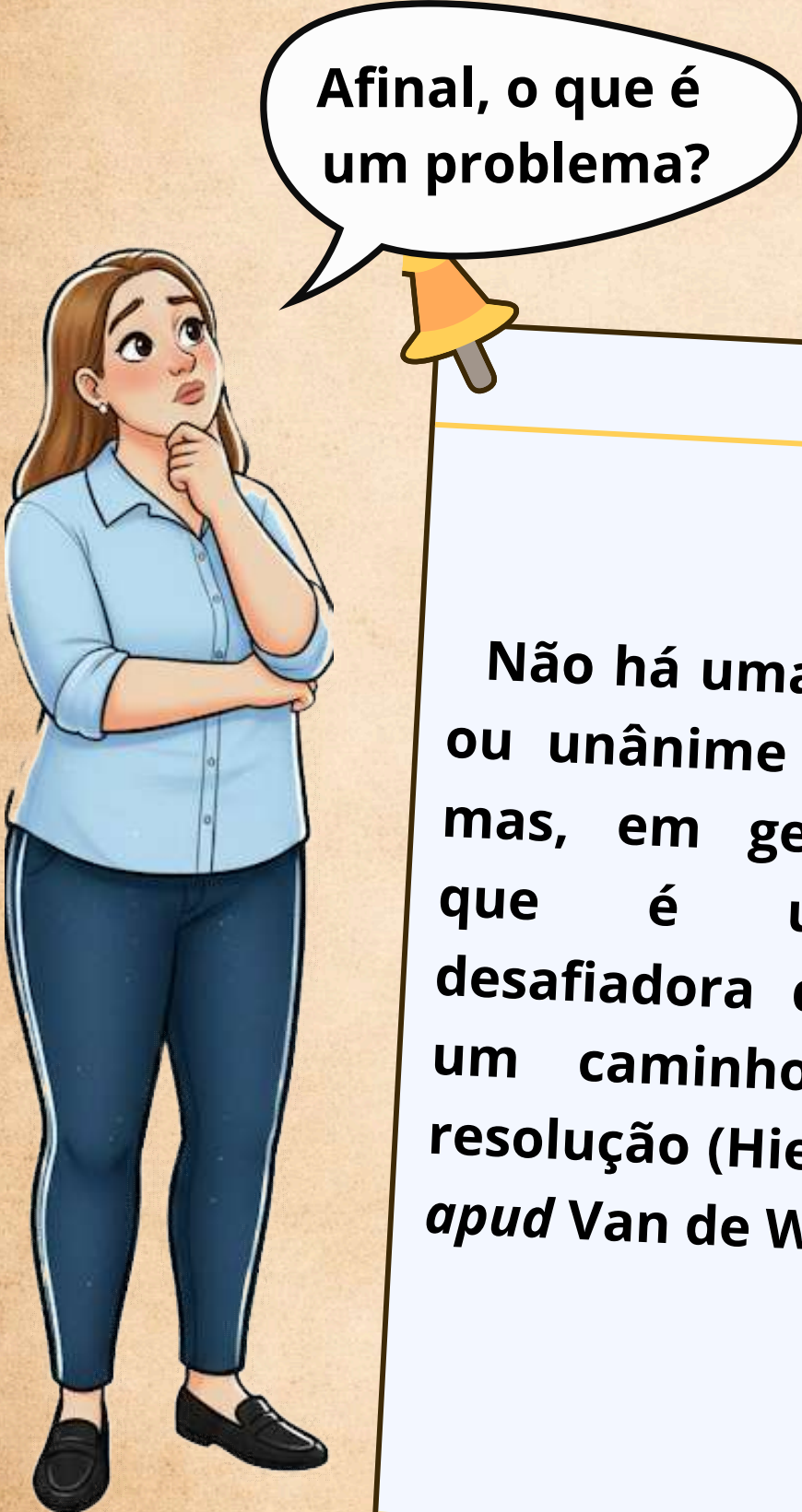
Este guia foi cuidadosamente estruturado, apresentando as ideias de Resolução e Proposição de Problemas. Diferentemente do ensino tradicional, focado na memorização de fórmulas, esta proposta didática fundamenta-se na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

O foco deste material está na Proposição de Problemas como ponto de partida. O problema não é trabalhado como aplicação do conteúdo ou objeto de aprendizagem, mas é o meio pelo qual o novo conceito é apresentado. Cabe ao professor incentivar os alunos a buscarem estratégias próprias, a questionarem seus resultados e a validarem suas estratégias antes da formalização teórica.

Além disso, o guia apresenta uma sequência de aulas destinada ao Ensino Médio, baseada na Proposição e Resolução de Problemas, com o objetivo de abordar os conceitos de razões trigonométricas, a partir da utilização de um relógio de sol.

Ao longo das atividades, o estudante assume o papel de protagonista de sua própria aprendizagem, enquanto o professor, nesse contexto, assume o papel de mediador, utilizando as dúvidas e os erros dos grupos para aprofundar as discussões coletivas.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS



Afinal, o que é
um problema?

Não há uma definição única ou unânime sobre o termo, mas, em geral, entende-se que é uma situação desafiadora que não possui um caminho prescrito de resolução (Hiebert *et al.*, 1997 *apud* Van de Walle, 2009).

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Há várias definições para o que é um problema, mas o que precisa estar claro é que ele visa à construção de um novo conteúdo ou conceito matemático. Podemos considerar que problema é “[...] tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver” (Onuchic, 1999, p. 215); a autora ainda esclarece que “[...] o problema não é um exercício no qual o aluno aplica de forma quase mecânica uma fórmula ou uma determinada técnica operatória” (Onuchic, 1999, p. 215).

