

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

BEATRIZ SCHMITKE

**MODELAGEM MATEMÁTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL – ANOS FINAIS**

CURITIBA

2022

BEATRIZ SCHMITKE

**MODELAGEM MATEMÁTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL – ANOS FINAIS**

Mathematical modeling in elementary education textbook – final years

Trabalho de conclusão de curso de graduação
apresentado como requisito para obtenção do título
de Licenciada em Matemática da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
Orientadora: Profa. Dra. Angelita Minetto Araújo.

CURITIBA

2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

BEATRIZ SCHMITKE

**MODELAGEM MATEMÁTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO
FUNDAMENTAL – ANOS FINAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do título
de Licenciada em Matemática da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 12/dezembro/2022

Angelita Minetto Araújo
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Leônia Gabardo Negrelli
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Edna Sakon Banin
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

CURITIBA

2022

AGRADECIMENTOS

Agradeço minha orientadora, Profa. Dra. Angelita Minetto Araújo, pela parceria e perseverança que teve durante esse trabalho, e a todos os professores que estiveram comigo durante minha formação, em especial a minha banca.

Aos meus pais, que sempre me deram todo o apoio necessário para concluir essa graduação.

Aos meus irmãos e cunhada, que acreditaram na minha escolha de ser professora.

Ao meu tio Ciro, que sempre esteve presente nos momentos que mais precisei.

Aos meus sobrinhos, por serem a minha maior motivação.

Ao meu namorado, Willian, que esteve comigo desde a primeira semana de aula e foi o maior presente que a graduação me deu.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo descrever como a Modelagem Matemática é identificada no Ensino Fundamental – anos finais, em um dos volumes de uma das coleções de Matemática aprovadas no Programa Nacional do Livro e do Material Didático de 2020. Por meio de uma pesquisa bibliográfica com abordagem qualitativa, para investigar a questão norteadora fez-se um levantamento bibliográfico sobre como a Modelagem Matemática pode ser proposta no Ensino Fundamental – anos finais; como ela aparece no livros didáticos selecionados; e por fim foram identificadas atividades do livro didático selecionado que tem potencial para desencadear uma atividade de Modelagem Matemática em sala de aula. Como resposta à questão norteadora do estudo observou-se que: a Modelagem Matemática pode despertar o interesse do estudante, pois proporciona contato com situações cotidianas ou da realidade, possibilitando assim maior contribuição no aprendizado matemático em si e também em outras áreas do conhecimento; apesar da Modelagem Matemática estar presente em documentos que regem os livros didáticos do Ensino Fundamental – anos finais, na prática, ela não é contemplada, aparecendo apenas no Manual do Professor como um método de resolução de problemas aplicados, sem nenhum apontamento ou direcionamento para o estudante ou professor de como utilizá-la em sala de aula; e, por fim, constatou -se que a Modelagem Matemática ainda é pouco proposta pelos professores, pois foge da sua “zona de conforto”, que são as aulas expositivas.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; análise de texto; Educação Básica; PNLD.

ABSTRACT

The present work aims to describe how Mathematical Modeling is presented in Elementary School - final years, in one of the volumes of one of the Mathematics collections approved in the Programa Nacional do Livro e do Material Didático of 2022. Through a bibliographical research with a qualitative approach, to investigate the guiding question, a bibliographic survey was carried out on how Mathematical Modeling can be proposed in Elementary School – final years; how it appears in selected textbooks; and finally, activities from the selected textbook were identified that have the potential to trigger a Mathematical Modeling activity in the classroom. In response to the study's guiding question, it was observed that: Mathematical Modeling can arouse the student's interest, as it provides contact with everyday situations or reality, thus enabling a greater contribution to mathematical learning in itself and also in other areas of knowledge; Although Mathematical Modeling is present in documents that conduct Elementary School textbooks - final years, in practice, it is not contemplated, appearing only in the Teacher's Manual as a method of solving applied problems, without any appointment or direction for the student or teacher on how to use it in the classroom; and, finally, it was found that Mathematical Modeling is still little proposed by teachers, as it escapes their “comfort zone”, which are expository class.

