

# ppgmat

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

TÁBATA SUELEN DA SILVA CAPELLI

UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADES PARA O ENSINO  
FUNDAMENTAL E MÉDIO, COM USO DE UM SOFTWARE ESPECÍFICO

LONDRINA

2023

**UTFPR**  
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

TÁBATA SUELEN DA SILVA CAPELLI

UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADES PARA O  
ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO, COM USO DE UM SOFTWARE ESPECÍFICO

A TEACHING SEQUENCE ON STATISTICS AND PROBABILITIES FOR  
ELEMENTARY AND HIGH SCHOOL EDUCATION, USING SPECIFIC  
SOFTWARE.

Dissertação apresentada ao Programa de  
Pós-Graduação em Ensino de Matemática  
da Universidade Tecnológica Federal do  
Paraná, como requisito parcial à obtenção  
do título de Mestre em Ensino de  
Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Sturion.

LONDRINA

2023



4.0 Internacional

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



TABATA SUELEN DA SILVA CAPELLI

**UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADES PARA O  
ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO, COM USO DE UM SOFTWARE ESPECIFICO**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 19 de Dezembro de 2023

Dr. Leonardo Sturion, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Elizabeth Mie Hashimoto, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Rogerio Mendonca Martins, Doutorado - Universidade Estadual do Norte do Paraná (Uenp)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 19/12/2023.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que sem ele não chegaria até aqui, agradeço por ouvir minhas orações, por guiar meus pensamentos e por estar presente em todas as etapas deste trabalho, que sabes que não foi fácil.

Agradeço minha família, aqueles que são a raiz do meu ser, o suporte nos momentos difíceis e a celebração nos momentos de triunfo. A vocês que sempre acreditaram em mim, principalmente ao meu pai que partiu durante o decorrer deste estudo, mesmo não estando entre nós, num momento tão frágil que foi minha gravidez, fez-se presente a cada alegria e também nas dificuldades ao meu lado, ainda que fosse em pensamentos e lembranças.

Ao meu esposo que esteve ao meu lado durante as noites de estudo e nos dias de cansaço, agradeço por ser minha fonte constante de apoio.

Ao meu respeitado orientador, aquele que guiou meus passos neste caminho acadêmico, que compartilhou sabedoria e experiência, expresse minha sincera gratidão, sua orientação foi fundamental para o desenvolvimento deste trabalho.

Por último, não menos importante, ao meu amigo/irmão Rafael, que nos dias em que a pressão acadêmica parecia esmagadora, e a vontade de desistir assolava minha cabeça, sua presença se tornou uma inspiração e encorajador, obrigada por acreditar no meu potencial e investir tempo e energia no meu sucesso.

Agradeço por cada incentivo, compreensão que todos vocês proporcionaram ao longo de toda a minha jornada. Gratidão. Com carinho, Tábata Capelli.

“A persistência é o caminho do êxito”. (Charles Chaplin)

CAPELLI, Tábata Suelen da Silva. UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADES PARA O ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO, COM USO DE UM SOFTWARE ESPECÍFICO. 2023. 90 páginas. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

## RESUMO

Com as atuais crises educacionais, informações sendo divulgadas a todo o momento pelas mídias sociais, a importância de se desenvolver um pensamento crítico, estatístico e matemático se torna cada vez maior. O presente estudo é uma pesquisa de cunho quali/quantitativa que teve como objetivo principal elaborar, implementar e analisar uma sequência didática envolvendo atividades de ensino de Estatística para a educação fundamental 8º e 9º anos e para o ensino médio do colégio estadual Professor Luiz Isidoro Cerávolo do município de Apucarana-PR. Este questionário investigou a opinião dos alunos sobre o tema de acordo com os parâmetros curriculares estabelecidos pela BNCC. Além disso, visou desenvolver e acompanhar as habilidades dos alunos através da coleta dos dados, tratamento estatístico e sua interpretação. A Metodologia utilizada foi de cunho quali/quantitativa através das principais fontes de informação sobre o tema. Os dados foram obtidos através de uma aplicação de um questionário para levantar a realidade em que o aluno está inserido, buscou analisar os dados e atitudes relacionadas a área de Estatística dos alunos para tal utilizou-se um software específico o Bioestat 5.3. Por meio dos dados coletados, analisados e tabulados, foi elaborado uma sequência de atividades com o tema Educação Estatística e probabilidade, utilizando-se de conceitos ministrados nas aulas de estatística, dentro da disciplina de matemática com o intuito de obter um produto educacional, que possa auxiliar professores que ministram estatística na Educação fundamental e ensino médio.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Estatística; Sequência de ensino; Probabilidades.

CAPELLI.Tabata. A sequence of teaching statistics for elementary and secondary education, using a specific software. 2023. 90. Dissertation (Master's degree in Mathematics Education) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

## ABSTRACT

With the current educational crises, information being disseminated at all times through social media, the importance of developing critical, statistical and mathematical thinking becomes ever greater. The present study is a qualitative/quantitative research whose main objective was to elaborate, implement and analyze a didactic sequence involving statistics teaching activities for elementary education in the 8th and 9th grades and for high school in the state school Professor Luiz Isidoro Cerávolo from the municipality of Apucarana PR This questionnaire investigated the students' opinion on the subject according to the curricular parameters established by the BNCC. In addition, it aimed to develop and monitor the students' skills through data collection, statistical treatment and interpretation. The methodology used was qualitative/quantitative through the main sources of information on the subject. The data were obtained through the application of a questionnaire to raise the reality in which the student is inserted, seeking to analyze the data and attitudes related to the area of Statistics the probabilities of the students. from the data collected, analyzed and tabulated, a sequence of activities with the theme of Statistical Education will be elaborated using concepts taught in statistics classes, within the discipline of mathematics in order to obtain an educational product, which can help teachers who teach statistics in elementary and secondary education.

**Keywords:** Mathematics Education; Statistic; Following teaching; Descriptive analysis of probabilities.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>JUSTIFICATIVA .....</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>LEVANTAMENTO DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC).....</b>	<b>14</b>
<b>4</b>	<b>ENSINO FUNDAMENTAL .....</b>	<b>16</b>
<b>5</b>	<b>ENSINO MÉDIO.....</b>	<b>17</b>
<b>6</b>	<b>ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NA ESCOLA PÚBLICA .....</b>	<b>20</b>
<b>7</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>24</b>
<b>9</b>	<b>MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAIS .....</b>	<b>27</b>
<b>11</b>	<b>MEDIDAS DE DISPERSÃO OU VARIABILIDADE.....</b>	<b>30</b>
<b>10</b>	<b>UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE ESTATÍSTICO BIOESTAT 5.3 .....</b>	<b>32</b>
<b>11</b>	<b>SEQUÊNCIA DE ENSINO .....</b>	<b>39</b>
<b>12</b>	<b>DEFINIÇÃO DE PROBABILIDADES .....</b>	<b>43</b>
<b>13</b>	<b>PRODUTO EDUCACIONAL.....</b>	<b>47</b>
<b>14</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>48</b>
<b>15</b>	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>50</b>
<b>16</b>	<b>QUESTIONÁRIO .....</b>	<b>53</b>



<b>18 APÊNDICE 01 – QUESTIONÁRIO PARA VERIFICAÇÃO DE APRENDIZADO .....</b>	<b>57</b>
<b>19 APÊNDICE 02: TABELA INFORMAÇÃO DOS ALUNOS .....</b>	<b>59</b>
<b>19 PRODUTO EDUCACIONAL: UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADES NO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO. ....</b>	<b>61</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A Estatística tem presença obrigatória nos currículos do Ensino Fundamental e Médio, devido a sua importância para compreensão do mundo ao nosso redor. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), a compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais também dependem da leitura e interpretação de dados e de informações muitas vezes complexas, mas que depois de devidamente explicitada em gráficos, tabelas e medidas descritivas tornam um problema muito mais claro e compreensível, quando incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação e apresentados sob forma de resumos estatísticos e percentuais. Assim, é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar e tratar informações estatisticamente.

Por mais importante que seja a aquisição de conhecimentos estatísticos para a formação do estudante, seu ensino tem enfrentado muitos problemas em várias áreas da Educação, por isso vemos uma crescente preocupação com estudos votado a maneira que a estatística é abordada, como por exemplo os estudos do grupo de trabalho 12 (GT12) da sociedade Brasileira de Educação Matemática. Pode-se dizer que uma das dificuldades no ensino da Estatística está relacionada a forma como é feita a sua abordagem, frequentemente apresentada de forma desconexa com a realidade dos estudantes, ou se valendo de representações e formulações complexas não conectada com a realidade dos alunos que muitas vezes não veem sua importância para a vida prática, e não conseguem ter um significado real por trás dos cálculos que são apresentados.

Assim, é importante que a Estatística seja abordada de forma contextualizada, com foco no aluno, proporcionando a ele espaço para ser protagonista de sua aprendizagem. Segundo Wodewotzki (2011), os estudantes, de um modo geral, devem ser preparados para levantar problemas de seu cotidiano, despertando o seu interesse, tornando-o capaz de formular questões, propor hipóteses, coletar os dados, escolher os métodos estatísticos apropriados, refletir, discutir e analisar criticamente os resultados considerando as limitações da Estatística, sobretudo no que se refere à incerteza e variabilidade.

Dentre os diversos conteúdos relacionados à Estatística, a abordagem descritiva apresenta um grande potencial para ser trabalhada de forma alternativa, devido seu caráter investigativo que proporciona muitas possibilidades de contextualização e interpretação dos problemas relacionados com a vida real do mundo dos estudantes. Partindo desse pressuposto, descreveremos, ao longo deste trabalho, uma metodologia didática que apresenta sugestões de

atividades com esse enfoque, a fim de potencializar a aprendizagem dos conteúdos estatísticos e sua prática.

Temos como objetivo geral, elaborar uma sequência de ensino sobre os conceitos de estatística descritiva de modo a facilitar o ensino dos conceitos de Estatística no Ensino Fundamental e médio propondo atividades contextualizadas ao cotidiano dos alunos, levando em consideração conceitos já adquiridos anteriormente e permitindo aos alunos a participação em todo o processo de construção do conhecimento estatístico. Norteados por esse objetivo geral temos como objetivo específico:

- Revisar a BNCC para compreender como os conteúdos da Estatística são abordados no Ensino Fundamental e médio;
- Revisar os conceitos de estatística descritiva;
- Compreender a forma do pensar estatístico oriundo da Educação Matemática;
- Propor as atividades da sequência didática nos conteúdos de estatística descritiva;
- Aplicar um questionário aos alunos para posteriormente discutir os dados levantados;
- Elaborar um produto Educacional através de uma sequência didática;

## **2 JUSTIFICATIVA**

A busca de mecanismos para a melhoria da qualidade do ensino na Educação Básica tem sido objeto de muitos estudos. Isto vem ocorrendo com certa frequência nos distintos níveis da educação, seja no ensino fundamental ou no ensino médio. Partindo deste pressuposto, vê-se a necessidade de idealizar soluções que auxiliem professores, estudantes e gestores escolares, de modo a inovar e dinamizar o processo de ensino e aprendizagem dos alunos, incorporando metodologias e tecnologias que possam agregar conhecimento de forma mais eficaz e motivadora. (FURIÓ et. al. 2015).

O ensino de Estatística na Educação Básica, tem deixado a desejar por décadas e tem apresentado muitas lacunas que trazem grandes dificuldades na aprendizagem para os alunos. Estas lacunas estão relacionadas, sobretudo pela falta de associação dos conceitos de estatística e probabilidade ministrados e a sua aplicação no cotidiano dos alunos (BATANERO, 2000; JACKSON et. al., 2011; SCHUYTEN; OLIVIER, 2007).

O ensino de Estatística e Probabilidades nos dias atuais, exige dos professores muito mais que criatividade, eles precisam de formação para trabalhar com as tecnologias midiáticas, com os recursos digitais e com softwares que possibilitem aos alunos uma visão mais holística da estatística e sua aplicação. A geração atual possui muitas informações nesta era digital, cabe ao professor se adequar rapidamente às novas tecnologias. Portanto, o ensino de Estatística não pode continuar a ser ministrado como nas décadas anteriores, ou seja, a utilização de novas metodologias e recursos didáticos juntamente com a utilização de softwares e tecnologias midiáticas fazem parte do cotidiano vivenciado por estes alunos na atualidade (CARVALHO, 2014; GUIMARÃES, 2015; MOURA, 2010; SANTOS, 2015).

Para Golão (2016, p.21), “as tecnologias da informação e da comunicação, através dos seus sistemas globais de comunicação e aliadas ao ensino permitem, de uma forma exponencial, o acesso a transferência de informação, a produção e partilha do conhecimento”, o que possibilita aos professores sua utilização nos processos de aprendizagem, de forma ativa e interativa, conseguindo focar e prender a atenção dos alunos nas atividades desenvolvidas em sala de aula.

Amparados pelos parágrafos supracitados que nossa pesquisa se justifica e procura levantar as lacunas existentes nos processos de ensino e aprendizagem notadamente naquelas voltadas para o ensino de estatística e probabilidades e propor as inovações tecnológicas para condução destes conteúdos como o uso de tecnologias midiáticas e recursos didáticos como a utilização de softwares como o Bioestat 5.3 que é livre e de fácil acesso nas aulas de estatística e probabilidades, dentro da disciplina de matemática.

Sendo assim, este trabalho apresenta inicialmente uma revisão bibliográfica no que se refere a Educação Estatística. Em seguida, apresentamos um levantamento acerca do que a Base Nacional Comum Curricular apresenta sobre o ensino de estatística. Na sequência, realizamos uma revisão dos conceitos de Estatística Básica, e por fim, propomos uma sequência de ensino para que os professores possam realizar suas atividades de uma forma mais adequada à realidade do cotidiano dos alunos, contribuindo para sua aprendizagem.

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Nesta seção apresentaremos uma breve revisão bibliográfica de trabalhos que abordam o conceito de Educação Estatística. A Estatística tem tido grande importância ao longo de sua

história, que começa Antes de Cristo, com os registros egípcios “de presos de guerra”, a partir da organização de bancos de dados que possibilitaram o estabelecimento de uma relação-verdade entre o passado, o presente e o futuro.

É cada vez mais frequente a necessidade de se compreender as informações veiculadas, especialmente pelos meios de comunicação, para tomar decisões e fazer previsões que terão influência não apenas na vida pessoal, como na de toda a comunidade. Estar alfabetizado, neste final de século, supõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações. Essa característica da vida contemporânea traz ao currículo de Matemática uma demanda em abordar elementos da estatística, da combinatória e da probabilidade, desde os ciclos iniciais (BRASIL, 1998).