A resolução de problemas envolve a proposição de tarefas matemáticas que constituem desafios intelectuais aos alunos. O objetivo é que esses desafios ampliem a compreensão e o desenvolvimento matemático dos estudantes (Cai; Lester, 2012).

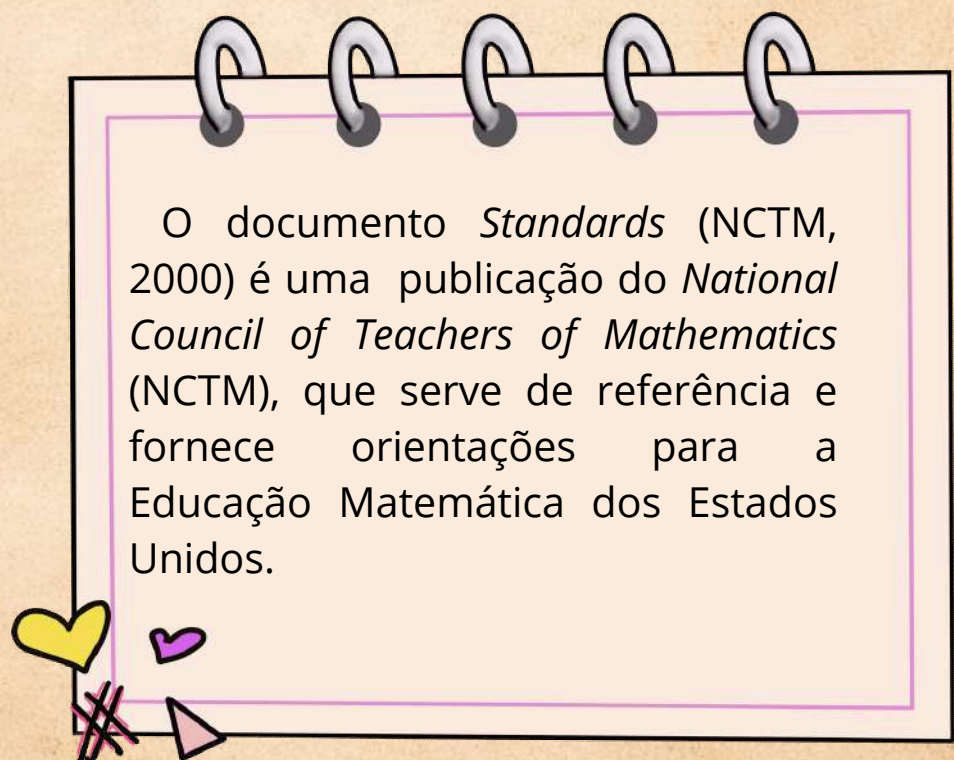
Existem diferentes formas de trabalhar a Resolução de Problemas em sala de aula. Neste Produto Educacional, o foco estará no ensino através da Resolução de Problemas, articulado à Proposição de Problemas.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Ensinar Matemática através da Resolução de Problemas começa com um problema, e o conhecimento matemático é construído enquanto se trabalha para resolvê-lo.

Os *Standards* (NCTM, 2000) trazem a Resolução de Problemas como um padrão de processo para o ensino e a aprendizagem de Matemática, e, assim, fortaleceu-se a abordagem de *Teaching through problem solving*.

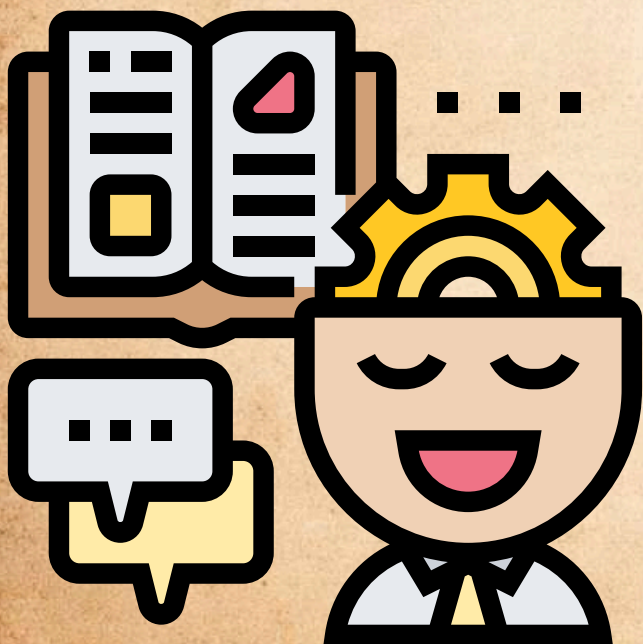
No Brasil, essa abordagem passou a ser considerada uma metodologia de ensino, a partir dos estudos da pesquisadora Lourdes de la Rosa Onuchic, e foi denotada como Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP).