Keys-words: Mathematical Modeling; text analysis; Basic Education; PNLD.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Fases da Modelagem Matemática	19
Quadro 1 – Coleções de livros de matemática aprovadas no PNLD 2020	27
Quadro 2 – Sumário de potenciais atividades de Modelagem Matemática	30
Figura 2 – Reprodução de bactérias	31
Figura 3 – Modelos de vitrais	32
Figura 4 – Questões sobre vitrais	33
Figura 5 – Questão sobre juros simples	34
Figura 6 – Cálculo de juros	35
Figura 7 – Fórmula de juros simples	36
Figura 8 – Mosaico	37
Figura 9 – Áreas de quadrados	37
Figura 10 – Teorema de Pitágoras	38
Figura 11 – Soma dos 100 primeiros números inteiros positivos	39
Figura 12 – Soma dos x primeiros números inteiros positivos	39
Figura 13 – Exercício conta de luz	40

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PNLD	Plano Nacional do Livro e do Material Didático
SEED	Secretaria da Educação e do Esporte
UTFPR – CT	Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Curitiba

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	09
2	JUSTIFICATIVA.....	13
3	METODOLOGIA.....	16
4	A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL.....	18
5	A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	23
6	ANÁLISE DAS ATIVIDADES DO LIVRO DIDÁTICO – 9º ANO.....	29
7	CONCLUSÃO.....	42
	REFERÊNCIAS.....	45
	ANEXO A - Lei n. 9.610, de 19 de fevereiro de 1998.....	48

1 INTRODUÇÃO

Nesta introdução, irei utilizar a escrita na primeira pessoa do singular, pois vou contar relatos pessoais, dentro e fora da Universidade, que deram início ao meu gosto pela Educação Matemática, e que por consequência deu início a este trabalho.

Meu sonho durante toda minha infância e adolescência sempre foi trabalhar com pessoas e fazer a diferença na vida delas. Diversas profissões se encaixam nesse pequeno requisito, porém o espaço escolar sempre me agradou, e decidi muito cedo que queria ser professora, porém a Matemática não era a minha primeira opção. No meu Ensino Fundamental, ela não estava entre minhas matérias favoritas, muito pelo contrário, tinha até certa dificuldade. No Ensino Médio, tive a grande oportunidade de ter um professor que me fez entender a Matemática, e ver que ela não é esse “bicho de sete cabeças” que a maioria das pessoas pensa que ela é.

Me formando no Ensino Médio, saí da escola em que passei 11 anos estudando e fui para um cursinho, onde a atmosfera de aprendizado era diferente comparado ao ensino regular, e quando vi, a Matemática era a matéria que eu mais estudava e apreciava. Assim, me inscrevi para o curso que hoje estou finalizando com esse trabalho.

Quando decidi fazer Licenciatura em Matemática, muitas pessoas estranharam, amigos, família e entre outras pessoas quando descobriram o que eu estava fazendo me perguntavam “Mas por que?” e a minha resposta naquele momento (que é a mesma até hoje) foi que é preciso pessoas que façam os estudantes entenderem a Matemática, porque quando você a entende, não tem como não gostar.

Durante meu curso na UTFPR-CT, tendo diversas disciplinas como por exemplo Didática 1 e 2, Didática da Matemática, Metodologia do Ensino da Matemática e Modelagem Matemática no Ensino, vi que ser professor é muito mais que ser o transmissor de conteúdos e que existem muitas perspectivas de como dar uma aula. Segundo D’Ambrosio (2012, p. 73), “o professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor de conhecimentos está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral”, então em todas essas disciplinas,

além do Programa Residência Pedagógica¹, sempre fui encorajada a realizar atividades “diferenciadas”², que fogem do padrão visto em muitas salas de aulas.