A Estatística tem tido grande importância ao longo de sua história, que começa Antes de Cristo, com os registros egípcios “de presos de guerra”, a partir da organização de bancos de dados que possibilitaram o estabelecimento de uma relação-verdade entre o passado, o presente e o futuro.

A Educação Estatística, segundo Lopes (2010), não auxilia apenas na leitura e na interpretação de dados, mas fornece a habilidade para que uma pessoa possa analisar e relacionar criticamente os dados que lhe são apresentados, mas tem a capacidade de questionar e até mesmo ponderar sobre sua veracidade e consistência.

O desenvolvimento da Estatística se valeu do avanço das pesquisas em Educação Matemática, e computacional, mas mostrou que, apesar de conjugarem muitos aspectos comuns, apresentam diferenças importantes (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013). Sobre essa diferença, Batanero (2001) observa que é preciso experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados à natureza específica da Estatística, pois ela muitas vezes diferente de um simples cálculo matemático, mas possibilita fazer interações entre variáveis e inferência o que na matemática nem sempre se consegue fazer ou transferir os princípios gerais do ensino da Matemática.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013) sintetizam três conceitos importantes, discutidos e pesquisados por diversos autores, relacionados ao ensino da Estatística. Segundo eles, tais conceitos não são excludentes, mas sim interligados e de certa forma se complementam.

**Literacia:** Diz respeito à habilidade de comunicação estatística, que envolve ler, escrever, demonstrar e trocar informações, interpretar gráficos e tabelas e entender as informações estatísticas dadas nos jornais e outras mídias, sendo capaz de pensar criticamente sobre elas.

**Raciocínio:** Pode ser categorizado, envolve a conexão ou a combinação de ideias e conceitos estatísticos, significa compreender um processo estatístico e ser capaz de explicá-lo, significa interpretar por completo os resultados de um problema baseado em dados reais.

**Pensamento:** Capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza, escolher adequadamente as ferramentas estatísticas, enxergar o processo de maneira global, explorar os dados além do que os textos prescrevem e questionar espontaneamente os dados e os resultados.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013) ainda descrevem algumas estratégias a serem utilizadas no ensino da Estatística:

1. O foco do ensino de Estatística deve ser desviado do produto para o processo. No trabalho com a inferência, por exemplo, é mais importante a compreensão dos processos de amostragem e da coleta de dados do que a obtenção do resultado final, conseguida através das fórmulas apropriadas e disponíveis em livros-textos ou apresentadas pelo professor.
2. Como consequência dessa valorização, a análise e a interpretação de dados estatísticos são mais importantes do que as técnicas.
3. O uso de tecnologia deve ser incorporado ao ensino de Estatística, permitindo grandes possibilidades de simulações e mostrando que o cálculo pode ser feito pela máquina, mas a análise de dados, interpretações e tomada de decisões, não.
4. A aprendizagem de Estatística *fazendo estatística* é a chave da motivação. Smith (1998) afirma que trabalhos com projetos nos quais os alunos coletam dados, organizam esses dados, apresentam e interpretam resultados, produzem relatórios, gráficos, pareceres, etc têm se mostrado extremamente frutíferos para o ensino da Estatística. Para isso, é necessário produzir exemplos que tenham significação prática para os alunos.
5. Os alunos devem ser incitados a argumentar, interpretar e analisar, mais do que a calcular ou desenhar.

6. A implementação de estratégias de aprendizagem colaborativa e o encorajamento do trabalho em grupo tem suscitado casos de sucesso, como apontado por vários autores como Garfield (1998), Dietz e Kalof (2009) e Smith (1998).
7. As avaliações devem estar voltadas para o cumprimento das metas, e não para cálculos e aplicações de fórmulas.

Nessa direção, as atividades de investigação criam condições para os estudantes pensarem estatisticamente, formulando hipóteses, elaborando estratégias de validação dessas hipóteses, criticando, preparando relatórios escritos e comunicando oralmente os resultados obtidos.

### 3 LEVANTAMENTO DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)

Neste capítulo serão apresentados alguns importantes aspectos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que norteiam o trabalho do professor em sala de aula e que são importantes na contextualização deste trabalho.

A Base Nacional Comum Curricular é um documento de caráter normativo, homologado recentemente e elaborado por especialistas de todas as áreas do conhecimento. Tal documento define um conjunto de aprendizagens essenciais a todos os alunos ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Neste capítulo, será feita uma análise desse documento em relação à abordagem da Estatística, em especial aos assuntos relacionados ao tema deste trabalho.

Segundo a BNCC, as aprendizagens essenciais devem garantir aos alunos o desenvolvimento de dez **competências gerais**. O documento define competência como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. São listadas a seguir as dez **competências gerais** descritas na BNCC:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para

investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens - verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital - bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.



Ainda sobre as competências, o documento ressalta que os alunos devem “saber” (considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) e, sobretudo, devem “saber fazer” (considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho). Destaca também o compromisso com a educação integral se referindo à construção intencional de processos educativos que promovam aprendizagens sintonizadas com as necessidades, as possibilidades e os interesses dos estudantes e, também, com os desafios da sociedade contemporânea.

#### **4 ENSINO FUNDAMENTAL**

O Ensino Fundamental refere-se a uma das etapas da Educação Básica, com 9 anos de duração e que atende estudantes de 6 a 14 anos. Essa etapa é dividida em duas fases: Anos Iniciais e Anos Finais.

##### **Anos Iniciais:**

Em relação aos anos iniciais, o documento aponta para valorização de situações lúdicas da aprendizagem e a articulação com experiências vivenciadas na Educação Infantil. O documento ressalta a importância nesse período do desenvolvimento, pelos alunos, de novas formas de relação com o mundo, novas possibilidades de ler e formular hipóteses sobre os fenômenos, de testá-las, de refutá-las, de elaborar conclusões, em uma atitude ativa na construção de conhecimentos.

Outro destaque dessa etapa está relacionado à preocupação com as mudanças enfrentadas pelos alunos em seu processo de desenvolvimento que repercutem em suas relações pessoais. Também é dado enfoque ao desenvolvimento da oralidade e dos processos de percepção, compreensão e representação, uma vez que os alunos se deparam com uma variedade de situações que envolvem conceitos e fazeres científicos, desenvolvendo observações, análises, argumentações e potencializando descobertas. Em relação às atividades no ambiente escolar, fica clara a necessidade de uma organização em torno dos interesses manifestos pelas crianças, assunto que será retomado em momento oportuno no decorrer desse trabalho.

##### **Anos finais:**

Em relação aos anos finais, o documento destaca o aumento da complexidade dos desafios enfrentados pelos estudantes e a importância do fortalecimento da autonomia dos adolescentes, oferecendo-lhes condições e ferramentas para acessar e interagir criticamente com diferentes conhecimentos e fontes de informação. Nessa fase, existe também a preocupação com as mudanças biológicas, psicológicas, sociais e emocionais decorrentes da transição entre a infância e a adolescência.

No documento, uma consideração importante para esta fase, diz respeito às mudanças promovidas pela cultura digital, deixando clara a responsabilidade da instituição escolar em estimular o uso consciente das ferramentas midiáticas e digitais, incorporando suas linguagens e modos de funcionamento. Além disso, destaca-se a preocupação com a construção, por parte dos alunos, de um projeto de vida referente não somente aos seus anseios para o futuro, como também à continuidade dos estudos.

## **5 ENSINO MÉDIO**

O ensino médio consiste na última etapa na educação básica no Brasil, tem a duração média de três anos e antecede o ingresso ao ensino superior.

O ensino médio no Brasil já passou por muitas modificações desde a sua criação com a vinda da Família Real para o Brasil em 1808. Teve inicialmente uma formação propedêutica como era constituído em Portugal, sofreu muitas modificações durante as décadas passou a ter uma divisão entre Clássico, Biológico e matemático, depois com a lei 5692 passou por fase de ensino profissionalizante tendo o primeiro ano básico e os dois últimos anos profissionalizantes, depois passou a ter os curso para formação de professores para os anos iniciais o Normal e outros profissionalizantes como Técnico em contabilidade, química Industrial , desenho arquitetônico e outros conforme a necessidade das regiões e estados .

Agora no ano de 2022 uma nova mudança foi implantada e já tem causado muita divergência com educadores favoráveis e uma grande maioria ainda resistentes às mudanças propostas pelo MEC

Todavia esta temática não é o foco desta pesquisa, mas sim os conteúdos de estatísticas que foram recomendados pela BNCC-22 como mostra o quadro abaixo:

Quadro - 1 Conteúdos estabelecidos para o ensino de estatística dentro da disciplina de matemática pela BNCC -22 para o nosso ensino Fundamental e Médio.

EM 13MAT202 Habilidades que o aluno deverá ter após o término do ensino médio
---

Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos. Essa habilidade implica a análise de uma questão relevante a partir da estruturação e elaboração de uma pesquisa estatística em todas as suas etapas, incluindo as ações de delimitar o objeto de estudo, pensar criteriosamente sobre os dados, refletir sobre a melhor maneira de organizá-los e apresentá-los e sintetizar as informações. Ao utilizar esse conjunto de conhecimentos para posicionar-se com fundamento, os estudantes estarão desenvolvendo outras habilidades, por exemplo, organização, gestão do tempo e recursos, além de tomada de decisões referentes às conclusões obtidas. Há ampliação dos conceitos relacionados à Estatística estudados no Ensino Fundamental, como as correlações entre as medidas de tendência central e as medidas de dispersão iniciadas no 8º e 9º anos. Conceitos simples de Estatística Descritiva. Medidas de tendência central (média, moda e mediana). Medidas de dispersão (amplitude, desvio padrão e coeficiente de variância). Gráficos estatísticos (histogramas e polígonos de frequência). Distribuição normal. Descrever as etapas de uma pesquisa estatística envolvendo temática relevante por meio de um relatório que indique os passos necessários para sua realização. Realizar pesquisa estatística relativa a um tema de interesse comunitário, utilizando software de coleta on-line para auxiliar no tratamento e apresentação das informações.

Utilizar informações coletadas de livros ou sites de referência para determinar medidas de tendência central (média, moda e mediana), assim como medidas de dispersão (amplitude, desvio padrão ou coeficiente de variação). Interpretar medidas de dispersão (amplitude, desvio padrão ou coeficiente de variação) que representam a distribuição dos dados relativos a situações globais, como clima, economia, finanças, populações etc. Comunicar os resultados de uma pesquisa estatística referente a tema de escolha própria utilizando o gráfico estatístico mais adequado para aquela situação (histograma de frequência absoluta/acumulada, polígono de frequência simples/acumulada etc.).

Para o desenvolvimento dessa habilidade, além da utilização de projetos, é recomendável a aprendizagem da utilização de softwares para coleta, tratamento e apresentação dos dados com o intuito de familiarizar o estudante com tais ferramentas tecnológicas, ampliando seu repertório para o mundo do trabalho e fornecendo subsídios para uma melhor compreensão do processo envolvido em uma pesquisa estatística. A visualização dos resultados coletados a partir dos gráficos possibilita aos estudantes a comparação entre diferentes conjuntos de dados e também a escolha da maneira mais adequada para representar determinado fenômeno.

Além disso, uma pesquisa estatística mais estruturada favorece a compreensão da relação que as medidas de tendência central mantêm com as medidas de dispersão e o entendimento do comportamento dos dados na situação explorada.

O tema escolhido para a pesquisa permite a relação entre áreas, solicitando o planejamento entre professores de diferentes componentes, assim como aulas organizadas por grupos colaborativos trabalhando em torno dos respectivos temas de interesse.

A relação com a Competência Geral 5 da BNCC se estabelece quando o estudante executa seu projeto com recursos da tecnologia digital.

**Fonte:** Brasil (2017)

### **O que seria então o novo ensino médio?**

A Lei nº 13.415/2017 alterou a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional e estabeleceu uma mudança na estrutura do ensino médio, ampliando o tempo mínimo do estudante na escola de 800 horas para 1.000 horas anuais (até 2022) e definindo uma nova organização curricular, mais flexível, que contemple uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a oferta de diferentes possibilidades de escolhas aos estudantes, os itinerários formativos, com foco nas áreas de conhecimento e na formação técnica e profissional.

A mudança tem como objetivos garantir a oferta de educação de qualidade a todos os jovens brasileiros e de aproximar as escolas à realidade dos estudantes de hoje, considerando as novas demandas e complexidades do mundo do trabalho e da vida em sociedade.

## 6 ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NA ESCOLA PÚBLICA

Para abordar o campo da estatística é preciso compreender os conceitos deste campo de estudo, e adentrar ao que ela significa.

Webster (2006, p.10) conceitua estatística como:

População: conjuntos de todos os itens ou elementos; - Parâmetro: característica que descreve a população; - Amostra: uma parte da população representativa da população, que será analisada; - Variável: característica da população que será analisada; - Dado: valor coletado no estudo; - Estimador: característica numérica estabelecida na amostra e; - Observação: descrição.

A estatística mencionada pelo autor refere-se aos campos em que esta pode ser abordada. Pode-se observar a estatística em um dado populacional, dentro do campo da matemática, para compor uma variável e também transpor nas Ciências Exatas, bem como nas Ciências Humanas.

Pode ser usada dentro das organizações, das escolas, e é vista em sua maioria dentro das empresas, bem como no âmbito educacional, a partir de métodos estatísticos e de abordagem quantitativa.

A vista disto, como se pode definir estatística. Para Ignácio (2010, p. 4)

A estatística é definida como um conjunto de métodos e técnicas que envolve todas as etapas de uma pesquisa, desde o planejamento, coordenação, levantamento de dados por meio de amostragem ou censo, aplicação de questionários, entrevistas e medições com a máxima quantidade de informação possível para um dado custo, a consistência, o processamento, a organização, a análise e interpretação dos dados para explicar fenômenos socioeconômicos, a inferência, o cálculo do nível de confiança e do erro existente na resposta para uma determinada variável e a disseminação das informações.

Este conjunto pode estar envolto em todas as áreas e contextos, e que serve como aporte de informação, para que posteriormente seja disseminada para todos.

Assim, de acordo com Rodrigues, Lima e Barbosa (2017, p.620), a estatística “é uma ciência que usa a análise dos dados para testar as hipóteses estatísticas, verificar a força da evidência clínica e, assim, se existem associações entre grupos ou a veracidade de fenômenos de interesse”.

Esta ciência é aplicada a fim de que se consigam resultados verídicos de fatos que foram apontados, e que precisam ser comprovados. Para tanto, a estatística visa contribuir com as áreas, sendo elas indistintas e que podem servir de produto informacional para uma determinada população.

Santos et al (2016) salientam sobre a importância da estatística para as diversas áreas, sendo elas a área financeira, a partir da aplicabilidade em que dedica-se nos lucros, custos, análises e os processos; já na área da produção, a estatística lida com os métodos, que são usados para a verificação desde os produtos, processos e funcionários; na área de marketing é vista como algo para que se observe a aceitação do público em geral sobre determinado produto e na área de recursos humanos é vista na relação entre empregado e empregador, agregando para a empresa os potenciais de cada um.

