FRAÇÕES NA MEDIDA CERTA!

VANESSA GARCIA SHIINOOKI
ZENAIDE DE FÁTIMA DANTE CORREIA ROCHA
HENRIQUE RIZEK ELIAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENSINO DA MATEMÁTICA

FRAÇÕES NA MEDIDA CERTA!

FRACTIONS JUST RIGHT!

VANESSA GARCIA SHIINOOKI
ZENAIDE DE FÁTIMA DANTE CORREIA ROCHA
HENRIQUE RIZEK ELIAS

LONDRINA
2025

FOLHA DE APROVAÇÃO

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina

VANESSA GARCIA SHIINOKI

FRAÇÕES NA PERSPECTIVA DE MEDIÇÃO E A ABORDAGEM INSTRUCIONAL 4A: UMA ANÁLISE DOS PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO MANIFESTADOS POR ESTUDANTES DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 27 de Março de 2025

Dra. Zenaide De Fatima Dante Correia Rocha, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Magna Natalia Marin Pires, Doutorado - Universidade Estadual de Londrina (Uel)

Dra. Maria Alice Veiga Ferreira De Souza, Doutorado - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo (Ifes)

O QUE VOCÊ VAI ENCONTAR AQUI...

Neste e-book, você encontrará uma sequência didática focada na introdução do conceito de frações sob a perspectiva de medição, utilizando as barras de Cuisenaire e a Abordagem Instrucional 4A.

O planejamento apresentado é voltado ao ensino de frações para o 5º ano do Ensino Fundamental e foi baseado no livro “Fração à Moda Antiga” (Amaral; Souza; Powell, 2021). São destacados trechos que ilustram o desenvolvimento da interação com os estudantes e a mobilização de processos de raciocínio matemático durante as aulas.

Além de atividades práticas, você encontrará sugestões para adaptar a abordagem às necessidades da sua turma, refletindo sobre a importância de se aprofundar nos conceitos e superar desafios comuns no ensino de frações.

Seja bem-vindo!!!

ÍNDICE

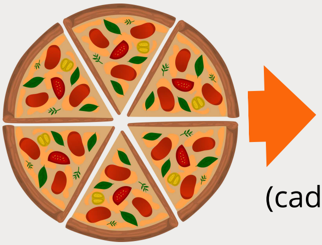
CONVITE — 05
APRESENTAÇÃO — 07
AS BARRAS DE CUISENAIRE E A PERSPECTIVA DE MEDIÇÃO — 09
ABORDAGEM INSTRUCIONAL 4A — 13
RACIOCÍNIO MATEMÁTICO — 18
SEQUÊNCIA DIDÁTICA, INTERAÇÃO E RACIOCÍNIO MATEMÁTICO — 22
AULA 1 — 23
AULA 2 — 32
AULA 3 — 41
AULA 4 — 48
PALAVRAS FINAIS — 55
DESAFIOS — 57
SUGESTÕES — 58
REFERÊNCIAS — 59

CONVITE

Olá, professor(a)!

Que bom que você está com este e-book em mãos! Sabemos que, no dia a dia da sala de aula, temos inúmeros desafios, e o ensino de frações é um dos temas que pode gerar dúvidas e dificuldades, tanto para os estudantes quanto para nós, professores.

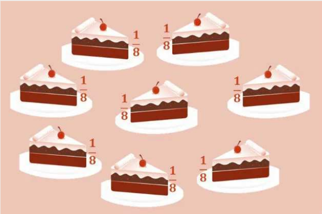
Ao falar sobre frações nos remete à imagem da pizza, bolo ou da torta dividida em fatias iguais, não é mesmo?



$\frac{1}{6}$

(cada pedaço)

Fonte: Adaptado Canva (2024).



Fonte: Gouveia, R. (s.d.).

Mas, e se disséssemos que frações podem ser exploradas de outras maneiras? Que tal **medi-las**, **compará-las** e **explorá-las** de uma forma prática e envolvente?

Com as barras de Cuisenaire como aliadas e a Abordagem Instrucional 4A, propomos uma outra perspectiva de trabalhar com frações, trazendo uma experiência que talvez seja diferente. Vamos mostrar como podemos expandir o entendimento das frações de uma maneira que, esperamos, que surpreenda e inspire!

CONVITE

Ah...Você não conhece as barras de Cuisenaire? Fique tranquilo, que logo vamos explicar! Mas para adiantar aqui estão elas:

Fonte: Powell (2019a)

A proposta deste e-book é justamente convidá-lo(a) a conhecer as frações na perpectiva de medição e os processos de raciocínio matemático que podem ser mobilizados por seus alunos.

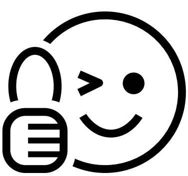
Nós esperamos que, ao final deste e-book, você se sinta confiante, se inspire nas ideias que vamos compartilhar e, o mais importante, que possa adaptar tudo isso ao contexto de sua turma.

Você está pronto para aceitar o nosso convite?

APRESENTAÇÃO

Este Produto Educacional é resultado da pesquisa de mestrado profissional de título “Frações na perspectiva de medição e a Abordagem Instrucional 4A: uma análise dos processos de raciocínio matemático manifestados por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental”, realizada por Vanessa Garcia Shiinoki sob a orientação da professora Dra. Zenaide de Fátima Dante Correia Rocha e coorientação do professor Dr. Henrique Rizek Elias.

O mestrado profissional foi realizado no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) multicampi Cornélio Procópio e Londrina. Vale destacar que a pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisas envolvendo Seres Humanos da UTFPR (CAAE: 71636523.7.0000.5547).



Ah...O Produto Educacional é destinado não só a professores do 5º ano do Ensino Fundamental, mas também a docentes de outros anos escolares interessados no ensino de frações pela perspectiva de medição.

APRESENTAÇÃO

No nosso Produto Educacional, você encontrará quatro aulas, baseadas na Abordagem Instrucional 4A. As aulas apresentam o conceito de frações por meio da perspectiva de medição, utilizando as barras de Cuisenaire. Essa abordagem permite que os estudantes desenvolvam a compreensão das frações a partir da medição.

AULA 1

EXPLORAÇÃO E COMPARAÇÃO COM BARRAS DE CUISENAIRE

AULA 2

COMPARAÇÃO E SIMBOLOGIA COM BARRAS DE CUISENAIRE

AULA 3

REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÕES COM BARRAS DE CUISENAIRE

AULA 4

COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS

Além disso, são apresentados trechos de diálogos entre os estudantes e a professora (primeira autora deste material), ilustrando as formas de pensar dos estudantes e evidenciando como os processos de raciocínio foram mobilizados durante as aulas. Espera-se que esses exemplos de interações sirvam de apoio a você, professor, na realização das atividades com seus próprios estudantes, proporcionando um ensino concreto, interativo e acessível.

AS BARRAS DE CUISENAIRE E A PERSPECTIVA DE MEDIÇÃO

Já parou para pensar em como algo simples como as barras de Cuisenaire pode contribuir com o ensino de frações? Powell (2019a; 2019b; 2023) nos mostra que essas barras têm um potencial incrível como ferramenta pedagógica, especialmente quando exploramos a ideia de medição. O mais interessante é que elas representam quantidades contínuas e comensuráveis, sem marcações ou divisões – o que dá liberdade para que os estudantes “brinquem” com as relações de tamanho. Ah, e só para você saber, o comprimento das barras varia de um a dez centímetros (confira na Figura 1).

Figura 1 - Uma escala das barras de Cuisenaire.

Fonte: Powell (2019a)

As barras de Cuisenaire, desenvolvidas pelo educador belga Georges Cuisenaire na década de 1950, são conjuntos de barras coloridas de diferentes comprimentos. Essas barras são utilizadas como instrumento pedagógico para o ensino de Matemática, permitindo que as crianças aprendam conceitos de número, medida, e aritmética por meio de manipulação visual e tátil.

Segundo o autor, as barras de Cuisenaire são muito mais do que simples materiais coloridos. Elas ajudam a explorar relações multiplicativas entre comprimentos de duas quantidades comensuráveis. E sabe o que é mais interessante? Isso permite que os alunos entendam e representem números racionais na forma fracionária de maneira visual e prática.

AS BARRAS DE CUISENAIRE E A PERSPECTIVA DE MEDIÇÃO

Quando pensamos em frações, muitas vezes imaginamos algo dividido em partes iguais, não é? Mas, na perspectiva da medição, Powell (2019a) nos convida a enxergar diferente: um número fracionário envolve uma relação matemática. Essa relação envolve comparar, de forma multiplicativa, duas quantidades da mesma natureza que compartilham uma unidade de medida comum. Interessante, não é?

Além disso, Powell (2018a) aponta várias vantagens de ensinar frações a partir dessa ideia de medição. Vamos explorar algumas delas?

(i) explorar as origens históricas das frações;

(ii) abordar e superar as dificuldades conceituais associadas à concepção tradicional de parte/todo;

(iii) facilitar a introdução de frações impróprias e a representação de números mistos;

(iv) promover positivamente o desenvolvimento do senso numérico em relação à magnitude, ordem, equivalência e desigualdade das frações;

(v) aprimorar a fluência oral dos nomes fracionários.

AS BARRAS DE CUISENAIRE E A PERSPECTIVA DE MEDIÇÃO

NOTE A SEGUIR, ALGUNS OBSTÁCULOS NA INTRODUÇÃO DAS FRAÇÕES UTILIZANDO A PERSPECTIVA PARTIÇÃO.

Confusões com as ideias e propriedades dos números naturais:
Em atividades que envolvem a escolha da fração maior, como entre 1/3 e 1/5, os estudantes frequentemente concluem que 1/5 é maior que 1/3, porque 5 é maior que 3. Algo semelhante ocorre na adição e subtração de frações, em que respostas como 1/3 + 1/2 = 2/5 são recorrentes. Esses erros evidenciam falhas na compreensão conceitual das frações.