No Programa Residência Pedagógica, pude vivenciar o dia a dia do professor, de modo diferenciado dos Estágios Obrigatórios. Pude conviver um ano e meio em uma escola pública na cidade de Curitiba com professores de diversas disciplinas e em especial com estudantes do 9º ano. Foi uma experiência muito valiosa, pois estava envolvida diretamente com os estudantes, dando aulas semanais, com compromissos/responsabilidades de um professor, como fazer planos de aula, elaborar, corrigir e avaliar trabalhos e provas. Com isso, vejo que a participação no Programa foi como um divisor de águas na minha formação como professora, pois estava realmente envolvida em uma sala de aula real com alunos reais, que tem seus pensamentos, dificuldades e histórias. Vivendo tudo isso, pude ver que nem sempre o que planejamos irá dar certo para determinada turma, ou seja, funcionar na sua integralidade, e que, na minha opinião, o segredo de ser um bom professor, é conhecer seus alunos e o meio em que estão inseridos.

Agora, durante a escrita deste trabalho, já se passaram três anos desde que participei do Residência Pedagógica, e vi que muitas das atividades que fiz poderiam ser modificadas para se enquadrarem dentro da Modelagem Matemática, que é o foco deste trabalho. Infelizmente não realizei nenhum trabalho aplicando essa metodologia com os estudantes do Residência Pedagógica, pois não tinha conhecimento aprofundado na época.

A questão problema deste trabalho teve seu início na disciplina Modelagem Matemática cursada pela autora na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – CT, em que temos o aporte teórico, atividades de nível superior a serem realizadas pelos estudantes matriculados na disciplina e questões de nível básico a serem estudadas para a fundamentação da metodologia.

Uma das atividades realizadas nesta disciplina, foi estudar livros didáticos e desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática, porém, nos livros não foram encontradas facilmente atividades de modelagem de forma direta, em que o livro

¹ O Programa de Residência Pedagógica é uma das ações que integram a Política Nacional de Formação de Professores e tem por objetivo induzir o aperfeiçoamento da formação prática nos cursos de licenciatura, promovendo a imersão do licenciando na escola de educação básica, a partir da segunda metade de seu curso (CAPES, 2018).

² Atividades diferenciadas aqui estou me referindo a planejar aulas diferentes das tradicionais, expositivas, ou seja, aulas utilizando diferentes Metodologias de Ensino de Matemática, com jogos, resolução de problemas e o uso de tecnologias.

trazia o encaminhamento para o professor, o que me fez questionar o porquê da falta do trabalho com a Modelagem? Com isso foram iniciadas tentativas de elaborar respostas a esse questionamento, que gerou a questão norteadora deste trabalho.

Com o intuito de saber mais a respeito, fomos em busca de algumas respostas, que gerou mais questionamentos sobre o tempo que o professor tem para estudar novas metodologias de ensino, sobre os livros didáticos adotados nas escolas e sobre a Modelagem Matemática em si.

Sobre o tempo de estudo, sabemos que o professor precisa assumir muitas turmas, com isso tem um número grande de aulas a serem dadas, além do trabalho extraclasse, como corrigir e elaborar provas, não sobrando muito tempo para desenvolver atividades diferenciadas, como a Modelagem. Segundo Almeida (2018, p. 19 apud GOIS; SILVA, 2018, p. 3) em atividades envolvendo a Modelagem Matemática “a matemática utilizada pode não ter sido previamente escolhida ou definida; em vez disso, a matemática necessária emerge do problema e de suas especificidades”. Sendo assim, é uma metodologia que exige mais do professor, sendo pouco utilizada, pois necessitamos cumprir com conteúdos pré programados, o que deixa pouco tempo disponível para o professor criar atividades envolvendo a Modelagem Matemática, que pode levar ao aprendizado de conteúdos não programados para aquele período/ano.

Com isso, o livro didático é uma das principais, senão a principal ferramenta que o professor tem em mãos para planejar e utilizar em suas aulas. Vivenciei isso quando era aluna da educação básica. Em Matemática, os professores tinham o livro como um guia, seguindo a ordem dos capítulos para ensinar. E quando participei do Residência Pedagógica também, este era um grande aliado da professora regente e por consequência, meu também.