MEAAMaRP

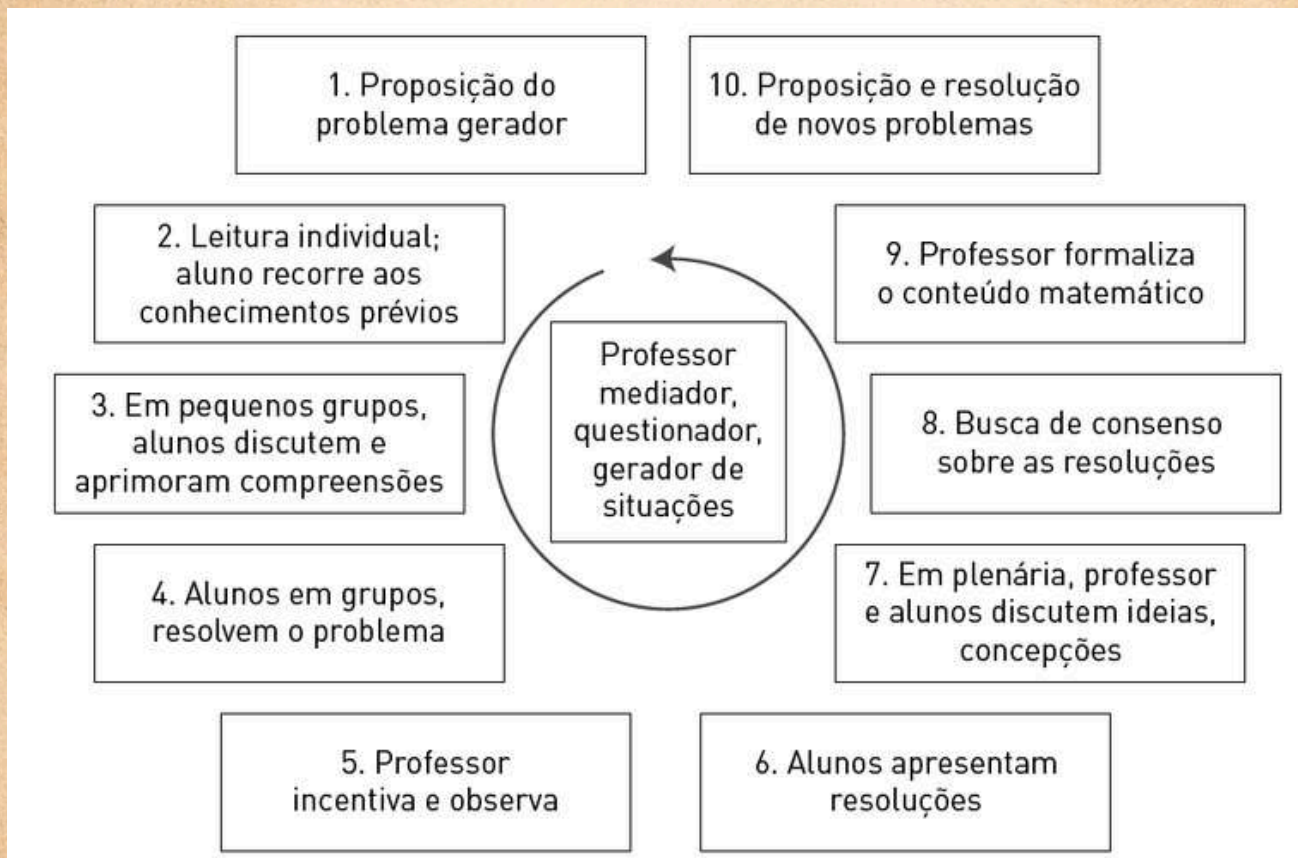
No contexto brasileiro, o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), da UNESP, *campus* de Rio Claro, sob a liderança de Onuchic, desenvolveu pesquisas e aprimorou um roteiro de atividades a serem desenvolvidas pelo professor para ensinar Matemática através da Resolução de Problemas.

Segundo Onuchic (1999), ensinar Matemática através da Resolução de Problemas tem como principal objetivo ajudar os alunos a aprender conteúdos, conceitos, processos e técnicas necessários em cada tema curricular. Essa metodologia apoia-se, portanto, na convicção de que o aluno aprende Matemática enquanto resolve problemas.



**Na página seguinte,
apresenta-se o roteiro
proposto pelo GTERP:**

Etapas da MEAAMaRP



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51)

1. Preparação do problema: consiste na proposição de um problema gerador, que pode ser selecionado ou elaborado pelo professor ou mesmo pelos alunos, que permitirá a construção de um conceito ou conteúdo que não tenha sido trabalhado.

2. Leitura individual: consiste na leitura por cada aluno do problema gerador.

3. Leitura em grupos: os alunos formam pequenos grupos e é solicitada uma nova leitura e discussão do problema.

ETAPAS DA MEAAMaRP

4. Resolução do problema: os pequenos grupos de alunos, em interação, buscam resolver o problema, usando seus conhecimentos prévios.

5. Observar e incentivar: enquanto os alunos tentam resolver o problema, o professor assume uma postura orientadora e estimuladora.

6. Registro das resoluções na lousa: após a resolução do problema, um representante de cada grupo é convidado a registrar suas resoluções na lousa, sejam elas corretas ou não.

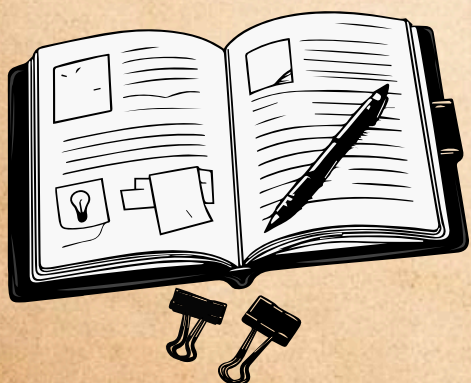
7. Plenária: os alunos são convidados a expor como raciocinaram, explicar e defender seus pontos de vista com relação à resolução apresentada para o problema.

8. Busca do consenso: analisadas as resoluções e sanadas as dúvidas, o professor e seus alunos devem chegar a um consenso sobre a melhor forma de resolução, com vistas à construção do conteúdo matemático que se deseja alcançar.

MEAAMaRP

9. Formalização do conteúdo: nesse penúltimo momento, o professor registra na lousa o conteúdo que se pretendia construir nesse processo, ou seja, por meio do problema gerador, sem desconsiderar os caminhos seguidos pelos alunos: apresenta definições, notações, processos e outros elementos planejados para a aula.