Dificuldades com frações impróprias:
Estudantes têm dificuldade em entender como uma fração como 5/3 pode existir, já que o todo foi dividido em apenas 3 partes.

Limitações dos modelos visuais:
Os modelos de área, como círculos e retângulos, podem prejudicar o desenvolvimento conceitual dos alunos, especialmente em frações impróprias, sendo difícil representar adequadamente números maiores que a unidade. Além disso, a divisão não congruente das áreas pode levar a erros de interpretação.

Já as retas numéricas, embora auxiliem na percepção das magnitudes, também apresentam desafios, como a dificuldade dos alunos em trabalhar com intervalos maiores que 0 a 1 e em posicionar corretamente frações impróprias, revelando limitações no entendimento conceitual das frações.

Silveira, Souza e Powell (2024)

AS BARRAS DE CUISENAIRE E A PERSPECTIVA DE MEDIÇÃO

Devido aos desafios conhecidos da perspectiva de partição na compreensão de frações, é relevante realizar mais pesquisas para explorar como uma introdução inicial às frações com base na medição pode ajudar a superar esses obstáculos e fornecer uma outra maneira para compreender as diversas interpretações de frações dentro dessa perspectiva.

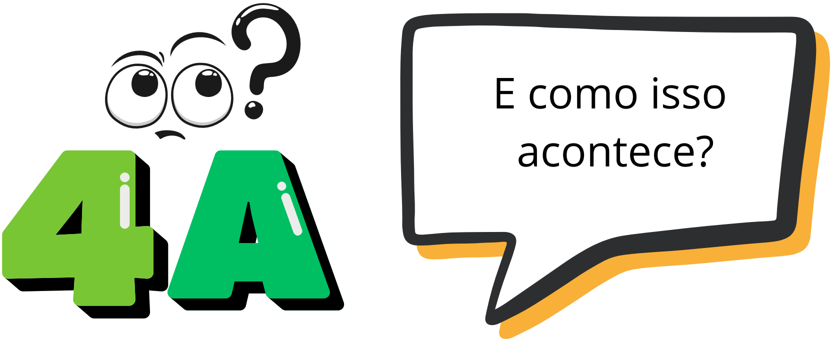
Dessa maneira, Powell desenvolveu uma abordagem pedagógico-instrucional conhecido como Abordagem Instrucional 4A, destinada a colaborar com a compreensão do conceito de frações por meio da perspectiva de medição, utilizando as barras de Cuisenaire como recurso educacional. Essa metodologia será detalhada a seguir.

Vamos conhecer!

ABORDAGEM INSTRUCIONAL 4A

A Abordagem Instrucional 4A foi criada com o objetivo de desenvolver o conceito de frações por meio de experiências baseadas em interpretações ontológicas e epistemológicas desse conceito.

A estrutura dessa abordagem é composta por quatro fases, organizadas para criar uma sequência de tarefas coerente e flexível.



A Abordagem Instrucional 4A envolve treze possíveis atividades distribuídas em quatro fases que englobam o processo de ensino e aprendizagem, começando pela experimentação, diálogo, avançando para ações virtuais e simbólicas. Essas etapas são chamadas de Ações Atuais (AA), Ações Virtuais (AV), Ações Escritas (AE) e Ações Formalizadas (AF). Nos quadros a seguir, Powell (2018b), sintetiza, cada uma das fases do Modelo Instrucional 4A.

ABORDAGEM INSTRUCIONAL 4A

AA

Ações Atuais

1. Engaje as capacidades motoras e mentais dos estudantes (manipule, observe, ouça, veja, abstraia, compare, sequencie, destaque e ignore...). Instrua-os a manipular as barras de maneiras específicas para que, por meio de suas ações sobre as barras, percebam as relações alvo entre eles.
2. Introduza a linguagem matemática, comparando-a, se necessário, à linguagem não matemática que os estudantes usam, e forneça oportunidades para que pratiquem falar matematicamente sobre o que realmente fazem e percebem com as barras.
3. Faça com que os estudantes criem suas próprias situações com as barras que correspondam ao que está sendo trabalhado.
4. Faça com que os estudantes falem, desenhem e escrevam sobre o que aprendem e forneça oportunidades para prática.

AV

Ações Virtuais

5. Envolva os estudantes em ações virtuais: manipulando imagens mentais das barras de maneiras semelhantes às que os estudantes executaram em ações reais.
6. Faça com que os estudantes criem, sem as barras, suas próprias situações matemáticas que correspondam ao que está sendo trabalhado.
7. Faça com que os estudantes falem e escrevam sobre o que aprendem e forneça oportunidades para prática.

Fonte: (Powell, 2018a, p. 410 tradução nossa)

ABORDAGEM INSTRUCIONAL 4A

AE

Ações Escritas

8. Introduza a escrita de expressões e equações matemáticas que representem o que os estudantes já podem fazer oralmente e virtualmente, e forneça oportunidades para prática com as barras disponíveis.
9. Faça com que os estudantes criem expressões ou equações com ou sem as barras disponíveis.
10. Faça com que os estudantes falem e escrevam sobre o que aprendem e forneça oportunidades para prática.

AF

Ações Formalizadas

11. Formalize simbolicamente ou como uma definição as ideias, conceitos e procedimentos matemáticos que têm sido a base das manipulações matemáticas reais e virtuais dos estudantes com as barras.
12. Faça com que os estudantes falem e escrevam sobre sua compreensão de suas ideias matemáticas em declarações formais, simbólicas ou de definição.
13. Forneça oportunidades para que os estudantes pratiquem sua representação formalizada, simbólica ou de definição do que fizeram com as barras.

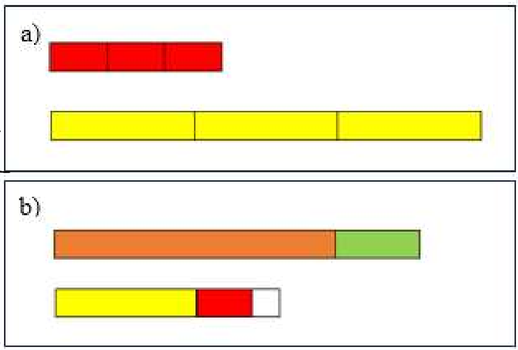
Fonte: (Powell, 2018a, p. 410 tradução nossa)

ABORDAGEM INSTRUCIONAL 4A

Na primeira fase, denominada de **Ações Atuais**, os estudantes devem estar familiarizados com o material e, para isso, é indicado que inicialmente realizem "desenhos" ou quaisquer atividades que os levem a perceber os atributos das barras, sobretudo o de comprimento na forma de uma escadinha – ordenação das barras de acordo com seus comprimentos, ordem crescente e decrescente.

Nessa fase, é necessário estabelecer nomenclaturas comuns que o professor utilizará durante as aulas, como "trem" que são barras colocadas ponta a ponta conforme indicado na Figura 2 - a) trem formado com uma única cor de barra. b) trem formado com duas cores ou mais.

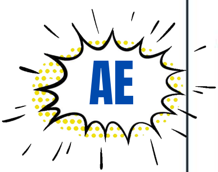
Figura 2 - Formação de trens



Fonte: os autores

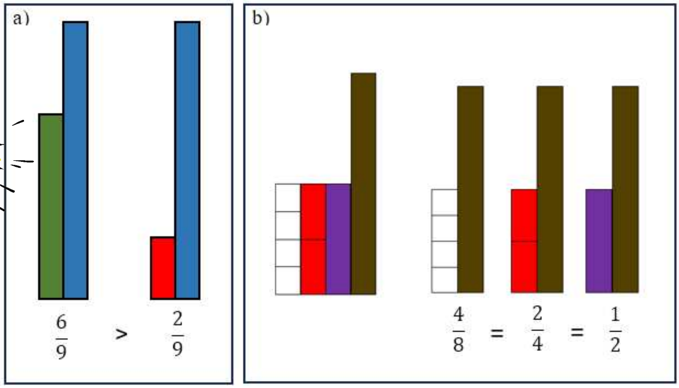
Na segunda fase, denominada de **Ações Virtuais**, é esperado que os estudantes respondam mentalmente e fluentemente às questões trabalhadas na fase anterior, como uma forma de transição entre a Ação Atual, uma fase concreta a uma fase mais abstrata.

ABORDAGEM INSTRUCIONAL 4A

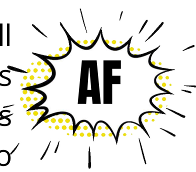


Na terceira fase, denominada de **Ações Escritas**, os estudantes escrevem sentenças comparando medidas e utilizando a linguagem matemática com as simbologias de "maior que", "menor que", "igual a" e "diferente de", conforme demonstrado na Figura 3. Nesse momento, o estudante é motivado a desenvolver expressões ou equações usando as barras, o que lhe permite verbalizar e registrar suas descobertas.

Figura 3 - Comparação de frações



Fonte: os autores



Na quarta e última fase, **Ações Formalizadas**, Powell (2018b) afirma que essa fase dá relevo às ideias matemáticas que os estudantes construíram nas três fases anteriores, a serem discutidas e escritas usando uma linguagem formal e simbólica.

A seguir, vamos explorar juntos os processos de raciocínio matemático! Vamos entender como eles aparecem e como podem ajudar na aprendizagem das frações, especialmente, na perspectiva de medição.

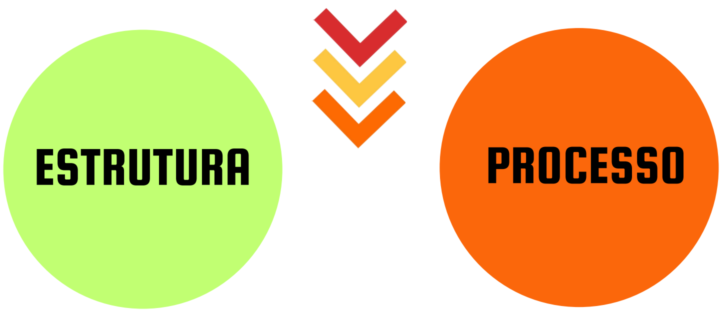
Estão prontos? Vamos?

RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

Você sabia que o raciocínio vai muito além da Matemática? Ele está presente em todas as áreas do conhecimento e até nas situações do dia a dia. Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020) destacam que o raciocínio é uma habilidade transversal. Apesar de não ser exclusiva da Matemática, é algo que pode e deve ser incentivado durante as aulas dessa disciplina.

O raciocínio matemático é descrito por vários autores como um processo tanto mental quanto narrativo, que se vale do conhecimento pré-existente para gerar novos conhecimentos. Para Mata-Pereira e Ponte (2013, p.18) “raciocinar, mais do que reproduzir conceitos memorizados e efetuar procedimentos rotineiros, é formular inferências (não imediatas) a partir da informação disponível”. Segundo os autores, um dos objetivos essenciais do ensino é aprimorar a capacidade dos estudantes de raciocinar matematicamente.

Jeannotte e Kieran (2017) apontam que o raciocínio matemático tem dois componentes: a estrutura e o processo. Aqui, vamos focar no **PROCESSO**, que será o nosso principal interesse.



RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

ESTRUTURA

- **dedução**
- **indução**
- **abdução**

De acordo com Oliveira (2020, p. 178), o raciocínio dedutivo é "o elemento estruturante, por excelência, do conhecimento matemático" e é por meio dele que se validam as informações matemáticas.

O raciocínio indutivo, valorizado por Pólya (1990), é a inferência de regras gerais a partir da observação de padrões em casos específicos.

O raciocínio abdutivo, teorizado por Peirce (1931-1958), busca a melhor explicação para fatos incomuns e formula hipóteses plausíveis.

PROCESSO

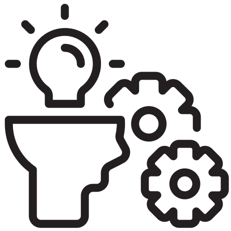
- **generalização**
- **conjectura**
- **identificação de padrão**
- **comparação**
- **classificação**
- **exemplificar**
- **justificativa**
- **prova**
- **prova formal**

Jeannotte e Kieran (2017)

De acordo com Jeannotte e Kieran (2017), seguem os processos que se relacionam à busca de semelhanças e diferenças:

CONJECTURA

"um processo de raciocínio matemático que, pela busca de semelhanças e diferenças, infere uma narrativa sobre alguma regularidade com um valor epistêmico provável ou plausível, e que tem o potencial para a teorização matemática" (p. 10);



IDENTIFICAÇÃO DE PADRÃO

"um processo de raciocínio matemático que, pela busca de semelhanças e diferenças, infere uma narrativa sobre uma relação recursiva entre objetos ou relações matemáticas" (p. 11);

COMPARAÇÃO

"um processo de raciocínio matemático que infere, pela busca de semelhanças e diferenças, uma narrativa sobre objetos ou relações matemáticas" (p. 11);

GENERALIZAÇÃO

"um processo que infere narrativas sobre um conjunto de objetos matemáticos ou uma relação entre objetos do conjunto a partir de um subconjunto desse conjunto" (p. 9);

CLASSIFICAÇÃO

"um processo de raciocínio matemático que infere, pela busca de semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos, uma narrativa sobre uma classe de objetos com base em propriedades e definições matemáticas" (p. 11).

Ainda de acordo com Jeannotte e Kieran (2017), seguem definições dos processos de raciocínio matemático referentes à validação:

JUSTIFICATIVA

"um processo de raciocínio matemático que, por meio da busca de dados, garantias e respaldo, modifica o valor epistêmico de uma narrativa de provável para verdadeiro" (p. 12) . Tem potencial para modificar uma conjectura de provável para mais provável.

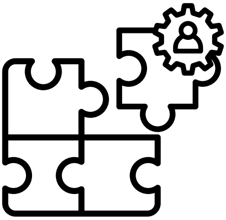
PROVA

"um processo de raciocínio matemático que, por meio da busca de dados, garantias e respaldo, modifica o valor epistêmico de uma narrativa de provável para verdadeiro" (p. 12) . Tem a natureza dedutiva, sem justificativa formal.

PROVA FORMAL

"um processo de raciocínio matemático que, por meio da busca de dados, garantias e respaldo, modifica o valor epistêmico de uma narrativa de provável para verdadeiro" (p.13). Tem a natureza dedutiva, formalizada e reconhecida pela classe da comunidade matemática.

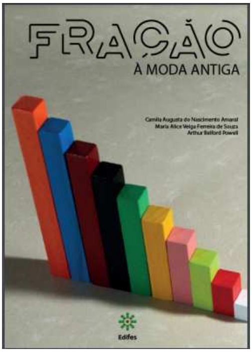
Segundo os autores, apesar de serem abordados de forma separada, todos os processos de raciocínio matemático estão interligados, eles se incentivam e se influenciam reciprocamente, possibilitando o desenvolvimento de um discurso matemático cada vez mais complexo por meio da criação de novas narrativas sobre objetos discursivos já existentes.



Com base na Abordagem Instrucional 4A e no uso das barras de Cuisenaire, a sequência didática proposta a seguir, visa explorar o ensino de frações pela perspectiva da medição, contribuindo com a mobilização dos processos do raciocínio matemático.

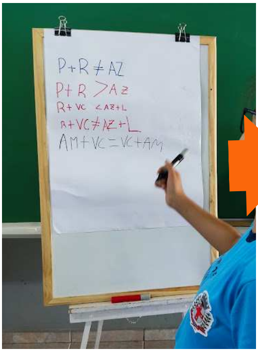
SEQUÊNCIA DIDÁTICA, INTERAÇÃO E RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

Aqui, apresentamos as quatro aulas que foram elaboradas/adaptadas a partir do Produto Educacional - livro “Fração à Moda Antiga” (Amaral; Souza; Powell, 2021), que propõe o uso das barras de Cuisenaire como ferramenta auxiliar para o desenvolvimento do entendimento fracionário.



Durante as aulas, cada grupo recebeu uma caixa com as barras de Cuisenaire.

Também empregamos um quadro magnético, uma caixa com as barras de Cuisenaire preparadas com imãs, além de canetões e folhas de sulfite para registros escritos pelos estudantes.



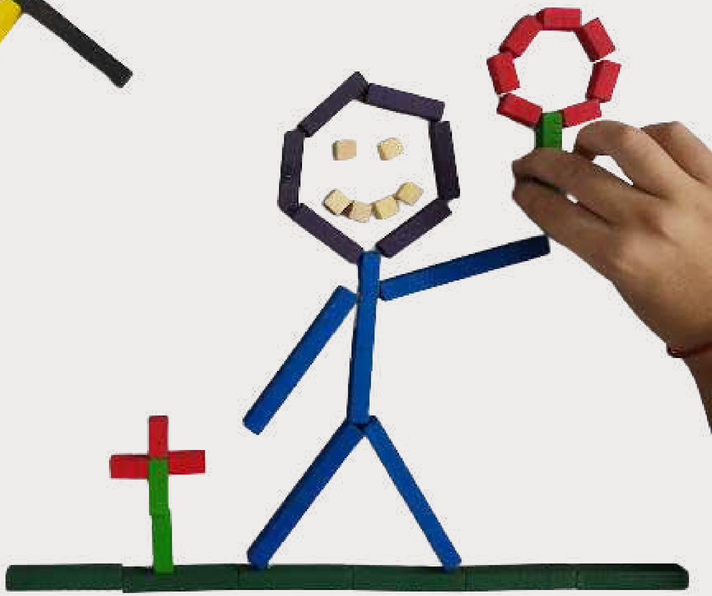
Para as discussões coletivas, utilizamos outros instrumentos para promover o envolvimento e registrar informações. Dentre esses instrumentos, destaca-se o flip chart, uma ferramenta didática composta por um suporte vertical que suporta grandes folhas de papel em formato de bloco, essas folhas são presas na parte superior do suporte e podem ser facilmente viradas para revelar uma nova página conforme necessário.

AULA 1

EXPLORAÇÃO E COMPARAÇÃO COM BARRAS DE CUISENAIRE

No decorrer da Aula 1, iremos explorar:

- ☑ Manipulação das barras de Cuisenaire
- ☑ Comparação entre os comprimentos das barras
- ☑ As relações entre as barras (múltiplos e não múltiplos)
- ☑ Elaboração da simbologia para as cores das barras

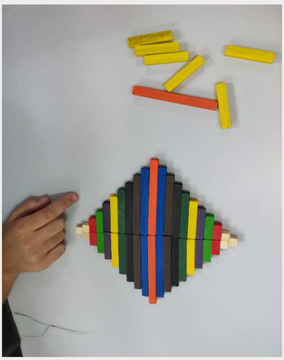


AULA 1

EXPLORAÇÃO E COMPARAÇÃO COM BARRAS DE CUISENAIRE

Entregue a caixa com as barras de Cuisenaire e permita que os estudantes explorem livremente. Instrua-os a organizarem as barras da maneira que quiserem, inclusive montando desenhos.

Caso algum grupo organize as barras enfileiradas, introduza a nomenclatura "trem". Explique que podem ser formados trens com barras de mesma cor ou trens com barras de cores diferentes.

