

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

ANDERSON MINOSSO

**INDÍCIOS DE OBJETIVAÇÃO DOS NEXOS CONCEITUAIS DA ÁLGEBRA POR
PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM UM
CURSO *ONLINE***

CURITIBA – PR

2023

ANDERSON MINOSSO

**INDÍCIOS DE OBJETIVAÇÃO DOS NEXOS CONCEITUAIS DA ÁLGEBRA POR
PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM UM
CURSO *ONLINE***

**Evidence of objectification of the conceptual nexus of algebra by teachers of
the first years of elementary school in an online course**

Tese apresentada como requisito para obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Matemática do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
Orientadora: Prof.^a Dr.^a Maria Lucia Panossian.

CURITIBA – PR

2023



Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



ANDERSON MINOSSO

INDÍCIOS DE OBJETIVAÇÃO DOS NEXOS CONCEITUAIS DA ÁLGEBRA POR PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM UM CURSO ONLINE

Trabalho de pesquisa de doutorado apresentado como requisito para obtenção do título de Doutor Em Ensino De Ciências E Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino, Aprendizagem E Mediações.

Data de aprovação: 03 de Outubro de 2023

Dra. Maria Lucia Panossian, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Deise Nivia Reisdoefer, Doutorado - Instituto Federal Catarinense

Dra. Flavia Dias De Souza, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Maria Do Carmo De Sousa, Doutorado - Universidade Federal de São Carlos (Ufscar)

Dra. Vanessa Dias Moretti, Doutorado - Universidade Federal de São Paulo (Unifesp)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 03/10/2023.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família e aos amigos
que sempre me apoiaram nos momentos difíceis de
estudos e dedicação.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi constituído em meio ao caos mundial de mortes, tristeza, distanciamento social, solidão e dificuldades emocionais, sociais e educacionais acarretado pela pandemia do Covid-19. Nesse contexto, preciso agradecer por estar com saúde e com as pessoas que amo ao meu lado. Escrevo este agradecimento porque sou grato pela oportunidade de chegar a este momento em 2023 e apresentar esta tese.

Seria hipocrisia se dissesse que escrevi este trabalho (pesquisa) sozinho, pois é fruto de um trabalho coletivo de amigos, família, colegas de profissão e acadêmicos, que sempre estiveram ao meu lado dando-me apoio, opinião, trazendo reflexões e motivação nos momentos mais difíceis de solidão, saúde e emoção.

Dentre esses momentos, não posso deixar de mencionar minha querida orientadora, Prof^a Dr.^a Maria Lucia Panossian, a quem carinhosamente chamamos de Malu. Além de ser apoio teórico e metodológico, também posso chamá-la de motivação, orientação e inspiração de escrita e estudo, portanto não posso deixar de citar como fundamento teórico, é claro, pois, como é dito por Malu, “O que diz Radford?”.

Antes de seguir, preciso citar a pessoa que fez com que eu chegasse a este momento, uma professora do Ensino Médio, a Prof.^a Maristela, que foi a pessoa que me motivou e serviu de exemplo para estar onde estou hoje. Ela me ensinou conceitos matemáticos básicos e elementares que fizeram tanta diferença em quem eu sou hoje. Posso dizer que isso “é ser professor”!

À minha família e familiares: Gustavo, minha mãe, meu pai, minha irmã e, neste último ano, minha sobrinha e afilhada que ainda não compreende a importância deste estudo. Todos sempre estiveram ao meu lado nos momentos mais difíceis.

Não posso deixar de mencionar meu gestor Carlos e meus colegas de trabalho (Flavia, Julio entre outros), que sempre estiveram ao meu lado, ouvindo, apoiando, escutando e sendo parte integrante desta pesquisa.

Aos professores que participaram desta pesquisa e se dispuseram aceitar o desafio do curso de formação continuada, mesmo diante das limitações e das condições acarretadas pela pandemia.

E, por fim, às professoras que participaram da Banca de Qualificação (Prof.^a Maria do Carmo, Prof.^a Vanessa, Prof.^a Flavia e Prof.^a Deise), que apresentaram

reflexões, apontamentos e contribuições para o desenvolvimento da pesquisa que agora chega não ao seu fim, mas sim ao começo para novos estudos.

De modo geral, agradeço a todas as pessoas que participaram do processo do doutoramento.

Meu muito obrigado!

Grande abraço a todos(as)!

“Professores e estudantes são concebidos como seres humanos em fluxo, como projetos inacabados, em busca de si mesmos, empenhados num mesmo esforço onde sofrem, lutam e encontram satisfação juntos” (RADFORD, 2017a, p. 242).

RESUMO

Esta pesquisa de doutorado profissional, realizada no Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica (PPGFCET) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), tem como indagação principal “como professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental apresentam indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra durante um curso de formação continuada *online*?” Foi guiada pelo objetivo geral de “analisar indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra por professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em um curso de formação continuada organizado em um Ambiente Virtual de Aprendizagem”. Os sujeitos envolvidos na pesquisa foram professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que ensinam matemática. Para a constituição dos dados, desenvolveu-se um curso de formação continuada, que ocorreu entre os meses de maio e junho de 2021, com tarefas síncronas realizadas por meio da plataforma de videoconferência Google Meet e assíncronas utilizando o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) Moodle da UTFPR. Para organização dos dados, foram seguidas três etapas de transcrição: na primeira etapa, todas as passagens das gravações foram transcritas; na segunda etapa, ocorreu a seleção dos segmentos com possíveis indícios de objetivação que atendiam à intencionalidade da pesquisa; e, por fim, foram inseridas as imagens e o encadeamento dos diálogos entre os participantes, destacando-se gestos e entonações. Para compreensão dos dados, foram adotados os fundamentos teóricos e metodológicos da Teoria da Objetivação de Radford (2006, 2015, 2017a), buscando reconhecer os nexos conceituais da álgebra sistematizados por Sousa (2004) e Panossian (2008, 2014): fluência e movimento, grandezas, controle de quantidades no concreto sensível, interdependência, linguagem, variação, campo de variação e generalização. Os dados mostraram que a modalidade de realização do curso de forma remota apresentou limitações, acarretadas pela ausência e/ou forma de uso dos recursos tecnológicos, tímida participação dos professores e curto tempo de duração do curso de formação continuada, ainda que houvesse incentivos à interação e oportunidades de ações em subgrupos. A compreensão da álgebra apresentada pelos professores aproxima-se de uma possível aritmética generalizada, partindo de casos singulares sem que ocorra o reconhecimento das grandezas envolvidas e suas variações. Também foi perceptível a influência da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como entendimento latente dos professores, considerando o reconhecimento de padrões e regularidades em sequências recursivas e repetitivas de números ou objetos. A análise dos dados apontou também indícios da objetivação dos nexos conceituais da álgebra, em especial da participante Joana, que buscou ressignificar o processo de organização do ensino que já vinha sendo desenvolvido em sua práxis pedagógica. Ela inseriu encaminhamentos ordenados para conduzir os estudantes ao estabelecimento das relações entre as grandezas, evidenciando os nexos conceituais, objetivando superar questões meramente quantificáveis, resolvíveis a partir da contagem e de padrões de termos recursivos ou repetitivos, possibilitando a condução do educando ao desenvolvimento do pensamento algébrico e superando aspectos aritméticos de contagem. Partindo do curso de formação continuada e dos dados constituídos, foi elaborado o Produto Educacional (PE), como parte integrante da pesquisa. O PE é um Material Didático (MD) denominado *O ensino de Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta para a formação continuada de professores*, um e-book com fundamento teórico, relatos, vídeos, podcast e indicações

bibliográficas que nortearam o desenvolvimento da formação continuada. Espera-se que a presente pesquisa contribua com a comunidade científica como material que subsidie o desenvolvimento de formações continuadas de professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando a álgebra e seu ensino.

Palavras-chave: Ensino de álgebra; Teoria da Objetivação; Formação continuada de professores; Situação Desencadeadora de Aprendizagem; Ambientes virtuais de aprendizagem.

ABSTRACT

This professional doctoral research carried out in the Postgraduate Program in Scientific, Educational and Technological Training (PPGFCET) of the Federal Technological University of Paraná (UTFPR) has as its central question "how do teachers of the Early Years of Elementary School present signs of objectivation of the conceptual nexus of algebra during an online continuing education course?". It was guided by the general objective of "analyzing signs of objectivation of the conceptual nexus of algebra by teachers teaching in the Early Years of Elementary School in a continuing education course organized in a Virtual Learning Environment". The subjects involved in the research were teachers working in the Early Years of Primary School who teach Mathematics.

To collect the data, a continuing education course was developed with synchronous tasks carried out between May and June 2021 using the Google Meet videoconferencing platform and asynchronous tasks using UTFPR Moodle Virtual Learning Environment. To organize the data, three steps of transcription were followed: firstly, all the passages of the recordings were transcribed, secondly, the segments with possible signs of objectification that met the intentionality of the research were selected and, finally, the images were inserted, as well as the chain of dialogues carried out by the participants, highlighting gestures and intonations. In order to understand the data, the theoretical and methodological foundations of Radford Objectivation Theory (2006; 2015; 2017) were adopted, seeking to recognize the conceptual nexuses of algebra systematized by Sousa (2004) and Panossian (2008, 2014): fluency and movement, quantities, control of quantities in the sensitive concrete, interdependence, language, variation, field of variation and generalization. The data showed that the method of conducting the course remotely had limitations due to the lack of technological resources, the short duration of the continuing education course and the timid participation of the teachers, despite them being encouraged to interact and having opportunities for actions in subgroups. The understanding of algebra presented by the teachers is close to a possible generalized arithmetic based on singular cases without recognizing the quantities involved and their variations. The influence of the National Common Curriculum Base (BNCC) was also noticeable, as teachers' latent understanding considering the recognition of patterns and regularities in recursive and repetitive sequences of numbers or objects. The analysis of the data also pointed to evidence of the objectivation of the conceptual nexuses of algebra, especially by participant Joana, who sought to give new meaning to the process of organizing the teaching that had already been developed in her pedagogical praxis. She introduced ordered procedures to lead students to establish relationships between quantities, highlighting the conceptual nexus, with the aim of overcoming merely quantifiable questions that can be solved by counting and patterns of recursive or repetitive terms, making it possible to lead students to develop algebraic thinking, overcoming the arithmetic aspects of counting. Based on the continuing education course and the data collected, the Educational Product (PE) was created as an integral part of the research. The PE is a Didactic Material called "Teaching Algebra in the Early Years of Elementary School: a proposal for continuing teachers' training" which is an e-book with a theoretical foundation, reports, videos, podcasts and bibliographical indications that guided the development of continuing education. It is hoped that this research will contribute to the scientific community as material to support the

development of continuing education courses for teachers who teach mathematics in the Early Years of Primary School, considering algebra and its teaching.

Keywords: Teaching algebra; Objectivation theory; Continuing teacher education; Triggering learning situation; Remote training.

.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Formação continuada de professores	29
Figura 2 – Gerações da Educação a Distância.....	54
Figura 3 – Ambiente Virtual de Aprendizagem: Professor, Estudante e Recursos	57
Figura 4 – Recursos disponíveis no Google Classroom.....	65
Figura 5 – Compreensão da educação convencional em um viés capitalista .	74
Figura 6 – Compreensão da educação em um olhar da TO	81
Figura 7 – Dimensões da Atividade Orientadora de Ensino	112
Figura 8 – Atividade Orientadora de Formação	114
Figura 9 – Abertura do curso de formação	118
Figura 10 – Organização do curso em módulos	119
Figura 11 – Organização do curso em módulos	120
Figura 12 – Organizando o ensino de álgebra – Módulo III.....	122
Figura 13 – Página de acesso ao Moodle UTFPR	109
Figura 14 – Escolha do Campus UTFPR em que o curso foi ofertado	110
Figura 15 – Seleção do curso “Ensino de Álgebra”	110
Figura 16 – Mensagens de orientação aos professores/cursistas	111
Figura 17 – Estrutura e etapas percorridas do curso de formação continuada	127
Figura 18 – Espiral invertida de delimitação das categorias e subcategorias de análises.....	147
Figura 19 – Sínteses das análises da álgebra como aritmética generalizada	156
Figura 20 – Organização do ensino proposto por Helisa e Luci.....	159
Figura 21 – Tarefa de sequência proposta no curso de formação continuada	161
Figura 22 – Pesquisador apresentado a proposta do item c da tarefa das sequências	162
Figura 23 – Proposta de tarefa elaborado por Luciene	166
Figura 24 – Sínteses das análises álgebra como unidade temática.....	169
Figura 25 – Problema do taxista e o Mentimeter desenvolvido com os participantes.....	172
Figura 26 – Pausas na fala de Patrícia (01:02:44-01:02:50).....	174
Figura 27 – Sínteses nexos conceituais	184

Figura 28 – Sistematização das necessidades identificadas na formação continuada.....	189
Figura 29 – Proposta de organização do Ensino (Adriana).....	191
Figura 30 – Explicação jogo pega varetas (subgrupo de Eliana).....	193
Figura 31 – Sínteses dos indícios da objetivação dos nexos conceituais da álgebra.....	195
Figura 32 – Reconhecimento das grandezas (releitura do boliche).....	198
Figura 33 – Problematizando as grandezas – releitura do boliche.....	199
Figura 34 – Sínteses objetivadas: Caso de Joana e Patrícia	206
Figura 35 – Sínteses consideradas na pesquisa	212

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Trabalhos envolvendo o ensino de álgebra e a formação continuada de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.....	34
Quadro 2 – Descrição dos Recursos que compõem o AVA.....	58
Quadro 3 – Princípios do AVA Claroline	63
Quadro 4 – Resumo AVAs	67
Quadro 5 – Fases ou estágios da álgebra	95
Quadro 6 – Tarefas síncronas	118
Quadro 7 – Tarefas realizadas nos subgrupos	121
Quadro 8 – Descrição do curso de formação continuada.....	123
Quadro 9 – Descrição, formação, atuação e expectativa dos participantes ..	129
Quadro 10 – Estrutura do Produto Educacional (PE).....	139
Quadro 11 – Modelo de transcrição (etapa 1)	141
Quadro 12 – Registro dos meios semióticos presentes no segmento saliente (etapa 2)	141
Quadro 13 – Indicação da cadência de diálogo – etapa 3	142
Quadro 14 – Planilha completa de transcrição dos segmentos salientes – etapa 4.....	142
Quadro 15 – Composição das categorias e subcategorias de análises.....	147
Quadro 16 – Objetos do Conhecimento e habilidades do 1° ao 3° Ano	158
Quadro 17 – Categoria e subcategorias de análises	186

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AAG	Ambiente de Aprendizagem Gerenciada
AOE	Atividade de Orientadora de Ensino
AOF	Atividade Orientadora de Formação
AVA	Ambientes Virtuais de Aprendizagem
AbraEAD	Anuário Brasileiro Estatístico de Educação Aberta e a Distância
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Capes	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
EAD	Educação a Distância
ERE	Ensino Remoto Emergencial
EUA	Estados Unidos da América
FEP	Pensamento Funcional de Futuras Educadoras e Professoras
Fapesp	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo
GNU	General Public License
IES	Instituições de Ensino Superior
IMS	Information Management Systems
IOS	Iphone Operating System
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
LCMS	Leanning and Content Management Systems
LO	Learning Objects
MLE	Managed Learning Environment
MAA	Mathematical Association of America
MMM	Movimento da Matemática Moderna
Nied	Núcleo de Informática Aplicada a Educação
NSF	National Science Foundation
OEA	Organização dos Estados Americanos
PPC	Projeto Pedagógico de Curso
PUC-SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
PCNS	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNAIC	Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa

PNE	Plano Nacional da Educação
Rede	Rede Nacional de Formação Continuada de Professores de Educação Básica
Sipem	Seminários Internacionais de Pesquisas em Educação Matemática
TDIC	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação
TO	Teoria da Objetivação
TA	Teoria da Atividade
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Unicamp	Universidade Estadual de Campinas
UnB	Universidade de Brasília
VLE	Virtual Learning Environment

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
2	FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS: UM OLHAR PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA	24
2.1	Formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.....	24
2.2	Ensino de álgebra na formação continuada de professores dos Anos Iniciais	32
3	AMBIENTES VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM: CONDIÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES	49
3.1	Síntese histórica das tecnologias e recursos para ensinar e aprender	50
3.2	Ambientes Virtuais de Aprendizagem como recurso para formação continuada de professores	55
3.2.1	Moodle.....	60
3.2.2	TelEDUC	61
3.2.3	Claroline	62
3.3	Mediação em ambientes virtuais de aprendizagem à luz da Teoria Histórico-Cultural	68
4	TEORIA DA OBJETIVAÇÃO: ASPECTOS CONCEITUAIS	73
5	ENSINO DE ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	86
5.1	<i>Early algebra</i> : contexto, concepção e reflexão.....	86
5.2	Compreensão do conhecimento algébrico a partir do movimento lógico e histórico	94
6	CAMINHOS METODOLÓGICOS	104
6.1	O materialismo histórico-dialético como método de investigação	104
6.2	Constituição dos dados: o curso de formação continuada.....	108
6.2.1	Atividade Orientadora de Ensino: Referencial teórico e metodológico de organização do curso de formação continuada	111
6.2.2	O curso de formação continuada	117
6.2.3	Participantes da pesquisa: pesquisador e professoras que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.....	127
6.3	Produto educacional	135
6.4	Metodologia de análise.....	139
7	INDÍCIOS DE OBJETIVAÇÃO DOS NEXOS CONCEITUAIS DA ÁLGEBRA	145

7.1	Indícios da compreensão do conhecimento algébrico pelos professores	148
7.1.1	Álgebra como aritmética generalizada	148
7.1.2	Álgebra como unidade temática da Base Nacional Comum Curricular.....	157
7.1.3	Nexos conceituais da álgebra evidenciados no curso de formação continuada	169
7.1.4	Sínteses das formas de objetivação do conhecimento algébrico	184
7.2	Indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra no processo de organização do ensino	186
7.2.1	Aspectos e limitações no processo de organização do ensino.....	186
7.2.2	Indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra na organização do ensino.....	190
7.3	Indícios de objetivação do conhecimento algébrico: o caso de Joana e Patrícia.....	196
7.3.1	Sínteses objetivadas: o caso de Joana e Patrícia	205
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	207
	REFERÊNCIAS	216
	APÊNDICE A – Convite para participação do curso de formação continuada	234
	APÊNDICE B – Ficha de inscrição ao curso de formação continuada....	235
	APÊNDICE C – Tutorial de acesso ao curso de formação continuada ..	238
	APÊNDICE D – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e Termo de Consentimento para Uso de Imagem e Som de Voz (TCUISV).....	242
	APÊNDICE E – Roteiro da entrevista.....	247

1 INTRODUÇÃO

“[...] o motivo que impulsiona a atividade relaciona-se com a necessidade do sujeito” (Moretti, 2014, p. 32).

Com a epígrafe, emerge o relato desta pesquisa, que nasceu de uma necessidade vivenciada na minha vida profissional¹, pois cotidianamente desenvolvo ações voltadas à formação continuada de professores da Educação Básica. A partir da homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em 2017 (BRASIL, 2017), o ensino da matemática passou por alterações, dentre as quais se destacam o enfoque desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental para a álgebra e seu ensino.

A BNCC apresenta um conjunto de objetos do conhecimento e habilidades que intencionam desenvolver o pensamento algébrico, porém sem deixar claro como ocorre a objetivação deste tipo especial de pensamento nos estudantes desde os primeiros anos da Educação Básica.

Partindo de inquietações pessoais, comecei a estudar e buscar referências bibliográficas, para entender como seria possível desenvolver o trabalho com a álgebra nos Anos Iniciais. Tinha inicialmente a concepção de que a álgebra teria seu início somente no Ensino Fundamental – Anos Finais (mais precisamente na linguagem algébrica e nas equações – atual 7º Ano) e no Ensino Médio.

Ao buscar materiais para leitura, deparei-me com um universo de certo modo pouco explorado, mas que já era o foco de pesquisadores internacionais como Blanton e Kaput (2005), Kaput, Blanton e Moreno (2008) e Kieran (2004), e de pesquisadores nacionais como Noro (2020), Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2017, 2018), dentre outros.

Concomitante a essas leituras, surgiram novas necessidades de entender como ocorre a formação do professor que ensina matemática nos Anos Iniciais, mas não possuem formação específica em matemática, e sim em nível médio, na modalidade do magistério, ou em nível superior, no caso da Licenciatura em Pedagogia.

O ensino de matemática vem sendo considerado pelo professor licenciado em Pedagogia como um grande desafio (Oliveira *et al.*, 2021). Conforme regulamentado pelas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) (Resolução nº 1, de 15 de maio de 2006, nº 2, de 1º julho de 2015 e nº 2, de 20 de dezembro de 2019), “[...] o egresso

¹ Na introdução, como são elucidadas as necessidades e motivações do próprio pesquisador, a escrita se utiliza da primeira pessoa do singular.

do curso de Pedagogia deverá estar apto a: VI - ensinar Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Artes, Educação Física, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano” (Brasil, 2006, p. 2).

Assim, diante do que determina a lei e compreendendo o professor como responsável pelas atividades de mediação nos processos de ensino e de aprendizagem, faz-se necessário que sua formação inicial para a docência nos anos iniciais do ensino fundamental lhe possibilite a apropriação dos conhecimentos científicos que está autorizado a ensinar. (Szymanski; Martins, 2017, p. 138).

A Atividade Orientadora de Ensino (Moura *et al.*, 2010) é uma possibilidade para superar os desafios da formação de professores e uma mediadora (Moura, 2012; Moura *et al.*, 2010) entre as atividades de ensino e aprendizagem, promovendo a formação dos estudantes e também dos professores. Assim, elementos dessa base teórica e metodológica, de forma específica a elaboração de situações desencadeadoras de aprendizagem que contemplassem o movimento histórico e lógico dos conceitos, foram considerados para a organização do curso de formação continuada de professores desta pesquisa.

Esse processo foi analisado à luz da Teoria da Objetivação (TO)² (Radford, 2006, 2015), sistematizada por Luis Radford,³ autor que considera a cultura e a subjetividade dos sujeitos, porque “[...] ensino e o aprendizado para o ser humano é histórico, social e cultural” (Radford, 2014a, p.135).

Radford (2014a, p. 135), busca “aflorar nos indivíduos os pensamentos éticos e reflexivos”⁴ no processo de ensinar e aprender matemática, em especial na álgebra e seu ensino nos Anos Iniciais, como um esforço histórico, social e cultural. Nesse contexto, a objetivação do conhecimento matemático deriva da unicidade entre o processo de ensino e aprendizagem, considerando as subjetividades que o discente traz consigo.

² A Teoria da Objetivação ainda está em processo de elaboração e aprimoramento teórico-metodológico. Encontram-se diferentes modos de escrita para se referir a esse constructo teórico, como, por exemplo, a Teoria da Objetivação do Conhecimento em Radford (2011a), Teoria Cultural da Objetivação em Moretti, Panossian e Radford (2015) e somente Teoria da Objetivação em Radford (2017a, 2020). Neste estudo, será adotada a expressão Teoria da Objetivação (TO).

³ Luis Radford é professor da School of Education Sciences na Laurentian University, em Ontário, Canadá. Possui muitas obras publicadas, todas disponíveis em sua página na web <http://luisradford.ca/>. Acesso em: 9 set. 2023.

⁴ As citações de Radford (2006, 2010, 2011b, 2013, 2014a, 2014b, 2015, 2017b, 2017c) foram traduzidas pelo autor desta pesquisa.

[...] o ser e o conhecimento estão inter-relacionados de forma profunda em que um não acontece sem outro. É por isso que, no nível da prática concreta, ensino e aprendizagem não produzem apenas conhecimento. O ensino e a aprendizagem também produzem subjetividades. Como consequência, deveríamos fazer um esforço para entender as *produções de conhecimentos e subjetividades* na sala de aula e promover ações pedagógicas que possam levar a um ensino e aprendizagem mais significativos, isto é, não alienante. (Radford, 2014a, p.135, grifo do autor).

A sala de aula é um espaço em que o professor e o estudante trabalham de forma colaborativa, com o objetivo de tornar o processo de ensino-aprendizagem único, não fragmentado. Por meio do trabalho conjunto, os saberes são atualizados em conhecimentos, que emergem a partir das diferentes ações, percepções, símbolos, gestos, sons e linguagens.

Aprendizagem “[...] é um encontro com o saber e sua transformação subjetiva” (Radford, 2017b, p. 118), um processo dinâmico de objetivação do conhecer e subjetivação de tornar-se. O processo de objetivação é compreendido como a tomada de consciência por meio da qual os sujeitos alteram seu posicionamento perante os objetos matemáticos, sendo estes “[...] confrontados com formas de pensamento e ação historicamente e culturalmente constituídas e gradualmente se familiarizam com eles, de uma maneira crítica” (Radford, 2018, p. 67).

Esse processo de materialização foi conduzido nesta pesquisa por meio da formação continuada de professores, com a premissa do movimento histórico e lógico, que possibilita o estabelecimento de relações entre ontem-hoje, presente-passado, certo-errado e o perto-longe.

O lógico reflete o histórico de forma teórica. O histórico contém o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento, as causalidades dos fatos da vida. Em suma, o lógico é o histórico despido das causalidades que perturbam o histórico. (Sousa, 2004, p. 2).

O par dialético histórico e lógico materializa-se no processo de organização do ensino na forma dos nexos conceituais da álgebra, sintetizados e sistematizados nas pesquisas de Sousa (2004) e Panossian (2008, 2014) como: movimento e fluência, grandezas, controle de quantidade, variável, campo de variação, linguagem e generalização.

Os processos subjetivos dos sujeitos e a objetivação de nexos conceituais da álgebra ocorrem em sala de aula, onde estudante e professor estão no mesmo espaço e tempo, de forma presencial, interagindo e expressando seus pensamentos. Contudo, isso se modificou no primeiro semestre de 2020, quando a pandemia

causada pelo novo coronavírus (SARS-CoV-2), comumente conhecida como Covid-19, abruptamente gerou a necessidade de distanciamento e isolamento social, levando as escolas a buscarem formas alternativas de ensinar e aprender.

Essas novas necessidades fizeram com que os educadores ministrassem suas aulas em plataformas virtuais de videoconferência, Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) e recursos digitais, para aproximar e propiciar a organização do processo de ensino.

Foi nesse cenário que esta pesquisa se desenvolveu, com professores e estudantes em suas casas, buscando formas de ensinar e aprender. Considerando as relações entre processos de ensino e aprendizagem da álgebra, processos de objetivação e subjetivação dos sujeitos explicitados pela Teoria da Objetivação, e processos de formação continuada de professores fundamentados na Atividade Orientadora de Ensino, a pesquisa de doutoramento foi guiada pelo seguinte problema de pesquisa: como professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental apresentam indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra durante um curso de formação continuada *online*? Como hipótese, estabeleceu-se que os processos de objetivação dos nexos conceituais da álgebra e seu ensino também se manifestam em ambiente virtual e os meios semióticos utilizados apresentam vantagens e desvantagens em relação ao ambiente presencial.

Para que a problemática principal da pesquisa fosse respondida e a hipótese confirmada ou não, definiu-se como objetivo analisar indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra por parte de professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em um curso de formação continuada organizado em um AVA.

A expressão 'indícios', utilizada no decorrer dos capítulos e na constituição do problema e objetivo de pesquisa, é compreendida como uma forma de interpretação qualitativa dos segmentos salientes, considerando os fenômenos culturais e históricos mais amplos (Ginzburg, 1989). Ginzburg sugere que, ao examinar pistas aparentemente insignificantes (segmentos salientes nesta pesquisa), é possível inferir padrões e significados mais profundos, que são entendidos como processos de objetivação das participantes.

Partindo desse cenário, para alcançar a intencionalidade, foi desenvolvido um curso de formação continuada de professores, denominado 'Ensino de Álgebra: É Possível nos Anos Iniciais?'. Tomou-se tal decisão em consonância com os estudos realizados e os depoimentos apresentados em Szymanski e Martins (2017), Alves e

Cavalcante (2017), Curi (2004), Gualberto e Almeida (2009), Cunha (2010) e Gatti (2017), que discorrem sobre a formação inicial e continuada de professores dos Anos Iniciais, a Matemática e seu ensino, descrevendo-a como como uma barreira a ser superada.

Com a BNCC, esses docentes polivalentes⁵ passaram a ter a incumbência de desenvolver o pensamento algébrico, contudo, para que esse pensamento venha a ser desenvolvido, os educadores necessitam de saber atualizado no que concerne à álgebra e ao seu ensino, em particular considerando a compreensão dos nexos conceituais da álgebra.

Partindo da delimitação do objetivo, da indagação norteadora e da teoria adotada, foi ofertado um curso de formação continuada a professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, com tarefas assíncronas, que ocorreram por meio do AVA da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), e com tarefas síncronas, que se realizaram com a utilização da plataforma de videoconferência *Google Meet*. O processo formativo teve início em maio e término em junho de 2021, totalizando de 30 horas.

Após a oferta do curso de formação continuada, ocorreu a transcrição dos dados em planilhas (Radford, 2015). Na primeira etapa, todas as passagens das gravações foram transcritas; na segunda etapa, ocorreu a seleção dos segmentos com possíveis indícios de objetivação que atendiam à intencionalidade da pesquisa; e, por fim, foram inseridas as imagens e o encadeamento dos diálogos entre as participantes, destacando-se gestos e entonações.

Para expor as ações desenvolvidas e os dados constituídos, a pesquisa é composta por esta *Introdução* e outros sete capítulos. No segundo capítulo, é abordado o processo de formação continuada de professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, apresentando-se um panorama sobre como os pesquisadores desenvolveram seus estudos associando a álgebra e seu ensino nos primeiros Anos do Ensino Fundamental e a formação continuada de professores.

No terceiro capítulo, ocorre a conceituação dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem utilizados no ensino remoto, bem como sínteses históricas sobre a atualização destes espaços de aprendizagem na Educação. Além disso, são

⁵ Profissional que atua no ensino de diferentes componentes curriculares.

apresentados os principais espaços de aprendizagem utilizados pelas instituições de ensino na contemporaneidade.

O quarto capítulo apresenta a Teoria da Objetivação e seus elementos teóricos e metodológicos, que guiaram e fundamentaram o processo de análise dos dados constituídos.

O quinto capítulo é composto pela álgebra e seu ensino, relacionados com a síntese dos nexos conceituais a partir do movimento histórico e lógico proposto por Panossian (2008, 2014) e Sousa (2004). Além disso, apresenta o movimento internacional da *Early Algebra* na Educação Básica, isto é, “álgebra inicial”.

O sexto capítulo é composto pelo detalhamento dos procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa: constituição e estruturação do curso de formação continuada; caracterização das participantes da pesquisa; fundamento teórico para o desenvolvimento da formação continuada; elaboração do Produto Educacional; metodologia de análise.

O sétimo capítulo é constituído pelas análises organizadas segundo os pressupostos da Teoria da Objetivação, apresentadas em três categorias:

- 1) Indícios da compreensão do conhecimento algébrico pelos professores, que apresenta, em síntese, as formas como as participantes objetivaram o conhecimento algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, ou seja, a álgebra como aritmética generalizada, álgebra como unidade temática da BNCC e nexos conceituais da álgebra;
- 2) Indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra no processo de ensino, subdividida em duas subcategorias: necessidade do conhecimento algébrico para a organização do ensino de álgebra e indícios da objetivação do conhecimento algébrico na organização do ensino;
- 3) Indícios de objetivação do conhecimento algébrico: o caso de Joana e Patrícia, que busca apresentar indícios de objetivação do saber em conhecimento das participantes, que se destacaram nas participações durante a formação continuada.

Por fim, no oitavo capítulo, são apresentadas as sínteses da pesquisa e a tese, que destacam os principais indícios da objetivação do conhecimento algébrico considerando como premissas o movimento histórico e lógico e os nexos conceituais da álgebra.

2 FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS: UM OLHAR PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

“[...] o ser e o conhecimento estão interrelacionados de forma profunda em que um não acontece sem o outro. É por isso que no nível de prática concreta, ensino e aprendizagem não produzem apenas conhecimento. O ensino e aprendizagem também produzem subjetividade” (Radford, 2014a, p. 136).

Este capítulo tem como temática a formação de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (inicial e continuada) e sua relação com o Ensino da Matemática. Serão expostas considerações sobre o processo de formação continuada destes professores, em especial em relação a álgebra e ao seu ensino.

Como Canário (2002, p. 152), entende-se a “[...] formação inicial de professores como a primeira etapa de um empreendimento de formação contínua”. Assim, ao se falar sobre formação continuada, está implícito que esta advém de algo anterior, a formação inicial.

2.1 Formação de professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

O campo de atuação dos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental vem sofrendo alterações que interferem diretamente no modo de organização do ensino. Dentre essas alterações, destaca-se a ampliação do Ensino Fundamental para nove anos de duração, mediante a matrícula obrigatória de crianças com 6 anos de idade, conforme a Lei nº 11.274/2006 (Brasil, 2006).

Outro aspecto importante se refere ao nível de formação do professor atuante nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e na Educação Infantil.⁶ Durante muitos anos essa formação foi regida por curso de nível médio (magistério), mas, de acordo com o artigo 62 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei nº 9394/1996⁷ (Brasil, 1996), sugere-se que seja feita em curso superior de Licenciatura em Pedagogia.

Mais recentemente, em 2017, uma alteração no inciso VIII do artigo 62 da LDB/1996 estabeleceu que “[...] os currículos dos cursos de formação de docentes

⁶ O profissional atuante nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental também poderá atuar na Educação Infantil, conforme o artigo 63 da LDB/1996.

⁷ Mais informações podem ser acessadas em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em: 29 maio 2023.

terão por referência a Base Nacional Comum Curricular” (Brasil, 2017). Essa alteração despertou a necessidade de maior atenção especial para com os profissionais que já estão atuando e tiveram sua formação anteriormente a esse período, pois, “[...] muitas vezes anseiam por programas de formação continuada que lhes deem subsídios para suprir essas lacunas e formadores que se coloquem à sua escuta, com propostas que partam de suas necessidades, num diálogo reflexivo com a teoria [...]” (Passos; Nacarato, 2018, p. 120).

O documento das DCNs (Brasil, 2006) descreve que o licenciado em Pedagogia, ao final do curso, está habilitado para exercer a docência na Educação Infantil, nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e nas disciplinas pedagógicas em cursos de Formação Profissionalizante para a Docência, além de poder atuar na parte de gestão escolar e nos diferentes contextos pedagógicos em que se exigem a execução de atividades educativas e conhecimentos pedagógicos.

Estas DCNs sofreram alterações pelas Resoluções nº 2, de 1º julho de 2015, e nº 2, de 20 de dezembro de 2019 (Brasil, 2019), com atualizações em relação à formação inicial e continuada de professores da Educação Básica, visando acompanhar as mudanças oriundas da BNCC.

Libâneo (2001, p. 6) descreve em seus estudos que, para o senso comum, o pedagogo, isto é, o licenciado em Pedagogia é aquele profissional que estuda estratégias e maneiras para ensinar crianças:

A Pedagogia se ocupa, de fato, com a formação escolar de crianças, com processos educativos, métodos, maneiras de ensinar, mas, antes disso, ela tem um significado bem mais amplo, bem mais globalizante. Ela é um campo de conhecimentos sobre a problemática educativa na sua totalidade e historicidade e, ao mesmo tempo, uma diretriz orientadora da ação educativa.

A concepção de docência traz em sua epistemologia a relação com a diversidade, latente nas ações educativas, que, por sua vez, envolvem o ato de ensinar, um processo de “[...] socialização e de construção do conhecimento, no âmbito do diálogo entre diferentes visões de mundo” (Brasil, 2006, p. 1). Por esse motivo, a formação nos cursos de Licenciatura em Pedagogia necessita proporcionar a integração entre as diferentes áreas do conhecimento (Pimenta, 1999; Tardif, 2012).

Passos e Nacarato (2018, p. 120) consideram que, dentre essas áreas, destacam-se a matemática e seu ensino, contudo “[...] os professores que ensinam

Matemática nos Anos Iniciais, na sua grande maioria, provêm de cursos de formação que deixam sérias lacunas conceituais para o ensino de Matemática”.

Portanto, é necessário conhecer esse profissional e sua formação histórica, cultural e teórica no que concerne à Matemática e ao seu ensino, pois esse educador tem a grande responsabilidade de educar de forma polivalente seus estudantes.

A denominação de polivalente se refere ao professor dos anos iniciais do ensino fundamental, que marca a atuação desse profissional desde as origens da então escola normal de ensino médio, nos finais do século XIX, cuja finalidade era formar o professor para ensinar as disciplinas (matérias) básicas: língua portuguesa (alfabetização), história, geografia, ciências e matemática. (Pimenta *et al.*, 2017, p. 17).

Costa, Pinheiro e Costa (2016) consideram que, se não cumprir com as necessidades sociais da formação dos diferentes componentes curriculares, o pedagogo, ou professor polivalente, acabará influenciando de forma direta e indireta todas as outras etapas posteriores da educação. É possível notar essa influência no ensino da Matemática, pois, segundo estudo realizado por André (2009), os estudantes, ainda nos Anos Iniciais, demonstram aversão à Matemática, o que se agrava no decorrer da escolarização.

Essa defasagem em relação à compreensão do conhecimento matemático, muitas vezes enfrentada durante a vida escolar desses profissionais da educação, acaba se estendendo para sua docência, por não ter sido superada durante a formação inicial.

[...] Pedagogos durante o processo de formação inicial, é necessário que busquem meios de superar seus medos em relação a aprendizagem e ao Ensino da Matemática, se pautando em elementos conceituais. É necessário ir em busca de conhecimento, pois durante sua formação inicial raramente todos os seus medos e angústias serão superadas, por ser justamente o início. É difícil romper com paradigmas construídos ao longo de uma trajetória escolar e querer que se rompa no primeiro enfrentamento, poderá causar frustrações. (Alves; Cavalcante, 2017, p. 100).

Szymanski e Martins (2017, p. 137)⁸ corroboram a opinião dos autores anteriormente citados e acrescentam que os “[...] futuros professores dos anos iniciais

⁸As autoras realizaram um estudo teórico de mapeamento na plataforma de dissertações e teses da Capes, em busca de diferentes pesquisas desenvolvidas no período de 2004 – 2014, abordando a temática de formação de professores para o Ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Ao fim do estudo, identificaram uma lacuna significativa nos cursos de Licenciatura em Pedagogia no que tange ao componente de Matemática e ao seu ensino, afirmando ser necessário conferir maior atenção ao assunto, principalmente por parte das políticas públicas que regulamentam os cursos das Instituições de Ensino Superior (IES).

não gostam da Matemática, disciplina sobre a qual trazem concepções negativas”. Na tentativa de atenuar essas lacunas as IES “[...] oferecem disciplinas nas áreas de matemática, língua portuguesa e informática instrumental possivelmente com o intuito de suprir defasagens da escolarização básica dos alunos ingressantes nos cursos de pedagogia” (Pimenta *et al.*, 2017, p. 24).

Porém, mesmo com essa tentativa, o problema se prolonga durante o curso de Licenciatura em Pedagogia, pois, muitas vezes, o número de disciplinas que se destinam à Matemática e ao seu ensino é reduzido.

Muitas vezes a disciplina de matemática ou de didática da matemática contém carga horária insuficiente para um bom desempenho na prática de ensino, fazendo o professor privilegiar outras áreas do conhecimento, ou seja, a que tem mais afinidade. (Bonzanini; Bassoi, 2016, p. 145).

Curi (2004) analisou currículos de formação de pedagogos e verificou que estes têm, geralmente, entre uma e três disciplinas que tratam sobre Matemática, o que corresponde a uma média de 4% da carga horária total do curso. Cunha (2010, p. 33) confirma esses dados a partir de uma pesquisa com 45 cursos brasileiros de Pedagogia:

Nos cursos pesquisados, em média, são destinadas entre uma e três disciplinas para o estudo de cada uma das seguintes áreas do conhecimento: Língua Portuguesa, Matemática, História, Geografia e Ciências, incluindo-se em algumas grades as disciplinas de Educação Física e Artes. Na área da Matemática, identificamos que em média são oferecidas entre uma e três disciplinas, correspondendo a aproximadamente 3 a 4% da carga horária total desses cursos, sendo predominante as disciplinas de Metodologia de Ensino da Matemática. Em alguns cursos não foram identificadas disciplinas na área da Matemática.

Outro estudo, realizado por Gualberto e Almeida (2009), no qual foram analisadas cinco universidades públicas do estado de São Paulo, identificou que essa porcentagem cai para algo entre 2,1% e 3,6%.

Gaio e Duarte (2003, p. 131) complementam afirmando que o grande erro na formação do professor dos Anos Iniciais é negligenciar a formação para a Matemática, pois os “[...] professores seriam não especialistas em matemática e que a matemática elementar é simples, por conseguinte fácil de ensinar, independentemente da preparação do professor”.

Gatti (2017), ao abordar a formação inicial, destaca ainda que a Licenciatura em Pedagogia tem somente 8% de sua grade curricular voltada aos componentes curriculares referentes às metodologias de ensino (matemática, português, etc.).

Além disso, a autora destaca que a “[...] formação para a educação mostra-se genérica e incompleta, contribuindo pouco para a construção de profissões docentes” (Gatti, 2017, p.730), acarretando fragilidades na formação de professores da Educação Básica.

Lima (2011), em seu mestrado, realizou uma análise de cinco grades curriculares de diferentes cursos de Pedagogia de universidades do estado de Mato Grosso, ao fim do qual constatou o baixo número de disciplinas voltadas ao ensino de Matemática. Além dessa análise, a pesquisadora realizou uma conversa com oito professoras atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, as quais, por meio de um questionário semiestruturado, apresentaram seus posicionamentos em relação a sua formação para o Ensino de Matemática.

A fala das professoras [...] apontou como ponte de convergência a ênfase dada à formação insuficiente para o ensino de Matemática, que, para elas, é devida a dois fatores: o distanciamento entre o que é ensinado no curso e a realidade escolar; e a falta de articulação entre teoria e prática. (Lima, 2011, p.191).

Davis *et al.* (2012, p. 26) afirmam que “[...] a precariedade da formação inicial tem dificultado em muito com que a escola básica cumpra sua função” de formar um sujeito crítico, ético e reflexivo perante as diferentes situações cotidianas.

Maissiat (2017) aponta que um possível caminho para sanar essas lacunas na formação inicial dos professores é o desenvolvimento de formações continuadas na modalidade da Educação a Distância (EAD). Os cursos desenvolvidos nessa modalidade

[...] são de extensão a pós-graduação, como registrado no Anuário Brasileiro Estatístico de Educação Aberta e a Distância (AbraEAD), o qual, em sua edição em 2008 identificou que 1 em cada 73 brasileiros estudavam na modalidade a distância. (Maissiat, 2017, p. 71).

Porém é importante ressaltar que essas formações proporcionam ao professor embasamento teórico e embasamento prático, voltado ao seu fazer pedagógico, fornecendo a compreensão dos conceitos que ele irá ensinar durante sua prática de sala de aula (Cunha, 2010). Gerar o aprofundamento dos conceitos em cada um dos professores é também um desafio para os processos de formação de professores, sejam eles de formação inicial ou continuada.

Uma possibilidade para que esses conhecimentos sejam dominados com maestria pelo professor é apontada por Schimitz (2017, p. 5213), nestes termos:

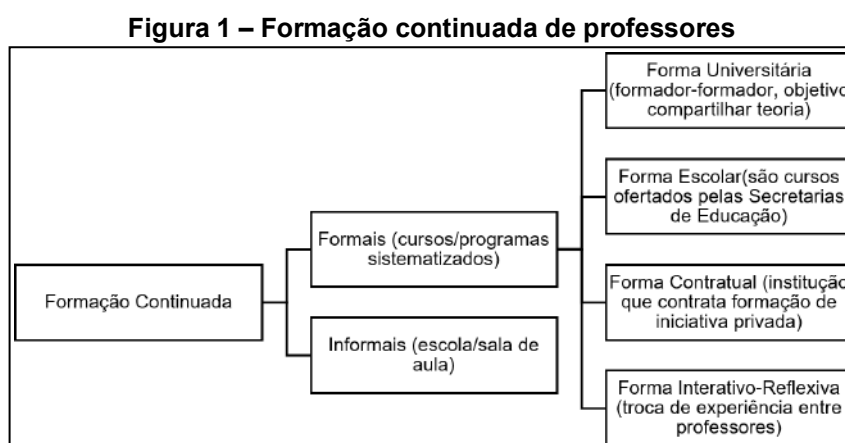
A disciplina do ensino da matemática para os anos iniciais do curso de Pedagogia, deve-se trabalhar conteúdos que se aproximem dos conteúdos que serão trabalhados por eles como docentes, contribuindo para o crescimento da sua profissão e para a formação dos saberes necessários. De uma forma geral, são os profissionais formados em Pedagogia que iniciam o processo de alfabetização matemática com os alunos dos anos iniciais. Dessa forma, é necessária a mudança na formação do Pedagogo, em termos de conhecimentos, carga horária, metodologias de ensino e práticas escolares. Torna-se necessário também desenvolver conhecimentos sólidos capazes de garantir o aprendizado dos formandos e a confiança no trabalho realizado com seus alunos. (Schimitz, 2017, p. 5213).

Cunha (2010), Szymanski e Martins (2017) destacam a necessidade de quebra do círculo vicioso do acadêmico que cursa a Licenciatura em Pedagogia e tem aversão à Matemática, por meio de uma formação sólida nos conceitos de base da matemática.

Gatti (2017), ao apresentar seus estudos envolvendo a formação inicial e continuada de professores, elucida que, com a expansão das políticas públicas voltadas a essa temática, vem aumentando o número de cursos nas diferentes IES (públicas e privadas), especialmente nas instituições privadas. Ao abordar a modalidade EAD na formação inicial e continuada de professores, a autora evidencia que a

[...] expansão geométrica das licenciaturas no formato à distância em condições pouco qualificadas; formação dos docentes das próprias instituições de ensino superior para o trabalho de formação de professores para a Educação Básica (as pós-graduações não favorecem formações em didática, metodologias e práticas de ensino). (Gatti, 2017, p. 729).

Romanowski (2012), complementa apresentando a classificação do processo de formação continuada de professores da Educação Básica, podendo ocorrer de duas formas: formal ou informal (Figura 1).



Fonte: elaborada pela autora com base em Romanowski (2012).

O processo de formação continuada de professores pode ocorrer em diferentes ambientes e formas: por meio da troca entre professores veteranos e iniciantes, de formações desenvolvidas em instituições universitárias como pós-graduação ou de ações de extensão, por exemplo.

A formação de professores não pode ser pensada a partir das ciências e seus diversos campos disciplinares, como adendo destas áreas, mas a partir da função social própria à escolarização—ensinar às novas gerações o conhecimento acumulado e consolidar valores e práticas coerentes com nossa vida civil. (Gatti, 2010, p. 1375).

No que concerne à formação continuada de professores, Davis *et al.* (2012, p. 24) apresentam-na “[...] como componente essencial da profissionalização docente deve estar articulada à carreira do magistério e integrar-se ao cotidiano da escola”. Já Romanowski (2012, p. 131) compreende que “[...] o objetivo da formação continuada é a melhoria do ensino, não apenas a do profissional”. A autora considera que os programas de “[...] formação continuada precisam incluir saberes científicos, críticos, didáticos, relacionais, saber-fazer pedagógico e de gestão; podem ser realizados na modalidade presencial e a distância” (Romanowski, 2012, p. 131).

Davis *et al.* (2012, p. 22) explicam que a

[...] formação continuada no Brasil foi também vista como uma forma de enfrentamento dos altos índices de insucesso escolar, sobretudo no que tange à alfabetização nas séries iniciais.

[...]

A maioria dos cursos de formação continuada, promovidos ou apoiados pelo MEC, pretende combater o fracasso escolar e reduzir os índices de reprovação. Em um momento mais recente, as ações no âmbito das diversas secretarias do MEC passaram a considerar também as demandas das escolas e dos professores, na tentativa de superar a concepção instrumental de formação continuada, compensatória das lacunas de formação inicial, evitando a oferta massiva de cursos. (Davis *et al.*, 2012, p. 22).

O Ministério da Educação (MEC) desenvolveu várias iniciativas visando sanar essas lacunas na Educação Básica, por exemplo, em “[...] a Rede Nacional de Formação Continuada de Professores de Educação Básica (Rede)”, “[...] instituída como política para formação de professores [...]” (Davis *et al.*, 2012, p. 23). Outras

iniciativas foram desenvolvidas na modalidade EAD, como o projeto ‘Um salto para o Futuro’,⁹ o programa Pró-letramento¹⁰ e o programa ‘Mídias na Educação’.¹¹ Logo,

[...] a oferta dos programas de formação continuada intensificou-se nas últimas décadas, com base em dois tipos de demanda: a universalização do ensino e a necessidade de ampliação do quadro de professores. As SEs [Secretarias de Educação] entenderam que a formação continuada, ao complementar as lacunas de conhecimento teórico e, também, de estratégias pedagógicas que os professores traziam de sua precária formação inicial, permitiria assegurar um melhor desempenho dos profissionais em exercício nas redes públicas de ensino. (Davis *et al.*, 2012, p. 22).

Partindo dessas lacunas e fragilidades, Romanowski (2012, p. 138) considera que, para ocorrer a formação continuada de forma satisfatória, é “[...] importante a realização de diagnósticos das necessidades formativas dos professores, ou seja, um dos princípios dos programas de formação de professores consiste em respostas para as necessidades” que este profissional sente na sua prática pedagógica.

Nesta pesquisa, entende-se que a álgebra e seu ensino, enquanto conhecimento, necessitam ser aprofundados por muitos profissionais atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, caracterizando-se como uma necessidade formativa.

Pode-se inferir que, para ocorrer a formação continuada de professores, é necessário levar em consideração vários aspectos teóricos-metodológicos que proporcionem a estes profissionais o acesso aos conhecimentos sobre os conteúdos específicos, além de um ambiente planejado que promova interatividade, mediando o processo de internalização dos conceitos, explicitado também na teoria e em situações práticas da vivência pedagógica.

Considerando que esta pesquisa aborda a compreensão da álgebra por professores dos Anos Iniciais, na sequência, será apresentado o mapeamento bibliográfico desenvolvido em âmbito nacional, em artigos, dissertações e teses.

⁹ Programa de educação a distância realizado pela TV Escola (canal educativo do MEC) em 1991. Teve como proposta a formação continuada do professor de Ensino Fundamental e Ensino Médio. Cf.: <https://l1nk.dev/n14mc>. Acesso em: 28 ago. 2023.

¹⁰ “Programa de formação continuada de professores para a melhoria da qualidade” (Brasil, 2023). Cf.: <https://acesse.one/ok8Pu>. Acesso em: 28 ago. 2023.

¹¹ Programa de educação a distância, com estrutura modular, organizado para proporcionar formação continuada voltada ao uso pedagógico das diferentes tecnologias da informação e da comunicação. Cf.: <https://l1nk.dev/4JIQj>. Acesso em 28 de ago. 2023.

2.2 Ensino de álgebra na formação continuada de professores dos Anos Iniciais

Nesta subseção, apresenta-se o mapeamento bibliográfico das pesquisas sobre a formação continuada de professores e o ensino de álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental desenvolvidas entre 2011 e 2021.

A ação metodológica de organização desta subseção consistiu em compreender como os pesquisadores estão desenvolvendo e compreendendo a formação continuada de professores e o conhecimento algébrico nos Anos Iniciais, bem como o embasamento teórico utilizado para constituição e condução do curso de formação continuada.¹²

Para seleção das pesquisas, foram utilizados como critério a temporalidade, o tema e o público para o qual a pesquisa foi desenvolvida, isto é, a formação continuada de professores e o ensino de álgebra. Como filtro de busca, utilizou-se a expressão 'Ensino de álgebra nos Anos Iniciais'. A pesquisa ocorreu no mês de abril de 2022.

O mapeamento obteve oito artigos, seis dissertações e uma teses, que foram encontrados em duas plataformas de pesquisa, a saber: o Catálogo de Teses e Dissertações¹³ e o Portal de Periódicos,¹⁴ ambas organizadas e mantidas pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes).¹⁵

Para realizar a seleção das pesquisas, foi utilizada como referência a concepção de mapeamento de Fiorentini *et al.* (2002, 2016). Optou-se por essa concepção porque possibilita delimitar as pesquisas que envolvem a formação continuada de professores nos Anos Iniciais e o ensino de álgebra em um determinado período de tempo, espaço e local.

Em síntese, entendemos o mapeamento da pesquisa como um processo sistemático de levantamento e descrição de informações acerca das pesquisas produzidas sobre um campo específico de estudo, abrangendo um determinado espaço (lugar) e período de tempo. Essas informações dizem

¹² O curso foi denominado 'Ensino de álgebra: é possível nos Anos Iniciais?' e será descrito de forma detalhado no sexto capítulo, na subseção 6.2.2.

¹³ O Catálogo de Teses e Dissertações da Capes conta com pesquisas de mestrado e doutorado de diferentes instituições de Ensino Superior públicas e privadas. Cf.: catalogodeteses.capes.gov.br. Acesso em: 29 ago. 2023.

¹⁴ O Portal de Periódicos foi oficialmente criado pela Capes, fundação do MEC, em 11 de novembro de 2000. Cf.: www.periodicos.capes.gov.br. Acesso em: 29 ago. 2023.

¹⁵ A Capes é uma fundação vinculada ao MEC que atua na expansão e consolidação da pós-graduação *stricto sensu* em todos os estados brasileiros. Cf.: capes.gov.br. Acesso em: 29 ago. 2023.

respeito aos aspectos físicos dessa produção (descrevendo onde, quando e quantos estudos foram produzidos ao longo do período e quem foram os autores e participantes dessa produção), bem como aos seus aspectos teórico-metodológicos e temáticos. (Fiorentini *et al.*, 2016, p. 18).

Para seleção das pesquisas encontradas, foi realizada a leitura cuidadosa dos resumos e, a partir destes, selecionadas todas aquelas que contemplassem a álgebra e seu ensino, bem como a formação continuada de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Com base na seleção, foi elaborado o Quadro 1, abaixo, com o registro dos objetivos e das formas de constituição dos dados das pesquisas.

Para a exposição, foram considerados os seguintes elementos das pesquisas: aspectos relativos à formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o conhecimento algébrico e sínteses apresentadas pelos autores.

Quadro 1 – Trabalhos envolvendo o ensino de álgebra e a formação continuada de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

(continua)

Autor/Tipo	Título	Objetivo	Constituição dos dados
Freire (2011) (Tese)	Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	Investigar o desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental utilizando atividades manipulativas e recursos digitais.	Oficina com duração de 20 horas, explorando conceitos de equações, inequações, relações entre quantidades desconhecidas, equivalência, pensamento relacional e o uso de incógnita em atividades voltadas para o Anos Iniciais do Ensino Fundamental.
Luna e Souza (2013) (Artigo)	Discussões sobre o ensino de álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	Analisar o que e como o ensino de álgebra pode ser abordado nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	Análise documental.
Trivilin e Ribeiro (2015) (Artigo)	Conhecimento matemático para o ensino de diferentes significados do sinal de igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	Compreender quais conhecimentos os professores demonstram ter para ensinar os diferentes significados do sinal de igualdade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	Formação continuada com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.
Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2016) (Artigo)	Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: primeiras reflexões à luz de uma revisão de literatura.	Apresentar elementos que possam contribuir para a discussão sobre o ensino da matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, notadamente no que se refere à álgebra e ao desenvolvimento do pensamento algébrico.	Estudo bibliográfico.

Quadro 1 – Trabalhos envolvendo o ensino de álgebra e a formação continuada de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

(continuação)

Autor/Tipo	Título	Objetivo	Constituição dos dados
Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2017) (Artigo)	Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	Debater o conhecimento matemático revelado por um grupo de professores dos Anos Iniciais, ao discutir tarefas com potencial algébrico.	Curso de extensão intitulado como: “Matemática nos Anos Iniciais e o desenvolvimento do pensamento algébrico”, com uma carga horária total de 32 horas, sendo 20 horas presenciais e 12 horas a distância.
Ferreira (2017) (Dissertação)	Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do pensamento algébrico.	Investigar o conhecimento matemático para o ensino do Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	Curso de extensão intitulado como: “Matemática nos Anos Iniciais e o desenvolvimento do pensamento algébrico”, com uma carga horária total de 32 horas, sendo 20 horas presenciais e 12 horas à distância.
Valente (2017) (Artigo)	A Matemática para o professor dos primeiros anos escolares – a álgebra entre a cultura enciclopédica e a formação profissional.	Analisar as transformações na formação matemática de normalistas, em particular, estudar a presença da Álgebra nessa formação.	Estudo bibliográfico.
Oliveira (2018) (Dissertação)	Formação continuada de professores e a <i>Early Algebra</i> : uma intervenção híbrida.	Investigar a(s) possível(eis) contribuição(ões) que um modelo de formação híbrida, pautado em situações-problema e com feedback construtivista, pode trazer para a apropriação dos conceitos da <i>Early Algebra</i> por discentes de um curso de mestrado em Educação.	Curso de formação continuada com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental com uma carga horária aproximada de 23 horas, distribuídas de forma <i>online</i> e presencial.

Quadro 1 – Trabalhos envolvendo o ensino de álgebra e a formação continuada de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

(continuação)

Autor/Tipo	Título	Objetivo	Constituição dos dados
Cabral, Oliveira e Mendes (2019) (Artigo)	O pensamento funcional e a capacidade de perceber o pensamento funcional de futuras educadoras e professoras dos Anos Iniciais.	Caracterizar o pensamento funcional das FEPs [Futuras Educadoras e Professoras] e a sua capacidade de perceber o pensamento funcional de alunos do Ensino Básico no âmbito da resolução de tarefas sobre sequências pictóricas crescentes.	Experiência de formação na unidade curricular Padrões e Álgebra do 3.º ano de uma Licenciatura em Educação Básica (LEB), em Portugal e acompanhamento de 11 aulas durante 2018 e 2019.
Santos (2020) (Dissertação)	Desenvolvimento do pensamento algébrico de professores dos anos iniciais em atividade de ensino: o pensamento teórico mediado por conceitos algébricos.	Investigar, no contexto da formação continuada, o desenvolvimento do pensamento algébrico de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.	Uma ação de extensão intitulada “O Ensino da Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental”, na qual se inscreveram e participaram 23 professores, todos de uma mesma escola pública da rede municipal de Guarulhos.
Noro (2020) (Dissertação)	Do aprender ao ensinar álgebra: formação de futuros professores que ensinam matemática.	Investigar possibilidades formativas para futuros professores que ensinam Matemática no que se refere ao ensino e aprendizagem de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental.	Foram desenvolvidas ações na perspectiva de um experimento formativo, relacionado aos nexos conceituais algébricos, com acadêmicos da disciplina Educação Matemática B do curso de Pedagogia Diurno da Universidade Federal de Santa Maria, contexto de formação do futuro professor que ensina matemática nos anos iniciais.

Quadro 1 – Trabalhos envolvendo o ensino de álgebra e a formação continuada de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

(conclusão)			
Autor/Tipo	Título	Objetivo	Constituição dos dados
Souza (2020) (Dissertação)	O ensino híbrido na formação continuada e a recontextualização pedagógica dos textos produzidos por professores dos anos iniciais em <i>Early Algebra</i> : um enfoque na relação funcional	Compreender como os textos, de relação funcional, produzidos em uma formação continuada em <i>Early Algebra</i> , na perspectiva do Ensino Híbrido, são recontextualizados nas salas de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental dos respectivos participantes da formação.	O grupo investigado foi composto por 4 (quatro) professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais da Educação Básica. O outro contexto envolveu a sala de aula de uma das participantes da formação. Foi utilizada a análise documental dos textos elaborados pelas participantes antes e após a formação e a observação dos espaços (sala de aula e ambiente virtual) durante o curso e o processo de recontextualização pedagógica.
Jungbluth (2020) (Dissertação)	Álgebra no currículo de Matemática dos Anos Iniciais: e agora?	Investigar os conhecimentos de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sobre álgebra e seu ensino.	Questionários respondidos por 98 professores da Rede Municipal de Ensino de Florianópolis/SC, e aprofundamos os dados através da análise e transcrição de cinco entrevistas, as três últimas com abordagem reflexiva/formativa.
Ferreira, Ribeiro e Ponte (2021) (Artigo)	Prática profissional de professores dos anos iniciais e o pensamento algébrico: contribuições a partir de uma formação continuada	Analisamos como dois professores dos anos iniciais do ensino fundamental planejaram e conduziram uma aula considerando aspectos do pensamento algébrico a partir de uma abordagem de ensino exploratório.	A recolha de dados foi proveniente do planejamento dos professores, de registros em áudio das aulas, com sua subsequente transcrição, e registro fotográfico das tarefas matemáticas realizadas pelos alunos.

Fonte: elaborado pelo autor (2022).

Cada autor encontrado no mapeamento ancora-se em um referencial teórico-metodológico necessário para a compreensão e organização dos dados, todavia serão discutidos somente aspectos envolvendo a álgebra e seu ensino na formação continuada de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais.

Da leitura dos trabalhos encontrados, destaca-se, de forma inicial, que todos os autores, de algum modo, apontam a importância do desenvolvimento do pensamento algébrico para os Anos Iniciais e a necessidade da formação inicial e continuada dos professores Licenciados em Pedagogia.

Uma possível explicação sobre a necessidade da formação inicial e continuada associada à álgebra ao seu ensino é dada por Santos (2020, p. 161):

Os próprios professores desta pesquisa, ao serem colocados diante da necessidade de refletir sobre o que seria a álgebra e como o seu ensino poderia ser organizado para os anos iniciais do Ensino Fundamental, apresentaram muita dificuldade e atribuíram isso a uma possível defasagem em sua formação matemática ao longo da Educação Básica, Ensino Superior e formação continuada.

Seguindo a mesma perspectiva, Noro (2020, p. 11) destaca:

a importância de possibilidades formativas que direcionem os futuros professores a aprendizagem do conhecimento matemático, desde que seu organizador domine o conhecimento matemático, e, mais especificamente, neste caso, os conhecimentos algébricos e possa planejar e organizar um ensino que vise desenvolver o pensamento teórico dos estudantes da Educação Básica.

Freire (2011, p. 8) explicita que os professores apresentaram “[...] dificuldade [...] em entender noções básicas do pensamento algébrico como resolver equações do 1º grau e explicar diferenças entre atividades aritméticas e algébricas [...]”, porém após seu processo de intervenção e formação, as “[...] dificuldades foram sendo parcialmente superadas”.

Essas dificuldades se originam do fato de que “[...] muitos educadores e professores não passaram por essa experiência enquanto alunos, tendo, por vezes, pouca familiaridade” (Cabral; Oliveira; Mendes, 2019, p. 51) com situações que promovam o ensino da álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico. Ferreira (2017, p. 130) também apresenta uma possível explicação para essa dificuldade apresentada pelos professores:

Ao analisar os documentos curriculares e os documentos que orientam a formação de professores, buscávamos tanto verificar em que medida

estavam presentes elementos caracterizadores do Pensamento Algébrico nos documentos curriculares analisados, quanto investigar se essa área da Matemática estava sendo retratada na formação de professores. Os poucos elementos que pudemos capturar destes documentos dizem respeito, em sua grande maioria, às subcategorias da Aritmética Generalizada e se relacionavam essencialmente ao Sistema de Numeração Decimal e as operações, aspectos estes mais presentes no dia a dia das aulas de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

É perceptível que a “*Early Algebra*”¹⁶ [...] ainda está pouco presente nas salas de aula” (Cabral; Oliveira; Mendes, 2019, p. 51). Trivilin e Ribeiro (2015) apontam um possível caminho para sanar essas lacunas, qual seja, o processo formação continuada, que poderá proporcionar o conhecimento específico acerca do conteúdo necessário para o desenvolvimento da docência no que tange ao ensino de álgebra. Cabral, Oliveira e Mendes (2019, p. 54) também apontam que,

Na formação inicial de educadores e professores torna-se essencial promover o seu pensamento algébrico pois, além de, com frequência, estes evidenciarem bastantes limitações no que se refere ao conhecimento matemático na temática da álgebra, muitos tiveram pouco, ou nenhum, contacto com a *Early Algebra* enquanto alunos [...].