10. Proposição e resolução de novos problemas: para a conclusão do processo e de modo a consolidar ou ampliar as compreensões acerca do tópico matemático introduzido na aula, faz-se necessário que o professor ou os próprios alunos proponham novos problemas a serem resolvidos.



PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

De acordo com Zhang e Cai (2021), a proposição de problemas matemáticos é o processo de criar e expressar problemas dentro da Matemática. Assim como a resolução de problemas, ela ajuda os estudantes a entender conceitos, desenvolver raciocínio e aprimorar a comunicação matemática (Zhang; Cai, 2021).

Dependendo dos objetivos estabelecidos pelo professor para a aula, a proposição de problemas pode ter diferentes finalidades educacionais (English, 2020). Essa prática também tem potencial para avaliar a aprendizagem dos alunos, pois permite revelar seus pensamentos sobre um determinado conteúdo, procedimento ou conceito matemático.



COMPONENTES DA PP

Possamai e Allevato (2023) destacam que é preciso diferenciar formulação de problemas e elaboração de problemas. As autoras definem a formulação de problemas como a etapa inicial, em que o professor propõe a tarefa e o estudante começa a formular ideias sobre o contexto matemático e os elementos do problema, produzindo significado e estabelecendo conexões.

A elaboração de problemas é a fase de registro das ideias iniciais, na qual o estudante formaliza suas ideias e articula os dados, de modo que a Matemática se conecte aos elementos pretendidos e à proposta do ponto de partida. Assim, na criação de problemas, o estudante passa pelos processos de formulação e elaboração. Assim, na criação de problemas, o estudante passa pela formulação e pela elaboração.



SOBRE FORMULAR, ELABORAR, CRIAR E PROPOR PROBLEMAS

A formulação e a elaboração referem-se à fase de criação dos problemas. Já a apresentação ocorre quando:

[...] se submete o problema - criado pelo professor, por outros autores (de livro didático ou de outros materiais) ou mesmo pelos estudantes - ao potencial resolvidor. Ou seja, definimos a proposição de problemas como um processo que envolve a criação de problemas e avança para a sua apresentação a um potencial resolvidor, que pode ser quem criou o problema, um colega ou outra pessoa (Possamai; Allevato, 2024, p. 17).

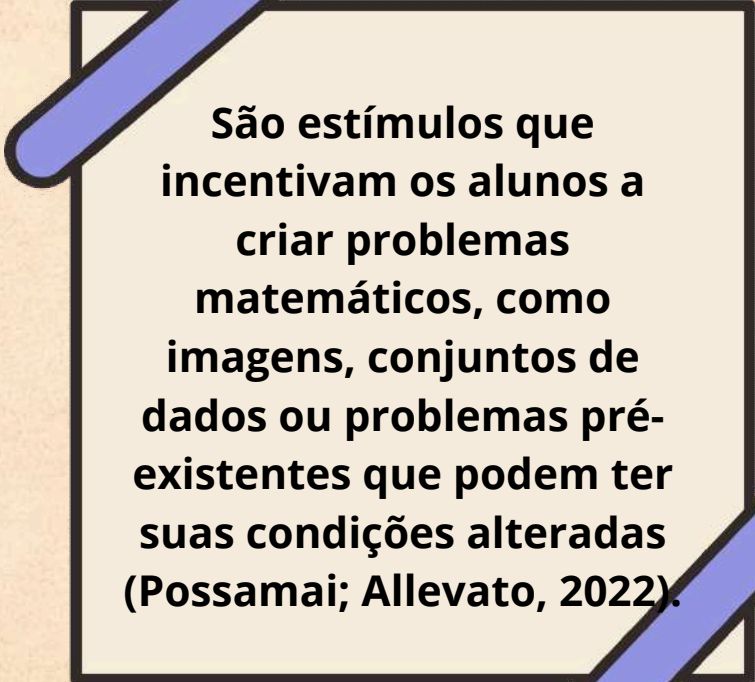


Fonte: Possamai e Allevato (2024)

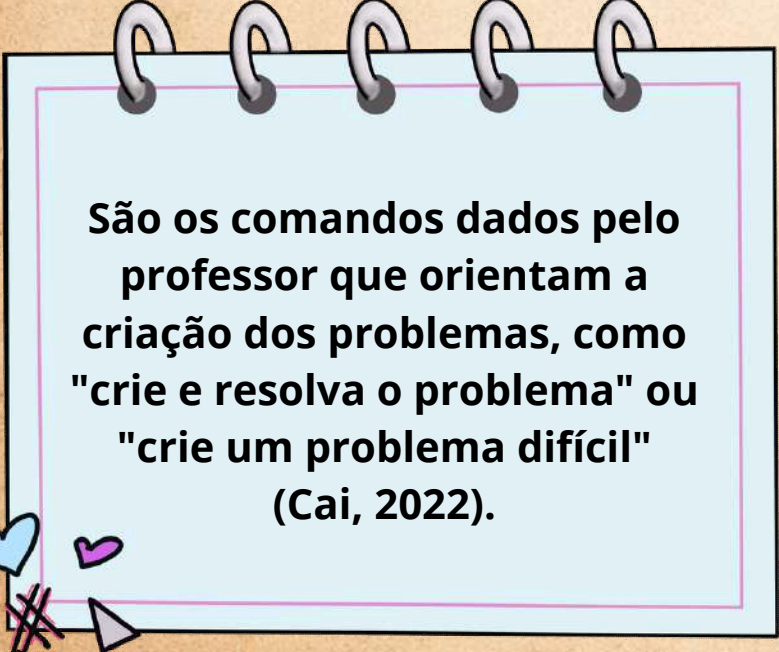
Como desencadear uma aula de Proposição de Problemas?