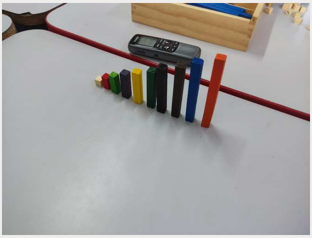


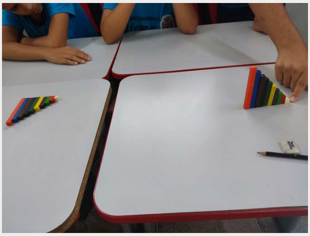
AULA 1

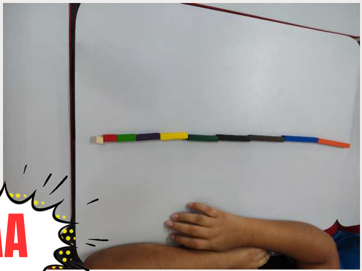
Peça aos estudantes que peguem algumas duplas de barras e estabeleçam relações:
Elas são iguais ou diferentes?
Qual é maior e qual é menor?

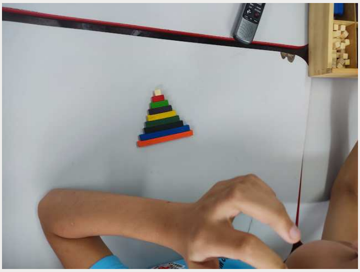
Agora, solicite que peguem uma barra de cada cor e organizem-nas.
Peça que descrevam o que fizeram e expliquem qual critério o grupo utilizou para organizá-las.

A partir dos critérios estabelecidos pelos estudantes, o professor poderá conversar sobre as relações que as barras possuem uma com a outra.



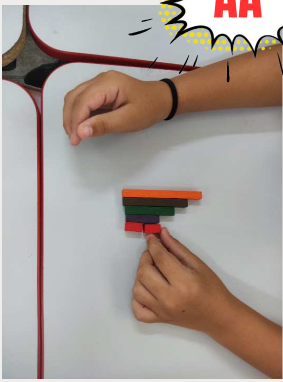






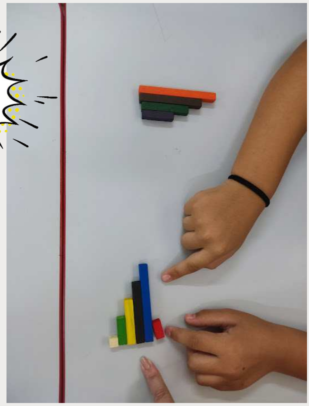
AULA 1

AA



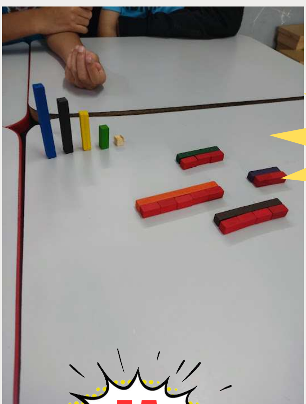
Quais barras podem ter o mesmo comprimento de um trem formado somente com barras vermelhas? Discuta com seus colegas e mostre quais são essas barras.

AA



Quais barras NÃO podem ter o mesmo comprimento de um trem formado somente com barras vermelhas? Discuta com seus colegas e mostre quais são essas barras.

Peça para os estudantes observarem e discutirem semelhanças entre os dois grupos formados.



AA

O que vocês perceberam nesses dois grupos de vagões?

Observação para o professor: Se os estudantes não incluírem a barra vermelha em suas respostas, o professor deverá questioná-los: Tem alguma cor sem grupo?

AULA 1

Trazemos agora alguns exemplos de como uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do estado do Paraná lidou com os questionamentos anteriores. Os nomes dos alunos apresentados são fictícios, mas os diálogos são reais de sala de aula. Destacaremos alguns processos de raciocínio matemático evidenciados durante as discussões!

[1] MÔNICA: *A gente pensou assim: sabe por que essas barras branca, verde clara, amarela, preta e azul, não? Porque cada uma delas é ímpar. Essa cabe 3 cubinhos desses, essa cabe 5, essa cabe 7 e essa cabe 9.*
[2] MÔNICA: Porque esse daqui é equivalente a 2, então aqui vai caber 2 (mostrando a peça roxa), aqui vai caber 3 (mostrando a peça verde escura), aqui vai caber 4 (mostrando a peça marrom), aqui vai ficar 5 (mostrando a peça laranja).
[3] IGOR: Essas são pares (mostrando a barra roxa, a verde escura, a marrom e a laranja).

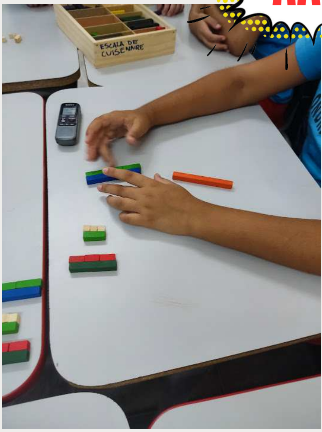
PROCESSO

classificação

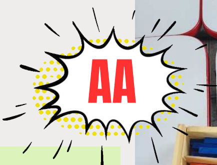
Mônica utilizou seus conhecimentos matemáticos sobre comprimentos ímpares para justificar sua conjectura sobre o comprimento de cada barra. Igor complementou, afirmando que as barras roxa, verde escura, marrom e laranja poderiam ser consideradas múltiplos das barras vermelhas, uma vez que eram pares [3], reforçando a ideia de Mônica em [2].

Jeannotte e Kieran (2017 p.7), definem a classificação como "um processo que busca semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos para criar uma narrativa baseada em propriedades e definições matemáticas"

AULA 1



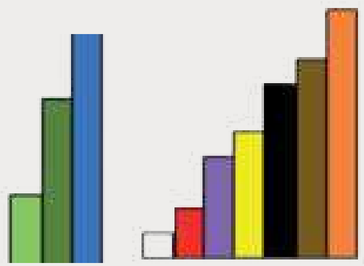
Quais barras podem ter o mesmo comprimento de um trem formado somente com barras verdes claras? Discuta com seus colegas e mostre quais são essas barras.



Quais barras NÃO podem ter o mesmo comprimento de um trem formado somente com barras verdes claras? Discuta com seus colegas e mostre quais são essas barras.

Peça para os estudantes observarem e discutirem semelhanças entre os dois grupos formados. (AA)

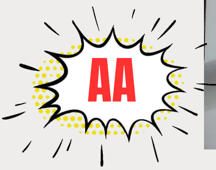
O que vocês perceberam nesses dois grupos de vagões?

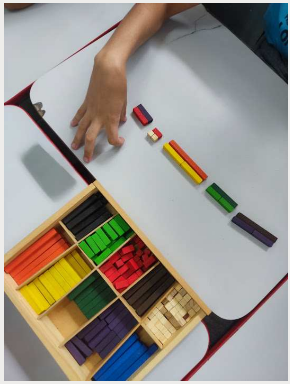


Observação para o professor: Se os estudantes não incluírem a barra verde clara em suas respostas, o professor deverá questioná-los: Tem alguma cor sem grupo?

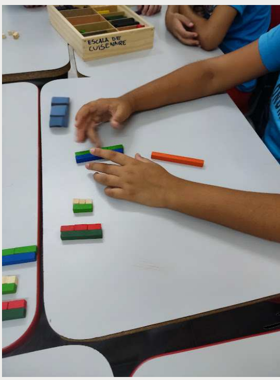
AULA 1

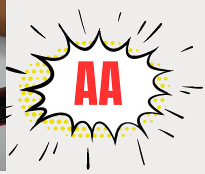
Quais barras podem ter o mesmo comprimento de um trem formado com apenas duas barras de mesma cor? Discuta com seus colegas e mostre quais são essas barras.





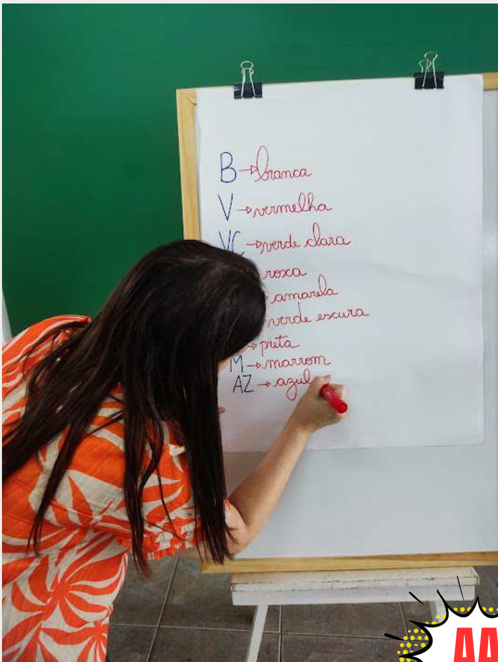
Quais barras podem ter o mesmo comprimento de um trem formado com apenas três barras de mesma cor. Discuta com seus colegas e mostre quais são essas barras.





AULA 1

Produza com os estudantes uma simbologia para as cores das barras.
Escolha qual letra define melhor cada cor.



AULA 1

O professor pode questionar diferentes estudantes sobre que letra representa cada barra, mostrando-lhes a barra.

AA

AV

Depois, cada estudante questiona o colega de seu grupo sobre a letra que representa cada barra, sem mostrar-lhe a barra.

AULA 2 COMPARAÇÃO E SIMBOLOGIA COM BARRAS DE CUISENAIRE

No decorrer da Aula 2, iremos explorar:

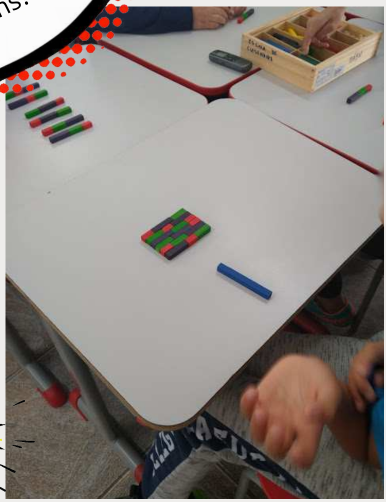
- Utilização dos símbolos que representam cada cor de barra.
- Comparações entre os comprimentos das barras.
- Uso de símbolos matemáticos para representar as relações entre as barras: maior que (>), menor que (<), igual (=) e diferente (≠).
- Escrita de sentenças matemáticas.