Tendo em vista que o livro didático é um direito constitucional do educando (BRASIL, 2008), assim, independente da cidade ou do estado que o estudante resida, ele tem, em teoria, um livro didático, que é a sua fonte de conhecimento mais confiável. Nesse sentido, se existissem atividades de Modelagem Matemática, bem como de outras Metodologias de Ensino, em livros didáticos, isso auxiliaria no planejamento do professor para trabalhar com aulas diferenciadas? Essas aulas diferenciadas possibilitariam um melhor aprendizado do estudante?

Mas porquê abordar a Modelagem Matemática?

Para responder essas indagações e tentar entender as outras mencionadas, retomo aqui uma questão que corriqueiramente ouvimos de estudantes da educação básica e foi escutada pela autora quando fazia o Programa de Residência Pedagógica, que é “para que vou usar isso na minha vida?”. Essa é uma questão que para quem é apreciador da Matemática, pode ter muitas respostas, mas acabamos apenas dizendo que ela servirá para tudo. Mas afinal, o que é esse “tudo”? Segundo Biembengut e Hein (2021), é inerente ao ser humano criar modelos para interpretar os fenômenos sociais, naturais e essa criação está presente em praticamente em todas as áreas do conhecimento, como a Matemática, Arte, Moda, Arquitetura, Economia e entre outras, cada uma com o seu objetivo específico. Assim, a Modelagem de acordo com os autores é “um processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2021, p. 11).

Dessa forma, a Modelagem Matemática pode fazer o estudante se aproximar mais da Matemática e responder essa pergunta, uma vez que segundo Almeida, Silva e Vertuan (2020, p. 30), “proporcionam ao aluno contato com o contexto real podem motivá-los para o envolvimento nas atividades e para a construção do conhecimento.” Assim, envolver situações da realidade do estudante com a Matemática podem desencadear em resolver problemas reais, ou seja, questões matemáticas que vão além do armar e resolver a operação, faz segundo Biembengut e Hein (2021, p. 18) “adquirir uma melhor compreensão tanto da teoria matemática quanto da natureza do problema a ser modelado.” Acreditamos que ao ensinar por meio da Modelagem Matemática trabalhamos para desenvolver o interesse e aguçar o senso crítico do estudante.

Nesse sentido, o objetivo deste trabalho foi descrever como a Modelagem Matemática é proposta em uma coleção de livros didáticos do Ensino Fundamental – anos finais, aprovada pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2020, que menciona que a Modelagem Matemática é proposta.

Para tanto, foram apresentadas e analisadas as atividades que foram identificadas em um livro didático, especificamente, de 9º ano de uma coleção aprovada no PNLD 2020 em Matemática que podem desencadear em atividades de Modelagem (vendo como uma representação matemática de uma situação da realidade).

2 JUSTIFICATIVA

Quando pensamos em trabalhar com Modelagem Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, o intuito sempre foi o de tornar a Matemática mais significativa para os estudantes e desenvolver habilidades que os tornem cidadãos letrados matematicamente³.

Ao pensar sobre a aprendizagem da Matemática de forma significativa, tem-se como base a Teoria da Aprendizagem Significativa desenvolvida pelo psicólogo norte-americano David Ausubel e que, segundo Soares (2009, p. 53) “foi aprofundada pelo próprio Ausubel, Novak e Hanesian (1980), e é definida como a aprendizagem que ocorre quando as idéias novas estão ligadas a informações ou conceitos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo.”

Em relação ao desenvolvimento de habilidades, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), para o Ensino Fundamental – anos finais, que contempla do 6º ao 9º ano, sobre as habilidades o documento menciona que

[...] é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. (BRASIL, 2018, p. 298).