É perceptível a necessidade da álgebra e do seu ensino na Educação Básica, com início ainda nos primeiros anos do Ensino Fundamental, pois

[...] muitos alunos têm problemas com Matemática quando chegam aos 13 ou 14 anos, e que a deficiência pode não ser deles, mas antes disso, da forma como está sendo conduzido o ensino da Álgebra nas escolas. [...] ensinar Álgebra nos primeiros anos de escolaridade não é precoce, pois fazendo uma analogia com outras áreas do conhecimento, [...] ainda que as crianças pequenas não saibam falar, nem por isso, os adultos deixam de conversar com elas, incentivando-as a falar, o mesmo acontecendo com a aprendizagem da leitura e a escrita. (Ferreira, 2017, p. 22-23).

Oliveira (2018, p. 174) corrobora o exposto ao afirmar que, nos Anos Iniciais, o ensino do pensamento algébrico, “[...] contribuiu para o ensino de conceitos algébricos (símbolos, padrão em sequência, equivalência em equação e noção funcional), os quais proporcionam o desenvolvimento do raciocínio algébrico de alunos nos anos iniciais do Ensino Fundamental”, propiciando “[...] oportunidades para as crianças experienciarem a atividade algébrica” (Luna; Souza, 2013, p. 827). Assim sendo, a partir de nove ou dez anos de idade o professor já pode envolver a generalização

¹⁶ Álgebra inicial ou álgebra cedo, será destacada no decorrer da subseção 5.1.

aritmética e também descrever relações funcionais, considerações também apontadas no estudo de Valente (2017).

Esse enfoque na álgebra, desde as séries iniciais, pode ser contemplado através do trabalho com as classificações, padrões e relações, operações com números inteiros, exploração de funções e através de processos graduais. Apesar desses conceitos serem algébricos, isso não implica no uso necessário pelos alunos com o simbolismo frequentemente ensinado nas tradicionais aulas de álgebra. Portanto, a álgebra deverá ser encarada como um contínuo curricular que perpassa desde a Educação Infantil até o Ensino Médio. Considerá-la como um fio condutor, desde os primeiros anos, ajudará os alunos a adquirirem uma base sólida para um trabalho algébrico. (Luna; Souza, 2013, p. 825).

Com a intenção de promover o movimento do trabalho com a álgebra nos Anos Iniciais, Oliveira (2018) desenvolveu uma formação continuada de professores com carga horária aproximada de 23 horas, tendo como tema norteador a *Early Algebra*. Seu estudo foi estruturado de modo semipresencial, prevendo situações *online* que levassem os professores à reflexão e posteriores discussões na forma presencial, mediadas pelo pesquisador. Ao término,

[...] notamos que as discussões promovidas durante o nosso curso contribuíram para a reflexão das professoras-cursistas sobre sua prática em sala de aula, no que tange ao ensino de conceitos inerentes à Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Diante disso, notamos que houve uma articulação dinâmica e reflexiva acerca do ensino da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. (Oliveira, 2018, p. 173).

O autor ainda aponta que, como seu estudo foi desenvolvido em dois momentos (presencial e assíncrono), foi possível analisar de forma dinâmica e reflexiva o posicionamento dos participantes em relação à *Early Algebra*. No processo de construção dos seus dados, Oliveira (2018, p. 173) utilizou um ambiente virtual de aprendizagem, que

[...] proporcionou uma pluralidade de dados, ricamente, dotados de uma complexidade de informações. Apontamos isso como relevante, pois, permitiu revelar que as participantes do curso apresentaram uma identidade própria para o desenvolvimento de subsídios para ensinar Álgebra nos primeiros anos de escolaridade.

Para organizar seu processo formativo, Oliveira (2018, p. 80) considerou o “Campo Conceitual Algébrico, especificamente em conceitos da Álgebra Elementar: símbolos algébricos, sequências e padrões, equivalência em equações e noção funcional”.

Souza (2020, p. 9, grifo do autor) desenvolveu sua formação no mesmo modelo de Oliveira, sistematizado “[...] na perceptiva do Ensino Híbrido, em particular os modelos *sala de aula invertida* e *rotação individual*, com atividades *presenciais* e *virtuais*, cujo propósito foi debater questões relacionadas ao estudo da *Early Algebra*” com quatro professoras que ensinavam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Para constituição dos seus dados, Souza (2020), desenvolveu um curso de formação continuada, que ocorreu com encontros síncronos e assíncronos. Os momentos *online* desenvolveram-se no AVA do Núcleo de Estudos em Educação Matemática de Feira de Santana (NEEMFS).

Para desenvolvimento da formação, Souza (2020) considerou como conhecimento algébrico conceitos voltados aos símbolos, sequências, padrões, relação funcional e equivalência em equações.

Freire (2011), debruçando-se sobre a formação continuada de professores, desenvolveu seu doutoramento com o objetivo de investigar como os professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental compreendiam os conceitos algébricos, utilizando como recurso diferentes atividades manipulativas e digitais.

Para estruturação das atividades, Freire (2011, p. 8) considerou como conhecimento algébrico os “[...] conceitos de equações, inequações, relações entre quantidades desconhecidas, equivalência, pensamento relacional e o uso de incógnita em atividades voltadas para os anos iniciais do Ensino Fundamental”.

Ao iniciar sua formação continuada, identificou que “[...] as professoras nunca tiveram contato em cursos de formação inicial ou continuada com tal conteúdo” (Freire, 2011, p.70). Assim sendo, constatou que “[...] os conhecimentos algébricos das professoras durante a oficina eram limitados a conhecimentos essencialmente aritméticos” (Freire, 2011, p. 154).

Além disso, chamou sua atenção o fato de que “[...] as professoras nunca discutiram o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais” (Freire, 2011, p. 83). Para chegar a essas considerações, Freire (2011) desenvolveu uma oficina de formação com os professores e acompanhou uma das participantes em sala de aula, observando e analisando como se manifestava o desenvolvimento do ensino de álgebra com base na oficina ministrada. Nesse contexto,

[...] as atividades durante a oficina de formação fizeram que as professoras resolvessem e explorassem situações ligadas ao pensamento algébrico, refletissem sobre o uso de representações, entendessem a álgebra como uma atividade de relação e equivalência desenvolvendo diferentes modos de produzir significado, e aprimorassem a capacidade de usar materiais para explorar conceitos algébricos. (Freire, 2011, p. 152).

Freire (2011), ao realizar o acompanhamento da prática pedagógica e do planejamento de uma professora em particular, percebeu que, ao propor as situações-problema com potencialidade e conhecimentos algébricos, a docente, muitas vezes, ficava restrita a explicações/explorações aritméticas. Mesmo assim,

[...] identificamos que ela também atribuiu sentido às atividades, explicando como elas podem trabalhar com aspectos de pensamento algébrico. O desenvolvimento do pensamento algébrico se manifestou também na prática de sala de aula a partir do momento que a professora diversificou as atividades de comparação, explorou o sentido de equações, inequações, pensamento relacional e criou uma atividade de generalização. (Freire, 2011, p. 154).

Envolvendo a formação continuada de professores e o ensino de conceitos algébricos, Ferreira (2017) realizou sua dissertação no formato de *multipaper*,¹⁷ a partir da qual elaborou e publicou dois artigos, oriundos do mesmo estudo. Em Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2016), encontra-se uma revisão de literatura no âmbito nacional e internacional com discussão teórica quanto aos documentos curriculares nacionais.

No estudo, os autores consideram, no que concerne ao conhecimento algébrico para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o processo de “[...] generalização de situações particulares a ideias gerais e, portanto, passível de ser desenvolvido desde a Educação Infantil, percorrendo toda a escolaridade” (Ferreira; Ribeiro; Ribeiro, 2016, p. 41).

Já em Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2017), os autores apresentam os resultados de uma formação continuada desenvolvida com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, com carga horária de 32 horas, divididas em aulas presenciais (20 horas) e a distância (12 horas). No decorrer da formação, foram propostas “[...] 4 expressões numéricas que os professores deveriam assinalar como verdadeiras ou falsas, justificando suas escolhas por meio das [...] propriedades das operações” (Ferreira; Ribeiro; Ribeiro, 2016, p. 504).

¹⁷ O modelo *Multipaper* refere-se à apresentação de uma dissertação ou tese como um compilado de artigos publicáveis, acompanhados ou não de um capítulo introdutório e de considerações finais.

No decorrer de seus estudos, Ferreira (2017, p. 130) realizou uma pesquisa sobre os documentos nacionais que contemplam o pensamento algébrico nos Anos Iniciais e constataram

[...] o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, ou do ensino da Álgebra nos Anos Iniciais, só vem a surgir como um eixo estruturante da Matemática a partir do documento “Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem” (BRASIL, 2012).¹⁸ Neste documento é instituído, para o ensino dos três primeiros anos do Ensino Fundamental, o eixo Pensamento Algébrico com foco no trabalho com padrões.

Ao analisar a BNCC, a autora aponta que a maior parte das subcategorias se relaciona aos processos de generalização, partindo de sequência e padrões. Com base nesse documento, o pensamento funcional ganha espaço no currículo nacional.

A autora identificou

[...] poucas pesquisas em nível nacional sobre o trabalho com o Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais, assim como a pouca presença deste tema nos documentos curriculares nacionais, poderíamos esperar que os resultados desta nossa pesquisa indicassem para uma reduzida familiaridade do professor com os aspectos associados ao Pensamento Algébrico [...]. (Ferreira, 2017, p. 132).

É possível afirmar que há necessidade de estudos mais amplos integrando o ensino da álgebra dos Anos Iniciais. Contudo, a autora chama atenção para o fato de que não se trata do acréscimo de conteúdos aos currículos dos Anos Iniciais, “[...] mas, sim, de uma reformulação em termos de foco e de objetivos associados às práticas – o que implica, necessariamente, uma reformulação na própria formação (inicial e continuada)” (Ferreira, 2017, p. 133).

Ao término de sua pesquisa, Ferreira (2017, p. 132) constatou que “[...] os professores, no que se refere ao trabalho com o Pensamento Algébrico, possuem um conhecimento mais voltado para o saber fazer em detrimento do conhecimento específico do conteúdo a ser ensinado”. A autora destaca que um dos elementos centrais do pensamento algébrico seria o processo de generalização.

Trivilin e Ribeiro (2015, p. 47) desenvolveram sua pesquisa utilizando questionários com professores. Durante a análise desse material, os autores sentiram a necessidade de esclarecer alguns aspectos voltados a compreensão da relação de

¹⁸ BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integrante. Coordenação Geral Faz Ensino Fundamental. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento fazer ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental**. Brasília, DF: MEC, 2012.

igualdade, “[...] com esse objetivo organizamos uma dinâmica de interação coletiva com os docentes, gravadas em áudio”.

Com esse estudo, os pesquisadores tiveram a “[...] intenção de observar se (e como) os professores sabiam sobre os diferentes significados do sinal de igualdade no currículo oficial da rede¹⁹ e sobre a sua importância para o ensino de álgebra e das equações nos anos posteriores” (Trivilin; Ribeiro, 2015, p. 47). Neste sentido, pode-se inferir que alguns dos elementos constituintes do conhecimento algébrico estão associados, as relações existentes na igualdade, a noção de operacional e à ideia de equivalência por exemplo.

Luna e Souza (2013, p. 826) desenvolveram um estudo bibliográfico a partir de trabalhos públicos nos anais do Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática (Sipem) e também de “[...] livros publicados no Brasil e em outros países, a partir de um levantamento de autores com publicações ou citados em periódicos disponíveis pela Capes com estudos envolvendo o ensino de álgebra”.

Nesse estudo, as autoras buscaram como o ensino de álgebra pode ser abordado nos anos iniciais do Ensino Fundamental, propondo uma articulação com a formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática.

Luna e Souza (2013) sustentam que o ensino de álgebra pode ser desenvolvido nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, por meio de situações que envolvam: campo aditivo, ideias de transformação (por exemplo estado inicial +/- transformação = estado final, em que a cada momento busca-se determinar a transformação para o estado inicial ou final), equivalência, resolução de equações, operações aditivas como funções, proporção, funções, notações algébricas, variação da incógnita em diferentes termos da operação, exploração de padrões e relações numéricas e generalização.

Alguns desses conceitos também são apresentados em Ferreira, Ribeiro e Ponte (2021), que realizaram sua pesquisa acompanhando o planejamento de dois professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, tendo por premissa aspectos voltados ao pensamento algébrico. Para isso, um dos professores participantes realizou seu planejamento considerando a “relação entre variáveis”, conduzindo os estudantes à busca de um padrão, isto é, a uma generalização.

O mesmo caso aconteceu com o segundo professor participante da pesquisa, que, a partir do trabalho com a divisão por 2, 4 e 8 com alunos do 3º Ano do Ensino

¹⁹ Rede Municipal de Ensino de São Paulo.

Fundamental, julgou poder conduzir seus estudantes do manuseio aritmético à generalização como modo potencial “de se trabalhar com o pensamento algébrico” (Ferreira; Ribeiro; Ponte, 2021, p. 189).

Os autores ainda destacam que as ações do fazer pedagógico “[...] são manifestações de suas aprendizagens [...], [portanto] é possível afirmar que tanto o planejamento como a condução das aulas” (Ferreira; Ribeiro; Ponte, 2021, p. 197) refletem os conhecimentos dos professores.

Jungbluth (2020, p. 6) sustenta a “[...] necessidade de ampliar o conhecimento docente para que ocorra a implementação dessa unidade temática, recentemente incorporada ao currículo de Matemática dos Anos Iniciais”, auxiliando os docentes no processo de organização do ensino.

Ao desenvolver sua pesquisa no formato de entrevista reflexiva/formativa com três duplas de professores, Jungbluth (2020, p. 9) identificou três dimensões que estes consideram acerca do conhecimento algébrico, partindo do que está proposto “[...] na BNCC para os Anos Iniciais, como a generalização de padrões em sequências e as propriedades da igualdade, com foco no sentido de equivalência”.

Santos (2020) desenvolveu um experimento formativo com professores amparado na base teórica do materialismo histórico-dialético e propôs aos docentes situações desencadeadoras de aprendizagem, pautadas na Atividade Orientadora de Ensino, almejando conduzir os educadores ao reconhecimento dos nexos conceituais do conhecimento algébrico, isto é, à essência do conhecimento algébrico. A autora considera que

O pensamento algébrico é um tipo de pensamento científico (SOUSA, 2004)²⁰ relacionado a uma forma de compreender o movimento da realidade e seus fenômenos (LANNER DE MOURA; SOUSA, 2008).²¹ Essa compreensão da realidade em movimento se dá por meio do estabelecimento de relações entre suas grandezas variáveis, que é a essência da álgebra (PANOSSIAN, 2014).²² (Santos, 2020, p. 57-58).

²⁰ SOUSA, Maria do Carmo. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

²¹ LANNER DE MOURA, A. R. L.; SOUSA, M. C. Dando movimento ao pensamento algébrico. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.16, n. 30, p. 63-75, jul./dez. 2008.

²² PANOSSIAN, Maria Lucia. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**. 2014. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

Noro (2020, p. 11) adotou o mesmo fundamento teórico e metodológico de Santos (2020), considerando que “[...] o ser humano desenvolve-se por meio da socialização e interação com os outros sujeitos e assim vai produzindo cultura”. Para isso, a autora se amparou “[...] na Teoria Histórico-Cultural (THC), de Vigotski; na Teoria da Atividade (TA), de Leontiev; e na Atividade de Orientadora de Ensino (AOE), de Moura” (Noro, 2020, p. 11).

Para constituição dos dados, Noro (2020) desenvolveu um experimento formativo por meio de seis situações desencadeadoras de aprendizagem, envolvendo acadêmicos da disciplina de Educação Matemática B do curso de Licenciatura em Pedagogia, no contexto da formação de futuros professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Para desenvolver esse movimento, Noro (2020, p. 11) considerou a perspectiva do movimento lógico-histórico, considerando a álgebra e seu ensino a partir da sua essência, isto é, “[...] sequência, padrão, regularidade, fluência, interdependência, variável, campo de variação e relação de igualdade”.

As diferentes pesquisas apresentadas neste mapeamento chamam a atenção dos leitores para a importância do desenvolvimento de novas pesquisas nacionais voltadas ao ensino de álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, pois “[...] é algo novo, visto que, por muito tempo, conforme o currículo escolar, a aritmética é ensinada nos anos iniciais para que posteriormente os estudantes possam aprender conceitos algébricos” (FREIRE, 2011, p. 36).

Ao realizar esse mapeamento, foi encontrado um número reduzido de trabalhos e pesquisas envolvendo a temática de formação continuada de professores e o ensino de álgebra nos Anos Iniciais.

Esses dados refletem que é preciso investir na formação inicial e continuada de professores de séries iniciais para a compreensão do ensino de Matemática a partir de uma articulação entre os conteúdos. Não se pode mais pensar em um currículo separado sem conexão da aritmética com os conhecimentos algébricos. Conforme Lins e Gimenez (1997)²³ a álgebra precisa ser vista como atividade que envolve, assim como a aritmética, números e operações, igualdades e desigualdades, e a aritmética precisa ser vista, assim como a álgebra, como uma ferramenta que toma parte do processo de organização da atividade humana. (Freire, 2011, p. 152).

²³ LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

Freire (2011) complementa destacando a importância de investir em formação continuada para professores, para que estas os auxiliem nas suas práticas educativas, possibilitando o desenvolvimento dos conceitos algébricos.

Identificou-se que ainda são poucas as pesquisas (Santos, 2020; Noro, 2020) que consideram a premissa didática do movimento lógico e histórico para o ensino de álgebra, a qual foi considerado como base teórica²⁴ para constituição do curso de formação continuada²⁵ desta pesquisa.

Algumas pesquisas adotaram como caminho metodológico, na organização das formações continuadas, a integração entre o ensino presencial e *online*. Isso acontece, por exemplo, nas pesquisas de Ferreira (2017), Oliveira (2018) e Souza (2020).

Partindo do ensino *online* e ampliando para o processo de análise multimodal, considerando os indícios de objetivação dos nexos conceituais por professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a presente pesquisa se diferencia das demais apresentadas neste mapeamento como possibilidade para novas pesquisas.

A formação inicial e continuada de professores entrou em um movimento de migração dos espaços físicos das IES para os AVAs. Oliveira e Gasparin (2009, p.2), afirmam que “[...] o número de instituições que passaram a ofertar cursos a distância triplicou nos últimos anos”.

Essa expansão ocorreu principalmente em IES privadas (57%). Gatti (2017, p. 729), explica que, “[...] nos últimos três anos, [conta-se] em torno de um milhão e trezentos mil matriculados” nos cursos de licenciatura na modalidade EAD.

Esse cenário de migração do ensino presencial para os ambientes virtuais e remotos de aprendizagem se intensificou em meados do primeiro semestre de 2020, com a pandemia de Covid-19.

A suspensão das aulas presenciais trouxe imensos desafios para a educação básica brasileira: criar e viabilizar formas de oferecer e acessar atividades levaram as redes de ensino, os educadores, as famílias e os próprios estudantes a estabelecerem, em brevíssimo tempo e sem as condições necessárias, um conjunto de estratégias para manter, de maneira não presencial, a oferta de conteúdos e a garantia mínima de relacionamentos e

²⁴ Será apresentado na subseção 5.2.

²⁵ Na subseção 6.2.2, que trata dos caminhos metodológicos, será descrito o processo de organização e constituição do curso de formação continuada.

aprendizagens, procurando atender às diferentes dimensões que compõem o processo educacional. (Rosas, 2020, p. 4).

A presente pesquisa se desenvolveu nesse contexto de distanciamento social causado pela Covid-19, portanto demandou conhecimentos acerca dos AVAs, que serão descritos no próximo capítulo.

3 AMBIENTES VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM: CONDIÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES

“A principal característica do processo de apropriação ou de “aquisição” que descrevemos é, portanto, criar no homem aptidões novas, funções psíquicas novas, é nisto que se diferencia do processo de aprendizagem dos animais. Enquanto este último é o resultado de uma adaptação individual do comportamento genérico a condições de existência complexas e mutantes, a assimilação do homem é um processo de reprodução, nas propriedades do indivíduo, das propriedades e aptidões historicamente formadas na espécie humana”. (Leontiev, 2004, p. 288).

Neste capítulo, serão apresentados elementos teóricos relativos a sínteses históricas e ao aprimoramento das tecnologias para formação inicial e continuada de professores até o período da contemporaneidade, bem como o uso de artefatos tecnológicos e digitais, com destaque para os AVAs.²⁶

Em âmbito nacional, existem duas modalidades de ensino: presencial e EAD. Entretanto, com a necessidade do distanciamento social trazida pela pandemia de Covid-19, o MEC autorizou o Ensino Remoto Emergencial (ERE).

Essa autorização se deu por meio da Portaria nº 343, de 17 de março de 2020, que versou sobre substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais enquanto durasse a situação de pandemia do Novo Coronavírus (Brasil, 2020a); a Portaria nº 345, de 19 de março de 2020, que alterou a Portaria MEC nº 343/2020 (Brasil, 2020b); e a Portaria nº 544, de 16 de julho de 2020, que dispôs sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais enquanto durasse a situação de pandemia do novo coronavírus - Covid-19, revogando as portarias anteriores (Brasil, 2020c).

Partindo desse cenário pandêmico, o curso de formação continuada ‘Ensino de álgebra: É possível nos Anos Iniciais?’ ocorreu por meio da utilização de recursos de EAD, como o AVA da UTFPR, e de recursos síncronos do ERE, como a plataforma de videoconferência *Google Meet*, mencionados nesta pesquisa como ‘tarefas síncronas’.

²⁶ “AVA (Virtual Learning Environment – VLE), também conhecido como Ambiente de Aprendizagem Gerenciada – AAG (MLE – Managed Learning Environment). Nele proliferam outros acrônimos, como LCMS – Learning and Content Management Systems, IMS – Information Management Systems, LO – Learning Objects e outros” (Munhoz, 2012, p. 23).

Levando em conta esse contexto, em vários momentos deste capítulo serão apresentados recursos utilizados em EAD, pois o ERE se apoiou em elementos e na estrutura desta modalidade de ensino.

3.1 Síntese histórica das tecnologias e dos recursos para ensinar e aprender

O homem,²⁷ desde sua gênese, vem criando e inovando para sanar suas necessidades pessoais e coletivas. Conforme registros históricos, uma das primeiras inovações desenvolvidas foi a criação de ferramentas cunhadas a pedras e madeiras para caçar animais, destinadas à alimentação e à organização de cavernas para proteção das chuvas e de predadores. Logo, “[...] a satisfação das necessidades elementares cria necessidades novas e a criação de necessidades novas constitui o primeiro ato da história” (Marx; Engels, 2001, p. 25).

Entretanto, a construção das ferramentas para caçar foi um dos passos transformadores dado pelo homem. Aproximadamente 7 mil anos antes de Cristo, o *homo erectus* revolucionou as próximas gerações com seu processo de esfregar duas pedras ou pedaços de madeira, gerando a faísca que proporcionou a descoberta do fogo.

Esses dois exemplos revelam necessidades impostas pelas condições de sobrevivência humana, que precisam ser satisfeitas. Conforme Marx e Engels (2001, p. 25), “[...] para que os homens consigam fazer história, é absolutamente necessário, em primeiro lugar, que se encontrem em condições de poder viver; de poder comer, beber, vestir-se, alojar-se etc.”.

Após alguns milênios, o fogo foi utilizado como principal combustível para locomoção do trem a vapor, popularmente conhecido como “Maria Fumaça”, amplamente utilizado no transporte de cargas do final do século XIX até o início do século XX.

Entre esses períodos históricos, ocorreram outros acontecimentos que marcaram e transformaram as condições de desenvolvimento das futuras gerações, como a criação dos veículos automotores, do avião (1906), da televisão (1920), do telefone celular (década de 1980), entre muitos outros.

²⁷ O termo ‘homem’ faz menção a qualquer indivíduo humano, ao ser humano como espécie, e não ao indivíduo do sexo masculino.

A sociedade humana está em constante movimento, alterando suas condições em busca do novo, visando sanar e atender às necessidades que são geradas em cada novo período histórico.

O que distingue os indivíduos humanos é que produzem seus meios de vida, condicionados por sua organização corpórea e associados em agrupamentos. Os indivíduos humanos são tais como manifestam sua vida. O que são coincide com sua produção, tanto como o que produzem quanto o *modo* como produzem. O que os indivíduos são depende, portanto, das condições materiais que produzem. (Marx; Engels, 2001, p. 24, grifo dos autores).

Para Marx e Engels (2001), é por meio do trabalho que o homem se humaniza e se diferencia dos animais. A essência dos seres humanos, para os autores, é o conjunto das relações sociais estabelecidas pelo trabalho.

Pereira (2012, p. 30) explica que “[...] os valores de trabalho e educação são históricos e ligam-se aos objetos de vida dos grupos sociais, de um modo de existência”. Diante de cada nova necessidade, o homem cria e inova, fazendo com que sociedade alcance um novo nível de organização social e cultural, o que acarreta mudanças no modo e na disposição das atividades cotidianas dos indivíduos.

Dentre as várias mudanças sociais e no campo do trabalho, que vêm se modificando com o passar das gerações, pode-se destacar a modalidade EAD no ramo educacional, que aos poucos foi ganhando espaço nas diferentes instituições de ensino.

Os processos educativos realizados à distância vão sendo alterados conforme se apresentam novas necessidades sociais. Lopes e Faria (2013) explicam que, em 1904, novas formas de ensinar e aprender foram criadas, por meio da oferta de cursos de datilografia por correspondência, visando atender à carência do comércio daquela época.

Como se pode notar, existe uma relação direta entre as mudanças no modo de produção da vida, ou seja, no mundo do trabalho e as necessidades que surgem no campo educacional. A organização dominante do capitalismo nesse primeiro período da EaD era o **fordismo**.²⁸ (Lopes; Faria, 2013, p. 29, grifo dos autores).

²⁸ Segundo Lopes e Faria (2013, p. 29) “esse modelo industrial propõe a produção em massa para mercados de massas, tendo como princípios a baixa inovação dos produtos, a baixa viabilidade dos processos de produção e baixa organização de trabalho”.

A primeira geração da modalidade EAD visava “[...] atender as necessidades dessa organização produtiva, quando o processo artesanal de trabalho foi ficando cada vez mais industrializado” (Lopes; Faria, 2013, p. 29). Com o passar dos anos, o processo de ensino se tornou uma necessidade para o exercício do trabalho, proporcionando um caminho para as instituições de ensino da época.

Tornou-se um produto que podia ser modificado e otimizado, podendo ser vendido ou não apenas *in loco*, mas como mercadoria produzida industrialmente, anunciada como propaganda para venda em um mercado suprarregional. (Lopes; Faria, 2013, p. 30).

Já o segundo marco histórico da EAD ocorreu com a criação das emissoras de rádio e televisão, na década de 70. Nesse período a “[...] produção em massa de materiais impressos foi suplementada pelas transmissões desses meios de comunicação” (Lopes; Faria, 2013, p. 31).

Passos (2018), destaca que a terceira geração da EAD emerge integrando a utilização do rádio, televisão e fitas cassetes. As universidades tiveram a oportunidade de se expandir nos países industrializados e em desenvolvimento, proporcionando a oferta de novas vagas. Essa fase também foi marcada pela “*Open University*, [que] devido a seus bons resultados, tem sido amplamente imitada em outros países, os quais, a partir dessa modalidade, criaram grandes universidades” (Passos, 2018, p.29).

Um exemplo disso é a Universidade de Brasília (UnB), que, em parceria com a *Open University*, elaborou, em 1979, cursos veiculados por jornais e revistas, até ser transformada no Centro de Educação Aberta, Continuada, a Distância (Cead) em 1989, dando início a EAD no Brasil.

A partir de 1990 começa, então, o **quarto período na história da EaD no mundo**, caracterizado pelo uso crescente de ambientes informatizados de aprendizagem em rede, portanto, da aprendizagem *on-line*. Sobre este período, Peters (2009, p. 41)²⁹ afirma que os sistemas educacionais, pressionados por uma variedade de forças sociais, econômicas e tecnológicas, estão se modificando de forma rápida e dramática, e “É por causa dessas mudanças que a importância da EaD está agora novamente aumentando”. (Lopes; Faria, 2013, p. 32, grifo dos autores).

Após esse período, o segmento educacional ganhou novos rumos na formação profissional, pois “[...] não se trata mais de iniciativas do Estado ou de outras instâncias

²⁹ PETERS, O. **A Educação a distância em transição: tendências e desafios**. Tradução de Leila Ferreira de Souza Mendes. São Leopoldo: Unisinos, 2009.

planejadoras objetivando a preparação de mão de obra, mas é o indivíduo o responsável por escolher quais conhecimentos adquirir” (Lopes; Faria, 2013, p. 33) para continuar competitivo no mercado capitalista da contemporaneidade.

Saviani (2010, p. 340) explica que “[...] a educação passa a ser entendida como um investimento em capital humano individual que habilita as pessoas para a competição pelos empregos disponíveis”. Isso significa que a busca pessoal por qualificações como cursos profissionalizantes, cursos de graduação e pós-graduação passa a ser de responsabilidade individual.

Agora é o indivíduo que terá que exercer sua capacidade de escolha visando adquirir os meios que lhe permitam ser competitivo no mercado de trabalho. E o que ele pode esperar das oportunidades escolares já não é o acesso ao emprego, mas apenas a conquista do *status* de empregabilidade. (Saviani, 2010, p. 340).

Lopes e Faria (2013, p. 33) apontam que “[...] ganha destaque o discurso pela formação continuada de professores e a ênfase na EaD”, impulsionado por políticas governamentais, o qual conduz os estados a desenvolverem e adotarem estratégias para ofertar essas formações, “[...] favorecendo a introdução da iniciativa privada no oferecimento desse tipo de formação que deve ser por toda vida” (Lopes; Faria, 2013, p. 33).

Como último e o mais recente movimento da EAD, tem-se o processo de ensino e aprendizagem de forma *online*, aquele ensino que ocorre com o estudante em determinada localidade, e o professor em outra, ministrando sua aula por meio da rede mundial de computadores (internet).³⁰

A modalidade EAD passou por cinco principais gerações, como sistematizado na Figura 2:

³⁰ Segundo o dicionário *Online Dicio*, a internet, ou rede mundial de computadores, une, , pela troca virtual de dados e mensagens, computadores particulares, organizações de pesquisa, institutos de cultura, institutos militares, bibliotecas, corporações de todos os tamanhos (Internet, 2020).

Figura 2 – Gerações da Educação a Distância



Fonte: elaborado pelo autor com base em Lopes e Faria (2013).

A modalidade de educação a distância vem se perpetuando de forma lenta e gradativa, tendo o desenvolvimento estimulado por várias consequências (governamentais e sociais, por exemplo).

A EaD não teve seu início com o advento da internet, como muitos pensam. Ela tem uma trajetória longa e diversificada, reportando-se a vários séculos na história da humanidade com o advento da escrita, a qual, para alguns autores, foi a precursora da EaD. (Passos, 2018, p. 23).

Com o avanço constante das Tecnologias Digitais (Kenski, 1998) ou Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC)³¹ (Baranauskas; Valente, 2013), o que se considera atual hoje torna-se obsoleto amanhã. Assim, a educação vem se remodelando e expandindo constantemente no modo virtual, principalmente no âmbito da formação superior, na pós-graduação *lato sensu* e em formações complementares.³² Em vista disso, “[...] entende-se a EaD como uma prática social que se desenvolve em condições concretas” (Lopes; Faria, 2013, p. 22).

Para explicar esse posicionamento e entendimento envolvendo a modalidade EAD, vale mencionar que a educação, antes de qualquer consideração sobre sua forma, se presencial ou a distância, por exemplo, ou de qualquer outra especificidade, é educação, ou melhor, uma prática social de formação humana, pois “[...] o homem

³¹ Essa terminologia compreende as novas tecnologias e tecnologias digitais, como *desktops*, *notebook*, *tablet*, celular, *smartphones* e ou qualquer outro dispositivo que permita a navegação na internet.

³² Formação de professores, cursos de extensão, cursos de curta duração, aperfeiçoamento, etc.

não realiza uma existência previamente traçada, tão pouco é determinada pela natureza – antes produz, pelo trabalho, a sua existência na relação com os outros homens e a natureza no seu tempo histórico” (Pereira, 2012, p. 28). Assim, “[...] fazemo-nos humanos nas relações que travamos com os outros humanos, daí a importância de a educação ‘banhar o homem na cultura’” (PEREIRA, 2012, p. 28). Lopes e Faria (2013, p. 121) complementam o exposto apontando que

A educação é um fazer, um processo, um trabalho no qual os seres humanos históricos e sociais entram em relação. Assim, ela comporta também dimensões políticas, sendo também um processo historicamente situado e, por isso mesmo, também determinado por essas condições históricas.

A modalidade EAD evoluiu de forma gradativa, conduzida por vários fatores históricos e culturais, até chegar ao período contemporâneo, no qual o ensino, muitas vezes, ocorre por meio de AVAs. A utilização de ferramentas já organizadas na modalidade EaD se intensificou durante a pandemia de Covid-19, que levou o ensino do presencial ao remoto (com tarefas síncronas), complementado com tarefas assíncronas.

3.2 Ambientes Virtuais de Aprendizagem como recurso para formação continuada de professores

A EAD pode ocorrer em diferentes espaços e momentos, sem que haja a necessidade de professor e estudante estarem juntos em um momento específico, gerando uma flexibilização nos horários de estudo. Já nas aulas remotas, o processo de ensino e aprendizagem entre professor e estudante ocorre simultaneamente (síncrono), podendo haver tarefas assíncronas.

A diferença primária está na perspectiva da autorização para oferta, tendo em vista que a EAD necessita de autorização, ao passo que o ERE, como o nome sugere, é algo momentâneo, portanto as IES não precisaram de autorização prévia para instituí-lo durante a pandemia (SILVA, 2021).

Segundo Schlemmer (2009, p. 12), “[...] os AVAs (Ambientes Virtuais de Aprendizagem) são sistemas que sintetizam a funcionalidade de software para CMC (Comunicação Mediada por Computador) e métodos de entrega de material de cursos *on-line*”.

Dessa maneira, o AVA é um recurso tecnológico que conecta informações e pessoas, um espaço que contém conteúdo de diferentes formatos, documentos digitais, animações, vídeos instrucionais, roteiros de aprendizagem, entre outros.

O termo AVA é composto por três palavras: ambiente, virtual e aprendizagem, que possuem significados importantes e se relacionam entre si, gerando o conceito semântico³³ e sintático³⁴ do termo. Por ambiente compreende-se aquela extensão onde o indivíduo pode interagir por meio dos aspectos físicos, sociais, culturais ou digitais.

Nesse lugar, o sujeito depara-se com repositório diversificado de conteúdo (arquivo, vídeo, áudio dentre outros), além de poder interagir e trocar informações com os demais estudantes; “[...] em outras palavras, quando o homem modifica o ambiente através de seu próprio comportamento, essa mesma modificação vai influenciar seu comportamento futuro” (Rego, 1995, p. 41).

Para Levy (1999), a palavra ‘virtual’ comporta diferentes compreensões e interpretações. Para o autor, “[...] é virtual toda entidade ‘desterritorializada’, capaz de gerar diversas manifestações concretas em diferentes momentos e locais determinados, sem, contudo, estar ela mesma presa a um lugar ou tempo em particular” (Levy, 1999, p. 47). Nesse mesmo aspecto, Santos (2003, p. 2) explicita que “[...] o virtual vem do latim medieval *virtualis*, derivado, por sua vez, de *virtus*, força, potência”.

Considerando a aprendizagem como “[...] um momento intrinsecamente necessário e universal para que se desenvolvam [...] características humanas não-naturais, mas formadas historicamente” (Vygotsky, 1984, p.40), espera-se que os diferentes materiais disponibilizados no ambiente virtual propiciem ao estudante a aprendizagem.

Ao realizar a organização didática em um AVA, é necessário pensar nos diferentes elementos de mediação e meios semióticos que serão utilizados no processo educativo, pois o planejamento do ensino nestes ambientes busca fazer com que o sujeito assimile a “[...] *experiência de toda a humanidade*, acumulada no

³³ Segundo o dicionário *Online Dicio*, semântica “[...] refere-se à ciência que se dedica ao estudo da evolução do sentido das palavras ou de outras formas de comunicação humana” (Semântica, 2020).

³⁴ Segundo o dicionário *Online Dicio*, o termo sintático está “[...] relacionado com a sintaxe, com a parte da gramática que se dedica ao estudo das palavras enquanto constituintes de uma frase” (Sintático, 2020).

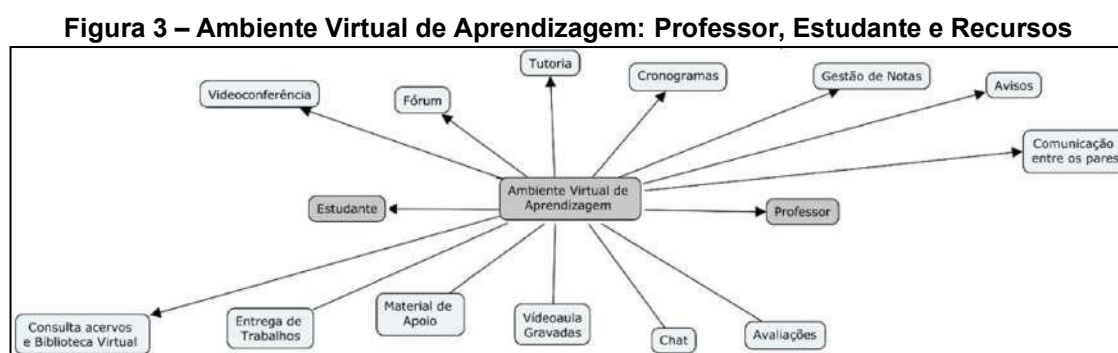
processo da história social” (Rego, 1995, p.48, grifo do autor), potencial que pode ser objetivado pelo sujeito no processo de aprendizagem.

O AVA pode ser considerado um espaço/território em que ocorrem, de forma síncrona ou assíncrona, relações e trocas sociais, culturais e acadêmicas, bem como as vivências históricas dos indivíduos.

Esse processo devido às dinâmicas de aprendizagem efetuadas por meio da mediação que se dá de forma virtual entre professores, materiais didáticos, conhecimento, produções históricas e culturais, práticas educativas e estudante. Concorda-se com Machado e Teruya (2009, p. 1730) acerca do fato de que a mediação pode ocorrer em um espaço físico ou *online*, que consiste na

[...]a ação de intervenção no aprendizado do sujeito, seja presencial ou *online*. Essa ação de mediação é concretizada essencialmente pelo professor, por meio de signos e de instrumentos auxiliares, que conduzirão alunos e professores na prática educativa. (Machado; Teruya, 2009, p. 1730).

Para relacionar e explicitar os recursos que podem ser encontrados nos AVAs (dependendo da forma como este foi programado e a quem destina, melhor dizendo, a intencionalidade), foi organizada a Figura 3:



Fonte: elaborada pelo autor (2020).

Munhoz (2012) explica que todos os elementos utilizados para a programação do AVA visam realizar a disseminação de materiais didáticos entre professor e estudante.

Pereira, Schmitt e Dias (2007, p. 4) apontam a “[...] importância de um entendimento mais crítico sobre o conceito que orienta o desenvolvimento ou o uso desses ambientes, assim como o tipo de estrutura humana e tecnológica que oferece suporte ao processo ensino-aprendizagem”.

Nesse enredo, serão apresentados os recursos que podem compor o AVA (Quadro 2). Cada um desses ambientes pode apresentar um ou mais recursos, já que cada IES organiza ou programa o AVA conforme sua necessidade, seu nível e sua etapa ou modalidade de ensino.

É importante destacar que esses recursos somente existirão e terão funcionalidade e sentido se forem compreendidos como recursos manuseados por professores, estudantes e secretarias, por exemplo:

Quadro 2 – Descrição dos Recursos que compõem o AVA

(continua)

Recurso	Descrição
Fórum	Recurso que permite a comunicação assíncrona entre professor e estudante, com a finalidade de discussão acerca de temas previamente propostos.
Chat	Proporciona a comunicação síncrona entre professor e estudante, podendo ser utilizado para sanar dúvidas ou para a ampliação do conhecimento.
Tutoria	Recurso assíncrono pelo qual o estudante poderá encaminhar suas dúvidas ao professor do curso ou disciplina que está cursando.
Cronograma	Recurso com que o estudante pode ter acesso ao cronograma do curso ou das disciplinas que estão sendo ofertadas no período letivo vigente, bem como o acompanhamento das avaliações, atividades e entregas dos trabalhos propostos.
Gestão de notas	Visão do professor: o professor poderá atribuir ou editar as notas dos acadêmicos. Visão do aluno: o aluno poderá consultar suas médias de notas.
Avisos	Recursos pelo qual o professor ou instituição poderá enviar um comunicado geral aos estudantes/acadêmicos, informando algo de importância coletiva ou de determinada turma por exemplo.
Acesso à Biblioteca Virtual	Em IES em que predomina a modalidade EAD, os estudantes têm acesso à Biblioteca Virtual, para que estudarem de forma remota, sem a necessidade de deslocarem-se a uma biblioteca presencial.
Entrega de trabalho	O acadêmico/estudante poderá entregar seus trabalhos em arquivos de diferentes formatos e tamanhos, por exemplo: .pdf, .doc, .jpg, entre outros, conforme proposta pedagógica estabelecida pelo curso ou IES.
Material de apoio	Por meio do AVA, os professores poderão disponibilizar materiais adicionais aos estudantes, como arquivos extras, vídeos de apoio, material escrito, <i>sites</i> , simuladores, entre outros.
Videoaula	Os AVAs possibilitam ao professor disponibilizar videoaulas explicativas sobre a disciplina ou tema que está sendo proposto.

Quadro 2 – Descrição dos Recursos que compõem o AVA

Recurso	Descrição
Avaliações	<p>Visão docente: o AVA, possibilita aos professores a elaboração de avaliações dos estudantes, de diferentes formas, dependendo da proposta e da finalidade de cada modalidade e instituição de ensino, como, exemplo, estudos de caso, questões discursivas, objetivas, interativas, entre outras formas de avaliação.</p> <p>Visão do aluno: recurso que o estudante utiliza para a realização de suas atividades <i>online</i>, como provas, simulados, estudos de caso, entre outros.</p>
Contato entre os Pares	<p>Por meio do AVA, os estudantes podem entrar em contato com seus pares, realizando apontamentos, considerações ou outras finalidades, dependendo da proposta do curso que está sendo ofertado.</p>

Fonte: elaborado pelo autor com base em Pereira, Schmitt e Dias (2007).

Percebe-se que os AVAs possuem, em seu escopo, uma gama de tecnologias que visam correlacionar o professor e o estudante. Pereira, Schmitt e Dias (2007, p. 9) destacam que estes “[...] recursos e ferramentas, se disponibilizados e utilizados corretamente, permitem que os participantes os utilizem para a interação, a colaboração e o suporte do processo ensino-aprendizagem”. Rostas e Rostas (2009, p. 139) complementam o exposto, afirmando que

O ambiente virtual de aprendizagem, que representa a sala de aula *on-line*, é um conjunto de interfaces, ferramentas e estruturas decisivas para a construção da interatividade e da aprendizagem. É importante ressaltar que o AVA favorece a interatividade e a conexão de teias abertas que formam a trama das relações (Silva, 2006)³⁵. Esse tipo de ambiente baseia-se na concepção de interatividade, que envolve a participação colaborativa, bidirecional e dialógica, pressupõe a compreensão de conhecimento como algo (hiper)textual, aberto a conexões, à integração de várias linguagens (sons, textos, imagens) e âncoras [...]. (Rostas; Rostas, 2009, p.139).

Contudo, conforme explanam Pereira, Schmitt e Dias (2007, p. 9), “[...] a seleção de ferramentas e serviços oferecidos pela internet deve ser realizada em função das necessidades do público-alvo e da proposta pedagógica do curso”, e estas variam conforme a finalidade e o Projeto Pedagógico de Curso (PPC) de cada IES.

Nesse viés, serão apresentados alguns dos principais AVAs utilizados na contemporaneidade pelas diferentes IES. Com essa ação, foi possível conhecer as potencialidades e limitações dos principais AVAs e delimitar a utilização do AVA selecionado para o desenvolvimento do curso de formação continuada.

³⁵ SILVA, M. Criar e professorar um curso *on-line*: relato de experiência. In: SILVA, M. (org.). **Educação on-line**: teorias, práticas, legislação e formação corporativa. 2.ed. São Paulo: Loyola, 2006.

O ambiente escolhido foi o *Moodle*, por se tratar de um ambiente institucional da UTFPR, que nos forneceria suporte técnico necessário caso houvesse qualquer intercorrência no processo, gerando segurança e confiabilidades para os participantes.

3.2.1 Moodle

O *Moodle*³⁶ é um AVA que proporciona aos professores a possibilidade de criar e conduzir diferentes cursos na modalidade a distância por meio de ações organizadas a partir de um determinado plano de ensino ou proposta pedagógica. Rostas e Rostas (2009, p. 140) explicam que

- O *Moodle*, sendo um AVA, potencializa a aprendizagem colaborativa, apresentando diversos recursos importantes, dentre eles: chat, fórum, mensagem, *workshop* (oficina de trabalho) e *wiki* (coleção de documentos em hipertexto).
- O *Moodle* é um sistema de administração de atividades educacionais destinado à criação de comunidades *on-line*.
- O *Moodle* aplica-se tanto à forma como foi feito como a uma sugestiva maneira pela qual um estudante ou um professor pode se integrar estudando ou ensinando um curso *on-line*. Dispõe de uma proposta bastante diferenciada: “aprender em colaboração” no ambiente *on-line*.

Segundo o *site* oficial do *Moodle* (2020), Martin Dougiamas foi o criador do ambiente, cuja origem remonta ao ano de 1999 e a uma comunidade virtual que envolvia administradores de sistema, professores, pesquisadores, designers de conteúdo pedagógico, desenvolvedores e programadores.

Após duas décadas de aprimoramento e adaptações, o *Moodle* vem sendo utilizado por diferentes IES (públicas e privadas) e dos mais diferentes níveis e modalidades para proporcionar uma “aprendizagem colaborativa que capacitam o ensino e a aprendizagem” (Moodle, 2020), adotando-se de “um poderoso conjunto de ferramentas centradas no aluno” (Moodle, 2020).

No Brasil, o Moodle tem sido utilizado de maneira bastante expressiva, especialmente pelo setor educacional de nível superior, a exemplo a Universidade Federal de Mato Grosso, Universidade de São Paulo, Universidade Federal de Santa Maria, Universidade Católica de Brasília,

³⁶ Informações detalhadas do *Moodle* podem ser encontradas no endereço <http://moodle.org>. Acesso em: 1º set. 2023.

entre outras. (DOS ANJOS, 2015)³⁷ “Esse sistema tem sido desenvolvido continuamente de maneira colaborativa por milhares de profissionais de diversos países, sendo que centenas deles formam a comunidade responsável pela customização do sistema (CUNHA, 2014, p. 57)³⁸”. (Lima, 2019, p. 45).

Rostas e Rostas (2009, p. 141), a partir de uma experiência com a plataforma, constataram que o Moodle

Trata-se de um espaço aberto, livre e gratuito, que pode ser carregado, utilizado, modificado e até distribuído. Isso faz com que seus usuários também sejam seus “construtores”, pois, enquanto o utilizam, contribuem para sua constante melhoria. É importante destacar que, da mesma forma, é indicado para outros tipos de atividades que envolvem formação de grupos de estudo, treinamento de professores e até desenvolvimento de projetos. Existem outros setores, não ligados diretamente à educação, que utilizam o Moodle. (Rostas; Rostas, 2009, p. 141).

O Moodle proporciona aos seus usuários (alunos, professores e administradores do sistema) diferentes recursos, que poderão ser utilizados para fins pedagógicos de formação inicial e continuada de professores, ou até mesmo para desenvolvimento de equipes corporativas.

3.2.2 TelEDUC

O TelEduc³⁹ é um AVA que poderá ser utilizado para realizar cursos na modalidade EAD. Segundo sua página oficial, está sendo desenvolvido no Núcleo de Informática Aplicada a Educação (Nied), vinculado ao Instituto de Computação da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp).

Segundo a *home page* do TelEduc (2020), este ambiente foi desenvolvido, “[...] a partir de uma metodologia de formação de professores construída com base na análise das várias experiências presenciais realizadas pelos profissionais do núcleo”.

O ambiente é parte integrante da dissertação de mestrado “Formação a Distância de Recursos Humanos para Informática Educativa” de autoria de *Alessandra de Dutra e Cerceau*. O Nied, como uma de suas linhas de pesquisa, tem realizado diversos cursos a distância através do TelEduc

³⁷ SANTOS, A. dos A. O Moodle na Educação Superior à Distância. *In*: CONGRESSO NACIONAL UNIVERSIDADE, EAD E SOFTWARE LIVRE, 1. 2015, Belo Horizonte. **Anais** [...]. Belo Horizonte: UFMG, 2015. Não paginado.

³⁸ CUNHA, M. P. L. **A Avaliação Formativa no Ambiente Virtual de Aprendizagem Moodle**: um estudo no curso de graduação em Pedagogia a Distância da UFMA. 2014. 126 f. Dissertação (Mestrado em Cultura e Sociedade) - Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2014.

³⁹ Mais informações poderão ser encontradas em: <<http://teleduc4.multimeios.ufc.br/>>. Acesso em 01 de set. 2023.

desde 1998, acompanhando progressivamente o desenvolvimento do ambiente. Este projeto contou com o apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq. Atualmente está sendo apoiado pela Organização dos Estados Americanos – OEA. (Teleduc, 2020).

O TelEduc foi projetado de forma colaborativa, portanto todos os recursos que o compõem foram desenhados conforme a necessidade descrita pelos seus usuários (professores e acadêmicos/estudantes). Veludo (2018, p. 38) destaca que “[...] a plataforma apresenta características que a diferenciam dos demais AVA’s disponíveis no mercado, em especial a facilidade de uso por pessoas não conhecedoras de informática, a flexibilidade e um conjunto simples de funcionalidades”. Nessas mesmas lentes, ao estudar o TeleEduc, Lima (2019, p. 50) explicita que

O ambiente possui uma boa flexibilidade para a adaptação das necessidades dos usuários e se destaca pela facilidade na sua utilização, mesmo para quem não tem tanta familiaridade com a informática. Mesmo sendo disponibilizado para todas as disciplinas da graduação, os professores responsáveis por cada disciplina têm a possibilidade de utilizá-lo ou não, por meio de um processo de ativação. Somente após o professor ativar a disciplina é que os alunos passam a ter acesso ao ambiente. Não sendo de interesse do professor, o ambiente poderá não ser utilizado naquela disciplina.

A licença deste AVA é livre⁴⁰, ou seja, o *software* utiliza uma *General Public License* (GNU). O TelEduc possui como elemento central o recurso de oferecer atividades, que “[...] proporciona um aprendizado baseado em resolução de problemas, com o auxílio de diferentes materiais didáticos, como textos, referências na internet, entre outros, e ainda pode ser integrado com outras ferramentas, como material de apoio [...]” (Veludo, 2018, p. 38).

3.2.3 Claroline

O Claroline⁴¹ é um AVA que surgiu em 2000, na Bélgica. O seu desenvolvimento é feito em PHP com MySQL. A PHP é uma linguagem de programação para internet, e a MySQL é uma linguagem de programação usada para construção de banco de dados.

⁴⁰ A licença livre é aquela que qualquer interessado pelo *software* poderá descarregar em seu computador para uso pessoal.

⁴¹ Mais informações podem ser encontradas em: <https://claroline.net/>. Acesso em: 1º set. 2023.

Esse AVA tem uma comunidade com usuários de mais de 100 países. “Iniciado pelo UCLouvain (Bélgica), em 2001, o projeto Claroline agora é controlado pelo Consórcio Claroline, que reúne instituições de vários países dentro de uma associação internacional sem fins lucrativos” (Lima, 2019, p. 40).

Segundo a *home page* do Claroline (2020), esse AVA “[...] é um sistema de gerenciamento de aprendizado projetado para otimizar o impacto do aprendizado”. Nesse mesmo sentido, Lima (2019, p. 40) destaca que

O Claroline é um *software* de gerenciamento de aprendizado, gratuito e que pode ser baixado gratuitamente. É uma plataforma inovadora e moderna que coloca cada pessoa no centro do seu treinamento, proporcionando a oportunidade de “criar, compartilhar, escolher e organizar os elementos que compõe a sua aprendizagem.” Além disso, o ambiente foi pensado com uma visão colaborativa, permitindo que os usuários interajam entre si.

Em seus estudos, Veludo (2018) explica que o Claroline ancora-se em quatro princípios, conforme apresentados no Quadro 3:

Quadro 3 – Princípios do AVA Claroline

Claroline	Facilitação do acesso ao conhecimento: com foco para uso no local de ensino ou a distância, possibilita gerar convites, certificados, comunicação entre os discentes, entre outros;
	Tecnologia: oferece acesso às mais variadas mídias do mercado, como filmes, trilhas sonoras, imagens, salas de bate-papo, apresentações interativas, entre outros recursos;
	Criatividade: é possível personalizar completamente a plataforma, por meio da escolha de idioma, cor, logotipo e muito mais, permitindo, por exemplo, sua adaptação à imagem da escola;
	Colaboração Multinível: ferramentas de mensagens, ferramentas de bate-papo e vídeo, blogs e ferramentas editoriais wiki ou recursos de compartilhamento e troca de recursos permitem considerar a colaboração em todos [...].

Fonte: elaborado pelo autor com base em Veludo (2018).

O Claroline tem seu funcionamento exclusivo por meio de computadores, *tablets* ou *smartphones*, não havendo aplicativo *mobile* para seu uso. Esse ambiente pode ser utilizado por diferentes programadores, para criar e aprimorar seu desempenho, tendo como único critério a necessidade de compartilhar as mudanças, após a construção, com a comunidade do Claroline, pois seu código-fonte é aberto para customização.

3.2.4 Google Classroom

O Google Classroom é um ambiente de sala de aula *online* e gratuito desenvolvido e mantido pela Google,⁴² empresa mantenedora de diversas tecnologias na rede mundial de computadores, como o Google Search (buscador), canal de hospedagem e transmissão de vídeos no YouTube, além da Google Classroom (sala de aula).

Esse ambiente proporciona aos seus usuários várias opções vinculadas a Google, como Gmail, Google Drive, Hangouts, Google Docs e Google Forms. Além disso, o recuso pode ser acessado por meio de multiplataformas como celulares, *tablets* e computadores, adaptando-se a cada uma dessas plataformas.

Schiehl e Gasparini (2016) frisam que o professor pode utilizar esse recurso como uma sala de aula, atrelada ou não a utilização de aplicativos disponíveis na Google Apps. Ao adotar esse ambiente na sua práxis pedagógica,

O professor acompanha o estudante no desenvolvimento das atividades e, se necessário, atribui comentários e notas nas produções realizadas. A cada nova atividade inserida, os estudantes recebem uma mensagem no e-mail, independente se o estudante compareceu nas aulas presenciais e há a possibilidade do estudante participar ativamente das atividades complementares ou de pesquisa. Além disso, o professor pode convidar os responsáveis dos estudantes, cadastrando seus e-mails, para acompanhar o desenvolvimento de seus filhos nas atividades, agendas e avisos pertinentes - um vínculo que aproxima família e escola. (Schiehl; Gasparini, 2016, p. 6).

O acesso dos estudantes pode ocorrer por meio da conta do domínio da instituição de ensino (como exemplo @utfpr.edu.br), que está hospedada nos servidores da Google, ou por meio de uma conta pessoal com domínio da Google (@gmail.com).

O docente, ao criar sua sala de aula nesse ambiente, pode cadastrar seus estudantes, formando diferentes turmas. Além dessa organização, o espaço propicia ao estudante e ao professor um acompanhamento mais próximo das atividades que estão sendo realizadas.

Como o estudante recebe todas as informações que são registradas no Google Sala de Aula, minimiza possíveis esquecimentos ou falhas. Também facilita a observância dos prazos e alertas de atividades a serem cumpridas. Para os estudantes com dúvidas em certa atividade extraclasse, eles podem

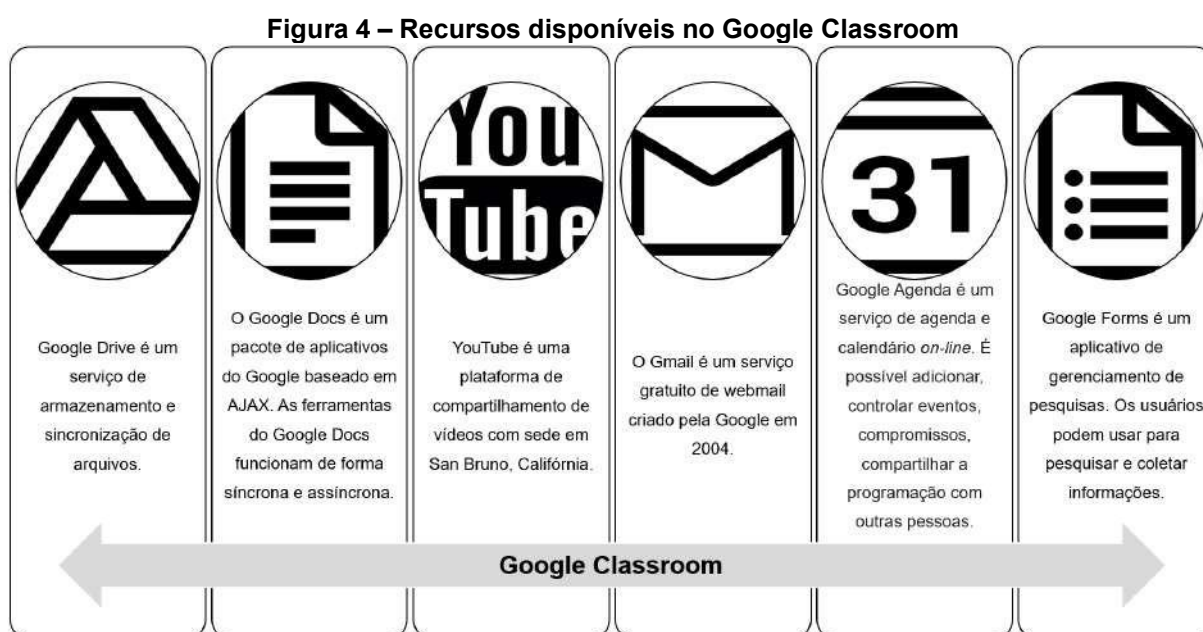
⁴² Quando nos referirmos 'à' Google, no gênero feminino, estamos considerando a empresa mantenedora. Quando nos referimos 'ao' Google, no gênero masculino, estamos considerando o *site* de busca Google Search.

se conectar com o professor de forma síncrona (Hangout) ou assíncrona (Gmail), o que possibilita um estreitamento na comunicação de professor e estudante, não permitindo que as dúvidas se tornem possibilidades de desmotivação. (Schiehl; Gasparini, 2016, p. 6).

O professor, ao criar a sala de aula no Google Classroom, tem um *backup* realizado automaticamente pelos servidores de armazenamento do próprio Google Classroom e pelo Google Drive, no qual todas as inserções e informações oriundas da sala de aula, de materiais e de outros recursos, são armazenadas e podem ser acessadas a qualquer momento pelo docente.

O ambiente permite a exclusão das atividades já executadas pelos estudantes, entretanto o professor pode acessar as informações deletadas por meio da ferramenta de controle do fluxo a qualquer momento após a exclusão. Veludo (2018, p. 47) explica que “[...] o Google Classroom é uma plataforma EAD simples, mas ao mesmo tempo muito completa, pois contempla várias outras ferramentas integradas, tais como Google Drive, Google Documentos, YouTube, Gmail, Formulários Google e Google Agenda”.

Para compreender esses recursos, elaborou-se a Figura 4, na qual se apresenta uma breve descrição de cada elemento que compõe o Google Classroom:



Fonte: elaborada pelo autor (2020).

O Google Classroom permite ao professor organizar suas aulas de forma integrada com os diferentes recursos da Google. Porém, cumpre esclarecer que, para

a interação e integração entre as ferramentas no AVA, é necessário o planejamento das formações que serão ofertadas, além da interação com o professor.

Após esse panorama, apresenta-se um quadro-síntese com as semelhanças, diferenças e potencialidades de cada um dos diferentes AVAs (Quadro 4):

Quadro 4 – Resumo AVAs

AVA	Código-Fonte: origem	Recursos
Moodle	Possui código-fonte livre, desenvolvido por Martin Dougiamas em 1999, por meio de uma comunidade virtual, que envolvia administradores de sistema, professores, pesquisadores, designers de conteúdo pedagógico, desenvolvedores e programadores.	Proporciona aos usuários: PDFs, videoaulas, <i>links</i> , conteúdos interativos, fóruns, <i>wiki</i> , <i>chat</i> , mensagens, questionários, tarefas, glossário, enquetes, biblioteca de atividades, agenda, acompanhamento de conclusão das tarefas, relatórios e quadro de notas.
TelEduc	Possui código-fonte livre, desenvolvido de forma colaborativa, que é aprimorado e aperfeiçoado conforme as necessidades, tanto tecnológicas como metodológicas, por desenvolvedores do Núcleo de Informática Aplicada à Educação (Nied), da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp).	Proporciona aos usuários: correio eletrônico, grupos de discussão, mural, portfólio, diário de bordo e bate-papo, agenda, avaliações, atividades, materiais de apoio, enquetes, tarefas e fóruns de discussão.
Claroline	Possui código-fonte livre e versão na modalidade paga. Surgiu em 2000, na Bélgica.	Proporciona aos usuários acesso a mídias como: filmes, trilhas sonoras e imagens, bate-papo, apresentações interativas, vídeos, PDFs, wiki, compartilhamento de conteúdo, testes e questionários.
Google Classroom	É gratuito para todos os usuários que possuem conta na Google ou para instituições que possuem seus domínios registrados na empresa. A plataforma foi criada em 2014 e é parte integrante do <i>Google for Education</i> .	Proporciona aos usuários: PDFs, videoaulas, <i>links</i> , conteúdos interativos, fóruns, <i>wiki</i> , mensagens, <i>e-mail</i> interno, <i>chat</i> , web-conferência, tarefas, enquetes, agenda, diário de bordo, relatórios, quadro de notas, <i>drive</i> , <i>feedback</i> e elaboração de documentos, planilhas e apresentações.

Fonte: elaborado pelo autor com dados obtidos em cada um dos AVAs apresentados (2021).

3.3 Mediação em Ambientes Virtuais de Aprendizagem à luz da Teoria Histórico-Cultural

Nesta subseção serão apresentados os fundamentos da teoria histórico-cultural que possibilitaram a compreensão de como se dá a mediação nos AVAs. Para dar início aos diálogos, faz-se necessário compreender um conceito que tem sua gênese na psicologia histórico-cultural de Vigotsky, oriunda de uma analogia desenvolvida por este autor partindo dos trabalhos de Marx.