AULA 2

COMPARAÇÃO E SIMBOLOGIA COM BARRAS DE CUISENAIRE

Forme um trem com 1 barra roxa, 1 barra vermelha e 1 barra verde clara. Sem desfazer esse trem, crie outro trem com as mesmas cores do primeiro, mas com a ordem das barras alterada.

O que podemos concluir sobre os comprimentos de todos os trens?



Convide os estudantes para mostrar como fizeram (use o magnético).

AA

Questione os estudantes como podem ser lido cada trem apresentado, por exemplo: v + r + vc, em seguida, solicite que faça o mesmo com cada trem proposto. Por fim, peça para diferentes estudantes fazer a representação no flipchart.

AE

AULA 2

O comprimento da barra laranja é igual ou diferente ao comprimento da barra roxa? Como podemos escrever isso?

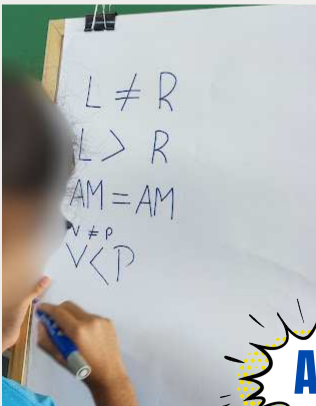
O comprimento da barra laranja então é maior ou menor em relação ao comprimento da barra roxa? Como podemos escrever isso?

O comprimento da barra amarela é igual ou diferente ao comprimento da barra amarela? Como podemos escrever isso?

O comprimento da barra vermelha é igual ou diferente ao comprimento da barra preta? Como podemos escrever isso?

O comprimento da barra vermelha então é maior ou menor em relação ao comprimento da barra preta? Como podemos escrever isso?

AE



Primeiro, relembre algumas representações com os estudantes “diferente de” ;“maior que”; “igual” ou “diferente”; e, em seguida, solicite que participem dos registros.

AE

AULA 2

Trazemos agora alguns exemplos de como uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do estado do Paraná lidou com os questionamentos anteriores e quais processos de raciocínio matemático foram mobilizados.

[4] MÔNICA: Professora, a barra laranja ela sempre vai ser a maior, pois ela é a que representa mais cubos brancos. Se você pegar e perguntar a barra azul é maior ou menor que a barra laranja? Vai ser a barra laranja, porque ela é a maior de todas.
[5] YARA: A barra branca também sempre vai ser a menor de todas, porque ela é a menor.

PROCESSO

conjectura

Mônica e Yara, nos excertos [4] e [5], conjecturam que a barra laranja sempre será a maior e a branca a menor baseadas em suas observações.

justificativa

Mônica justificou sua conjectura evidenciando que a barra laranja representa mais cubos brancos e Yara complementou com a fala da Mônica quando justificou que a barra branca vai ser sempre a menor todas, porque ela é a menor.

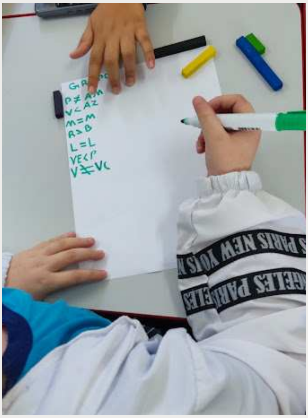
Jeannotte e Kieran (2017) , destacam que a justificativa tem potencial para modificar uma conjectura de provável para mais provável.

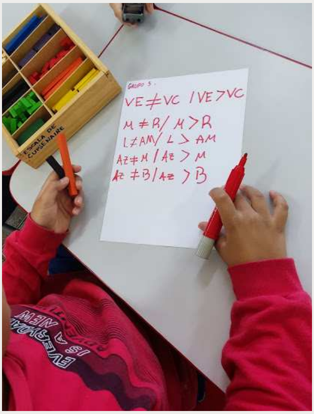
AULA 2

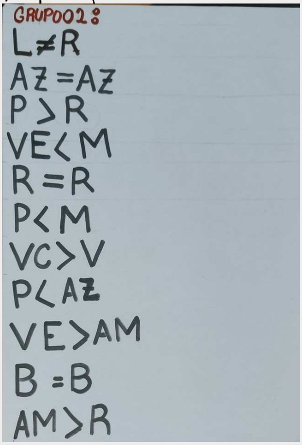
Produção escrita dos estudantes

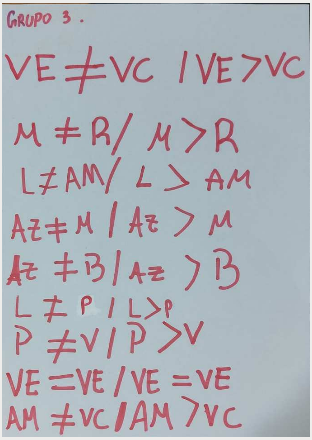
SISTEMATIZAÇÃO

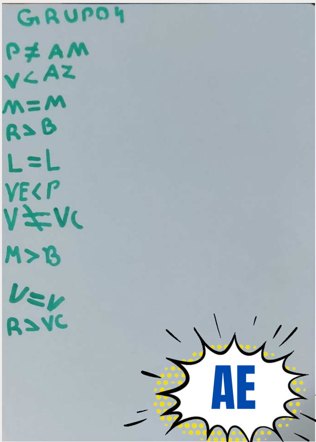
Distribua folhas em branco para os estudantes e peça que criem sentenças livremente, utilizando os símbolos >, <, =, ≠, assim como as sentenças elaboradas no flipchart. Caso alguns estudantes escrevam sentenças incorretas, oriente-os a verificar a veracidade da sentença utilizando as barras de Cuisenaire.











AULA 2

O comprimento do trem (preto mais roxo) é igual ou diferente em relação ao comprimento da barra azul?

O comprimento do trem (preto mais roxo) então é maior ou menor que o comprimento da barra azul?

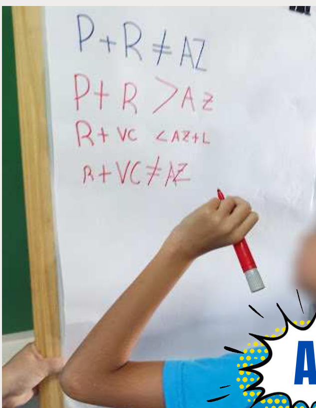
O comprimento do trem (verde claro mais roxo) é maior, menor, igual ou diferente em relação ao comprimento do trem (azul mais laranja)?

O comprimento do trem (verde claro mais amarelo) é maior, menor ou igual em relação ao comprimento do trem (amarelo mais verde claro)?

O comprimento do trem (verde escuro mais vermelho) é maior, menor ou igual em relação ao comprimento do trem (verde claro e amarelo)?

O comprimento do trem (verde claro mais amarelo) é maior, menor ou igual em relação ao comprimento do trem (verde escuro mais vermelho)?

AE



AE

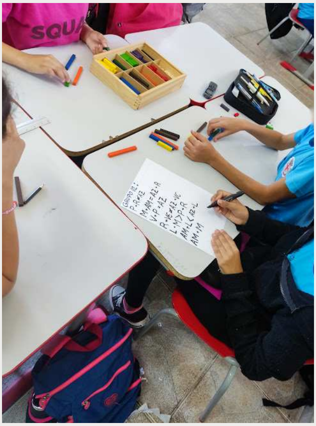
Primeiro, peça a colaboração dos estudantes em algumas representações e, em seguida, solicite que participem dos registros.

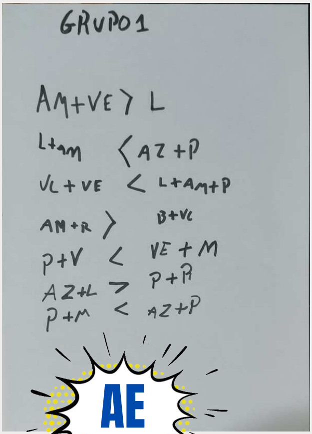
AULA 2

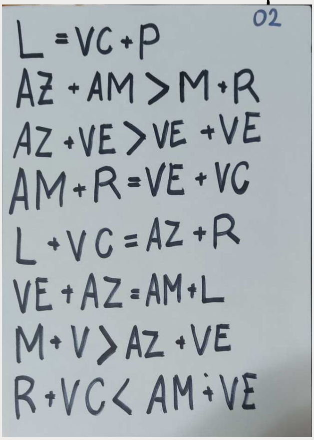
Produção escrita dos estudantes

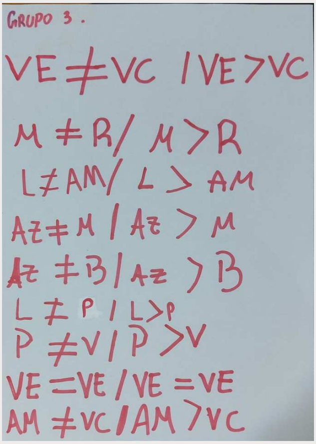
SISTEMATIZAÇÃO

Distribua folhas em branco para os estudantes e peça que criem sentenças livremente, utilizando os símbolos >, <, =, ≠, assim como as sentenças elaboradas no flipchart. Caso alguns estudantes escrevam sentenças incorretas, oriente-os a verificar a veracidade da sentença utilizando as barras de Cuisenaire.









AULA 2

Trazemos agora alguns exemplos de como uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do estado do Paraná lidou com os questionamentos anteriores e quais processos de raciocínio matemático foram mobilizados.