Neste sentido, a estatística está em todos os contextos e pode ser atrelada a situações em que envolvem a sua aplicabilidade, com o objetivo de conhecer as características de determinada situação, bem como população e instrumento de aplicação.

Segundo Ignácio (2010, p. 3)

Com a velocidade da informação, a estatística passou a ser uma ferramenta essencial na produção e disseminação do conhecimento. O grau de importância atribuído à estatística é tão grande que praticamente todos os governos possuem organismos oficiais destinados à realização de estudos estatísticos.

Sendo assim, a estatística auxilia no processo de tomada de decisão, no qual os sujeitos, ou a sociedade precisa se respaldar a partir de uma análise referente a uma determinada situação. Como por exemplo, ao se apontar estudos acerca da população, e sobre o que a maioria das pessoas consome, o IBGE realiza um estudo, no qual é possível conhecer estatisticamente qual a faixa etária destas pessoas, sexo, e os produtos mais consumidos.

Isto só é evidenciado, pois a partir dos estudos e da disseminação da informação, é possível saber e conhecer quais os públicos e o que os determina. Também é por meio dos estudos estatísticos que se pode determinar a população em que se deseja descrever com os dados obtidos e coletados.

Também no âmbito educacional, a estatística pode ser abordada e utilizada dentro do campo das exatas, mas que pode ser englobada em outras disciplinas, trabalhando assim com

conteúdo interdisciplinares, que são capazes de relacionar os demais campos com o uso estatístico.

Lopes (2008, p.57) salienta sobre o desenvolvimento de uma prática pedagógica, em que:

Acreditamos que é necessário desenvolver uma prática pedagógica na qual sejam propostas situações em que os estudantes realizem atividades, as quais considerem seus contextos e possam observar e construir os eventos possíveis, por meio de experimentação concreta, de coleta e de organização de dados. A aprendizagem da estocástica só complementar a formação dos alunos se for significativa, se considerar situações familiares a eles, que sejam contextualizadas, investigadas e analisadas.

A formação escolar deve proporcionar para os estudantes, elementos que os façam pensar, incitando que estes produzam e observem situações a que possam experimentar. A partir desta proposta levar os estudantes a coletar e organizar estas informações encontradas, com o objetivo de divulgar os dados coletados.

Também elaborar pesquisas em que os alunos terão que propor situações a serem descobertas, e investigar dentro ou fora do próprio colégio, a fim de envolver a comunidade interna e externa. Trabalhando assim, todos os conteúdos, a socialização e também o conceito estatístico.

Portanto, para se adentrar no campo da estatística serão apresentados a seguir conceitos sobre a Estatística e Probabilidade e as tecnologias e a educação que são necessárias para o desenvolvimento do processo de aprendizagem e quais as influências de se desenvolver atividades que incluam as tecnologias computacionais e a estatística.

Ainda de acordo com visão de Magalhães e Lima (2004), definem estatística como um conjunto de técnicas e métodos que permitem descrever, organizar, analisar e interpretar um conjunto de dados obtidos por meio de pesquisa exploratória ou estudos experimentais de qualquer natureza.

Dividindo assim a estatística clássica em três campos distintos, ou seja:

- Estatística Descritiva;
- Probabilidade;
- Estatística Inferencial.

A Estatística Descritiva é a fase utilizada para efetuar uma análise de um conjunto de dados, nesta etapa da análise pode se observar a natureza das variáveis a partir das medidas centrais (a média, a moda e a mediana) de um conjunto de dados, também pode-se ser avaliado as medidas de variabilidade como: variância, desvio padrão e o coeficiente de variação, ainda podemos avaliar as medidas, como: os quartis, os decis e os percentis, outras medidas podem ser avaliadas relativas a inclinação e o achatamento da curva em relação à distribuição Normal como, a assimetria e a curtose. Além disso, a estatística descritiva pode ser vista como uma coleção de técnicas, sejam elas gráficas, tabulares ou medidas resumo, que permitem observar as primeiras hipóteses do problema e, muitas vezes, permitem direcionar a análise para uma etapa analítica do estudo.

A Probabilidade tem sua origem nos jogos de “azar” – “dado” em árabe. Documentos do tipo arqueológicos ou históricos mostram a existência dos jogos de azar desde a antiguidade, porém nunca foram objetos de estudo até a Idade Média. (MORAES, 2014).

Segundo Moraes, o jogo de ossos – formas primitivas de dados feitos de ossos-, conhecidos como astrágalo esteve presente em quase todas as civilizações encontradas por historiadores em pinturas de tumbas egípcias feitas em 3500 a.c.; na Índia e no norte do Iraque – antes Mesopotâmia - em 3000 a.c.; polinésia e siberianos; difundido para o mundo grego, romano e chegando no mundo Cristão Medieval através dos comerciantes marítimos italianos; e durante as cruzadas trazidas para o Ocidente.

Nessa perspectiva a probabilidade, historicamente esteve associada a práticas baseadas em estimativas empíricas tais como: jogos de dados, baralhos, surgimento dos seguros aplicados a perda de carga de navios em naufrágios e roubos, jogos e apostas, previsão de futuro, decisão de disputas, divisão de heranças, acidentes para estipular as taxas e prêmios correspondentes. Estabeleceu-se ao longo do tempo aproximação com experiências frequentes, comuns ou simples do cotidiano, atribuindo-se aos deuses as suposições de vitória ou de derrota diante de um jogo ou fato e por acreditarem em superstições e insistirem na verdade absoluta provadas pela lógica, tinham dificuldade em aceitar a ideia de aleatoriedade.

A *Probabilidade* pode ser pensada, então, como a teoria matemática utilizada para estudar as incertezas presentes em fenômenos de caráter aleatório. Esta teoria depende da análise combinatória e, quando aprofundada, torna-se bastante complexa para muitos estudantes, elas se desdobram muitas vezes em modelos probabilísticos, fundamentais para a inferência Estatística. Pode-se dizer que a Probabilidade é o elo entre a Estatística Descritiva e a Inferência Estatística.



Apesar da *Estatística Inferencial* não ser ensinado no ensino básico, vale destacar a importância de o aluno estar familiarizado com a estatística descritiva e a probabilidade para futuramente compreender os conceitos desta, pois a estatística proporciona fazer deduções, ou seja, inferir propriedades, conclusões e tendências, a partir de uma amostra de uma determinada população tomada para estudo. Sua função é interpretar, fazer projeções e comparações através de testes estatísticos.

## 7 METODOLOGIA

De acordo com Lüdke e André (2013), uma pesquisa em educação utiliza a abordagem qualitativa na validação de seus dados, pois “em educação as coisas acontecem de maneira tão inexplicável que fica difícil isolar as variáveis envolvidas” LUDKE E ANDRÉ, (2013, p.4).

A pesquisa científica oferece à comunidade, elementos que descrevem sobre determinado acontecimento, buscando por meio de fatos ou dados apresentar meios de como se alcançar estas informações. Para tanto, esta pesquisa, buscará por meios práticos apresentar estudos acerca da temática estudada, a fim de disseminar fatos de determinado segmento.

Neste caso, a abordagem utilizada para este estudo será a qualitativa, pois buscará apresentar um produto educacional que pode ser utilizado por professores na elaboração de suas aulas, com o objetivo prático para ensinar Estatística aos alunos dos Anos Finais da educação básica e do ensino médio, de forma proativa a partir do uso do software Bioestat 5.3. e da planilha eletrônica EXCEL.

Sendo assim, na elaboração deste produto, o pesquisador deverá oferecer subsídios para a compreensão do outro e o passo a passo da elaboração de atividades Estatísticas de forma prática e que pode se modificar a partir de cada contexto. Assim, “a análise dos dados na pesquisa qualitativa passa a depender muito da capacidade e do estilo do pesquisador” (GIL, 2008, p. 175). Neste sentido, na elaboração da atividade é preciso compreender os diversos contextos, a faixa etária, bem como os conhecimentos destes professores sobre a ferramenta aqui utilizada.

Para atingir os objetivos propostos, que no caso é apresentar um produto educacional elaborado por meio do software Bioestat 5.3 utilizando o pacote para que professores possam utilizar em suas aulas para ensinar Estatística e probabilidade.

Sendo Lakatos e Marconi (2007):

São investigações de pesquisa empírica cujo objetivo é a formulação de questões ou de um problema, com tripla finalidade: desenvolver hipóteses, aumentar a familiaridade do pesquisador com um ambiente, fato ou fenômeno, para a realização de uma pesquisa futura mais precisa ou modificar e clarificar conceitos.

A vista disso buscamos explorar o pacote Bioestat 5.3 e a Planilha Eletrônica o (EXCEL) com os alunos da rede pública de ensino, o qual posteriormente subsidiou a construção do produto educacional, sequência de ensino, ou seja, atividades que podem ser aplicadas para alunos e adequadas a cada faixa etária, com o intuito de ensinar estatística utilizando as novas tecnologias.

Os procedimentos técnicos para o presente estudo foram uma revisão bibliográfica acerca do tema proposto, pesquisas em bases de dados, portal de periódicos, livros impressos e digitais, relacionados ao tema como Estatísticas, probabilidade e Tecnologias em sala de aula dentre outros assuntos concernentes à pesquisa.

Logo,

A pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. Embora em quase todos os estudos seja exigido algum tipo de trabalho desta natureza, há pesquisas desenvolvidas exclusivamente a partir de fontes bibliográficas. Parte dos estudos exploratórios pode ser definida como pesquisas bibliográficas, assim como certo número de pesquisas desenvolvidas a partir da técnica de análise de conteúdo (GIL, 2008, p.50).

Por fim, apresenta-se uma síntese dos resultados, pontuando as contribuições e as dificuldades do uso do software Bioestat 5.3 e da planilha eletrônica o EXCEL na aprendizagem de conceitos e resoluções de problemas de Estatística tomando como referência a Sequência de ensino proposta e dados os resultados obtidos desta pesquisa.

Os resultados desse trabalho, em confluência com outros presentes na literatura, ressaltam a importância de uso de uma Sequência de ensino, como potencializador da aprendizagem e uma forma de lidar com dificuldades dos alunos em compreender os conteúdos

de Probabilidade e Estatística que são ministrados pelos professores na disciplina de Matemática no ensino fundamental e médio.

## 8 A SEQUÊNCIA DE ENSINO PARA O ENSINO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADES

A Sequência de ensino proposta neste trabalho vem atender a alunos e professores que lecionam matemática na Educação Fundamental 8º e 9º anos e para alunos do ensino médio. A proposta apresentada é constituída por um conjunto de atividades, voltadas ao ensino de Estatística e Probabilidade. E vem ao encontro das perspectivas de aprendizagem apontadas pelos documentos curriculares Nacionais, e também relacionada ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) conforme o quadro 1. As atividades estão sequenciadas e contextualizadas com os conceitos teóricos e explicativos e os dados que dão suporte às nossas análises encontram-se no apêndice 2.

Quadro 2: competências e habilidades do ENEM

Competências	Habilidades
Competência de área 6 - Interpretar informações de natureza científica e sociais obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.	H24 - Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências. H25 - Resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos. H26 - Analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.
Competência de área 7 - Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística	H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos. H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade. H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação. H30 - Avaliar propostas de intervenção na

	realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade.
--	--

Fonte: Brasil (2009).

## 9 MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAIS

Obtidos os dados da turma A com 32 alunos iniciaremos a nossa sequência didática aplicando inicialmente a estatística descritiva, iniciando pelas medidas centrais, média aritmética, moda e mediana. Primeiramente faremos as definições de cada uma das medidas centrais.

### 9.1 A média aritmética:

É a medida de tendência central mais utilizada, porque além de ser fácil de calcular, tem uma interpretação familiar e propriedades estatísticas que a tornam muito útil nas comparações entre populações e em outras situações que envolvem inferência e testes estatísticos: Ela representa o valor “provável” de uma variável ela mede o perfil de uma determinada amostra. Ela é conhecida como valor esperado ou esperança matemática quando calculada para uma população, pode se considerar com o centro de gravidade de uma distribuição Normal ou simétrica.

#### 9.1.1 média aritmética simples

A média aritmética simples ou média de um conjunto de  $n$  valores representados por uma variável quantitativa  $X$ ,  $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ , obtidos a partir de uma amostra qualquer, usualmente representado por  $\bar{x}$  (estimador), é definida por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Uma propriedade interessante da média aritmética é que ela preserva a soma do conjunto de valores, isto é, se trocarmos cada um dos  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , por  $\bar{x}$ , chegaremos ao mesmo valor, da mesma maneira se diminuirmos um valor de cada elemento a média será diminuída deste valor algo análogo ocorre para a divisão e para multiplicação estas propriedades só são observadas para a média aritmética.

**Exemplo:** A média aritmética dos números 6,8,10,15 é dada por:

$$\bar{x} = \frac{6 + 8 + 10 + 15}{4} = 9,75$$

Note que a soma dos números  $6+8+10+15 = 39$ , que também pode ser obtida substituindo cada número pelo valor de  $x$  ( $9,75+9,75+9,75+9,75 = 39$ ). Ou seja, a soma dos valores do conjunto é preservada como descreve a propriedade anterior.

Temos outras modalidades de médias que podem ser usadas no lugar da média aritmética dependendo da natureza dos dados:

### 9.1.2 Média geométrica:

A média geométrica geralmente indicada para um conjunto (ou uma série) de dados que aumentam progressivamente ou para taxas de variações percentuais, de um conjunto de  $n$  valores, sendo  $X$  uma variável quantitativa,  $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ , a qual representaremos por  $\underline{g}$  onde  $\underline{g}$  é ( a raiz  $n$ -ésima do produto dos valores do conjunto selecionado)

$$\underline{g} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n}$$

### 9.1.3 Média harmônica:

A média harmônica, geralmente utilizada em cálculos que envolvem grandezas inversamente proporcionais, de um conjunto de  $n$  valores de uma variável quantitativa  $X$ ,  $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ , a qual representaremos por  $H$ , é definida por:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

Existe uma relação muito importante entre as médias (Aritmética, Geométrica e Harmônica) dada por  $[\underline{x} \geq \underline{g} \geq H]$  essa relação justifica o uso mais frequente da média aritmética pois seu valor será sempre **maior** que as demais médias e só será igual quando as distribuições dos dados forem constantes.

## 9.2 Moda:

A moda sempre é o valor mais frequente de uma série de valores, é o que ocorre maior número de vezes. A moda também chamado modo, norma, tipo dominante, valor de máxima densidade (“média densa” dos alemães), é, pois o valor do atributo para o qual se verifica a maior densidade.