Wertsch (1996, p. 9), ao realizar a apresentação da obra de Vygotsky, explica que os “[...] processos sociais e psicológicos humanos são moldados fundamentalmente por ferramentas sociais, ou formas de mediação”. O autor destaca ainda que, para ele, “a mediação é o mais interessante” dos temas estudados por Vygotsky.

Rego (1995, p. 42) explica que a psicologia proposta por Vigotsky pautava-se em cinco postulados,⁴³ sendo um a mediação, entendida como aquela que se encontra presente em “[...] toda atividade humana”, segundo a qual “[...] são os instrumentos técnicos e os sistemas de signos, construídos historicamente, que fazem a mediação dos seres humanos entre si e deles com o mundo”.

Compreender a questão da *mediação* que caracteriza a relação do homem com o mundo e com os outros homens, é de fundamental importância justamente porque através deste processo que as funções psicológicas superiores, especificamente humanas, se desenvolvem. Vygotsky distingue dois elementos básicos responsáveis por essa mediação: o *instrumento*, que tem a função de regular as ações sobre os objetos e o *signo*, que regula as ações sobre o psiquismo das pessoas. (Rego, 1995, p. 50, grifo da autora).

Oliveira (2002, p. 26) complementa o exposto destacando que “[...] a mediação é um processo essencial para tornar possível as atividades psicológicas voluntárias, intencionais, controladas pelo próprio indivíduo”. Isto é, quando o cérebro humano

⁴³ Segundo Rego (1995), Vygotsky pautou-se em cinco postulados (teses), a saber:

- 1°) A relação do indivíduo com a sociedade, ou seja, o viés da dialética hegeliana;
- 2°) As funções psicológicas especificamente humanas se originam da relação do sujeito com o seu contexto social e cultural;
- 3°) Os elementos que tangenciam a base biológica, ou seja, o funcionamento do psicológico, o cérebro;
- 4°) O processo de mediação do sujeito com o meio e com os instrumentos e signos;
- 5°) A análise psicológica, que deve ser capaz de conservar as características básicas dos processos psicológicos exclusivamente humanos.

internaliza um conceito este se utiliza da mediação seja ela por palavras, signos ou instrumentos por exemplo.

Ao prefaciar a obra de Vygotsky e Luria, Knox (1996, p. 32) afirma que a ideia de “Vygotsky sobre a evolução do desenvolvimento a partir de suas raízes (forma embrionária) na utilização de objetos como instrumentos [...]” é compreendida como instrumentos psicológico e utilizada como propulsora para o desenvolvimento.

O ponto-chave desse “[...] desenvolvimento não está nos instrumentos em si mesmos, mas no modo como são utilizados e no significado que adquirem” (KNOX, 1996, p. 32). Por exemplo:

[...] os macacos utilizam objetos para satisfazer suas necessidades, especialmente quando algo se interpõe entre eles e seu objetivo - esse objeto pode ser um galho de árvore para apanhar uma fruta fora do alcance, no habitat natural do macaco. (Knox, 1996, p. 32).

Esse processo pode ser relacionado com o ensino e aprendizagem em AVAs, pois os alunos, ao estudarem nesse modelo de ensino, utilizam-se de recurso e de diferentes aparatos tecnológicos, como computadores, celulares, além de outros materiais didáticos que proporcionam a mediação entre estudante-professor e estudante-conceitos.

Analogamente, quando um homem primitivo começa a usar “nós”, não para amarrar alguma coisa (o uso primário natural), mas para lembrar-se de alguma coisa (um sistema simbólico secundário), isso constitui um passo semelhante no desenvolvimento do homem e de sua capacidade tanto de controlar o ambiente quanto de regular seu próprio comportamento (controlar e organizar sua memória). Vygotsky apresenta esses “instrumentos” (a caixa do macaco e os nós do homem primitivo) como signos artificiais, como “tecnologia”, utilizados para mediar o ambiente e dar-lhe novo sentido - são artificiais por terem adquirido sentido não a partir do cenário natural a que pertencem ou do uso instintivo que deles se faz (uma criança levando a colher à boca para comer), mas a partir de um significado arbitrário atribuído ao instrumento pelo homem (ou, no caso da caixa, pelo macaco) para utilizá-lo na consecução de algum objetivo. (Knox, 1996, p. 36).

O processo de mediação de uma forma genérica é todo aquele “[...] processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação; a relação deixa, então, de ser *direta* e passa a ser mediada por esse elemento” (Oliveira, 2002, p. 26, grifo da autora). O processo de mediação pode ser compreendido considerando os artefatos que estão envolvidos em uma comunidade de aprendizagem virtual, isto é, a fala, os gestos, os computadores, o ambiente utilizado, os *softwares*, enfim, todos os componentes envolvidos no processo.

Convém, contudo, salientar que os meios ou ferramentas que constituem a mediação não produzem o significado nem a aprendizagem, que é algo próprio da ação de cada indivíduo, porque uma ferramenta ou um meio apenas possui uma ação na medida em que os indivíduos os usam. [...] Os meios são opacos por si sós: dependem do contexto, da cultura e da utilização que se faz deles. (Martins; Moser, 2012, p. 11-12).

Partindo das considerações apontadas pelos autores, pode-se afirmar que, mesmo com recursos e diferentes materiais didáticos, o processo de ensino-aprendizagem interligado por recursos tecnológicos depende dos fatores psicológicos dos indivíduos, de um ambiente de ensino estruturado e de fatores sociais e culturais para garantir a aprendizagem ou até mesmo a interação significativa do sujeito com uma determinada proposta de estudo no AVA.

Leffa (2005, p. 21) explica que “[...] a interação entre um sujeito e outro não se dá diretamente, mas através de um processo de mediação, com o uso obrigatório de um determinado instrumento, que pode ser a própria língua ou algum artefato social como o livro ou o computador”. O autor aponta que os instrumentos não são somente um recurso de mediação entre o indivíduo-instrumento mas também um mecanismo de comunicação entre os indivíduos envolvidos no processo, que independe do espaço, portanto, tanto no ensino “[...] presencial como a distância, o objetivo normalmente envolve a apropriação pelo aluno de um determinado conteúdo” (Leffa, 2005, p. 22).

A consecução de um determinado objetivo não se dá de modo direto, mas através de um processo de mediação, que pode ser a explicação do professor, um gesto engraçado na frente dos colegas, o empenho do aluno em aprender ou o uso de artefatos culturais como o livro ou o computador. Note-se que esses diferentes instrumentos de mediação normalmente agem, não de modo isolado, mas em conjunto: tanto a explicação do professor como o livro, por exemplo, podem ser usados para a apropriação de um determinado conteúdo. (Leffa, 2005, p. 23).

Contudo, para se chegar ao processo de apropriação e aprimoramento de um determinado conceito, é necessário criar condições apropriadas para que os indivíduos entrem no processo de atividade, desencadeando a necessidade do “[...] processo de apropriação da experiência acumulada pela humanidade ao longo da sua história social” (Leontiev, 1978, p. 319). Esse processo pode ser proposto em diferentes situações e espaços, seja em um AVA ou em um espaço presencial.

Ao se propor a estruturação de um conceito ou de uma proposta de formação (presencial, a distância ou com elementos de ambos – remoto), é necessário levar em consideração aspectos históricos e culturais, pois, conforme Sforzi (2008, p. 3),

O homem não se relaciona diretamente com o mundo, sua relação é mediada pelo conhecimento objetivado pelas gerações precedentes, pelos instrumentos físicos ou simbólicos que se interpõem entre o homem e os objetos e fenômenos. Do mesmo modo que os instrumentos físicos potencializam a ação material dos homens, os instrumentos simbólicos (signos) potencializam sua ação mental.

É importante que essa potencialização ocorra em um AVA, de modo que os sujeitos participantes do processo de formação sintam-se acolhidos e pertencentes a uma comunidade de aprendizagem, todos em prol de um único objetivo: o conhecimento.

Radford (2006) explica que, para ocorrer esse movimento de potencialização dentro da comunidade de aprendizagem em prol do conhecimento, são necessários a realização e o sentimento de pertença por parte de cada indivíduo, a fim de cada um tenha espaço para expressar-se e posicionar-se. No ambiente virtual de aprendizagem, isso pode ocorrer a partir dos recursos oferecidos pela plataforma, considerando a infraestrutura do ambiente virtual escolhido para a oferta da formação, tais como fóruns, *chats*, mensagens instantâneas, áudios e vídeos, por exemplo. Entretanto, não se pode garantir que o trabalho com esses recursos promova o sentimento de pertença. É necessário verificar o modo como são organizados e usados pelos sujeitos

Com a utilização desses espaços virtuais, criam-se novas maneiras de reorganizar a “[...]atividade humana e o aparecimento de novas formas de mediação nas quais o computador como uma ferramenta da atividade mental transforma esta mesma atividade” (Tikhomirov, 1972, p. 12), influenciando novas formas de reflexão do pensamento humano.

Com o surgimento do computador, a forma de armazenamento da experiência humana mudou o processo de apropriação de conhecimento, transformando a relação aluno-professor em aluno-computador-professor. Logo, concorda-se que, “[...] como resultado da computorização, um novo estágio no desenvolvimento ontogênico do pensamento também tem se revelado” (Tikhomirov, 1972, p. 12).

Tikhomirov (1972, p. 13) ressalta que “[...] o computador cria apenas a possibilidade para a atividade humana adquirir uma estrutura mais complexa”, sendo

que estas “[...] possibilidades são realizadas apenas quando certas condições técnicas, psicológicas e sociais são encontradas”, desencadeando uma comunidade de aprendizagem, para que haja “a atualização ou materialização do saber” (Radford, 2017b, p. 107) em conhecimento, que se manifesta quando o sujeito entra em atividade.

Nesse sentido, no próximo capítulo, serão apresentados os elementos teóricos que fundamentam o processo de atualização do saber em conhecimento guiado pelo *labor conjunto* entre professor e estudante, elementos esses que sustentaram o processo de análise desta tese.

4 TEORIA DA OBJETIVAÇÃO: ASPECTOS CONCEITUAIS

“[...] os objetos matemáticos são padrões fixos de atividade humana reflexiva incrustada no mundo sempre em mudança da prática social mediada por artefatos” (Radford, 2011a, p. 321).

A Teoria da Objetivação (TO) emerge como uma alternativa para o ensino e a aprendizagem da matemática com olhar voltado para o desenvolvimento social, político e cultural, visando à formação de indivíduos éticos e reflexivos, que se posicionem de maneira crítica diante das diferentes práticas matemáticas constituídas ao longo do contexto histórico e cultural.

A Teoria da Objetivação aborda, em sua concepção, aspectos ontológicos e epistemológicos da dialética hegeliana (Hegel, 1830, 1837), do materialismo histórico-dialético (Marx; Engels, 1977; Marx, 1996), da teoria histórico-cultural (Vigotski, 2010a, 2010b) e da teoria da atividade (Leontiev, 1978). Apoiada nesse denso constructo teórico, a

[...] teoria da objetivação do conhecimento se baseia em uma epistemologia e ontologia não-racionalista, o que dá origem, por outro lado, a uma concepção antropológica do pensamento, e por outro a uma concepção essencialmente social da aprendizagem. (Radford, 2011a, p. 315).

Para exemplificar esse embasamento, serão apresentados os fundamentos teóricos adotados por Radford (2006, 2017a, 2011a, 2018), que sistematizou essa base teórica e metodológica. Entende-se a Teoria da Objetivação como base teórica e metodológica, haja vista que o fato de apresenta fundamentos teóricos próprios, baseados na teoria histórico-cultural, a partir dos quais estrutura propostas metodológicas da organização das tarefas, bem como delimita o processo de análise a partir dos elementos semióticos.

Portanto, neste capítulo, serão elucidados aspectos que diferenciam e justificam a escolha da Teoria da Objetivação para a análise dos dados constituídos no curso de formação continuada ‘Ensino de Álgebra: É Possível nos Anos Iniciais?’. Em uma concepção convencional de ensino,

[...] conceituamos o aluno como proprietário particular. Com efeito, o aluno deve construir seu próprio conhecimento (como o comerciante constrói sua

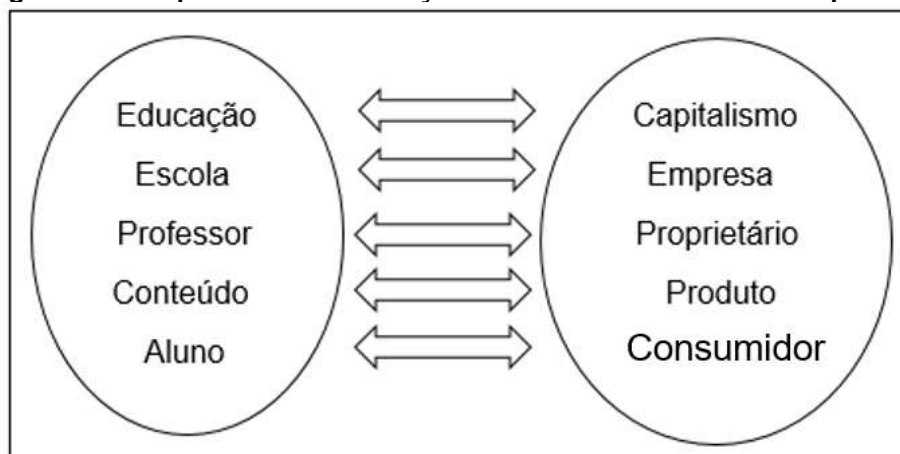
própria fortuna). O aluno está na sala de aula para negociar seus significados. O aluno recebe créditos pelo que faz. (Radford, 2014a, p. 145).⁴⁴

Neste contexto tradicional o professor aparece como consultor de investimentos: o professor aconselha o aluno (Radford, 2013). Do mesmo modo que o proprietário e o empregado estão alienados em uma sociedade capitalista, o estudante está imerso em uma produção alienante de conteúdos, que são repassados dia a dia em sala de aula sem muitas vezes um real significado.

Entende-se por estudantes alienados aqueles que são deixados dentro dos seus próprios entendimentos, isto é, em suas próprias cogitações, sem a percepção da realidade, os quais, portanto, “[...] permanecem aprisionados dentro dos limites do seu mundo subjetivo, vivendo uma existência unilateral, isolada de perspectivas culturais e históricas em geral e, portanto, alienada delas” (Radford, 2017a, p. 251).

Tais relações são registradas de forma esquemática na Figura 5, que descreve a educação em um viés capitalista:

Figura 5 – Compreensão da educação convencional em um viés capitalista



Fonte: elaborada pelo autor (2020).

Desse modo, é possível observar que o aluno está inserido em uma cadeia de produção (mercadoria) de conteúdo, cujo objetivo final é o cumprimento de uma ementa anual (rol de conteúdos). Com isso, deixa-se de lado o real significado da educação, qual seja, formar seres críticos, criativos e reflexivos.

⁴⁴ Também referenciada por Luis Radford em uma entrevista concedida à Moretti, Panossian e Moura (2015, p. 253).

Nessa concepção, assim como outros conhecimentos escolares, a matemática não é vista como conhecimento elaborado historicamente, mas é percebida como algo entediante pelos alunos e entendida como um produto.

Temos que começar repensando os relacionamentos e modos de produção e sua implementação (no nosso caso, os relacionamentos e modos de produção de conhecimento na escola). Obviamente, este é um imenso problema que convoca e desafia todas as atividades humanas na sociedade. É um problema que vai além da sala de aula e da escola. No entanto, se existe um lugar para começar, é, acredito, precisamente na escola, porque a escola (pelo menos a escola como uma instituição ideológica central no mundo ocidental) é um veículo para modos de ser e um produtor decisivo de subjetividades. (Radford, 2014a, p. 145-146).

Para tanto, busca-se uma alternativa no âmbito da relação entre professor e aluno, visando tornar o processo de ensino-aprendizagem da matemática único, integrado e não dissociado, tal como se apresenta atualmente.

Desse contexto emerge a TO, pela qual o professor e o estudante são compreendidos por meio de outros olhares, como seres autossuficientes e feitos por si próprios, detentores de suas experiências pessoais, que são vivenciadas na relação eu-outro e no meio em que vivem.

Radford (2017a, p. 241) afirma que “[...] professores e estudantes são conceitualizados como subjetividades em elaboração, ou como projetos de vida [...]”, considerados como uma porta de abertura para o mundo, seres humanos em fluxo, como projetos inacabados, que buscam e trabalham em conjunto na busca de um único objetivo, a satisfação. Para se compreender essa relação entre sujeito e trabalho, é preciso entender que

[...] no trabalho está contida a característica natural da universalidade, a do Pensamento. Sem o Pensamento, ele não tem objetividade, o pensamento é a sua definição fundamental. O ponto mais alto do desenvolvimento de um povo é a consciência racional de sua vida e sua condição, a compreensão científica [...]. (Hegel, 2004, p. 126).

Na obra do filósofo alemão Karl Marx, o sentido de trabalho apoia-se no fato de ser humano produzir a si mesmo, no sentido ontológico do trabalho:

Antes, o trabalho é um processo entre o homem e a natureza, um processo em que o homem, por sua própria ação, medeia, regula e controla seu metabolismo com a natureza. Ele mesmo se defronta com a matéria natural como uma força natural. Ele põe em movimento as forças naturais pertencentes à sua corporeidade, braços, pernas, cabeça e mãos, a fim de se apropriar da matéria natural numa forma útil à própria vida. Ao atuar, por

meio desse movimento, sobre a natureza externa a ele e ao modificá-la, ele modifica, ao mesmo tempo, sua própria natureza. (Marx, 1996, p. 297).

O trabalho conjunto forja os indivíduos, modificando-os constantemente por meio de suas relações sociais em seus contextos históricos e culturais. Ocorre uma reciprocidade entre o ser e a cultura, na qual os indivíduos criam a cultura e a cultura cria os indivíduos.

Partindo da compreensão do materialismo histórico-dialético de Marx e Engels (1997), a TO entende que é pela relação (aluno-professor; aluno-aluno) que os indivíduos se desenvolvem continuamente, em um processo dinâmico, em constante transformação, afirmando que não são eles simples produto pronto acabado.

A questão fundamental que ancora a relação entre cultura e sujeito é a concepção da formação de ser humano. Vigotsky,⁴⁵ pautado no referencial marxista, compreende a pessoa como “[...] um agregado de relações sociais encarnadas num indivíduo” (Vigotski, 2000, p. 33). Nesse aspecto, Zanella (2004, 127) destaca que “[...] só há sujeito porque constituído em contextos sociais, os quais, por sua vez, resultam da ação concreta de homens que coletivamente organizam o seu próprio viver”.

Radford (2011a, p. 261) considera o processo cultural algo inevitável na constituição do sujeito e na formação do pensamento matemático:

O pensamento em geral, e o pensamento matemático em particular, são formas de práxis social reflexiva mediada na qual a organização dos processos cognitivos sensoriais do indivíduo estão relacionados ao significado das coisas conforme elas se tornam objetivas na atividade prática e teórica.

Em uma entrevista concedida a Moretti e Panossian, Radford⁴⁶ afirma que a cultura é um processo intrínseco aos indivíduos e está em constante transformação, sendo compreendida por meio de uma “[...] visão dialética muito forte indivíduo-cultura, de maneira que através da atividade, que sempre é a mediadora, a cultura se transforma em sujeito e o sujeito se transforma em cultura” (Moretti; Panossian; Radford, 2018, p. 256).

⁴⁵ Levando-se em consideração as diferentes formas de escrita do nome do estudioso russo (Vygotsky, Vigotsky, Vygotski, Vigotskii, Vigotski, entre outras), nesta pesquisa, será adotada Vigotsky, exceto as referências, as quais serão escritas conforme a grafia do texto original.

⁴⁶ O texto de Moretti, Panossian e Radford (2018) registra uma entrevista concedida por Luis Radford às professoras doutoras Vanessa Dias Moretti (Unifesp) e Maria Lúcia Panossian (UTFPR) abordando questões em torno da Teoria da Objetivação. Em atendimento às normas da ABNT, será citado “Moretti; Panossian; Radford (2018)”, porém trata-se de falas de Luis Radford transcritas por Panossian e Moretti.

Esse entrelaçamento binomial entre cultura-sujeito ocorre de forma lenta ao longo de toda vida, portanto, “[...] para virmos a ser sujeitos culturais temos que imbricarmos na cultura, temos que fazer coisas, para nos transformamos em sujeitos culturais” (Moretti; Panossian; Radford, 2018, p. 258-259).

Esse processo cultural de transformação e modificação dos sujeitos ocorre também com os diferentes conceitos matemáticos, carregados de referências históricas e culturais de diferentes povos da antiguidade, evidenciando a

[...] importância de que os conceitos sejam estudados no seu processo de produção com os significados culturais intrínsecos à cultura nas quais estão inseridos, uma vez que ontogeneticamente o pensamento humano está subsumido a uma realidade cultural. (Moretti; Radford, 2015, p. 6).

Para Radford (2013), é pela prática social que os sujeitos produzem as suas ideias matemáticas. Todavia, a prática social por si só não opera de forma autônoma, visto que nela está inserida um sistema de símbolos, denominado sistema semiótico de significação cultural.

Assim, a produção de ideias matemáticas é entendida em unidade com a sua significação manifesta em práticas sociais em um ambiente culturalmente determinado, o que remete à ontogênese do conceito considerando a dialética entre indivíduo e coletivo no movimento ontofilogenético da aprendizagem conceitual. (Moretti; Radford, 2015, p. 7).

Esse processo conceitual pode ser desencadeado por meio do trabalho coletivo, assumido como uma postura diante da vida e caracterizado como a energia gasta pelos indivíduos no trabalho ombro a ombro. Essa energia gasta no labor conjunto. Leontiev (1978) a denomina de atividade, que possibilita “(a) Formas coletivas específicas de produção de saber em sala de aula e, (b) Modos definidos de colaboração humana que repousam sobre a ética comunitária crítica” (Radford, 2017a, p. 253).

O trabalho em conjunto conduz ao novo conceito as aulas de matemática, permitindo que se tornem um espaço público de debates, reflexões, análises, responsabilidades, solidariedade, cuidados e consciência crítica.

Então, pode-se reformular e unificar o processo de ensino- aprendizagem, sem tomar cada um de seus elementos em separado, isto é, um voltado ao professor e outro ao aluno, mas sim como algo único:

[...] o que dizemos na teoria da objetificação é que, do ponto de vista do que acontece na escola, ensino e aprendizagem não são duas atividades

separadas, uma realizada por um professor que orienta o aluno e a outra por um estudante que faz coisas por si e por si mesmo, mas como uma atividade única e inseparável - para a qual Vygotsky usou o termo russo *obuchenie*. Nesse contexto, o ensino-aprendizagem é a expressão de um modo de vida: um trabalho conjunto que ocorre em um espaço sócio-político no qual ocorrem o conhecimento ("conhecer") e o devir ("devir"), isso está se tornando sujeito como um projeto histórico-social sempre inacabado, sempre em movimento. (Radford, 2014a, p. 138).

Radford (2013, p. 25) compreende o conceito de objetivação como uma forma de conhecimento, como objeto cultural constituído pela necessidade humana e que possui um significado, seja material ou imaterial:

A aprendizagem é a transformação subjetiva e idiossincrática do conhecimento "em si" em um conhecimento "para si", ou seja, uma transformação do conhecimento cultural objetivo em um objeto de consciência. Essa transformação é o que eu chamo de objetivação.

Quando nasce, o sujeito está imerso em um mundo povoado de várias ideias (científicas, jurídicas, medicinais, etc.), que não se opõem a nós, nem são resultado da nossa ação. É um mundo construído pelas gerações que nos antecederam e o deixaram repleto de significados.

Para esclarecer esse processo, tomam-se como exemplo as rodas dos carros, que surgiram por volta de 6 mil a.C, a partir de tronco de árvores. Com o passar do tempo, foram se desenvolvendo e hoje encontram-se presentes em veículos, motos, brinquedos, etc. Porém, esse conhecimento histórico em torno da roda não pode ser reconhecido no primeiro momento pela criança, tampouco os conhecimentos matemáticos envolvidos, por exemplo, no comprimento da circunferência, na área do círculo, no diâmetro e no raio.

Esses conceitos matemáticos são reconhecidos pelo sujeito em meio ao movimento do processo de objetivação, o qual "[...] é o processo social, corporal e simbolicamente mediado de conscientização e discernimento crítico das formas de expressão, ação e reflexão constituídas histórica e culturalmente (Radford, 2014a, p. 141)". Portanto, o encontro dos estudantes com o saber matemático historicamente constituído materializa-se no trabalho comum entre os sujeitos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, denominado de objetivação.

A divisão de trabalho entre o professor e aluno é denominada trabalho comum, compreendida como ações, percepções, símbolos e artefatos.

A TO está inscrita em uma compreensão da educação matemática como um esforço político, societário, histórico e cultural. Tal esforço visa à criação dialética de sujeitos reflexivos e éticos que se posicionem criticamente em práticas matemáticas constituídas histórica e culturalmente, ponderando e deliberando sobre novas possibilidades de ação e pensamento. (Radford, 2017a, p. 242).

O foco do estudante e do professor são alterados, ou seja, o aprendiz deixa de construir seu próprio conhecimento (visão piagetiana, também como conhecida, construtivista), passando a ser visto como ser histórico e cultural e tendo o professor como coprodutor.

O alicerce central da TO está no conceito de ‘atividade’ de Leontiev (1978), pautado no materialismo-dialético de Marx e compreendido como “[...] a maneira como os indivíduos expressam sua vida e a sua maneira de ser. O que eles são, portanto, coincide com a sua produção, tanto como o que eles produzem, quanto com o modo como eles produzem” (Radford, 2017a, p. 248), ou seja, estão sendo instigados/movidos por algo maior, a necessidade.

Com essa compreensão, Leontiev (1978) estrutura a Teoria da Atividade, articulando o desenvolvimento psíquico da criança, bem como a relação do ser humano com suas diferentes atividades. Para Leontiev (1988, p. 59), “[...] durante o desenvolvimento da criança, sob a influência das circunstâncias concretas de sua vida, o lugar que ela objetivamente ocupa no sistema das relações humanas se altera”. A criança, ao longo de seu desenvolvimento, vai se transformando conforme a sua idade e as suas vivências.

As concepções do autor não se concentram somente na relação social do indivíduo com o meio, mas avançam sobre o desenvolvimento da análise de sua atividade:

O que determina diretamente o desenvolvimento da psique de uma criança é sua própria vida e o desenvolvimento dos processos reais desta vida – em outras palavras: o desenvolvimento da atividade da criança, quer a atividade aparente, quer a atividade interna. Mas seu desenvolvimento, por sua vez, depende de suas condições reais de vida. (Leontiev, 2001, p. 63).

Dessa forma, é necessário analisar o conteúdo da atividade do indivíduo e o modo como essa atividade é construída em condições reais da vida. Logo, o desenvolvimento só pode ser adequadamente compreendido se for analisado a partir da concepção da atividade.

Só com este modo de estudo pode-se elucidar o papel tanto das condições externas de sua vida, como das potencialidades que ela possui. Só com esse modo de estudo, baseado na análise do conteúdo da própria atividade infantil em desenvolvimento, é que podemos compreender de forma adequada o papel condutor da educação e da criação, operando precisamente em sua atividade e em sua atitude diante da realidade, e determinando, portanto, sua psique e sua consciência. (Leontiev, 2001, p. 63).

Partindo da compreensão do autor, pode-se perceber a importância da condução no processo de ensino, que se opera, precisamente, no trabalho do indivíduo, em suas atitudes perante o meio e suas relações sociais, determinando assim seu desenvolvimento psíquico e de sua consciência. Logo, é possível relacioná-la, na contemporaneidade, com a notoriedade do professor no processo de desenvolvimento da criança/estudante.

Nessas articulações e relações utilizadas na Teoria da Objetivação, o estudante se conscientiza sobre o conhecimento matemático, isto é, “[...] a atividade é denominada trabalho em conjunto”⁴⁷ (Radford, 2017a, p. 251). Por meio do trabalho comum, os saberes são atualizados em conhecimentos, que aparecem sensorialmente em sala de aula a partir das diferentes ações, percepções, símbolos, gestos, sons e linguagens.

O saber aparece na Teoria da Objetivação como um conjunto de processos, reflexão e ações corporificados historicamente e culturalmente constituídos. Já o conhecimento é compreendido como a materialização das ações e reflexões corporificadas e denominadas de objetivação, isto é, de aprendizagens.

Em sua constituição ontológica, em sua natureza constitutiva, o saber, é uma entidade dinâmica, fluida, composta de suas muitas conexões. Em sua constituição epistemológica, o saber é labor cristalizado, ou, dito de outro modo, formas de agir, pensar e refletir codificadas culturalmente. Em sua forma de existir, o saber é uma forma ideal, intangível; não se pode ver, sentir, manipular o saber. A forma perceptível, material do saber é o que a TO identifica como conhecimento; o conhecimento é a atualização ou materialização do saber [...] (Morey, 2020, p. 60).

Morey (2020, p. 64) destaca que essa compreensão de Radford (2017a) deve-se ao fato de que a “[...] aprendizagem é o processo social, semiótico e corporificado, de discernimento criativo e crítico, familiarização e conversação com formas históricas e culturais de expressão, ação e reflexão”. Esse processo está imerso e inserido no

⁴⁷ Também é encontrado em traduções como trabalho em conjunto.

trabalho pedagógico de sala de aula, no labor conjunto. Com base no exposto, a Figura 5 é ressignificada por meio da Figura 6:

Figura 6 – Compreensão da educação em um olhar da TO



Fonte: elaborada pelo autor (2019).

O conhecimento matemático construído histórica e culturalmente é apresentado nos currículos escolares como objetos do conhecimento, que são explorados e compreendidos, na Teoria da Objetivação, como uma aquisição que ocorre de forma colaborativa entre professor e aluno, ambos trabalhando com um único objetivo: a tomada de consciência do conhecimento.

A teoria da objetificação parte de uma posição político-conceitual que lhe confere sua própria forma e conteúdo. Essa posição político-conceitual baseia-se em uma idéia geral sobre educação. A ideia pode ser expressa da seguinte forma: educação em geral e ensino e aprendizagem em particular não se referem apenas ao conhecimento. A educação em geral e o ensino e a aprendizagem, em particular, lidam com conhecimentos e seres. Em termos mais específicos, [...] no ensino e a aprendizagem deve ser estudado, tanto o conhecimento em jogo (isto é, conhecer ou "conhecer" os alunos), quanto o treinamento do aluno como sujeito humano (isto é, devir ou "devir", isto é, transformação perpétua do assunto). (Radford, 2014a, p. 135).

O ensino da matemática vai além de uma determinada técnica de um conhecimento específico (modelo/algoritmo), pois visa desenvolver nos indivíduos uma formação social, levando em consideração a visão ontológica, um ser com conhecimentos inter-relacionados.

É por isso que, no nível da prática concreta, o ensino e a aprendizagem não produzem apenas conhecimento. O ensino e a aprendizagem também produzem subjetividades. Como consequência, devemos nos esforçar para entender as produções de conhecimento e subjetividades em sala de aula e promover aquelas formas de ação pedagógica que podem levar a um ensino e aprendizagem significativos, ou seja, não alienantes. (Radford, 2014a, p. 136).

A aprendizagem da matemática, na perspectiva da Teoria da Objetivação, é tomada em termos dos processos de objetivação, nos quais os sujeitos encontram formas históricas e culturais de pensamento e, gradualmente, vão se familiarizando com elas de maneira crítica.

A aprendizagem pode ser entendida como o resultado parcial e em andamento dos processos de objetivação, que ocorre de forma comunitária entre professor e aluno (Radford, 2006). Pedroso (2017, p. 88), em sua tese de doutoramento, compreende que

Devemos entender a aprendizagem como a fusão entre uma subjetividade que se busca perceber linguisticamente e os modos de reflexão desta, que só podem ser manifestados através da ação. Todo esse processo dentro de uma abordagem semiótica cultural na qual os símbolos, gestos, gráficos, fórmulas, tabelas, desenhos, palavras, cálculos, regras, entre outros, são reconhecidos como meios semióticos de objetivação.

A integração entre esses diferentes meios semióticos destacados por Pedroso (2017) é denominada de nó semiótico e se materializa no labor conjunto, que, coordenado simultaneamente, pode possibilitar ao indivíduo a tomada de consciência acerca de determinado conhecimento.

Um nó semiótico não é um conjunto de signos. É um segmento de atividade conjunta que geralmente inclui uma coordenação complexa de vários registros sensoriais e semióticos que os alunos e professores mobilizam para perceber algo (por exemplo, uma estrutura matemática ou um conceito matemático trabalhado). (Radford *et al.*, 2017c, p. 718).

O nó semiótico está atrelado ao labor conjunto, durante o qual o processo de objetivação materializa-se pela tomada de consciência acerca dos saberes codificados na sociedade, cultural e historicamente. Assim, “[...] a constituição do sujeito envolve a formação de uma subjetividade que se refere ao mundo de ideias, significados e emoções construído internamente a partir de suas relações sociais e de suas vivências” (Dias; Pereira, 2019, p. 153).

Ainda segundo as autoras, faz-se necessário esse olhar de constituição de um sujeito na sua totalidade, como ser histórico, cultural e social, compreendidos pela Teoria da Objetivação como ser rodeado de subjetividade (Radford, 2006, 2011a).

A subjetividade é entendida nas mais diversas formas: como intrapsicológica, como referente ao mundo privado, por configurações subjetivas, intersubjetividade, como resultante de cruzamento de fluxos linguísticos e agenciamentos sociais – portanto, está submissa ou sobreposta às condições sociais, históricas, linguísticas e psicológicas. Dentro disso, indaga-se se o sujeito existe ou não; se a subjetividade interfere ou não nos processos de construção do conhecimento; e se a produção de sentido é uma dimensão subjetiva e individual ou relacional e coletiva. (Molon, 2011, p. 614).

É possível perceber controvérsias e diferentes compreensões acerca da terminologia subjetividade/subjetivo,⁴⁸ oriunda da concepção vigotskyana. Radford (2017a, p. 244) compreende a subjetividade como o “[...] que é produzido por um indivíduo e expressa as suas intenções [...]”, isto é, a subjetividade apresenta-se na inter-relação entre professor e aluno.

Por meio destes processos sociais, materiais, encarnados e semióticos, os estudantes e os professores não só criam e recriam saber, mas eles também se coproduzem como sujeitos em geral e como sujeitos da educação, em particular. Mais precisamente, eles produzem subjetividades; isto é, indivíduos singulares em formação. É por isso que, a partir dessa perspectiva, os processos de objetivação são ao mesmo tempo os processos de subjetivação. (Radford, 2017a, p. 253).

O processo de subjetivação acontece de modo a fazer com que ocorra a “[...] participação fusional do ‘eu’ no ‘outro’ [...]” (Molon, 2019, p. 59). Quanto à relação eu-outro, nesse aspecto, Góes (1991) destaca que esse processo proporciona a intersubjetividade (inter-relação), logo a interação com o mundo propicia a constituição da subjetividade.

Nessa perspectiva, o pensamento é uma práxis cognitiva e uma prática social. Pode-se considerar uma reflexão mediada pelo mundo em forma de atividades realizadas pelos sujeitos, repletos de subjetividade. Para Radford (2006, p. 108), “[...] o pensamento é oriundo de reflexão, isto é, um movimento dialético entre a realidade histórica e culturalmente construída em um indivíduo que a retrata (modifica) de acordo com as próprias interpretações e sentidos subjetivos”.

⁴⁸ Consideram-se subjetividade, subjetivo e subjetivação como termos relacionados, pois o próprio Radford usufrui destas terminologias em suas escritas que fundamentam a TO. Mais informações podem ser encontradas em Radford (2006, 2013, 2014a, 2011a, 2017a).

A subjetividade é compreendida como o motivo por que os seres humanos não são fabricados/confeccionados, mas sim constituídos por meio das relações sociais e culturais que estabelecem com o meio onde vivem. “A subjetivação consiste nos processos pelos quais os sujeitos tomam posição nas práticas culturais e são formados como sujeitos culturais históricos únicos. A subjetivação é o processo histórico de criação do eu” (Radford, 2014a, p. 142).

O estudante traz consigo a subjetividade oriunda de sua vivência familiar e social, bem como da relação entre eu e outro, que propicia uma troca intersubjetiva para intrapsíquica entre os indivíduos, levando-os, por meio do trabalho conjunto, à objetivação de uma aprendizagem significativa, isto é, uma aprendizagem que faça mais sentido.

No que tange a essa aprendizagem com mais sentido para o estudante, Radford (2014a) refere-se às estratégias pedagógicas que levam o estudante (indivíduo) a compreender de forma profunda os conceitos matemáticos e a criação de espaços políticos e sociais em que a subjetividade reflexiva possa se desenvolver de forma solidária e responsável.

Desse modo, “[...] a compreensão e produção de conhecimentos e subjetividades em sala de aula, bem como a identificação de formas pedagógicas de ação que levam ao ensino e à aprendizagem significativos são dois dos objetivos da teoria da objetivação” (Radford, 2014a, p. 136).

Nesse contexto teórico envolvendo o labor conjunto de processos de objetivação e subjetivação, esta pesquisa se desenvolveu com a elaboração do curso de formação continuada ‘Ensino de Álgebra: é possível nos Anos Iniciais?’, destinado a professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais.

Partindo da formação continuada desenvolvida, foram analisados os indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra. Ginzburg (1989, p. 150) explica que a compreensão dos indícios parte do processo de investigação, e

[...] pistas talvez infinitesimais permitem captar uma realidade mais profunda, de outra forma inatingível. Pistas: mais precisamente, sintomas (no caso de

Freud),⁴⁹ indícios (no caso de Sherlock Holmes),⁵⁰ signos pictóricos (no caso de Morelli).⁵¹

Além de auxiliar na organização do curso, a Teoria da Objetivação fundamentou o processo de análise dos dados constituídos, que será descrito no sexto capítulo. Para a organização da formação continuada, foi utilizado o entendimento da álgebra e de seu ensino, partindo-se dos nexos conceituais da álgebra (Sousa, 2004; Panossian, 2014), da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) e do movimento da *Early Algebra* (Blanton; Kaput, 2005; Kieran, 2004), que serão apresentados no próximo capítulo.

⁴⁹ Ginzburg (1989) realizou a busca na obra de Freud por indícios que foram desconsiderados pelo autor, para compreender os motivos de ser seis ou sete lobos a aparecer no sonho de seu paciente, constatando que “[...] não se pode ignorar o contexto cultural e considerar apenas a experiência individual [...]” (Leandro; Passos, 2021, p. 5).

⁵⁰ Em uma entrevista concedida para Alzira Alves de Abreu, Ângela de Castro Gomes e Lucia Lippi Oliveira, em 1990, Ginzburg (1990, p. 258) conta que os livros de história talvez não tenham sido as coisas mais importantes que leu e afirma que “[...] os romances foram os livros que mais [o] tocaram”. Nesse sentido, Leandro e Passos (2021, p. 5) explicam que “Ginzburg compreendeu que descobrir o autor de um crime, para Holmes, torna-se um processo de interpretação dos indícios deixados e de atenção aos detalhes imperceptíveis para muitos”.

⁵¹ Nesse caso, ocorre a identificação das obras de arte, por seus menores detalhes, como explica Ginzburg (1989, p. 144): “[...] é necessário examinar os pormenores mais negligenciáveis e menos influenciados pelas características da escola a que o pintor pertencia: os lóbulos da orelha, as unhas, as formas dos dedos das mãos e dos pés”.

5 ENSINO DE ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

“Primeiro, a matemática é um artefato cultural, algo que recebemos como parte de nossa herança cultural. Esse artefato cultural, particularmente a álgebra, está incorporado nos sistemas de ensino em todo o mundo de maneiras muito diferentes, especialmente em termos de quando a álgebra é introduzida e quão fortemente ela é integrada a outros tópicos matemáticos” (Kaput; Carraher; Blanton, 2008, p. 22).

A epígrafe apresenta intencionalidade deste capítulo, que se propõe a explorar o modo como os professores veem e compreendem a álgebra e o seu ensino, considerando que “[...] as concepções dos professores acerca do conteúdo matemático que eles ensinam decorrem da formulação matemática contemporânea” (Radford, 2011a, p. 16).

Entretanto, conforme a própria epígrafe descreve, a matemática e, em particular, a álgebra e seu ensino são derivadas de um processo histórico, social e cultural, decorrente das necessidades do ser humano. Porém, para que a álgebra seja vista e compreendida pelos professores e estudantes com esse olhar, há ainda um longo caminho a ser percorrido.

Partindo desse contexto, será apresentado, neste capítulo, o movimento da “álgebra inicial” ou “álgebra cedo”, conhecido internacionalmente como *Early Algebra* (Blanton, Kaput, 2005; Kieran, 2004).

Além disso, serão descritos, acerca da álgebra e seu ensino, os nexos conceituais sistematizado por Panossian (2014) e Sousa (2004), que fundamentaram a constituição do curso de formação continuada do presente trabalho.

5.1 *Early algebra*: contexto, concepção e reflexão

Ao falar sobre álgebra, muitas pessoas imaginam um amontoado de incógnitas, equações, inequações, enfim, um conjunto de símbolos descontextualizados e sem sentido. Se um estudante ou professor da Educação Básica for indagado sobre a álgebra sem incógnitas, estes podem vir a responder que isso não existe ou não é possível.

Ao desenvolver um estudo com professores de matemática, Panossian (2014) aponta que muitos professores compreendem a álgebra como um processo simbólico, esquecendo-se dos demais elementos que compõem esse tema, o que influencia o modo de organizar o ensino. A autora explica que

[...] as concepções dos professores sobre conhecimento em geral e sobre o conhecimento algébrico de forma específica geram implicações diretas em relação ao que se considera como objeto de ensino da álgebra e conseqüentemente no modo de organização desse ensino. (Panossian, 2014, p. 49).

Na tentativa de superar essa compreensão da álgebra formal e simbólica, é possível perceber que, nas últimas décadas, está ocorrendo um movimento que vem na contramão de priorizar somente o estágio atual do desenvolvimento algébrico, ou, melhor dizendo, a etapa simbólica, mas que considere os aspectos culturais e históricos, por exemplo.

Na inserção da álgebra nas escolas, inicialmente, predominava o caráter reprodutivo, ou seja, “[...] apresentava[-se] um caráter mais instrumental, útil para resolver equações e problemas” (Araujo, 2008, p. 332), mas sem uma clareza, pois que tudo era considerado como primordial. Esse movimento perdurou até o início de 1960.

Durante as décadas de 1960 e 1970, ocorreu o Movimento da Matemática Moderna (MMM),⁵² no qual a álgebra ganhou forças no que concerne ao uso de sua linguagem específica. Segundo Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), posteriormente a esse período histórico, o ensino da álgebra começou a se destacar pelo formalismo algébrico.

O ensino da álgebra recebeu um maior rigor e assumiu uma acentuada preocupação com os aspectos lógico-estruturais dos conteúdos e a precisão da linguagem. Em consequência, a álgebra perdeu o seu caráter pragmático, útil para resolver problemas. O programa de álgebra, então, começava pelo estudo da teoria de conjuntos e a ênfase era colocada nas operações e nas suas propriedades. (Araujo, 2004, p. 3).

Em 1998, entrara, em vigor os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997, p. 39). No que tange à área da Matemática, “[...] embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; [...]”. Luna e Souza (2013), ao realizarem uma análise detalhada desse documento, destacam que, nos Anos Iniciais, a criança se aproxima do conhecimento matemático a partir do estudo da Aritmética, por meio do trabalho com as quatro operações.

⁵² “[...] Movimento da Matemática Moderna, que possuía como um dos seus objetivos a unificação dos três campos fundamentais da matemática escolar através da introdução de elementos unificadores, como a teoria dos conjuntos, funções e as estruturas algébricas, a álgebra passou a ocupar um lugar de destaque” (Araujo, 2008, p. 3).

No Brasil, geralmente o ensino da álgebra tem início no sétimo ano do Ensino Fundamental, quando as letras são apresentadas com a função de representação dos valores que, de início, são desconhecidos, mas que podem ser encontradas mediante a manipulação de relações determinadas, em função do problema apresentado. (Luna; Souza, 2013, p. 822).

No Brasil, em 2012, o ensino de álgebra nos Anos Iniciais é apresentado como uma necessidade no documento *Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental* (Brasil, 2012). Foi organizado e elaborado com intuito de divulgar orientações para práxis educativa, tendo como finalidade assegurar aos estudantes o direito de apropriação, ampliação e consolidação dos conhecimentos indispensáveis para a formação integral, potencializando a atuação cidadã.

A intenção do MEC (Brasil, 2012) com a divulgação do documento era garantir o direito de aprendizagem da álgebra desde o ciclo inicial de alfabetização, a fim de proporcionar ao estudante a compressão das noções básicas de agrupamento e padrões, além de fazê-lo reconhecer a variedade de valores das grandezas, operações e classificações de objetos, assegurando a alfabetização e o letramento matemático.

Nesse mesmo sentido, em 2014 (Brasil, 2014), o governo federal, em parceria com estados e municípios, estruturou a versão final do Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC),⁵³ que apresentava elementos introdutórios ao ensino de álgebra nos Anos Iniciais, relacionando o reconhecimento de padrões e regularidades presentes em uma sequência, por exemplo.

Mas somente com a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em 20 de dezembro de 2017, que a Álgebra se tornou regulatória a partir dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental até o final do Ensino Médio. O documento propõe, para cada ano de escolarização, um conjunto de objetos do conhecimento e habilidades essenciais.

O olhar para o ensino da álgebra nos Anos Iniciais é um tema com bastante destaque em âmbito internacional. Pesquisadores como Blanton e Kaput (2005),

⁵³ O PNAIC é um compromisso formal e solidário assumido pelo governo Federal, do Distrito Federal, dos Estados e dos municípios, desde 2012, para atender à Meta 5 do Plano Nacional da Educação (PNE), que estabelece a obrigatoriedade de “Alfabetizar todas as crianças, no máximo, até o final do 3º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais”. Mais informações podem ser encontradas em: <https://shre.ink/2pLp>. Acesso em: 2 set. 2023.

Kieran (2004), Schliemann, Carraher e Brizuela (2007), entre outros, vêm estudando e debatendo, em publicações e eventos, a importância de inserir, desde cedo, conceitos relacionados à álgebra, bem como compreensões e concepções distintas sobre o tema.

Em âmbito nacional, esse tema de estudo vem ganhando espaço no meio acadêmico após a homologação da BNCC, no âmbito da qual o ensino da Matemática recebeu alterações significativas em relação à estruturação vigente até então nos PNCs. A Matemática era organizada em quatro eixos temáticos: números e operações, grandezas e medidas, espaço e forma, tratamento da informação. Com a BNCC, alterou-se a nomenclatura de eixos para unidades temáticas, divididas em: álgebra, geometria, grandezas e medidas, números e probabilidade e estatística.

Conforme a BNCC, é “[...] imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais [...]” (Brasil, 2017, p. 270). Ainda segundo o documento, a unidade temática de álgebra tem uma função especial, o desenvolvimento do “pensamento algébrico”, que apresenta diferentes concepções e compreensões na literatura internacional.

Contudo, é relevante destacar que a BNCC não apresenta ancoramento teórico nem referência a autores nacionais ou internacionais ao abordar o ensino da álgebra; simplesmente aponta o que considera essencial ser desenvolvido nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, pautando-se na distribuição por anos, na forma de habilidades e objetos do conhecimento.

Na BNCC, o ensino da álgebra está ancorado na exploração das ideias associadas à “[...] regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade” (Brasil, 2017, p. 270). Espera-se que, no período de escolarização, correspondente aos Anos Iniciais, o professor evite o ensino da álgebra simbólica, pois “[...] não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam” (BRASIL, 2017, p. 270). Ainda segundo o documento, a unidade temática relaciona-se com outras unidades, como a de Números, porque, ao trabalhar com

[...] sequências (recursivas e repetitivas), seja na ação de completar uma sequência com elementos ausentes, seja na construção de sequências segundo uma determinada regra de formação. A relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se $2 + 3 = 5$ e $5 = 4 + 1$, então $2 + 3 = 4 + 1$. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. A noção intuitiva de função

pode ser explorada por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco? (Brasil, 2017, p. 270).

Em âmbito internacional, o ensino de álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental é conhecido como *Early Algebra* (álgebra inicial ou álgebra cedo), que apresenta duas possíveis compreensões históricas acerca de sua origem e nomenclatura. O primeiro contexto encontrado na literatura refere-se ao movimento que, segundo Silva (2011), ocorreu em 1998, nos Estados Unidos da América (EUA), qual seja, a criação de um projeto denominado de *Early Algebra*,⁵⁴ composto de psicólogos e professores renomados, como, por exemplo Analúcia D. Schliemann,⁵⁵ Bárbara M. Brizuela⁵⁶ e David W. Carraher,⁵⁷ os quais trabalhavam de forma colaborativa com escolas de Boston.

Esse grupo de trabalho ancorava-se na premissa de que, para o entendimento da aritmética com profundidade, era necessário o estudante realizar generalizações matemáticas compreendendo os princípios do pensamento algébrico. Nesse sentido, a aritmética e a álgebra elementar estão intrinsecamente interrelacionadas.

Esse projeto realiza intervenções longitudinais com crianças do Ensino Fundamental da região de Boston, uma vez que investiga as implicações da aprendizagem de álgebra nos anos iniciais, focando na aprendizagem e raciocínio dos estudantes. [...] Assim sendo, essas investigações em sala de aula buscam promover um ambiente de ensino e aprendizagem em que os estudantes possam comunicar suas ideias, apresentar suas perspectivas, discutir a respeito de como representaram o problema, entre outras. Além de proporcionar aos estudantes a oportunidade de construir, explorar e representar relações entre conjuntos numéricos, por exemplo, utilizando as ferramentas da álgebra. (Silva, 2011, p. 22).

Outra compreensão da *Early Algebra* é que este termo “[...] foi cunhado por um grupo de especialistas que em 2006 foi chamado pela *Mathematical Association of America* (MAA) para participar da Conferência *Algebra: gateway to a technological future*” (Oliveira, 2018, p. 21).

⁵⁴ Projeto financiado pela National Science Foundation (NSF) (Fundação Nacional da Ciência), uma agência governamental dos Estados Unidos independente, que promove a pesquisa fundamental em todos os campos da ciência e da engenharia. Mais informações podem ser encontradas em: <https://www.nsf.gov/>. Acesso em: 2 set. 2023.

⁵⁵ Professora de Educação da Universidade Tufts, coinvestigadora principal.

⁵⁶ Professora associada de Educação da Universidade Tufts, coinvestigadora principal.

⁵⁷ Integrante do TERC13, coinvestigador principal.

Katz (2007) descreve, nos anais da conferência, que a sua organização teve a intenção de discutir o ensino de álgebra em diferentes níveis de complexidade (álgebra inicial; introdução a álgebra; álgebra intermediária; preparação profissional para o professor de álgebra e faculdade em álgebra), considerando que, nos últimos anos, estavam ocorrendo várias mudanças no currículo dos EUA. Cada um desses níveis correspondia a um grupo de pesquisadores, que, ao final da conferência, lançaram considerações e compuseram um relatório para seu respectivo nível de estudo.

Nesta pesquisa a *Early Algebra* será considerada como “álgebra nos Anos Iniciais”. Optou-se por essa concepção porque, como documento regulamentador da Educação Básica, a BNCC (Brasil, 2017) adota a mesma terminologia. Além disso, ao se recorrer à tradução literal “álgebra inicial”, poder-se-ia proporcionar ao leitor diversas interpretações distorcidas da real intencionalidade da expressão adotada, ou seja, é possível chamar a álgebra e seu ensino, em vários momentos da escolarização, de ‘inicial’.

O ensino da álgebra nos Anos Iniciais apresenta diferentes entendimentos. Por exemplo, Blanton e Kaput (2005, p. 413), ao abordarem esse tema, consideram que um dos elementos integrantes é o pensamento algébrico,

[...] um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade.

Conforme o nível de experiência dos estudantes, esse processo de generalização pode ser expresso por símbolos ou até mesmo por palavras, baseados na observação de padrões ou em relações funcionais. Para os referidos autores, o raciocínio algébrico pode assumir várias formas, abarcando:

- a) o uso da aritmética como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada);
- b) a generalização de padrões numéricos para descrever relações funcionais (pensamento funcional);
- c) a modelação como um domínio para expressar e formalizar generalizações;
- d) a generalização sobre sistemas matemáticos a partir de cálculos e relações. (Blanton; Kaput, 2005, p. 413).

Para os autores, a primeira forma refere-se ao processo de pensar de forma generalizada sobre as propriedades das operações, como, por exemplo,

comutatividade, ou ainda os diferentes significados que apresenta o sinal de igualdade. O pensamento funcional refere-se à exploração de expressões de regularidades numéricas, como, por exemplo, uma sequência consecutiva ou crescimentos e decrescimento de padrões.

A modelação envolve a generalização de situações matemáticas ou fenômenos do cotidiano, nos quais a compreensão da regularidade é secundária ao objeto de estudo. Por último, a generalização sobre os sistemas matemáticos abstratos de cálculos e relações é um tipo de raciocínio algébrico,⁵⁸ porém esse processo não é comum nos currículos do ensino básico, pois envolve a utilização de objetos abstratos e operações sobre classes de objetos.

Outra compreensão da álgebra é apresentada por Kaput, Blanton e Moreno (2008), que consideram a generalização e a simbolização como o cerne do pensamento algébrico. Já para Ponte, Branco e Matos (2009), o pensamento algébrico pode ser definido como a identificação de propriedades das operações e suas generalizações, desde os primeiros anos de escolaridade. Nessa mesma perspectiva, Van de Walle (2009) considera que

O Pensamento algébrico ou Raciocínio algébrico envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar essas ideias com o uso de um sistema de símbolos significativo e explorar os conceitos de padrão e de função. Longe de ser um tópico de pouco uso no mundo real, o pensamento algébrico penetra toda a matemática e é essencial para torná-la útil na vida cotidiana. (Walle, 2009, p, 287, grifo do autor).

O pensamento algébrico pode ser considerado uma atividade humana, como destacado por Radford (2011b), pois possibilita ao estudante a reflexão, a análise e a tomada de consciência, perante diferentes situações, de modo analítico, crítico e científico.

Além disso, a álgebra e seu ensino, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, contribuem para que o estudante desenvolva o pensamento algébrico. Esse processo é importante, pois “[...] a álgebra livra o pensamento da criança da prisão das relações numéricas concretas e o eleva ao nível mais abstrato” (Vygotsky,

⁵⁸ Blanton e Kaput (2005) diferenciam o raciocínio algébrico do pensamento algébrico, enquanto outros autores consideram-nos sinônimos (exemplo Van de Walle, 2009). O primeiro é defendido pelos autores como um todo, abrangendo todo o processo de atividade algébrica, desde a primeira atividade do pensamento algébrico até o processo de generalização (aritmética generalizada). O pensamento algébrico é compreendido como um processo em que os estudantes generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecendo generalizações por meio da argumentação.

1987, p. 18), promovendo o desenvolvimento das suas funções psicológicas superiores (no movimento do intersíquico para intrapsíquico), pois

[...] a criança passa a compreender as operações aritméticas como casos particulares de operações algébricas. Isso dá à criança uma visão mais livre, mais abstrata e generalizada de suas operações com quantidades concretas. (Vygotsky, 1987, p. 180).

Para que ocorra a elevação do processo de pensamento e a compreensão da álgebra pelas crianças, é necessário confrontá-las com tarefas que as levem à necessidade deste conhecimento, pois “[...] toda a noção acaba por perder a sua utilidade, a sua própria significação, à medida que nos afastamos das suas condições experimentais em que ela teve sua origem” (Caraça, 1951, p. 138).

Isso implica adotar uma fundamentação teórica que “[...] justifique o elo entre o desenvolvimento conceitual moderno e o histórico” (RADFORD, 2011, p. 74).⁵⁹ Nesse sentido, o estudo do desenvolvimento do conceito na experiência humana (referente à filogênese) e da formação do conceito no sujeito (referente à ontogênese) em relação aos conceitos algébricos é necessário. Não se trata de estabelecer um paralelismo, considerando que o movimento de elaboração do conceito pelo sujeito deva repetir o desenvolvimento do conceito na experiência histórica humana, mas sim que se identifique pelo movimento da filogênese o que está objetivado em relação ao conhecimento e se caracteriza como relação teórica essencial a ser apropriada pelas futuras gerações, referente ao conhecimento algébrico. (Panossian, 2014, p. 79).

Compreende-se que o desenvolvimento do conhecimento é oriundo das relações e das diferentes práticas sociais decorrentes da contemporaneidade. Essa compreensão deve-se ao o materialismo histórico-dialético, que permite olhar o conhecimento como forma de “[...] interpretação do movimento entre os acontecimentos produzidos historicamente (a realidade objetiva) e o desenvolvimento do pensamento” (Panossian, 2014, p. 79).

Esse olhar para o conhecimento parte do movimento lógico e histórico que elucida os nexos conceituais da álgebra sistematizado por Panossian (2008, 2014) e Sousa (2004).

Concorda-se com Sousa (2018, p. 52) acerca do fato de que é “[...] possível elaborar o conceito de álgebra na sala de aula, por professores e alunos, à medida que os envolvidos tiverem a possibilidade de construir juízos sobre os nexos conceituais da álgebra”, conduzindo à possível superação do simbolismo algébrico.

⁵⁹ MOREY, B.; MENDES, I. A. (org.). **Cognição matemática**: história, antropologia e epistemologia. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

Por fim, é importante considerar que o ensino de álgebra nos Anos Iniciais está ganhando espaço de forma gradativa em âmbito nacional, porém ainda não há uma compreensão clara acerca da álgebra e de seu ensino, o que acarreta, muitas vezes, um distorcido entendimento de que é necessário simplesmente antecipar os temas que seriam estudados nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

5.2 Compreensão do conhecimento algébrico a partir do movimento lógico e histórico

Nessa subseção não se pretende apresentar a história cronológica do conhecimento algébrico, mas sim destacar o movimento de constituição deste, revelado historicamente, o qual se evidencia por meio dos nexos conceituais que embasam o seu desenvolvimento.

A essência de um objeto de conhecimento científico, no caso aqui da álgebra, não se apresenta em sua forma mais desenvolvida em todas as fases históricas, podendo ser reconhecida em alguns momentos da experiência humana apenas em uma fase embrionária. Isso porque essa relação teórica essencial também se modifica e se aprofunda na medida em que o conhecimento se desenvolve. (Panossian, 2014, p. 84).

Panossian (2014) explica que, para compreender a essência do conhecimento algébrico, é necessário recorrer constantemente ao movimento dialético entre o lógico e o histórico.

O lógico e o histórico estão em unidade e devem ser considerados em estreita relação. A isso deve ser adicionado que é uma unidade na qual o histórico, isto é, o mundo objetivo em desenvolvimento, determina o lógico, e na qual o lógico é um reflexo do histórico, é derivado com respeito a ele. (Rosental; StrakS, 1960, p. 324).

Nesse movimento, “[...] defendemos a ideia [...], durante toda sua existência procura se aproximar do movimento que compõe o objeto em estudo” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, P. 89). A aproximação do hoje com o ontem, do passado com o presente, do pensamento individual com o social, resolve-se ao se compreender a essência do conhecimento, em especial do algébrico, ao se adotar as categorias do histórico e do lógico. Nessa unidade dialética, “[...] o homem repete em forma resumida toda a história do pensamento humano” (Kopnin, 1978, p. 186).

Ao considerar essa compreensão, é possível colocar em movimento os sujeitos envolvidos no processo educativo, levando ao aparecimento dos dilemas das diferentes civilizações, que tentaram, na medida do possível, solucionar situações envolvendo os diversos elementos algébricos.

Os conceitos e conteúdos algébricos de que se tem conhecimento “[...] tratam das operações matemáticas consideradas de forma abstrata e generalizada” (PANOSSIAN, 2008, p. 46). Esse processo de pensamento não é algo simples, que ocorreu de forma ágil e organizada, como imagina-se, pois se originou de um processo social, cultural que perpassou diferentes gerações.

Considerando o “[...] uso de palavras, letras, signos e símbolos, é possível traçar um caminho da linguagem algébrica” (PANOSSIAN, 2008, p. 46), que passa pelas álgebras não simbólicas, isto é, a álgebra retórica, a geométrica e a sincopada, até chegar à álgebra simbólica. Portanto “[...] podemos dizer, por exemplo, que a álgebra não simbólica [...] é uma substância transitória da totalidade da matemática” (Sousa, 2004, p. 83).

Para elucidação conceitual acerca dos estágios ou fases da álgebra, na sequência, apresenta-se o Quadro 5. Vale destacar que os estágios da álgebra são apresentados em ordem, porém não ocorrem necessariamente de forma linear, assim como não se desenvolveram historicamente nesta sequência. Trata-se apenas de um recurso didático.

Quadro 5 – Fases ou estágios da álgebra

Estágio ou Fase	Descrição
Retórica	A álgebra retórica, quando estudada do ponto de vista dos estágios, pode ser enquadrada no período pré-diofantinos. Nessa fase, ocorre a utilização de linguagem comum para resolução de problemas particulares, visando suprimir a ausência de símbolos ou sinais especiais para representar incógnitas.
Sincopada	A linguagem sincopada pode ser considerada o passo intermediário entre a fase retórica e simbólica. Ao invés de escrever tudo como retórico, é possível escrever de forma abreviada, que se aproxima da linguagem simbólica. Essa fase representa algumas quantidades e operações que se repetem com maior frequência.
Simbólica	O estágio simbólico refere-se ao momento em que ocorre a utilização de letras para representar e generalizar as grandezas. Há apenas a utilização de símbolos, através dos quais a álgebra pode manejar toda a classe de problemas em um único episódio de raciocínio.

Fonte: elaborado pelo autor com base em Moura e Sousa (2015).

Para se chegar ao estágio final da álgebra simbólica de que se tem conhecimento na contemporaneidade, faz-se necessário considerar esse processo histórico, explorando-se também os outros momentos da álgebra no planejamento do ensino, contudo muito professores ainda não compreendem esse caminho e a importância deste para o processo de organização do ensino.

A álgebra traz consigo heranças históricas e culturais dos povos antecedentes, que necessitam ser consideradas no processo de ensino-aprendizagem de seus conceitos e de suas especificidades. Ou seja, há necessidade de considerar

[...] o papel de elo de entre a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definitividades do conceito [...]. Há necessidade de se elaborar juízos sobre os conceitos. Não se apresentam, aos alunos, os conceitos prontos e acabados. Convida-se o estudante a pensar sobre tais conceitos. Entendemos que as aulas de matemática devem ter como objetivo o estudante a humanizar-se pelo conhecimento matemáticos. Devem permitir que haja um encontro afetivo com o conceito; no nosso caso, com o conhecimento algébrico. (Sousa, 2004, p. 271).

Nessa mesma perspectiva, Panossian e Moura (2015) acreditam que é necessário considerar como ocorreu o desenvolvimento do pensamento algébrico na atividade humana (objetivação do conhecimento), levando em consideração o processo de aquisição do conhecimento nos diferentes períodos históricos, sem que se perca suas especificidades. Ao encarar a álgebra e seu ensino nesta vertente,

Acreditamos que ao se enfatizar o pensamento algébrico ao invés de apenas se restringir a questões técnicas e operacionais, o ensino de Álgebra poderia contribuir não só no aprendizado da Matemática como também auxiliar no desenvolvimento do pensamento lógico-abstrato do estudante, pensamento esse essencial para o desenvolvimento de um cidadão capaz de viver na sociedade atual. (Coelho; Aguiar, 2018, p. 171).