[6] PROFESSORA: O comprimento do trem preto mais roxo é igual ou diferente em relação ao comprimento da barra azul?
[7] PEDRO: Diferente.
[8] MÔNICA: A barra azul sozinha vale 9 e a barra preta vale 7 e a barra roxa que vale 4, eles formam 11, então para ficar igual precisaria de uma barra vermelha ou duas barras brancas para ficarem iguais, o 9 para chegar no 11, faltam 2.
[9] PROFESSORA: Como podemos escrever isso no flip chart?
[10] HUGO: Coloca o P + R = 11.
[11] MÔNICA: AZ de azul que é igual 9.
[12] PROFESSORA: Se não usarmos números apenas as letras, como ficaria a representação?
[13] ANDRÉ: P de preto mais o R de roxo é diferente do AZ azul (P + R ≠ AZ).

PROCESSO

conjectura

Nos diálogos [6] a [8], os estudantes estão envolvidos no processo de conjecturar ao comparar o comprimento do trem formado pelas barras preta e roxa com a barra azul.

justificativa

Mônica, utiliza-se da soma dos comprimentos das barras para justificar a sua conjectura. ANDRÉ em [13], utiliza a notação simbólica para enfatizar a diferença entre a barra preta mais roxa e a azul.

Jeannotte e Kieran (2017)

AULA 2

Um dos estudantes do grupo formará a escadinha com 10 barras, esconderá do colega com a mão e perguntará a ordem crescente ou decrescente das cores.

AV

O estudante deve responder dizendo "a barra laranja é maior do que a azul, a azul é maior do que a marrom etc., ou a barra branca é menor do que a barra vermelha, a vermelha é menor do que a verde clara etc. Caso o estudante não consiga acertar a ordem ou se esquecer de alguma cor, o outro colega deve permitir que ele veja a escadinha por 10 segundos e volte a escondê-la para que o colega volte a responder.

AA

Esse ciclo deve ser repetido até que o colega responda corretamente. Depois, as posições de quem pergunta e responde se invertem e perguntará a ordem crescente ou decrescente das cores.

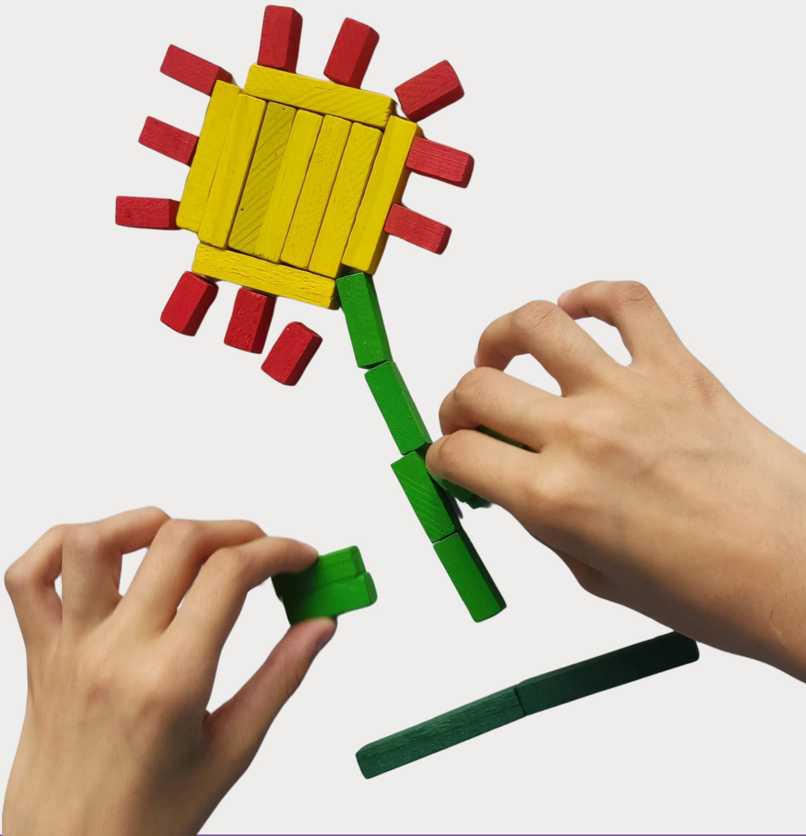
AV

AULA 3

REPRESENTAÇÃO DE FRAÇÕES COM BARRAS DE CUISENAIRE

No decorrer da Aula 3, iremos explorar:

- Representação de frações utilizando as barras.
- Conceito de frações equivalentes.



À esquerda, estará a peça que representa a parte fracionária, enquanto à direita, estará a peça que corresponde à unidade de comparação.

AULA 3

Quantas barras brancas vocês precisam para ter o mesmo comprimento da barra preta?	Quantas barras brancas vocês precisam para ter o mesmo comprimento de uma barra azul?	Quantas barras brancas são necessárias para ter o mesmo comprimento da barra marrom?

Podemos afirmar que o comprimento de uma barra branca é 1/7 em relação ao comprimento de uma barra preta; que é 1/9 em relação ao comprimento de uma barra azul; que é 1/8 em relação ao comprimento de uma barra marrom.

AA

O comprimento de uma barra branca representa qual fração em relação ao comprimento da barra marrom?

$$\frac{1}{8}$$

- E duas barras brancas? $\frac{2}{8}$
- E cinco barras brancas? $\frac{5}{8}$
- E oito barras brancas? $\frac{8}{8}$
- E nove barras brancas? $\frac{9}{8}$
- E treze barras brancas? $\frac{13}{8}$

AE

AA

AULA 3

Quantas barras vermelhas são necessárias para ter o mesmo comprimento da barra marrom?

Uma barra vermelha representa qual fração em relação ao comprimento da barra marrom?

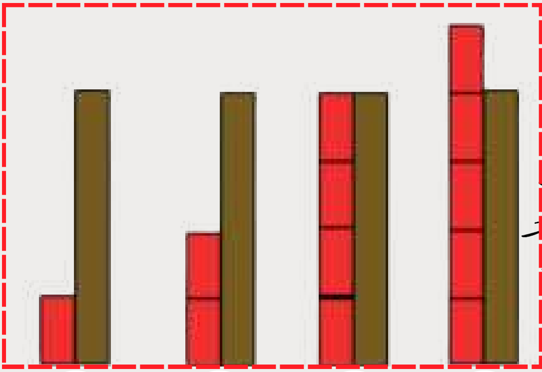
$\frac{1}{4}$

E duas barras vermelhas $\frac{2}{4}$

E quatro barras vermelhas? $\frac{4}{4}$

E cinco barras vermelhas? $\frac{5}{4}$

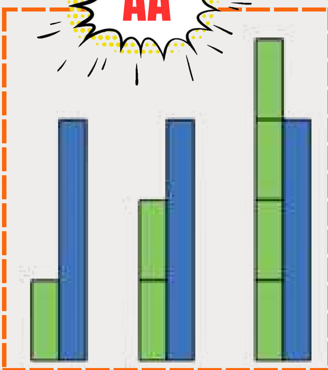
AE



$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{5}{4}$

AA

AA



$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{3}$

A barra verde clara representa qual fração em relação ao comprimento da barra azul?

$\frac{1}{3}$

E duas barras verdes claras? $\frac{2}{3}$

E quatro barras verdes claras? $\frac{4}{3}$

AE

AULA 3

Trazemos agora alguns exemplos de como uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do estado do Paraná lidou com os questionamentos anteriores e quais processos de raciocínio matemático foram mobilizados.

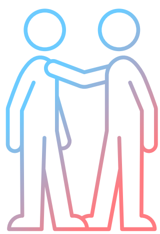
[14] PROFESSORA: Quantas barras vermelhas são necessárias para ter o mesmo comprimento da barra marrom?
[15] HUGO: É só a gente ver se a marrom precisa de 8 barras brancas, então é só juntar de dois em dois, vai ser 2, 4, 6 e 8. Então vai precisar de 4 barras vermelhas.
[16] PROFESSORA: Uma barra vermelha representa qual fração em relação ao comprimento da barra marrom?
[17] HUGO: 2/8.
[18] PROFESSORA: 2/8 se considerarmos a barra branca. E se considerarmos a barra vermelha, como que fica?
[19] JULIANA: 1/8.
[20] PROFESSORA: Por que 1/8?
[21] HUGO: É 1/4, porque na barra marrom tem 4 barras vermelhas.
[22] PROFESSORA: Isso Hugo! Estamos considerando a barra vermelha em comparação a barra marrom que é a unidade de medida.
[23] PROFESSORA: Por que nessa situação não posso considerar 1/8?
[24] HUGO: Porque 1/8, não é. 1/8 é uma barra branca e não a vermelha.
[25] PROFESSORA: E duas barras vermelhas? Qual fração seria?
[26] JULIANA: 2/8.
[27] HUGO: Não, é 2/4.
[28] PROFESSORA: Por que 2/4?
[29] HUGO: Por que é a barra vermelha, 2/8 se for as barras brancas.
[30] SARA: 4/8.
[31] PROFESSORA: Por que você pensou em 4/8?
[32] HUGO: 2 barras vermelhas, dá 4.
[33] PROFESSORA: Nesse caso, vocês estão relacionando as barras brancas ou vermelhas?
[34] HUGO: Brancas.
[35] PROFESSORA: Montem essas representações utilizando as barras.
[36] PROFESSORA: O que é possível perceber?
[37] HUGO: Elas têm o mesmo tamanho.
[38] PROFESSORA: O que tem o mesmo tamanho?
[39] HUGO: As brancas e as vermelhas.
[40] PROFESSORA: Nessa situação podemos dizer que elas têm o mesmo tamanho, mas em uma situação estou usando a barra branca em relação a barra marrom e na outra a barras vermelha em comparação a barra marrom.

AULA 3

Em [15], Hugo faz uma conjectura ao sugerir que são necessárias 4 barras vermelhas para igualar o comprimento da barra marrom, justificando sua conjectura ao contar de 2 em 2.