Uma atividade de proposição de problemas é constituída por elementos disparadores e *prompts*:

ELEMENTO DISPARADOR



São estímulos que incentivam os alunos a criar problemas matemáticos, como imagens, conjuntos de dados ou problemas pré-existentes que podem ter suas condições alteradas (Possamai; Allevato, 2022).



São os comandos dados pelo professor que orientam a criação dos problemas, como "crie e resolva o problema" ou "crie um problema difícil" (Cai, 2022).

PROMPT

Como desencadear uma aula de Proposição de Problemas?

No ensino que incorpora a Proposição de Problemas, segundo Silver e Cai (2005), o professor pode estabelecer diferentes pontos de partida ou orientações para guiar as atividades dos estudantes. Essas orientações funcionam como critérios para definir o foco da criação dos problemas pelos alunos:

Abordagem Adotada: refere-se ao tipo de atividade que os estudantes devem desenvolver (ex.: criar um problema totalmente novo, reformular um problema dado, etc.);

Estrutura do Problema: concentra-se nos componentes formais que o problema deve ter: o enunciado, os dados fornecidos e o resultado (ou solução) esperado;

Conteúdo Matemático: consiste no tópico ou conceito específico da Matemática que deve estar presente no problema formulado (ex.: frações, funções quadráticas, cálculo de área, etc.);

Contexto do Problema: diz respeito à situação ou ao cenário que deve ser representado no problema (ex.: problemas ambientais, finanças pessoais, situações esportivas, etc.).

Mas, lembre-se, professor(a)...

A proposição de problemas em sala de aula, seja ela mais ou menos estruturada, deve ser planejada pelo professor com clareza de objetivos. A organização da atividade é crucial para o seu sucesso, e, conforme apontado por Allevato e Possamai (2022), a delimitação clara desses objetivos é o que permite ao professor orientar e conduzir de forma mais adequada suas ações e as dos estudantes, integrando os elementos que compõem a proposição de problemas.



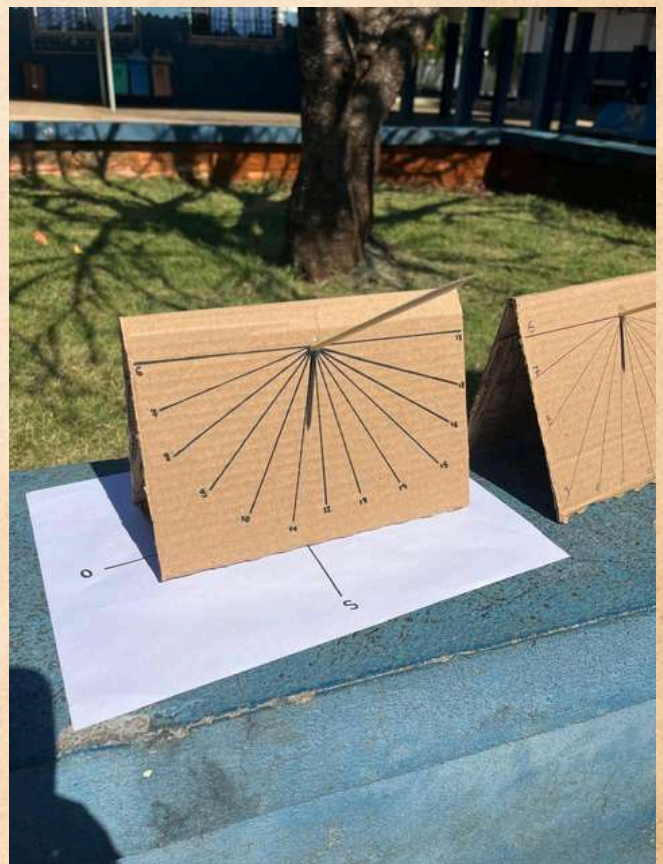
Uma aula de Proposição de Problemas a partir do relógio de sol como elemento disparador

Materiais para a construção do relógio de sol:

Folha sulfite, papelão ou cartolina, palito de churrasco, transferidor, régua, lápis ou caneta, tesoura e bússola.

As orientações para construir o relógio estão disponíveis no link:

<https://lnk.ink/fAm1l>



O vídeo e a construção do relógio de sol foram os elementos disparadores da atividade de Proposição de Problemas, com o objetivo de explorar as razões trigonométricas.

Após construírem o relógio de sol, os alunos foram ao pátio do colégio para observar como ele funcionava. Receberam uma folha para anotar os dados, mediram o ponteiro e registraram o comportamento da sombra ao longo do tempo.

Folha entregue aos grupos

Integrantes do grupo: _____

Data: ____ / ____ / ____

Como foi produzir o relógio de sol? Vocês sabiam que ele existia? Conheciam essa história?

|

Após a experiência de observar o relógio projetando sombra para indicar a hora, registre suas percepções:

- Qual foi o horário anotado?
- Qual a dimensão do ponteiro?
- Qual o comprimento da sombra?
- É possível identificar alguma variação angular na sombra projetada?
- Você consegue observar algum formato nessa sombra?

Com base nas observações, anotações e no *prompt* fornecido pela professora, cada grupo criou dois problemas (conforme página 22).

PROMPT DA PRIMEIRA ETAPA e OS PROBLEMAS PROPOSTOS PELOS GRUPOS

PROMPT: "Crie um problema fácil e um problema difícil"

A partir desse comando, cada grupo criou dois problemas:

GRUPO 1

1. Qual é a soma do comprimento do ponteiro e o comprimento da sombra às 10h30 da manhã?
2. Se a sombra mede 12 cm, qual o tamanho do ponteiro sabendo que o ângulo entre eles é reto?

GRUPO 2

3. O ponteiro do relógio tem 12 cm e sua sombra tem 13 cm. Qual a razão entre o comprimento da sombra e o ponteiro?
4. Supondo que o horário seja 8h30 da manhã qual seria o ângulo referente a esse horário?