Esse entrelaçamento com o contexto histórico dos conceitos algébricos é um possível caminho para que o estudante desenvolva um olhar mais humanizado sobre este conhecimento, que lhe possibilite visualizar que as aulas de matemática perpassam as gerações e as paredes da sala de aula. Para que isso seja possível, faz-se necessário pensar em uma organização que almeje o rompimento do ensino que

[...] prioriza estágio final e simbólico da álgebra, defende-se que a álgebra seja considerada um campo do conhecimento derivada da experiência histórica e cultural humana, constituído a partir do movimento histórico e lógico de seus conceitos e não somente de suas aplicações contemporâneas e de seus aspectos mais formalizado. (Panossian; Sousa; Moura, 2017, p. 125-126).

Em seu doutoramento, Sousa (2004) aborda esse viés histórico, cultural e humanizado que a álgebra traz consigo, que pode ser explorado no processo de ensino-aprendizagem, pois

É como se a álgebra tivesse todo início, a partir do formalismo proposto por Viète.⁶⁰ Ignora-se o desenvolvimento histórico do conceito de variável, o cerne do conceito de função. [...] Não se menciona a contribuição das diferentes civilizações no processo de construir o conceito de álgebra simbólica. É como se Viète tivesse feito tudo sozinho. Prioriza-se a representação. Esquece-se que por trás de troca lógica matemática, há uma história. Há vida a pulsar. Há o humano. Há o movimento da palavra, da figura e do número. (Sousa, 2004, p. 5).

Por trás da álgebra, há uma vida pulsante, uma história que está sendo contada pelas diferentes gerações passadas. Para se compreender a organização e o ensino de álgebra partindo dessas lentes teóricas, faz-se necessário romper o paradigma do simbolismo algébrico e entender o ensino desta área com outras lentes teóricas. Para isso, foram tomados como base os estudos de Caraça (1951), Sousa (2004), Panossian (2008, 2014) e Radford (2017a).

Para compreender o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos, tomaram-se como ponto de partida de análise alguns episódios singulares da história do conhecimento algébrico na experiência humana. Considerando que o movimento histórico e lógico não se confunde com a história do objeto orientada cronologicamente, não se trata aqui de reproduzir o movimento da história da álgebra, em todos os passos dados pela humanidade. Trata-se de compreender o movimento de formação de conceitos algébricos, movimento este que se revela historicamente, em busca de seus nexos internos e de sua relação teórica essencial que, como ente geral, se desenvolve e sustenta o desenvolvimento do conhecimento algébrico. (Panossian, 2014, p. 84).

Nesse prisma, não basta simplesmente considerar o processo histórico da álgebra, pois “[...] a História não pode ser normativa para o ensino” (Radford, 2011a, p. 148). Ao contrário, é preciso considerar os nexos conceituais da álgebra, que são os elementos essenciais que norteiam e contribuem para o surgimento deste conhecimento.

Nesse sentido, é necessário compreender como a álgebra, como campo de conhecimento científico, vai se constituindo. O que também implica compreendê-la no campo do conhecimento e da ciência em geral, e não apenas como um campo de conhecimento desmembrado e desconectado de outras formas de conhecimento. (Panossian, 2014, p. 86).

⁶⁰ François Viète (1540-1603), estudioso francês, é considerado, pela grande maioria dos pesquisadores da história da matemática, como o ‘pai’ da álgebra simbólica. Mais informações podem ser encontradas em Gil (2001).

Sousa (2004, p. 132) destaca o fato de que a Educação Básica projeta seu ensino baseada em uma didática tradicional: “[...] de modo geral, nas salas de aula, o ponto de partida do conhecimento é a manipulação e a experimentação dos objetos e o ponto de chegada do conhecimento é o lógico-formal dos conceitos estudados”. Nessa situação, por exemplo, ao se ensinar a álgebra, começa-se pelos conceitos abstratos (álgebra simbólica), partindo-se da variável letra.

Nesse contexto de ensino fica muito difícil para professores e alunos se apropriarem do conhecimento científico ou matemático e fazer conexões com os movimentos de suas vidas. O importante aqui não é o processo e, sim, o resultado. Falta aqui o pensamento flexível. Há na sala de aula, a predominância de um ensino que prima pelo treino das equações, inequações e funções. (Sousa, 2004, p. 132).

No processo de matematização algébrica, faz-se necessário partir de algo mais geral, para que ocorra a predominância do “reomodo”, entendido por Sousa (2004) da seguinte maneira: *rheo* como sinônimo de fluir da linguagem. Neste estudo, a expressão “reomodo” é compreendida como o modo de fluência, como movimento.

O Mundo está em permanente evolução; todas as coisas, a todo o momento, se transformam, tudo *flui*, tudo *devém*. Isso, que é a afirmação fundamental do filósofo *Heraclito* de Efeso [...] foi, posteriormente, reconhecido por grandes pensadores e pode ser verificado por qualquer de nós, seja qual for aquele objecto em que fixemos a nossa atenção. (Caraça, 1951, p. 110, grifo do autor).

Logo, “tudo flue, tudo devém, tudo é, a todo momento, *uma coisa nova*” (Caraça, 1951, p. 110, grifo do autor). Esse mesmo processo expande-se e pode ser relacionado com a álgebra, que foi se modificando com o passar das gerações, pois “[...] a construção dos conceitos algébricos considerou os elementos históricos desenvolvidos pelo pensamento humano desde as mais remotas civilizações [...]”, que, conseqüentemente, “[...] nunca esteve dissociado da cultura e do trabalho humano [...]” (Sousa, 2004, p.87).

A autora explica que a matemática está em contante fluência, buscando explicar os diferentes movimentos regulares, como de figuras geométricas, as imagens e a variável letra, contudo “[...] a realidade não é composta apenas de movimentos regulares” (Sousa, 2004, p. 133) mas também de movimentos irregulares.

Então, partindo de Sousa (2004) e Panossian (2014), um dos nexos conceituais que compõem a álgebra é a fluência, o movimento. Além deste, tem-se outro nexo que compõe a álgebra, a interdependência, pois “[...] todas as coisas estão

relacionadas umas com as outras; o mundo, toda esta realidade em que estamos mergulhados é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam, todos, da vida uns dos outros” (Caraça, 1951, p. 109).

Por interdependência, entende que todas as coisas, objetos e fenômenos da realidade objetiva estão ligados uns aos outros, e por fluência, entende que o mundo está em permanente evolução e, portanto, todas as coisas, objetos e fenômenos da realidade estão em movimento e em processo permanente de mudança. (Panossian, 2014, p. 82).

Os objetos estão em constante movimento e interligados, interdependentemente uns dos outros, logo, “[...] quando se capta, nesse movimento constante de transformações e mudanças dos objetos, os nexos, ou melhor, a relação de interdependência entre os objetos e fenômenos dentro de um sistema integrado, se está diante de um pensamento teórico” (Davydov, 1982, p. 306 *apud* Panossian, 2014, p. 82).

Outro nexos oriundo dos estudos de Sousa (2004) é o do movimento dos campos numéricos, que Panossian (2014) amplia, nomeando de “controle das quantidades do concreto sensível”.

Considera-se que o controle das quantidades é um elemento fundamental da Matemática. Os numerais indo-arábicos, usados atualmente, constituem exemplo singular dentre tantos símbolos produzidos pela humanidade em diversos espaços e tempos, que expressam a ideia de número para realizar esse controle de quantidades. Podemos dizer que os diferentes sistemas simbólicos usados por diferentes povos e a evolução desses símbolos representam mudanças qualitativas, mas não saltos de ruptura. (Panossian, 2014, p. 91).

A utilização de símbolos numéricos e a possibilidade de operação com estes possibilitaram a solução de diferentes problemas para uma variedade de povos, em diferentes gerações, contudo houve a necessidade de criar e ampliar esse campo numérico. Portanto, “[...] consideramos que a qualidade desses campos numéricos se alterava em um movimento de evolução, no sentido em que sua essência não se modificava, mas se modificavam outras qualidades” (Panossian, 2014, p. 91), o que retoma os conceitos de fluência e movimento apontados anteriormente.

[...] O conceito de número é um dos mais fascinante criado pela mente humana. O homem, em determinado momento histórico, faz uma relação fantástica entre objetos distintos: pedras-ovelha [...]. Cria-se, nesse momento um dos conceitos matemáticos mais fascinantes: a correspondência um-a-um e é essa relação que vai permitir a demonstração da teoria do número

real de Cantor (Guillen, 1987;⁶¹ Caraça, 1998)⁶² que se estende para o conceito de função. (Sousa, 2004, p. 87).

O conceito de número não está desconectado do pensamento algébrico, muito menos do conceito de movimento e fluência.

A partir da definição de que tudo se move, tudo *dévem*, tudo se transforma, nada está pronto, nada é fixo, faz-se necessário se debruçar sobre o próprio conceito de número. Há necessidade de rever os conceitos aritméticos. Há novas elaborações matemáticas, a partir do inesperado: nada é fixo. (Sousa, 2004, p. 88, grifo do autor).

Ao relacionar os campos numéricos, Panossian (2014) afirma que a fluência dos fenômenos objetivos, que os filósofos buscaram explicar em vários momentos, também se revela na resolução de problemas associados a controle de quantidades, por diferentes povos e em diferentes culturas, como, por exemplo, babilônicos, egípcios, chineses, entre outros.

Ainda ao abordar esse nexos conceitual, Sousa (2004) destaca que não há como negar a rigidez e rigorosidade do número, muito menos negar a numerosidade contida no próprio número, que se elucida por meio das suas propriedades.

Essa numerosidade pode ser descrita pela linguagem retórica ou sincopada, por exemplo, porém a validade e a demonstração desses conceitos dar-se-ão pelo formalismo desenvolvido pelo pensamento humano, depois que as diversas “[...] civilizações aceitaram que as propriedades numéricas ou a numerosidade do número só faz sentido quando utilizamos os números para representar as generalizações” (Sousa, 2004, p. 88), como, por exemplo, a propriedade comutativa da adição $a + b = b + a$.

Outro nexos conceitual da álgebra refere-se à variável, que tem sentido quando considerada a partir do campo numérico. “A variável é a fluência, o próprio movimento, fluxo do pensamento. Sua constituição considera os pensamentos do campo numérico e geométrico” (Sousa, 2004, p. 80), os quais denomina de teóricos, originados a partir das abstrações feitas pelos homens, partindo da elaboração dos conceitos formais de número e de aspectos geométricos.

Sousa (2004) e Panossian (2008) compreendem a variável como o processo de generalização abstrata de variáveis concretas como a velocidade (v), o tempo (t)

⁶¹ GUILLEN, M. **Pontes para o infinito**: o lado humano das matemáticas. Lisboa: Gradiva, 1987.

⁶² CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1998.

e a distância (d), etc. Nesse entendimento, pode-se notar o reconhecimento de grandezas distintas (v , t , d), que, quando envolvidas em uma única relação, estabelecem entre si a interdependência e o movimento dos fenômenos, gerando a “[...] imagem abstrata da relação de dependência entre grandezas” (Panossian, 2008, p. 49), isto é, a função.

A atribuição de um símbolo e o reconhecimento da variável como um elemento que permite estabelecer a relação entre duas grandezas podem ser considerados como uma mudança qualitativa e um salto de ruptura, que modifica a essência do conhecimento algébrico, possibilitando outra forma de movimento e desenvolvimento. (Panossian, 2014, p.105).

Para exemplificar a variável, Caraça (1951) nos convida a imaginar um conjunto qualquer de números (A), seja este finito ou infinito, no qual a representação de qualquer um dos seus elementos é feita por um símbolo. A esse símbolo representativo de qualquer dos elementos do conjunto (A) o autor denomina “variável”. Para além dessa compreensão, Caraça (1951, p. 127) afirma que “[...] a variável é, portanto, uma entidade que, dizendo respeito a um nível de isolado – o conjunto – superior do número, é ela própria, de uma natureza superior [...]”.

Sousa (2004, p. 82) explica que “[...] a existência da variável, necessariamente, está relacionada ou associada a um determinado campo de variação”; caso isso não ocorra não se pode falar em variável. A variável não pode ser representada ou dividida dentro do campo da matemática, pois, como explica o autor, “a variável é a variável” e se representa nas diferentes álgebras (retórica, sincopada, geométrica e simbólica). Assim sendo, “[...] dependendo da realidade em que atuarmos e do movimento que estudarmos [as variáveis] podem ser consideradas substâncias transitórias da totalidade da matemática” (Sousa, 2004, p. 82), o que remete aos conceitos de fluência e movimento, os quais também estão relacionados com a variável.

Dado o exposto, pode-se dizer que “[...] é no fervilhar da elaboração dos conceitos número, variável, campo de variação que o pensamento algébrico se refina” (Sousa, 2004, p. 87), pois pensar em álgebra remete ao movimento e a fluência, que estão imbricados um com o outro, além da sua relação com campos numéricos, variação e campo de variação, portanto consideram-se como o cerne do pensamento algébrico os conceitos de campos numéricos, fluência e movimento, variável e campo de variação.

Adota-se também a generalização como nexos conceitual (Panossian, 2014). Assim como os demais conceitos explicitados, este não se desenvolve de forma desvinculada das diferentes práticas humanas, históricas e culturais, pois perpassou situações diversas, por exemplo:

[...] a generalização possibilitada na época de Euclides não se desenvolve da mesma forma que na época de Viète, que já podia contar com a experiência acumulada historicamente pela época de Euclides. Dessa forma, cada um em sua época desenvolveu o conhecimento a partir do que potencialmente encontravam em sua própria realidade objetiva. (Panossian, 2014, p. 105).

Os diferentes estágios do desenvolvimento algébrico foram alcançados por meio das experiências humanas, que “[...] possibilitaram de formas diferentes limitações ou avanços em relação ao conteúdo algébrico” (Panossian, 2014, p. 95). Baumgart (1992) explica que a notação algébrica foi modificada no decorrer de diferentes estágios: o retórico, dos povos babilônicos; o geométrico, dos povos gregos; o sincopado, introduzido por Diofanto; e o simbólico, introduzido entre 1500 e 1600, com Cardano (1545), Bombelli (1572), Viète (1591), Harriot (1631) e Descartes (1637).

Para Baumgart (1992), o grande divisor de águas do pensamento algébrico foi o francês François Viète, o primeiro a inserir letras para representar coeficientes positivos, dando outros toques ao simbolismo, que mais tarde seriam atualizados pelo físico e matemático Isaac Newton.

Esses estágios supracitados não ocorreram de forma linear, mas sim no decorrer da experiência humana. Assim, pode-se perceber que não existe somente uma álgebra, mas sim álgebras, no plural; não há uma história, mas várias histórias.

Assim sendo, fica difícil pensar no processo de organização do ensino do conhecimento matemático, em especial da álgebra, sem considerar o desenvolvimento histórico e lógico que se apresenta nos conceitos formais (científicos) de que se tem conhecimento na contemporaneidade. Nesse sentido Radford (2011a, p. 44) explica que

A história da Matemática pode nos dar uma nova perspectiva sobre o ensino. Obviamente, não estamos dizendo que nossos alunos têm que seguir o mesmo caminho que aqueles dos matemáticos antigos. Em vez disso, é uma questão de compreender melhor a natureza do conhecimento matemático e de encontrar, dentro de sua estrutura histórica, novas possibilidades de ensino.

Para compreender os períodos históricos referidos pelo autor, faz-se necessário entender “[...] seus desenvolvimentos socioculturais abrangentes no mais amplo sentido” (Radford, 2011a, p. 194), pois a matemática, assim como a álgebra, apresenta traços da cultura que “[...] são cristalizações de formações históricas, econômicas e intelectuais” (Radford, 2011a, p. 212).

Essas cristalizações citadas por Radford (2011a) consistem nas reflexões dos indivíduos no ambiente em que estão inseridos. Viver em uma determinada cultura significa estar imerso nela, e é esta cultura que contribuirá para formar condições que possibilitem ao conhecimento manifestar-se por meio do pensamento humano; “mais precisamente, pensamento, *é uma reflexão cognitiva do mundo na forma das atividades culturalmente moldadas do indivíduo*” (Radford, 2011a, p. 197, grifo do autor).

Essas reflexões ocorrem por meio do uso das diferentes formas semióticas para representação e sistematização do conhecimento algébrico (Radford, 2011a). O Sistema Semiótico de Significações Culturais “[...] interage com atividades – objetivos, ações, distribuição do trabalho, etc. [...] e com a tecnologias da mediação semiótica (isto é, o território do artefato)” (Radford, 2011a, p. 290), funcionando como ligação entre a consciência do indivíduo e o reflexo do pensamento algébrico.

O processo de objetivação do saber em conhecimento sobre os nexos conceituais da álgebra foi considerado no curso de formação continuada e reconhecido na análise dos dados por indícios evidenciados por sistemas semióticos que serão descritos nos procedimentos metodológicos.

6 CAMINHOS METODOLÓGICOS

“A atividade [...] inclui a linguagem, mas também inclui, de forma decisiva as experiências incorporadas de movimento, ação, ritmo, paixão e sensação”.
(Radford, 2021, p. 55, grifo do autor).

Neste capítulo, serão apresentados os caminhos metodológicos percorridos para responder o problema de pesquisa: como professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental apresentam indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra durante um curso de formação continuada *online*? Como hipótese, propõe-se que os processos de objetivação dos nexos conceituais da álgebra e seu ensino também se manifestam em ambiente virtual, bem como que os meios semióticos utilizados apresentam vantagens e desvantagens em relação ao ambiente presencial.

A busca pela resposta à indagação foi guiada pelo objetivo de analisar indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra por professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em um curso de formação continuada organizado em um Ambiente Virtual de Aprendizagem.

Também são apresentados neste capítulo aspectos conceituais do materialismo histórico-dialético, parte integrante da Teoria da Objetivação, utilizada no procedimento de análise, e na Atividade Orientadora de Ensino/Formação, que sustentou a organização do curso de formação continuada; o processo de constituição dos dados; a descrição do curso de formação continuada; o produto educacional oriundo do curso de formação; e a metodologia de análise realizada sobre os dados constituídos.

6.1 O materialismo histórico-dialético como método de investigação

O materialismo histórico-dialético é um método para investigação em pesquisas cujo objeto de estudo está voltado para a compreensão do processo de constituição dos sujeitos em diferentes contextos e condições sociais. Esse método “[...] realiza a tentativa de buscar explicações coerentes, lógicas e racionais para os fenômenos da natureza, da sociedade e do pensamento” (Triviños, 1987, p. 51).

Essa busca por explicações decorre da realidade objetiva, que reflete a consciência; “[...] através do enfoque dialético da realidade, o materialismo dialético

mostra como se transforma a matéria⁶³ e como se realiza a passagem das formas inferiores às superiores” (Triviños, 1987, p. 51).

A escolha por esse método justifica-se pela possibilidade de compreender e explicar o movimento envolvendo a mediação semiótica e o desenvolvimento dos sujeitos enquanto seres históricos e sociais constituídos no curso de formação continuada.

Nesse sentido, o método sustenta e guia as escolhas tomadas pelo pesquisador desde a organização do curso de formação continuada até o processo de seleção e análise dos dados constituídos. Como indicado por Lefebvre (2009, p. 34),

O método é apenas um guia, um arcabouço genérico, uma orientação para a razão no conhecimento de cada realidade. De cada realidade é preciso capturar *as suas* contradições particulares, o seu movimento individual (interno), a *sua* qualidade e *as suas* transformações bruscas. (grifo do autor).

As escolhas realizadas são únicas para cada pesquisador, partindo do seu objeto de estudo, experiência, compreensão e do olhar teórico adotado sobre objeto de estudo e pesquisa. Essas delimitações permitem ao pesquisador desenhar seu espaço de trabalho e justificar suas escolhas. Reitera-se que o método de investigação adotado se sustenta no materialismo histórico, em especial nas pesquisas de Vigotsky, porquanto pretende analisar os indícios de objetivação em processos psíquicos dos sujeitos.

Em suas pesquisas, Vygotski (1991) se orienta por esse método, com a intenção de objetivar mecanismos internos e destacar o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, que, por sua vez, incidem sobre o desenvolvimento da consciência e o processo de aprendizagem.

Entendemos que nosso método é importante porque ajuda a tornar objetivos os processos psicológicos interiores; os métodos de associação entre estímulos e respostas são objetivos, limitando-se, no entanto, ao estudo das respostas externas já contidas no repertório do sujeito. Quanto às metas da pesquisa psicológica, acreditamos que a nossa abordagem, que torna objetivos os processos psicológicos interiores, é muito mais adequada do que

⁶³ A realidade objetiva, ou seja, a matéria é compreendida como “[...] uma categoria filosófica [...], relaciona-se com sua propriedade geral de ser objetiva, isto é, de existir independentemente da nossa consciência e sendo refletida por esta” (Triviños, 1987, p. 57). A matéria é tudo o que nos é revelado da relação do ser humano com o mundo, “[...] é histórico-cultural, no sentido em que traz em si os traços do trabalho humano e da atividade intelectual” (Radford, 2021, p. 57).

os métodos que estudam as respostas objetivas pré-existentes. (VYGOTSKI, 1991, p. 53).

Moretti, Martins e Souza (2017) explicam que os princípios indicados por Vigotsky objetivam-se no método de análise do materialismo histórico-dialético, contraposto ao método positivista. O positivismo considerava que as totalidades psicológicas complexas deveriam ser separadas em elementos, para que assim fosse possível compreender o fenômeno na sua totalidade.

A essa visão isolada dos fenômenos e da matéria opõem-se as ideias de integridade, movimento e transformação, derivadas da dialética hegeliana, que fundamenta a base do materialismo histórico utilizado nas pesquisas de Vigotsky.

A escolha pelo materialismo histórico-dialético como método nesta pesquisa se justifica pelo objetivo de analisar os indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra, ou seja, a busca por indícios da consciência dos sujeitos envolvidos, pois, “[...] dentro da teoria da objetivação, a consciência deve, portanto, estar relacionada à atividade, [...], constitui a unidade de análise metodológica da teoria” (Radford, 2015, p. 560). Vygotski (1991, p. 56) explica que o

[...] desenvolvimento da consciência é o desenvolvimento de um conjunto de determinadas capacidades independentes ou de um conjunto de hábitos específicos. A melhora de uma função da consciência ou de um aspecto da sua atividade só pode afetar o desenvolvimento de outra na medida em que haja elementos comuns a ambas as funções ou atividades.

A consciência pode ser considerada a relação do indivíduo com o seu meio. Assim, ao interagir e atuar, a “[...] nossa consciência apreende como algo determinado do ponto de vista de nossa consciência de sujeito concreto, como algo significativo do nosso ponto de vista subjetivo” (Morey, 2020, p. 61) e necessita ser compreendida com os elementos da atividade, pois são importantes e constituintes da Teoria da Objetivação, já que o saber transforma-se em atualidade, “em um objeto de consciência” (Morey, 2020, p. 61).

A Teoria da Objetivação “[...] é uma teoria de ensino-aprendizagem inspirada no materialismo dialético” (Radford, 2021, p. 61). Para fundamentar o trabalho de sala de aula, Radford (2017) pauta suas ideias na Teoria da Atividade (TA) de Leontiev (1988, p. 68), que toma como atividade “[...] os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto),

coincidindo sempre com objetivo que estimula o sujeito a exercer esta atividade, isso é, o motivo”.

A atualização do saber em conhecimento é denominada, na Teoria da Objetivação, como processo de objetivação, isto é, os momentos em que os sujeitos tornam-se conscientes dos fatos e artefatos matemáticos constituídos historicamente.

Essa atualização está atrelada a dois conceitos importantes da Teoria da Objetivação: consciência e atividade. Conforme Leontiev (2014, p. 20), “[...] a explicação real da consciência reside não naqueles processos, mas nas condições e modos sociais daquela atividade que a torna indispensável – na atividade do trabalho”. Isto é, “[...] a consciência é movimento. O verdadeiro ser concreto, o indivíduo real [...] encontra seu porão fundamental, a substância de sua consciência, em sua atividade concreta, isto é, em sua vida” (Radford, 2015, p. 560).

Assim, o autor considera que a objetivação de fatos, fenômenos e artefatos atrela-se às condições de ações e às tarefas em que os sujeitos se envolvem, por isso é relevante destacar que os dados desta pesquisa foram constituídos mediante a realização de um curso de formação continuada no formato *online*, especificamente em um AVA, no qual podem ocorrer limitações derivadas de problemas com os recursos tecnológicos que possibilitam e captam a interação entre pesquisador e as participantes de forma multimodal (linguagem, expressões, gestos, etc.)

Partindo desse cenário, as observações da pesquisa foram realizadas no AVA, com a entrega de produções escritas, produções de vídeo e áudio, bem como observação das representações e manifestações gestuais dos professores.

Durante as tarefas síncronas, o pesquisador conduziu os encontros, com o intuito de registrar de que forma os professores manifestavam expressões faciais, gestuais e vocais em relação ao que lhes eram apresentados.

É válido ressaltar que esse processo não se evidencia por meio de uma análise inicial ou superficial, mas sim por um olhar que integra cunho teórico, metodológico e as subjetividades do pesquisador, que dão a compreensão e interpretação da realidade que analisa, ou seja, “[...] significa afirmar que não é possível compreender imediatamente a estrutura da coisa ou a coisa em si mediante a contemplação ou a mera reflexão, mas sim mediante uma determinada atividade” (Kosik, 1969, p. 22).

Além disso, é necessário considerar que “[...] não é possível penetrar na coisa em si e responder à pergunta que coisa é a coisa em si, sem a análise da atividade

mediante a qual ela é compreendida” (Kosik, 1969, p. 22), A atividade mencionada pelo autor, nesta pesquisa, ocorreu durante o curso de formação continuada, que será descrito na sequência.

6.2 Constituição dos dados: o curso de formação continuada

Considerando que o curso de formação continuada realizado possibilita manifestações da realidade, experiências e expectativas dos professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, pretende-se apresentar neste subcapítulo: a Atividade Orientadora de Ensino enquanto fundamento teórico e metodológico para a organização da formação; a estrutura e organização do curso; e a descrição das participantes concluintes do curso, que ocorreu nos meses de maio e junho de 2021.

Considerando que a constituição dos dados da pesquisa envolve a interação com seres humanos, foi necessária a submissão do projeto de pesquisa ao Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR), com o intuito de garantir e defender os interesses dos pesquisados e dos pesquisadores, objetivando minimizar riscos e garantir qualidade e ética no processo da pesquisa (Brasil, 2012).

Sendo assim, esta pesquisa está de acordo com a Resolução nº 196, de 10 de outubro de 1996, que busca estabelecer os elementos a serem observados e obedecidos no tocante à realização de pesquisa com seres humanos e foi aprovada pelo Comitê de Ética sob o registro (CAAE) nº 40450420.2.0000.5547 e por meio do Parecer nº 4.549.134.

Após aprovação do projeto no CEP, considerando a organização do curso de formação, deu-se início às inscrições dos professores. Para esse processo, houve o compartilhamento do convite (Apêndice A) em grupos do Facebook que abordassem como temática os Anos Iniciais. Após o consentimento das informações, os participantes necessitavam acessar o formulário do Google, no qual completavam os dados solicitados (Apêndice B).

Houve 136 inscritos. Esse número de inscritos possivelmente é devido ao tempo em que o curso de formação continuada foi ofertado e prova que a sociedade estava em busca de informação e estratégias para ensinar e aprender utilizando os recursos tecnológicos disponíveis no ERE.

Outra característica digna de nota é que se trata de um curso ofertado de forma remota, com um tema (ensino de álgebra) considerado atrativo e novo para os profissionais atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Para garantir o processo de confiabilidade das inscrições, foi encaminhado um e-mail com convite para os 50 primeiros inscritos que atenderam ao pré-requisito para participação no processo formativo (estar em efetivo exercício como professor que ensina matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental). Esse e-mail continha orientações (Apêndice C) sobre como os participantes poderiam realizar a inscrição no curso. Contudo, ao fim, somente 40 professores efetivaram a inscrição.

Cada participante, ao receber as orientações, deveria acessar o *Moodle* com sua conta pessoal da Google, conforme indicação:

Figura 7 – Página de acesso ao Moodle UTFPR

Moodle institucional da UTFPR

Identificação de usuário

Senha

Lembrar identificação de usuário

Acessar

Esqueceu o seu usuário ou senha?

O uso de Cookies deve ser permitido no seu navegador ?

Alguns cursos podem permitir o acesso a visitantes

Acessar como visitante

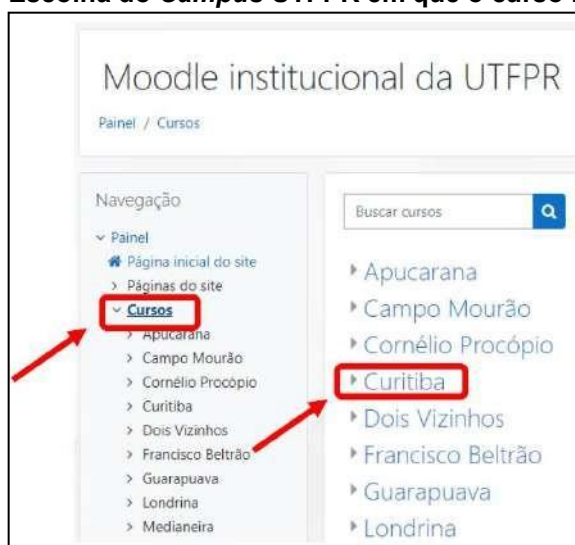
Autenticar usando sua conta em:

Google

Fonte: Moodle UTFPR (2021).

Após o participante realizar a confirmação do cadastro solicitada pelo *Moodle*, este deveria selecionar o *campus* UTFPR-Curitiba, ao qual o curso estava vinculado (Figura 8).

Figura 8 – Escolha do *Campus* UTFPR em que o curso foi ofertado



Fonte: Moodle UTFPR (2021).

Ao término, o participante deveria realizar a busca pelo título do curso 'Ensino de Álgebra: é possível nos Anos Iniciais', conforme indicado na Figura 9, e realizar sua inscrição.

Figura 9 – Seleção do curso 'Ensino de Álgebra'



Fonte: Moodle UTFPR (2021).

Nos casos de desistências, foram convidados os próximos inscritos da lista, até totalizar o número de participantes pretendido (50 vagas). Foi considerado desistente o participante que não respondeu ao e-mail enviado ou não se inscreveu no prazo estipulado de cinco dias. Para a familiarização dos participantes com o AVA e a navegação nas tarefas disponibilizadas no curso, o pesquisador organizou um material no formato instrucional,⁶⁴ demonstrando a forma de uso do Moodle e a localização dos recursos que poderiam ser utilizados (Figura 10).

⁶⁴ Link para acesso ao material: <https://youtu.be/XExBH1DBqXo>.

Figura 10 – Mensagens de orientação aos professores/cursistas



Fonte: elaborada pelo autor (2021).

Como o recurso de mensagens não permitia o envio de vídeos, todos foram hospedados no *YouTube* de forma não listada, e somente os participantes que recebiam o *link* por meio das mensagens poderiam acessar as informações.

Outra ação adotada foi a criação de um grupo no aplicativo de mensagens *WhatsApp*, destinado exclusivamente para o compartilhamento de informações e dúvidas relacionadas ao curso de formação continuada.

Todas as mensagens enviadas por meio do *Moodle* também foram enviadas pelo grupo de *WhatsApp*, sendo este o recurso de comunicação mais ágil para muitos dos professores, pois mensagens enviadas via *Moodle* eram direcionadas para o e-mail dos participantes, que não possuíam o hábito de acessá-lo diariamente.

6.2.1 Atividade Orientadora de Ensino: Referencial teórico e metodológico de organização do curso de formação continuada

Para organização do curso de formação continuada, foi adotada como base a Atividade Orientadora de Ensino (AOE), que se mostra uma possibilidade para “[...] organização do ensino, de modo que o processo educativo escolar se constitua como atividade para o estudante e para o professor.

[...] embora professor e estudante ocupem lugares diferentes no sistema das relações, a AOE se configura como a atividade humana que medeia a relação

entre esses dois sujeitos, de forma que sua dimensão orientadora conduza intencionalmente ao desenvolvimento. (Araujo, 2020, p.131).

O processo de ensino-aprendizagem organizado a partir da Atividade Orientadora de Ensino valoriza a interdependência entre as atividades do professor e do estudante. Por meio de mediações e ações orientadas, conduz ao desenvolvimento dos sujeitos envolvidos. Araujo (2019) sintetiza a Atividade Orientadora de Ensino em três dimensões, conforme apresentado na Figura 11:



A Atividade Orientadora de Ensino considera como base o conceito de atividade proposto por Leontiev (1988), que possui “[...] um caráter de processo social, mediado por instrumentos e signos, e estruturado com base em uma necessidade, exige um modo especial de organização” (Moura *et al.*, 2010, p. 99) da atividade pedagógica compreendida como uma unidade entre atividade de ensino voltada ao professor e atividade de aprendizagem voltada ao estudante.

A atividade de ensino-aprendizagem constitui-se a partir da necessidade de apropriação de bens culturais “(linguagem, objetos, ferramentas e modo de ação)” (MOURA *et al.*, 2010, p. 99), que se guia pela apropriação e pelo aprimoramento do conhecimento constituído historicamente, os quais se desenvolvem por meio de ações e condições dos espaços em que se desencadeia a atividade pedagógica docente.

Os fundamentos teórico-metodológicos da AOE, cujos pressupostos estão ancorados na teoria histórico-cultural e na teoria da atividade, são indicadores de um modo de organização do ensino para que a escola cumpra sua função principal, que é possibilitar a apropriação dos conhecimentos teóricos pelos

estudantes e o desenvolvimento de suas personalidades. Assim, a AOE, como mediação, é instrumento do professor para realizar e compreender seu objeto: o ensino de conceitos. E é instrumento do estudante que age rumo à apropriação de conhecimentos teóricos a serem objetivados pela AOE. (Moura; Araujo; Serrão, 2019, p. 421).

A Atividade Orientadora de Ensino concentra seus olhares na atividade de ensino (professor) e aprendizagem (estudante). Considerando-se que, nesta pesquisa, os dados foram constituídos por meio da oferta de um curso de formação continuada para professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais, faz-se necessária nova Identificação dos sujeitos em atividade.

Assim, entende-se por atividade de ensino a atividade do formador (no caso, o próprio pesquisador), que sistematiza, planeja e conduz os encaminhamentos do curso, além de conhecer as experiências e ações dos participantes. A atividade de aprendizagem, por sua vez, está voltada às professoras que ensinam matemática nos Anos Iniciais, participantes do curso.

Assim, a formação continuada, pautada na Atividade Orientadora, desenvolveu-se na inter-relação entre os sujeitos envolvidos (professores e pesquisador), que, durante as ações planejadas do curso de formação continuada, reconheceram a necessidade de repensar a álgebra e seu ensino. Essa pode ser considerada uma Atividade Orientadora de Formação (AOF), como indicam Marco e Moura (2016, p. 27):

Esse pensamento leva-nos a entender que uma atividade que tenha por finalidade a formação docente na qual este, vivência e analisa situações de ensino de sua prática, compartilha e valoriza a existência de diferentes conhecimentos com seus pares e elabora generalizações didático-pedagógicas acerca do ensino de matemática coletivamente, caracteriza-se como uma **Atividade Orientadora de Formação (AOF)**. (grifo dos autores).

O professor, ao considerar e refletir sobre sua prática, também forma-se (Marco; Moura, 2016), pois lida com seu objeto, o ensino. Também é importante considerar que a Atividade Orientadora de Formação possui características similares à Atividade Orientadora de Ensino, pois

[...] deve conter a síntese de um projeto formativo; deve ter uma necessidade coletiva: formação profissional; deve ser dos sujeitos; o ensino de conceitos matemáticos é o seu objetivo, onde coincidem motivo e objeto; deve compreender a aprendizagem matemática do professor como motivo; elaborar e propor atividade de ensino a seu aluno é uma ação, que resulta do processo de formação do professor. (Marco, Moura, 2016, p. 28, grifos dos autores).

Outro aspecto da Atividade Orientadora de Formação é a intencionalidade, a qual permite aos docentes envolvidos estabelecerem metas e objetivos voltados à criação das estratégias e possibilidades didáticas que irão compor os seus planejamentos. Em síntese, no caso desta pesquisa, a Atividade Orientadora de Formação é descrita na Figura 12:

Figura 12 – Atividade Orientadora de Formação



Fonte: elaborada pelo autor (2022).

A Atividade Orientadora de Ensino, por meio de ações orientadoras e pelo trabalho coletivo, dirigiu-se, nesta pesquisa, para a compreensão dos nexos conceituais da álgebra e seu processo de ensino, pois a estrutura da “[...] atividade orientadora é a própria gênese do conceito: o problema desencadeador, a busca de ferramentas intelectuais para solucioná-lo, o surgimento das primeiras soluções e a busca de otimização destas soluções” (Moura, 1992, p. 68).

Entende-se que os problemas desencadeadores colocam os sujeitos em busca da essência do conhecimento, de seus nexos conceituais, que são “[...] o elo entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p.96).

Os problemas desencadeadores fundamentam “[...] a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 96).

As atividades de ensino necessitam ser “carregadas de intencionalidade por parte do proponente” (Marco; Moura, 2016, p. 25), neste caso, o pesquisador que organizou, mediou e planejou o curso de formação continuada, buscando criar “[...] estratégias que irão compor o plano de ação daquele que a propõe, pois, sua finalidade maior é o ensino” (Marco; Moura, 2016, p. 25).

Assim, carregado de intencionalidade, desenvolveu-se o curso de formação continuada considerando-se o movimento histórico lógico que evidencia os nexos conceituais do conhecimento algébrico: fluência, movimento, controle de quantidades, variável, campo de variação, linguagem e generalização (Sousa, 2004; Panossian, 2014), sintetizados na subseção 5.2.

Considerando os pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino e da Atividade Orientadora de Formação, foi organizado o curso de formação continuada, que se subdividiu em três módulos.

No primeiro momento (módulo 1), buscou-se conhecer e proporcionar a troca entre os pares (professores-professores e professores-pesquisador), com a apresentação das experiências, expectativas, angústias e aflições acerca da álgebra e seu ensino, em tarefas síncronas e assíncronas. Esse momento foi considerado como formação das participantes:

Além disso, entende-se a troca, o compartilhar informações, experiências e estratégias entre sujeitos como transformadora da ação coletiva em uma atividade individual extremamente produtiva para cada sujeito envolvido no processo, visando promover sua própria formação. (Marco, 2013, p. 319).

Marco (2013, p. 321-322) ainda explica que “[...] compartilhar significados e experiências com o outro constitui um momento muito importante [...], pois pode encaminhar para a resolução do problema coletivamente”; neste caso, o processo de ensino e aprendizagem de álgebra nos Anos Iniciais.

Por meio de encaminhamentos orientadores, as participantes da formação foram convidadas a realizar uma reflexão acerca das suas próprias práticas pedagógicas, explicitando as necessidades e os motivos em relação à álgebra e seu ao ensino, bem como à sua materialização na organização do ensino.

O segundo momento (módulo 2) contou com o desenvolvimento de ações visando desencadear a necessidade, que, no caso desta pesquisa, relaciona-se aos nexos conceituais da álgebra. Essas ações foram organizadas tendo o jogo pega-varetas como situação desencadeadora da aprendizagem.

Essa ação, por sua vez, desencadeou operações, associadas com as condições, ou seja, as formas de realização desta ação, por condições materiais e tecnológicas disponíveis no contexto das tarefas síncronas onde as participantes realizaram o *download* do App do jogo Pega-Varetas em seus celulares para vivenciar o jogo e posteriormente compartilharem nos seus subgrupos suas percepções e considerações sobre o jogo em seu modelo digital.

A escolha do jogo pega-varetas não ocorreu de forma espontânea, mas sim de forma intencional, pois estudos anteriores, como os de Gaspar (2013); Sousa, Panossian, Cedro (2014); Marães, Panossian (2016), entre outros, revelam seu potencial para proporcionar o estabelecimento dos nexos conceituais da álgebra, evidenciados no movimento histórico e lógico.

O jogo e as reflexões sobre ele materializam o que na Atividade Orientadora de Ensino é denominado de Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA) e consideram o movimento histórico e lógico do conceito.

A situação desencadeadora de aprendizagem (SDA) deve contemplar a gênese do conceito, ou seja, a sua essência; ela deve explicitar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico. (Moura *et al.*, 2010, p. 222-223).

Moura *et al.* (2010) explicam que as SDAs podem ser materializadas por meio de diferentes estratégias metodológicas, como, por exemplo, o jogo, situação emergente do cotidiano e história virtual do conceito, que, ao ser conduzido pelas mediações do professor, proporciona ao estudante a possibilidade de reconhecer a essência do conceito.

Com o jogo teve-se a intenção de desencadear, nas participantes, a necessidade de reconhecimento dos nexos conceituais da álgebra, possibilitando-lhes a compreensão da “[...] confluência existente entre o movimento lógico-histórico, ou ainda entre as classes da álgebra que constituem o lógico do histórico da formação de sua linguagem formal” (Sousa, 2018, p. 52).

Com essa organização, esperava-se contribuir para o desenvolvimento das participantes de diferentes regiões do Brasil, a partir de tarefas síncronas e assíncronas compartilhadas.

Com as vivências coletivas e individuais das participantes e a partir dos princípios da Atividade Orientadora de Ensino e da Atividade Orientadora de

Formação, uma vez posta como problema desencadeador das necessidades das professoras a organização do ensino visando ao desenvolvimento e à objetivação dos nexos conceituais da álgebra, organizou-se o último momento do processo formativo (módulo 3).

No último momento, as participantes foram convidadas a apresentar um planejamento de aula tendo como tema central a álgebra e seu ensino para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, levando em consideração os elementos estudados durante o curso de formação continuada ou alguma prática que já realizavam com seus estudantes. Os detalhes de estrutura, forma e conteúdo do curso de formação continuada serão apresentados no próximo item.

6.2.2 O curso de formação continuada

Para delimitação do AVA utilizado na oferta do curso de formação continuada, foram consideradas as ações de estudo do terceiro capítulo. Optou-se por adotar o *Moodle* da UTFPR,⁶⁵ por possuir diferentes recursos interativos, didáticos e tecnológicos, que propiciaram às participantes segurança no acesso e navegação, além do suporte técnico fornecido pela instituição.

O curso foi registrado como ação extensionista na UTFPR, sob o título 'Ensino de Álgebra: é possível nos Anos Iniciais?'. Ocorreu nos meses de maio de junho de 2021, organizado em três módulos. Na realização do curso, as participantes necessitavam desenvolver diferentes tarefas individuais e coletivas, que foram propostas de forma assíncrona e síncrona. Considera-se que tais tarefas compõem o movimento da Atividade Orientadora de Ensino, enquanto ações e/ou operações que revelam a organização do ensino durante o curso de formação.

As tarefas síncronas foram realizadas pela plataforma de webconferência institucional da UTFPR (Google Meet), que possibilitou a gravação de áudio e vídeo, totalizando oito horas e dessezeis minutos (Quadro 6). Cada tarefa síncrona foi nomeada de acordo com a indicação do módulo (1 ao 3) e o número do encontro síncrono em que ocorreu o módulo: por exemplo M1E1, onde: M1: Módulo 1 e E1: Encontro síncrono 1 do módulo 1.

⁶⁵ Mais informações podem ser encontradas em: <https://moodle.utfpr.edu.br>. Acesso em: 4 out. 2022.

Quadro 6 – Tarefas síncronas

Módulo	Tarefas síncronas	Duração	Data das tarefas ⁶⁶
1	M1E1	01:37:23	12/05/2021
	M1E2	02:17:17	19/05/2021
2	M2E1	02:07:49	09/06/2021
3	M3E1	02:13:57	30/06/2021

Fonte: elaborado pelo autor (2022).

No primeiro módulo do AVA, as participantes deparavam-se com a apresentação do curso, o cronograma e o mural de recados, como apresentado na Figura 13:

Figura 13 – Abertura do curso de formação

Fonte: Moodle UTFPR (2021).

Na página inicial, constavam todas as orientações necessárias em relação ao curso, como carga horária, distribuição das tarefas e o convite para participar do grupo de WhatsApp, onde eram repassadas informações pertinentes ao curso, além de um canal de orientação e mediação pedagógica e troca de experiências.

A organização dos módulos no *Moodle* tentou ser clara e objetiva visando facilitar o manuseio e a interação pelas participantes (Figura 14). Cada módulo foi

⁶⁶ Todas as tarefas síncronas ocorreram entre 19h e 21h, durante os meses de maio e junho de 2021.

composto por ícones, que apresentavam em seu escopo imagens, vídeos, fóruns e tarefas.

Figura 14 – Organização do curso em módulos



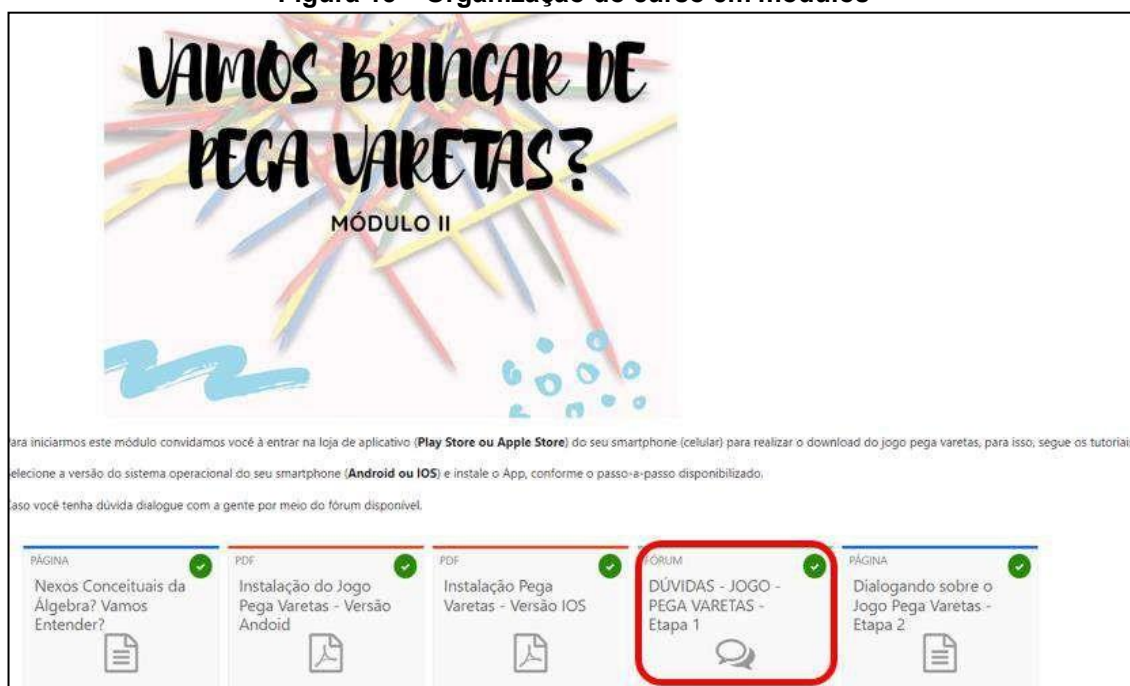
Fonte: Moodle UTFPR (2021).

O primeiro módulo foi constituído pela apresentação, as expectativas e os entendimentos que as participantes traziam consigo acerca da álgebra e de seu ensino para os Anos Iniciais, identificados por diferentes meios semióticos, como: a produção escrita da apresentação; observação e registro da linguagem oral; gestual das interações nas tarefas síncronas.

No segundo módulo, as professoras foram convidadas a planejar uma aula utilizando como recurso o jogo pega-varetas. Com essa ação, esperava-se que as participantes do processo de planejamento, estudo e diálogo identificassem a necessidade dos nexos conceituais da álgebra no processo de organização do ensino.

Para isso, as participantes foram solicitadas a instalar o aplicativo Pick a Wire 2, para o sistema operacional Android, o aplicativo Sticks HD, para sistema operacional IOS (*Iphone Operating System*), e, se sentissem a necessidade, poderiam refletir e apresentar dúvidas ou comentários acerca do jogo na tarefa assíncrona disponibilizada no AVA (Figura 15).

Figura 15 – Organização do curso em módulos



Fonte: Moodle UTFPR (2021).

Organizados em sete grupos, as participantes dialogaram, sintetizaram e enfrentaram tensões até chegar a um consenso coletivo sobre a organização de uma proposta de planejamento envolvendo ensino de álgebra e os possíveis conceitos verificados no jogo pega-varetas, que foram posteriormente apresentados ao coletivo.

Essa ação vem ao encontro do que na Teoria da Objetivação é denominado *labor conjunto*, no qual os sujeitos trabalham em conjunto (coletivo ou subgrupos) na solução de uma determinada tarefa, visando atingir um único objetivo (Radford, 2017).

O mesmo ocorre na Atividade Orientadora de Ensino, em que atividade de ensino-aprendizagem se estrutura de modo a fazer com que os sujeitos envolvidos “[...] interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema” (Moura, 2012, p. 155), que, no caso dos professores, é o planejamento de uma situação usando o jogo pega-varetas para ensinar a álgebra nos Anos Iniciais.

Os diálogos e as sistematizações realizadas pelos subgrupos também foram gravados (Quadro 7) e contaram com a participação do pesquisador como ouvinte, interferindo e sanando dúvidas quando solicitado pelas participantes. Para referenciar as tarefas realizadas nos subgrupos, será adotada a nomenclatura: M2S1, em que: M2 = módulo 2 e S1 = subgrupo 1.

Quadro 7 – Tarefas realizadas nos subgrupos

Módulo	Tarefas síncronas	Quantidade de integrante	Duração	Data da tarefa do subgrupo
2	M2S1	4	01:38:58	24/05/2021
	M2S2	2	01:03:30	24/05/2021
	M2S3	2	01:35:48	27/05/2021
	M2S4	2	00:23:30	01/06/2021
	M2S5	4	00:56:41	01/06/2021
	M2S6	3	01:01:25	02/06/2021
	M2S7	3	01:22:49	02/06/2021

Fonte: elaborado pelo autor (2022).

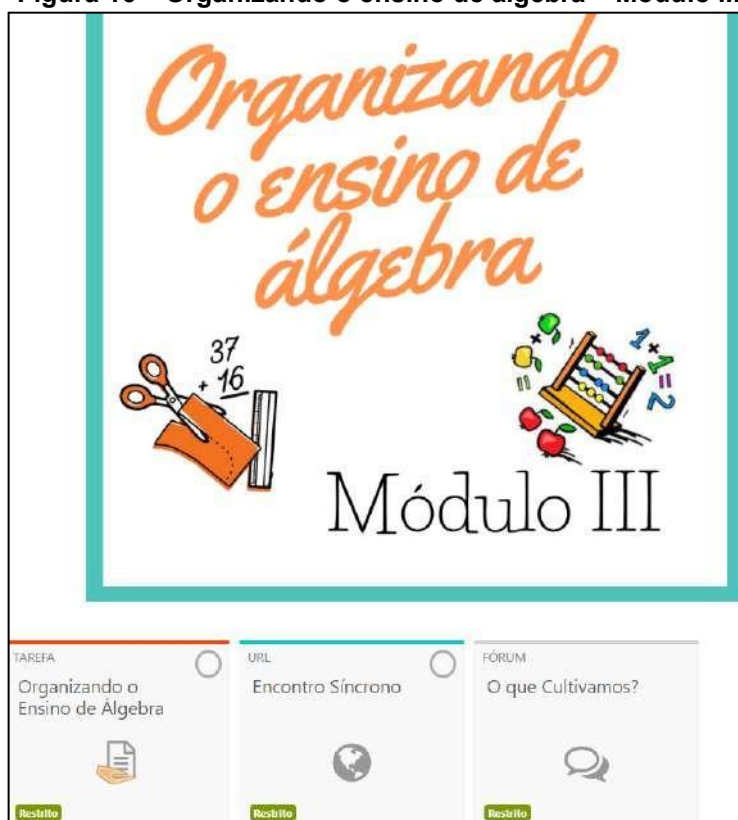
A organização de subgrupo e do coletivo foi intencionalmente estruturada, pois tem-se o entendimento de que o processo de objetivação da cultura historicamente produzida decorre das ações desenvolvidas dos sujeitos com seus pares, bem como das sínteses elaboradas coletivamente.

Também foi elaborada pelo pesquisador, após a tarefa coletiva, uma sistematização do módulo em videoaula,⁶⁷ para apresentar a relação dos nexos conceituais da álgebra com o jogo pega-varetas.

No último módulo (Figura 16), as participantes foram convidadas a realizar uma tarefa em que deveriam entregar o planejamento de uma situação de ensino envolvendo a álgebra para os Anos Iniciais. A situação era de escolha das participantes e poderia ser oriunda de suas práticas pedagógicas, um encaminhamento do livro didático ou outra situação que envolvesse a temática.

⁶⁷ Link para acesso ao material: <https://youtu.be/GLMizCq2QxY>.

Figura 16 – Organizando o ensino de álgebra – Módulo III



Fonte: Moodle UTFPR (2021).

Com base na entrega da tarefa, ocorreu a sistematização da última tarefa síncrona, na qual, a partir dos planejamentos de situações de ensino, o pesquisador orientou as participantes no desenvolvimento de sínteses coletivas referentes aos nexos conceituais que estavam sendo explorados.

Como fechamento do curso, foi proposto às participantes a realização de uma gravação de vídeo de até 2 minutos, para que pudessem apresentar as contribuições do curso para suas práticas pedagógicas.

Nessa ação, as participantes expuseram sua compreensão acerca dos nexos conceituais do conhecimento algébrico durante o percurso formativo. O Quadro 8 apresenta a estrutura, as descrições e as tarefas propostas e executadas nos três módulos, bem como sua relação com a pesquisa:

Quadro 8 – Descrição do curso de formação continuada

(continua)

Módulo 1 – 03/05/2021 até 23/05/2021				
Tarefas desenvolvidas no módulo e duração	Intencionalidade das tarefas para o curso	Objetivo(s) da tarefa para a pesquisa	Ambiente de desenvolvimento	Código da tarefa
1º) Vamos nos conhecer? (até 2h)	- Cada professor apresentou sua escola e município de atuação e expectativas em relação ao curso.	- Conhecer os participantes do processo formativo.	- Tarefa assíncrona no <i>Moodle</i> da UTFPR.	M1F1 ⁽¹⁾
2º) Álgebra nos Anos Iniciais? (até 2h)	- Conhecer a relação dos professores com a álgebra e experiências com o ensino nos Anos Iniciais; - Como os professores entendem a álgebra no seu processo de organização do ensino.	- Em espaço coletivo e por meio de ações orientadas, desencadear a reflexão e a necessidade do conhecimento algébrico para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.	- Tarefa assíncrona no <i>Moodle</i> da UTFPR.	M1F2
3º) Orientações gerais aos participantes (até 2h)	- Apresentação da proposta de doutoramento ao qual o curso está vinculado, bem como, o tempo necessário para realizar as tarefas, proporcionando assim um acolhimento e esclarecimento de possíveis dúvidas; - Manuseio da plataforma.	- Apresentar o Termo de Livre Esclarecimento e sua importância para o desenvolvimento da pesquisa.	- Tarefa síncrona na plataforma <i>Google Meet</i> .	M1E1

Notas: ⁽¹⁾ Para referenciar os segmentos salientes das tarefas assíncronas, será adotada a seguinte nomenclatura: M1F1, onde: M1: Módulo 1; F1: Fórum 1.

Quadro 8 – Descrição do curso de formação continuada

(continuação)

Módulo 1 – 03/05/2021 até 23/05/2021				
4°) Álgebra na BNCC: vamos dialogar? (até 2h)	<ul style="list-style-type: none"> - Cada participante, por meio da tarefa envolvendo sequência apresentada no <i>Moodle</i>, deveria propor uma solução; - O pesquisador gravou um vídeo explicando de forma breve a BNCC e a organização desta no ensino da Matemática, mais precisamente nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. 	<ul style="list-style-type: none"> - Desencadear a necessidade do ensino da álgebra para os Anos Iniciais e esclarecer que este é orientado por um documento regulamentador; - Eliciar possíveis nexos conceituais do conhecimento algébrico considerados para solução da tarefa entregue pelos professores. 	- Tarefa assíncrona no <i>Moodle</i> da UTFPR.	M1T1 ⁽²⁾
5°) Diálogo com os professores de forma síncrona (Até 2h)	<ul style="list-style-type: none"> - Dialogar com os professores sobre as tarefas desenvolvidas; - Estabelecer e conduzir reflexões acerca das tarefas realizadas, visando estabelecer relações associando-as ao conhecimento algébrico. 	<ul style="list-style-type: none"> - Analisar indícios de objetivação dos professores sobre a necessidade do conhecimento algébrico nos Anos Iniciais. 	- Tarefa síncrona na plataforma Google Meet.	M1E2
Carga horária total do Módulo 1: 10 horas.				

Nota: ⁽²⁾ Para referenciar a tarefa, será adotada a seguinte nomenclatura: M2T1, em que: M1: módulo 1; T1: tarefa 1.

Quadro 8 – Descrição do curso de formação continuada

(continuação)

Módulo 2 – 24/05/2021 até 13/06/2021				
Tarefas desenvolvidas no módulo e duração	Intencionalidade das tarefas para o curso	Objetivo(s) da tarefa para a pesquisa	Ambiente de desenvolvimento	Código da tarefa
1º) Instalando o jogo pega-varetas (até 2h)	- Familiarização com o jogo pega-varetas digital, aplicativos: Pick A Wire 2 e Sticks HD.	- Minimizar dúvidas operacionais.	- Tarefa assíncrona no <i>Moodle</i> da UTFPR.	M2F1
2º) Dialogando sobre o Jogo Pega-Varetas (até 3h)	- Organização de uma proposta de ensino em subgrupos, tendo como recurso o jogo pega-varetas.	- Dialogar no coletivo as possibilidades do jogo Pega-Varetas para o ensino de álgebra analisando possíveis objetivações de conhecimento.	- Tarefa síncrona na plataforma <i>Google Meet</i> .	M2E1
3º) Fórum Dúvidas (até 1h)	- Expor dúvidas ao coletivo sobre o processo de instalação e manuseio do jogo pega-varetas.	- Minimizar dificuldades enfrentadas no percurso formativo.	- Tarefa assíncrona no <i>Moodle</i> da UTFPR.	M2F2
4º) Google Drive (até 2h)	- Disponibilizar, por meio de uma pasta do Google Drive, a proposta de organização do ensino elaborada no M2E1.	- Analisar como os professores objetivam os nexos conceituais da álgebra partindo do jogo pega-varetas.	- Tarefa assíncrona no <i>Moodle</i> da UTFPR com as orientações para acesso ao Google Drive.	M2T1
5º) Encontro Síncrono (até 2h)	- Refletindo sobre a organizações do processo e ensino de cada subgrupo desenvolvido no M2E1.	- Reconhecer, por meio das sínteses coletivas, manifestações dos professores sobre os nexos conceituais da álgebra.	- Tarefa síncrona na plataforma <i>Google Meet</i> .	M2E2
Carga horária total do Módulo 2: 10 horas.				

Quadro 8 – Descrição do curso de formação continuada

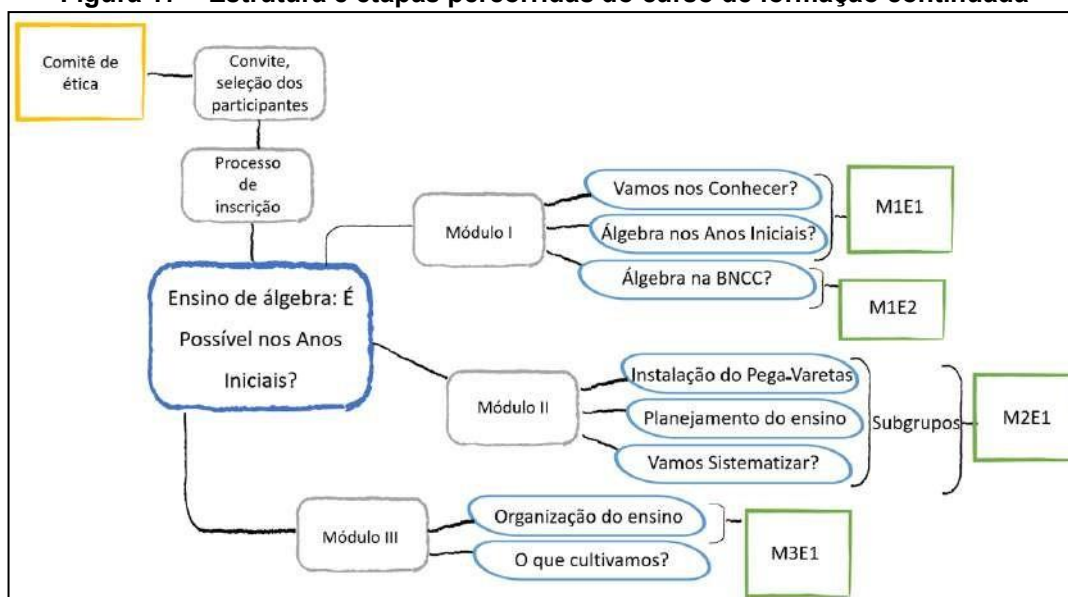
(conclusão)

Módulo 3 – 14/06/2021 até 27/06/2021				
Tarefas desenvolvidas no módulo e duração	Intencionalidade das tarefas para o curso	Objetivo(s) da tarefa para a pesquisa	Ambiente de desenvolvimento	Código da tarefa
1º) Organizando o ensino de álgebra (até 2h)	- Apresentar uma proposta de ensino que esteja contemplando a álgebra e seu ensino.	- Compreender os critérios e os conceitos algébricos considerados pelos professores para o processo de organização do ensino de álgebra; - Identificar como os professores compreendem o processo de ensino na sua prática pedagógica.	- Tarefa assíncrona no <i>Moodle</i> da UTFPR.	M3T1
2º) Encontro síncrono (até 3h)	- Dialogar com os participantes sobre o curso de formação continuada e ouvir suas considerações sobre os possíveis benefícios deste para sua atuação profissional.	- Percepção dos participantes sobre as contribuições do curso de formação continuada para sua atuação profissional; - Sínteses coletivas da organização do ensino entregue pelos professores na M3T1.	- Tarefa síncrona na plataforma <i>Google Meet</i> .	M2E1
3º) O que cultivamos? (até 5h)	- Desenvolver avaliação filmada (vídeo) das contribuições do curso para o processo de organização do ensino de álgebra.	- Analisar as considerações e as objetivações dos professores participantes em relação à álgebra e ao seu ensino para os Anos Iniciais e as contribuições, se assim evidenciadas, para sua atuação profissional.	- Tarefa assíncrona no <i>Moodle</i> da UTFPR.	M3F1
Carga horária total do Módulo 3: 10 Horas.				

Fonte: elaborado pelo autor (2020).

Visando sistematizar e exemplificar a estruturação do curso, na Figura 17, apresentam-se as etapas percorridas para o desenvolvimento da formação e a subdivisão das tarefas nos módulos:

Figura 17 – Estrutura e etapas percorridas do curso de formação continuada



Fonte: elaborada pelo autor (2022).

A seguir, serão caracterizadas as participantes da pesquisa.

6.2.3 Participantes da pesquisa: pesquisador e professoras que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

No curso de formação continuada, considera-se o pesquisador como formador também em formação, haja vista a necessidade de desenvolver diferentes ações de estudo para elaboração, sistematização das tarefas, bem como delimitar o olhar teórico e metodológico para conduzir o processo formativo.