Quando utilizamos dados simples, podemos ter conjunto unimodal quando temos apenas um valor com maior frequência, bimodal quando temos dois picos de valores com maior frequência neste caso soma-se os dois valores e divide o resultado por dois  $(N1+N2) / 2$ .

Quando tivermos mais de dois picos de alta em uma distribuição de dados dizemos que a distribuição é **Amodal**, ela não tem uma moda definida.

A moda ainda é considerada uma medida que avalia a tendência central de um fenômeno estudado e quando ela é bimodal suspeita-se que pode haver a existência de duas populações que podem estar misturadas na amostra, exemplo quando a variável é estatura e se mistura homem e mulher sabemos que as estaturas dos homens geralmente são maiores que das mulheres, e isto pode mascarar o valor da moda.

## 9.3 Mediana:

Em muitos casos a utilização da média aritmética é de utilidade duvidosa, pois é facilmente influenciável por um valor muito grande, perdendo completamente a sua representatividade quando isso ocorre. Nestes casos utilizamos outra medida, a mediana, que tem como propriedade dividir o conjunto de dados sempre em 50% dos indivíduos acima 50% abaixo de si. Por exemplo, em 17 homens dispostos por altura, dizemos que a 9ª pessoa é o indivíduo mediano do grupo, e a sua altura chama-se “mediana”, todavia quando o número for par haverá dois indivíduos centrais, tirando-se a média entre suas medidas para obter a mediana. Considere agora um conjunto de 44 objetos colocados em ordem tanto o 22º “como o 23º” ocupam o centro desta forma a mediana é obtida pela média da soma destes dois indivíduos centrais, Castro (1967). Deste modo, quando o número de elementos for par, a mediana será a média aritmética dos dois valores centrais.

## 11 MEDIDAS DE DISPERSÃO OU VARIABILIDADE

As medidas de tendência central por si só não conseguem representar adequadamente um conjunto de dados, pois não revelam nada sobre a suas variabilidades, vejamos um exemplo na tabela 1, para melhor compreender este fato.

Quadro 3: Nota dos alunos

NOTA ALUNO A	NOTA ALUNO B
6	9
6	3
7	7
5	5
6	6
$\Sigma = 30$	$\Sigma = 30$
$\underline{X} = 6$	$\underline{X} = 6$

Fonte: os autores

Ambos os alunos estão com média 6, todavia o Aluno A apresenta um comportamento de escores muito mais regular que o Aluno B. Para avaliar melhor o desempenho dos alunos, precisamos de algo que possam avaliar as diversidades de seus escores e meça as discrepâncias entre valores de cada nota dos dois casos, este é um exemplo muito simples, imagine em um concurso com milhares de candidatos quantos empates não haveriam e como poderíamos classificar estes alunos, por isso iremos a partir desta sessão tratar das medidas de variabilidade ou dispersão.

Quadro 4 – Principais medidas de dispersão

Medidas	Símbolos
Amplitude (máximo – mínimo)	Á
Variância	S <sup>2</sup>
Desvio padrão	S
Coeficiente de variação	CV

Fonte: os autores

**Variância:** A variância de uma variável quantitativa  $X$  de tamanho  $N$ ,  $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}$  é definida por:

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \underline{x})^2$$

**Desvio padrão:** Uma vez que os desvios foram elevados ao quadrado para garantir que não se anulem no cálculo da variância, sua unidade também foi elevada ao quadrado, o que pode causar uma camuflagem dos valores (pois aumenta a divergência) e dificultar seu entendimento. Logo, faz-se necessário extrair a raiz quadrada do valor obtido, determinando assim o desvio-padrão, ou simplesmente a raiz quadrada da variância:

$$S = \sqrt{S^2}$$

O desvio padrão é sem sombra de dúvida a medida de variabilidade mais utilizada nas pesquisas científicas, na realidade ele representa a raiz quadrada da variância este desvio é muito empregado em algumas distribuições com a Normal à Binomial entre outras além de ser aplicado para determinar os intervalos de confiança, e é ele quem nos mostra o quão discrepante estão os dados entre si numa distribuição.



## 10 UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE ESTATÍSTICO BIOESTAT 5.3

A estatística tem tido grande importância ao longo de sua história, que começa muito antes de Cristo no Egito, com os registros “de preso de guerra, a partir da organização de bancos de dados que possibilitaram o estabelecimento de uma relação – verdade entre o passado, o presente e o futuro.

O Bioestat 5.3 segundo seus autores Manuel Aires et al. Trilha a égide que fortalece o conhecimento da Estatística como ciência, desvendando modelos matemáticos e procedimentos de análises e assim, possibilitando maior facilidade na interpretação dos fenômenos que se manifestam espontaneamente ou são induzidos à natureza dos seres vivos notadamente, pelos próprios homens.

Do mesmo modo como a Estatística, o Bioestat 5.3 surgiu e ganhou reconhecimento, o projeto Bioestat, vem evoluindo a cada novo lançamento. Esta evolução só foi possível pelo forte empenho, competência e dedicação de seus autores.

Utilizaremos o software nesta dissertação por ser free (gratuito) e de fácil manipulação por alunos e professores e por estar em língua portuguesa.

Agora que já apresentamos o software Bioestat 5.3, vamos trabalhar com as medidas obtidas com os alunos. Inicialmente começaremos com as medidas de Estatística descritiva. Com o banco de dados levantado na tabela 1, cada grupo de 8 alunos pegará uma variável e irá calcular todas as medidas relativas a esta variável e construir os gráficos das tabelas e escrever o resumo estatísticos para as discussões.

### a) O gráfico das idades

Observa-se pelo gráfico a seguir que as idades dos alunos do 9º ano estão na maioria dos 14 anos (44%) 15 anos (44%) e 16 anos (9%) e 17 anos (3%).

Figura 1 - Variável idade

## Idade dos Alunos



Fonte: pesquisa de campo da Autora

Observa-se pelo gráfico que as idades dos alunos do 9º ano estão na maioria dos 14 anos (44%) 15 anos (44%) e 16 anos (9%) e 17 anos (3%).

a) Tabela de frequências

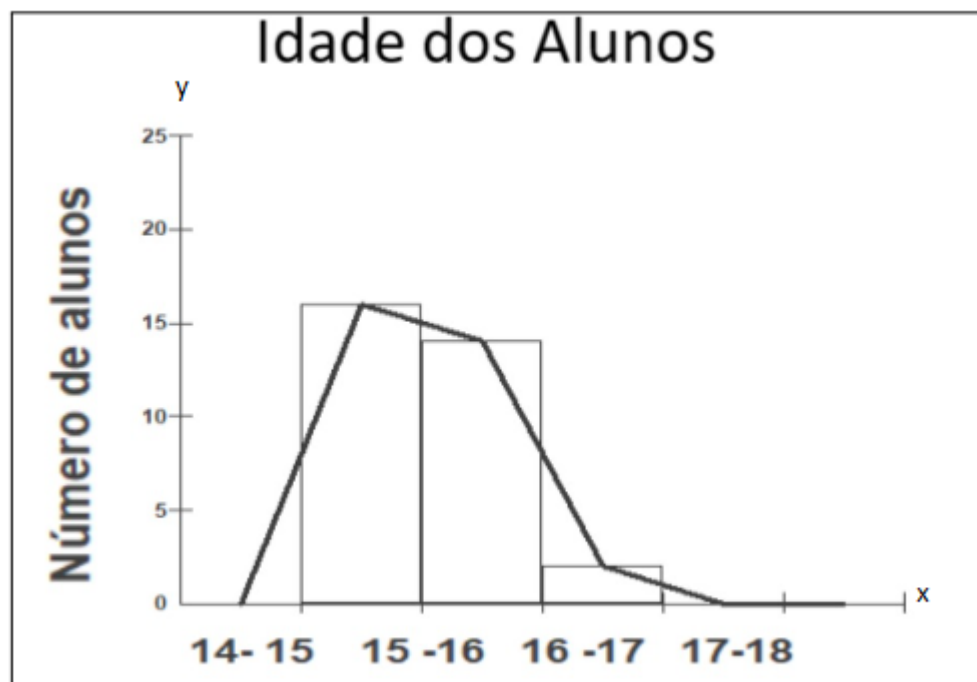
A tabela 2 mostra a divisão em classe das idades dos alunos, onde  $\bar{x}$  representa a média,  $F_i$  a frequência absoluta,  $F_r$  frequência relativa.

Tabela - 1 Idade dos alunos

<b>Turma do 9º ano Fundamental</b>			
Classes	$\underline{x}$	Fi	Fr
14  — 15	14,5	14	44
15  — 16	15,5	14	44
16  — 17	16,5	3	9
17  — 18	17,5	1	3
TOTAL		32	100

Fonte: Pesquisa da Autora

Figura 2: Histograma das Idades



fonte: os autores.

Tabela 2: Resumo estatístico da variável idade

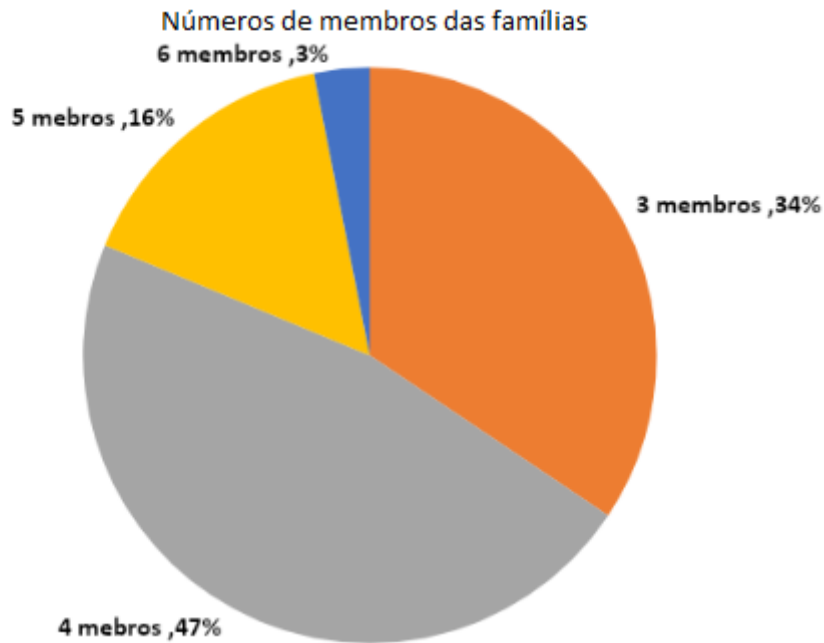
<b>Medidas Estáticas das idades dos alunos</b>	<b>valores</b>
Tamanho da amostra =	32,00
Mínimo	14,00
Máximo	17,00
Amplitude Total	2,00
Mediana	14,50
Primeiro Quartil (25%)	14,00
Terceiro Quartil (75%)	15,00
Desvio Interquartilico	1,00
Média Aritmética	14,56
Moda	14,50
Variância	0,3831
Desvio Padrão	0,62
Erro Padrão	0,11
Coefficiente de Variação	4,25%
Assimetria (g1)	0,6191
Curtose (g2)	-0,4707
Média Harmônica =	14,53
Média Geométrica =	14,54

Fonte: Pesquisa da autora

Como podemos ver sobre a idade dos alunos que a média 14.56 anos a moda é  $(14+15)/2 = 14.5$  anos, a mediana mostra que 50% está abaixo 14,5 e 50% está acima deste valor, a variabilidade é baixa abaixo de 10% as médias obedecem a definição de média Aritmética  $\geq$  média Geométrica  $\geq$  média Harmônica ou seja,  $14,56 \geq 14,54 \geq 14,53$ .

Colocaremos apenas a nível de ilustração mais uma variável “número de pessoas por família”.

Figura 3: Números de membros das famílias.



**Fonte:** a autora

Pela a figura 3, vemos que a maioria das famílias são formada de pai, mãe e dois filhos (4 membros um total de 47%), depois temos famílias com 3 membros (pai, mãe e um filho único) total de 34% em seguida famílias com 5 membros 16% e apenas uma família com 6 membros.

Estes dados estão de acordo com o último censo do IBGE para região Sul, isto mostra que são representativos embora a amostra ainda seja considerada pequena, o que poderia ter apresentado um pequeno viés.

Um gráfico de linhas fornece uma ideia da distribuição dos dados.

Figura 4: Gráfico de linha filhos por família



Fonte: Os autores.

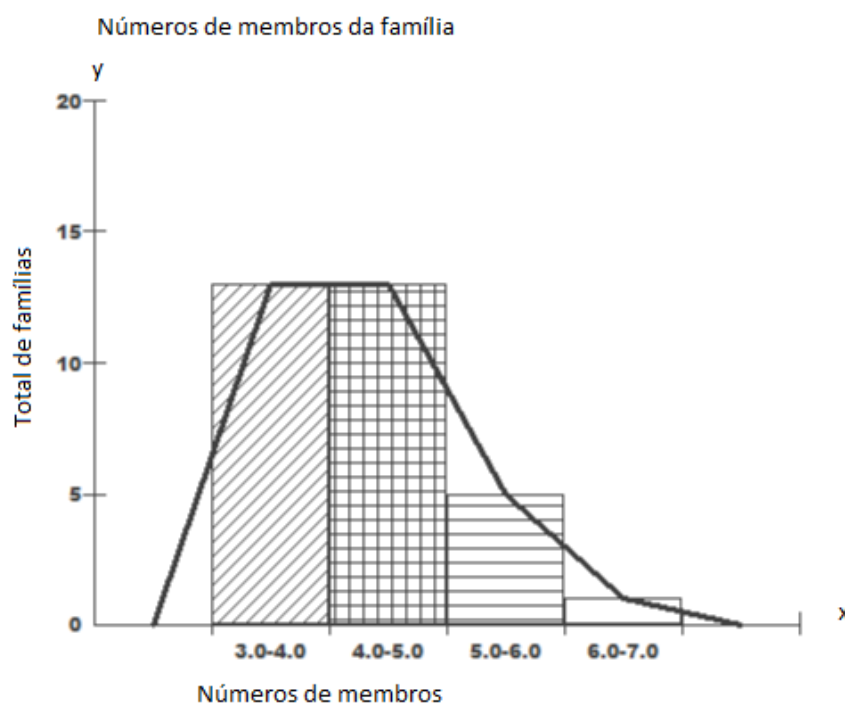
A tabela 3 mostra a divisão em classe do número de filhos por família dos alunos, onde  $\bar{x}$  representa a média,  $F_i$  a frequência absoluta,  $F_r$  frequência relativa.