GRUPO 3

5. Pensando que o horário seja 15h00 da tarde, qual seria o ângulo referente à sombra do ponteiro, que mede 15cm, 3cm a mais que a medida da sombra?
6. Se ao meio-dia a sombra projetada mede 5 cm, às 15h00 mede 12 cm, qual será a medida às 18h00?

PROMPT DA PRIMEIRA ETAPA e OS PROBLEMAS PROPOSTOS PELOS GRUPOS

GRUPO 4

7. Se a sombra mede meio palmo, qual o tamanho da sombra se o palito fosse duas vezes maior?
8. Qual medida da sombra de um palito em pé e reto às 10h30 cujo a medida do palito é o triplo de 1 e o ângulo é 120° ?

GRUPO 5

9. Em uma bela manhã, Maria estava fazendo um projeto sobre um relógio de sol. Sua tarefa era criar um relógio capaz de indicar o horário de acordo com a posição do sol. A professora pediu para ela descobrir o tamanho da sombra com as seguintes informações: No momento do experimento era 10h36 e o ângulo referente à sombra era 120° . Qual o comprimento da sombra projetada sabendo que o palito mede 19,6 cm?
10. Um palito projeta uma sombra de 20 cm. Se o palito fosse três vezes menor qual seria o tamanho da sombra, considerando que a luz permanece na mesma posição e o ângulo não muda?

PROBLEMA GERADOR

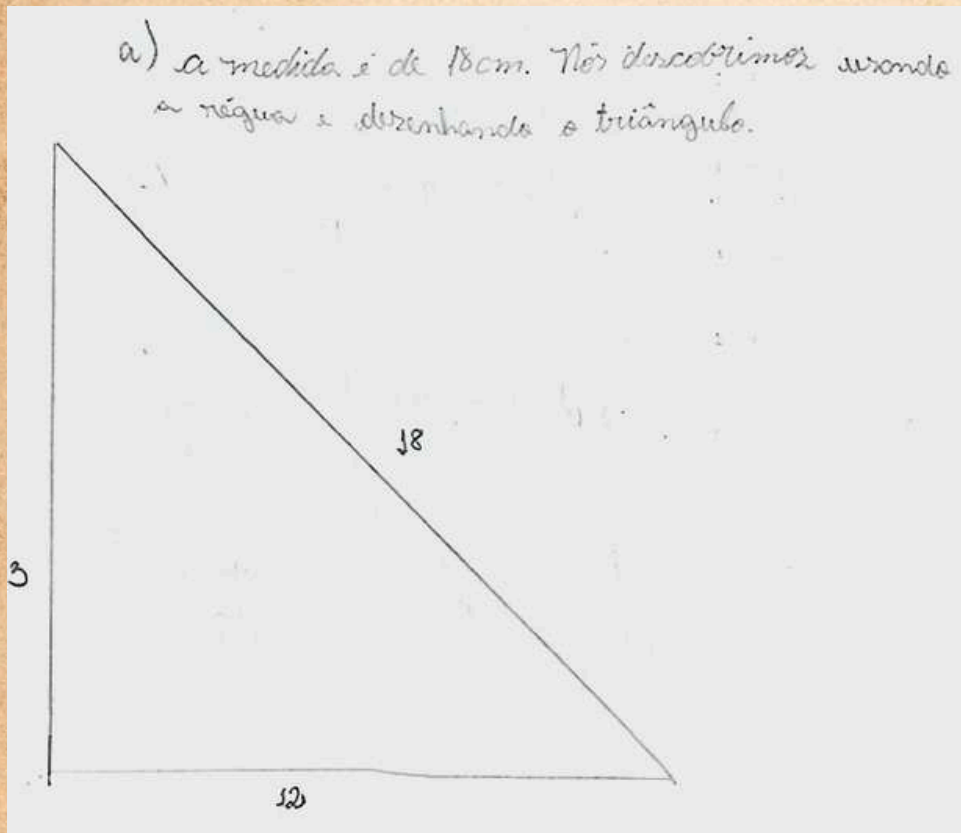
Após os grupos proporem os problemas, foi selecionado o problema desenvolvido pelo Grupo 2: “O ponteiro do relógio tem 12 cm e sua sombra tem 13 cm. Qual a razão entre o comprimento da sombra e o ponteiro?”

Esse problema foi reformulado, pois julgamos que, por meio dele, as razões trigonométricas — seno, cosseno e tangente — poderiam ser exploradas. Assim, este exercício constituiu-se como problema gerador.

O ponteiro de um relógio mede 12 cm e projeta uma sombra de 13 cm sobre uma superfície plana. Considerando que o ponteiro e a sombra formam um triângulo retângulo, responda:

- a) Qual é a medida do comprimento do lado que conecta a extremidade do ponteiro à extremidade da sombra? Como você descobriu esse comprimento?**
- b) Encontre a razão entre a medida da sombra do ponteiro e a medida do lado maior desse triângulo.**
- c) Encontre a razão entre a medida do ponteiro e a medida do lado maior desse triângulo.**
- d) Encontre a razão entre a medida do ponteiro e a medida da sombra do ponteiro.**

ALGUMAS RESOLUÇÕES DOS ALUNOS PARA O PROBLEMA GERADOR



Os alunos usaram o desenho e o teorema de Pitágoras para a resolução do item a.

Nos itens b, c e d, os alunos inverteram a ordem do antecedente e do consequente da razão, por isso chegaram ao resultado errado.