As demais participantes eram professoras que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em diferentes estados do Brasil, que tiveram conhecimento do curso a partir da divulgação em grupos de professores do Facebook.

As ações iniciais do curso tinham como objetivo conhecer quem eram as participantes, seus locais de atuação, formação, atuação profissional e suas expectativas com a formação (Quadro 9).

O curso iniciou com 40 participantes, dentre as quais somente 20 concluíram e assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e o Termo de

Consentimento para uso de Imagem e Som (TCUIS) (Apêndice D). Na pesquisa, as participantes concluintes serão chamadas por um pseudônimo desvinculado do seu nome civil.

Dentre as inscritas, 14 professoras não concluíram o curso, limitando-se a realizar a inscrição no *Moodle*, sem fazer nenhuma das tarefas propostas; 5 informaram que, por excesso de trabalho, não conseguiriam dar continuidade à formação; e uma indicou como motivo para desistência a incompatibilidade de horários das tarefas síncronas com sua demanda pessoal e profissional.

Dentre as concluintes do curso, 15 são licenciadas em Pedagogia, uma licenciada em Matemática e Pedagogia, duas são licenciadas em Letras/Português e Pedagogia, uma não informou sua formação e a outra somente explicou que possui duas pós-graduação e, na ocasião, era mestranda, mas sem informar sua formação inicial.

Partindo da leitura do Quadro 9, as expectativas das participantes evidenciam que elas se inscreveram com o intuito de se aproximar da álgebra e de seu ensino, pois, muitas deparam-se, em seu fazer pedagógico, com a necessidade de ensinar a unidade temática de álgebra para os estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Contudo, em muitos momentos, não têm claro qual é a essência desse conhecimento ou até mesmo como seria possível desenvolvê-lo em seus planejamentos.

Outro aspecto a ser observado, no que concerne à escolha em participar do curso de formação, refere-se à dificuldade que as docentes possuem com o conhecimento matemático de forma geral.

Essa dificuldade pôde ser percebida na participante Adriana, que mencionou que as dificuldades na aprendizagem da matemática a acompanham desde que era estudante, contudo, atuando na docência, ainda que a dificuldade persista, consegue perceber as múltiplas possibilidades no ensino da matemática.

Quadro 9 – Descrição, formação, atuação e expectativa das participantes

(continua)

Participante	Formação	Atuação	Expectativas (M1F1)
Joana	Licenciada em Matemática e Pedagogia.	<i>Atuo na Rede Municipal de Ensino de Curitiba e esse ano tenho um quinto ano de manhã e um quarto ano a tarde.</i>	<i>Espero muitas trocas e aprendizagens sobre a álgebra nos Anos Iniciais.</i>
Maria	Não declarou.	<i>Professora da rede municipal de ensino de Curitiba desde 2014, gosto muito da matemática e da temática formação de professores.</i>	<i>O tema “Ensino de Álgebra: é possível nos anos iniciais?” me chamou muito atenção porque em sala de aula encontramos diversas dificuldades no ensino da matemática. Estou muito curiosa por essa possibilidade!</i>
Patrícia	Licenciada em Pedagogia.	<i>Tenho 14 anos de experiência como professora regente em Educação Infantil e Ensino Fundamental I, com mais ênfase na faixa etária da alfabetização e letramento. Atualmente, não estou em sala de aula, mas já trabalhei em diferentes escolas particulares e já tive a experiência como docente na Rede Municipal de Educação de Curitiba.</i>	<i>Neste percurso formativo, tenho a expectativa de acurar minhas compreensões acerca do ensino da álgebra nos Anos Iniciais, agregando conhecimentos e ampliando minha rede de possibilidades.</i>
Flávia	<i>Graduada em Pedagogia e Português, guardo o desejo de ainda me graduar em matemática.</i>	<i>Atualmente, atuo como formadora de professores das turmas do 1º aos 3º anos.</i>	<i>Minha expectativa é aprender bastante com este curso, por meio das leituras e das interações com os colegas e tutores.</i>

Quadro 9 – Descrição, formação, atuação e expectativa das participantes

(continuação)

Participante	Formação	Atuação	Expectativas (M1F1)
Marcela	<i>Sou psicopedagoga, especialista em EAD e novas tecnologias, educação especial e mestranda na área de intervenção psicológica na educação.</i>	<i>No momento, atuo no Ensino Fundamental do município de Pinhais, com Educação Especial e EJA.</i>	<i>Estou muito feliz em ter conseguido participar deste curso, pois ouvi muitos pontos positivos por quem o fez em 2019.⁶⁸ A álgebra, além de estar inserida na BNCC, está contida em nossa Proposta Pedagógica do município, de forma interdisciplinar, na área do conhecimento das Tecnologias Digitais. Conhecimento nunca é demais!</i>
Adriana	<i>Formada em Pedagogia pela Universidade Federal de Pelotas. Possuo especialização em Educação Especial, Psicopedagogia e Gestão Escolar.</i>	<i>Atuo como professora regente de uma turma de 3º ano do CEI Eva da Silva, Rede Municipal de Curitiba. Além disso, também sou pedagoga da Educação Especial no município de Pinhais, principalmente na realização de avaliações psicoeducacionais com crianças da Rede que apresentam dificuldades de aprendizagem.</i>	<i>Para mim, a matemática sempre foi um desafio. Como aluna, esta foi uma das disciplinas em que tive mais dificuldade. Como professora, vejo o ensino da matemática ainda com olhos de dificuldade. Minha inscrição neste curso se deu para revisar conceitos, aprender coisas novas e evoluir como profissional. Agradeço a oportunidade.</i>
Helisa	Licenciada em Pedagogia.	<i>Atuo como professora em Curitiba, como professora de 2º ano, e também no município de Pinhais, com uma turma de 3º ano – Ensino Fundamental I.</i>	<i>A expectativa sobre o curso é aprender mais sobre as práticas no ensino de álgebra, de forma que o ensino seja mais significativo e efetivo para os estudantes. Espero que sejam momentos de bastante aprendizado.</i>
Helenise	Licenciatura em Pedagogia.	<i>Atuo na Rede Municipal de Ensino de Curitiba (Escola Municipal Margarida Orso Dallagassa) e de São José dos Pinhais (Escola Municipal Prof.^a Ezaltina Camargo Meiga), com turmas do 4º e do 5º ano do Ensino Fundamental.</i>	<i>Espero que, neste curso, possamos trocar ideias, não só teóricas mas também as experiências práticas, o que enriquece muito nosso trabalho. Particularmente, possuo dificuldades ao trabalhar alguns conteúdos matemáticos com os alunos e, por esse motivo, busco aperfeiçoamento na área.</i>

⁶⁸ Trata-se de uma ação extensionista realizada pela Universidade Estadual de Maringá (UEM), que ocorreu de forma síncrona. Mais informações podem ser encontradas em: <https://www.even3.com.br/genteeopm/>. Acesso em: 17 out. 2023.

Quadro 9 – Descrição, formação, atuação e expectativa das participantes

(continuação)

Participante	Formação	Atuação	Expectativas (M1F1)
Tainá	Graduada em Pedagogia e mestranda em Educação em Ciências e Matemática.	<i>Sou professora da Rede Municipal há 9 anos, trabalhando principalmente no ciclo I do Ensino Fundamental.</i>	<i>Com esta formação, espero conhecer um pouco mais sobre o trabalho com a álgebra nos Anos Iniciais, além adquirir ferramentas que me auxiliem em práticas envolvendo essa temática em sala.</i>
Camila	<i>Formada em Pedagogia pela UFPR, tenho pós-graduação em Literatura Infantil, Ensino Lúdico e Educação Especial. Estou cursando uma disciplina isolada na UFPR neste momento.</i>	<i>Sou professora na Rede Municipal de Ensino de Curitiba, na qual atuo com o Ensino Religioso para o 5º ano. Também leciono em Pinhais, onde sou professora, atuando, neste momento, com o ensino remoto para a Educação Infantil e 1º ano, como professora de áreas, mas também lecionando as demais disciplinas (nova organização contendo três professoras neste grupo).</i>	<i>Minha expectativa em relação a este curso é expandir meus conhecimentos ao trabalhar com o ensino da Matemática nos Anos Iniciais, a fim de aprimorar minha prática pedagógica no que tange ao ensino prático e lúdico em sala de aula e, quem sabe, também nesse período, de forma remota, já que possuímos bastante desafios, principalmente com a alfabetização. Espero obter esclarecimentos acerca do ensino de Álgebra nos anos mais importantes de aprendizado na vida de um educando.</i>
Valquiria	<i>Formada em Pedagogia pela UFPR. Tenho duas pós: Alfabetização e Linguagem / Gestão Escolar. Estou fazendo outra pós em Educação Especial e Inclusiva.</i>	<i>Atualmente, sou professora do 2º ano do Ensino Fundamental.</i>	<i>Com esta formação, pretendo aprender mais sobre o Ensino de Álgebra.</i>
Lurde	Licenciatura em Pedagogia.	<i>Professora da Rede Municipal de Ensino de Brejo Santo, no Ceará. Atualmente, estou como formadora de matemática das turmas do 4º e do 5º ano do Ensino Fundamental.</i>	<i>Espero, através desse curso, aprender novas estratégias de como trabalhar álgebra nas turmas do Ensino Fundamental, visto que ainda temos muitas dificuldades nesse trabalho.</i>

Quadro 9 – Descrição, formação, atuação e expectativa das participantes

(continuação)

Participante	Formação	Atuação	Expectativas (M1F1)
Mariela	Licenciatura em Pedagogia.	<i>Atualmente, trabalho com os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, no município de Lagoa de Pedras.</i>	<i>Estou muito feliz pela oportunidade de participar deste curso. É muito importante, como profissional da educação, procurar sempre novos conhecimentos, pois, além de contribuir para o nosso aprendizado, melhora a nossa prática pedagógica em sala de aula. Por isso, agradeço muito pela oportunidade. Quero aprender bastante e colocar em prática os conhecimentos adquiridos ao longo do curso.</i>
Caylyne	Licenciatura em Pedagogia.	<i>Trabalho no Centro de Atendimento Especializado às Deficiências Sensoriais Helen Keller, atuo com educandos do 1º e do 5º ano.</i>	<i>O objetivo da participação no curso é buscar qualificação profissional continuada.</i>
Luciane	Licenciatura em Pedagogia.	<i>Responsável pela Seção de Apoio Pedagógico das turmas de 3º, 4º e 5º ano da Secretaria Municipal de Educação.</i>	<i>Acredito que este percurso formativo poderá auxiliar o desenvolvimento de formações continuadas com os profissionais que atuam em nossa rede de ensino.</i>
Deise	Licenciatura em Pedagogia.	<i>Trabalho em uma escola municipal em Pinhais pela manhã, com uma turma de 4º ano do Ensino Fundamental I. À tarde, sou professora também em uma escola municipal na Prefeitura de Curitiba, em uma turma de 3º ano - Ciclo I de alfabetização.</i>	<i>Espero que o curso me traga muito conhecimento e com isso enriqueça minha prática, para que consiga, cada vez mais, contribuir na formação de meus estudantes.</i>

Quadro 9 – Descrição, formação, atuação e expectativa das participantes

(conclusão)

Participante	Formação	Atuação	Expectativas (M1F1)
Eliane	Cursei magistério, Letras/Português e Pedagogia. Tenho pós-graduação em Gestão Escolar e Psicomotricidade.	Sou professora e pedagoga da Educação de Pinhais e, atualmente estou, na Secretaria de Educação de Pinhais, trabalhando com as formações e apoio aos profissionais de área (Ciências, Educação Física, Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação, Arte e Ensino Religioso).	Estou muito feliz em ter conseguido participar deste curso, pois ouvi muitos pontos positivos por quem o fez em 2019. ⁶⁹ A álgebra, além de estar inserida na BNCC, está contida em nossa Proposta Pedagógica do município, de forma interdisciplinar, na área do conhecimento das Tecnologias Digitais. Conhecimento nunca é demais!
Rose	Licenciatura em Pedagogia.	Atuo com a Educação Infantil na pré-escola.	Minha expectativa para este percurso formativo é melhorar a minha atuação no ensino da matemática e compreender melhor como abordar este assunto tão importante.
Denise	Licenciatura em Pedagogia.	Trabalho com turmas de 1º e de 2º ano, etapas 1 e 2.	Minhas expectativas para o curso são das melhores. Aprender é necessário e prazeroso, ainda mais falando de matemática, que é vista com certa desconfiança. Que venham novos conhecimentos e aprendizagens.
Luci	Licenciatura em Pedagogia.	Atuo como professora no município de Pinhais, com duas turmas de 3º ano, Ensino Fundamental I.	As expectativas sobre o curso são as melhores possíveis. Espero ampliar meu conhecimento específico na área de matemática, tornando minha prática junto aos alunos mais eficiente e significativa.

Fonte: elaborado pelo autor (2021).

⁶⁹ Trata-se de uma ação extensionista realizada pela UEM, que ocorreu de forma síncrona. Mais informações podem ser encontradas em: <https://www.even3.com.br/genteeopm/>. Acesso em: 17 out. 2023.

Os professores também apontaram a necessidade da formação, no que concerne à álgebra e ao seu ensino, originada com a BNCC (Elaine e Marcela), que apresenta a álgebra como uma unidade temática desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

A organização e a execução do curso passaram por diferentes limitações considerando as condições acarretadas pela Covid-19, que interferiu diretamente no processo de constituição dos dados e na análise dos indícios da objetivação do conhecimento algébrico. Dentre as limitações encontradas, destacam-se:

- A ausência dos recursos tecnológicos e/ou a forma de uso dos recursos tecnológicos que proporcionassem e captassem a totalidade da interação entre pesquisador e participantes;
- A permanência das câmeras fechadas de participantes durante a captura dos meios semióticos;
- A participação limitada das professoras participantes nas tarefas propostas;
- o curto prazo de duração do curso, para que ocorresse a efetiva tomada de consciência acerca do conhecimento algébrico, motivo pelo qual se refere, em diversos momentos da pesquisa, a indícios da tomada de consciência;
- A captura parcial ou limitada de meios semióticos, como os gestos, que tenham ocorrido fora do campo de gravação;
- O tempo reduzido das participantes para dedicar-se à formação, pelas condições acarretadas pela pandemia de Covid-19;
- A dificuldade para a formação dos subgrupos entre os participantes, em função de horários e demandas diferentes;
- Dúvidas em relação à confiabilidade dos registros escritos pelas professoras participantes, que podem ter sido copiados de *sites* ou registrados por outras pessoas, como, por exemplo, as expectativas das participantes Marcela e Eliane, apresentadas no Quadro 9, que são 'idênticas'.

Essas limitações são aspectos da formação continuada e, conseqüentemente, da pesquisa, interferindo diretamente no processo de análise objetivado pelo pesquisador, que também se encontrava em formação.

6.3 Produto Educacional

As produções nos Programas de Mestrado e Doutorado Profissionais no Ensino de Matemática vêm apresentando um aumento considerável nos últimos anos. Como norma da Capes, os discentes desses programas precisam apresentar, nas suas defesas, além da dissertação ou tese, o Produto Educacional.

Moreira (2004, p. 134) explica que esse tipo de produto educacional visa proporcionar “[...] melhoria do ensino na área específica, sugerindo-se fortemente que, em forma e conteúdo, este trabalho se constitua em material que possa ser utilizado por outros profissionais”.

Nas pesquisas desenvolvidas “[...] na modalidade Profissional, diferentemente da modalidade Acadêmica, os discentes precisam desenvolver um Produto/Processo Educacional (PE) que necessita ser aplicado em um contexto real, podendo ter diferentes formatos” (Rizzatti *et al.*, 2020, p.2). Silva e Sousa (2010, p.2) entendem que o Produto Educacional

[...] está ligado ao que se diz respeito às metodologias de aplicação em sala de aula, de recursos didáticos já prontos, ao processo de adaptação de materiais para esta aplicação, ao planejamento de currículo, ou seja, tudo que possa vir a ter influência direta na prática do professor em sala de aula.

Uma de suas finalidades é desenvolver, de algum modo, estratégias ou metodologias de ensino diversificadas, abordando um determinado conteúdo, um aplicativo, um AVA, enfim, um processo ou produto de finalidade educacional que implemente em condições reais a sala de aula ou espaço não formais ou informais de ensino, relatando os resultados de seus estudos contribuindo com as práticas pedagógicas dos profissionais da educação atuantes.

Os Produtos Educacionais podem se materializar de maneira multimodal, isto é, como material didático/instrucional, curso de formação profissional, tecnologia social, *software*/aplicativo, eventos organizados, relatório técnico, acervo ou curadoria, produtos de comunicação, manual/protocolo e carta, mapa ou similar (Rizzatti *et al.*, 2020).

Adotou-se como proposta de produto educacional, no caso desta pesquisa, o desenvolvimento de material didático/instrucional sobre o ensino de álgebra nos Anos Iniciais, constituído por meio dos resultados e das análises obtidas durante a elaboração e aplicação do curso de formação continuada desenvolvido com

professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Por material didático instrucional, entendem-se as

Propostas de ensino, envolvendo sugestões de experimentos e outras atividades práticas, sequências didáticas, propostas de intervenção, roteiros de oficinas; material textual, como manuais, guias, textos de apoio, artigos em revistas técnicas ou de divulgação, livros didáticos e paradidáticos, histórias em quadrinhos e similares, dicionários; mídias educacionais, como vídeos, simulações, animações, videoaulas, experimentos virtuais e áudios; objetos de aprendizagem; ambientes de aprendizagem; páginas de internet e blogs; jogos educacionais de mesa ou virtuais, e afins; entre outros. (Brasil, 2022, p.9).

O Produto Educacional desta pesquisa pode ser enquadrado como material didático instrucional orientador para a formação de professores, tendo como conteúdo, de forma textual e audiovisual, o ensino de álgebra e a apresentação de nexos conceituais da álgebra.

A organização pauta-se sobretudo na base teórica e metodológica adotada, ou seja, na Atividade Orientadora de Ensino para constituição do curso de formação e a Teoria da Objetivação como lentes teóricas para análise dos dados de pesquisa constituídos no curso 'Ensino de Álgebra: é possível nos Anos Iniciais?'

O curso ofertado integrou tarefas síncronas e assíncronas, contudo o Produto Educacional proposto pode ser aplicado tanto em um AVA quanto de modo presencial.

O Produto Educacional recebeu o título *O ensino de álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta para a formação continuada de professores* e atende aos cinco critérios da Capes para elaboração de um produto vinculado a um Programa de Pós-Graduação Profissional, a saber:

1. Aderência (critério obrigatório): O critério aderência se faz obrigatório para a validação de uma produção para o Programa de Pós-Graduação - PPG em avaliação, visto que os produtos deverão apresentar origens nas atividades oriundas das linhas de pesquisas/atuação e projetos vinculados a estas linhas.
2. Impacto: A avaliação deste critério está relacionada com as mudanças causadas pelo produto Técnico e Tecnológico no ambiente em que o mesmo está inserido. Para avaliar tal critério é importante entender o motivo de sua criação, onde a questão do demandante se torna de grande relevância, e também deve estar claro qual o foco de aplicação do produto, permitindo assim avaliar em qual(is) área(s) as mudanças poderão ser percebidas.
3. Aplicabilidade: O critério aplicabilidade faz referência à facilidade com que se pode empregar o Produto a fim de atingir os objetivos específicos para os quais foi desenvolvida. Entende-se que uma produção que possua uma alta aplicabilidade, apresentará uma abrangência elevada, ou que poderá ser potencialmente elevada, incluindo possibilidades de replicabilidade como produção técnica.

4. Inovação: O conceito de inovação é muito amplo, mas em linhas gerais, pode-se definir como a ação ou ato de inovar, podendo ser uma modificação de algo já existente ou a criação de algo novo.
5. Complexidade: Pode ser entendida como uma propriedade associada à diversidade de atores, relações e conhecimentos necessários à elaboração e ao desenvolvimento de produtos técnico-tecnológicos. (Brasil, 2019b, p. 22-25).

Os cinco critérios foram atendidos, visto que, inicialmente, o material está relacionado ao ensino da matemática (álgebra e seu ensino) nos Anos Iniciais e a formação de professores, portanto respeita o primeiro critério obrigatório de aderência à área e linha de pesquisa.

Com relação ao critério de impacto, destaca-se que o produto contribui com o processo de organização do ensino, o qual vem sendo transformado por diversas mudanças nas políticas educacionais, em especial a promulgação da BNCC, que estabeleceu a obrigatoriedade da álgebra e de seu ensino desde o primeiro ano do Ensino Fundamental, uma novidade para os professores atuantes nesse segmento, haja vista que este conhecimento não fez parte de sua formação inicial.

Com base no terceiro critério da Capes – a aplicabilidade –, pensou-se na possibilidade de o Produto Educacional vir a proporcionar a disseminação de uma proposta de formação inspirada na experiência vivenciada nesta pesquisa por professoras que ensinam matemática nos Anos Iniciais, a fim de que possa compor material a ser utilizado em outros processos formativos.

No Produto Educacional, o quarto critério – inovação – materializou-se por meio de propostas interativas, *hiperlinks* e *hipermídias*.⁷⁰ Além disso, a inovação também pode ser observada na necessidade de se evidenciar a álgebra e seu ensino no contexto dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

O último critério – complexidade – apresenta-se no Produto Educacional sobretudo pela adoção teórica da Teoria da Objetivação, bem como pela perspectiva de apresentar, de forma clara e objetiva, elementos teóricos e práticos no que concerne ao processo de formação continuada de professores, de modo que seja possível aplicá-lo em diferentes contextos com base no olhar do pesquisador.

O Produto Educacional foi organizado em capítulos. Na introdução, são apresentadas as necessidades e condições em que a pesquisa ocorreu, explicitando-se ao leitor o elo do Produto Educacional com a tese. A apresentação inicial conta

⁷⁰ Compreende-se por *hipermídias* a leitura não linear, ou seja, que contém imagens, sons, textos e vídeos como elementos do hipertexto.

com vídeos, *hiperlinks* e elementos visuais que têm por objetivo facilitar e dinamizar a leitura e o entendimento do leitor.

O segundo capítulo, denominado *Nexos conceituais da álgebra*, foi organizado com a intenção de situar o leitor em relação às bases teóricas e metodológicas que sustentam o processo formativo e a pesquisa. Para tanto, são apresentados textos que sustentaram os estudos. No decorrer das descrições, foram inseridas indicações com *hiperlinks*, os quais o leitor poderá acessar para se aprofundar nos estudos, pois busca-se fazer que esse produto como um todo “[...] possa efetivamente oportunizar momentos de debates e transformações na Educação Básica” (Rizzatti *et al.*, 2020, p.14) no que concerne à álgebra e ao seu ensino nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

O terceiro capítulo do Produto Educacional, *O curso de formação continuada*, foi organizado de modo a mostrar ao leitor como ocorreram a condução e a caracterização do público que participou da formação, com a inserção de *hiperlinks*, vídeos e *podcast* elaborados pelo pesquisador.

No quarto capítulo, intitulado *O jogo pega-varetas: uma situação desencadeadora de aprendizagem*, buscou-se situar o leitor acerca da importância das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem, com base na Atividade Orientadora de Ensino, para o processo de ensino e aprendizagem dos nexos conceituais da álgebra. Após esse olhar teórico, o jogo pega-varetas foi utilizado pelo pesquisador para discutir os nexos conceituais da álgebra.

A organização do produto educacional foi guiada pelos nexos conceituais da álgebra, visando propor ao leitor uma possibilidade de organização didática para o desenvolvimento de uma formação continuada, seguindo como pressuposto teórico o movimento histórico e lógico do conhecimento.

Essa ação foi considerada como premissa para estruturação do produto, visando à consecução do objetivo da pesquisa de analisar indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra em professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental durante um curso de formação continuada organizado em um AVA.

Quadro 10 – Estrutura do Produto Educacional (PE)

Capítulos	Objetivos da pesquisa	Objetivos para formação do leitor
<i>Introdução</i>	Apresentação da proposta, da origem do Produto Educacional e de sua vinculação no âmbito educacional.	Apresentar a demanda que gera a questão de pesquisa.
<i>Nexos conceituais da álgebra</i>	Situar as concepções teóricas e metodológicas adotadas, que nortearam a estruturação do curso de formação continuada.	Contextualizar as bases teóricas e metodológicas que poderão ser utilizadas como fonte para condução do curso, respeitando as condições sob as quais o curso será ofertado.
<i>O curso de formação continuada</i>	Apresentar as estratégias de condução na formação desenvolvida, que despertaram nas participantes a necessidade de se apropriar do conhecimento algébrico.	Apresentar o modo como poderá ser realizado o desencadeamento das necessidades das participantes no que concerne à oferta do curso de formação, seja este ofertado em âmbito presencial ou <i>online</i> .
<i>O jogo pega-varetas: uma situação desencadeadora de aprendizagem</i>	Apresentação de recurso e proposta didática que possibilite o ensino de álgebra, partindo de aspectos lúdicos e de uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem.	Evidenciar como o jogo Pega-Varetas poderá ser tomado como possibilidade para o ensino de álgebra nos Anos Iniciais considerando os nexos conceituais da álgebra.
<i>Encontros síncronos e o desenvolvimento do conhecimento algébrico</i>	Elucidar como ocorreram as sínteses coletivas e retomar o processo formativo.	Apresentar a importância de se conhecer os entendimentos das participantes do curso de formação sobre os nexos conceituais da álgebra, bem como as sínteses coletivas que podem ser organizadas em um curso de formação continuada, seja ele presencial ou <i>online</i> .
<i>Não para concluir, mas para abrir possibilidades!</i>	Apresentar as sínteses da pesquisa.	Evidenciar a necessidade da formação continuada no que concerne à álgebra e seu ensino para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A estruturação do Produto Educacional seguiu os princípios e os elementos adotados para elaboração do curso de formação continuada, que serviu de base para a constituição dos dados da pesquisa, cuja metodologia de análise será apresentada na próxima seção.

6.4 Metodologia de análise

Nesta seção, serão apresentadas as lentes teóricas adotadas para realizar a análise dos dados constituídos no processo formativo. A análise é guiada pelos pressupostos da Teoria da Objetivação (Radford, 2014b, 2017a, 2021) e busca, por

meio da organização de categorias gerais e subcategorias, analisar os indícios da objetivação dos nexos conceituais da álgebra.

O processo de análise proposto por Radford (2015) materializa-se em estudos longitudinais em ambientes presenciais, com grupos de alunos e professores, diferentemente desta pesquisa, que se desenvolve em um espaço virtual de aprendizagem, atrelando meios multimodais (linguagem verbal e escrita, símbolos matemáticos, imagens, registro escrito e gestos por exemplo) a diferentes tarefas síncronas e assíncronas, desenvolvidas com grupo de professores em um curto espaço de tempo.

Mesmo apresentando essa distinção (do presencial para o virtual; de grupo de alunos para grupo de professores), o processo de constituição dos dados e sua respectiva análise se baseiam nos pressupostos da Teoria da Objetivação, pois, como mencionado anteriormente, os processos de objetivação são inacabados e intermináveis, “sempre podemos aprender mais” (Radford, 2015, p. 551).

O processo de objetivação é social, portanto realizado com as pessoas “[...] estejam elas presentes ou não, face a face, ou remotamente, virtualmente, ou através da linguagem ou artefatos (livros ou outros elementos culturais mediadores)” (Radford, 2015, p. 551). Esse processo se relaciona com a atividade dos sujeitos, que constitui a unidade de análise da Teoria da Objetivação.

Radford (2015) explica que, em suas pesquisas, procura acompanhar as atividades de sala de aula, buscando identificar as passagens em que os estudantes se tornam progressivamente conscientes dos significados constituídos. A consciência é investigada empiricamente pelo autor, por meio das diferentes ações dos estudantes, sejam elas gestuais, auditivas, sinestésicas, linguísticas ou simbólica de forma geral.

Por esse motivo, esta pesquisa pautou-se na busca, produção e análise das tarefas multimodais dos professores, visando analisar indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra por parte de professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em um curso de formação continuada organizado em AVA.

Para alcançar o objetivo proposto, foram estabelecidas quatro etapas, que conduziram o processo de análise da pesquisa. A primeira etapa consistiu em uma

transcrição ‘grosseira’⁷¹ das tarefas síncronas (vídeos) e assíncronas (fóruns e tarefas), visando selecionar os “segmentos salientes” (Radford, 2015), que se referem aos indícios das aprendizagens que estão sendo procuradas.

Na sequência, esses segmentos foram transcritos, analisados e interpretados de acordo com as três etapas sugeridas por Radford (2015), que são apresentadas na sequência:

- 1) Todas as expressões e ações foram tratadas igualmente, sem considerar contexto e intenção, por exemplo;

Quadro 11 – Modelo de transcrição (etapa 1)

Nomenclatura	Transcrição	Observação
M1F1.1 ⁽¹⁾	Luciane: <i>Acredito que este percurso formativo poderá auxiliar do desenvolvimento de formações continuadas com os profissionais que atuam em nossa rede de ensino.</i>	Luciane, como trabalha na gestão de uma secretaria, busca aperfeiçoar-se para formar seus professores.

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Nota: M1 – Módulo 1, F1 – Fórum 1, 13 – linha de transcrição.

- 2) Após acrescentar duas colunas à direita no Quadro 11 e guiando-se pelos pressupostos da Teoria da Objetivação, os segmentos salientes foram separados em categorias analíticas conceituais emergentes, por exemplo, tipo de gesto e símbolo utilizado. Depois, foram contextualizados com a imagem do ocorrido, contendo o tempo exato e a sua respectiva imagem, quando disponível.

Quadro 12 – Registro dos meios semióticos presentes no segmento saliente (etapa 2)

Modo semiótico			Imagem e tempo do ocorrido
Escrita	Gestual/Ação	Visual	
Registro da conversa do professor com o participante.	–	–	00:18 – 00:30

Fonte: adaptado de Piccini e Martins (2014).

⁷¹ Optou-se por adotar essa expressão porque é a mesma utilizada no processo metodológico de Radford (2015).

- 3) Na última etapa, dá-se andamento ao diálogo na coluna da transcrição, inserindo-se pausas, hesitações verbais, gestos etc.:⁷²

Quadro 13 – Indicação da cadência de diálogo – etapa 3

TRANSCRIÇÃO
<p>Joana: <i>Espero muitas trocas e aprendizagens sobre a álgebra nos Anos Iniciais.</i></p> <p>Pesquisador: <i>Prof.^a, com sua experiência e relação com o processo de ensino e aprendizagem de matemática, você acredita que, na sua práxis pedagógica, você abarca, na organização do ensino, os conhecimentos algébricos?</i></p> <p>Joana: <i>Olá, Prof. Anderson, infelizmente, mesmo tentando algumas coisas, compreendo que não dou conta ainda de organizar o ensino trazendo conhecimentos algébricos. Em algumas situações-problema, percebo que poderia explorar mais, no entanto não sei o que explorar especificamente.</i></p> <p>Pesquisador: <i>Obrigado pelo seu retorno, espero que este curso lhe proporcione diferentes olhares voltados ao processo de organização do ensino de álgebra. Ótimos estudos.</i></p>

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Na última etapa, encontram-se os segmentos salientes organizado em planilhas de Excel, contendo as transcrições, a observação e os modos semióticos (Quadro 14):

Quadro 14 – Planilha completa de transcrição dos segmentos salientes – etapa 4

Nome	Transcrição	Observação	Modos semióticos	Imagem e tempo ocorrido
M1F1.15	<p>Ana: <i>Espero muitas trocas e aprendizagens sobre a álgebra nos Anos Iniciais.</i></p> <p>Pesquisador: <i>Prof.^a, com sua experiência e relação com o processo de ensino e aprendizagem de matemática, você acredita que, na sua práxis pedagógica, você abarca, na organização do ensino, os conhecimentos algébricos?</i></p>	Conversa entre o pesquisador e a participante Joana.	Registro escrito.	

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A análise dos segmentos salientes selecionados será apresentada a partir das orientações oferecidas pela Teoria da Objetivação. Para Radford (2015), as pesquisas que abarcam em seu corpo essa fundamentação teórica devem buscar produzir as evidências de aprendizagem, ao investigarem a maneira pela qual os sujeitos encontram formas culturalmente constituídas de pensar, agir, perceber, imaginar e simbolizar. Esse processo se torna possível quando mediado pela ferramenta metodológica do nó semiótico, que foi apresentada no quarto capítulo.

⁷² Radford (2015) indica o *software* NVivo para auxiliar no processo de análise, contudo não foi possível utilizá-lo nesta pesquisa.

O processo interpretativo dos dados transcritos é apresentado como uma possibilidade, pois é impossível realizar a 'leitura' dos pensamentos e das intenções das participantes ao se posicionarem no segmento saliente selecionado.

Na transcrição dos segmentos salientes, o pesquisador realizou a correção de alguns vícios de linguagem (tô/estou e pra/para, por exemplo), mas sem que ocorresse alteração no sentido da fala. Também foi inserindo o encadeamento da pontuação na escrita conforme as normas gramaticais.

Nesse caminhar, compreende-se que o conteúdo da consciência emerge da natureza semiótica, assim, nos segmentos salientes, são relatadas aquelas passagens voltadas à aprendizagem da álgebra pelos professores que guardam relação com a consciência, pois, como afirma Vigotski (2001), consciência individual é apenas um caso particular da consciência social. Leontiev (1978), partindo dessa compreensão, explicitou que a substância da consciência é a atividade, que, por sua vez, é compreendida por Radford (2017) como centro de análise da Teoria da Objetivação.

Pautando-se nos elementos da Teoria da Objetivação e no entendimento que ocorre durante a interação entre as diferentes modalidades sensoriais e por meio de vários signos, que possibilitam a objetivação a partir desta compreensão, no Quadro 15, resumidamente, buscou-se extrair os elementos orientadores denominados de categorias e subcategorias, que constituem as análises.

Outro elemento que é necessário considerar na Teoria da Objetivação refere-se aos processos de subjetivação que não foram elencados na categoria de análise. Esse conceito não está sendo negado na pesquisa, pois compreende-se que os processos de subjetivação e objetivação andam interligados, contudo esses termos são considerados distintos "por uma questão de conveniência metodológica" (Radford, 2021, p. 235).

Nesse sentido, considerando objetivo da pesquisa, que se ancora nos processos de objetivação dos nexos conceituais da álgebra, os processos de subjetivação serão tratados e considerados como tangenciais ao processo de análise dos dados constituídos.

É importante esclarecer que, no processo de análise, foram realizadas interpretações conforme os fundamentos teóricos adotados pelo pesquisador, com o objetivo de reconhecer as reais intenções apresentadas pelas participantes, contudo

não há como garantir que as falas tenham o sentido que lhes atribui esta pesquisa, pois não é possível ler o pensamento nem saber das reais intenções das participantes no momento da tarefa síncrona ou assíncrona.

7 INDÍCIOS DE OBJETIVAÇÃO DOS NEXOS CONCEITUAIS DA ÁLGEBRA

Para começar este capítulo, é importante retomar a questão de pesquisa: como professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental apresentam indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra durante um curso de formação continuada *online*? Como hipótese, cogitou-se que os processos de objetivação dos nexos conceituais da álgebra e seu ensino também se manifestam em ambiente virtual e que os meios semióticos utilizados apresentam vantagens e desvantagens em relação ao ambiente presencial.

O problema e a hipótese estão vinculados à intenção da pesquisa de analisar indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra por parte de professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em um curso de formação continuada organizado em AVA.

Para atingir esse objetivo, desenvolveu-se o curso de formação continuada 'Ensino de Álgebra: é possível nos Anos Iniciais?', que ocorreu entre os meses de maio e junho de 2021, por meio da plataforma Google Meet e do AVA *Moodle*.

Após a conclusão do curso de formação continuada, os dados foram registrados em planilhas, com destaque para os trechos que apresentavam potencial indícios da objetivação dos nexos conceituais da álgebra, denominados de segmentos salientes.

Esses segmentos, no primeiro momento de transcrição, foram tratados todos como idênticos, não sendo separados em categorias ou por descritores específicos.

Após o processo de audição e transcrição, voltou-se aos segmentos selecionados em busca de refinamento, elencando-se aqueles que apresentavam potenciais indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra.

Com o olhar atento, os segmentos foram retomados, com vistas a identificar os padrões existentes, isto é, os elementos recorrentes nas falas e nas ações das participantes. A partir disso, teve início a definição das categorias a que os segmentos poderiam ser atribuídos.

Após a transcrição, os segmentos salientes foram organizados por semelhanças, isto é, por características que os aproximassem do mesmo 'sentido'. Então, após esse cruzamento dos segmentos, foi possível esboçar as categorias de

análises, que passaram por diversas modificações durante o processo de análise, conforme ocorreram os refinamentos de estudo e pesquisa.

Esse processo de organização, repleto de idas e vindas e novos olhares sobre os dados constituídos, não foi executado de forma imediata, portanto demandou a retomada de forma atenta à pesquisa e aos estudos desenvolvidos, para organização do referencial teórico.

Assim, as categorias de análise foram constituídas a partir dos estudos sobre a teoria histórico-cultural, a TO, os nexos conceituais da álgebra e os processos de objetivação e subjetivação do próprio pesquisador sobre os conhecimentos teóricos que embasam a pesquisa. Após revisitações aos segmentos salientes selecionados, considerando-se o objetivo da pesquisa, foram organizadas três categorias de análise.

A primeira categoria geral foi definida como 'indícios da compreensão do conhecimento algébrico pelos professores', que apresenta, em sínteses, as formas como as participantes objetivaram o conhecimento algébrico, evidenciando a compreensão da álgebra como aritmética generalizada, a álgebra como unidade temática da BNCC e os nexos conceituais da álgebra no curso de formação continuada.

A segunda categoria de análise, intitulada 'indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra no processo de ensino', foi subdividida em duas subcategorias: 'aspectos e limitações no processo de organização do ensino' e 'indícios da objetivação dos nexos conceituais da álgebra na organização do ensino'.

Essa categoria foi formulada a partir de indícios das necessidades das participantes acerca do processo de organização do ensino, considerando que a primeira categoria não leva em conta o processo de organização do ensino destacado pelos professores, mesmo que as categorias estejam interligadas diretamente.

A última categoria organizada foi denominada 'Indícios de objetivação do conhecimento algébrico: o caso de Joana e Patrícia' e visa sintetizar as categorias anteriores, evidenciando indícios da objetivação do conhecimento algébrico por parte de duas participantes do curso.

Quadro 15 – Composição das categorias e subcategorias de análises

Categorias	Objetivo	Subcategorias
7.1 Indícios da compreensão do conhecimento algébrico pelos professores.	Identificar a objetivação materializada pelos professores sobre álgebra	7.1.1 Álgebra como aritmética generalizada
		7.1.2 Álgebra como unidade temática da BNCC
		7.1.3 Nexos conceituais da álgebra evidenciados no curso de formação continuada
7.2 Indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra no processo de ensino	Reconhecer indícios da objetivação dos nexos conceituais da álgebra no seu movimento de atualização em relação ao processo de ensino.	7.2.1 Aspectos e limitações no processo de organização do ensino
		7.2.2 Indícios da objetivação dos nexos conceituais da álgebra na organização do ensino
7.3 Indícios de objetivação do conhecimento algébrico: o caso de Joana e Patrícia.	Explicitar o movimento de atualização do saber em conhecimento pelas participantes Joana e Patrícia durante a formação continuada.	-

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Ao término de cada categoria/subcategoria, buscou-se organizar sínteses objetivadas com reflexões, considerações e esquemas associando os segmentos salientes evidenciados e discutidos.

A organização das categorias de análise partiu do olhar atento ao objetivo, ao problema de pesquisa e aos elementos teóricos que possibilitaram a elaboração das categorias e subcategorias, definidas a partir dos segmentos salientes.

Para exemplificar esse movimento de delimitação das categorias e subcategorias de análises, foi elaborada a espiral invertida (Figura 18):

Figura 18 – Espiral invertida de delimitação das categorias e subcategorias de análises

Fonte: elaborado pela autora (2023).

A seguir serão apresentadas, sínteses, considerações e indícios de objetivação analisadas decorrente do curso de formação continuada desenvolvidos com professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais.

7.1 Indícios da compreensão do conhecimento algébrico pelas professoras

Os segmentos salientes selecionados para a composição desta categoria têm por finalidade apresentar indícios da forma como as participantes objetivaram o conhecimento algébrico durante o processo formativo.

Em cada uma das subcategorias, são expostos os segmentos com indícios de situações de tensão, contradição e conflito, pois “[...] uma situação de conflito pode levar à aprendizagem do novo conceito” (Cedro, 2008, p. 112).

O saber algébrico *como tal* não pode ser mostrado em si mesmo. Ele não pode ser visto, tocado ou sentido. Para que o saber seja algo que possa ser percebido ou sentido pela consciência humana, ou seja, para que seja *inteligível*, os indivíduos precisam *fazer* algo. (Radford, 2021, p. 122, grifo do autor).

“Fazer algo”, nesta pesquisa, entende-se como as ações do processo formativo, composto por diferentes tarefas síncronas⁷³ e assíncronas,⁷⁴ as quais, por meio do processo de formação (pesquisador-professores/professores-professores), possibilitaram a delimitação das três subcategorias apresentadas na sequência.

7.1.1 Álgebra como aritmética generalizada

Uma das concepções de álgebra, encontrada em diferentes estudos, refere-se à aritmética generalizada (Kieran, 2004; Kaput; Blanton; Moreno, 2008). Essa concepção, fortemente presente na formação inicial dos professores que ensinam matemática e também na prática pedagógica, influencia a organização do ensino.

Nesse entendimento, a álgebra parte da generalização de procedimentos aritméticos, em que as variáveis são generalizadoras de modelos e o principal objetivo para os estudantes é traduzir e generalizar situações particulares como a seguinte:

⁷³ Encontros síncronos que ocorreram pela plataforma de web conferência Google Meet.

⁷⁴ Fóruns, discussões e entrega de trabalho que ocorreram pelo Moodle UTFPR.

$$\frac{2}{1} = 2, \frac{3}{1} = 3, \dots, \text{logo, } \frac{a}{1} = a. \quad (1)$$

Sousa, Panossian e Cedro (2014) explicam que esse entendimento de álgebra é o mais comum e perdurou por mais de 150 anos na história da álgebra e de seu ensino.

Nos primeiros anos de escolarização, preconiza-se o ensino das noções básicas da matemática, em especial as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), como considera Valquíria (M1F2.14): “*Nos Anos Iniciais trabalhamos muito as quatro operações [...]*”. A ênfase nas relações aritméticas nos Anos Iniciais também pode gerar a compreensão, para os professores, de que a álgebra que se apresenta posteriormente é derivada da generalização destas relações aritméticas.

Conforme Kaput (2008, p. 8), pode-se entender a “[...] *álgebra como estudo das estruturas e sistemas abstraídos a partir do resultado de operações e estabelecimento de relações, incluindo os que surgem na Aritmética (Álgebra como Aritmética generalizada)*”.

As estruturas aritméticas podem construir aspectos gerais, o que implica a análise de expressões aritméticas não em termos numéricos, mas sim em termos da sua forma, ou seja, em $3 + 2 = 2 + 3$, não se enfatiza que ambas representam 5, mas sim que, na adição, a ordem das parcelas não altera o total da soma.

Para Kaput (2008), a generalização acerca das operações e suas propriedades, bem como a forma de raciocinar sobre os números, é o coração da álgebra como aritmética generalizada, entretanto o autor não restringe a álgebra a esse olhar, apresentando outros exemplos, como explorar propriedades das operações com números inteiros; explorar a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades; e resolver expressões numéricas com número desconhecido.

Pode-se reconhecer indícios dessa compreensão da álgebra na participação de Marcela, que explica:

Marcela (M1F2.16): *Álgebra é o ramo da Matemática que generaliza a aritmética. Isso significa que os conceitos e operações provenientes da aritmética (adição, subtração, multiplicação, divisão etc.) serão testados e sua eficácia será comprovada para todos os números pertencentes a determinados conjuntos numéricos.*



No segmento a participante associa a “testagem” de casos particulares para conduzir a generalização algébrica. Para exemplificar, é possível considerar que $0 + 1 = 1$, $0 + 2 = 2$, $0 + 3 = 3$, logo, $0 + x = x$, assim, qualquer número que somado a zero resulta ele mesmo no conjunto dos números reais (R). Entretanto, essa é a compreensão atribuída pelo pesquisador, pois, sente-se uma incompletude na escrita de Marcela.

Na segunda tarefa síncrona (M1E2), os pesquisadores⁷⁵ buscaram estabelecer a diferença entre os conceitos de fórmula e equação, associados às operações, depois de um diálogo gerado a partir do registro de Valquíria na tarefa assíncrona do fórum.

Valquíria (M1F2.14): O que eu entendo por álgebra é o uso das fórmulas (equações) que alia os conjuntos numéricos com as 4 operações básicas.

Considerando a associação de fórmula e equação expressada por Valquíria, foi proposta pelo pesquisador uma reflexão às participantes durante a tarefa síncrona (M1E2). Ao levantar o tema, Marcela posiciona-se corroborando apontando que se encontra limitada a forma de pensar aritmeticamente.

⁷⁵ Está apresentado no plural, pois, foram os momentos que ocorreram as intervenções da orientadora (pesquisador 1) com o orientando (pesquisador).

	Transcrição do segmento saliente	Observação
M1E2.6	<p>1. Pesquisador 1 (00:43:05-00:43:36): <i>Muitas vezes, colocamos que $A = b \times h$, no problema $b = 3$, onde substituímos b por 3, a área é 30 ($A = 30$), substitui a área por 30, fica $30 = 3 \cdot h$, e só falamos para nosso aluno – “Agora você realiza a divisão de 30 por 3”, mas você percebe que estou pedindo para realizar a parte aritmética da generalização? Eu não estou trabalhando com a generalização.</i></p>	<p>Pesquisador 1 busca explicar a fórmula associada à equação que foi apresentada na primeira tarefa síncrona. Na ocasião, as participantes estavam realizando vários questionamentos. Em todas as tarefas síncronas, a pesquisadora 1, participou como ouvinte (exceto subgrupos), nesta situação manifesta-se.</p>  <p>Ao lado esquerdo, pesquisador 1 realiza uma breve intervenção explicando que é comum que, mesmo nos trabalhos com as grandezas, acabe-se focando na resolução aritmética.</p>
	<p>2. Patrícia (00:43:37-00:43:38): <i>Ahã.</i></p>	<p>Ao término da explanação, Patrícia realiza o som movimentando sua cabeça para cima e para baixo, concordando com a explicação da pesquisadora 1.</p>
	<p>3. Marcela (00:43:38-00:44:21): <i>É verdade! [com entusiasmo] [...] Isso que a professora falou é bem importante, eu mesma aprendi a matemática na escola, por isso que eu falei que estou presa na aritmética, tenho conhecimento do pensamento aritmético porque a gente não aprendeu na escola esse pensamento algébrico de pensar “outros modos” ou “outros métodos” para resolver um problema. O que eu sei? Sei que fiz física e matemática na escola e “passei”, tirei notas boas, mas sabia resolver com os números “acertava”, mas eu não sabia por que eu cheguei naquele resultado, o caminho.</i></p>	 <p>Ao lado esquerdo Marcela está com a câmera fechada, pois, no curso utiliza duas telas de computador uma aparecendo sua imagem e a outra somente sua fala.</p>

No segmento, Marcela apresenta indícios de que sua forma de pensar se situa no campo da aritmética, pois sua escolarização foi voltada ao processo de resolução de situações-problema, mas, muitas vezes, ela não compreendia conceitos como as grandezas área, base e altura e suas relações de interdependência, por exemplo.

Kieran (2007, p. 5) explica que a álgebra “[...] não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra [...]”, mas sim uma forma de pensar e estabelecer as generalizações matemáticas.

Patrícia cita um exemplo de abordagem da álgebra no estabelecimento das regularidades e na forma de visualização geométrica da tabuada:

Patrícia (M1F2.9): *Acho que explicar por meio de um exemplo fique mais claro: no ensino da multiplicação essa relação fica bastante evidente, uma vez que é possível (e interessante) realizar a visualização geométrica do algoritmo que ora está expresso em números. Enxergo a álgebra aqui com a regularidade da tabuada da multiplicação.*

Patrícia explica dois aspectos a serem considerados: a visualização geométrica da multiplicação e as regularidades. Entretanto a participante não registra mais detalhes sobre o que considera como visualização geométrica.

Patrícia também considerou as regularidades da multiplicação na tabuada, mas são diversas as possibilidades de regularidades a que a participante pode estar se referindo. Por exemplo: a propriedade comutativa em que a ordem dos fatores não altera o produto, como, por exemplo: $8 \times 2 = 16$, logo, $2 \times 8 = 16$. Outra possibilidade a ser considerada é a adição de parcelas iguais para gerar o próximo resultado da multiplicação, como, por exemplo, na tabuada do 5, soma-se de 5 em 5, ou seja, $1 \times 5 = 5$, logo para obter 2×5 , basta somar 5 ao resultado da multiplicação de 1×5 , portanto $1 \times 5 + 5 = 5 + 5 = 10 = 2 \times 5$. Também é possível considerar a regularidade da proporcionalidade na tabuada, isto é, o resultado da tabuada do 4 é o dobro do resultado da tabuada do 2, a tabuada do 8 é o dobro do resultado da tabuada do 4 por exemplo. Mas não há mais indícios, nos registros de Patrícia, sobre a forma como são reconhecidas essas regularidades.

Ao se considerar a álgebra a partir de padrões geométricos e regularidades aritméticas, não se destaca o reconhecimento das grandezas que posteriormente serão generalizadas. A generalização ocorre pelas características dos números apresentados, e não pela relação entre as grandezas.

Além das regularidades da tabuada, na segunda tarefa assíncrona (M1F2.9), Patrícia acrescenta as “[...] *incógnitas (ex.: $5 + = 8$), desafios de lógica, proporcionalidade, generalizações e, principalmente, a compreensão (o início dela) da linguagem algébrica*”. É possível associar as incógnitas que Patrícia considerou por letra x , reescrevendo-se seu exemplo como $5 + x = 8$.

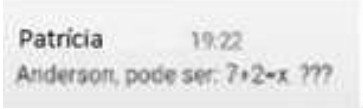
Essa forma de pensamento está associada à substituição da incógnita por um valor que torne a sentença verdadeira. É possível encontrar diferentes situações, na “contextualização” dessas sentenças, em que ocorre a substituição da incógnita x por um objeto qualquer, como uma laranja.

Considerando o mesmo exemplo de Patrícia, tem-se $5 + \text{laranja} = 8$, em que a laranja corresponde ao número 3. Nesse caso, o estudante poderá desenvolver por tentativa, com 1, 2 e 3, até determinar qual número que, somado a 5, resulta em 8, uma resolução aritmética sem a necessidade de reconhecimento da grandeza que está sendo considerada (massa, preço, quantidade, etc.).

Panossian (2021) explica que, em situações como essa, poderia ocorrer a compreensão da grandeza variável x , que também atuaria como o preço ou o quilo, ou mesmo a quantidade de laranjas que determinada pessoa possui, entre outras grandezas, mas, normalmente, isso não ocorre no processo de organização do ensino.

No diálogo com as participantes, Patrícia expõe sua dúvida acerca de outra situação similar ao posicionamento anterior (M1F2.9), na qual o pesquisador explica a importância do reconhecimento das grandezas denominadas de incógnitas na equação:

	Transcrição do segmento saliente	Observação
M1E2.4	Pesquisador (00:27:19-00:27:35): <i>Falamos de alguns elementos da equação, mas ainda não formalizamos esse processo, porque não estou no processo de reconhecimento das grandezas envolvidas. Sempre é necessário reconhecer as grandezas envolvidas, para assim reconhecer uma equação.</i>	Pautando-se nos conceitos apresentados pelas participantes na segunda tarefa assíncrona do Módulo 1 (M1F2), o pesquisador organizou a segunda tarefa síncrona, em busca da compreensão coletiva sobre equação, partindo do reconhecimento das grandezas variáveis.

	Transcrição do segmento saliente	Observação
M1E2.4	Patrícia (00:28:04-00:28:49): <i>Quando a gente escreve $7 + 2 = x$ ou $7 + 2 =$, qualquer maneira parece ter uma incógnita, mesmo que seja de uma maneira aritmética, porque existe uma relação de igualdade. Então, $7 + 2 = q$ pode ser, por exemplo, igual à [pausa] – deixa eu pensar – a $5 + 4$ [risos] e também pode ser igual a 9, seria uma relação de igualdade. Então, pra mim, ainda não enlacei, não me apropriei desse entendimento de que essa sentença simples não pode ser uma equação, não entendi ali.</i>	<p>Durante a fala do pesquisador, Patrícia questiona, no <i>chat</i>, se seu exemplo poderia ser considerado uma equação:</p>  <p>Após o questionamento, abre seu microfone e expõe seu posicionamento.</p>

Para Patrícia, o pensamento algébrico está associado ao processo de determinar um valor desconhecido, o estabelecimento das relações de igualdade, que 7 poderá ser $5 + 2 = 8 - 7 = 6 + 1 = 3 + 4$. Seu entendimento associa-se ao estabelecimento de operações que podem ser realizadas para determinar um valor equivalente.

Neste contexto, o fundamento em relação a igualdade está associado ao equilíbrio, que independente da operação que será realizada, precisa-se garantir o equilíbrio entre os lados da igualdade.

Patrícia ao final do segmento M1E2.4 se posiciona: “não me apropriei desse entendimento de que essa sentença simples [*refere-se ao seu exemplo $7 + 2 = x$*] não possa ser uma equação não entendi”. Esse posicionamento decorre do modo como o ensino deste conhecimento vem sendo abordado na Educação Básica, isto é, associa-se a definição de equação as sentenças matemáticas que apresentam uma igualdade e um elemento desconhecido, sem atribuir um sentido maior e amplo a estes conceitos.

Nesse sentido, a sentença $7 + 2 = x$ é considerada uma equação e pode ser resolvida, entretanto, para sua resolução, é necessário realizar um cálculo aritmético, o que não a garantiria como uma forma de pensamento algébrico em relação à generalização ou na relação entre as grandezas, pois, neste exemplo, seria possível “[...] realizar várias tentativas de encontrar um valor desconhecido para X , até se chegar a uma igualdade” (Gomes; Noronha, 2020, p. 143).

Não se está desconsiderando que a situação não poderá vir a ser um encaminhamento ao conhecimento algébrico, contudo, partindo-se das lentes teóricas que ancoram esta pesquisa, entende-se que é necessário colocar em movimento o

reconhecimento dos fenômenos envolvidos, para que seja possível estabelecer as relações e interrelações das grandezas, bem como suas possíveis variações.

Como subtítulo de um dos seus livros, publicado em 2021, Radford escreve que “A álgebra não é uma aritmética generalizada” (Radford, 2021, p. 175). Mesmo tendo esse posicionamento, Radford não nega a relação existente entre o pensamento aritmético e algébrico, pois parte da álgebra pode ser entendida a partir das generalizações, mas não é possível extrair toda a álgebra escolar da aritmética. O autor cita o exemplo do estudo clínico realizado por Filloy e Rojano (1989),⁷⁶ em que

[...] os estudantes foram confrontados com equações da forma $Ax + B = Cx + D$. Para resolver equações desta forma, os métodos aritméticos de “inversão de operações” – que são eficazes para resolver equações do tipo $Ax + B = D$ (os estudantes geralmente subtraem B de D e dividem por A) – não são mais aplicáveis. (Radford, 2021, p. 175-176).

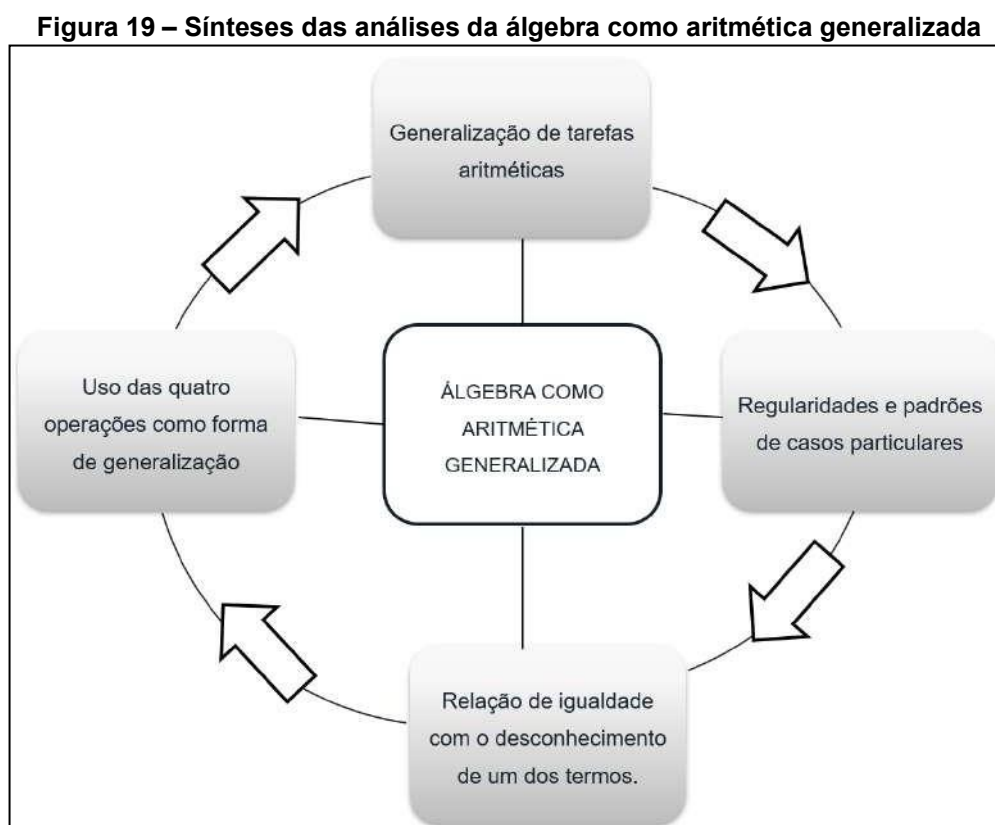
Nesse caso, Radford afirma que o processo de ‘tentativa e erro’ não é eficaz, pois faz-se necessário considerar o processo analítico (o raciocínio) envolvido na operação sobre as grandezas desconhecidas, como se estas fossem conhecidas.

É importante olhar as variáveis desconhecidas como se fossem conhecidas. É necessário considerar que a álgebra também se sustenta na natureza das grandezas, no reconhecimento de sua variação e nas relações entre elas, isto é, na natureza do objeto sobre o qual se raciocina, pois, quando se realiza uma operação em determinada quantidade, essa “[...] quantidade não é uma quantidade qualquer, mas está associada a uma grandeza específica, por exemplo, um número” (Panossian, 2014, p. 240).

Em síntese, essa subcategoria de análise evidencia os indícios de objetivação do conhecimento algébrico manifestados pelas participantes do curso em relação à compreensão da álgebra como aritmética generalizada, relacionada aos casos particulares e aparentes, reduzindo-se a situações numéricas. Esses indícios foram predominantes na parte inicial do processo formativo, o que é justificável, considerando-se que essa concepção de álgebra é a mais recorrente na Educação Básica (Sousa; Panossian; Cedro, 2014), bem como no processo de organização do ensino.

⁷⁶ FILLOY, E.; ROJANO, T. Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. **For the Learning of Mathematics**, [S. l.], v. 2, p.19-25, 1989.

Para sintetizar essa subcategoria de análise, organizou-se a Figura 19, com os principais indícios de objetivação considerados e identificados pelos professores na álgebra como aritmética generalizada:



A álgebra como aritmética generalizada possui as letras como geradoras de modelos aritméticos. É possível associar esse entendimento da álgebra às generalizações das propriedades dos números naturais e inteiros, à igualdade como expressão de uma relação entre quantidades, e resolver expressões numéricas com número desconhecido, entre outras relações aritméticas.

Em síntese, a álgebra como aritmética generalizada contempla estruturas e relações entre conjuntos numéricos e generalizações a partir de modelos matemáticos, os quais não foram mostrados em sua totalidade pelas participantes.

A compreensão da álgebra como aritmética generalizada foi associada às operações matemáticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) de forma limitada; assim, é possível considerar que houve ‘aproximações’ à compreensão da álgebra partindo da aritmética generalizada.

7.1.2 Álgebra como unidade temática da Base Nacional Comum Curricular

Apesar da menção da pré-álgebra, desde 1997, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) e do fato de o pensamento algébrico nos Anos Iniciais já ser tema de estudo de pesquisadores (Trivilin; Ribeiro, 2015; Ferreira; Ribeiro; Ribeiro, 2018; Silva; Savioli, 2012; Luna; Souza, 2013), somente a partir de 2017 a álgebra e seu ensino começaram a ser considerados na prática dos professores dos Anos Iniciais.

Essa postura passou a ser assumida pelos professores em virtude da homologação da BNCC (2017, 2018), que apresentou a inserção da álgebra nos Anos Iniciais como unidade temática organizada com um conjunto de objetos do conhecimento e de habilidades.

O documento curricular despertou nos docentes a necessidade de atrelar esse conhecimento às suas práticas. Essa necessidade se fez presente na exposição das participantes do curso, bem como nos seus entendimentos sobre álgebra, a exemplo de Elaine:

Elaine (M1F2.13, 00:01:02-00:01:38): *a álgebra nos Anos Iniciais vem incorporada na Base Nacional Comum Curricular, desde os Anos Iniciais, como um pensamento algébrico, a fim de enfatizar o pensamento, o raciocínio da matemática, da aritmética. Além dos cálculos, ela é o agir e refletir sobre [pausa] é a partir ou por meio da relação de grandeza, de equivalência, variação, interdependência, regularidade, proporcionalidade e, para isso, a interdisciplinaridade é muito importante, até mesmo as mesmas unidades temáticas.*

O que Elaine entende como ensino da álgebra nos Anos Iniciais tem como base a descrição da unidade temática de álgebra da BNCC, que registra as ideias fundamentais desse conhecimento, guiadas pelos conceitos matemáticos de “equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade” (Brasil, 2018, p. 270). Luciane, também evidencia o “raciocínio” associado às quatro operações (M1F2.6, 00:00:59), em razão do qual acredita que, “[...] *nos Anos Iniciais, a álgebra tem que despertar sobre o que está por trás das operações e dos cálculos*”.

A compreensão da álgebra nos Anos Iniciais, para Luciane, pode ser inferida como o conceito de algoritmos, isto é, uma sequência finita de passos seguidos para resolver uma operação ou uma equação, a fim de determinar o valor da incógnita (valor desconhecido), ou seja, o procedimento.

Outro aspecto preconizado pela BNCC concentra-se nas “[...] ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade” (Brasil, 2018, p. 270), considerado por Lurde (M1F2.1), que explica que a álgebra é explorada ao “[...] trabalhar padrão e regularidade de sequências de desenhos e numéricas”.

Na BNCC, os três primeiros anos do Ensino Fundamental preconizam o reconhecimento de padrões existentes em uma sequência de objetos ou números, conforme habilidades:

Quadro 16 – Objetos do Conhecimento e habilidades do 1º ao 3º Ano

	Objetos do Conhecimento	Habilidades
1º Ano	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências.	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
	Sequências recursivas: observação de regras utilizadas em seriações numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo).	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
2º Ano	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas.	(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente, a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
3º Ano	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas.	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
	Relação de igualdade.	(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.

Fonte: elaborado pelo autor com base em Brasil (2018).