Tabela 3: Número de membros das famílias

Classes	$\bar{x}$	$F_i$	$F_r$
3  — 4	3.5	13	40.63 %
4  — 5	4.5	13	40.63 %
5  — 6	5.5	5	15.63 %
6  — 7	6.5	1	3.13 %
TOTAL		32	100.0 %

Fonte: os autores

Figura 5: Histograma membros da Família



O gráfico de Histograma e polígono de frequência mostram que as famílias de 3 membros e de 4 membros são os padrões dos dados coletados do número de membros da família.

**Tabela 4: medidas descritivas de tendência central e de variabilidade do número de membros das famílias levantadas pela pesquisa.**

<b>Números de pessoas da família</b>	<b>valores</b>
Tamanho da amostra =	32
Mínimo	3
Máximo	6
Amplitude Total	3
<b>Mediana</b>	<b>4</b>
Primeiro Quartil (25%)	3
Terceiro Quartil (75%)	4
Desvio Interquartílico	1
<b>Média Aritmética</b>	<b>3,8125</b>
Variância	0,6734
Desvio Padrão	0,8206
Erro Padrão	0,1451
Coefficiente de Variação	21,52%
Assimetria (g1)	0,7443
Curtose (g2)	0,0125
Média Harmônica =	3,6571
Média Geométrica =	3,7321
<b>moda</b>	<b>4,00</b>

**Fonte: Pesquisa feita pela autora**

## 11 SEQUÊNCIA DE ENSINO

Para iniciar o aprendizado do conteúdo de probabilidade é necessário que o aluno aprenda o que é experimento aleatório, o que é espaço amostral e o que é evento. Sendo assim, a seguir exemplificamos vários tipos de exemplos aleatórios seguidos de seus respectivos espaços amostrais finalizando com o evento relativo a cada um, por fim o conceito de probabilidade.

**Experimento aleatório (E)** é o processo pelo qual uma observação é obtida. Por exemplo:

E<sub>1</sub> jogue uma moeda 4 vezes e observe o número de caras obtido;

E<sub>2</sub> lançar um dado e observar a face voltada para cima;

E<sub>3</sub> de uma urna, que só tem bolas pretas, tira-se uma bola e verifica-se sua cor;

E<sub>4</sub> em uma linha de produção, fabrique peças em série e conte o número de peças defeituosas produzidas em um período de 24 horas;

E<sub>5</sub>, uma asa de avião é fixada por um grande número de rebites. Conte o número de rebites defeituosos;

E<sub>6</sub>, uma lâmpada é fabricada. Em seguida é ensaiada quanto à duração da vida, pela colocação de um soquete e anotação do tempo decorrido (em horas) até queimar;

E<sub>7</sub> Retirada de uma carta de baralho completo de 52 cartas;

E<sub>8</sub> Peças são fabricadas até que 10 peças perfeitas sejam produzidas. O número total de peças fabricadas é contado.

E<sub>9</sub> Duração da vida, útil de um componente eletrônico.

Após uma boa discussão de cada situação problema proposta, o professor começa a discussão de cada situação com os alunos, esta mediação prática vai fazer o aluno desenvolver um raciocínio, em seguida o professor esboça os resultados dos Experimentos cada qual com seu espaço amostral e discute novamente onde os alunos acertaram e onde erraram.



## ESPAÇO AMOSTRAL (S) PARA CADA UM DOS EXPERIMENTOS E NOVA DISCUSSÃO COM OS ALUNOS

Espaço amostral (S) é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório (E). Considerar cada um dos experimentos a seguir e descrever um espaço amostral para cada um deles.

$$S_1 = \{0, 1, 2, 3, 4\};$$

$$S_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\};$$

$$S_3 = \{\text{bola preta}\};$$

$$S_4 = \{0, 1, 2, \dots, N\}, \text{ onde } N \text{ é o número máximo que pode ser produzido em 24 horas};$$

$$S_5 = \{0, 1, 2, \dots, M\}, \text{ onde } M \text{ é o número de rebites empregado};$$

$$S_6 = \{t \in \mathbb{R} / t \geq 0\};$$

$$S_7 = \{A_O, \dots, k_O, A_P, \dots, k_P, A_E, \dots, k_E, A_C, \dots, k_C\};$$

$$S_8 = \{10, 11, 12, \dots\}.$$

$$S_9 = \{t \in \mathbb{R} / t \geq 0\}.$$

No que tange ao conceito de evento, ou seja, um conjunto de resultados do experimento, em termos de conjunto, é um subconjunto do espaço amostral (S).

Exemplo: Seja o experimento:

a) *E*: lançar três moedas

$$S = \{ccc, cck, ckc, kcc, ckk, kck, kkc, kkk\}, \text{ em que } c \text{ representa cara e } k \text{ coroa.}$$

Seja o evento:

A = ocorrer cara apenas uma vez

$$A = \{ckk, kck, kkc\};$$

B = ocorrer três caras ou três coroas

$$B = \{ccc, kkk\}.$$

b) *E: lançar um dado*

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Seja o evento:

A = ocorrer número ímpar

$$A = \{1, 3, 5\}$$

c) *E: extrair bolas em uma urna contendo 6 bolas verdes e 2 pretas*

$$S = \{V, V, V, V, V, V, P, P\}$$

Seja o evento:

A = ocorrer duas bolas verdes e uma preta

$$A = \{VVP, VPV, PVV\}$$

**Obs. :** O evento pode ser um único ponto amostral, ou uma reunião deles.

## OPERAÇÕES COM CONJUNTOS (EVENTOS ALEATÓRIOS)

Considerando-se um espaço amostral finito  $S = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$

Aplicando aos eventos de um espaço amostral (S) as operações sobre conjuntos, obtêm-se outros eventos de S. Assim, se A e B são eventos, então as seguintes operações são definidas:

**Reunião:**  $A \cup B = \{e_i \in S / e_i \in A \text{ ou } e_i \in B\}$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ . O evento é formado pelos pontos amostrais que pertencem a pelo menos a um dos eventos. Ou seja, é o evento que ocorre se, e somente se, A ou B (ou ambos) ocorrerem no Espaço Amostral.

**Intersecção:**  $A \cap B = \{e_i \in S / e_i \in A \text{ e } e_i \in B\}$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ . O evento intersecção é formado pelos pontos amostrais que pertencem simultaneamente aos eventos A e B. Ou seja, é o evento que ocorre se, e somente se, A e B ocorrerem em um mesmo espaço, Se  $A \cap B = \{ \}$ , então A e B são eventos mutuamente exclusivos.

**Complementação:**  $S - A = \bar{A} = \{e_i \in S / e_i \notin A\}$ . É o evento que ocorre se, e somente se, não ocorre A.

### Exemplo 1:

Lança-se um dado, Sejam A: saída de uma face par, e B: saída de uma face menor que 4. Determinar os eventos:

conjunto A = { 2, 4, 6 }

conjunto B = { 3, 2, 1 }

a)  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

b)  $A \cap B = \{2\}$

$$c) \bar{A} = \{3,1\}$$

$$d) \bar{B} = \{4,6\}$$

$$e) \overline{(A \cup B)} = \{ \}$$

$$f) \overline{(A \cap B)} = \{1,3,4,6\}$$

$$g) \bar{A} \cap \bar{B} = \{ \}$$

$$h) \bar{A} \cup \bar{B} = \{1,3,4,6\}$$

$$i) B - A = \{1,3\}$$

$$j) A - B = \{4,6\}$$

$$k) \bar{A} \cap B = \{1,3\}$$

$$l) \bar{B} \cap A = \{4,6\}$$

## 12 DEFINIÇÃO DE PROBABILIDADES

Definição: É a função P que associa a cada evento de F um número real pertencente ao intervalo  $[0, 1]$ , satisfazendo aos axiomas I; II; e III abaixo:

Seja S, um espaço amostral associado a um experimento E. A cada evento A associado em um número real representado por P (A) e denominado probabilidade de A, satisfazendo aos seguintes axiomas:

I)  $0 \leq P(A) \leq 1$ , para todo evento A;

II)  $P(S) = 1$ ;

III)  $P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$ , se  $A_1, A_2, \dots, A_n$  forem eventos mutuamente exclusivos

Além dos 3 Axiomas das probabilidades também temos os seis teoremas fundamentais, sem os quais não conseguimos passar a ideia de probabilidade.

## TEOREMAS

T.1. Se os eventos  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , são partes do espaço amostral, então:

$$\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$$

T.2. Se  $\varphi$  é um evento impossível (conjunto vazio), então  $p(\varphi) = 0$

T.3. Se  $\bar{A}$  é o complemento de A, então  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

T.4. Sejam  $A \subset S$  e  $B \subset S$ , então  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

(Se A e B são dois eventos quaisquer)

T.5. Para  $A \subset S$  e  $B \subset S$ , então  $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$

T.6. Se  $A \subset B$   $P(A) \leq P(B)$

Logo  $P(A) = E(A) / P(S)$

**Exemplo 2:** O seguinte grupo de pessoas está numa sala: 5 rapazes com mais de 21 anos, 4 rapazes com menos de 21 anos, 6 moças com mais de 21 anos e 3 moças com menos de 21 anos. Uma pessoa é escolhida ao acaso dentre as 18. Os seguintes eventos são definidos:

A: a pessoa tem mais de 21 anos;

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{11}{18} = 61\%$$

B: a pessoa tem menos de 21 anos;

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{7}{18} = 38\%$$

C: a pessoa é um rapaz;

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2} = 50\%$$

Após as exemplificações acima, com intenção de aproximar os conteúdos estatísticos do cotidiano dos alunos apresentaremos algumas atividades que tratam os seguintes conceitos:

- a) Medidas de tendências central;
- b) Medidas de dispersão;
- c) Experimentos Aleatórios;
- d) Espaço Amostral;
- e) Eventos; Probabilidades;

Para a atividade 1, propomos a coleta de dados sobre o tempo de deslocamento dos alunos de sua casa até a escola. A figura trás os tempos que cada um dos 30 alunos de uma determinada sala levam para chegar de casa à escola.

Figura 6: Tempo de deslocamento

25	20	23	19	22	35
33	20	15	25	30	40
40	22	20	15	20	20
35	35	25	15	20	30
22	20	15	20	30	35

Fonte: os autores

Com os tempos de deslocamentos, o professor pode solicitar para os alunos os cálculos das medidas de tendência central, bem como os cálculos de medidas de dispersão, utilizando o software Bioestat 5.3, esses valores estão apresentados na figura 7:

Figura 7: Cálculo de medida de tendência central e dispersão do deslocamento.

Média	24,86
Mediana	22
Moda	20
Variância	55,18
Desvio Padrão	7,42

Fonte: os autores

Com esses dados o professor pode instigar os alunos sobre o que significa esses valores, onde a Média representa o valor que tenta aproximar o máximo possível a distância entre ela mesma até o maior e ela mesma e o menor valor. A Mediana é o valor central entre os maiores e os menores valores. A Moda é o valor que mais se repete. Variância é como os dados estão dispostos em torno da média. O Desvio Padrão mede a homogeneidade da distribuição mostra se a média é ou não uma boa medida de representatividade, sendo assim quanto menor o desvio padrão mais homogêneo são os dados, mais representativa será a média.

A partir desse mesmo conjunto de dados, podemos trabalhar também conceitos de experimentos aleatórios, espaço Amostral, eventos e probabilidades. Utilizando os dados da figura, podemos trabalhar o conceito de experimento aleatório pois, não é possível ter certeza que na escolha de um aluno esse aluno irá demorar x minutos, existe apenas a chance de isso

acontecer, e isso dependerá diretamente do espaço amostral, conseqüentemente ao escolher um evento será necessário calcular a probabilidade daquele evento acontecer.

Seja o evento:

Qual a chance de escolher um aluno que demora 40 minutos para chegar à escola?

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15} = 6,6\%.$$

### 13 PRODUTO EDUCACIONAL

Uma seqüência de ensino de Estatística e probabilidades para o ensino Fundamental e Médio, com uso de um software Bioestat 5.3.

Por fim, será desenvolvido um produto educacional, isto é, uma seqüência de ensino com atividades relacionadas ao conteúdo de estatística para o ensino fundamental e médio elaborada pela professora, para que possa ser utilizada nas aulas pelos Professores. Esta seqüência de atividades servirá de base para que possa aprimorar ou criar novos caminhos para utilizar um software Bioestat 5.3, durante as aulas para estimular a aprendizagem dos alunos.

Assim, a partir do produto educacional, estes professores terão autonomia de utilizar esta proposta, adequando, analisando e modificando conforme a realidade escolar, sua necessidade e seu público alvo.

A pesquisa quantitativa foi aplicada para analisar a “interpretação das particularidades dos comportamentos ou das atitudes dos indivíduos” PRODANOV (2013, p.70) quando foram analisados os resultados obtidos por meio das atividades propostas aos alunos no final da aplicação da atividade.

Portanto, baseou-se na análise da realidade de forma complexa e contextualizada, em três fases: quantitativa descritiva, delimitação do estudo e análise sistemática e elaboração do relatório.

Com base nestes pressupostos, buscou-se analisar como uma abordagem dos conteúdos de Estatística e probabilidade, diferentemente da tradicional, utilizando a tecnologia como recurso, que contribuirá para a aprendizagem dos alunos.



Partindo desta conjectura, este trabalho foi dividido em três etapas:

- i) A primeira etapa foi à pesquisa bibliográfica em livros, revistas, artigos sobre tecnologias midiáticas, estatísticas e utilização do software;
- ii) explorar o pacote Bioestat 5.3 juntamente com os alunos de uma escola da rede pública de ensino.
- iii) A terceira e última etapa foi à aplicação e avaliação do material pelos alunos e a elaboração do produto educacional (manual).

O material produzido será disponibilizado em um Manual elaborado pela professora pesquisadora que compõe os passos metodológicos abordando os temas pré-determinados de estatística. Para a elaboração dos materiais e os roteiros que serão disponibilizados no decorrer do trabalho.

## **14 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Analisando a sequência de ensino para o ensino de estatística e probabilidades, quanto à sua eficácia como potencialidade e facilitadora da aprendizagem e da construção de conceitos estatísticos e probabilísticos pode-se inferir que esta metodologia de ensino atingiu os objetivos esperados, uma vez que os alunos demonstraram terem compreendido os conceitos e a aplicação da Estatística para aplicação no seu cotidiano e para a sua vida em sociedade.

Ainda sobre as atividades os alunos gostaram pois puderam usar o software estatístico para solução dos exercícios e viram que é muito mais prazeroso utilizar os recursos tecnológicos com a planilha Excel e o Bioestat 5.3 para aplicar os conceitos a outros contextos e não somente aqueles apontados pela professora nas aulas. É possível afirmar com veemência que a aprendizagem da turma foi significativa, pois resolveram todos os exercícios com menor tempo e compreenderam melhor o significado dos resultados obtidos gastando um tempo de aplicação razoavelmente bem mais curto do que ter de resolver todos os cálculos a mão.