①

A hand-drawn right-angled triangle with a vertical leg of 12, a horizontal leg of 13, and a hypotenuse labeled 'h'.

$$H^2 = c_1^2 + c_2^2$$

$$H^2 = 12^2 + 13^2$$

$$H^2 = 144 + 169$$

$$H = \sqrt{313}$$

R. Usando o teorema $H = 17,7$ aproximado de Pitágoras

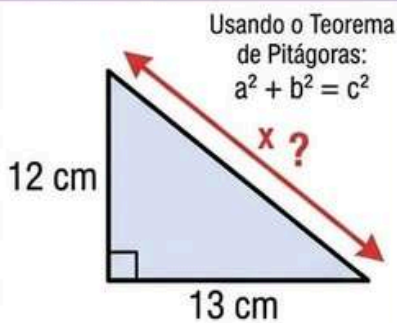
② $17,7 \div 13 \rightarrow 1,36$

③ $17,7 \div 12 \rightarrow 1,475$

④ $\frac{12}{13} = 0,923$

RESOLUÇÕES PARA O PROBLEMA GERADOR

Item A: Comprimento da Hipotenusa



Resolução 1 (Exata):

$$12^2 + 13^2 = x^2 \rightarrow$$

$$144 + 169 = x^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 313 = x^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \sqrt{313} \text{ cm}$$

Resolução 2 (Aproximada):

$$x \approx 17,69 \text{ cm}$$

Item B: Razão Sombra / Hipotenusa

Definição:

Comprimento da Sombra / Comprimento do Lado Maior (Hipotenusa)

Resolução 1 $\frac{13}{\sqrt{313}}$ (Fração):

$$\text{Razão} = \frac{13}{\sqrt{313}}$$

Resolução 2 (Decimal):

$$\text{Razão} \approx \frac{13}{17,69}$$

$$\approx 0,735$$

Item C: Razão % Ponteiro / Hipotenusa

Definição:

Comprimento do Ponteiro / Comprimento do Lado Maior (Hipotenusa)

Resolução 1 $\frac{12}{\sqrt{313}}$ (Fração):

$$\text{Razão} = \frac{12}{\sqrt{313}}$$

Resolução 2 (Decimal):

$$\text{Razão} \approx \frac{12}{17,69}$$

$$\approx 0,678$$

Item D: Razão $\frac{12}{13}$ Ponteiro / Sombra

Definição:

Comprimento do Ponteiro / Comprimento da Sombra

Resolução 1 $\frac{12}{13}$ (Fração):

$$\text{Razão} = \frac{12}{13}$$

Resolução 2 (Decimal):

$$\text{Razão} \approx 0,923$$

FORMALIZAÇÃO DO CONTEÚDO

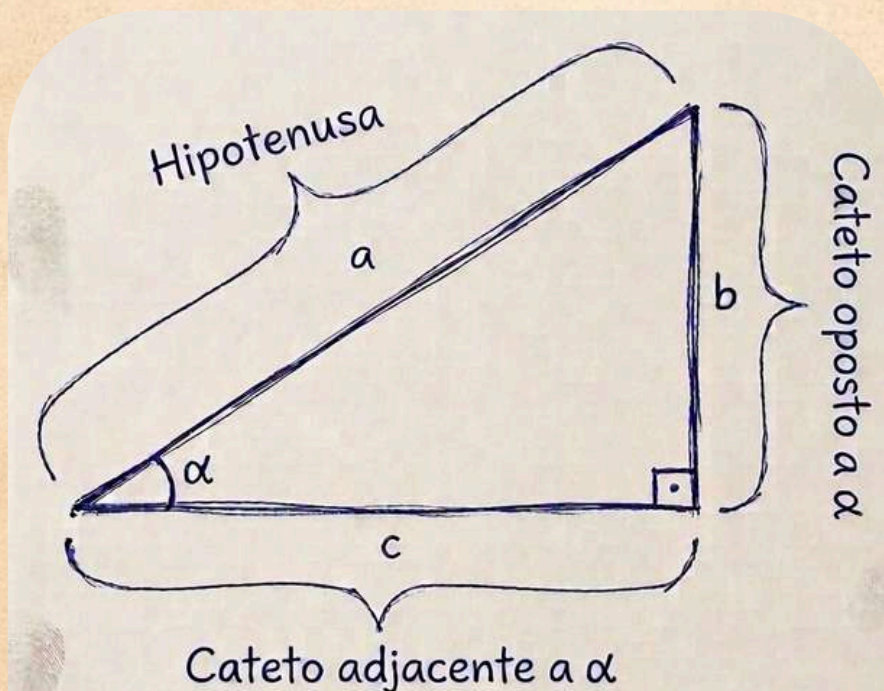
As Razões trigonométricas são relações que associam as medidas dos lados e dos ângulos de um triângulo retângulo, permitindo determinar a medida de um de seus elementos quando os demais são conhecidos.

Fixando um ângulo agudo, temos as relações a seguir:

1ª) Seno de um ângulo agudo é a razão entre o cateto oposto ao ângulo e a hipotenusa.

2ª) Cosseno de um ângulo agudo é a razão entre o cateto adjacente ao ângulo e a hipotenusa.

3ª) Tangente de um ângulo agudo é a razão entre o cateto oposto ao ângulo e o cateto adjacente ao ângulo (Iezzi, 2013).



$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{Cateto adjacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}} = \frac{b}{c}$$

Fonte: autoria própria

Após percorrer as primeiras nove etapas da MEAAMaRP, desde o problema gerador até a formalização, a décima etapa consistiu na proposição de novos problemas pelos alunos. Estimulados por um novo *prompt* da professora, os estudantes iniciaram um novo ciclo de proposição, utilizando a resolução e a formalização do problema anterior como elemento disparador.

Prompt A: Crie um problema fornecendo duas medidas de um triângulo retângulo e utilizando uma das razões trigonométricas.