No último módulo (M3), as participantes foram convidadas, durante a tarefa assíncrona (M3T1), a realizar a entrega de uma proposta de ensino envolvendo o conhecimento algébrico que já tivessem tomado como prática de ensino. Luci e Helisa associaram o trabalho com as habilidades do 2º Ano, EF02MA10 e EF02MA11,

envolvendo sequências com números naturais na ordem crescente ou decrescente com ausência de elementos.


Figura 20 – Organização do ensino proposto por Helisa e Luci

ATIVIDADES DESENVOLVIDAS COM UM 2º ANO:

1) CONTINUE A SEQUÊNCIA, COLORINDO COM AS CORES CORRETAS:



2) OBSERVE COM ATENÇÃO A NUMERAÇÃO ABAIXO DAS CAMISETAS E FAÇA O QUE SE PEDE:



a) MARQUE UM X NOS NÚMEROS QUE FALTARAM NA SEQUÊNCIA.

4 - 6 - 18

12 - 15 - 19

13 - 16 - 17

b) NA SEQUÊNCIA NUMÉRICA, QUAL É O PRÓXIMO NÚMERO?

29 10 20

Fonte: Fonte da pesquisa_M3T1.

Considerando então as habilidades (EF02MA10) de descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas por meio de palavras, símbolos ou desenhos, e (EF02MA11) de descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras, é possível afirmar que Luci e Helisa atingiram a intencionalidade das habilidades, pois, na atividade 1, era necessário reconhecer o padrão das cores para determinar as próximas (sequência recursiva ou repetitiva – EF02MA10).

Entretanto, é necessário considerar que, para Blanton e Kaput (2005), a utilização de sequências e padrões numéricos e geométricos é uma possibilidade para o desenvolvimento do pensamento algébrico, em especial na elaboração de generalizações que exprimem o desenvolvimento do pensamento funcional, ou seja, o estabelecimento de relações funcionais com base no conceito de função.

A procura de padrões tem vindo a ser associada à generalização, considerando-se que poderá conduzir naturalmente à expressão da generalidade [...]. As tarefas de generalização de padrões são frequentemente usadas em sala de aula para envolver os alunos na

identificação de um padrão, na sua extensão para encontrar o valor de um termo próximo ou distante e posterior articulação com a relação funcional subjacente ao padrão usando símbolos. Pode assim dizer-se que são processos fundamentais na promoção do pensamento algébrico. (Vale; Barbosa, 2019, p. 402-403).

Blanton e Kaput (2005) explicam ainda que o desenvolvimento do pensamento algébrico, partindo da generalização de casos particulares de sequências ou padrões, possibilita prever um determinado termo de uma posição específica, mas não pode ser generalizado para qualquer caso.

Sendo assim, ainda que a situação proposta por Luci e Helisa contemple as habilidades indicadas pela BNCC como características do conhecimento algébrico, percebe-se a limitação da compreensão das participantes no que concerne ao reconhecimento das grandezas e à expressão de relações gerais.

Ainda que, na situação, seja necessário reconhecer o padrão e a sequência de cores para determinar o número ausente na sequência, não há indicativos em relação ao número, que pode ser qualquer grandeza (preço de cada camiseta, o comprimento, a largura, quantidade entre outras).

Panossian (2021) explica que um dos desafios a serem superados no conhecimento algébrico relaciona-se ao ensino de padrões e sequências, pois, conforme a sequência ou padrão são apresentados, já se pré-estabelece a grandeza a ser considerada, mas não se destaca que outras grandezas podem ser consideradas para completar a sequência.

Assim, por exemplo, ao apresentar a um determinado sujeito um conjunto de cubos coloridos de diferentes tamanhos, o docente poderia considerar distintas grandezas para realizar a organização da sequência, como o volume de cada cubo, área das faces ou suas cores, entre outras.

A participante Marcela destaca que, nos Anos Iniciais, sempre ocorre o desenvolvimento do pensamento algébrico, considerando os conceitos de regularidades, padrões e generalizações:

Marcela (M1F2.16, 00:00:31-00:00:45): *a presença da álgebra nos Anos Iniciais, ela sempre desenvolve o pensamento algébrico. Pretende-se, através das situações matemáticas, que as crianças possam identificar padrões, identificar regularidades e fazer generalizações, e se tornam ideias bem poderosas para fazer matemática, né.*

Grande parte das tarefas encontradas que associam a identificação de padrões e regularidade possuem dois formatos: (a) 5, 10, 15,____, 25,____35; (b)

reconhecimento aparente dos atributos dos objetos utilizados (cor, forma, tamanho, etc.).

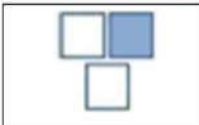
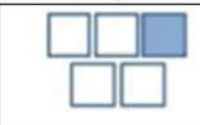
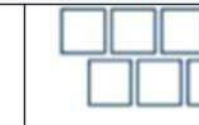
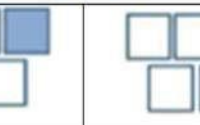
No primeiro (a), o conhecimento aritmético é suficiente para determinar a 'regra' de que o termo seguinte é a soma do termo imediatamente anterior a 5. No segundo caso (b), o estudante deverá ater-se ao atributo considerado para organizar a sequência que já foi pré-definido.

Ambos os exemplos estão associados a casos particulares da observação de atributos aparentes ou processos aritméticos de soma. É possível, nessas situações, estabelecer uma generalização a partir dos elementos aparentes, mas que se torna superficial e isolada sem a tomada de juízo das grandezas e suas relações e variações.

Sabendo que esse tipo de tarefa se encontra presente nas propostas de ensino, no primeiro módulo do curso (M1T1), as participantes foram convidadas a determinar a quantidade de termos presentes na sequência, como apresentado a seguir.

Figura 21 – Tarefa de sequência proposta no curso de formação continuada

No transcorrer do texto de apresentação da unidade temática de álgebra a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), destaca que "é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as **ideias de regularidade, generalização de padrões** (p.270, grifo nosso)", assim vamos desenvolver neste tópico de estudo alguns encaminhamentos envolvendo esta temática, ou seja, ideias de regularidade e generalização de padrões. Para isso, observe atentamente a sequência abaixo e responda no fórum os encaminhamentos:

			
Posição 1	Posição 2	Posição 3	Posição 4

Atividade adaptada de: RADFORD, L. On the development of algebraic thinking. *PNA* 64(1), 117-133, 2012.

a) Continue a sequência até a posição 6 e explique o que está acontecendo com os retângulos (Você poderá desenvolver a atividade por meio de texto escrito em word ou manuscrito postando a imagem na entrega da tarefa por exemplo).

b) Qual procedimento podemos realizar para encontrar a quantidade de retângulo correspondente à posição 12? E a posição 25?


Fonte: elaborado pelo autor com base em Radford (2012).

Com a intenção de conduzir as participantes a pensarem de forma generalizada para qualquer caso desta sequência, o pesquisador adaptou uma situação⁷⁷ pra fazer com que as participantes explicassem a uma pessoa como ela poderia proceder para determinar a quantidade de quadradinhos (brancos e coloridos) de uma determinada posição sem visualizar a forma pictórica de representação.

⁷⁷ A problematização elaborada encontra-se disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=gdpkf4voGqU&t=154s>. Acesso em: 14 abr. 2023.

Figura 22 – Pesquisador apresentando a proposta do item c da tarefa das seqüências

c) Veja com atenção o vídeo para realizar a atividade:




d) Partindo da proposta apresentada acima, com qual habilidade da BNCC esta atividade enquadra-se na sua opinião? Para quais anos escolares podemos trabalhar com estes encaminhamentos? (Clique [AQUI](#) para acessar a BNCC e localizar as habilidades da unidade temática de álgebra)

Fonte: elaborado pelo autor com base em Radford (2012).

Considerando a influência da BNCC no processo de organização do ensino, as participantes foram convidadas a realizar a leitura das habilidades e a relacioná-las com a tarefa (item d – Figura 22). Além disso, buscou-se demonstrar que o ensino da álgebra pelo movimento histórico lógico contempla os objetos do conhecimento e os supera, proporcionando aos sujeitos o estabelecimento das relações e a tomada de consciência sobre a gênese do conceito, isto é, os nexos conceituais.

Assim, para determinar o termo remoto (n , item c da tarefa) (Radford, 2010), a professora Joana descreve o procedimento que seguiu para estabelecer uma possível relação geral:

	Transcrição do segmento saliente	Observação
M1T2.1	1. Joana: <i>Antes de resolver a situação, vou tentar me questionar pelas grandezas que estão variando, percebo que:</i>	
	2. Joana: <i>Isoladamente das perguntas, podemos olhar a variação de quantidade de quadrinhos e comprimento.</i>  (Representação do aumento realizado por Joana)	Joana observa que o aumento da quantidade de quadradinho acarreta o aumento do comprimento da primeira linha da posição (indicado em vermelho – inserida pelo pesquisador para melhor visualização).

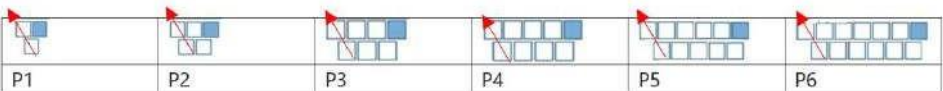
	Transcrição do segmento saliente	Observação
M1T2.1	3. Joana: <i>Relacionando estas duas grandezas. Primeiro olhando apenas para quadrinhos, podemos olhar para a variação quantidade de quadrinhos na primeira linha em relação à quantidade de quadrinhos na segunda e podemos olhar para a quantidade de quadrinhos brancos em relação à quantidade de quadrinhos azuis.</i>	
	4. Joana: <i>Segundo, olhando para o comprimento, podemos olhar para a variação de comprimento de uma linha em relação a outra ou ainda do comprimento e largura dos quadrinhos (área).</i>	Joana considera uma terceira grandeza na sequência – área.

No segmento saliente, Joana busca reconhecer as grandezas (linha 1) associadas à sequência, considerando a variação da quantidade de quadrinhos associada ao comprimento, pois, ao aumentar a quantidade de quadradinhos, aumenta o comprimento da sequência na posição correspondente.

É possível inferir que existe uma correlação entre duas grandezas distintas (linha 2-3), o comprimento e a quantidade de quadradinhos, estabelecendo uma relação de interdependência entre essas grandezas.

Na linha 4, Joana considera uma terceira grandeza, a área; conforme muda a posição, aumenta a quantidade de quadradinhos e, conseqüentemente, haverá um aumento na área ocupada por estes na sequência. Ainda que a relação com a grandeza ‘área’ possa ser questionada, percebe-se a intenção da participante em reconhecer possíveis grandezas associadas na organização da sequência.

No processo de resolução da tarefa, Joana descreve a forma como determina a quantidade de quadradinhos nas posições, considerando a diagonal, que acrescenta 2 quadradinhos:

	Transcrição do segmento saliente
M1T2.1	<p>A) Apenas pela observação das imagens é possível continuar a sequência desenhando, levando em consideração que de uma posição para outra acrescenta-se dois quadradinhos brancos na diagonal:</p>  <p>Observação: Flechas inseridas para exemplificar a descrição de Joana.</p>

Seguindo essa maneira de pensar sobre as sequências, Joana busca olhar o todo para determinar as posições 12 e 25 (item b da tarefa – Figura 21), realizando o registro da quantidade de quadrinhos de cada posição:

	Transcrição do segmento saliente
M1T2.1	<p>Se levarmos em conta apenas esse modo de olhar para a sequência para respondermos as questões seguintes, podemos seguir algebricamente (“no braço”) somando 2:</p> <p>3(P1), 5(P2), 7(P3), 9(P4), 11(P5), 13(P6), 15(P7), 17(P8), 19(P9), 21(P10), 23(P11), 25(P12), 27(P13), 29(P14), 31(P15), 33(P16), 35(P17), 37(P18), 39(P19), 41 (P20), 43(P21), 45(P22), 47(P23), 49(P24), 51(P25)</p> <p>Observação: Joana realiza a soma de cada posição (P) para determinar para P(12) e P(25).</p>

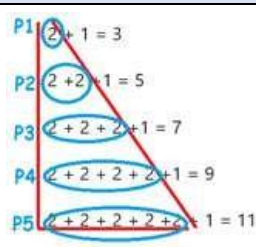
Joana evidencia que esse processo de resolução ocorreu pela soma aritmética de 2. Ao registrar “*no braço somando 2*”, está se referindo ao fato de que precisava fazer o registro de todas as posições sempre adicionando 2 ao termo imediatamente anterior, para determinar o próximo. Seguindo esse movimento, a participante considera trabalhoso determinar um elemento de uma posição ‘100’, por exemplo, como explica:

Joana (M1T2.1): *No entanto, para responder a letra C, (posições 5, 15, 100 e 104 e descrição de como encontrar a quantidade de quadrinhos nessas posições), esse procedimento de apenas somar 2 não é mais possível, uma vez que é até possível continuar somando 2 e encontrar a quantidade de quadrinhos nas posições, mas explicar como encontrá-los não é possível apenas com essa relação de somar 2.*


No segmento, Joana apresenta indícios da objetivação do saber em conhecimento (Radford, 2010), percebendo que não é possível determinar os termos distantes de forma ágil, pois torna-se trabalhoso pelo método aritmético (soma de 2 em 2), tendo que buscar uma generalização para qualquer posição da sequência.

No processo de formação da “[...] generalização e abstração teóricas contemplam em si os dados da percepção, do sensorial, mas não se reduzem a ele, refletem o singular e o particular, ao mesmo tempo em que o geral reflete a essência do objeto” (Panossian; Moura, 2015, p. 6). Neste caso, torna-se essencial buscar a generalização da sequência.

Na busca da generalização, Joana representa, de forma geométrica, a regularidade observada:

Transcrição do segmento saliente	
M1T2.1	 <p>Podemos perceber que não apenas somamos 2, mas que vamos somar dois varias vezes. O quanto de vezes nos indica a posição na sequência</p>
Observação: Joana representa como observa a regularidade da sequência.	

Joana destaca que, em cada posição, ocorre o acréscimo de duas unidades em relação ao termo anterior, tendo uma unidade fixa (quadrinho colorido). Neste movimento, a participante busca a representação para uma posição n :

Transcrição do segmento saliente																																																					
M1T2.1	<table border="1" data-bbox="494 896 1276 1041"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>P1</td> <td>P2</td> <td>P3</td> <td>P4</td> <td>P5</td> <td>P6</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>9</td> <td>11</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>$2 \times p1 + 1 =$ $2 \times 1 + 1 = 3$</td> <td>$2 \times p2 + 1 =$ $2 \times 2 + 1 = 5$</td> <td>$2 \times p3 + 1 =$ $2 \times 3 + 1 = 7$</td> <td>$2 \times p4 + 1 =$ $2 \times 4 + 1 = 9$</td> <td>...</td> <td>...</td> </tr> </table> <p>Podemos voltar agora apenas a forma de como as figuras estão dispostas e ver novamente de outra maneira:</p>  <table border="1" data-bbox="494 1209 1276 1355"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>P1</td> <td>P2</td> <td>P3</td> <td>P4</td> <td>P5</td> <td>P6</td> <td>P_n</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>9</td> <td>11</td> <td>13</td> <td>?</td> </tr> <tr> <td>$2xp1 + 1$ $2x1 + 1 = 3$</td> <td>$2xp2 + 1$ $2x2 + 1 = 5$</td> <td>$2xp3 + 1$ $2x3 + 1 = 7$</td> <td>$2xp4 + 1$ $2x4 + 1 = 9$</td> <td>...</td> <td>...</td> <td>$2xn + 1$</td> </tr> </table>							P1	P2	P3	P4	P5	P6	3	5	7	9	11	13	$2 \times p1 + 1 =$ $2 \times 1 + 1 = 3$	$2 \times p2 + 1 =$ $2 \times 2 + 1 = 5$	$2 \times p3 + 1 =$ $2 \times 3 + 1 = 7$	$2 \times p4 + 1 =$ $2 \times 4 + 1 = 9$	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P_n	3	5	7	9	11	13	?	$2xp1 + 1$ $2x1 + 1 = 3$	$2xp2 + 1$ $2x2 + 1 = 5$	$2xp3 + 1$ $2x3 + 1 = 7$	$2xp4 + 1$ $2x4 + 1 = 9$	$2xn + 1$
P1	P2	P3	P4	P5	P6																																																
3	5	7	9	11	13																																																
$2 \times p1 + 1 =$ $2 \times 1 + 1 = 3$	$2 \times p2 + 1 =$ $2 \times 2 + 1 = 5$	$2 \times p3 + 1 =$ $2 \times 3 + 1 = 7$	$2 \times p4 + 1 =$ $2 \times 4 + 1 = 9$																																																
						...																																															
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P_n																																															
3	5	7	9	11	13	?																																															
$2xp1 + 1$ $2x1 + 1 = 3$	$2xp2 + 1$ $2x2 + 1 = 5$	$2xp3 + 1$ $2x3 + 1 = 7$	$2xp4 + 1$ $2x4 + 1 = 9$	$2xn + 1$																																															

Fonte: elaborado pelo autor.

É possível inferir que Joana, mesmo apresentando uma generalização ($2n + 1$), encontra-se em uma forma de pensar aritmético, pois, partiu de casos singulares ocorrendo a substituição de números por letras, (incógnitas) sem reconhecer as grandezas e as relações existentes entre elas na sequência.

Em contrapartida, se Joana trouxesse a identificação das grandezas, estaria apresentando possíveis indícios da objetivação do nexos conceitual da generalização constituído culturalmente para o seu 'eu', em que a generalização desta sequência deixou de ser um pensar aritmético para se tornar um possível pensar algébrico.

A tarefa de Joana é um exemplo que contempla as habilidades da BNCC (EF01MA10; EF02MA09; EF02MA10; EF03MA10) e as supera, pois progride para

uma nova forma de olhar sobre a sequência, evidenciando que não existe uma única grandeza presente.

Assim, ao se considerar as sequências no processo de organização do ensino, ocorre a limitação do reconhecimento de elementos aparentes na organização do ensino proposto por Helisa e Luci na Figura 20, ou a restrição de pensar sobre uma única grandeza pré-estabelecida, desconsiderando a existência de outras, como área, perímetro, altura, comprimento, etc., bem como a interdependência entre elas.

As participantes também consideraram a relação da álgebra com outras unidades temáticas, bem como o processo de contextualização das propostas de ensino, como Luciane (M1F2.6, 00:01:33 – áudio), que acredita “[...] *que as situações sejam contextualizadas, que tragam significados aos educandos*, [pausa] *acredito que a relação entre número, geometria e álgebra*”.

Entende-se que essa contextualização apontada pela participante se refere a exercícios que envolvem elementos que, muitas vezes, não remetem ao pensamento algébrico considerado nesta pesquisa, mas sim a artifícios e mecanismos matemáticos para resolver situações, que, muitas vezes, são aritméticas ou demandam a observação de um elemento aparente.

Como exemplo, pode ser considerada a tarefa proposta por Luciane, que partiu do jogo pega-varetas, no segundo módulo, cujo objetivo era fazer com que o estudante reconhecesse qual era a cor que completava a sequência (Figura 23):

Figura 23 – Proposta de tarefa elaborado por Luciene




Fonte: organizado pela participante Luciane (2021).

Na tarefa proposta, o estudante não necessitava reconhecer a grandeza a que se refere. Não ocorreu a identificação, na tarefa, de uma sequência ordenada de encaminhamentos que conduzisse o sujeito ao reconhecimento das relações entre grandezas. Era necessário identificar o padrão repetitivo de cores: verde, azul, preto, e assim sucessivamente.

Nesse encaminhamento, houve a contemplação das habilidades propostas pela BNCC, entretanto limitada ao reconhecimento aparente dos padrões de cores, desconsiderando a exploração de outras grandezas existentes, como o comprimento e a espessura das varetas, por exemplo.

Nesse olhar, as habilidades descritas pela BNCC para cada uma das áreas não se mostram suficientes para que nexos da álgebra sejam estabelecidos. Apesar de a participante manifestar a necessidade de articulação, a tarefa proposta pode vir a atender a uma ou a outra habilidade de cada uma das diferentes áreas, mas não garante a compreensão do conhecimento.

Outro aspecto que se faz necessário destacar em relação à BNCC é sua influência no processo de organização do ensino da álgebra. Ao iniciar o processo de planejamento com o jogo pega-varetas, por exemplo, Joana e sua equipe buscaram o reconhecimento das grandezas e suas variações enquanto nexos conceituais da álgebra, porém, no decorrer do processo, dedicaram-se a contemplar as habilidades propostas pela BNCC, que não explicita como prioridade o reconhecimento das grandezas e suas relações, mas sim busca o reconhecimento de padrões e regularidades aparentes do conhecimento.

	Transcrição do segmento saliente	Observação
M2E2.1	1. Joana (00:14:14-00:14:23): <i>A gente discutiu primeiro e tentou, trazer aquela discussão das grandezas.</i>	Joana explica que seu subgrupo buscou, no primeiro momento, discutir acerca do reconhecimento das grandezas presentes no jogo.
	2. Pesquisador (00:14:23-00:14:23): Hum.	
	3. Joana (00:14:23-00:14:29): <i>Mas, no decorrer da organização do plano de aula, acabamos nos atendo [Joana, faz gestos puxando para si] mais aos anos e à Base [a BNCC], pensando em dar conta das habilidades.</i>	 <p>Para explicar que o foco do planejamento havia mudado, Joana faz g repetidos estos com suas mãos, puxando para si. Isso significa que, no momento em que gesticula as mãos, Joana está se referindo ao sentimento de pertença, a fim de demonstrar que ela é parte integrante do subgrupo que discutiu acerca da organização do ensino associando o jogo pega-varetas.</p>

Fonte: elaborado pelo autor.

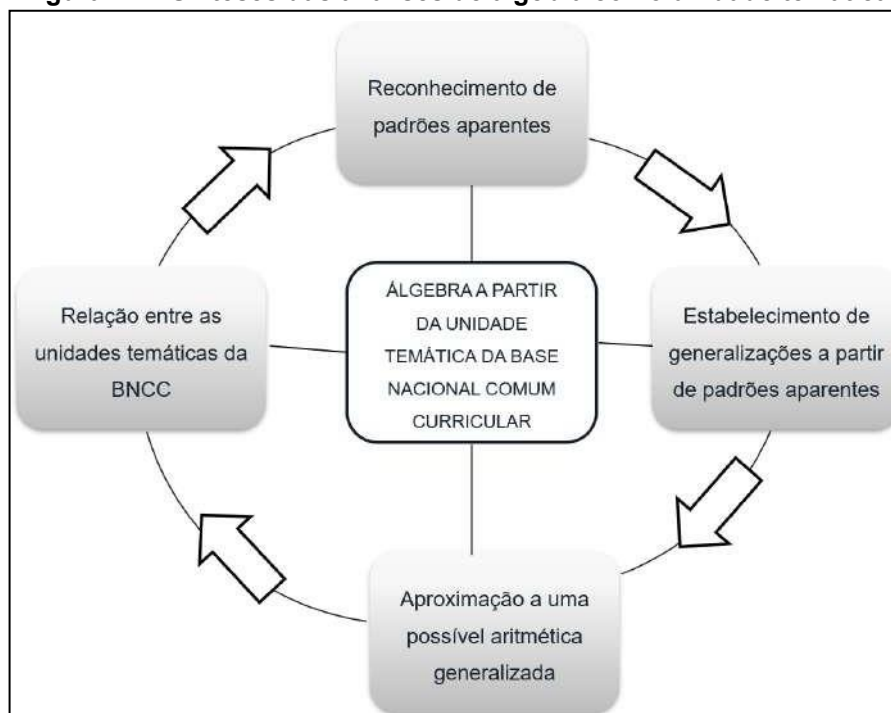
Joana apresenta indícios de ter objetivado que, no processo de organização, faz-se necessário começar o ensino pelo reconhecimento das grandezas (M2E2.1, Linha 1), pois, a partir da compreensão da relação entre as grandezas, é possível encontrar uma forma geral utilizando as letras, entretanto retorna ao documento curricular como apoio para sua organização, sem reconhecer que a relação entre grandezas também está sendo prevista nele, ainda que não de forma tão destacada como a relação entre padrões e regularidades.

Com as evidências que foram levantadas neste tópico e no quinto capítulo, é possível inferir que algumas das considerações apresentadas pela BNCC aproximam-se da compreensão de álgebra como aritmética generalizada, que considera o reconhecimento de padrões, regularidades, procedimentos e relações aritméticas e cálculos simples e inversos (USISKIN, 1995). Também é possível perceber o quanto essa compreensão influencia o movimento das participantes

Entretanto, como descrito anteriormente, não basta o estudante saber resolver um determinado exercício que demande a descoberta de um valor desconhecido ou

a identificação aparente de uma cor, mas sim, associar que este valor é atribuído a uma grandeza, que, por sua vez, poderá variar e ser colocada em relação com outras grandezas. Para sintetizar essa subcategoria de análise, foi organizada a Figura 24, com os principais elementos considerados e identificados:

Figura 24 – Sínteses das análises de álgebra como unidade temática



Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Além das relações estabelecidas, foi possível observar que a organização do ensino das participantes sofre influências a partir do que é proposto no documento curricular, mesmo que sejam apresentadas outras possibilidades e entendimentos, como ocorreu no curso. No caso, apesar de se destacar o trabalho com o movimento histórico-lógico, ocorreu a tentativa de seguir novos caminhos, porém, pelo enraizamento cultural dos documentos regulamentadores, estes acabaram prevalecendo perante os professores, ao associar a álgebra e seu ensino.

7.1.3 Nexos conceituais da álgebra evidenciados no curso de formação continuada

Nesta última subcategoria da categoria 1, busca-se identificar possíveis indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra pelos professores que ensinam

matemática nos Anos Iniciais, por meio de falas, gestos, registros e observações que apontem a tomada de consciência do saber em conhecimento algébrico.

As categorias anteriores permitiram o reconhecimento e a análise da compreensão de álgebra dos professores, já adquirida em seus anos de experiência e prática. Entende-se que é nesta subcategoria que elementos do curso de formação continuada poderão ser evidenciados, mesmo que, nas anteriores, tenham sido apresentadas 'pistas' e indícios de objetivação, como, por exemplo, na tarefa de sequência de Joana. Na realização das tarefas síncronas e assíncronas, as participantes demonstraram possíveis indícios de tomada de consciência acerca dos nexos conceituais da álgebra.

Nesse contexto, em umas das tarefas síncronas, foi apresentado às participantes o problema do taxista, que possibilita o reconhecimento das grandezas variáveis e o estabelecimento de uma função $f(x)$, em que o valor a ser pago pelo usuário depende diretamente da quilometragem rodada, conforme descrito abaixo:

O preço de uma corrida de táxi é igual ao valor da bandeirada (taxa fixa que pagamos ao utilizarmos o serviço do taxista) mais o valor que pagamos a cada quilômetro rodado. Em uma determinada cidade, os taxistas cobram R\$ 3,00 pela bandeirada e R\$ 2,00 a cada quilômetro rodado.

Sendo assim, responda:

- a) Quanto devo pagar ao motorista se rodar 30 km?
- b) Gastei R\$103,00 em uma corrida de táxi, quantos quilômetros percorri?
- c) Se rodei um valor desconhecido de km (x) como posso indicar o valor a pagar (p)? (Panossian, 2008, p. 87).

Com a realização do problema do taxista, esperava-se que os sujeitos se tornassem conscientes acerca das relações do conhecimento algébrico, ou seja, que objetivassem os nexos conceituais da álgebra, em especial o reconhecimento das grandezas envolvidas, como proposto pelo pesquisador à Patrícia.

Os nexos conceituais não aparecem na tarefa de forma explícita, mas emergem do trabalho desenvolvido pelo professor com seus estudantes, neste caso, pesquisador e participantes. Se esse movimento não for realizado, a tarefa poderá se tornar uma resolução de exercício aritmético para determinar o valor a ser pago pelos quilômetros rodados ou quantos quilômetros foram rodados com o valor pago pelo usuário.

É possível reconhecer alguns dos nexos conceituais da álgebra nessa tarefa e conduzir os sujeitos, por meio de uma sequência ordenada de encaminhamentos, à tomada de consciência acerca desses elementos. Na proposta, é apresentada a

informação de que o usuário do taxi deverá realizar o pagamento fixo da bandeirada, seguido do valor da quilometragem rodada, no qual se observa a relação de interdependência entre o valor (quantidade de dinheiro) que será pago pelo passageiro e a quilometragem que o taxi rodar, ou seja, duas grandezas distintas (valor em R\$ e quilometragem).

A partir dessa interdependência entre o valor a ser pago pelo passageiro e a quilometragem rodada, pode-se reconhecer dois dos nexos da álgebra: a quantidade de quilômetros rodados é variável e varia em um determinado campo numérico; neste caso, o campo dos números reais positivos (\mathbb{R}_+). A interdependência e a variação poderão ser representada por uma linguagem algébrica, que expressa uma possibilidade de generalização entre o valor a ser pago pelo usuário e a quilometragem rodada.

Assim, nessa tarefa, pode-se identificar as grandezas envolvidas (quilometragem, valor a ser pago pelo usuário por exemplo) e a variação dessas grandezas (quilometragem e valor a ser pago), que se encontram no campo dos números reais positivos. A expressão dessas grandezas por uma linguagem algébrica representa a generalização de uma solução para o problema.

O problema do taxista foi proposto às participantes na segunda tarefa síncrona (M1E2). Inicialmente, foi-lhes apresentado o problema (Figura 25 – à esquerda) com algumas indagações a seu respeito, depois, no decorrer da leitura, o pesquisador comentou as respostas e mediou as discussões.

A intenção da tarefa era fazer com que as participantes reconhecessem os nexos conceituais da álgebra. Para iniciar, realizou-se uma dinâmica (usando o Mentimeter), durante a qual as participantes, de forma anônima, expuseram quais conceitos algébricos acreditavam estar presentes no problema (Figura 25 – à direita).

Figura 25 – Problema do taxista e o Mentimeter desenvolvido com as participantes

VAMOS praticar?

O preço de uma corrida de táxi é igual ao valor da bandeirada (taxa fixa que pagamos ao utilizarmos o serviço do taxista) mais o valor que pagamos a cada quilômetro rodado. Em uma determinada cidade, os taxistas cobram R\$ 3,00 pela bandeirada e R\$ 2,00 a cada quilômetro rodado.

Sendo assim, responda:

a) Quanto devo pagar ao motorista se rodar 30 km?
 b) Gastei R\$103,00 em uma corrida de táxi, quantos quilômetros percorri?
 c) Se rodei um valor desconhecido de km (x) como posso indicar o valor a pagar (p)?

QUAL CONHECIMENTO ALGÉBRICO ESTÁ ENVOLVIDO NESTA SITUAÇÃO?

generalização
 proporcionalidade


variação regularidades regularidade variável
 grandezas partes

Fonte: elaborado pelo autor com base em Panossian (2008).

Após as participantes evidenciarem quais conceitos julgavam estar presentes no problema, buscou-se conduzi-las ao reconhecimento dos nexos conceituais da álgebra, pois, quando se têm esse objetivo, não se inicia pelo cálculo do que deverá ser pago ao final de x km, mas sim “[...] de forma orientada chegam até este registro, garantindo a atribuição de significados aos símbolos utilizados” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 147).

Para isso, foram lançados questionamentos ordenados para as participantes: quais grandezas estão envolvidas? É possível generalizar modos de resolver o problema? Quais conceitos algébricos estão envolvidos? Quais grandezas estão variando? Foi adotada essa sequência, pois almejava-se conduzir as participantes ao reconhecimento das relações entre as grandezas variáveis da tarefa.

As participantes foram convidadas, a partir da tarefa, a identificar quais grandezas estavam presentes. No trecho selecionado, o pesquisador dialoga com Patrícia e Marcela sobre as grandezas identificadas no problema:

	Transcrição do segmento saliente	Observação
M1E2.8	<p>1. Pesquisador (01:02:36-01:02:37): <i>Vocês saberiam reconhecer quais as grandezas envolvidas?</i></p> <p>Pesquisador (01:02:40-01:02:43): <i>Qual são as grandezas que estão aí envolvidas?</i></p>	 <p>O pesquisador questiona as participantes sobre quais grandezas estão envolvidas no primeiro momento; como ninguém responde, questiona novamente.</p>

	Transcrição do segmento saliente	Observação
	<p>2. Patrícia (01:02:44-01:02:50): <i>Eu enxergo na situação de primeiro a distância que é aquela em quilometragem.</i></p>	<div data-bbox="898 275 1394 521" style="border: 1px solid black; height: 110px; width: 100%;"></div> <p>Ao lado direito, Patrícia permaneceu com sua câmera aberta. Para identificar as grandezas, faz gestos circulares segurando um lápis na mão. O ato de realização de gestos circulares fez Patrícia recorrer ao pensamento e ao processamento da informação, como se estivesse organizando o pensamento para conseguir formular o seu discurso.</p>
	<p>3. Pesquisador (01:02:50-01:02:55): <i>Isso! A quantidade de quilômetros rodado! Perfeito!</i></p>	<p>O pesquisador complementa com apontamento positivo a fala da participante Patrícia.</p>
	<p>4. Marcela (01:02:55-01:02:56): <i>É o valor!</i></p>	<p>Marcela, antes do término da fala do professor, aponta que se trata do valor enunciado na situação-problema, com entusiasmo na sua fala.</p>
	<p>5. Pesquisador (01:02:56-01:02:57): <i>O valor em que sentido o valor profe?</i></p>	<p>Pesquisador questiona Patrícia, buscando compreender a qual valor da tarefa ela se refere.</p>
	<p>6. Marcela (01:02:57-01:03:01): <i>Um valor fixo, e o valor por quilometro rodado.</i></p>	<div data-bbox="884 1124 1414 1348" style="border: 1px solid black; height: 100px; width: 100%;"></div> <p>Marcela permaneceu, durante sua fala, com a câmera fechada, participando por meio de áudio, explicando a que valor fazia referência.</p>

Fonte: elaborado pelo autor.

Na transcrição dos segmentos, o pesquisador, após apresentar a tarefa, convida as participantes a reconhecer as grandezas na situação, porém, no primeiro convite impera o silêncio, sem manifestação das participantes, provocando um momento tenso. Com isso, o pesquisador reforça o convite, para gerar engajamento e participação ativa dos professores.

Após o segundo convite, mesmo manifestando incerteza, considerando que iniciou seu discurso com a expressão “eu enxergo”, Patrícia posicionou-se explicando que se referia à distância em quilômetros rodados pelo passageiro, que interfere diretamente no valor a ser pago ao final do trajeto. Outro ponto observado é que, no

decorrer da sua fala, Patrícia faz várias pausas (indicadas na Figura 26), um início de que buscava elementos para elaborar seu pensamento:

Figura 26 – Pausas na fala de Patrícia (01:02:44-01:02:50)



Fonte: elaborada pelo autor (2021).

Na linha 2 do segmento M1E2.8, o pesquisador incentiva Patrícia, dizendo-lhe que seu raciocínio está correto, mas, antes mesmo do pesquisador terminar seu discurso, Marcela exclama, com tom de entusiasmo (linha 4 do segmento M1E2.8), que a grandeza se tratava do valor apresentado no problema.

Esse impulso apresentado por Marcela pode ser associado ao indício do processo de objetivação do conhecimento, pois Marcela, nessa passagem do problema, demonstra ter identificado as grandezas envolvidas e que estas entraram na sua lógica de posse, tornando-a consciente.

O pesquisador buscou, por meio do trabalho conjunto, entender ao que ela estava se referindo (linha 4 do segmento M1E2.8). Marcela prontamente explica que se referia ao valor fixo presente no problema, bem como aponta que existe outra grandeza, que é fixa ao valor fixo da bandeirada. Não é possível reconhecer se Marcela compreendeu a distinção entre as grandezas, identificando as que variam e as que são fixas.

Após o problema do taxista, as participantes expuseram situações que já haviam explorado com seus estudantes e que acreditavam envolver os nexos conceituais da álgebra e o movimento lógico-histórico, a exemplo Denise:

Denise (M1E2.11, 01:12:36-1:13:06): *Eu tenho uma situação que eu trabalhei, mas é mais no concreto, assim, eu diria. O pão custava R\$ 1,00, aí a gente foi nessa da multiplicação sabe? Se comprar 2 pães, vai dar R\$ 2,00, com a taxa do lfood, que seria R\$ 5,00 para entrega, aí a taxa era fixa, só que eu trabalhei essa situação era R\$ 1,00 mesmo, e foi com o 2º Ano. [...]*

Marcela (M1E2.11, 1:13:25-1:13:26): *É dentro da realidade deles, do concreto.*

Marcela (M1E2.11, 1:13:28-1:13:37): *Quanto mais real for a situação que a criança vivencia culturalmente, melhor para você trabalhar.*

Denise busca correlacionar o seu exemplo com o movimento conduzido no problema do taxista. Entretanto, uma possível leitura sobre seu posicionamento é que ela não enfoca a variação das grandezas ou seu reconhecimento, mas sim o processo

associado ao trabalho de resolução aritmético de multiplicação, interligado com a realidade cotidiana, como já mencionado no subcapítulo 7.1.1.

Nesse caso, os estudantes não têm como foco o reconhecimento das grandezas que variam, as relações existentes entre si ou a variação que acontece no valor que corresponde ao *Kg* de pão e o custo total a ser pago. Sob esse viés, Marcela e Denise estão preocupadas em proporcionar o processo de organização do ensino voltado ao contexto dos estudantes, ao qual denominam de concreto, ao invés do reconhecimento dos nexos conceituais e de suas relações.

No início do planejamento dos subgrupos (M2S1) sobre o jogo *Pega-Varetas*, Patrícia convida os demais participantes a começar a organização do ensino com o reconhecimento das grandezas presentes no jogo, conforme explica:

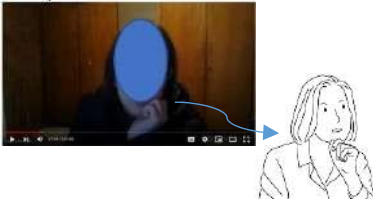


Patrícia (M2S1, 00:08:38-00:08:47): *Bom, temos de imediato, como sempre me chamou atenção esse fato, da cor, ser uma grandeza já coloco essa grandeza [risos].*

Joana (M2S1, 00:08:50-00:08:50): *Verdade! [risos].*

Na tarefa síncrona anterior, o pesquisador abordou a importância do reconhecimento de grandezas (M1E2), que possivelmente influenciou Patrícia e Joana a iniciarem o diálogo acerca do jogo pega-varetas partindo do reconhecimento das grandezas.

Patrícia afirma que, no primeiro momento, é importante reconhecer as grandezas, contudo não se pode inferir a compreensão que Patrícia e Joana possuem sobre grandeza.

Na tarefa síncrona, durante a qual os subgrupos se reuniram para o diálogo, o pesquisador buscou compreender, além das grandezas, quais outros conceitos as participantes estavam considerando no jogo pega-varetas. Ocorre um silêncio e, na sequência, Patrícia, integrante do subgrupo de Joana, explana:

	Transcrição do segmento saliente	Observação
M2E2.2	1. Patrícia (00:17:13-00:17:15): <i>Eu penso que as grandezas.</i>	Patrícia apresenta-se pensativa ao se posicionar, apoiando sua cabeça na mão e olhando para cima. 
	2. Pesquisador (00:17:15-00:17:15): <i>Hum.</i>	
	3. Patrícia (00:17:16-00:18:10): <i>Tanto a cor [gestos com a cabeça] quanto a quantidade [sons e gestos demonstrando que está pensativa] [silêncio], eu acredito que aquela interdependência [pausa e faz gestos com as mãos para mostrar seu pensamento e simbolizar a interdependência das grandezas]. Se eu tenho mais da vareta vermelha e da vareta amarela e se eu tiver das – eu não lembro mais qual era das varetas de maior valor –, mas se tiver mais varetas que valem mais, posso ter duas varetas que valem mais [com tom de alegria, entusiasmo] e várias que valem pouco, isso já mostra uma certa grandeza para a criança dessa interdependência. Então, eu posso pegar poucas [entusiasmo - intensifica o tom de voz] e ter vários pontos [gestos com as mãos de um lado para o outro], eu lembro que era algo assim.</i>	 Patrícia, para exemplificar e representar as grandezas, simboliza sua mão.  Ao falar, Patrícia faz várias pausas e olha para cima emitindo um som [hum] como forma de recorrer ao pensamento e materializá-lo na forma de linguagem oral.

Fonte: elaborado pelo autor.

Durante sua explicação, Patrícia associa sua fala a diferentes gestos, com entonação de voz (impulso) e olhares (para cima/baixo) diferentes. Isso pode dar pistas de que seus gestos estão sendo usados para ajudá-la na organização de seu pensamento:

O pensamento como prática social atribui aos meios semióticos um caráter central e não periférico, pois, pensar é um movimento dialético que pode ser visualizado por meio do corpo e dos artefatos por ele utilizados, e que se desdobra em mudanças no indivíduo. (Gomes; Noronha, 2020, p. 147).

Patrícia afirma que reconhece a cor de cada vareta e a quantidade de varetas como as grandezas envolvidas no jogo. A participante percebe também a interdependência existente entre a quantidade de varetas, a cor e a pontuação atribuída à cada cor, isto é, existe um elo entre a quantidade de varetas, a pontuação

de cada vareta e a pontuação final do jogador. O conceito de interdependência contempla as relações universais da vida e não restringe à quantidade de varetas que determinará a pontuação do jogador.

A interdependência requer entendimento sobre o movimento da própria vida, a consciência de que tudo está em constante transformação, tudo flui, tudo advém (Caraça, 1951), não permanecendo a mesma coisa. A interdependência, então, está ligada às infinitas relações entre os objetos e fenômenos.

Patrícia demonstra ter compreendido a relação entre as grandezas do jogo Pega-varetas e a interdependência, porém não é possível afirmar que ocorreu a objetivação total deste conceito, pois a interdependência, no caso mencionado pela participante, de fato, existe, porém, para outras situações, não se tem conhecimento se ocorreu a compreensão das infinitas interrelações existente entre os fenômenos.


Seguindo o movimento do estabelecimento das relações que podem ser identificadas no jogo pega-varetas, Patrícia menciona o controle das quantidades:

Patrícia (M2E2.3, 00:20:42-00:20:53): *Eu acredito que seja essa questão do controle de quantidades para verificação de quanto é cada cor, qual é o valor de cada cor.*

Para explicar o controle de quantidade, a participante relaciona o valor que atribuiu a cada vareta ao numeral que pode expressar a “[...] a quantidade de objetos, o comprimento, seu volume, a quantidade de tempo” (Panossian, 2014, p. 93).

No seu posicionamento Patrícia mostrou insegurança, pois utilizou o termo ‘acredito’. É importante retomar o fato de que uma das limitações encontradas na forma como o curso de formação foi desenvolvido e ofertado foi a tímida participação das professoras, o que impôs barreiras à própria análise dos meios semióticos.

Reconhecendo as grandezas, o controle de quantidade e a interdependência entre essas grandezas, é possível representar, por meio de uma linguagem geral, as relações da álgebra, considerado outro indício da objetivação do saber sobre os nexos conceituais da álgebra por Patrícia e Joana.

	Transcrição do segmento saliente	Observação
M2E2.4	<p>Joana (00:21:55-00:22:53): <i>Então discutimos para colocar, por exemplo 2 am, correspondendo a dois amarelos + três verde [risos], dando uma quantidade. Ficamos com dúvidas se isso não era mais um cálculo de soma com multiplicação do que [pausa], se contemplava essa fluência [gestos circulares com as mãos], o dinamismo, a dinâmica que precisa para pensar algebricamente. A gente até brincou que seria possível realizar a trocar de am, vp, por "x" e "y" [risos], mas isso, né, a gente não [pausa], não sei. Acabamos não chegando a um acordo no grupo se essa proposta garantiria o desenvolvimento do pensamento algébrico.</i></p> <p>Obs.: Durante sua fala, Joana ficava movimentando-se da direita para esquerda.</p>	 <p>Ao lado esquerdo, Joana explica a linguagem algébrica realizando gestos circulares com a mão, associando-os à sua fala. O ato de realização de gestos circulares faz Patrícia recorrer ao pensamento e ao processamento da informação, como se estivesse organizando o pensamento para conseguir formular o seu discurso.</p>

No segmento, Joana apresenta formas diversas para representar a linguagem algébrica, a saber: retórica (dois amarelos + três verde), sincopada (2 am) e simbólica ("x" e "y"). Tais formas de linguagem podem ser reconhecidas em diferentes momentos históricos da álgebra, conforme indicado na subseção 5.2.

A subdivisão entre esses diferentes momentos está associada de forma mais específica aos critérios do uso da linguagem. Exemplificando, o momento da álgebra retórica se caracteriza pela predominância do uso da linguagem natural, no caso da sincopada, predominam o uso de abreviaturas, e no último estágio, o domínio de símbolos. (Panossian, 2014, p. 106).

A participante não apresenta as nomenclaturas (retórica, sincopada, simbólica), mas expressa-se explicando as diferentes maneiras que podem ser adotadas para se representar a linguagem, que se correlacionam com as nomenclaturas supracitadas.

Radford (2011a) considera que, se ocorrer a compreensão das diferentes linguagens algébricas de forma linear, isso poderá causar um erro cronológico, visto que tende a estabelecer uma comparação direta entre os momentos históricos a partir dos fatos históricos conhecidos da Matemática nos dias atuais.

Tem-se a consciência de que, historicamente, a linguagem algébrica não se desenvolveu da forma linear como é apresentada atualmente, contudo é possível considerar essas formas de representação que as participantes se utilizam no movimento de reconhecimento das grandezas e das relações.



Associando a utilização da linguagem algébrica. Joana explica que, após as discussões acabarem, não chegaram e "[...] um acordo no grupo se essa proposta


garantiria o desenvolvimento do pensamento algébrico” (Joana, M2E2.4). A compreensão desse pensamento decorre de diferentes fatores conceituais e semióticos, que estão associados às situações de ensino orientadas que proporcionam o reconhecimento dos

[...] elementos algébricos essenciais que contribuam para que seus alunos reconheçam padrões, representem-nos, ainda que de forma não simbólica, por meio de gestos, linguagem escrita, falada ou outras formas de representação semiótica, subsidiando a futura representação simbólica, que seria importante no processo, mas não representaria, por si só, formas algébricas de pensamento. (Moretti; Virgens; Romeiro, 2021, p. 1475).

Considerando o reconhecimento dos nexos conceituais álgebra, o pesquisador, expôs as participantes a importância da identificação das grandezas envolvidas no processo do pensamento algébrico pois, “a compreensão da álgebra como uma ciência que trabalha com as grandezas de forma abstrata reforça a necessidade de atribuir significado ao sistema simbólico-algébrico-matemático” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 170). Neste sentido, Joana busca compreender a diferença entre ter ou não o reconhecimento das grandezas variáveis, para isso, utiliza um contraexemplo.

	Transcrição do segmento saliente	Observação
M2E2.5	<p>1. Pesquisador (00:24:13-00:24:26): Nesta vareta azul¹, se atribuíssemos uma determinada incógnita, ou utilizando outra expressão, se atribuíssemos uma determinada letra, ou seja, uma grandeza [...].</p> <p>¹Obs.: Patrícia, explica que, inicialmente, no planejamento do subgrupo, haviam colocado também a vareta azul, porém decidiram retirar para facilitar a organização didática.</p>	<p>O pesquisador explica à Patrícia, durante apresentação do plano de aula associando ao jogo pega-varetas, que, na proposta organizada pelo subgrupo, é possível atribuir incógnitas ou letras às cores das varetas.</p>
	<p>2. Joana (00:26:58-00:27:05): <i>Você falou</i> [refere-se ao pesquisador, momento associado à fala com Patrícia] <i>da grandeza porque estávamos em um contexto trabalhando com a pontuação?</i></p>	<p>Joana questiona o pesquisador, buscando compreender qual a referência que estava sendo considerada acerca das grandezas, as quais foram mencionadas em sua fala anterior.</p>

	Transcrição do segmento saliente	Observação
M2E2.5	3. Pesquisador (00:27:06-00:27:08): <i>Isso, aqui em cima você diz, né?</i> [pesquisador mostra para compreender a menção de Joana].	Pesquisador, para compreender o questionamento de Joana, aponta com o cursor do mouse um exemplo (indicado pela seta azul). 
	4. Joana (00:27:08-00:27:13): <i>É pode ser, nesse é [pausa], ou, se não, no 2m, que é a mesma coisa.</i>	Joana destaca o encaminhamento, associando $\text{●} + \text{●} = 10$ à cor amarela, sendo m (amarelo), logo $2m = 10$.
	5. Pesquisador (00:27:14-00:27:19): <i>É a mesma coisa, porque [pausa] você tá trabalhando com qual grandeza? Que grandeza você está considerando naquele momento?</i>	Pesquisador questiona Joana sobre o que se refere à igualdade estabelecida anteriormente.
	6. Joana (00:27:19-00:27:20): <i>O valor da [pausa].</i>	
	7. Pesquisador (00:27:21-00:27:26): <i>Da pontuação atrelada à grandeza cor [...].</i>	O pesquisador complementa a fala da linha 7 de Joana.
	8. Joana (00:27:21-00:27:21): <i>Pontuação.</i>	
	9. Joana (00:27:52-00:28:05): <i>Então, dê um contraexemplo do que não seria álgebra [gestos indicativos com as mãos durante sua fala], em que não seria mais nesse sentido algébrico, pois ainda preciso distinguir isso para mim.</i>	
	10. Pesquisador (00:28:05-00:28:06): <i>Vamos pensar o seguinte [...].</i>	
	11. Joana (00:28:06-00:28:10): <i>Seria uma coisa, isso aqui: [mostra seu caderno]. Como eu não sei do que se trata, não seria algébrico?</i>	 Joana apresenta seu caderno (destacado em azul) na câmera, com a escrita $\text{caixinha} + 7 = 13$.
	12. Pesquisador (00:28:10-00:28:14): <i>Isso! [pesquisador busca visualizar o que Joana está mostrando], porque você tem [Joana fala simultaneamente com o pesquisador].</i>	
13. Joana (00:28:16-00:28:20): <i>Caixinha + 7 = 13, que seja.</i>		
14. Pesquisador (00:28:20-00:28:21): <i>Vamos pensar que grandeza que é esta, Joana?</i> [Joana colocou no chat simultaneamente a sua fala: 00:28:46.212].	Durante a fala do pesquisador, Joana escreve no chat: Joana: $? + 7 = 10$	

	Transcrição do segmento saliente	Observação
	15. Joana (00:28:22-00:28:26): <i>Pois é, não sei! Não tenho uma grandeza.</i>	
	16. Pesquisador (00:28:25-00:28:29): <i>Você conhece ou reconhece de que grandeza se trata?</i>	
	17. Joana (00:28:30-00:28:30): <i>Hum</i> [faz movimentos com a cabeça de um lado para o outro sinalizando negação].	 <p>Ao ser questionada, Joana emite o som de negação, simultaneamente movimentando sua cabeça da direita para esquerda (negação).</p>

O segmento apresenta indícios da atualização do saber em conhecimento (nexos conceituais da álgebra). Joana demonstra estar em contradição, instigada a compreender o sentido atribuído à expressão “grandeza” (M2E2.5, linha 1), proposta pelo pesquisador no diálogo com Patrícia.

O pesquisador utiliza a referência de Patrícia, a cor da vareta azul, que pode ser representada de forma geral como uma incógnita ou “letra” (M2E2.5, linha 1), a qual foi denominada de “grandeza”. Ao pensar na cor, normalmente, esta não está associada a uma grandeza, entretanto a cor como uma grandeza, como qualquer outra coisa, precisa ser quantificada para ser controlada.

Joana, utilizando a proposta do plano de aula do seu subgrupo, busca associar a cor amarela como sendo a incógnita m (amarelo), logo tendo duas cores idênticas: $2 m$, $\text{●} + \text{●} = 10$ ($m + m = 10$), como mencionado na linha 4 do segmento M2E2.5.

A cor amarela citada por Joana está relacionada com a pontuação de cada vareta (5 pontos). Também pode-se afirmar, pelo contexto, que a incógnita m está sendo atribuída à pontuação da vareta amarela, o que seria a grandeza.

Joana propõe o contraexemplo $\text{📦} + 7 = 13$, buscando compreender por que, este caso não era considerado uma forma de pensamento algébrico de acordo com as premissas do movimento histórico-lógico. Como já mencionado, esse exemplo pela definição matemática é uma “forma” para representar uma equação, porém nele são desconsideradas as grandezas, tendo como foco a descoberta do valor, que, somado a 7, resultará 13, o que pode ser resolvido de forma aritmética, sem a preocupação com um modo geral de solução.

Na formação continuada, as participantes foram convidadas a atribuir um novo sentido à álgebra e ao seu ensino, por meio do estabelecimento das relações das grandezas variáveis e suas generalizações e representações. Logo, ao considerar o exemplo (M2E2.5, linha 11), não é possível atribuir o contexto e o sentido à sentença, tornando-a mais uma sentença em que é necessário determinar qual número que, somado a 7, resultaria em 13, o que exigiria uma compreensão aritmética, desconsiderando qual grandeza da caixa está sendo considerada, que pode ser, volume, área, comprimento, largura ou espessura por exemplo.

Joana, ao ser questionada pelo pesquisador sobre qual grandeza da caixa está sendo considerada como referência, prontamente explica: (Joana, M2E2.5, 00:28:22-00:28:26): *Pois é, não sei! Não tenho uma grandeza*". Neste caso, a participantes apresentou indícios de objetivação, o qual, chamou de contraexemplo associado a um caso particular de substituição de valor que somado à 7 resulta em 13, desconsiderando as grandezas que poderiam estar envolvidas e suas relações.

Ao término do diálogo com pesquisador Joana e Patrícia expõem:

	Transcrição dos segmentos salientes	Observação
M2E2.6	1. Patrícia (00:28:48-00:29:19): <i>Então, deixa eu ver se também entendi, pois estou na construção junto com a Joana, porque também tenho um pouco de dúvida. Então tenho, na situação que a Joana mostrou [refere-se ao exemplo da caixa $+ 7 = 13$ mostrado no caderno], qualquer coisa mais $+ 7 = 10$. Se essa qualquer coisa está dentro de um contexto, eu consigo trabalhar uma questão de pensamento algébrico, mas, se ela é colocada isoladamente, ela só é um pensamento aritmético.</i>	Patrícia busca identificar se seu entendimento acerca da álgebra e seu ensino vão ao encontro da visão dialogada do pesquisador com Joana.
	2. Patrícia (00:29:48-00:30:23): <i>Agora ficou bem mais claro. Quando você explica que, quando a gente está dentro de um contexto, seja de um problema, ou seja, uma situação do cotidiano, enfim, qualquer que seja o contexto [faz gestos com as mãos para representar o espaço], nós temos algo como este que a Joana exemplificou. Eu consigo identificar as grandezas então a partir disso, consigo identificar um pensamento algébrico. Já quando é algo isolado já [faz gesto de negação com a mão], vai pela tentativa e erro, que é mais próximo do pensamento aritmético.</i>	Positivamente, Patrícia demonstra ter objetivado o entendimento da necessidade do reconhecimento das grandezas que podem variar.

Patrícia deixa claro, em seu posicionamento, o que Radford (2006, 2017a), compreende por objetivação do conhecimento: quando o saber é tomado como uma entidade constituída histórica e culturalmente, torna-se propriedade do "eu", da subjetividade do indivíduo. Neste caso, considerando que um dos nexos conceituais

apresentados durante o curso destacava a importância do reconhecimento das grandezas envolvidas na tarefa, fica evidente a compreensão de Patrícia a respeito, o que nos revela indícios de sua objetivação.

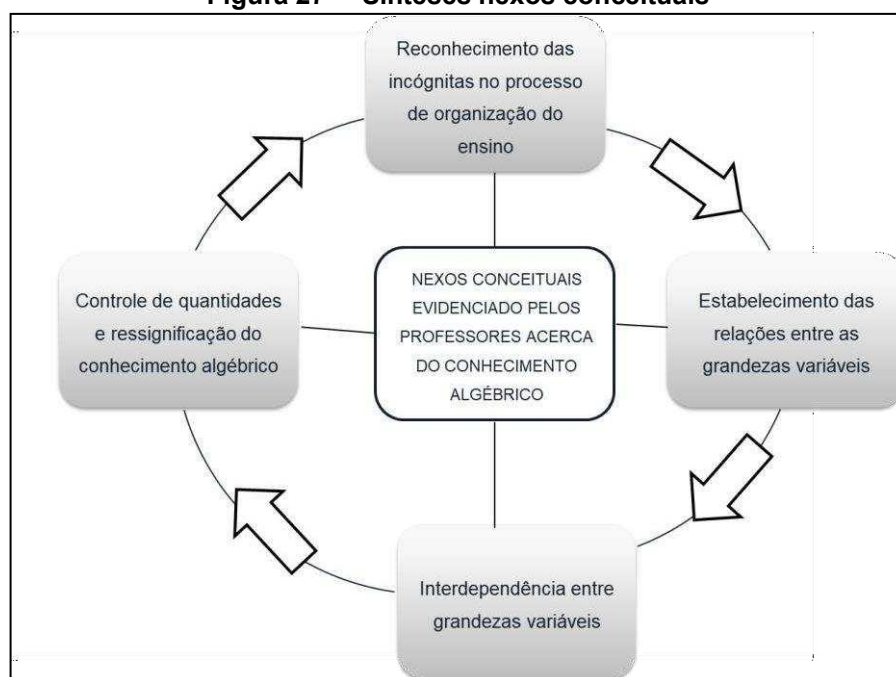
Patrícia (M2E2.6, 00:29:48-00:30:23) explica que “[...] *se essa qualquer coisa está dentro de um contexto, eu consigo trabalhar uma questão de pensamento algébrico*”. Considerando as limitações de tempo do curso, não foi possível aprofundar com as participantes o contexto, porém é preciso destacar que, ao abordar a equação apresentada pela participante Joana, $caixa + 7 = 10$, não se trata de “contextualizar”, mas sim de relacionar e correlacionar a identificação das grandezas e suas quantidades, para que as relações possam ser estabelecidas.

Reis (1919, p. 6) destaca que “[...] a letra x não representa apenas um número abstrato, mas sim uma quantidade [...]”, portanto, ao buscar a solução desta quantidade mencionada, faz-se necessário “[...] procurar as relações distintas que existem entre as quantidades conhecidas e desconhecidas” (Reis, 1919, p. 35), isto é, as grandezas.

Sousa (2004) explica a necessidade da elaboração de juízo sobre os conceitos que serão estudados, além disso, “[...] não se apresentam, aos alunos, os conceitos prontos e acabados. Convida-se o estudante a pensar sobre tais conceitos” (Sousa, 2004, p. 271), e estes conceitos, nesta pesquisa, referem-se à álgebra e ao seu ensino partindo do movimento histórico-lógico como premissa didática.

De forma dialética, foi possível perceber indícios e mudanças no posicionamento das participantes, por meio dos quais demonstraram ter entrado em confronto consigo mesmas, na forma de pensar algebricamente a partir de casos particulares, buscando identificar e estabelecer as relações entre as grandezas variáveis. Abaixo, com a Figura 27, não se busca concluir, mas sim sintetizar alguns aspectos nesta subcategoria:

Figura 27 – Sínteses nexos conceituais



Fonte: elaborada pelo autor (2023).

Em síntese, os indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra foram evidenciados pelas participantes Joana e Patrícia que dialogaram, abriram suas câmeras e se posicionaram perante as indagações apresentadas pelo pesquisador. Enfim, os processos de objetivação tornaram-se limitados, restringindo-se ao indício do reconhecimento das grandezas associadas à quantificação, à interdependência e à variação.

7.1.4 Sínteses das formas de objetivação do conhecimento algébrico

Uma das visões apresentadas pelos professores está associada à álgebra como um conjunto de símbolos e procedimentos a serem seguidos para solução de uma tarefa. Essa compreensão reduz a álgebra aos elementos aparentes, não possibilitando o desenvolvimento na sua essência como um todo.

Historicamente, o ensino da álgebra tem enfatizado o simbolismo e a lógica formal mais do que a forma de pensar algebricamente e, nesse caminho, pressupõe “[...] a aritmética como pré-requisito para o ensino da álgebra, se caracteriza como uma abordagem tradicional” (Moretti; Virgens; Romeiro, 2021, p. 1461). Nesse sentido, a primeira subcategoria revela que as participantes objetivaram a álgebra com aproximações à aritmética generalizada.

Compreendida como aritmética generalizada, a álgebra contempla estruturas numéricas, relações entre os conjuntos numéricos e generalizações partindo de modelos matemáticos que não foram mostrados em sua totalidade pelas participantes, por isso existem “aproximações” que foram associadas às quatro operações matemáticas e a termos desconhecidos em uma igualdade.

Na segunda subcategoria, a álgebra foi objetivada partindo do documento norteador curricular, a BNCC (Brasil, 2018). Nesse entendimento, a álgebra parte de estruturas e relações singulares do reconhecimento de atributos aparentes de objetos (cor, forma por exemplo) em sequências ou procedimentos aritméticos.

Ainda foi possível inferir que existem aproximações da BNCC a uma possível aritmética generalizada, partindo de fatos e procedimentos aritméticos como pré-requisito para estruturas algébricas complexas.

A BNCC tem influência no processo de organização do ensino, pois as participantes, ao objetivarem alcançar as habilidades, desconsideraram o movimento histórico-lógico que inicialmente consideravam, como explicou Joana: (M2E2.1, 00:14:23-00:14:29) *“Mas, no decorrer da organização do plano de aula, acabamos nos atendo [...] em dar conta das habilidades”*.

A última subcategoria, assim como as demais, também apresentou limitações no processo de análise, acarretadas pelas condições de desenvolvimento do curso, com tarefas síncronas e assíncronas. Houve tímida participação nos encontros, o que dificultou a captura dos meios semióticos que evidenciam a atualização do saber em conhecimento.

Os indícios da aprendizagem se mostraram mais presentes nas participantes Patrícia e Joana, que se sobressaíram nas interações com o pesquisador e demais participantes. Foi possível identificar indícios de objetivação dos nexos conceituais associados ao reconhecimento das grandezas variação, interdependência e as diferentes formas de linguagem algébricas (retórica, sincopada e simbólica).

Como já mencionado, o foco desta pesquisa não são os processos de subjetivação, mas estes não podem ser desconsiderados, pois como afirma Radford (2021), os processos de objetivação também coproduzem subjetividades.

7.2 Indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra no processo de organização do ensino

De modo interrelacionado com a categoria de análise 7.1 e suas subcategorias, nesta categoria serão analisados os indícios das necessidades das participantes nos processos de objetivação dos nexos conceituais da álgebra, associados à organização do ensino oriundo das vivências coletivas do curso de formação continuada.

Para apresentar esses indícios, esta categoria está organizada em duas subdivisões, conforme apresentado no Quadro 17.

Quadro 17 – Categoria e subcategorias de análises

7.2 Indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra no processo de ensino	7.2.1 Aspectos e limitações no processo de organização do ensino
	7.2.2 Indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra na organização do ensino.

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

Essa categoria foi organizada para reforçar o entendimento de que a escola é um espaço com o objetivo de auxiliar no desenvolvimento do sujeito como ser histórico e cultural, constituído por diferentes subjetividades e particularidades.

Esse desenvolvimento está diretamente ligado à forma como os educadores realizam a organização do ensino, sendo uma das necessidades evidenciadas pelas participantes durante o curso de formação continuada, que serão explicitados a seguir.