Contudo, verificou-se na análise das atividades produzidas pelos alunos em aula, e nas discussões entre os pares e nos grupos e, na postura confiante destes na apresentação dos resultados da pesquisa a existência de indícios de aprendizagem significativa. Considerando a Sequência de ensino, enquanto estratégia didática, é preciso ponderar que a sua implementação em sala de aula exige por parte do professor maior tempo para a elaboração das atividades, conhecimento da turma e dos seus interesses, além de conhecer bem como manipular dados com o Software.

Um ponto a salientar é que a Sequência de ensino pode ser utilizada em diferentes anos, fazendo as devidas adaptações. A diversidade de atividades que a Sequência de ensino proporcionou, nos diferentes momentos de sua implementação, foi crucial para que os alunos se sentissem encorajados e seguros, ficando motivados a aprender os conteúdos de estatística e Probabilidades que para muitos eram causas de uma grande angústia e dificuldade.

## 15 REFERÊNCIAS

BAYER, Arne; et al. **A estatística e sua história**. In: SIMPÓSIO SULBRASILEIRO DE ENSINO DE CIÊNCIAS, 2004, Canoas. Disponível em: <http://docplayer.com.br/79497-A-estatistica-e-sua-historia.html>. Acesso em 10 de março de 2017.

BATANERO, C. **Dificultades de los estudiantes em los conceptos estadísticos elementales: el caso de las medidas de posición central**. In: LOUREIRO, C.; OLIVEIRA, O.; BRUNHEIRA, L. (Orgs.). Ensino e aprendizagem da estatística. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2000. p.31-48.

BATANERO, C. Didáctica de la estadística. **Granada: Universidad de Granada, 2001**. Citado na página 23.

Brasil, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio: **ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica. (1998).

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental**. 1997. Ministério da Educação. Secretaria do Ensino Fundamental. Brasília, DF. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 03 de junho de 2023. Citado na página 23.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. 1998. Ministério da Educação. Secretaria do Ensino Fundamental. Brasília, DF. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf>. Acesso em: 03 de junho de 2023. Citado na página 21.

\_\_\_\_\_. **Competências ENEM**. 2009. Ministério da Educação. Secretaria do Ensino Fundamental. Brasília, DF. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf>. Acesso em: 03 de junho de 2023. Citado na página 21.

\_\_\_\_\_. **Base Nacional Comum Curricular**. 2017. Ministério da Educação. Brasília, DF. Disponível em: <http://download.basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 06 de junho de 2023. Citado na página 27.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

CARVALHO, A.A.A. Na era mobile learning: **fomentar a aprendizagem dos nativos digitais**. In: MOMESSO, R.; ASSOLINI, F.E.P.; CURCINO, L.F.; BURLAMAQUE, F.V.; PALMA, G.M. (Orgs.). Das práticas do ler e escrever: ao universo das linguagens, códigos e tecnologias. Porto Alegre: CirKula, 2014. p. 353-379.

CASTRO, Lauro Sodré Viveiros de. **Pontos de Estatística**. Editora científica. Rio de Janeiro 1967.

DIETZ, Thomas; KALOF, Linda. **Introduction to social statistics: the logic of statistical reasoning**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009. Citado na página 24.

FURIÓ, D.; JUAN, M. C.; SEGUÍ, I.; VIVO, R. **Mobile learning vs. Traditional classroom lessons: a comparative study**. Journal of Computer Assisted Learning, v. 31, n. 3, p. 189-201, 2015.

GARFIELD, Joan B. The statistical reasoning assessment: Development and validation of a research tool. In: CITESEER. **In the Proceedings of the 5 th International Conference on Teaching Statistics**. [S.l.], 1998. Citado na página 24.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6 ed. São Paulo: Atlas, 2008

GOULÃO, M, F, de. Recursos educacionais abertos: conhecimento coletivo e aberto. In: MOREIRA, J, A. et al (Org). **Tecnologias na era digital: ensinar e aprender com as ferramentas da WEB 2.0**. Santo Tirso: White Books, 2016. cap.II. p.21.

IGNÁCIO, S, A. **Importância da Estatística para o Processo de Conhecimento e Tomada de Decisão**. Nota Técnica Iparde.gov.br. Editoração Eletrônica. Curitiba.(2010).

**LEI DE DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL (LDB**  
nº.9394/96),<https://www.jusbrasil.com.br/topicos/11693121/artigo-22-da-lei-n-9394-de-20-de-dezembro-de-1996>

LOPES, C. E. (2008). **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores**. Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008. ISN. 23156765.

LOPES, C. A. E. (2010). **Os desafios para educação estatística no currículo de matemática**. In: Lopes, C. A. E., Coutinho, C. de Q. e S. & Almouloud, S. A. (Orgs.). Estudos e reflexões em educação estatística. Campinas: Mercado de Letras.

LÜDKE, Menga. ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2 ed. Rio de Janeiro: EPU, 2013.

MAGALHÃES, Marcos N.; Lima. Antonio C. P. **Noções de probabilidade e estatística**. 6.ed. São Paulo: USP, 2004.

MARCONI, M. A., LAKATOS, E. M. **Fundamentos da Metodologia Científica**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

MORAES, Luís Cláudio Longo. **Ensino de probabilidade: historicidade e interdisciplinaridade**. 2014. 130 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, SeropédicaRJ, 2014.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. Novo Hamburgo, RS: Feevale, 2013.

RODRIGUES, Célio Fernando de Sousa; LIMA, Fernando José Camello; BARBOSA, Fabiano Timbó. **Importância do uso adequado da estatística básica nas pesquisas clínicas**. Rev Bras Anesthesiol. v. 67, n,6, p:619-625, 2017. Disponível em:<

[http://www.scielo.br/pdf/rba/v67n6/pt\\_0034-7094-rba-67-06-0619.pdf](http://www.scielo.br/pdf/rba/v67n6/pt_0034-7094-rba-67-06-0619.pdf)>. Acesso em: 24.jun.2023.

SANTOS, Bruna Maria et al. **A importância e o uso da estatística na área empresarial: uma pesquisa de campo com empresas do município de Elói Mendes - MG. Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia**, 2016. Disponível em:<<https://www.aedb.br/seget/arquivos/artigos16/5024102.pdf>>. Acesso em: 23.jul.2023.

WEBSTER, A. L. **Estatística aplicada à Administração e Economia**; São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

WODEWOTZKI, O.R.J.C.R.C. MARIA LUCIA LORENZETTI. **Educação Estatística - Teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. [S.l.]: Autêntica Editora, 2011. ISBN 9788575265734. Citado na página 21.

## 16 QUESTIONÁRIO

## ANEXO ÚNICO – FICHA DE AVALIAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

ppgmat PROGRAMA DE  
PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENSINO  
DE MATEMÁTICA

UTFPR  
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

## Ficha de Avaliação de Produto/Processo Educacional

Adaptado de: Rizzatti, I. M. *et al.* Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12657>. Acesso em 14 de dezembro de 2020.

<b>Instituição de Ensino Superior</b>	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
<b>Programa de Pós-Graduação</b>	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT)
<b>Título da Dissertação</b>	Uma sequência didática para o ensino de estatística na Educação Fundamental e média
<b>Título do Produto/Processo Educacional</b>	Jogo da função quadrática: Uma contribuição para a aprendizagem de função do segundo grau
<b>Autores do Produto/Processo Educacional</b>	<b>Discente:</b> Tabata Suelem da Silva Capelli
	<b>Orientador/Orientadora:</b> Leonardo Sturion
<b>Data da Defesa</b>	12 de Dezembro. de 2023

## FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE)

Esta ficha de avaliação deve ser preenchida pelos membros da banca do exame de defesa da dissertação e do produto/processo educacional. Deve ser preenchida uma única ficha por todos os membros da banca, que decidirão conjuntamente sobre os itens nela presentes.

**Aderência:** avalia-se se o PE apresenta ligação com os temas relativos às linhas de pesquisas do Programa de Pós-Graduação.

( ) Sem clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.

<p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p> <p>Linhas de Pesquisa do PPGMAT:</p> <p><i>L1: Formação de Professores e Construção do Conhecimento Matemático</i> (abrange discussões e reflexões acerca da formação inicial e em serviço dos professores que ensinam Matemática, bem como o estudo de tendências em Ensino de Matemática, promovendo reflexões críticas e analíticas a respeito das potencialidades de cada uma no processo de construção do conhecimento matemático nos diferentes níveis de escolaridade);</p> <p><i>L2: Recursos Educacionais e Tecnologias no Ensino de Matemática</i> (trata da análise e do desenvolvimento de recursos educacionais para os processos de ensino e de aprendizagem matemática, atrelados aos aportes tecnológicos existentes).</p>	<p>( X ) Com clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.</p>
<p><b>Aplicação, aplicabilidade e replicabilidade:</b> refere-se ao fato de o PE já ter sido aplicado (mesmo que em uma situação que simule o funcionamento do PE) ou ao seu potencial de utilização e de facilidade de acesso e compartilhamento para que seja acessado e utilizado de forma integral e/ou parcial em diferentes sistemas.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p> <p>A propriedade de aplicação refere-se ao processo e/ou artefato (real ou virtual) e divide-se em três níveis:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) aplicável – quando o PE tem potencial de utilização direta, mas não foi aplicado;</li> <li>2) aplicado – quando o PE foi aplicado uma vez, podendo ser na forma de um piloto/protótipo;</li> <li>3) replicável – o PE está acessível e sua descrição permite a utilização por outras</li> </ol>	<p>( ) PE tem características de aplicabilidade, mas não foi aplicado durante a pesquisa.</p> <p>( ) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e não tem potencial de replicabilidade.</p> <p>( X ) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).</p> <p>( ) PE foi aplicado em diferentes ambientes /momentos e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).</p>

<p>peças considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação.</p> <p>Para o curso de Mestrado Profissional, o PE deve ser aplicável e é recomendado que seja aplicado.</p>	
<p><b>Abrangência territorial:</b> refere-se a uma definição da abrangência de aplicabilidade ou replicabilidade do PE (local, regional, nacional ou internacional). Não se refere à aplicação do PE durante a pesquisa, mas à potencialidade de aplicação ou replicação futuramente.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado e a justificativa é obrigatória.</u></p>	<p>( ) Local ( ) Regional ( X ) Nacional ( ) Internacional</p> <p>Justificativa (<i>obrigatória</i>): Consideramos que a abrangência do PE é nacional por conta da temática envolvida na pesquisa - pensamento geométrico a partir da Teoria de Van Hiele, em acordo com a Base Nacional Comum Curricular - e pelas atividades estarem descritas em língua portuguesa.</p>
<p><b>Impacto:</b> considera-se a forma como o PE foi utilizado e/ou aplicado no sistema relacionado à prática profissional do discente (não precisa ser, necessariamente, em seu local de trabalho).</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p>	<p>( ) PE não utilizado no sistema relacionado à prática profissional do discente (esta opção inclui a situação em que o PE foi utilizado e/ou aplicado em um contexto simulado, na forma de protótipo/piloto).</p> <p>( X ) PE com aplicação no sistema relacionado à prática profissional do discente.</p>
<p><b>Área impactada</b></p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p>	<p>( ) Econômica; ( ) Saúde; ( ) Ensino; ( ) Cultural; ( ) Ambiental; ( ) Científica; ( x ) Aprendizagem.</p>
<p><b>Complexidade:</b> compreende-se como uma propriedade do PE relacionada às etapas de elaboração, desenvolvimento e/ou validação do PE.</p>	<p>( X ) O PE foi concebido a partir de experiências, observações e/ou práticas do discente, de modo atrelado à questão de pesquisa da dissertação.</p> <p>( X ) A metodologia apresenta clara e objetivamente, no texto da dissertação, a forma</p>



<p><u>*Podem ser marcados nenhum, um ou vários itens.</u></p>	<p>de elaboração, aplicação (se for o caso) e análise do PE.</p> <p>( X ) Há, no texto da dissertação, uma reflexão sobre o PE com base nos referenciais teóricos e metodológicos empregados na dissertação.</p> <p>( X ) Há, no texto da dissertação, apontamentos sobre os limites de utilização do PE.</p>
<p><b>Inovação:</b> considera-se que o PE é inovador, se foi criado a partir de algo novo ou da reflexão e modificação de algo já existente revisitado de forma inovadora e original. A inovação não deriva apenas do PE em si, mas da sua metodologia de desenvolvimento, do emprego de técnicas e recursos para torná-lo mais acessível, do contexto social em que foi utilizado ou de outros fatores. Entende-se que a inovação (tecnológica, educacional e/ou social) no ensino está atrelada a uma mudança de mentalidade e/ou do modo de fazer de educadores.</p>	<p>( ) PE de alto teor inovador (desenvolvimento com base em conhecimento inédito).</p> <p>( X ) PE com médio teor inovador (combinação e/ou compilação de conhecimentos preestabelecidos).</p> <p>( ) PE com baixo teor inovador (adaptação de conhecimentos existentes).</p>

**Membros da banca examinadora de defesa**

Nome	Instituição
LEONARDO STURION	UTFPR
ELIZABETH HASHIMOTO	UTFPR
ROGÉRIO MENDONÇA MARTINS	UENP

**18 APÊNDICE 01 – QUESTIONÁRIO PARA VERIFICAÇÃO DE APRENDIZADO****Questionário para verificação de aprendizado**

Nome do aluno: \_\_\_\_\_

Idade : \_\_\_\_\_

Sexo: ( ) Feminino ( ) Masculino

---

Leia as questões e assinale a opção que você acha mais adequada para responder cada uma delas.

**1- Você já tinha ouvido falar de estatística antes de participar do projeto?**

- ( ) Tinha ouvido falar e já tinha estudo em outro ano.
- ( ) Tinha ouvido falar mas nunca tinha estudado.
- ( ) Nunca tinha ouvido falar

**2- O que é estatística?**

- ( ) É algo muito pouco utilizado na sociedade.
- ( ) É uma ciência que organiza, interpreta e analisa dados.
- ( ) É algo fora da matemática, que deve ser estudado a parte.
- ( ) Não consegui entender.

**3- Quais as formas de representação utilizadas na estatística?**

- ( ) gráficos e notícias.
- ( ) tabelas e dados.
- ( ) tabelas e gráficos.
- ( ) notícias e dados.

**4- Podemos classificar os dados de duas maneiras quais são elas?**

- ( ) qualitativos e quantitativos.
- ( ) qualitativos e números.
- ( ) quantitativos e números.
- ( ) não há como classificar os dados.