Prompt B: Crie um problema fornecendo uma medida de um lado do triângulo e a medida de um ângulo agudo (além do ângulo reto).

A décima etapa foi marcada pela proposição de novos problemas pelos próprios estudantes. A resolução dessas atividades serviu como um instrumento de avaliação da aprendizagem, possibilitando avaliar em que medida o conceito de razões trigonométricas havia sido compreendido

Os grupos que eram 5, nesse momento, se tornaram 4 por questões da saída de alguns alunos da escola. Cada um dos 4 grupos criou outros dois problemas (página 29) a partir desses *prompts*.

PROBLEMAS PROPOSTOS PELOS GRUPOS NA DÉCIMA ETAPA

GRUPO 1

1. Um triângulo possui dois lados medindo 5cm e 12cm. Se o ângulo entre eles é de 30° graus, calcule o comprimento do lado oposto a esse ângulo.
2. Um triângulo tem um lado medindo 10cm e um ângulo perto desse lado medindo 45° graus. Calcule o comprimento do outro lado oposto.

GRUPO 2

3. Em um triângulo o cateto adjacente mede 8cm e a hipotenusa mede 10cm, qual o valor do ângulo?
4. Um triângulo tem um lado com 7 metros e outro lado com 9 metros, o ângulo é 60° . Qual a medida do lado que está na frente desse ângulo?

GRUPO 3

5. Se em um triângulo, o cateto oposto mede 6cm e o ângulo é de 45° graus, qual o comprimento da hipotenusa?
6. O lado do triângulo mede 12cm e o outro 13cm, qual é a razão?

GRUPO 4

7. Qual a medida de uma sombra que forma um triângulo, onde um lado mede 8 cm e o outro lado mede 12 cm?
8. Se a sombra mede 12 cm, qual o tamanho do ponteiro sabendo que temos um ângulo reto?

CONSIDERAÇÕES AOS PROFESSORES

Este Produto Educacional foi pensado como um guia para transformar a sala de aula em um ambiente de investigação. Ao utilizar o relógio de sol, a proposta desloca o ensino de razões trigonométricas de um modelo puramente abstrato para uma experiência conectada à realidade do estudante.

Nesta dinâmica, seu papel, professor(a), não é fornecer respostas imediatas, mas atuar como mediador. É fundamental incentivar os alunos e utilizar os erros e dúvidas dos grupos como ponto de partida para promover discussões coletivas durante a plenária e validar as estratégias apresentadas pelos estudantes, antes da formalização do conteúdo.

A proposta de aula com o relógio de sol pode ser adaptada conforme a necessidade de cada professor. Para adaptar a proposta à realidade da turma, o professor pode ajustar o nível de complexidade dos comandos (*prompts*), permitindo que grupos com mais facilidade explorem relações trigonométricas avançadas, enquanto oferece suporte visual ou problemas mais estruturados para aqueles que ainda estão consolidando conceitos básicos.

Referências

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, L. R. et al. (org.). **Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Rio de Janeiro: Paciolli, 2021. p. 1-20.

BACK, M. B.; JUSTULIN, A. M.; ALLEVATO, N. S. G. Propor e resolver problemas para aprender trigonometria: possibilidades a partir do relógio de sol. **Ensino e Tecnologia em Revista**, Londrina, v. 9, n. 3, p. 629-645, set./dez. 2025.

CAI, J.; LESTER, F. Por que o Ensino com Resolução de Problemas é Importante para a Aprendizagem do Aluno? **Boletim GEPEM**, Tradução de BASTOS, A. S. A. M. e ALLEVATO, N. S. G., Rio de Janeiro, n. 60, p. 241-254, 2012.

CAI, J.; MOYER, J. C.; WANG, N.; HWANG, S.; NIE, B.; GARBER, T. Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. **Educational Studies in Mathematics**, v. 83, n. 1, p. 57-69, 2013. DOI: 10.1007/s10649-012-9429-3.

DENZIN, Norman K.; LINCOLN, Yvonna S. (org.). **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

IEZZI, G. **Fundamentos de matemática elementar. 3. trigonometria**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2000.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap. 12, p. 199-220.

POSSAMAI, J. P.; ALLEVATO, N. S. G. Proposição de Problemas: entendimentos. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, v. 38, p. e2300421, 2024a.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicações em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZHANG, D.; CAI, J. Students' mathematical thinking and reasoning in problem-solving and problem-posing. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 52, n. 11, p. 1729-1748, 2021.

Apêndice A - Folha dos grupos

Integrantes do grupo: _____

Data: ____/____/____

Como foi produzir o relógio de sol? Vocês sabiam que ele existia? Conheciam essa história?

Após a experiência de observar o relógio projetando sombra para indicar a hora, registre suas percepções:

- Qual foi o horário anotado?
- Qual o comprimento do ponteiro?
- Meça o comprimento da sombra projetada:
- Meça, com o auxílio de um transferidor, o ângulo formado entre o ponteiro e a sombra:
- Você consegue identificar alguma forma geométrica na projeção observada?

APÊNDICE B - Problema gerador

Problema: O ponteiro de um relógio mede 12 cm e projeta uma sombra de 13 cm sobre uma superfície plana. Considerando que o ponteiro e a sombra formam um triângulo retângulo, responda:

- a) Qual é a medida do comprimento do lado que conecta a extremidade do ponteiro à extremidade da sombra? Como você descobriu esse comprimento?
- b) Encontre a razão entre a medida da sombra do ponteiro e a medida do lado maior desse triângulo.
- c) Encontre a razão entre a medida do ponteiro e a medida do lado maior desse triângulo.
- d) Encontre a razão entre a medida do ponteiro e a medida da sombra do ponteiro.