7.2.1 Aspectos e limitações no processo de organização do ensino

Panossian (2014, p. 22) considera que “[...] o conhecimento é constituído na experiência histórica humana e o modo de organização do ensino visando à formação do sujeito ao se apropriar desse conhecimento”, que decorre da atualização do saber guiado pelo trabalho conjunto entre professor e estudante. Para que esse processo ocorra, a Teoria da Objetivação entende esses sujeitos como

[...] seres humanos inacabados e inacabáveis, sempre em movimento, em constante evolução, buscando sempre a si próprios, em uma relação dialética e tensa com o mundo que os rodeia e que são alterados e ao mesmo tempo alteram esse mundo. (Almeida; Martins, 2022, p. 108).

Assim, no segundo capítulo, foi visto que a formação dos profissionais que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental apresenta fragilidades desde sua concepção, pelo baixo número de disciplinas voltadas ao ensino da Matemática (Curi, 2004; Cunha, 2010) e o próprio medo dos futuros professores em relação aos elementos conceituais da Matemática (Alves; Cavalcante, 2017). É possível citar como exemplo o relato da participante Adriana (M1F1.3), que explica que a Matemática foi um desafio desde o seu período de estudante:

Adriana (M1F1.3): *Para mim, a matemática sempre foi um desafio. Como aluna, esta foi uma das disciplinas em que tinha mais dificuldade. Como professora, vejo o ensino da matemática ainda com olhos de dificuldade. Minha inscrição nesse curso se deu para revisar conceitos, aprender coisas novas e evoluir como profissional.*

A participante evidencia que a Matemática, possivelmente, é um dos desafios encontrados no seu cotidiano escolar, acarretado pela sua dificuldade com os conceitos, o que nos permite inferir uma limitação no processo de organização do ensino deste componente curricular.

Adriana explica que sua participação no curso “[...] se deu para revisar conceitos, aprender coisas novas e evoluir como profissional” (M1F1.3). Essa necessidade de visitar conceitos deriva, possivelmente, da própria formação inicial do profissional polivalente, ocasionada pelas “[...] poucas oportunidades para uma formação em matemática que possa fazer frente às atuais exigências da sociedade” (Nacarato; Mengali; Passos, 2019, p.20).

Adriana, em sua exposição, não deixou claro que sua necessidade da formação se refere ao processo de organização do ensino da álgebra, mas sim ao conhecimento da matemática e à evolução pessoal. Já Tainá (M1F1.6) explica que, com a formação, esperava “[...] conhecer um pouco mais sobre o trabalho com a álgebra nos Anos Iniciais além adquirir ferramentas que me auxiliaram em práticas envolvendo essa temática em sala”.

A necessidade de aprofundamento dos conceitos matemáticos por parte dos profissionais dos Anos Iniciais é encontrada em discussão há mais de 30 anos no país (Nacarato; Mengali; Passos, 2019, p.20), pois muitos professores reproduzem o modo como aprenderam em seu período escolar, focando no procedimento sem a compreensão da essência dos conceitos.

Da mesma forma, a participante Luci (M1F1.10) objetivava com o curso apropriar-se de conhecimentos específicos da matemática para auxiliar no seu trabalho em sala de aula.

Luci (M1F1.10): *A expectativa sobre o curso são as melhores possíveis, espero ampliar meu conhecimento específico na área de Matemática, tornando minha prática junto aos alunos mais eficiente e significativa.*

Na mesma perspectiva de Luci, Joana, no primeiro diálogo com o pesquisador, explica que não se sente confiante no processo de organização do ensino associando à álgebra e ao seu ensino:

Joana (M1F1.15): *Espero muitas trocas e aprendizagens sobre a álgebra nos Anos Iniciais.*

Pesquisador (M1F1.15): *Profe, com sua experiência e relação com o processo de ensino e aprendizagem de matemática, você acredita que, na sua práxis pedagógica, você abarca, na organização do ensino, os conhecimentos algébricos?*

Joana (M1F1.15): *Olá, profe Anderson, Infelizmente, mesmo tentando algumas coisas, compreendo que não dou conta ainda de organizar o ensino trazendo conhecimentos algébricos. Em algumas situações-problema, percebo que poderia explorar mais, no entanto não sei o que explorar especificamente.*

Pesquisador (M1F1.15): *Obrigado pelo seu retorno, espero que este curso lhe proporcione diferentes olhares voltados ao processo de organização do ensino de álgebra. Ótimos estudos.*

No segmento, é possível perceber o esforço da participante em explorar a álgebra no processo de organização do ensino, contudo é perceptível a fragilidade nos conceitos algébricos, o que obsta o desenvolvimento de ações que conduzam à atualização do saber em conhecimento. Nesse sentido, é possível manter o questionamento de Panossian (2014, p. 142):

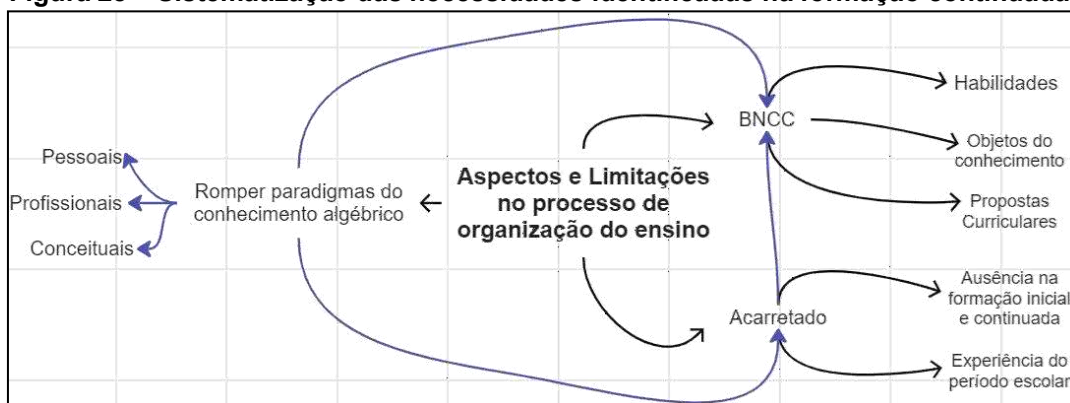
Algumas das dificuldades encontradas pelos estudantes na aprendizagem da álgebra e pelos professores em seu ensino não seriam derivadas da organização do ensino de álgebra que procura apresentar esse conhecimento como produto e a partir de sua forma simbólica no estágio mais formalizado?

O curso de formação continuada foi conduzido em observância às necessidades das participantes, isto é, com reflexões, referenciais teóricos e metodológicos que propusessem colocar os professores na atualização do saber em conhecimento, associando os nexos conceituais da álgebra ao histórico-lógico dos conceitos.

Nesse movimento, foi possível perceber a fragilidade apresentada pelas professoras em sua formação inicial e continuada, no que concerne à matemática e ao seu ensino, em especial de álgebra, com dificuldades conceituais.

Outro fator já apresentado está associado à BNCC, que apresenta o ensino de álgebra desde os Anos Iniciais como um conjunto de objetos do conhecimento e habilidades, algo novo para as profissionais participantes, muitas das quais não tiveram contato com esse conhecimento em sua formação inicial ou continuada, tendo como referência suas próprias experiências passadas, como Eliane (M1F1.13), que buscou participar do curso de formação continuada porque “[...] a álgebra além de estar inserida na BNCC, está contida em nossa Proposta Pedagógica do município” em que atua como professora. Para sintetizar este subcapítulo, apresenta-se a Figura 28:

Figura 28 – Sistematização das necessidades identificadas na formação continuada



Fonte: elaborada pelo autor (2023).

As necessidades e limitações objetivadas nesta subcategoria, associadas à álgebra e ao seu ensino, são guiadas pelas experiências pessoais do período de estudante dos professores, pois muito desses profissionais tiveram o ensino de álgebra voltado ao processo tradicional de ensino, que preconizava a reprodução “[...] mecânica de algoritmos e técnicas, do que o desenvolvimento de uma forma de pensamento que reconheça, por meio da generalização, os padrões, o movimento, a variação de grandezas e as relações funcionais” (Moretti; Virgens; Romeiro, 2021, p. 1461).

7.2.2 Indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra na organização do ensino

Nesta subcategoria, busca-se apresentar como as participantes objetivaram os nexos conceituais da álgebra no processo de organização do ensino. Para alcançar essa intencionalidade, serão selecionados os segmentos salientes que evidenciam o movimento em que os professores pressupõem como poderia ocorrer o ensino com seus estudantes.

Os sentidos iniciais (subcapítulo 7.1) identificados pelas participantes no que concerne à álgebra e seu ensino estavam diretamente associadas às suas experiências escolares, como relatam Maria e Camila:

Maria (M1F2.4): *Recordando o meu período escolar, ao falar de álgebra, imediatamente relaciono com fórmulas e equações, sinto certa dificuldade de lembrar os conceitos que me foram ensinados.*

Camila (M1F2.5, 00:00:17- 00:00:27): *Lembro de que tinha bastante facilidade com as equações, mas com as funções eu tinha muitas dificuldades, tanto é que fiquei em recuperação e precisei fazer aula particular com minha tia, que era professora de Matemática.*

Associando as experiências, as participantes apresentaram indícios da álgebra voltado ao processo resolutivo de equações, fórmulas e funções, temas recorrentes nos materiais didáticos sobre álgebra.

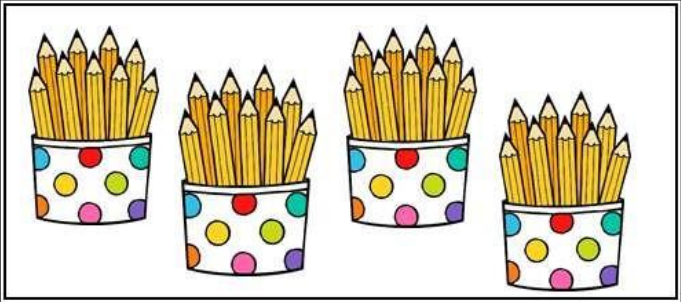
Já a participante Lurde associa o processo de contagem diretamente ao pensamento algébrico:

Lurde (M1F2.1): *Eu acredito que o aluno, ao demonstrar o processo de contagem dentro da unidade temática de números usando representações de bolinhas e ou traços, ele está representando o pensamento algébrico.*

Não é possível perceber, nesse sentido, a objetivação dos nexos conceituais da álgebra, mas sim uma vinculação com o processo de contagem da aritmética. No mesmo sentido de Lurde, que seguiu a proposta de organização do ensino de Adriana, a qual apresenta um conjunto de lápis em quatro recipientes e convida os estudantes a estimarem a quantidade (Figura 29):

Figura 29 – Proposta de organização do Ensino (Adriana)

COM BASE NA AULA SOBRE ESTIMATIVAS SERÁ QUE VOCÊ CONSEGUE ESTIMAR QUANTOS LÁPIS HÁ ABAIXO? NÃO ESQUEÇA QUE VOCÊ NÃO PODE CONTAR.



ESCREVA AQUI SUA ESTIMATIVA:

1- AGORA CONTE OS LÁPIS QUE ESTÃO NOS POTES E RESPONDA:

• QUANTOS LÁPIS VOCÊ CONTOU?	
• VOCÊ ESTIMOU UM NÚMERO MAIOR OU MENOR DO QUE A QUANTIDADE DE LÁPIS NOS POTES?	
• SUA ESTIMATIVA FICOU PERTO OU LONGE DO RESULTADO CORRETO?	
• PARA CHEGAR NUM TOTAL DE 50 LÁPIS, QUANTOS LÁPIS FALTAM?	


Fonte: participante Adriana (M3T1.9).

Uma possível associação da estimativa de quantidade com a álgebra pode ter sido influenciada pela BNCC (Brasil, 2018), que considerada a estreita relação da unidade temática de números com a álgebra no que tangencia às sequências numéricas recursivas e repetitivas.

As sequências foram consideradas pelas participantes como uma forma de objetivação no planejamento. Uma possível justificativa para essa consideração pode estar relacionada ao fato de que, nos três primeiros anos do Ensino Fundamental, a BNCC descreve habilidades voltadas ao trabalho com sequências visando à busca de padrões e regularidades (sequências numéricas ou de figuras), como considerado no planejamento por Valquíria e Maria (Figura 30):

Figura 30 – Proposta de organização do ensino – Valquíria e Maria

1 Observe algumas crianças jogando o jogo do **pim**.



2 Na sequência de **3** até **30**, quais números serão substituídos pela palavra **pim**? 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30.

Solicitar que construam uma tabela preenchendo a sequência regular dos minutos, conforme abaixo:

00	05	10							
----	----	----	--	--	--	--	--	--	--

cento e três

Fonte: participantes Valquíria (M3T1.6) e Maria (M3T1.8), respectivamente.

Valquíria apresenta uma proposta didática associada a padrões de contagem de 3 em 3, na qual o estudante, ao encontrar um número múltiplo de 3, não poderá falar o número, mas sim “PIM”. Já Maria propõe, para que seja completado a sequência associando os minutos, que a contagem ocorra de 5 em 5.

No trabalho com as sequências, como é proposto, por exemplo, 3, 6, 9, 12, etc., entende-se que a lei de recorrência (sequência recursiva) é formada pela soma de três unidades ao elemento imediatamente anterior. Essa informação permite ao aluno reconhecer os próximos elementos da sequência, entretanto torna-se trabalhoso e cansativo determinar o centésimo termo, por exemplo.

Entende-se que, partindo de casos numéricos particulares e aritméticos, é possível estabelecer relações gerais, porém limitadas à generalização aritmética isolada, sem o reconhecimento das grandezas e de suas relações.

O essencial para o desenvolvimento do conhecimento algébrico, ao ensinar sequências, é identificar as grandezas envolvidas e investigar a regularidade que pode existir entre elas. Por ser uma sequência, uma das grandezas envolvidas em geral é a posição que determinado elemento quantitativo ocupa em relação aos demais elementos. (Panossian, 2014, p. 125).

O reconhecimento das grandezas é essencial para o ensino e a aprendizagem das sequências, porém esse olhar foi limitado no planejamento das participantes, dando-se ênfase a casos particulares e ao reconhecimento de padrões aparentes na sequência de objetivos ou a elementos ausentes na sequência, por exemplo.

No trabalho com sequência, ocorre a busca pelas regularidades, que é necessária para o estabelecimento de uma generalização, porém, antes desse passo, é necessário tomar consciência das grandezas que estão sendo consideradas e como se dá sua variação, pois as relações nem sempre são regulares, tampouco sempre irregulares.

Outra consideração acerca das sequências trata-se das generalizações que são realizadas quando ocorre o trabalho somente com grandezas limitadas a quantidades discretas, que geralmente são associadas a um único valor de contagem (quantidade de triângulos e círculos, por exemplo). Quando associada a uma grandeza contínua, essa pode ser infinita e não limitada (comprimento e volume por exemplo).

No segundo módulo, as participantes foram convidadas a formar subgrupos, para organizar um plano de aula explorando os conceitos algébricos por meio do jogo pega-varetas.

Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 163) afirmam que “[...] jogos como varetas são encontrados em diversos momentos da história da humanidade [...] um jogo bastante popular entre as crianças do período colonial” e até hoje esses jogos são encontrados e utilizados com regras similares às da sua origem.


O jogo pega-varetas, também conhecido como micado, apresenta algumas variações e é desenvolvido da seguinte maneira, como explica o subgrupo de Eliane:

Figura 31 – Explicação jogo pega-varetas (subgrupo de Eliana)

- O jogo de pega varetas é composto de 31 varetas coloridas. Nesta proposta serão utilizadas apenas duas cores, sendo que cada cor possui um valor de pontuação diferente.
- Um jogador deverá pegar todas as varetas com uma das mãos e soltá-las numa superfície lisa.
- Cada jogador deverá retirar quantas varetas conseguir com os dedos sem mexer com as outras.
- Se ao retirar uma vareta, encostar em outra, fazendo-a se mover, o jogador passa a vez.
- Quando não houver mais vareta sobre a mesa, cada jogador deve somar a pontuação das varetas de sua posse. Aquele que somar a maior pontuação será o vencedor.

Fonte: participantes Eliane, Luciane, Luci, Helisa e Marcela (M2T1.1).

Na organização do ensino utilizando o jogo de pega-varetas, um dos aspectos considerado pelas participantes tangencia o registro, enquanto ação de aprendizagem que poderá possibilitar o estabelecimento de relações entre a quantidade de varetas e a pontuação correspondente, como considera Eliane:

	Transcrição do segmento saliente	Observação
M2S7.30	Eliane (00:25:45-00:26:16): <i>Eles começam o jogo registrando sua pontuação numa ficha individual, então, no primeiro momento, eles jogam coletivo, porém cada um registra sua pontuação. Aí eles vão marcando. Como é 1º Ano, nós consideramos pertinente que eles comecem com o desenho, então que eles coloquem lá: - “Ah, eu tirei uma varetinha verde que vale um ponto”. Fazer uma varetinha, há vermelha [com intensidade], que vale 2 pontos, vai fazer duas varetinhas para que, no final, ela consiga no final totalizar os pontos.</i>	 <p>Eliane explica ao grupo que poderá iniciar a exploração do jogo na forma coletiva e, na sequência, cada estudante realiza o registro individual. Durante sua fala, permaneceu com a câmera fechada.</p>

Na visão da participante, para começar o contato com o conhecimento algébrico, faz-se necessário, inicialmente, ter o registro coletivo e depois o individual. No segmento destacado não é possível afirmar ou interpretar qual a intenção do subgrupo com o conhecimento algébrico ao associar o registro da quantidade de varetas ou a pontuação.

Após a orientação do registro, as participantes sugerem a discussão com os estudantes de forma coletiva, nestes termos:

Eliane, Luciane, Luci, Helisa e Marcela (M2T1): *Retomar a tabela preenchida pelos grupos e solicitar que compartilhem oralmente seus registros, estratégias, dificuldades e percepções que tiveram durante o jogo.*

- a) *Alguém teve dificuldade em entender o desafio?*
- b) *Quais foram as dificuldades no preenchimento da tabela?*
- c) *E dificuldade para marcar os pontos na tabela?*
- d) *Foi difícil somar o total de pontos?*
- e) *Para que serviram os números descobertos no desafio?*

Nos encaminhamentos, ocorrem associações de aspectos procedimentais do jogo pega-varetas com as dificuldades encontradas pelos estudantes durante as jogadas.

Nas ações propostas pela equipe de Eliane, não foi possível identificar encaminhamentos que proporcionassem o estabelecimento das relações e as interrelações envolvidas entre as grandezas, como as muitas possibilidades associadas a partir das variáveis campo de variação e estabelecimento de valores específicos desconhecidos (incógnitas).

Seguindo os encaminhamentos associados ao jogo pega-varetas, Deise apresenta uma proposta em que o atrela a um determinado valor fixo:

Deise (M3T1.5): *Já trabalhei com turmas de 2º ano e 4º ano, situações-problema da questão da entrega por aplicativos, onde eles cobriam uma taxa fixa e mais o valor do produto. Isso desenvolveria o pensamento algébrico, pois teriam que trabalhar com mais de uma grandeza.*

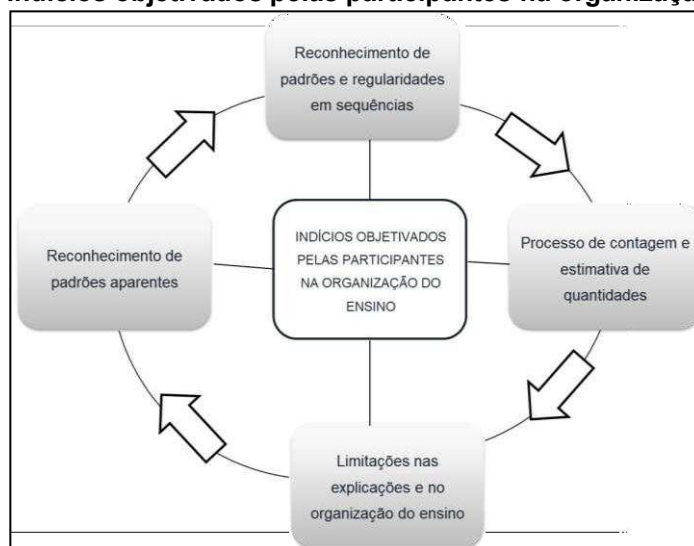
Deise associa a sua proposta com as entregas realizadas por pessoas cadastradas em aplicativos, nas quais os sujeitos podem contratar um determinado produto sem sair de sua residência, realizando o pagamento de um valor final diretamente relacionado à distância percorrida.

Para que ocorra o estabelecimento dessa relação pelos estudantes, é importante que o objetivo do planejamento esteja organizado de forma orientada, conduzindo à identificação das grandezas envolvidas no problema desencadeador,

como custo do combustível, quilometragem rodada, distância, etc., associada ao reconhecimento das relações e da interdependência existentes entre essas grandezas, a variação e o campo de variação, por exemplo.

Entretanto, mesmo que no planejamento de Deise seja possível destacar essas relações envolvendo os conceitos de variável, grandeza e interdependência, não é possível afirmar que essas relações sejam exploradas ou entendidas pela participante como nexos conceituais da álgebra, pois ela apresentou como planejamento de ensino a frase destacada no segmento (M3T1.5): “[...] *isso desenvolveria o pensamento algébrico, pois teriam que trabalhar com mais de uma grandeza*”. Nos demais momentos do curso, não houve evidência a ser considerada para corroborar a objetivação do seu conhecimento. Para sintetizar as considerações desta subcategoria, apresenta-se a Figura 32:

Figura 32 – Índícios objetivados pelas participantes na organização do ensino



Fonte: elaborada pelo autor (2023).

O processo de organização do ensino apresentou limitações associados aos nexos conceituais da álgebra, pela ausência de relações a serem exploradas ou por explicações simplistas que não permitem uma análise detalhada pelo pesquisador, ou até mesmo por uma possível inferência associada aos nexos. As participantes Joana e Patrícia apresentaram indícios associados à resignificação do ensino, que serão apresentados na próxima categoria.

7.3 Indícios de objetivação do conhecimento algébrico: o caso de Joana e Patrícia

Esta última categoria busca apresentar indícios do processo de objetivação por parte de Joana e Patrícia. Inicialmente, havia a expectativa de que o curso de formação desenvolvido exercesse influências sobre a “[...] transformação dos indivíduos no processo de apropriação dos conhecimentos e saberes” (Moretti; Asbahr; Rigon, 2011, p. 481) associados à álgebra e ao seu ensino.

A atualização do saber em conhecimento, na Teoria da Objetivação, pode ser associada à ressignificação para o “eu”, em que o saber se transforma na materialização do conhecimento para o indivíduo, isto é, em formas de ação e reflexão culturalmente constituídas.

Na formação continuada, como apresentado nas categorias anteriores, foi possível observar “indícios” de objetivação dos nexos conceituais da álgebra mesmo considerando as limitações de tempo de dedicação das participantes, a duração do curso, o uso dos recursos tecnológico e a dificuldade do pesquisador em acompanhar outros gestos e ações das professoras.

Apesar dessas limitações do curso de formação, principalmente sua duração, o que limitou o reconhecimento de mudanças na objetivação do conhecimento algébrico pelas participantes, foi possível evidenciar as potencialidades e os indícios da objetivação do conhecimento em alguns das participantes.

É o caso de Joana, que participou de todas as tarefas síncronas e assíncronas. Ao chegar no terceiro módulo do curso, referente à organização do ensino (M3T1), considera que o curso lhe convidou a pensar de forma diferente acerca da álgebra e de seu ensino:

Joana (M3T1.4): *Antes de fazer o curso, tinha em mente muitas sequências de atividades que realizo com as turmas e que considerava estar trabalhando com o desenvolvimento do pensamento algébrico, outras, porém, nem de longe eu associava a isso. O estudado no curso bagunçou tudo, ou melhor, mostrou que tudo vinha já muito bagunçado.*

Essa “bagunça” acarretada pelo curso pode indicar que, a partir dos saberes compartilhados, Joana colocou em movimento seu próprio conhecimento sobre álgebra em um processo de tomada de consciência, pois “[...] um processo de objetivação não pode ser um processo no qual o indivíduo que aprende permanece

igual” afirma Radford em entrevista concedida a Panossian e Moretti (Moretti; Panossian; Radford, 2018, p. 237).

O indivíduo confronta-se consigo mesmo, mudando seu posicionamento e sua postura perante o objeto, atualizando seus saberes e transformando-se como pessoa, como expôs Joana: “[...] o desenvolvimento do pensamento algébrico, outras, porém, que nem de longe eu associava a isso” (M3T1.4). Então, o processo formativo produz não somente conhecimento, mas também subjetividades.

Essas subjetividades estão diretamente ligadas ao processo de objetivação do conhecimento. Na tarefa sobre organização do ensino (M3T1), Joana buscou resgatar uma proposta de ensino que considerasse o estabelecimento dos nexos conceituais:

Joana (M3T1.4): *Me detive por algum tempo em resgatar alguma sequência de atividades que considerava significativa do ponto de vista de um suposto trabalho com o desenvolvimento do pensamento algébrico, mas praticamente todas esbarravam nas condições que agora [com o curso] considero fundamentais para o planejamento e a realização de atividades na perspectiva algébrica.*

Considerando o jogo de Boliche, Joana propôs a realização de uma releitura já vivenciada anteriormente, que, no primeiro momento, possivelmente, não havia sido trabalhada na premissa do movimento histórico-lógico, porém, com sua participação no curso de formação, e foi ressignificada, atrelando-se aos nexos conceituais:

- Controle de quantidade;
- Movimento: fenômenos, conforme varia objetos, varia o resultado;
- Grandezas e variação;
- Generalização
- Diferentes linguagens. (Joana, M3T1.4).

Após estabelecer as relações observadas na proposta de ensino, Joana comenta:

Joana (M3T1.4): *Como é mais fácil a gente se apoiar na experiência, uma espécie de “segurança docente”. Refletindo, vendo e discutindo o percurso de elaboração com o grupo que participei, depois compartilhando com os outros grupos, o jogo pega-varetas, me lembrei de um jogo que sempre trabalho todos os anos e já fiz com alunos de 1º a 5º anos e que, por suas similaridades de estrutura com o pega-varetas, poderia, daqui em diante, me servir como uma possibilidade na elaboração de situações de ensino que contemplem o desenvolvimento do pensamento algébrico.*

Joana, pautada nas vivências dos encontros de subgrupos e do coletivo, estabelece relações que lhe permitem retomar a proposta de ensino desenvolvida nos

Anos Iniciais, a qual lhe possibilita evidenciar os nexos conceituais do conhecimento algébrico, como ela mesma explica:

Joana (M3T1.4): *Detalho na sequência, como já fiz muitas vezes, e vou tentando refletir em como algumas alterações poderiam ser feitas, de modo a tornar o encaminhamento intencionado também ao desenvolvimento do pensamento algébrico.*

O estabelecimento das assimilações de Joana revela elementos do processo de formação que estão diretamente ligados à objetivação do conhecimento. Esse processo, por sua vez, é dialético. Como indica Moretti (2007, p. 101), “[...] oscilando entre momentos de reflexão teórica e ação prática e complementando-os simultaneamente [é] que o professor vai se constituindo como profissional por meio de seu trabalho docente, ou seja, da práxis pedagógica”, que é contínua e inacabada. A situação proposta e ressignificada por Joana foi denominada “Releitura do Boliche” e consiste em “*Dez garrafas pet com um pouco de areia no fundo, enfeitadas com crepom colorido – duas de cada cor*” (Joana, M3T1.4).

As regras devem ser delimitadas com a turma por meio da realização de “[...] *combinados, fazendo registro coletivo no quadro. Estabelecer o valor 2 como pontuação para cada garrafa*” (Joana, M3T1.4).

Nesses encaminhamentos propostos, Joana espera reconhecer as grandezas envolvidas (pontuação, cor das garrafas de boliche, quantidade de garrafas), que poderão variar para cada jogada e cada jogador.

Figura 33 – Reconhecimento das grandezas (releitura do boliche)

Dar ênfase na grandeza que vai variar, a pontuação, a cada garrafa, temos dois pontos. Retomar a “tabuada” com o sentido de construção dos múltiplos de dois, os números pares. Com base nessa explicação, pedir que os estudantes anotem: Quais pontuações nunca teremos como resultado das jogadas da turma? Tentar fazê-los perceberem que ninguém poderá ter uma pontuação ímpar nesse jogo, com essa pontuação.

Fonte: participante Joana (M3T1.4).

Para o estabelecimento das relações envolvendo as grandezas, Joana propõe diferentes encaminhamentos ordenados, que conduzam o pensamento do estudante ao reconhecimento das relações e interrelações, pois os conceitos algébricos não iniciam no processo de registro simbólico, mas “[...] de forma orientada chegam até

este registro, garantindo a atribuição de significados aos símbolos utilizados” (Sousa; Panossian, Cedro, 2014, p. 147).

Nessa “busca” das relações dos nexos conceituais, Joana propõe a generalização das grandezas envolvidas na tarefa, nestes termos:

Figura 34 – Problematizando as grandezas – releitura do boliche

Objetivando impulsionar a mobilidade de pensamento nos estudantes, como uma noção do movimento de pensar com vistas ao “geral”, fazer uma primeira tentativa de colocar a dinâmica implícita no movimento de generalização, problematizando possíveis respostas as pontuações do jogo.


Fazer situações, na oralidade, envolvendo a variação da grandeza pontuação conforme quantidade de garrafas derrubadas, que neste jogo em que estabelecemos uma pontuação específica, será sempre um múltiplo de dois, um número par, exemplo:

<i>Derrubei 1 garrafa</i>	<i>Fiz 2 pontos</i>	<i><u>Quantas garrafas ficaram em pé?</u></i>
<i><u>Quantas garrafas derrubei?</u></i>	<i>Fiz 4 pontos</i>	<i>8 garrafas ficaram em pé.</i>
<i>Derrubei 3 garrafas</i>	<i><u>Quantos pontos fiz?</u></i>	<i>7 garrafas ficaram em pé</i>
<i>Derrubei 4 garrafas.</i>	<i><u>Quantos pontos fiz?</u></i>	<i><u>Quantas garrafas ficaram em pé?</u></i>
<i><u>Quantas garrafas derrubei?</u></i>	<i><u>Quantos pontos fiz?</u></i>	<i>Se 5 garrafas ficaram em pé</i>
<i>Derrubei 6 garrafas</i>	<i><u>Quantos pontos fiz?</u></i>	<i><u>Quantas garrafas ficaram em pé?</u></i>

Fonte: participante Joana (M3T1.4).

A proposta de ensino ressignificada de Joana foi utilizada pelo pesquisador na última tarefa síncrona, buscando apresentar os modos de ensino objetivados, bem como o convite à autoanálise do conhecimento algébrico que estava sendo tomado como referência pelas participantes.

Na “Releitura do Boliche”, o pesquisador questiona: (Pesquisador, M3E1, 1:29:36-1:29:45): “*Quais conhecimentos algébricos estão sendo considerados, ou melhor, qual essência do conhecimento algébrico que está sendo considerada por esta profe neste planejamento? [...]*”. No primeiro momento, ocorre um silêncio e, na sequência, Patrícia e Marcela se posicionam considerando as grandezas envolvidas.

	Transcrição do segmento saliente	Observação
M3E1	1. Patrícia (1:29:57-1:29:58): <i>O valor, a pontuação.</i>	
	2. Pesquisador (1:30:00-1:30:00): <i>Uhum.</i>	
	3. Marcela (1:31:02-1:31:02): <i>Quantidade.</i>	
	4. Professor (1:31:03-1:31:09): <i>Controle de quantidades, perfeito profe Marcela! Tem mais um elemento bem bacana [silêncio].</i>	
	5. Patrícia (1:31:33-1:32:04): <i>Eu acho que entra [...] a variável. Que se eu derrubo – não sei, né –, por exemplo, na posição [realiza gestos com as mãos mostrando se estivesse pegando as garrafas de boliche] do boliche, a primeira e a última [continua realizando gestos com as mãos], vou ter certa pontuação, se derrubo as que estão mais para o meio, a garrafa vai variar, a pontuação, o valor varia.</i>	 <p>Patrícia realiza gesto com as mãos como se estivesse pegando as garrafas de boliche, visando atribuir sentido e movimento à sua fala.</p>

Patrícia e Marcela reconhecem, na proposta, quais grandezas estão envolvidas (M3E1, linha 1 e 3) e que, posteriormente, poderão proporcionar o estabelecimento das variações.

Patrícia estabelece as relações entre as grandezas envolvidas, a pontuação e a quantidade de garrafas derrubadas. A pontuação de cada jogador depende da quantidade de garrafas derrubadas e da pontuação atribuída a cada cor.

A pontuação de cada jogador é variável, pois depende diretamente da quantidade de garrafas derrubadas e da pontuação atribuída a cada cor, ou seja, atribui-se a noção de variável porque realmente varia (Caraça, 1951).

Já na organização do ensino associando ao jogo pega-varetas, Patrícia, apresenta indícios da necessidade do reconhecimento das grandezas e o estabelecimento da relação de variação entre elas:

M2E1.1: Patrícia (00:08:38-00:08:47): *Bom, temos de imediato, como sempre me chamou atenção, o fato da quantificação da cor, possibilitando assim considerar e colocar ela como sendo uma grandeza [...].*


M2E1.2: Patrícia (00:09:57-00:10:13): *A variável também é aquela situação em que se torna determinante a minha pontuação, de acordo com a cor das varetas.*

Por fim, na última tarefa síncrona, visando retomar os conceitos sistematizados no curso de formação continuada, buscou-se propor às participantes o

estabelecimento de relações entre as grandezas (comprimento, altura, perímetro e área) envolvidas no cálculo de área e perímetro de um retângulo, que, muitas vezes, é apresentado ao estudante como um procedimento aritmético, sem a devida consciência das grandezas envolvidas e de suas relações.

Como proposta do curso de formação continuada, o pesquisador convidou as participantes a estabelecer as possíveis relações que poderiam ser identificadas no cálculo do perímetro e a área de um retângulo, associados aos nexos conceituais da álgebra.

Ao propor o questionamento, Joana (M3E1.10) apresenta indícios que nos permitem identificar ausência da relação do cálculo da área e do perímetro associado aos nexos conceituais da álgebra. Para determinar a área do retângulo, é comumente realizada a multiplicação da base pela altura ($A = b \cdot h$), já o perímetro decorre da soma de todas as medidas dos lados.

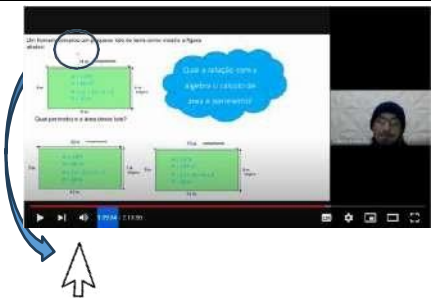
	Transcrição do segmento saliente	Observação
M3E1.10	<p>1. Pesquisador (1:37:10-1:37:15): Os cálculos da área e perímetro de um retângulo constituem-se como conhecimento algébrico?</p> <div style="border: 1px solid black; height: 150px; width: 100%;"></div>	 <p>Obs.: Durante a fala do pesquisador, Joana realiza gestos com sua cabeça para direita e esquerda, sinalizando a negação do questionamento.</p>
	<p>2. <i>Pesquisador (1:37:16-1:37:17):</i> Não, Joana! Por quê?</p>	<p>Ao perceber a reação de Joana, o pesquisador questiona a participante por que ela estava compreendendo que os cálculos da área e do perímetro não poderiam ser considerados como nexos conceituais da álgebra.</p>
	<p>3. Joana (1:37:19-1:37:27): <i>Por si só, não! Nem área e nem perímetro, nada sozinho pelo jeito [risos].</i></p>	<p>Ao responder, Joana exprime entusiasmo e felicidade.</p>
	<p>4. Pesquisador (1:37:28-1:37:31): <i>Agora vamos pensar o seguinte Joana.</i></p>	
	<p>5. Joana (1:37:32-1:37:37): <i>Mas são duas grandezas que estão relacionadas, as quais podemos relacionar na verdade.</i></p>	<p>Joana identifica uma possível relação, que pode ser considerada.</p>

	Transcrição do Segmento Saliente	Observação
	6. Pesquisador (1:37:38-1:37:43): <i>São duas grandezas, perfeito! Essas duas grandezas, elas dependem do quê?</i>	
	7. Joana (1:37:44-1:37:49): <i>Comprimento, de uma outra grandeza.</i>	
	8. Pesquisador (1:37:50-1:37:51): <i>Só comprimento?</i>	
	9. Joana (1:37:54-1:38:00): <i>Não! Comprimento foi o primeiro que veio, medidas em geral.</i>	

Em ambas as situações (cálculo da área e do perímetro), o conhecimento aritmético seria suficiente, demandando do sujeito a soma ou a multiplicação das medidas sem a real consciência sobre os significados atribuídos às grandezas envolvidas, tornando-os um caso particular.

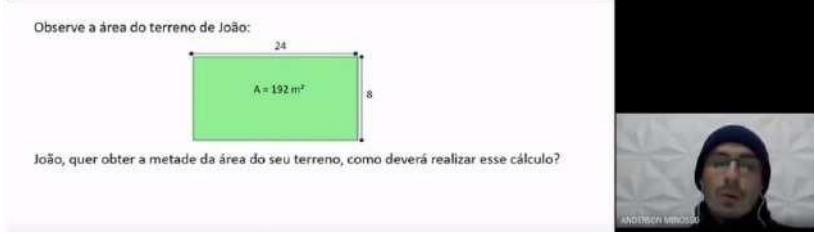
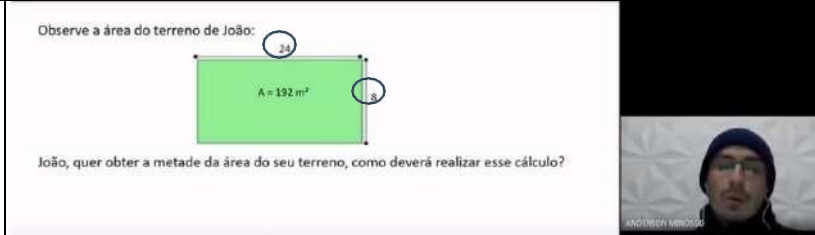
Buscando conduzir as participantes ao estabelecimento das relações entre as grandezas envolvidas (comprimento, largura, área e perímetro), o pesquisador propõe indagações às participantes.

No segmento, Patrícia apresenta indícios de objetivação associando a interdependência (M3E1.11, linha 2) entre as grandezas envolvidas (M3E1.11, linha 4) para o cálculo da área e do perímetro de um determinado retângulo. Essa interdependência ocorre porque, conforme variam as medidas dos lados do retângulo, variam as medidas correspondentes da área e do perímetro.

	Transcrição do segmento saliente	Observação
M3E1.11	1. Pesquisador (1:39:27-1:39:42): <i>Então, se eu fizer o seguinte, Alterar essas medidas – vejam lá [aponta com o cursor do mouse para as medidas do retângulo], eu alterei essas medidas pessoal, o que podemos observar quando eu alterei as medidas neste terreno?</i>	
	2. Patrícia (1:39:43-1:39:52): <i>Entra novamente na questão da interdependência, para que tenha uma proporcionalidade, ficamos com a interdependência.</i>	Após a indagação do pesquisador, Patrícia prontamente responde apresentando indícios do reconhecimento da interdependência entre o comprimento e a largura.
	3. Pesquisador (1:39:52-1:39:54): <i>Interdependente de quem?</i>	O pesquisador questiona Patrícia para compreender o que ela estava destacando como elemento constituinte da interdependência.

	Transcrição do segmento saliente	Observação
	4. Patrícia (1:39:561:39:58): <i>Da largura e do comprimento.</i>	
	5. Pesquisador (1:39:58-1:39:58): <i>Perfeito!</i>	

Nesse mesmo sentido, considerando as grandezas e as interdependências que podem ser estabelecidas entre as grandezas (M3E1.11), o pesquisador busca compreender com as participantes como seria possível determinar a metade do valor correspondente à medida da área do retângulo:

	Transcrição do Segmento Saliente	Observação
M3E1.11	<p>1. Pesquisador (1:53:13-1:53:17): <i>Como podemos realizar para obter a metade da medida da área deste retângulo? [silêncio].</i></p> 	<p>O pesquisador projeta na tela do seu computador a tarefa.</p>
	<p>2. Patrícia (1:53:21-1:53:26): <i>Eu acho que, primeiro, determinando a metade de cada grandeza**.</i></p> <p>**Patrícia refere-se às medidas dos lados do retângulo, isto é, o comprimento e a largura.</p>	<p>Patrícia, posiciona-se com insegurança ao iniciar sua fala com “eu acho”.</p>
	<p>3. Pesquisador (1:53:27-1:53:34): <i>Metade das grandezas, Patrícia, que você diz, o 24 e o 8?</i></p> 	
	4. Patrícia (1:53:35-1:53:37): <i>Isso, da largura e do comprimento.</i>	
	5. Lurde (1:53:38-1:53:47): <i>Na verdade, ele tem que tirar a metade do comprimento ou metade da largura, porque se ele mexer nos dois ele vai ter 1/4.</i>	
	6. Patrícia (1:53:47-1:53:49): <i>Ah, é verdade!</i>	<p>Com entusiasmo, Patrícia responde a Lurde.</p>

Assim que o pesquisador propõe a tarefa, no primeiro momento, ocorre um silêncio na sala. Após alguns segundos, Patrícia posiciona-se com insegurança ao

iniciar sua explicação com a expressão “eu acho” (M3E1.11, linha 2). Na sequência do seu raciocínio, Patrícia desconsidera que, ao dividir a metade de cada grandeza (M3E1.11, linha 2), comprimento e largura, não está determinando a metade da medida da área, mas sim a quarta parte da área do retângulo, pois, $A = \frac{b}{2} \cdot \frac{h}{2} = \frac{b \cdot h}{4}$.

Esse raciocínio foi apresentado por Lurde (M3E1.11, linha 5), que considera e explica que somente uma das medidas poderia ser dividida por 2, pois, caso ocorresse a divisão simultânea das grandezas (comprimento e largura), estaria sendo obtida a quarta parte da área, ao invés da metade. Ao perceber a consideração apresentada por Lurde, Patrícia prontamente concorda (M3E1.11, linha 6).

No segmento M3E1.11, é possível destacar a importância do trabalho conjunto no ambiente de aprendizagem, que envolve a colaboração humana, tensa e contraditória, entre os sujeitos envolvidos (participantes-participantes; participantes-pesquisador), em que cada um desenvolve seu papel social na formação da coletividade e na formação e transformação de subjetividades, como no exemplo do posicionamento de Lurde (M3E1.11, linha 5) em relação à fala de Patrícia (M3E1.11, linha 2).

Essa colaboração pode ser evidenciada sobretudo pelos diálogos durante a proposição da tarefa, tendo-se em vista que ocorreu uma ajuda mútua, para que as participantes chegassem ao conceito e à resposta correta do que foi proposto pela tarefa.

Patrícia, no *feedback* da formação continuada, menciona o fato e agradece pela oportunidade de participar, o que lhe possibilitou ressignificar seu entendimento acerca da álgebra e de seu ensino, em especial nas discussões (participantes-participantes e participantes-pesquisador) acerca das grandezas:

Patrícia (M3F1.5): Sinto imensa satisfação em ter participado e que os professores tenham me tirado de minha zona de conforto. Percebo que isso me fez crescer, colhi boas referências para seguir estudando o pensamento algébrico. Contribuí para minha atuação em sala de aula e para minhas pesquisas. Destaco as discussões sobre grandezas [...] como coisas que ainda ecoam positivamente em minha memória.

Assim como Patrícia, Joana também considera os momentos coletivos da formação continuada e a oportunidade para o “[...] *compartilhamento de atividades foram muito importantes para que eu começasse a ter uma nova perspectiva para o trabalho com os conceitos algébricos*” (M3T2.1, Joana). Nesse sentido, além dos

indícios da objetivação do conhecimento algébrico, houve também momentos em que as participantes “[...] empenham-se em conjunto, intelectual e emocionalmente” (Radford, 2017a, p. 252), a fim de atingirem um único objetivo: a objetivação dos nexos conceituais da álgebra.

Em síntese, é possível afirmar, mesmo considerando as limitações físicas e tecnológicas, bem como o tempo reduzido, que foi possível identificar indícios da objetivação e de mudança no posicionamento, como Joana e Patrícia, que tiveram uma participação mais efetiva nas propostas do curso de formação continuada.

7.3.1 Sínteses objetivadas: o caso de Joana e Patrícia

Durante a análise do caso de Joana e Patrícia, foi possível perceber que o curso de formação proporcionou a observação de indícios de objetivação dos nexos conceituais nas participantes, que se destacaram por terem uma participação mais efetiva nas propostas elaboradas pelo pesquisador.

Joana apresentou indícios de que buscou, em seu caminhar durante a formação continuada, ressignificar sua forma de organização do ensino com a reelaboração do planejamento “Releitura do Boliche”, que já estava sendo realizado em seu cotidiano, mas sem considerar o movimento histórico-lógico.

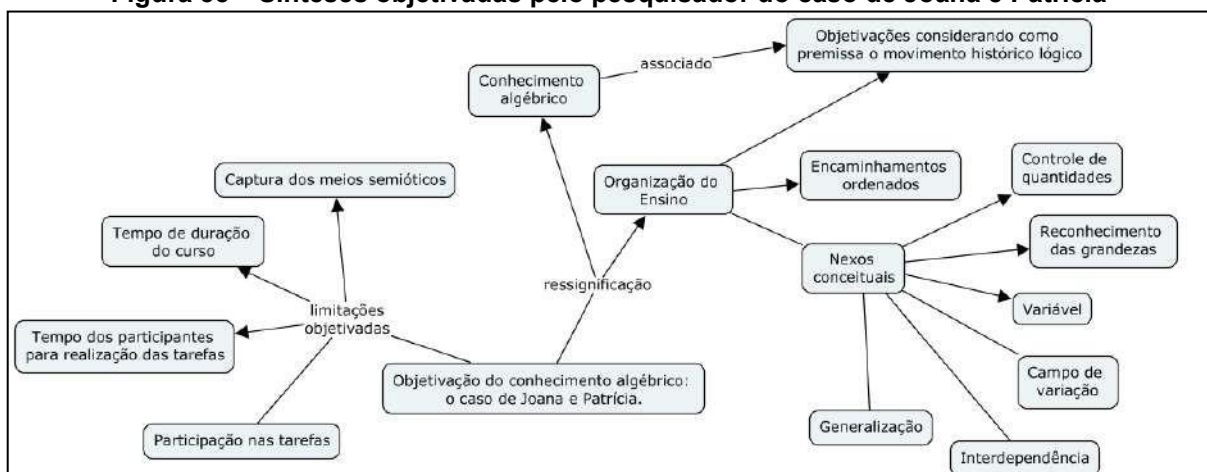
Nessa releitura, seria possível destacar os nexos conceituais da álgebra associados ao controle de quantidade (quantidade de garrafas derrubadas/pontuação para cada garrafa), o movimento dos fenômenos envolvidos, a variação da quantidade de pontuação e do número de garrafas derrubadas, o campo de variação desta pontuação, a linguagem algébrica para representação da pontuação atrelada à quantidade de garrafas derrubadas, a cor e a generalização.

Esses nexos podem ser explorados na releitura elaborada por Joana, porém isso está diretamente ligado à forma como o professor conduz o ensino com seus estudantes, considerando o desencadeamento da objetivação dos nexos conceituais e o labor conjunto entre os sujeitos envolvidos.

Os indícios de objetivação, no caso de Patrícia, não foram revelados em sua forma de organização do ensino, mas sim na participação durante as tarefas síncronas, nas respostas às indagações sistematizadas pelo pesquisador e na interação com os demais participantes do curso.

Na Figura 35, abaixo, são apresentadas as relações consideradas nas objetivações de Patrícia e Joana, que estão associadas aos nexos conceituais da álgebra e às condições em que o curso de formação continuada ocorreu.

Figura 35 – Sínteses objetivadas pelo pesquisador do caso de Joana e Patrícia



Fonte: elaborada pelo autor (2023).

Na formação continuada, desenvolvida com tarefas síncronas e assíncronas, tomando como elementos de análise a Teoria da Objetivação, foram identificadas dificuldades na análise e na identificação dos meios semióticos de objetivação em relação ao modelo presencial. Isso se deu, principalmente, pela limitação na captura dos dados, pois muitas participantes, durante suas exposições, permaneceram com as câmeras fechadas ou não participaram das indagações propostas pelo pesquisador.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O tema norteador da presente pesquisa ganhou publicidade e destaque em âmbito nacional após a homologação da BNCC (Brasil, 2018), que insere a álgebra de maneira explícita como uma unidade temática desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental no componente curricular de Matemática.

A inclusão da álgebra nos currículos nacionais vai ao encontro das diversas pesquisas que ocorreram na década de 1980, nas quais os pesquisadores afirmam que a álgebra pode ser ensinada desde os primeiros anos de escolarização (Blanton; Kaput, 2005; Kieran, 2004; Schliemann; Carraher; Brizuela; 2007; entre outros).

A inserção da álgebra nos Anos Iniciais pode ser considerado um avanço para Educação Básica brasileira, pois, anteriormente à homologação da BNCC, não se tinha uma orientação assegurando o ensino neste segmento. Os PCNs (Brasil, 1997) apresentavam aos educadores a possibilidade do desenvolvimento de uma pré-álgebra, mas era nos Anos Finais que o trabalho com esse conhecimento era ampliado e aprofundado.

Entende-se que a BNCC possui ainda limitações no contexto do processo de ensino-aprendizagem da álgebra, uma vez que grande parte das habilidades formuladas restringem-se à observação de padrões aparentes (cor e forma de objetos por exemplo), à identificação de elementos ausente em uma sequência ou à continuidade de sequências recursivas ou repetitivas, que são apresentadas com a expectativa do reconhecimento de uma única grandeza pré-estabelecida.

A inserção do ensino de álgebra nos Anos Iniciais intensifica a problemática da formação de professores neste nível de ensino, considerando que, em sua formação inicial – seja em nível médio ou superior –, não ocorreu o aprofundamento conceitual dos conceitos matemático, mas sim de aspectos didáticos considerados superficiais para as necessidades postas pela docência neste segmento de ensino.

Por oferecer uma formação “polivalente”, os cursos de formação inicial não conseguem abarcar os conceitos matemáticos inerentes à docência, em especial os do ensino da álgebra, que muitas vezes é visto pelos professores pelos olhos da sua experiência como discente, associado ao processo de resolução aritmético.

Nesse cenário, retoma-se a importância da formação continuada para esses profissionais, a fim de que lhes seja possível atualizar seus saberes em conhecimento com relação aos conceitos matemáticos e, em particular, aos nexos conceituais da

álgebra, que figuram como o elo entre o histórico e lógico, envolvendo os aspectos essenciais do conceito.

Nesta pesquisa, cuja a temática é a álgebra e seu ensino associados à formação continuada de professores, foram considerados como nexos conceituais da álgebra o reconhecimento das grandezas, o controle de quantidade, a fluência e o movimento dos fenômenos, a interdependência, a variável, o campo de variação, linguagem e a generalização.

Como elemento metodológico de análise, foi adotada a Teoria da Objetivação, que compreende o processo de ensino-aprendizagem como uma entidade dialética formada pelo trabalho conjunto entre os sujeitos envolvidos, que trabalham com um único objetivo, a objetivação do conhecimento – nesta pesquisa, os nexos conceituais da álgebra.

O conhecimento é compreendido como um processo de objetivação do saber constituído historicamente, que permite ao sujeito tornar-se consciente, alterando seu posicionamento perante os fatos e artefatos matemáticos. Os processos de objetivação também criam e modificam o “eu”, ou seja, os processos de subjetivação.

Assim, compreende-se que os sujeitos, ao atualizarem o saber em conhecimento, também se transformam e se desenvolvem, permitindo-se novas atualizações, constituídas historicamente, que se tornam propriedades do seu subjetivo, repleto e em constante movimento de atualização.

Nesse contexto, para constituição dos dados, foi desenvolvido um curso de formação continuada, denominado “Ensino de Álgebra: é possível nos Anos Iniciais?” que ocorreu entre os meses de maio e junho de 2021, com tarefas síncronas e assíncronas, usando as plataformas Google Meet e Moodle, respectivamente, com 20 professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

A análise dos dados constituídos foi guiada pelo objetivo de analisar indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra por parte de professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, em um curso de formação continuada organizado em um AVA.

Partindo desse objetivo, estabeleceu-se o seguinte problema de pesquisa: como professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental apresentam indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra durante um curso de formação continuada *online*? Como hipótese, cogitou-se que os processos de objetivação dos

nexos conceituais da álgebra e seu ensino também se manifestariam em ambiente virtual e os meios semióticos utilizados apresentariam vantagens e desvantagens em relação ao ambiente presencial.

Para aceitação ou refutação da hipótese proposta, os dados constituídos foram analisados a partir da contribuição da Teoria da Objetivação, que considera, tanto para a coleta quanto para análise, as ações entre os sujeitos em uma perspectiva multimodal, isto é, decorre da análise dos diferentes meios semióticos manifestados na formação continuada de professores.

No decorrer da formação continuada, foram desenvolvidas várias tarefas individuais, no coletivo e em subgrupos. O processo de análise, em alguns momentos, voltou-se para a professora Joana, que apresentou indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra. A participante se destacou com uma participação assídua nas tarefas síncronas e na utilização de áudio e do vídeo, além de frequente interação no *chat* da plataforma de webconferência. As demais participantes também apareceram nos segmentos salientes, pois o trabalho coletivo entre pesquisador-professoras e professoras-professoras foi, na medida do possível, evidenciado no processo de análise, mesmo não sendo o foco da pesquisa, contudo não pode ser desconsiderado.

Para atingir o objetivo da pesquisa de analisar indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra por parte de professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em um curso de formação continuada organizado em um AVA, a análise foi dividida em três categorias:

- Indícios da compreensão do conhecimento algébrico pelos professores;
- Indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra no processo de ensino;
- Indícios de objetivação do conhecimento algébrico: o caso de Joana e Patrícia.

A primeira categoria de análise foi organizada considerando as formas como os participantes objetivaram o conhecimento algébrico e tomando como base as manifestações semióticas apresentadas nas tarefas síncronas e assíncronas, que explicitaram três formas de objetivação, a saber:

- Álgebra como aritmética generalizada;
- Álgebra como unidade temática da BNCC;
- Nexos conceituais da álgebra evidenciados no curso de formação continuada.

Na primeira categoria de análise, os participantes apresentaram indícios limitados de compreensão da álgebra como uma possível aritmética generalizada, associada aos algoritmos de resolução das operações básicas, isto é, ao raciocínio, como Maria (M1F2.4), que explica: “[...] *compreendo a álgebra nos Anos Iniciais como uma possibilidade de expressar a construção de um pensamento, um raciocínio. Acredito que conceitos sobre as operações e situações-problema, entre outros*”.

A álgebra, compreendida como aritmética generalizada, contempla estruturas numéricas, relações entre os conjuntos numéricos e generalizações de modelos matemáticos que não foram evidenciados pelos participantes em sua totalidade. Por esse motivo, suas manifestações foram consideradas como “aproximações” limitadas à associação das operações matemática e a relações entre termos desconhecidos em uma sentença de igualdade.

Outro aspecto considerado pelos professores associa a álgebra pautada na premissa da BNCC. Nesse entendimento, grande parte das habilidades propostas para os Anos Iniciais parte das estruturas regulares e do reconhecimento de atributos aparentes dos objetos em sequências ou da identificação de regularidades em sequências numéricas.

No processo de análise, foi possível inferir que a BNCC apresenta características em seu texto que aproximam seu entendimento da álgebra como uma possível aritmética generalizada, a qual parte das estruturas aritméticas como requisito para o ensino de álgebra em estruturas mais complexas.

Além disso, foi possível constatar a influência que o documento apresenta no processo de organização do ensino, como no caso do subgrupo de Joana, que iniciou guiando-se pelos nexos conceituais para realizar o planejamento do plano de aula com o jogo Pega-Varetas, “[...] mas, no decorrer da organização do plano de aula, acabamos nos atendo [...] em dar conta das habilidades”, como explicou Joana (M2E2.1, 00:14:23-00:14:29).

Nesse contexto, a objetivação do conhecimento algébrico limita-se à identificação aparente do objeto (organizar uma sequência com as cores das varetas, por exemplo), desconsiderando a sua essência e as necessidades históricas constituídas pela humanidade.

A objetivação dos nexos conceituais da álgebra acabou tendo seus olhares voltados para as participantes Patrícia e Joana, as quais mostraram indícios de

objetivação associada ao reconhecimento das grandezas variação e interdependência e das diferentes formas de linguagem algébricas (retórica, sincopada e simbólica), que foram apresentados de maneira mais explícita na última categoria de análise denominada “Objetivação do conhecimento algébrico: o caso de Joana e Patrícia”. Nessa categoria, foi possível destacar os segmentos salientes que apresentavam indícios de objetivação atrelados, principalmente, ao reconhecimento das grandezas e à sua importância para o estabelecimento das relações (interdependência e variação por exemplo) entre elas.

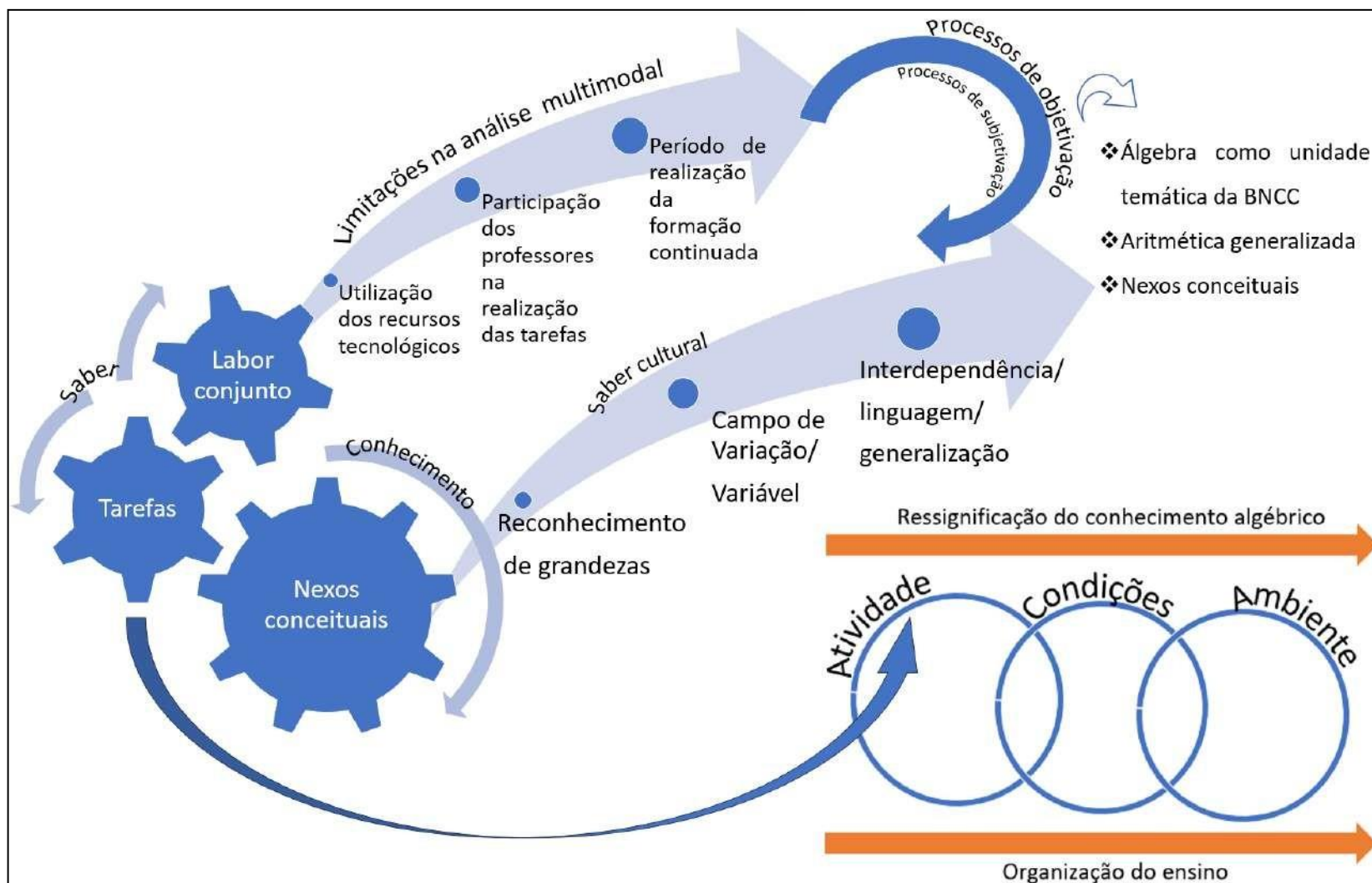
No desenvolvimento do curso de formação continuada, foi perceptível que nem todos as professoras apresentaram indícios de objetivação dos nexos conceituais, como a participante Adriana, que considerou, na organização do ensino, como nexos, a estimativa e a contagem da quantidade de lápis contida em caixas, conforme apresentado no segmento M3T1.9.

A análise dos dados revelou que a maior identificação de indícios das objetivações dos nexos conceituais ocorreu nos momentos coletivos das tarefas síncronas entre os sujeitos.

Uma possível explicação para essa análise decorre da compreensão de que a aprendizagem é um processo advindo das relações sociais, semióticas e corporificadas dos sujeitos, que propiciam a tomada de juízo crítico, criativo e científico perante as formas históricas e culturais de expressão, ação e reflexão.

As evidências do coletivo, tomadas como *labor conjunto*, são consideradas um fator positivo e importante para o processo de objetivação do saber em conhecimento, pois permitem formas de ressignificação do pensamento pautando-se nos nexos conceituais da álgebra. Diante das considerações, apresenta-se, na sequência, a Figura 36, com o propósito de sintetizar os elementos descrito até aqui nas considerações:

Figura 36 – Sínteses consideradas na pesquisa



Fonte: elaborada pelo autor (2023).

Partindo-se do exposto, entende-se que os professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental objetivam a álgebra como uma forma particular e singular de pensar, associando-a aos procedimentos aritméticos oriundos das experiências escolares vivenciadas por estes, que apresentam aproximações à compreensão da álgebra como aritmética generalizada.

Objetivou-se também a álgebra conforme apresentada na BNCC, partindo do reconhecimento das regularidades presentes em sequências recursivas e repetitivas associadas a padrões de sequência de objetos ou números. A objetivação dos nexos conceituais da álgebra foi constatada com maior ênfase em situações coletivas, nas quais as participantes se posicionaram perante as indagações do pesquisador no papel de formador, expondo seus posicionamentos de forma ética, crítica e científica.

Levando em consideração a hipótese da pesquisa configurada como “os processos de objetivação dos nexos conceituais da álgebra e seu ensino também se manifestam em ambiente virtual e os meios semióticos utilizados apresentam vantagens e desvantagens em relação ao ambiente presencial” se confirmou pelas análises dos dados constituídos, bem como, ampliou-se considerando os indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra, visto que, estes estão atrelados as condições, ações e operações em que as tarefas são realizadas que por sua vez acarretam na atualização do saber em conhecimento.

Nesse sentido, é possível afirmar que os indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra durante a formação continuada desenvolvida no AVA mostraram limitações nos meios semióticos, com fragilidades na análise multimodal, em decorrência: da participação tímida dos sujeitos envolvidos; do tempo de duração do curso de formação; da utilização dos recursos tecnológicos digitais e das lacunas na formação inicial dos professores.