**5- Qual a diferença básica usada para classificar os dados?**

- Não existe diferença entre a classificação de dados.
- A diferença básica é que um tipo de dados podem ser medidos e os outros não podem.
- A diferença é que um pode ser colocado em tabelas e o outro não.
- A diferença está na forma que iremos representá-los

**6- Assinale a opção que contém somente dados quantitativos.**

- medições de sexo, régua e relógio.
- medições de cor de olhos, relógio e balança.
- medições de régua, tipo físico e balança.
- medições de régua, relógio e balança.

**7- Assinale a opção que contém somente dados qualitativos.**

- peso e cor dos olhos.
- cor dos olhos, tipo físico, sexo
- sexo e altura.
- cor dos olhos e hora do dia.

**8- Assinale a opção que classifica população.**

- usamos o termo população quando pegamos parte dos dados e estudamos.
- usamos o termo população quando pegamos todos os dados e estudamos.
- usamos o termo população quando não estudamos dados.

**9- Assinale a opção que classifica amostra.**

- usamos o termo amostra quando pegamos parte dos dados e estudamos.
  - usamos o termo amostra quando pegamos todos os dados e estudamos.
  - usamos o termo amostra quando não estudamos dados.
-

## 19 APÊNDICE 02: TABELA INFORMAÇÃO DOS ALUNOS

Aluno	idade	sexo	Tamanho da família	Peso(kg)	Altura(cm)	Seus professores utilizam softwares estatísticos nas aulas
A1	14	M	4	43	165	não
A2	14	M	3	45	163	não
A3	14	M	5	51	165	não
A4	14	M	4	46	165	não
A5	14	F	3	48	149	não
A6	15	F	4	50	160	não
A7	14	F	5	42	156	não
A8	14	F	6	44	149	não
A9	15	F	4	48	163	não
A10	14	F	5	46	154	não
A11	14	F	3	49	153	não
A12	15	F	3	45	165	não
A13	15	F	4	51	162	não
A14	16	M	4	57	171	não
A15	14	F	3	44	152	não
A16	15	F	4	52	160	não
A17	15	F	5	51	157	não
A18	14	F	3	53	152	não
A19	15	F	3	52	155	não
A20	15	M	3	48	167	não
A21	14	F	4	49	149	não
A22	14	F	4	45	148	não
A23	15	F	3	41	161	não
A24	16	M	3	55	172	não
A25	14	F	4	45	148	não
A26	15	F	4	50	160	não
A27	15	M	3	51	166	não
A28	15	M	4	49	169	não
A29	15	F	3	47	164	não
A30	14	F	4	43	152	não
A31	17	M	3	50	170	não
A32	15	F	5	47	163	não

Fonte: Pesquisa da autora 2023

**Termo de consentimento livre e esclarecido**

Caro responsável,

o aluno \_\_\_\_\_ está sendo convidado a participar de uma atividade “ desmistificando a matemática por meio da estatística” que será desenvolvida pela professora Tabata Suelen da Silva Capelli , mestranda do programa de pós-graduação em ensino de matemática da universidade tecnológica federal do paraná.(UTFPR) o objetivo principal deste estudo é apresentar uma sequência de ensino, que dê sentido ao aprendizado, usando para isso uma sequência de atividades de Estatística e Probabilidades, que espera-se desenvolver habilidades que os auxiliem no estudo de temas de estatística básica e amostragem.

Espera-se que os resultados desse estudo possam consolidar para promover a melhoria das condições de ensino e dos procedimentos didáticos pedagógicos. Os dados coletados serão tratados estatisticamente, de modo a garantir sigilo absoluto a respeito de informações individuais prestadas. Não será divulgado nenhum nome e informação pessoal dos alunos. Os resultados obtidos serão utilizados somente para verificação do sucesso ou não do material produzido para a titulação de mestrado.

O projeto acontecerá durante o período das aulas de matemática e trabalhará o conteúdo previsto para o oitavo e nono ano e para o Ensino médio. Por isso é importante que todos os alunos participem. Caso tenham alguma dúvida por favor procurar a professora ou a direção do colégio.

**Autorização**

Eu, \_\_\_\_\_, responsável pelo aluno \_\_\_\_\_, turma de 9º ano A do Colégio Estadual Professor Luiz Isidoro Cerávolo, autorizo que o mesmo participe do trabalho proposto pela professora Tabata acontecerá dentro da escola durante as aulas de matemática. O trabalho é orientado pelo professor Dr Leonardo Sturion.

Assinatura: \_\_\_\_\_

Apucarana, 10 de julho de 2023.

**19 PRODUTO EDUCACIONAL: UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADES NO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO.**

**Tábata Suelen Da Silva Capelli**

**Leonardo Sturion**



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

TÁBATA SUELEN DA SILVA CAPELLI

**PRODUTO EDUCACIONAL**

UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADES PARA O ENSINO  
FUNDAMENTAL E MÉDIO COM O USO DO BIOESTAT 5.3

A TEACHING SEQUENCE ON STATISTICS AND PROBABILITIES FOR  
ELEMENTARY AND HIGH SCHOOL EDUCATION, USING SPECIFIC SOFTWARE.

Produto Educacional apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, do Programa de Pós-graduação em Matemática - PPGMAT, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Sturion.



4.0 Internacional

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

Londrina

2023



**Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Londrina**



TABATA SUELEN DA SILVA CAPELLI

**UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADES PARA O  
ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO, COM USO DE UM SOFTWARE ESPECIFICO**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 19 de Dezembro de 2023

Dr. Leonardo Sturion, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Elizabeth Mie Hashimoto, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Rogerio Mendonca Martins, Doutorado - Universidade Estadual do Norte do Paraná (Uenp)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 19/12/2023.



## 1. Sumário

1	Sumário	03
2	Apresentação	04
3	Ilustração Estatística Descritiva	05
4	Aplicações de Estatística descritiva	06
5	Probabilidades aplicação principais Teoremas	08
6	Resoluções e aplicações	11
7	Atividades (1 e 2) para os alunos	15
8	Considerações finais	16
9	Referências	17

## APRESENTAÇÃO

Prezado Professor (a): Este produto educacional intitulado “Coletânea **de atividades para ensino de Estatística e Probabilidade**” utilizando o software BIOESTAT 5.3 e a planilha eletrônica EXCEL” é o resultado de uma pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. Campus Londrina., tendo como orientador Prof. Dr. Leonardo Sturion e a Mestranda Tábata Suelen da Silva Capelli. O objetivo deste Produto Educacional em forma de uma Sequência de ensino é construir uma sequência de atividades que utilize como recurso tecnológico o software Bioestat e a planilha eletrônica no ensino de Estatística e Probabilidade na Educação Básica e no Ensino Médio. Os materiais desenvolvidos pela Mestranda podem ser utilizados na íntegra ou de forma parcial ou com adaptações para cada prática do Professor regente conforme as necessidades da turma, é acessível a qualquer nível da fundamental e Ensino Médio, podendo ser modificado e reformulado. As atividades pertinentes ao produto educacional são específicas ao ensino de Estatística para o 8º ano ao 9º ano do Ensino Fundamental, apesar do título conter o tema probabilidade, o mesmo está inserido de maneira simples sem muitas deduções detalhadas nas atividades do produto educacional. A primeira atividade é composta da aplicação na Estatística descritiva voltadas para as medidas de tendência central média, moda e mediana e para as medidas de dispersão (Variância, desvio padrão, coeficiente de variação CV e Amplitude e Assimetria). Também faz aplicação do software para elaboração de gráficos, tabelas e Diagramas de dispersão e Polígono de frequência. Estabelece ainda os conceitos básicos de Probabilidades seus Axiomas e Teoremas. Propõe ao final atividades para que os alunos possam exercitar os conhecimentos de Estatística e Probabilidades para averiguar os conhecimentos prévios dos alunos em relação à Estatística e probabilidades. Em seguida uma sequência de quatro atividades que visam proporcionar aos alunos a vivência dos conhecimentos estatísticos de forma manual e tecnológica, composta de construção de tabelas e gráficos, frequência absoluta e relativa, cálculo de medidas de tendência central, análise de situações problemas e interpretação de dados. Por fim, a proposta de se

realizar uma pesquisa de campo com os alunos no ambiente do entorno da escola, com o intuito de coletar, tabular, organizar as informações com gráficos e tabelas, e conseqüentemente realizar interpretações do tema pesquisado. O procedimento final é a reavaliação dos alunos com a aplicação com a utilização do software Bioestat e da Planilha Eletrônica Excel. Apresentaremos também uma breve discussão de alguns pontos sobre a estatística e as principais ideias de referenciais bibliográficos que foram o alicerce para construção das atividades propostas. Espera-se que esse material possa trazer melhores contribuições de aprendizagem para os alunos e para a prática do professor.

## 2. Ilustração de estatística descritiva

<b>Peso de crianças Em (kg)</b>	<b>Nº de alunos (fi)</b>	<b>Ponto Médio (xi)</b>	<b>Produto <math>X_i \cdot f_i</math></b>	<b>Produto <math>X_i^2 \cdot f_i</math></b>	<b>fr%</b>	<b>Fac</b>
02 □– 04	2	3	6	18	4	2
04 □– 06	5	5	25	125	10	7
06 □– 08	10	7	70	490	20	17
08 □– 10	18	9	162	1458	36	35
10 □– 12	8	11	88	868	16	43
12 □– 14	4	13	52	676	8	47
14 □– 16	3	15	45	675	6	50
Total	50	-	448	4310	100	-

**Vamos agora fazer uma ilustração de revisão para a melhor compreender os conceitos apresentados**

## Resolução

a) Determine as medidas centrais?

$$\mu = \text{Média} = 448/50 = 8,96$$

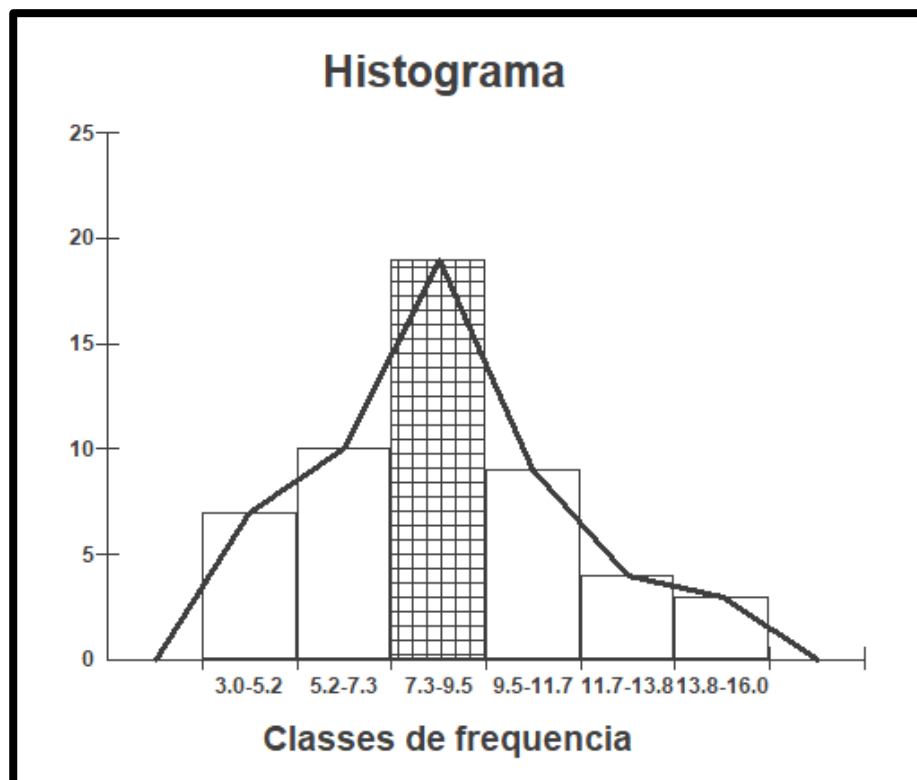
$$\text{a moda} = L_o + (\text{delta } 1) / (\text{delta } 1 = \text{delta } 2) * h = 8 + [(8) / \{8+10\}] * 2 = 8,89$$

$$\text{a mediana} = l_o + [n/e - F_{ant}]/f_{med} = 8 + (25-17)*2/18 = 8,89$$

Observamos que as medidas centrais estão muito próximas e pertencem à mesma classe que vai de | 8 |-- 10 |

Medidas de variabilidade? As medidas de variabilidade mostraram-se bastante dispersas Amplitude de 14, desvio padrão de 2,80 e variância de 7,84, além de um coeficiente de variação alto > 25%.

b) Construa o histograma e o polígono de frequência?



Observa-se pelo histograma que o dado tem uma distribuição aproximadamente normal com as medidas centrais localizadas no centro da

distribuição nas classes da tabela de (8 a 10) , o desvio padrão mostra que existe uma grande variação nas caldas  $CV = (s \cdot 100) / \text{média} = 31\%$

**c) Faça um breve comentário sobre as medidas obtidas?**

Pode se observar que as medidas centrais estão muito próximas uma vez que pertencem a mesma classe conforme visto no histograma anterior.

<b>Medidas Estatísticas</b>	<b>valores tabulados</b>
Tamanho da amostra =	50
Amplitude Total	12
Mediana	9
Primeiro Quartil (25%)	7
Terceiro Quartil (75%)	11
Média Aritmética	9
Variância	7.84
Desvio Padrão	2.80
Erro Padrão	0.39
Coeficiente de Variação	31.12%
Assimetria (g1)	0.13
Curtose (g2)	0.07
Média Harmônica =	7.96
Média Geométrica =	8.52

Fonte: Análise Bioestat 5.3

Podemos observar que a variabilidade é alta 31,12% maior que 25 % que é o ponto inicial de alta variabilidade, possui uma assimetria considerada moderada / fraca pouco mais de 10%, uma curtose que mostra que a curva é leptocúrtica isto é considerada (fechada) com  $ck < 0.263$ . Em reação as médias (aritmética geométrica e harmônica) confirma o ´postulado de que

A média aritmética  $\geq$  a média geométrica  $\geq$  a média harmônica.

3. Dado a amostra  $A = (3 - 5 - 7 - 8 - 8 - 8 - 9 - 10 - 10 - 12 - 14 - 25, 40)$

- a) Determinar as medidas de tendência central;
- b) Determinar as medidas de variabilidade;
- c) Construir o gráfico de Box-Plot.