Jeannotte e Kieran (2017)

Em [17], Hugo inicialmente afirma que a fração é 2/8, porém, ao ser questionado pela professora, reconsidera sua ideia e, em [21], propõe uma nova conjectura, afirmando que a fração correta é 1/4, justificando essa resposta com base na quantidade de barras vermelhas necessárias para cobrir o comprimento da barra marrom.



Jeannotte e Kieran (2017)

AULA 3

Por outro lado, Juliana demonstrou não ter compreendido a diferença nas relações entre a barra branca e a vermelha em relação à barra marrom.

PROCESSO

conjectura

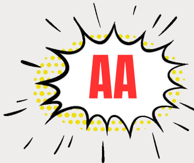
Em [19], ela conjecturou que 1/8 representava a relação da barra vermelha com a marrom e voltou a apresentar uma conjectura semelhante em [26], afirmando que, para duas barras vermelhas em relação à marrom, tínhamos a fração 2/8. Em ambas as situações, ela estabeleceu a relação da barra branca com a barra marrom.

conjectura

O mesmo aconteceu com Sara em [30], ao conjecturar a fração 4/8.

SUGESTÃO: *esse momento é uma oportunidade do professor fazer alguns questionamentos, com a finalidade de proporcionar uma reflexão do que está sendo explorado e as diferentes relações que estão sendo estabelecidas.*

AULA 3



Como podemos representar 3/7 em relação ao comprimento da barra preta? Essa fração é maior, menor ou igual que um inteiro?

Como podemos representar 7/7 em relação ao comprimento da barra preta? Essa fração é maior, menor ou igual que um inteiro?

Como podemos representar 13/7 em relação ao comprimento da barra preta? Essa fração é maior, menor ou igual que um inteiro?

Durante a aula, alguns estudantes podem confundir a posição das barras ao representar frações, seja por distração ou falta de compreensão. O professor pode intervir para ajustar as inversões, pois a posição altera o valor da fração, como 3/4 e 4/3.

AULA 4

COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS

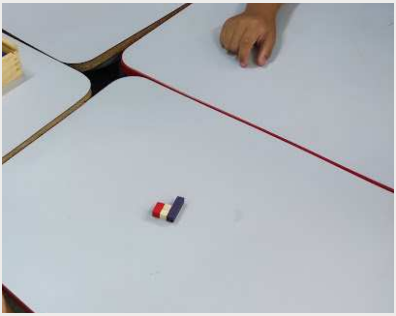
No decorrer da Aula 4, iremos explorar:

- Conceito de frações equivalentes;
- Comparação de frações com o mesmo denominador utilizando a fração como representação escrita.
- Uso de símbolos matemáticos para representar as relações entre as frações com mesmo denominador: maior que (>), menor que (<), igual (=) e diferente (≠).

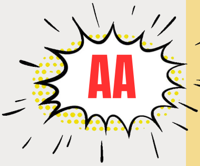
AULA 4

Quais barras representam 2/4 do comprimento da barra roxa?

E qual barra representa 1/2 do comprimento da barra roxa?



Olhando para essas barras, o que podemos dizer sobre o comprimento de duas barras brancas e o comprimento de uma barra vermelha em relação ao comprimento de uma barra roxa?



Quais barras representam 3/9 do comprimento da barra azul?

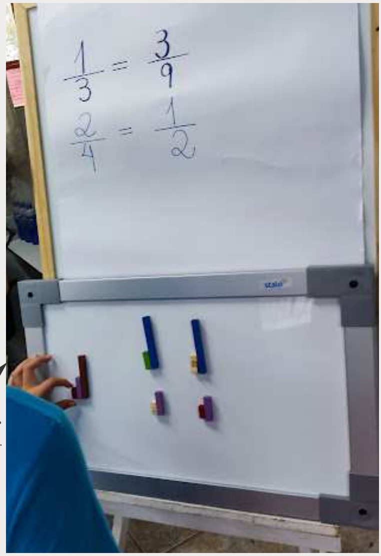
E qual barra representa 1/3 do comprimento da barra azul?

Olhando para essas barras, o que podemos dizer sobre o comprimento de 3 barras brancas e o comprimento de uma barra verde em relação ao comprimento de uma barra azul?

AULA 4

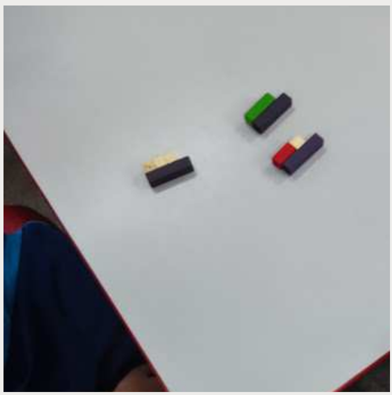
AE

Professor pede que algum estudante escreva a representação no flipchart.



AA

Professor pede para os estudantes representarem no quadro magnético.



AA

Como podemos representar 3/4 em relação ao comprimento da barra roxa com as barras?

AULA 4

AA

Qual barra representa 1/4 do comprimento da barra marrom?

Uma barra vermelha representa qual fração em relação ao comprimento de uma barra marrom?

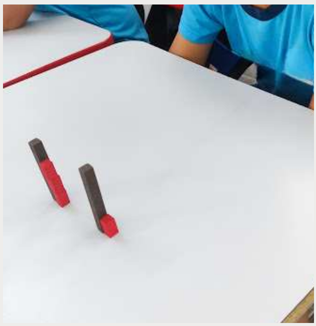
$\frac{1}{4}$

E três barras vermelhas representa qual fração em relação ao comprimento de uma barra marrom?

$\frac{3}{4}$

AE

Qual é menor, 1/4 ou 3/4?



Agora quem é maior, 5/4 ou 3/4?

AE

Qual é maior, 1/3 ou 2/3?

AA

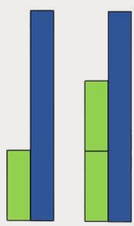
Qual barra representa 1/3 do comprimento da barra azul?

Uma barra verde clara representa qual fração em relação ao comprimento de uma barra azul?

$\frac{1}{3}$

E duas barras verde claras representa qual fração em relação ao comprimento de uma barra azul?

$\frac{2}{3}$



Agora quem é menor, 7/3 ou 4/3?

AULA 4

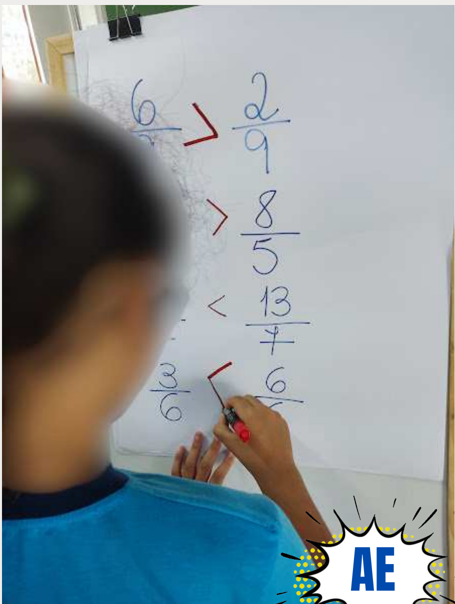
AE

Professor pede que algum estudante escreva a representação no flipchart.

AA

Professor pede para os estudantes representarem no quadro magnético.

Convide os estudantes a irem ao filpchart e comparar a frações:



AE

6/9 é >, < ou = a 2/9?

11/5 é <, > ou = a 8/5?

4/7 é >, < ou = a 13/7?

3/6 é >, < ou = a 6/6?

Agora, expliquem o que é possível concluir ao comparar esses pares de fração.

AF

AULA 4

Trazemos agora alguns exemplos de como uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal do estado do Paraná lidou com os questionamentos anteriores e quais processos de raciocínio matemático foram mobilizados.

[41] PROFESSORA: Temos as frações 6/9 e 2/9 qual símbolo utilizamos ao compará-las? Alguém pode vir demonstrar essa comparação por favor?
[42] PEDRO: 6/9 é maior.
[43] PROFESSORA: Como que fazemos a leitura dessa representação?
[44] PEDRO: 6/9 é maior que 2/9.
[45] PROFESSORA: A representação do Pedro está correta?
[46] ESTUDANTES: Sim.
[47] PROFESSORA: Por quê?
[48] JULIANA: Porque o numerador está diferente e denominador está igual. Então se o denominador é igual temos que olhar para o numerador e aí dá para saber qual é a maior fração.

conjectura

Pedro conjecturou que "6/9 é maior.

PROCESSO

generalização

justificativa

Juliana justificou a conjectura de Pedro ao afirmar que "o numerador está diferente e o denominador está igual. Então, se o denominador é igual, temos que olhar para o numerador e aí dá para saber qual é a maior fração".

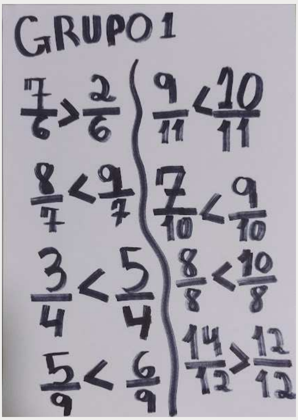
Conforme Ponte, Mata-Pereira e Henriques (2012, p. 3), a generalização pode ser entendida como o processo de partir de uma conclusão ou conjectura específica para desenvolver uma conjectura mais geral, o que foi observado na fala da Juliana.