Nesses momentos coletivos, eram apresentadas tarefas com diferentes itens de complexidade, como, por exemplo, no problema do taxista e da bandeirada, envolvendo o reconhecimento das grandezas variáveis e fixas. No processo de organização do ensino, os indícios dos nexos se fizeram presentes no reconhecimento das grandezas envolvidas (variação, campo de variação, interdependência, linguagem em seus diferentes estágios e na generalização).

Por outro lado, as vantagens do formato *online* estão associadas a possibilidades de abrangência em um único espaço, com diferentes pessoas, de

lugares e estados diferentes, porém com a desvantagem da ausência da presencialidade para os diálogos e registros multimodais.

Considera-se que existem limitações em reconhecer os processos de objetivação, isto é, atualização do saber em conhecimento unicamente por um curso de formação continuada de curta duração. Percebe-se a importância do desenvolvimento de novas pesquisas nesta modalidade, considerando um acompanhamento longitudinal, como proposto por Radford (2015, 2006).

O *labor conjunto* em processos de formação, ou mesmo diretamente na prática destes professores, pode contribuir para a objetivação dos nexos conceituais da álgebra, desde que conduzido continuamente. As possibilidades de esse trabalho conjunto se realizar durante as tarefas síncronas também apresenta limitações na possibilidade de interação (por exemplo: câmeras fechadas ou expressões em áudio que precisam ser sincronizadas e não podem acontecer simultaneamente) e no reconhecimento de expressões corporais e diferentes gestos dos participantes, o que limita consequentemente as análises.

Compreende-se que a pesquisa desenvolvida é inédita, autêntica e relevante, por propor a busca dos indícios dos processos de objetivação dos nexos conceituais da álgebra em uma formação continuada de professores virtual, ancorada nos pressupostos teóricos e metodológicos da Teoria da Objetivação (Radford, 2006).

O processo de elaboração do curso de formação continuada, com base na perspectiva teórica citada, envolveu momentos de alegrias e angústias, pois, durante todo o desenvolvimento, buscou-se desenvolver estratégias para manter as participantes assíduas, motivadas e com sensação de pertencimento ao espaço e à formação.

Durante a realização do curso, houve a necessidade de auxiliar as participantes no manuseio do *Moodle*, com elaboração de tutoriais em áudio e vídeo, bem como durante a participação nas diferentes tarefas dos módulos.

Para engajamento no curso de formação continuada, contou-se com diferentes formas de conteúdos, isto é, pdf., áudios e vídeos, na organização dos fóruns e nos debates.

Outro cuidado tomado diz respeito à organização das tarefas síncronas, que foram elaboradas com base nas dúvidas e nos conceitos algébricos apresentados pelas participantes durante as tarefas assíncronas.

A Teoria da Objetivação apresenta-se como uma possibilidade a ser considerada nas diferentes pesquisas em Educação Matemática, pois permite-nos compreender os sujeitos envolvidos no processo como seres em formação, inacabados, que a cada momento estão no ato de tornar-se consciente das práticas matemáticas.

É pertinente retomar o fato de que a presente pesquisa apresenta viés teórico que não contradiz os documentos curriculares como a BNCC, mas sim contempla as habilidades e os objetos do conhecimento propostos por esses documentos e os superam. Compreende-se que, ao se considerar o conhecimento algébrico a partir das lentes teóricas nos nexos conceituais, ocorre a superação da observação de características aparentes e comuns do conceito, conduzindo as necessidades humanas que acarretaram o conceito.

Considerando a presente pesquisa, atrelada ao Produto Educacional de forma direta e indireta, conclui-se com a crença de que os dados constituídos e o material elaborado, em sua totalidade, poderão auxiliar na estruturação de formações continuada de professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, compreendendo os sujeitos como seres inacabados e em constante formação e transformação, fruto das suas relações sociais.

REFERÊNCIAS

- ARAUJO, E. A. Contextualização do ensino da álgebra e formação de professores. *In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 7. 2004, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: EPEM, 2004. v.1, p.1-15.
- ARAUJO, E. A. Ensino de álgebra e formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 331-346, 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1740>. Acesso em: 20 mar. 2022.
- ARAUJO, E. S. Atividade orientadora de ensino: princípios e práticas para organização do ensino de matemática. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 8, n. 15, p. 123-146, 2020. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6127>. Acesso em: 20 mar. 2022.
- ALVES, F. T. O.; CAVALCANTE, R. B. Ensino de matemática no curso de pedagogia: concepções dos graduandos sobre suas aprendizagens. **Revista Educação Matemática em Foco**, [S. l.], v. 6, n. 2, jul./dez. 2017. Disponível em: <https://revista.uepb.edu.br/REM/article/view/1989>. Acesso em: 20 mar. 2022.
- ALMEIDA, J. R. de; MARTINS, J. Labor conjunto remoto: uma proposta metodológica para formação continuada de professores que ensinam matemática. **Revista RIPEM**, Brasília, v. 12, n. 3, p. 106-124, 2022. Disponível em: <https://funes.uniandes.edu.co/31119/1/deAlmeida2022Labor.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022.
- BARANAUSKAS, M. C. C., VALENTE, J. A. NIED 30 anos. **Tecnologias, Sociedade e Conhecimento**, Campinas, SP, v. 1, n. 1, p. 1–5, 2013. Disponível em: <https://econtents.bc.unicamp.br/inpec/index.php/tsc/article/view/14436>. Acesso em: 20 mar. 2022.
- BONZANINI, L. C.; BASSOI, T. S. Os professores e o ensino de frações no 2º ciclo do ensino fundamental. *In: BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. (org.). Ensinar e aprender matemática: possibilidades para a prática educativa*. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. p. 145-159.
- BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Diário Oficial da União**: Brasília, DF, Seção 1, p. 27833, 23 dez. 1996. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm. Acesso em: 20 mar. 2020.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1997. v. 3.
- BRASIL. Lei nº 11.274, 6 de fevereiro de 2006. Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases para a educação nacional, dispendo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. **Diário Oficial da União**: Brasília, DF, Seção 1, p. 1, 7 fev. 2006a. Disponível em:

https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2006/lei/l11274.htm. Acesso em: 20 mar. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Conselho Pleno. Resolução nº 1, de 15 de maio de 2006. **Diário Oficial da União**: Brasília, DF, Seção 1, p. 11, 16 maio 2006. Disponível em: http://www.prograd.ufu.br/sites/prograd.ufu.br/files/media/documento/7.3_-_dcn_-_pedagogia_-_resol._cne-cp_01-2006.pdf. Acesso em: 20 mar. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integrante. Coordenação Geral do Ensino Fundamental. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento fazer ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental**. Brasília, DF: MEC, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Apresentação. Brasília: MEC, 2014.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Resolução n. 2/2019**, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Brasília, DF: 2019a.

BRASIL. Ministério da Educação. Gabinete do Ministro. Portaria nº 343, de 17 de março de 2020. Dispõe sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais enquanto durar a situação de pandemia do Novo Coronavírus - Covid19. **Diário Oficial da União**: Brasília, DF, Seção 1, p. 3, 18 mar. 2020a. Disponível em: <https://bit.ly/3s1uAMx>. Acesso em: 20 mar. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Gabinete do Ministro. Portaria nº 345, de 19 de março de 2020b. Altera a Portaria MEC nº 343, de 17 de março de 2020. **Diário Oficial da União**: Brasília, DF, Seção 1, p. 1, 19 mar. 2020. Disponível em: <https://bit.ly/3zvrW45>. Acesso em: 22 jan. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. Gabinete do Ministro. Portaria nº 544, de 16 de junho de 2020c. Dispõe sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais, enquanto durar a situação de pandemia do novo coronavírus - Covid19, e revoga as Portarias MEC nº 343, de 17 de março de 2020, nº 345, de 19 de março de 2020, e nº 473, de 12 de maio de 2020. **Diário Oficial da União**: Brasília, DF, Edição 230, Seção 1, Edição 114, Seção 1, p. 62, 17 jun. 2020. Disponível em: <https://bit.ly/3iJ5DRM>. Acesso em 20: ago. 2020.

BRASIL. Pró-Letramento: Apresentação. **Ministério da Educação**, Brasília, DF, [202-]. Disponível em: <https://acesse.one/ok8Pu>. Acesso em: 28 ago. 2023.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, [S. l.], v.36, n .5, p. 412-46, 2005. Disponível em: <https://mathed.byu.edu/kleatham/Classes/Fall2010/MthEd590Library.enlp/MthEd590Library.Data/PDF/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning-1974150144/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning.pdf>. Acesso em: 7 set. 2023.

BAUMGART, J. K. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**: Álgebra. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

CANÁRIO, R. O papel da prática profissional na formação inicial e contínua de professores. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE QUALIDADE NA EDUCAÇÃO: FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 1.; SIMPÓSIOS [do] CONGRESSO BRASILEIRO DE QUALIDADE NA EDUCAÇÃO: FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 1., 2002, Brasília. **Anais** [...]. Brasília, DF: MEC, 2002. p. 152-222. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/vol1c.pdf> . Acesso em 07 de set. de 2023.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1998.

CARAÇA, B. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

CABRAL, J.; OLIVEIRA, H.; MENDES, F. O pensamento funcional e a capacidade de perceber o pensamento funcional de futuras educadoras e professoras dos anos iniciais. **Educação Matemática**, São Paulo, v. 21, n° 3, p. 50-74, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/44302>. Acesso em: 20 mar. 2022.

CLAROLINE CONNECT. **Quem Somos nós?** [S. l.], 2022. Disponível: claroline.net/. Acesso em 12 de jul. de 2020.

CEDRO, W. L. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de Matemática**: uma perspectiva histórico-cultural. 2008. 242 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-17122009-080649/pt-br.php>. Acesso em: 20 mar. 2022.

COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR. **Grupo de trabalho Produção Técnica**. Brasília: Capes, 2019a.

COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR. **Documento de Área – Ensino**. Brasília: Capes, 2019b.

COSTA, J. de M.; PINHEIRO, N. A. M.; COSTA, E. A formação para matemática do professor de anos iniciais. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 22, n. 2, p. 505-522, 2016. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/ciedu/a/VP4CpcfCNQqDxqCm5RWn89L/?format=pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022.

COELHO, F. U.; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 32, n. 94, p. 171-187, 2018. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ea/a/6KryLd3HngCnBwJtWFHxSHj/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 20 mar. 2022.

CURI, E. **Formação de Professores Polivalentes**: uma análise dos conhecimentos para ensinar Matemática e das crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. 278 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Federal de São Paulo, São Paulo, 2004. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_curi.pdf. Acesso em: 20 mar. 2022.

CUNHA, D. R. **A matemática na formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental**: relações entre a formação inicial e a prática pedagógica. 2010. 107f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em: <https://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/3394>. Acesso em: 20 mar. 2022.

CUNHA, M. P. L. **A Avaliação Formativa no Ambiente Virtual de Aprendizagem Moodle**: um estudo no curso de graduação em Pedagogia a Distância da UFMA. 2014. 126 f. Dissertação (Mestrado em Cultura e Sociedade) - Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2014. Disponível em: Acesso em: 20 mar. 2022.

DAVIS, C. L. F.; NUNES, M. R.; ALMEIDA, P. C. A.; SILVA, A. P. F.; SOUZA, J. C. **Formação continuada de professores**: uma análise das modalidades e das práticas em estados e municípios brasileiros. São Paulo: FCC/DPE, 2012.

DIAS, M. S. de L.; PEREIRA, A. C. A constituição do sujeito: contribuições de Vigotski. In: DIAS, M. S. de L. **Introdução às leituras de Lev Vigotski**: debates e atualidades na pesquisa. Porto Alegre: Fi, 2019. p. 153-172.

SANTOS, A. dos A. O *Moodle* na Educação Superior à Distância. In: CONGRESSO NACIONAL UNIVERSIDADE, EAD E SOFTWARE LIVRE, 1. 2015, Belo Horizonte. **Anais** [...]. Belo Horizonte: UFMG, 2015. Não paginado. Disponível em: <http://www.periodicos.letras.ufmg.br/index.php/ueadsl/article/view/8643/7597>. Acesso em: 20 mar. 2022.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, M.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Zetetike**, Campinas, v. 25, n. 3, p. 496, 2017. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648585>. Acesso em: 20 mar. 2022.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. da. Prática profissional de professores dos anos iniciais e o pensamento algébrico: contribuições a partir de uma formação continuada. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 23, n. 1, p. 171-200,

2021. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/49720>. Acesso em: 20 mar. 2022.

FERREIRA, M. C. N. **Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**: uma análise do conhecimento matemático acerca do Pensamento Algébrico. 2017. 147 f. Dissertação (Mestrado Ensino e História das Ciências e da Matemática) – Universidade Federal do ABC, Santo André, 2017. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3275>. Acesso em: 20 mar. 2022.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, A. J.; RIBEIRO, C. M. Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: primeiras reflexões à luz de uma revisão de literatura. **Educação e Fronteiras On-Line**, Dourados/MS, v. 6, n. 17, p.34-47, maio/ago. 2016. Disponível em: <https://ojs.ufgd.edu.br/index.php/educacao/article/download/5785/2948>. Acesso em: 20 mar. 2022.

FILLOY, E.; ROJANO, T. Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. **For the Learning of Mathematics**, v. 2, n. 9, p.19-25, jun. 1989. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/40247950>. Acesso em: 20 mar. 2022.

FIORENTINI, D. *et al.* Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p. 137-159, 2002. Disponível em: <https://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/1098>. Acesso em: 20 mar. 2022.

FIORENTINI, D. *et al.* O professor que ensina matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. *In*: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática**: período 2001 - 2012. Campinas: Unicamp, 2016. p. 17-42.

FREIRE, R. S. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2011. 181f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Universidade Federal do Ceará. Fortaleza – CE, 2011. Disponível em: <https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/3304>. Acesso em: 20 mar. 2022.

GASPAR, R. de O. **O jogo pedagógico enquanto atividade orientadora de ensino na iniciação algébrica de estudantes de 6ª série**. 2013. 96 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/4445?show=full>. Acesso em: 20 mar. 2022.

GATTI, B. A. Formação de Professores no Brasil: características e problemas. **Educação e Sociedade**, Campinas, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, out./dez. 2010. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/es/a/R5VNX8SpKjNmKPxxp4QMt9M/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 20 mar. 2022.

GATTI, B. A. Formação de professores, complexidade e trabalho docente. **Diálogo Educação**, Curitiba, v. 17, n. 53, p. 721-737, 2017. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/1891/189154956002.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022.

GAIO, A.; DUARTE, T. O. O conhecimento matemático do professor de 1º ciclo. *In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 12. 2003, Évora. **Anais** [...]. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática, 2003. Disponível em: <https://urx1.com/3PCOG>. Acesso em: 9 fev. 2022.

GIL, P. D. B. **François Viète**: o despontar da álgebra simbólica. 2001. 203 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Pura) – Universidade do Porto, Porto, 2001. Disponível em: https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/9979/3/3596_TM_01_P.pdf. Acesso em: 20 mar. 2022.

GINZBURG, C. **Mitos, emblemas e sinais**: morfologia e história. Tradução de Federico Carotti. São Paulo: Companhia das Letras, 1989.

GINZBURG, C. História e cultura: conversa com Carlo Ginzburg. **Estudos Históricos**, Rio de Janeiro, v. 3, n. 6, p. 254-263, 1990. Disponível em: https://nei.ufes.br/sites/nei.ufes.br/files/Hist%C3%B3ria%20e%20cultura_Conversa%20com%20Ginzburg.pdf. Acesso em: 20 mar. 2022.

GOMES, L. P. da S.; NORONHA, C. A. Caracterização do Pensamento Algébrico na Perspectiva da Teoria da Objetivação. *In: GOBORA, S. T.; RADFORD, L. Teoria da Objetivação: Fundamentos e Aplicações para o Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática*. São Paulo: Livraria da Física, 2020. p. 135-151.

GÓES, M. C. As relações intersubjetivas na construção de conhecimentos. *In: SMOLKA, A. L. B.; GÓES, M. C. (org.). A significação nos espaços educacionais: interação social e subjetividade*. Campinas: Papirus, 1991.

GUILLEN, M. **Pontes para o infinito**: o lado humano das matemáticas. Gradiva, Lisboa, 1987.

GUALBERTO, P. M. de A.; ALMEIDA, R. Formação de professores das séries Iniciais: Algumas considerações sobre a formação matemática e a formação dos professores das licenciaturas em pedagogia. **Olhar de Professor**, Ponta Grossa, v. 12, n. 2, p. 287-308, 2009. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/684/68419274004.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022.

HEGEL, O. **The encyclopaedialogic**. Indianapolis: Hackett Publishing Company, 1830.

HEGEL, O. **The philosophy of history**. Kitchener: Batoche Books, 1837.

HEGEL, G. W. F. **A Razão na História**: uma Introdução geral à Filosofia da História. Trad. Beatriz Sidou. São Paulo. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2004.

INTERNET. *In: DICIO*, Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2020. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/internet/>. Acesso em: 5 jul. 2020.

JUNGBLUTH, A. **Álgebra no currículo de Matemática dos Anos Iniciais**: e agora? 2020, 204 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/216632>. Acesso em: 20 mar. 2022.

- KAPUT, J.; BLANTON, M.; MORENO, L. Algebra from a symbolization point of view. *In*: KAPUT, J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (ed.) **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008. p.19-55.
- KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. **Algebra In The Early Grades**. 1. ed. Lawrence Erlbaum Associates: New York, 2008.
- KATZ, V. J. **Algebra Gateway to a Technological Future**. Washington: University of the District of Columbia, 2007.
- KENSKI, V. M. Novas Tecnologias: o redimensionamento do espaço e do tempo e os impactos no trabalho docente. **Revista Brasileira de Educação**, nº 8, 58-71, 1998. Disponível em: Acesso em: 20 mar. 2022.
- KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: What is it? **The Mathematics Educator**, Georgia, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/228526202_Algebraic_thinking_in_the_early_grades_What_is_it. Acesso em: 20 mar. 2022.
- KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.
- KOSIK, K. **Dialética do Concreto**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1969.
- KNOX, J. E. Prefácio. *In*: VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R. **Estudos sobre a história do comportamento**: símios, homem primitivo e criança. Tradução de Lólio Lourenço de Oliveira. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 17-54.
- LANNER DE MOURA, A. R. L.; SOUSA, M. C. Dando movimento ao pensamento algébrico. **Zetetiké**, Campinas, v.16, n.30, p.63-75, jul./dez. 2008. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646891>. Acesso em: 20 mar. 2022.
- LEANDRO, E. G.; PASSOS, C. L. B. O paradigma indiciário para análise de narrativas. **Educar em Revista**, Curitiba, v. 37, e74611, 2021. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/er/a/hk9sxtYY6BCfcHxwYm3Q8zB/?format=pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022.
- LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.
- LEONTIEV, A. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. *In*: VIGOTSKY, L. S. *et al.* **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 1988. p. 59-83.
- LEONTIEV, A. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. *In*: VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 9. ed. São Paulo: Ícone, 2001.
- LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo**. 2. ed. São Paulo: Centauro, 2004.
- LEVY, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34, 1999.

LEFEBVRE, H. **Marxismo**. Tradução de William Lagos. Porto Alegre: L&PM, 2009.

LEFFA, V. J. Aprendizagem mediada por computador à luz da Teoria da Atividade. **Calidoscópico**, São Leopoldo, v. 3, n.1, p. 21-30, jan./abr. 2005. Disponível em: https://www.leffa.pro.br/textos/trabalhos/aprendizagem_mediada_computador.pdf. Acesso em: 20 mar. 2022.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus, 1997.

LIBÂNEO, J. C. Pedagogia e pedagogos: inquietações e buscas. **Educar**, Curitiba, n. 17, p. 153-176. 2001. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/er/a/xrmzBX7LVJRY5pPjFxxQgnS/?format=pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022.

LIMA, S. M. **A formação do pedagogo e o ensino da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2011. 212 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, 2011. Disponível em: https://ri.ufmt.br/bitstream/1/981/1/DISS_2011_Simone%20Marques%20Lima.pdf. Acesso em: 20 mar. 2022.

LIMA, M. M. A. de. **Análise de Avaliações de Softwares de Ambientes Virtuais de Aprendizagem**. 2019. 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Tocantins, Palmas, 2019. Disponível em: <https://repositorio.uft.edu.br/handle/11612/1305>. Acesso em: 20 mar. 2022.

LOPES, L. F.; FARIA, A. A.; **O que e o quem da EaD: História e Fundamentos**. Curitiba: InterSaber, 2013.

LUNA, A. V. de A.; SOUZA, C. C. C. F. Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, Número Especial, p. 817-835, 2013. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/17747>. Acesso em: 20 mar. 2022.

MARÃES, M. Z.; PANOSSIAN, M. L. Situações desencadeadoras de aprendizagem para introdução de conteúdo algébrico. *In*: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação (org.). **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**, 2016. 1. ed. Curitiba: SEED-PR, 2018. p. 1-21.

MARX, K. **O Capital**. Tradução Regis Barbosa e Flávio R. Kothe. São Paulo: Nova Cultural, 1996. v. I, Tomo I. (Coleção Os Economistas).

MARX, K.; ENGELS, F. **A ideologia alemã**. São Paulo: Grijalbo, 1977.

MARX, K.; ENGELS, F. **A ideologia alemã**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

MARCO, F. F. Atividade orientadora de ensino de matemática na formação inicial de professores. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 15, n. 2, p. 317-336, 2013. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/11441>. Acesso em: 20 mar. 2022.

MARCO, F. F.; MOURA, M. O. de. Quando ações desenvolvidas por professores em processo de formação se constituem em atividade orientadora de formação docente: alguns indiciadores. *In*: LOPES, A. R. L. V.; ARAÚJO, E. S.; MARCO, F. F. (org.). **Professores e futuros professores em atividade de formação**. 1. ed. Campinas: Pontes, 2016, v. 1, p. 19-39.

MARTINS, O. B.; MOSER, A. Conceito de mediação em Vygotsky, Leontiev e Wertsch. **Revista Intersaberes**, Curitiba, v. 7, n.13, p. 8 - 28, jan./jun. 2012. Disponível em: <https://www.revistasuninter.com/intersaberes/index.php/revista/article/view/245>. Acesso em: 20 mar. 2022.

MAISSIAT, J. **Formação continuada de professores e tecnologias digitais em educação a distância**. Curitiba: Intersaberes, 2017.

MACHADO, S. F.; TERUYA, T. K. Mediação pedagógica em ambientes virtuais de aprendizagem: a perspectiva dos alunos. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 9; ENCONTRO SUL DE PSICOPEDAGOGIA, 3. 2009, Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba: PUC-PR, 2009. p. 1726-1738. Disponível em: <http://www.portugues.seed.pr.gov.br/arquivos/File/ead/suelen.pdf>. Acesso em 03 de abr. de 2022.

MIGUEL, A., FIORENTINI, D.; MIORIM, Â. Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo? **Pró-Posições**, Campinas, v. 3, n. 1, p. 39-54, 1992. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644424>. Acesso em: 20 mar. 2022.

MORETTI, V. D.; ASBAHR, F. DA S. F.; RIGON, A. J. O humano no homem: os pressupostos teórico-metodológicos da teoria histórico-cultural. **Psicologia & Sociedade**, Belo Horizonte, v. 23, n. 3, p. 477-485, set. 2011. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/psoc/a/mYNCmXkpFG4gKdXG6Tp5NLF/>. Acesso em: 20 mar. 2022.

MORETTI, V. D. O problema lógico-histórico, aprendizagem conceitual e formação de professores de Matemática. **Poiésis**, Tubarão, Número Especial, p. 29-44, jan./jun. 2014. Disponível em: <https://portaldeperiodicos.animaeducacao.com.br/index.php/Poiesis/article/view/173>. Acesso em: 20 mar. 2022.

MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L.; MOURA, M. O. de. Educação, educação matemática e teoria cultural da objetivação: uma conversa com Luis Radford. **Educação Pesquisa**, São Paulo, v. 41, n. 1, p. 243-260, jan./mar. 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ep/a/th9jtnmDrD8jQ4NtSSsdw6t/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 20 mar. 2022.

MORETTI, V. D.; MARTINS, E.; SOUZA, F. D.; Método Histórico-Dialético, Teoria Histórico-Cultural e Educação: Algumas apropriações em pesquisas sobre formação de professores que ensinam matemática. *In*: MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L. (org.). **Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural**: um Olhar sobre as Pesquisas. 1. ed. Campinas: Mercado de Letras, 2017. p. 25-59.

MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L.; RADFORD, L. Questões em torno da Teoria da Objetivação. **Obutchénie**: R. de Didat. e Psic. Pedag. Uberlândia, MG, v. 2, n.1, p. 251-272, jan./abr. 2018. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/42548>. Acesso em: 20 mar. 2022.

MORETTI, V. D.; RADFORD, L. História do Conceito culturalmente significada e a Organização da Atividade de Ensino de Matemática. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6. 2015, Pirenópolis. **Anais** [...]. Peirópolis: Sipem, 2015. p. 1-12. Disponível em: https://www.luisradford.ca/pub/2015%20-%20Moretti%20e%20Radford_HISToRIA%20DO%20CONCEITO%20CULTURALMENTE%20SIGNIFICADA.pdf. Acesso em: 20 mar. 2022.

MORETTI, V. D.; VIRGENS, W. P. das; ROMEIRO, I. de O. Generalização Teórica e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: contribuições para a formação de professores dos Anos Iniciais. **Bolema**, Rio Claro, v. 35, n. 71, p. 1457-1477, dez. 2021. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/C3wCGx7Vfp4MSWFX3NbrC9D/>. Acesso em: 20 mar. 2022.

MOURA, M. O. de. *et al.* Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Rev. Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/1963767/mod_resource/content/3/A%20Atividade%20Orientadora%20de%20Ensino%20como%20Unidade%20entre%20Ensino%20e%20Aprendizagem%20%28cap%204%29.pdf. Acesso em: 20 mar. 2022.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. *In*: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (org.). **Ensinar a ensinar**: didática para a Escola Fundamental e Média. São Paulo: Cengage Learning. 2012.

MOURA, M. O. de; ARAUJO, E. S.; SERRÃO, M. I. B. Atividade Orientadora de Ensino: fundamentos. **Linhas Críticas**, Brasília, DF, v. 24, p.411-430, 2019. Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/19817>. Acesso em: 20 mar. 2022.

MOLON, S. I. Notas sobre constituição do sujeito, subjetividade e linguagem. **Psicologia em Estudo**, Maringá, v. 16, n. 4, p. 613-622, out./dez. 2011. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/pe/a/CTvCMKmmrhks6GkZmdRM5tm/?format=pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022

MOLON, S. I. **Subjetividade e constituição do sujeito em Vygotsky**. 2. reimpr. Petrolina: Vozes, 2019.

MOREY, B.; Abordagem semiótica na Teoria da Objetivação Bernadete *In*: GOBORA, S. T.; RADFORD, L. (org.). **Teoria da Objetivação**: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e Matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2020. p. 135-151.

MOREIRA, M. A. O mestrado (profissional) em ensino. **Revista Brasileira de Pós-Graduação**, Brasília, v. 1, n. 1, p. 131-142, jul. 2004. Disponível em: <https://rbpg.capes.gov.br/index.php/rbpg/article/view/26>. Acesso em: 20 mar. 2022.

MOODLE. Aprendizagem *online*, entregue do seu jeito. Home Page institucional. [S. l.], 2020. Disponível em: <http://moodle.org>. Acesso em: 1º set. 2023.

MUNHOZ, A. S. **O Estudo em Ambiente Virtual de Aprendizagem**: um guia prático. Curitiba: InterSaberes, 2013.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**: tecendo fios do ensinar e aprender. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

NORO, I. M. **Do aprender ao ensinar álgebra**: formação de futuros professores que ensinam matemática. 2020, 243f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/22471>. Acesso em: 20 mar. 2022.

OLIVEIRA, A. *et al.* O desafio de ensinar matemática: um olhar para a formação do professor pedagogo. **Revista de Educação da Universidade Federal do Vale do São Francisco**, v. 11, n. 24, p. 607-628, 2021. Disponível em: <https://www.periodicos.univasf.edu.br/index.php/revasf/article/view/1491>. Acesso em: 20 mar. 2022.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky**: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico. 4. ed. São Paulo: Scipione, 2002.

OLIVEIRA, F. dos S. de. **Formação continuada de professores e a Early Algebra**: uma Intervenção híbrida. 227f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2018. Disponível em: <http://www.biblioteca.uesc.br/biblioteca/btdtd/201611806D.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022.

OLIVEIRA, D. E. de M. B. de; GASPARIN, J. L. A Expansão da Educação a Distância no Brasil e os aspectos pedagógicos esquecidos. *In*: SEMINÁRIO DE PESQUISA PPE, 1. 2009, Maringá. **Anais [...]**. Maringá: UEM, 2009. p. 1-10.

PASSOS, M. L. S. **Educação a Distância**: breve histórico e contribuições da Universidade Aberta do Brasil e da Rede e-Tec Brasil. Vitória: Edição do Autor, 2018.

PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M. Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 32, n. 94, p. 119-135, 2018. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ea/a/VqMq5VmXSk45CKXtvFmZZrN/>. Acesso em: 20 mar. 2022.

PANOSSIAN, M. L. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica dos estudantes**: indicadores para a organização do ensino. 2008.178 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível

em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-23012009-143154/publico/Maria_Lucia_Panossian.pdf. Acesso em: 20 mar. 2022.

PANOSSIAN, M. L. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**. 2014. 317 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-14052014-153038/pt-br.php>. Acesso em: 20 mar. 2022.

PANOSSIAN, M. L.; MOURA, M. O. O movimento histórico e lógico dos conceitos e a constituição do objeto de ensino da álgebra. *In*: CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 14. 2015, Chiapas. **Anais [...]**. Chiapas: CIEM, 2015. p. 1-12. Disponível em: https://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/621/277. Acesso em: 20 mar. 2022.

PANOSSIAN, M. L.; SOUSA, M. do, C. de; MOURA, M. O. de. Nexos Conceituais do Conhecimento Algébrico: Um estudo a partir do Movimento Lógico Histórico. *In*: MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L. **Educação Matemática e a teoria histórico-cultural**. Campinas: Mercado de Letras, 2017. p. 229-261.

PANOSSIAN, M. L. A relevância do conhecimento algébrico nos anos iniciais: compreensões a partir do movimento histórico e lógico. *In*: MORETTI, V. D.; RADFORD, L. (org.). **Pensamento algébrico nos anos iniciais: diálogos e complementaridades entre a Teoria da Objetivação e a Teoria Histórico-Cultural**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2021, v. 1, p. 269-290.

PEDROSO, A. P. **Materiais concretos, história e ensino da matemática: interseções significativas para a prática pedagógica**. 2017. 227 f. Tese (Doutorado em Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Campinas, Campinas, 2017. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/989618>. Acesso em: 20 mar. 2022.

PETERS, O. **A Educação a distância em transição: tendências e desafios**. Tradução de Leila Ferreira de Souza Mendes. São Leopoldo: Unisinos, 2009.

PEREIRA, M. de F. R. **Trabalho e Educação um Perpectiva Histórica**. Curitiba: Intersaberes, 2012. (Série Fundamentos da Educação).

PEREIRA, A. T. C.; SCHMITT, V.; DIAS, M. R. A. C. Ambientes Virtuais de Aprendizagem. *In*: PEREIRA, A. T. C. (org.). **Ambientes Virtuais de Aprendizagem em diferentes contextos**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007, p. 2-22.

PIMENTA, S. G. Formação de professores: identidade e saberes da docência. *In*: PIMENTA, S. G. (org.). **Saberes pedagógicos e atividade docente**. São Paulo: Cortez, 1999. p. 15-34.

PIMENTA, S. G.; FUSARI, J. C.; PEDROSO, C. C. A.; PINTO, U. de A. Os cursos de licenciatura em pedagogia: fragilidades na formação inicial do professor polivalente. **Educação Pesquisa**, São Paulo, v. 43, n. 1, p.15-30, jan./mar. 2017. Disponível em:

Acesso em:

<https://www.scielo.br/j/ep/a/xXzHWK8BkwCvTQSy9tc6MKb/abstract/?lang=pt>. 20 mar. 2022.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação de Portugal, 2009.

RADFORD, L. Elementos de una teoría cultural de la objetivación. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, [S. l.], n. Esp, p. 103–129, 2006. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/335/33509906.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022.

RADFORD, L. Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. **Research in Mathematics Education**, [S. l.], v. 12, n. 1, 1-19, 2010. Disponível em: https://www.luisradford.ca/pub/22_RME2010Algebraicthinkingfromaculturalsemioticperspective.pdf. Acesso em: 20 mar. 2022.

RADFORD, L. **Cognição matemática: história, antropologia e epistemologia**. Org. Bernadete Morey e Iran Abreu Mendes. São Paulo: Livraria da Física, 2011a.

RADFORD, L. Grade 2 students' non-symbolic algebraic thinking. *In*: CAI, J.; KNUTH, E. (ed.). **A global dialogue from multiple perspectives**. Berlin: Springer, 2011b.

RADFORD, L. Three Key Concepts of the Theory of Objectification: Knowledge, Knowing, and Learning. **REDIMAT - Journal of Research in Mathematics Education**, [S. l.], v. 2, n. 1, p. 7-44, 2013. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/277967414_Three_Key_Concepts_of_the_Theory_of_Objectification_Knowledge_Knowing_and_Learning. Acesso em: 20 mar. 2022.

RADFORD, L. De la teoría de la objetivación. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, [S. l.], v. 7, n. 2, p. 132–150, 2014a. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2740/274031870010.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022.

RADFORD, L. Early Algebraic Thinking: Epistemological, Semiotic, and Developmental Issues. *In*: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 12. 2014, Seoul. **Proceedings** [...]. [S. l.]: Springer Open, 2014b. p. 209-228. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-12688-3_15. Acesso em: 20 mar. 2022.

RADFORD, L. Methodological Aspects of the Theory of Objectification. **Perspectivas da Educação Matemática**. Campo Grande, v. 8, n.18, p. 547-567, 2015. Disponível em: Acesso em: 20 mar. 2022.

RADFORD, L. A Teoria da Objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. *In*: MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L. **Educação matemática e a teoria histórico-cultural**. Campinas: Mercado de Letras, 2017a. p. 229-261.

RADFORD, L. Ser, subjetividad y alienación. *In*: D'AMORE, D.; RADFORD, L. **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos**,

epistemológicos y prácticos. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2017b. p. 137-166.

RADFORD, L. Saber, aprendizaje y subjetivación en la Teoría de la Objetivación. *In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 5. 2018, Belém. **Anais** [...]. Belém: UFPA, 2018. Disponível em: <https://www.luisradford.ca/pub/Anais%20-%20Conferencia%20-%20Abertura.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022.

RADFORD, L. **Teoria da Objetivação**: Uma perspectiva vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática. Tradução: Bernadete B. Morey e Shirley Gabara. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

RADFORD, L. *et al.* The multimodal material mind: Embodiment in mathematics education. *In: CAI, J. (ed.), First compendium for research in mathematics education*. Reston: NCTM, 2017. p. 700-721.

REIS, O. de S. **Álgebra**: primeiros passos. Rio de Janeiro: [s. n.], 1919.

REGO, T. C. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da educação. Petrópolis: Vozes, 1995.

RIZZATTI, I. M.; MENDONÇA, A. P.; MATTOS F.; RÔÇAS, G., SILVA, M. A. B. VAZ da; CAVALCANTI, R. J. de S.; OLIVEIRA, R. R. Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **Actio**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, maio/ago. 2020. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12657>. Acesso em: 20 mar. 2022.

ROSTAS, M. H. S. G.; ROSTAS, G. R. O ambiente virtual de aprendizagem (moodle) como ferramenta auxiliar no processo ensino-aprendizagem: uma questão de comunicação. *In: SOTO, U., MAYRINK, M. F.; GREGOLIN, I. V. (org.). Linguagem, educação e virtualidade*. São Paulo: UNESP, 2009.

ROSAS, H. Relatório Retratos da Educação na Pandemia - Outubro/2020. Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2020. Disponível em: <https://ury1.com/MCCqt>. Acesso em: 20 mar. 2022.

ROSENAL, M. M.; STRAKS, G. M. **Categorías del Materialismo Dialéctico**. Ciudad de México: Grijalbo, 1960.

ROMANOWSKI, J. P. **Formação e profissionalização docente**. Curitiba: Intersaberes, 2012.

SANTOS, F. C. F. **Desenvolvimento do pensamento algébrico de professores dos anos iniciais em atividade de ensino**: o pensamento teórico mediado por conceitos algébricos. 2020. 185f. Dissertação (mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2020. Disponível em: <https://repositorio.unifesp.br/handle/11600/64844>. Acesso em: 20 mar. 2022.

SANTOS, E. O. Ambientes virtuais de aprendizagem: por autorias livre, plurais e gratuitas. **Revista FAEBA**, [S. l.], v.12, n. 18, p. 425-435, 2003.

SEMÂNTICO. *In*: DICIO, Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2020. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/semantico/>. Acesso em: 5 jul. 2020.

SILVA, M. Criar e professorar um curso *on-line*: relato de experiência. *In*: SILVA, M. (org.). **Educação on-line**: teorias, práticas, legislação e formação corporativa. 2. ed. São Paulo: Loyola, 2006.

SILVA, D. P. **Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I**. 2011. 163 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011. Disponível em: <https://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/387>. Acesso em: 20 mar. 2022.

SAVIANI, D. **História das ideias pedagógicas no Brasil**. Campinas: Autores Associados, 2007.

SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, v. 6, n. 1, 2012. Disponível em: <https://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/387>. Acesso em: 20 mar. 2022.

SILVA, G. T. F. **Contribuições dos aspectos teóricos, tecnológicos e pedagógicos para o ensino e aprendizagem em ambientes remotos**. 2021. 129 f. Dissertação (Mestrado em Educação e Novas Tecnologias) – Centro Universitário Internacional UNINTER, Curitiba, 2021. Disponível em: https://repositorio.uninter.com/bitstream/handle/1/622/Disserta%20a7%20a30%20Final_Gustavo%20Thayllon%20Fran%20a7a%20Silva.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 20 mar. 2022.

SILVA, N. P. S.; SOUSA, M. C. Produtos educacionais no ensino de matemática: uma ferramenta auxiliadora no processo de ensino e aprendizagem. *In*: SEMINÁRIO DE HISTÓRIAS E INVESTIGAÇÕES DE/EM AULAS DE MATEMÁTICA, 3. 2010, Campinas. **Anais** [...]. Campinas: Conedu, 2010. Não paginado. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/artigo/visualizar/48502>. Acesso em: 20 mar. 2022.

INTÁTICO. *In*: DICIO, Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2020. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/sintatico/>. Acesso em: 5 jul. 2020.

SCHIEHL, E. P.; GASPARINI, I. Contribuições do Google Sala de Aula para o Ensino Híbrido. **Novas Tecnologias na Educação**, [S. l.], v. 14, n. 2, p. 1-10, dez. 2016. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/70684>. Acesso em: 20 mar. 2022.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M. Bringing out the algebraic character of arithmetic: From children's ideas to classroom practice. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 2007.

SOUSA, M. C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. 2004. 285

f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/Acervo/Detalhe/310000>. Acesso em: 20 mar. 2022.

SOUSA, M. C. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. **Obutchénie: R. de Didat. E Psic. Pedag.** Uberlândia, MG, v. 2, .40-68, jan./abr. 2018. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/42533>. Acesso em: 20 mar. 2022.

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino o percurso dos conceitos algébricos**. Campinas: Mercado de Letras, 2014.

SOUZA, A. A. **O Ensino Híbrido na Formação Continuada e a recontextualização pedagógica dos textos produzidos por professores dos anos iniciais em *Early Algebra***: um enfoque na relação funcional. 2020. 191f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2020. Disponível em: <http://www.biblioteca.uesc.br/biblioteca/bdtd/201820001D.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2022.

SZYMANSKI, M. L. S.; MARTINS, J. B. J. Pesquisas sobre a formação matemática de professores para os anos iniciais do ensino fundamental. **Educação**, Porto Alegre, v. 40, n. 1, p. 136-146, jan./abr. 2017. Disponível em: <https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/view/22496>. Acesso em: 20 mar. 2022.

SCHIMITZ, R. M. de C. Formação de Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 13. 201, Curitiba. **Anais [...]**. Santa Maria: UFSM, 2017. p. 5210-5222. Disponível em: Formação de Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais. Acesso em: 20 mar. 2022.

SFORNI, M. S. F. Aprendizagem e Desenvolvimento: o papel da mediação. *In*: CAPELLINI, V. L.; MANZONI, R. M. (org.). **Políticas públicas, práticas pedagógicas e ensino-aprendizagem**: diferentes olhares sobre o processo educacional. 1. ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008.

SCHLEMMER, E. **Telepresença**. Curitiba: IESDE Brasil, 2009.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

TRIVILIN, L. R.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 38-59, abr. 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/GqBLw5M9bHhx7KqrdQMv84h/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 20 mar. 2022.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 13. ed. Petrópolis: Vozes, 2012.

TELEDUC. **O que é o TelEduc?**. Home Page. [S. l.], 2020. Disponível em: <http://teleduc4.multimeios.ufc.br/>. Acesso em 12 de jul. de 2020.

TIKHOMIROV, O. K. The Psychological Consequences of Computerization. Moscow: Moscow University Press, 1972. *In*: WERTSCH, J. V. (ed.) **The Concept of Activity in Soviet Psychology**. New York: M. E. Sharpe, 1981, p. 256-278.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. *In*: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

VALE, I.; BARBOSA, A. Pensamento algébrico: contributo da visualização na construção da generalização. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 21, n. 3, p. 398-418, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/44297>. Acesso em: 20 mar. 2022.

VALENTE, W. R. A Matemática para o professor dos primeiros anos escolares: a álgebra entre a cultura enciclopédica e a formação profissional. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, [S. l.], v. 10, n.1, p. 8, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/185669>. Acesso em: 20 mar. 2022.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VYGOTSKY, L. Problems of general psychology incluindo Thinking and speech. RIEBER, R. & CARTON, A. (org.). **The collected works of L. S. Vygotsky**. Tradução de N. Nimick. New York: Plenum Press, 1987. v. 1.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. Tradução de José Cipolla Neto *et al.* São Paulo: Martins Fontes, 1984.

VYGOTSKI, L. S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. *In*: VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. (org.). **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone, 1998. p. 103-117.

VIGOTSKI, L. S. Manuscrito de 1929. Traduzido por Angel Pino. **Educação e Sociedade**, Ano XXI, nº 71, julho, 2000.

VIGOTSKI, L. S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2010a.

VIGOTSKI, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2010b.

VELUDO, M. A. M. **Google Sala de Aula**: Aplicado para discentes do ensino fundamental de uma escola particular de Uberaba-MG. 2018. 94 f. Dissertação

(Mestrado Profissional em Educação Tecnológica) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2018. Disponível em: https://www.oasisbr.ibict.br/vufind/Record/BRCRIS_73b39241479fd1b0fd975fbb8b5ecae9. Acesso em: 20 mar. 2022.

WERTSCH, J. V. Apresentação. *In*: VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R. **Estudos sobre a história do comportamento**: símios, homem primitivo e criança. Tradução de Lolio Lourenço de Oliveira. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 9-13.

ZANELLA, A. V. Atividade, Significação e Constituição do Sujeito: Considerações à Luz da Psicologia Histórico-cultural. **Psicologia em Estudo**, Maringá, v. 9, n. 1, p. 127-135, 2004. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/pe/a/7fQH8GfwqJ7HKCjKtDZJrQd/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 20 mar. 2022.

APÊNDICE A – Convite para participação do curso de formação continuada

CONVITE DE PARTICIPAÇÃO DO CURSO ENSINO DE ÁLGEBRA: É POSSÍVEL NOS ANOS INICIAIS?

Curso de Extensão

ENSINO DE ÁLGEBRA: É POSSÍVEL NOS ANOS INICIAIS?



Objetivo do curso:

Discutir o processo de organização do ensino de álgebra nos anos iniciais à luz da teoria histórico-cultural.

Pré-requisitos:

- Professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que ensinam matemática;
- Ter acesso a internet banda larga para realizar os estudos e as atividades propostas.

Período de realização:

Início: 03/05/2021 e término: 27/06/2021.

Local de realização:

O curso será realizado por meio do ambiente virtual de aprendizagem da UTFPR, com momentos **síncronos e assíncronos**.

Carga horária:

30 horas

Encontros síncronos:

12/05/2021 - 19:00 às 21:00

19/05/2021 - 19:00 às 21:00

Entre 01/06 e 04/06 (a combinar entre grupos)

09/06/2021 - 19:00 às 21:00

23/06/2021 - 19:00 às 21:00

Para candidatar-se
no curso clique no
icone:



Contato:



aminosso@alunos.utfpr.edu.br

O curso ofertado é parte integrante da pesquisa de doutorado intitulada: "A formação de professores para o ensino de álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um olhar por meio da Teoria Cultural da Objetivação", vinculada ao Programa de Pós-graduação em Formação, Científica, Educacional e Tecnológica da UTFPR - Curitiba.



Organização:

Me. Anderson Minosso (Doutorando do PPGFCET)
Dra. Maria Lucia Panossian (Docente do PPGFCET)



APÊNDICE B – Ficha de inscrição ao curso de formação continuada

FICHA DE INSCRIÇÃO AO CURSO



Curso: Ensino de Álgebra: É possível nos Anos Iniciais?

Olá, professor (a)!

Por meio deste formulário, convidamos você, a participar do curso denominado "Ensino de Álgebra: É possível nos Anos Iniciais?", que faz parte de uma pesquisa intitulada "A Formação de Professores para o Ensino de Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um Olhar por meio da Teoria Cultural da Objetivação" que acontecerá com atividades síncronas e assíncronas nos meses de maio e junho de 2021.

As vagas serão preenchidas na ordem de inscrição, ou seja, até totalizar os primeiros 50 inscritos. Para participar deste curso, faz-se necessário estar em exercício como professor que ensina Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (1° ao 5° Ano).

Na sequência, serão solicitados alguns dados pessoais que serão utilizados para inscrição no Ambiente Virtual de Aprendizagem da UTFPR, bem como, para emissão do certificado após a conclusão do curso de extensão, que terá uma carga horária de 30h.

Vale ressaltar que após ter seu acesso ao Ambiente Virtual de Aprendizagem você será convidado a participar da pesquisa intitulada como "A Formação de Professores para o Ensino de Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um Olhar por meio da Teoria Cultural da Objetivação" que tem como proposta "Identificar e analisar como revelam-se os processos de objetivação dos professores dos Anos Iniciais em um ambiente virtual discutindo a organização do ensino de Álgebra".

Esta pesquisa desenvolve-se por meio do Programa de Pós-graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica, junto a Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR/Curitiba.

Se aceitar participar da pesquisa será necessário, completar, assinar e anexar junto ao ambiente o "Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e Termo de Consentimento para uso de imagem e som (TCUISV)". Destaca-se que você não será impossibilitado de participar do curso caso não aceite.

No caso de aceite, será garantido a você participante, o anonimato no processo de análise de dados após a conclusão deste curso, além disso, você poderá ter uma cópia desta pesquisa ao término conforme descrito no TCLE.

Próxima



Curso: Ensino de Álgebra: É possível nos Anos Iniciais?

*Obrigatório

Solicitação de inscrição

Nome Completo *

Sua resposta

CPF *

Sua resposta

RG *

Sua resposta

Endereço de E-mail *

Sua resposta

Formação Acadêmica (Ensino Superior) *

Sua resposta

Atuação profissional (nome da instituição, cidade) *

Sua resposta

Qual ano de escolarização (1° ao 5° Ano) que você atua como docente? *

Sua resposta

Voltar

Enviar

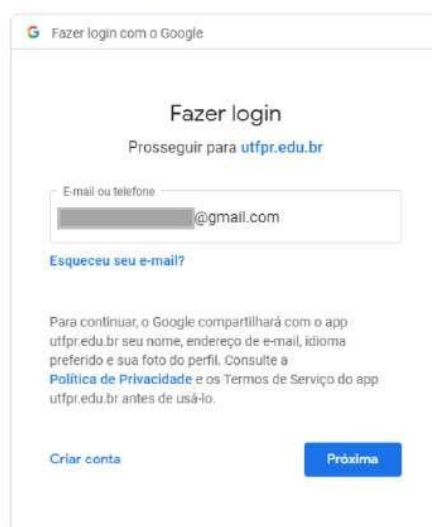
APÊNDICE C – Tutorial de acesso ao curso de formação continuada

TUTORIAL DE ACESSO AO CURSO ENSINO DE ÁLGEBRA: É POSSÍVEL NOS ANOS INICIAIS?

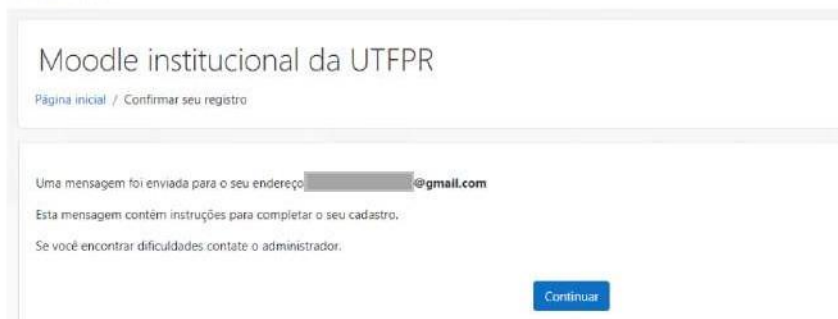
- 1) Acesse o endereço eletrônico do Moodle da UTFPR (<https://moodle.utfpr.edu.br/login/index.php>).
- 2) Ao entrar no endereço, aparecerá a seguinte tela, após, clique no local indicado:



- 3) Você será direcionado para a página de login do Google, lembrando que para ter acesso ao curso, você precisará ter uma conta no Gmail, faça o preenchimento conforme imagem.



4) Após inserir sua conta e senha, abrirá a seguinte página, clique em continuar.



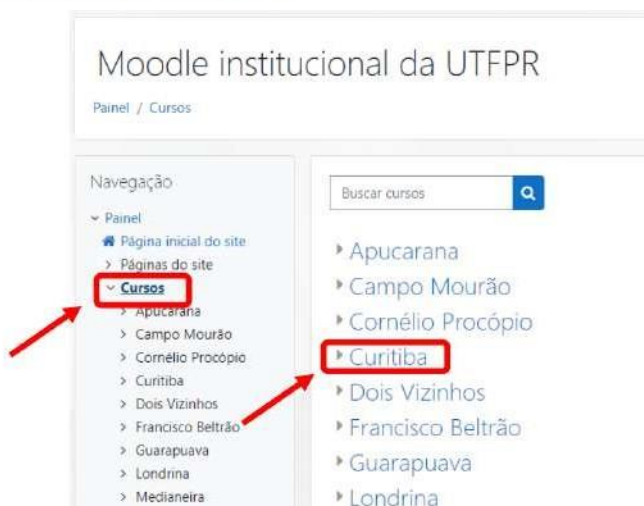
5) A plataforma *Moodle* enviará a sua caixa de e-mail a confirmação de acesso, (verifique também na sua caixa de spam) clique no link de confirmação indicado:




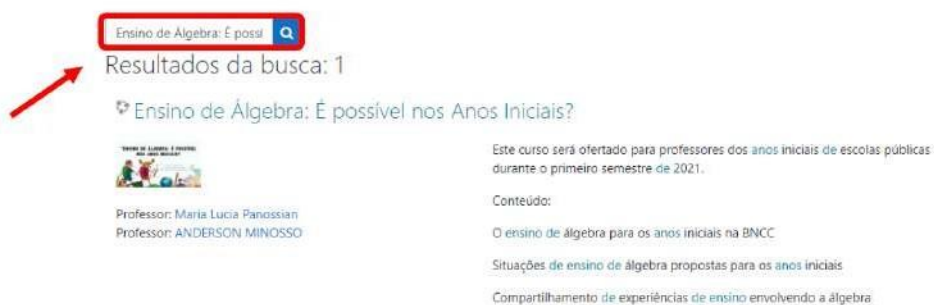
6) Após clicar no link recebido no e-mail você será direcionado para nova página confirmando assim seu login ao *Moodle*.



7) Após o seu cadastro faça novamente o login no *Moodle* e localize **Cursos > Curitiba**, conforme apresentado:



8) No campo de busca digite: **Ensino de Álgebra: É possível nos Anos Iniciais?** e clique  para buscar.



9) Após isso, clique em INSCREVA-ME:

Opções de inscrição

Ensino de Álgebra: É possível nos Anos Iniciais?



Professor: Maria Lucie Panossian
Professor: ANDERSON MINOSSO

Este curso será ofertado para professores dos anos iniciais de escolas públicas durante o primeiro semestre de 2021.

Conteúdo:

O ensino de álgebra para os anos iniciais na BNCC

Situações de ensino de álgebra propostas para os anos iniciais

Compartilhamento de experiências de ensino envolvendo a álgebra

Autoinscrição (Estudante)

Nenhuma chave de inscrição é necessária.

Inscrite-me

10) Pronto! Volte a página inicial, acesse o curso e bons estudos!

Qualquer dúvida no acesso entre em contato:



aminosso@alunos.utfpr.edu.br



APÊNDICE D – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) E TERMO DE CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM E SOM DE VOZ (TCUISV)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE) E TERMO DE CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM E SOM DE VOZ (TCUISV)

Título da pesquisa: A Formação de Professores para o Ensino de Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um Olhar por meio da Teoria Cultural da Objetivação

Pesquisadores responsáveis pela pesquisa:

- Maria Lucia Panossian (coordenadora/orientadora) – Endereço: Avenida Sete de Setembro, 3165, Rebouças, Curitiba, PR, Departamento Acadêmico de Matemática (DAMAT/UTFPR). Telefone comercial: (41) 3310-4545 e Celular particular: (41) 9 8876-8829.
- Anderson Minosso (doutorando/orientando) – Rua das Araras, 40, Novo Mundo, Curitiba, PR. Telefone comercial: (49) 99118-8962.

Local de realização da pesquisa: Ambiente Virtual de Aprendizagem da UTFPR (*Moodle*) e Plataforma do Google Meet.

A) INFORMAÇÕES AO PARTICIPANTE

Por meio deste documento, convidamos você, a participar das ações da pesquisa denominada **“A Formação de Professores para o Ensino de Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um Olhar por meio da Teoria Cultural da Objetivação”**, que será desenvolvida por meio do curso de extensão denominado **“Ensino de Álgebra: É possível nos Anos Iniciais?”**, que ocorrerá durante os meses de maio e junho de 2021, com atividades síncronas (Google Meet) e com atividades assíncronas (Ambiente Virtual de Aprendizagem da UTFPR - *Moodle*). Você participante possui a liberdade de manifestar interesse ou não de participar deste processo formativo. Na sequência estão descritos os encaminhamentos desta pesquisa para esclarecer o motivo deste convite.

1. Apresentação da pesquisa.

O projeto de pesquisa **“A Formação de Professores para o Ensino de Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um Olhar por meio da Teoria Cultural da Objetivação”** apresentado tem como proposta a necessidade de delinear e sistematizar estudos em busca de compreensão do processo de formação docente durante o curso de extensão **“Ensino de Álgebra: É possível nos Anos Iniciais?”**, por meio do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Entende-se que a articulação entre teoria/prática com professores da universidade, professores da educação básica de ensino fundamenta as ações dentro da atividade de ensino, neste projeto de forma específica em relação ao ensino de álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

2. Objetivo da pesquisa.

- Identificar e analisar como revelam-se os processos de objetivação dos professores dos Anos Iniciais em um ambiente virtual discutindo a organização do ensino de Álgebra.

3. Participação na pesquisa.

Por meio desse documento, convidamos você que participa do curso de extensão, denominado “**Ensino de Álgebra: É possível nos Anos Iniciais?**”, ministrado pelo pesquisador Me. Anderson Minosso (doutorando) e coordenado pela professora Dra. Maria Lucia Panossian a participar da pesquisa “**A Formação de Professores para o Ensino de Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Um Olhar por meio da Teoria Cultural da Objetivação**”. O curso será ofertado por meio da plataforma Moodle da UTFPR, com atividades síncronas e assíncronas. A participação no curso de extensão, não obriga a participação na pesquisa, assim, a sua participação no projeto de pesquisa será voluntária, tendo início em maio de 2021 e perdurando até final de junho de 2021. No transcorrer do período ocorrerão ações de forma assíncrona, como postagem em fóruns e em outros momentos será solicitado a realização de ações síncronas, ou seja, onde o doutorando irá apresentar propostas e os participantes/cursistas poderão refletir e sanar dúvidas sobre o tema proposto. Vale ressaltar que os encontros síncronos serão uma continuidade das atividades assíncronas desenvolvidas no Moodle. Para realização destes momentos ocorrerá um agendamento prévio via a ferramenta síncrona do Google Meet.

4. Confidencialidade.

As atividades desenvolvidas durante a o curso de extensão, serão gravadas em áudio e vídeo para depois serem analisadas pelos pesquisadores, as imagens e registros dos participantes serão utilizados exclusivamente para fins de pesquisa científica/educacional. Se você não concordar em participar da pesquisa os fragmentos de imagens, som e vídeos no qual você participa não serão considerados. As gravações de áudio, vídeo e registros escritos, que serão produzidos durante e após o término das ações do projeto, ficarão sob a propriedade desta equipe de pesquisadores e sob sua guarda. Estes arquivos só serão publicados e utilizados em aulas, congressos, eventos científicos, palestras ou periódicos científicos. Você não será identificado em nenhuma publicação que possa resultar deste estudo, nas fotos e vídeos serão utilizados uma tarja preservando sua privacidade. Após concluída a pesquisa, será feito o descarte destes vídeos e imagens.

5. Riscos e Benefícios.

5a) Riscos:

Será primado, nas pesquisas garantir aos participantes, tanto nos encontros síncronos e nas atividades assíncronas o anonimato dos envolvidos no processo formativo. Contudo, durante os registros - nas ações desenvolvidas - pode acontecer de ocorrerem entre os participantes posicionamentos que possam gerar desconforto entre seus pares com afirmativas generalistas sobre as práticas de ensino, teorias e demais temas afins. Caso isso aconteça, os pesquisadores mediarão as conversas, procurando evitar ou minimizar desconfortos. Outro risco se remete à possibilidade de que os professores participantes fiquem tímidos ou envergonhados durante a participação no curso. Neste caso, o pesquisador estabelecerá diálogos que permitam

que os professores (colaboradores) se sintam mais à vontade e acolhidos durante estes momentos.

5b) Benefícios: Consideram-se como benefícios deste processo de pesquisa:

- Propiciar aos participantes do curso o reconhecimento, discussão e conscientização sobre o ensino e aprendizagem de álgebra e sua importância desde os primeiros anos de escolarização, ou seja, os anos iniciais do Ensino Fundamental.
- Contribuir com a realidade social a partir da formação continuada dos professores, da organização do ensino de álgebra para os Anos Iniciais e do fortalecimento da interação universidade/escola. Gerar um espaço de formação com professores dos anos iniciais do ensino fundamental com a finalidade de discutir o processo de transição dos estudantes identificando as possíveis articulações e práticas para a organização do ensino da álgebra. Entende-se que a discussão coletiva e o processo de formação destes professores podem adquirir qualidade à medida que coletivamente elaborem e discutam-se os conhecimentos algébricos e a abordagem de seu ensino para estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental.
- Contribuir para a formação profissional dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais, valorizando suas experiências individuais e coletivas, dando-lhes oportunidade para refletir sobre o ensino de álgebra no início da escolaridade básica e compartilhar suas vivências por meio das narrativas.

6. Critérios de inclusão e exclusão.

6a) Inclusão: Professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental em âmbito nacional até totalizar 50 inscrições por meio do Google formulário. Todos maiores de 18 anos.

6b) Exclusão: Não há. As vagas serão preenchidas por ordem de inscrição.

7. Direito de sair da pesquisa e a esclarecimentos durante o processo.

Os professores convidados a participar desta pesquisa, possuem o direito de:

- a) Deixar o estudo a qualquer momento;
- b) De receber esclarecimentos em qualquer etapa da pesquisa. Bem como, possuem a liberdade de recusar ou retirar o seu consentimento a qualquer momento sem nenhum tipo de penalização.

Caso você, professor (a), tenha interesse em ter acesso aos resultados desta pesquisa, você

poderá assinalar o campo a seguir:

quero receber os resultados da pesquisa. E-mail para envio:

não quero receber os resultados da pesquisa

8. Ressarcimento e indenização.

Esta pesquisa não gerará nenhum custo para os participantes envolvidos, devido a este motivo não haverá a necessidade de uma especificação de ressarcimento. No entanto, o direito à indenização haverá sempre que um colaborador entender que houve algum tipo de dano, de acordo com a Resolução 466/12.

ESCLARECIMENTOS SOBRE O COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA:

Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos (CEP) é constituído por uma equipe de profissionais com formação multidisciplinar que está trabalhando para assegurar o respeito aos seus direitos como participante de pesquisa. Ele tem por objetivo avaliar se a pesquisa foi planejada e se será executada de forma ética. Se você considerar que a pesquisa não está sendo realizada da forma como você foi informado ou que você está sendo prejudicado de alguma forma, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR). **Endereço:** Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Bairro Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** (41) 3310-4494, **e-mail:** coep@utfpr.edu.br.

B) CONSENTIMENTO

Eu declaro ter conhecimento das informações contidas neste documento e ter recebido respostas claras às minhas questões a propósito da minha participação direta (ou indireta) na pesquisa e, adicionalmente, declaro ter compreendido o objetivo, a natureza, os riscos, benefícios, ressarcimento e indenização relacionados a este estudo. Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, participar deste estudo. Estou consciente que posso deixar o projeto a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

Nome _____ Completo: _____

RG: _____ Data _____ de

Nascimento: ___/___/___ Telefone: _____

Endereço: _____

CEP: _____ Cidade: _____ Estado: _____

Assinatura: _____ Data: ___/___/___

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicado seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

Nome completo: Maria Lucia Panossian

RG: 19880545-7 SP

Data de Nascimento: 23/12/1970

Endereço: Rua Eugênio José de Souza, 993, apto 401.

CEP: 80610-080 Cidade: Curitiba Estado: Paraná

Assinatura pesquisador (a): _____

Data: ___/___/___

Nome Completo: Anderson Minosso

RG: 111395808 – 4 RS

Endereço: Rua das Araras, 40, apto 11, blc.2.

CEP: 81020-490 Cidade: Curitiba Estado: Paraná

Assinatura pesquisador (a): _____

Data: ___/___/___

Para todas as questões relativas ao estudo ou para se retirar do mesmo, poderão se comunicar com Anderson Minosso, via e-mail: andersonminosso@gmail.com ou

telefone (49) 99118-8962 ou com Maria Lucia Panossian, via e-mail: mlpanossian@utfpr.edu.br ou telefone (41) 9 8876-8829.

Contato do Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos para denúncia, recurso ou reclamações do participante pesquisado:

Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR) **Endereço:** Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** 3310-4494, **E-mail:** coep@utfpr.edu.br.

APÊNDICE E – ROTEIRO DA ENTREVISTA**ROTEIRO DE ENTREVISTA**

1- Identificação Pessoal:

Nome: _____

D/N: _____

Nacionalidade: _____

Sexo: _____

Idade: _____

Outras pessoas que moram na casa:

Informante: _____

2- Encaminhado por: _____

Motivo da solicitação: _____

3 - Antecedentes Pessoais:

3.1- Concepção

Quanto tempo após o casamento? _____

Foi desejada? _____

Sexo esperado? _____

Abortos anteriores (espontâneos ou provocados e época) _____

Observações: _____