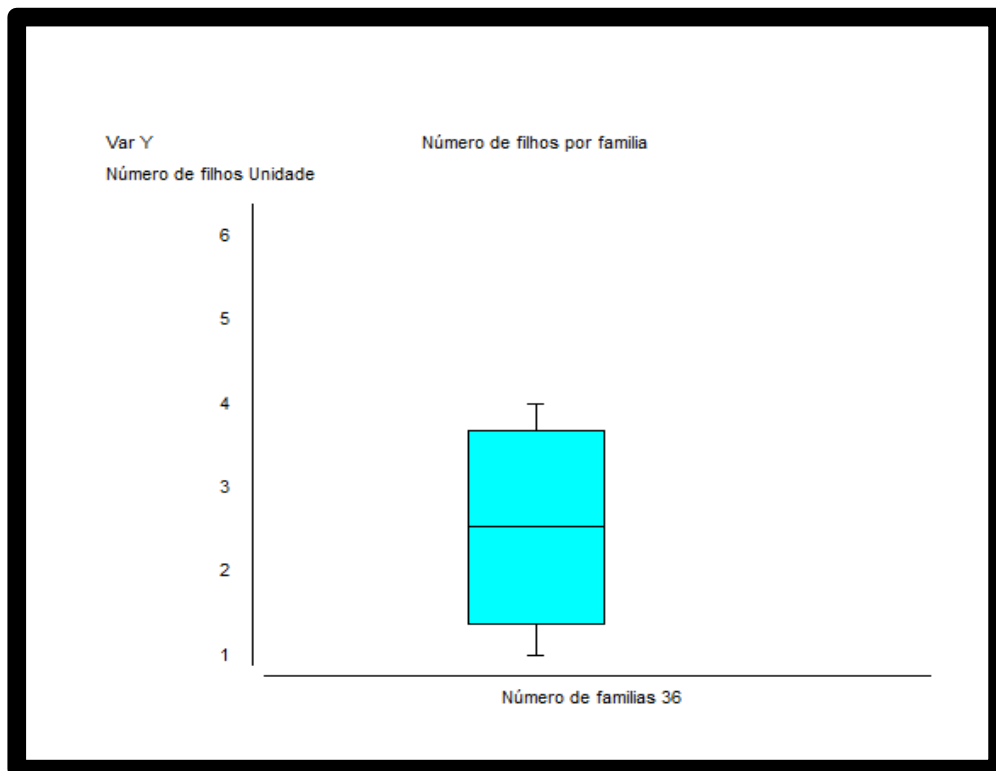
### Medidas estatísticas pelo Bioestat 5.3

<b>Mediada Estatísticas</b>	<b>valores</b>
Tamanho da amostra =	13.0
Mínimo	3.0
Máximo	40.0
Amplitude Total	37.0
<b>moda</b>	<b>8.0</b>
<b>Mediana</b>	<b>9.0</b>
<b>Médeia Aritmética</b>	<b>12.23</b>
Variância	98.0
Desvio Padrão	9.9
Erro Padrão	2.7
Coeficiente de Variação	0.8
Assimetria (g1)	2.2

Observa-se que as medidas de tendência centrais moda e mediana estão próximas variabilidades, já a média sofreu variações causadas pelos valores extremos 25 e 40 que afetaram o valor da média e consequentemente sua variância e desvio padrão estes valores elevaram o valor do coeficiente de variação para 80% em função de puxarem a tendência da curva e puxaram a extremidade da curva para a direita este fato pode ser observado pelo gráfico de Box Plot a seguir

#### 4 - Ilustração: Aumentando a amostra para 88 famílias

##### d) Box Plot



Pode-se observar que os valores extremos são 4 filhos e o menor 1 filho a variabilidade é baixa na sua mediana está por volta de 2,5 filhos tem 50% maior que este valor e 50% menor.

Tabela 4 - número de filhos de 3 classes de ensino fundamental

<b>Estatísticas</b>	<b>valores</b>
Tamanho da amostra =	88
Mínimo	1
Máximo	4
Amplitude Total	3
<b>Mediana</b>	<b>2</b>
Primeiro Quartil (25%)	2
Terceiro Quartil (75%)	4
Desvio Interquartílico	2
<b>Média Aritmética</b>	<b>2.5341</b>
Variância	1.3322
Desvio Padrão	1.1542
Erro Padrão	0.123
Coefficiente de Variação	45.55%
Assimetria (g1)	0.0298

Fonte: pesquisa da autora

### Sequência de ensino para o aluno resolver:

Uma probabilidade é um valor que varia de 0 a 1 e indica a chance de que um evento aconteça. Quanto mais próximo de 0, menor chance de ocorrência, e quanto mais próximo de 1, maior chance de ocorrência.

Para calcular a probabilidade de um evento A, devemos verificar o número de casos favoráveis a esse evento e o número total de casos ou possibilidades. Depois, utilizamos a seguinte fórmula:

Questão 1. Em um estojo há 15 lápis coloridos e 6 lápis pretos.

- Se você retirar, ao acaso, um lápis desse estojo, a chance maior é de que esse lápis seja colorido ou preto?
- Qual a probabilidade de retirar um lápis colorido?
- Qual a probabilidade de retirar um lápis preto?



Questão 2. Em uma caixa há 2 livros de história, 6 de matemática e 4 de português. Se retirarmos um livro dessa caixa, ao acaso, qual a probabilidade de ele ser:

- a) de história?
- b) de matemática?
- c) de português?

---

Questão 3. Uma urna contém 100 bolas, sendo 38 azuis, 19 verdes, e as restantes vermelhas. Uma bola é retirada, ao acaso, dessa urna. Qual a probabilidade de a bola ser vermelha?

---

Questão 4. Qual a probabilidade de que em uma família com três filhos nenhum deles seja homem?

Questão 5. Um dado não viciado é lançado. Calcule a probabilidade de que a face voltada para cima seja:

- a) um número par.
- b) um número maior que 4.
- c) um múltiplo de 3.

---

Questão 6. Dois dados não viciados são lançados e são somados os números das faces voltadas para cima. Calcule a probabilidade de que:

- a) a soma seja 7.
- b) a soma seja um número par.
- c) a soma seja um número múltiplo de 3.

Questão 7. Em uma classe tem 10 alunas loiras, 20 alunas morenas, 8 alunos loiros e 12 morenos. Em certo dia, 49 alunos assistem à aula. Calcule a probabilidade de que o aluno que falta seja:

- a) mulher.
- b) homem moreno

## Resoluções

**Questão 1- a).** Ao todo, há 21 lápis no estojo. A chance de retirar lápis colorido é de 15 em 21, e a chance de retirar lápis preto é de 6 em 21. Então, há uma chance maior de retirar lápis colorido.

**Questão 1- b)** A probabilidade é dada pelo número de lápis coloridos dividido pelo número de lápis de que há no estojo:

$$P(\text{lápis colorido}) = 15/21 = 5/7 = 0,71$$

Então, a resposta seria  $5/7$  ou 0,71 ou 71%.

**Questão 1- c)** A probabilidade é dada pelo número de lápis pretos dividido pelo número de lápis de que há no estojo:

$$P(\text{lápis preto}) = 6/21 = 2/7 = 0,29$$

Então, a resposta seria  $2/7$  ou 0,29 ou 29%.

**Questão 2- a)** A probabilidade é dada pelo número de livros de história dividido pelo número de livros que há na caixa:

$$P(\text{livro de história}) = 2/12 = 1/6 = 0,17$$

Então, a resposta seria  $1/6$  ou 0,17 ou 17%.

**Questão 2- b)** A probabilidade é dada pelo número de livros de matemática dividido pelo número de livros que há na caixa:

$$P(\text{livro de matemática}) = 6/12 = 1/2 = 0,5$$

Então, a resposta seria  $1/2$  ou 0,5 ou 50%.

**Questão 2- c)** A probabilidade é dada pelo número de livros de português dividido pelo número de livros que há na caixa:

$$P(\text{livro de português}) = 4/12 = 1/3 = 0,33$$

Então, a resposta seria  $1/3$  ou 0,33 ou 33%.

**Questão 3**

A probabilidade é dada pelo número de bolas vermelhas dividido pelo número total de bolas da urna.

O número de bolas vermelhas é:

$$100 - 38 - 19 = 43$$

Então, a probabilidade é:

$$P(\text{bola vermelha}) = 43/100 = 0,43$$

Assim, a resposta é  $43/100$  ou  $0,43$  ou  $43\%$ .

**Questão 4**

Primeiro, vamos ver quais são as possibilidades de filho homem (H) ou mulher (M) em três filhos:

(M, M, M), (M, M, H), (M, H, M), (H, M, M), (M, H, H), (H, M, H), (H, H, M) e (H, H, H).

Então, temos 8 possibilidades diferentes.

Vamos ver em qual delas não temos nenhum homem:

(M, M, M)  $\rightarrow$  1 caso favorável

A probabilidade de que não tenha nenhum filho homem é dada pelo número de casos favoráveis dividido pelo número total de possibilidades:

$$P(\text{nenhum filho homem}) = 1/8 = 0,125$$

Então, a resposta seria  $1/8$  ou  $0,125$  ou  $12,5\%$ .

**Questão 5**

a) Um dado possui as seguintes faces: 1, 2, 3, 4, 5 e 6  $\rightarrow$  6 possibilidades

As faces com número par são: 2, 4 e 6  $\rightarrow$  3 casos favoráveis

A probabilidade de sair face par é dada pelo número de casos favoráveis dividido pelo número total de possibilidades:

$$P(\text{face par}) = 3/6 = 1/2 = 0,5$$

Então, a resposta seria  $1/2$  ou  $0,5$  ou  $50\%$ .

**b)** As faces com número maior que 4 são: 5 e 6  $\rightarrow$  2 casos favoráveis

A probabilidade de sair face maior que 4 é dada pelo número de casos favoráveis dividido pelo número total de possibilidades:

$$P(\text{face maior que 4}) = 2/6 = 1/3 = 0,33$$

Então, a resposta seria  $1/3$  ou 0,33 ou 33%.

**c)** As faces com número múltiplo de 3 são: 3 e 6  $\rightarrow$  2 casos favoráveis

A probabilidade de sair face com número múltiplo de 3 é dada pelo número de casos favoráveis dividido pelo número total de possibilidades:

$$P(\text{face com múltiplo de 3}) = 2/6 = 1/3 = 0,33$$

Então, a resposta seria  $1/3$  ou 0,33 ou 33%.

### Questão 6

**a)** A primeira coisa é saber o número total de possibilidades que há no lançamento de dois dados.

Vamos fixar a face de um dos dados e variar a face do outro dado.

Face igual a 1:

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4) (1, 5) (1, 6)  $\rightarrow$  6 possibilidades

Face igual a 2:

(2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4) (2, 5) (2, 6)  $\rightarrow$  6 possibilidades

Face igual a 3:

(3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4) (3, 5) (3, 6)  $\rightarrow$  6 possibilidades

Face igual a 4:

(4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4) (4, 5) (4, 6)  $\rightarrow$  6 possibilidades

Face igual a 5:

(5, 1) (5, 2) (5, 3) (5, 4) (5, 5) (5, 6)  $\rightarrow$  6 possibilidades

Face igual a 6:

(6, 1) (6, 2) (6, 3) (6, 4) (6, 5) (6, 6)  $\rightarrow$  6 possibilidades

Então, temos  $6 \times 6 = 36$  possibilidades no total.

Agora, vamos ver em quais casos temos a soma das faces igual a 7:

(1, 6) (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2) e (6, 1)  $\rightarrow$  6 casos favoráveis

A probabilidade de que a soma das faces seja igual a 7 é dada pelo número de casos favoráveis dividido pelo número total de possibilidades:

$$P(\text{soma igual a 7}) = 6/36 = 1/6 = 0,17$$

Assim, a resposta seria  $1/6$  ou 0,17 ou 17%.

**b)** Já vimos no item (a) que o número total de possibilidades é igual a 36.

Agora, precisamos saber em quais casos a soma é um número par:

(1,1), (1,3), (2,2), (3,1), (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1), (2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2), (4,6), (5,5), (6,4) e (6,6).

Isso significa que há 18 casos favoráveis.

A probabilidade de que a soma das faces seja um número par é dada pelo número de casos favoráveis dividido pelo número total de possibilidades:

$$P(\text{soma é par}) = 18/36 = 1/2 = 0,5$$

Assim, a resposta seria  $1/2$  ou 0,5 ou 50%.

**c)** vamos ver em quais casos a soma é um múltiplo de 3:

(1,2), (1,5), (2,1), (2,4), (3,3), (3,6), (4,2), (4,5), (5,1), (5,4), (6,3) e (6,6).

Ou seja, existem 12 casos favoráveis.

A probabilidade de que a soma das faces seja um número múltiplo de 3 é dada pelo número de casos favoráveis dividido pelo número total de possibilidades:

$$P(\text{soma é um múltiplo de 3}) = 12/36 = 1/3 = 0,33$$

Assim, a resposta seria  $1/3$  ou 0,33 ou 33%.



0,03	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,12	0,0	0,0	0,0	Experimento
	5	8	1	4	7	3		8	5	4	o
Observa-se que por pequenas diferenças o experimento representa com bastante eficiência a função de probabilidade teórica											

Espaço amostral (S) da soma do lançamento de dois dados

Confira no espaço amostral todas as possibilidades da soma de duas faces do lançamento de dois dados

Dados

<b>Dado 2</b>	1	2	3	4	5	6
<b>Dado 1</b>						
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Perguntas:

Qual valor da soma aparece mais?

Por que ocorreu isto?

Porque a soma (1) não aparece? Explique?

Qual seria então sua probabilidade?

Vamos montar agora uma função para os lançamentos dos dois dados?

### Atividade - 2 lançamentos dos dois dados pelos alunos.

O experimento consiste em recolher todas as canetas esferográficas de cor azuis e vermelhas e todos os lápis com tamanho similar aos das canetas, em seguida enumerar os lápis e as canetas em ordem de azuis vermelhas e lápis.

Foram obtidos pela coleta dos alunos 42 canetas azuis, 21 canetas vermelhas e 35 lápis total de 98 objetos em seguida foi feita as probabilidades de cada grupo ou seja:

$$\text{Probabilidade de Azul} = 42/98 = 0,428$$

$$\text{Probabilidade de Vermelhas} = 21/98 = 0,214$$

$$\text{Probabilidade de lápis} = 35/98 = 0,358$$

Foram agora utilizados a planilha eletrônica do Excel em amostragem aleatória de tamanho 40 sorteios, obtendo a seguinte amostra como mostra o quadro abaixo.

#### Observe que:

$$\text{Probabilidade de (caneta azul)} + \text{Probabilidade de Caneta vermelha} + \text{Probabilidade de lápis} = 1 = P(S) = 0,428 + 0,214 + 0,358$$

Amostra com 40 sorteios aleatórios dos 98 objetos foram obtidos

13	42	41	13	59	35	35	10
58	29	9	24	61	77	81	83
74	52	76	61	70	75	72	42
12	98	13	32	63	4	7	66
19	93	85	38	47	61	64	68



Canetas azuis (1 a 42) = 18 - Probabilidade =  $18/40 = 0,45$

Canetas vermelhas (43 a 63) 8 – Probabilidade =  $8/40 = 0,20$

Lápis normal (64 a 98) 14 – probabilidade =  $14/40 = 0,35$