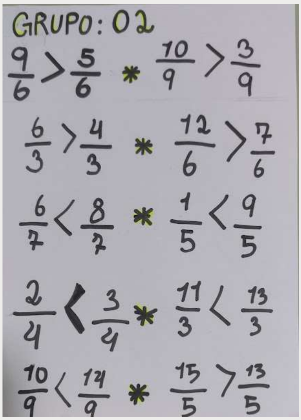
AULA 4

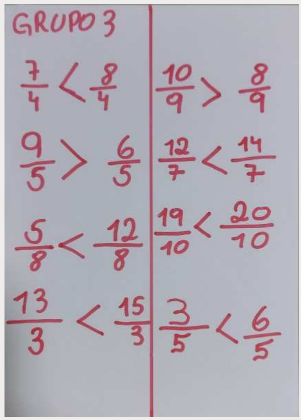
Produção escrita dos estudantes

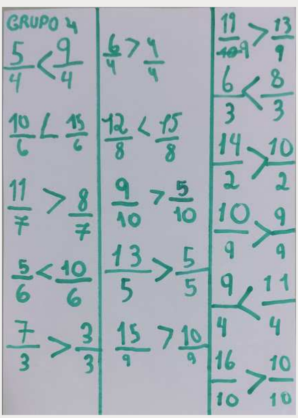
SISTEMATIZAÇÃO

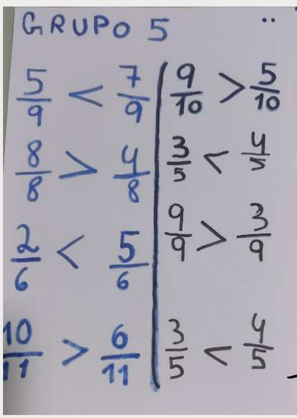
Distribua folhas em branco para os estudantes e peça que criem sentenças livremente, utilizando os símbolos >, <, =, ≠, assim como as sentenças elaboradas no flipchart. Caso alguns estudantes escrevam sentenças incorretas, oriente-os a verificar a veracidade da sentença utilizando as barras de Cuisenaire.











PALAVRAS FINAIS

Neste Produto Educacional, apresentamos uma sequência didática cujo objetivo é oferecer a vocês instrumentos para introduzir o conceito de frações sob a perspectiva de medição, utilizando as barras de Cuisenaire e a Abordagem Instrucional 4A, visando mobilizar os processos de raciocínio matemático nos estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. A proposta busca mobilizar processos de raciocínio matemático, como comparação, conjectura, justificativa e generalização, além de outros que podem ser explorados conforme a dinâmica de suas aulas e a curiosidade dos estudantes.

Para quem deseja introduzir o ensino de frações na perspectiva de medição em suas turmas pela primeira vez, recomenda-se realizar um estudo prévio e preparar-se adequadamente para o planejamento dessa abordagem. Sugerimos o livro Fração à Moda Antiga (Amaral; Souza; Powell, 2021), que inclui diversas atividades que não foram abordadas aqui e que trabalham conteúdos relevantes, como a comparação de frações com denominadores diferentes. Dada a pouca exploração dessa abordagem nas escolas, é aconselhável que que vocês se aprofundem no estudo das barras de Cuisenaire e nas relações matemáticas que elas permitem explorar. Isso proporcionará maior segurança na orientação dos estudantes, facilitando o entendimento das frações.

PALAVRAS FINAIS

Vale destacar que a abordagem do ensino de frações pela perspectiva de medição exige um tempo didático mais prolongado em comparação ao método baseado na partição. Contudo, acreditamos que é essencial dedicar um tempo substancial para a compreensão das frações por meio da medição, pois essa estratégia pode contribuir para que os estudantes adquiram entendimentos fundamentais que serão relevantes em sua trajetória escolar futura, priorizando a construção de conceitos em vez de se concentrar apenas na "mecanização" das operações.

Desejamos que o material apresentado possa motivar e inspirar vocês, professores, a incorporarem a perspectiva de medição na formação do conceito de fração, considerando as vantagens que essa abordagem oferece. Esperamos que sintam à vontade para fazer adaptações ou adições que reflitam suas próprias identidades, utilizando suas experiências e criatividade. Ao adotarem essa abordagem acreditamos que possam potencializar a mobilização dos processos de raciocínio matemático, incluindo alguns que não foram identificados ou mobilizados em nossa pesquisa. Assim, entendemos que este Produto Educacional não apenas servirá como um recurso didático, mas também como um convite à reflexão no ensino de frações.

Mas antes de finalizar...

DESAFIOS

Identificamos alguns desafios que podem servir como pontos de atenção para futuras aplicações. Listamos a seguir!

Exploração excessiva das barras sem foco matemático

Alguns estudantes concentraram-se em manipular e construir figuras ou cenários com as barras, desviando-se do objetivo central das atividades. Embora a exploração inicial seja importante, foi desafiador direcionar o foco para as relações matemáticas específicas.

Engajamento de todos os estudantes

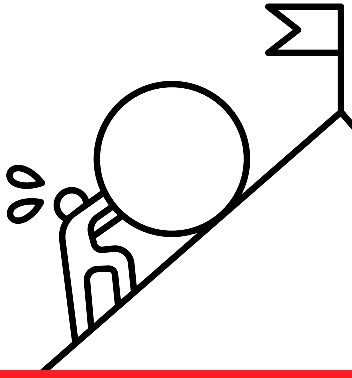
Em grupos grandes, houve limitações para acompanhar individualmente cada aluno, o que resultou em interações desiguais e menor participação de alguns estudantes.

Dúvidas na definição da unidade de medida

Durante as atividades, os estudantes, em algumas ocasiões, inverteram as posições das barras, o que levou a interpretações equivocadas das frações. A intervenção docente foi necessária para esclarecer e corrigir essas situações.

Limitações de tempo

Devido a realização das atividade tardia, no mês de novembro, não foi possível implementar todas as atividades planejadas, como a "Corrida das Cores", que teria contribuído para aprofundar a compreensão sobre frações com denominadores diferentes.



SUGESTÕES

Sugestões para superar os desafios destacados.

Superar a exploração excessiva das barras sem foco matemático

Reserve um momento inicial para exploração livre, seguido de atividades com objetivos claros e discussões em grupo para direcionar o foco às relações matemáticas.

Engajamento de todos os estudantes

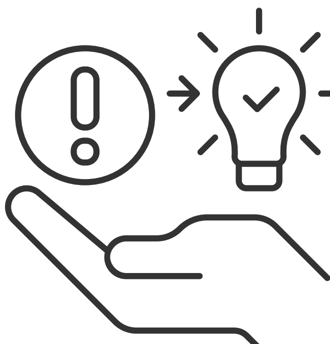
Divida a turma em grupos menores e proponha atividades que incentivem a colaboração, garantindo que todos tenham a oportunidade de participar.

Dúvidas na definição da unidade de medida

Antes de iniciar as atividades, enfatize a importância de definir claramente a unidade de medida e pratique exemplos simples com os estudantes. Utilize questionamentos para guiá-los na verificação das relações entre as barras.

Limitações de tempo

Planeje as aulas considerando o tempo necessário para cada atividade, priorizando as mais relevantes. Consulte o livro Ração à Moda Antiga (Amaral; Souza; Powell, 2021) para conhecer a proposta da "Corrida das Cores" e adaptá-la ao seu contexto. Vale a pena conhecer!



REFERÊNCIAS

AMARAL, C. A. N.; SOUZA, M. A. V. F.;POWELL, A. B. **Fração à moda antiga**. Vitória (ES):Editora Ifes, 2021.

GOUVEIA, R. Ilustração de um bolo dividido em 8 partes para o ensino de frações. In: Toda Matéria (s.d.). Matemática/Aritmética. Disponível em: **GOUVEIA, R. Operação com Frações - Kids.** Toda Matéria, (s.d.). Disponível em: https://www.todamateria.com.br/operacao-com-fracoes/. Acesso em: 10 dez. 2024.. Acesso em: 10 dez. 2024.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Utrecht, v. 96, n. 1, p. 1 – 16, 2017.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Desenvolvendo o raciocínio matemático: generalização e justificação no estudo das inequações. **Boletim GEPEM**, v. 62, p. 17-31, 2013.

OLIVEIRA, P. A. de J. **A investigação do professor, do matemático e do aluno:** Uma discussão epistemológica. 2002 (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa).
Repositório da Universidade de Lisboa: A investigação do professor, do matemático e do aluno : uma discussão epistemológica (ul.pt)

PEIRCE, C. S. **Collected papers** (8 v.). In: HARTSHORNE, C.; WEISS, P.; BURKS, A. (Eds.). Cambridge, MA: Harvard University Press, 1931–1958.

PÓLYA, G. **Mathematics and plausible reasoning** (ed. original 1954), Vol. 1 e 2. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1990.

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; HENRIQUES, A. O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa v. 7, n. 2, p. 355-377, 2012.

REFERÊNCIAS

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? **Educação e Matemática**, n. 156, p. 7-11, 2020.

POWELL, A. B. Melhorando a epistemologia de números fracionários: Uma ontologia baseada na história e neurociência. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura (REMATEC)**, Belém, v. 13, n. 29, p. 78-93, 2018a.

POWELL, A. B. Reaching back to advance: Towards a 21st-century approach to fraction knowledge with the 4A-Instructional Model. **Revista Perspectiva**, Florianópolis, SC, v. 36, n. 2, p. 399-420. 2018b.

POWELL, A. B. Aprimorando o conhecimento dos estudantes sobre a magnitude da fração: Um estudo preliminar com estudantes nos anos iniciais. **International Journal for Research in Mathematics Education**, v. 9, n. 2,p. 50-68, 2019a.

POWELL, A. B. How does a fraction get its name? **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, [S. l.], v. 3, n. 3, p. 700–713, 2019b.

POWELL, A. B. Two perspectives of fraction knowledge: characterization, origins, and implications Duas perspectivas do conhecimento de frações: caracterização, origens e implicações. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, v 13, p. 76-92, 2023.

SILVEIRA, Everaldo; SOUZA, Maria Alice Veiga Ferreira de; POWELL, Arthur Belford. A influência das tecnologias digitais na aprendizagem de frações: um estudo de caso. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), v. 38, e230100, p. 123-150, 2024.