As experiências citadas no parágrafo anterior também podem ser vistas como situações da vida cotidiana dos estudantes, ou aquilo que eles já vivenciaram em algum momento. Assim, para desenvolver as tais habilidades descritas na BNCC (BRASIL, 2018),

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao

³ Segundo o Pisa 2012, o “Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.” Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf. Acesso em: 11 jul. 2021.

mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. (BRASIL, 2018, p. 266).

Dessa forma, acreditamos encontrar nos livros didáticos exemplos de Atividades que envolvam Modelagem Matemática, uma vez que, como os livros didáticos se fundamentam na BNCC (BRASIL, 2018) para propor os conteúdos mínimos. De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), especificamente a quinta competência relativa a Matemática para o ensino fundamental, o estudante deve “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.” (BRASIL, 2018, p. 267) e reforça essa ideia quando cita que os estudantes “precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa.” (BRASIL, 2018, p. 271).

A hipótese de que existem nos livros didáticos atividades envolvendo Modelagem Matemática tem como referência, as obras aprovadas no PNLD 2020. Essas coleções de livros didáticos são definidas segundo as normas publicadas em um edital, nesse caso, o Edital 01/2018, de forma que para serem aprovados precisam seguir as cláusulas ali presentes. Conforme este edital há alguns critérios específicos para avaliação da obra que trata respectivamente sobre as metodologias de ensino, as quais devem “Apresentar uma abordagem metodológica capaz de contribuir para o alcance dos objetos de conhecimento e respectivas habilidades dispostas na BNCC, visando o desenvolvimento integral dos estudantes”. (BRASIL, 2018, p. 39).

Dessa forma, devido a Modelagem ser citada na BNCC (BRASIL, 2018) como uma abordagem metodológica, acreditamos que também deveria estar presente nos livros didáticos para auxiliar o planejamento do professor caso ele queira utilizar essa metodologia em sala de aula e, como forma de motivar o estudante a aprender Matemática de uma outra maneira, sob uma perspectiva diferente da convencional⁴.

⁴ O termo convencional aqui foi utilizado no sentido de fazer diferente do que tradicionalmente se apresenta nos livros de matemática: como por exemplo somente aplicar fórmulas em exercícios sem contextualização.

Com isso, após o estudo sobre Modelagem Matemática e suas características, e a verificação nos livros didáticos de Matemática aprovados no PNLD 2020, pretende-se realizar descrições sobre atividades encontradas nesses livros envolvendo a Modelagem Matemática.

3 METODOLOGIA

Tendo como intuito descrever como a Modelagem Matemática se apresenta em uma coleção de livros didáticos do Ensino Fundamental – anos finais, aprovada pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2020, que menciona que a Modelagem Matemática é proposta, identificou-se a pesquisa qualitativa com uma abordagem bibliográfica como sendo a opção metodológica mais adequada.

A pesquisa qualitativa segundo André (2013),

Na perspectiva das abordagens qualitativas, não é a atribuição de um nome que estabelece o rigor metodológico da pesquisa, mas a explicitação dos passos seguidos na realização da pesquisa, ou seja, a descrição clara e pormenorizada do caminho percorrido para alcançar os objetivos, com a justificativa de cada opção feita. (ANDRÉ, 2013, p. 96).

Para tanto, foi realizada a pesquisa de uma coletânea de textos como artigos, teses, dissertações, livros teóricos sobre a Modelagem Matemática e o uso dos livros didáticos. De acordo com Macedo (1995, p. 13) uma pesquisa bibliográfica “é a busca de informações bibliográficas, seleção de documentos que se relacionam com o problema de pesquisa e o respectivo fichamento das referências para que sejam posteriormente utilizadas.”

Complementando essas informações, segundo Lima e Miotto (2007, p. 44) a pesquisa bibliográfica “...é sempre realizada para fundamentar teoricamente o objeto de estudo, contribuindo com elementos que subsidiam a análise futura dos dados obtidos.”

A partir da literatura de fundamentação sobre Modelagem Matemática fomos em busca de material sobre o Plano Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD de 2020 e os livros didáticos propriamente dito.

Ao pesquisar sobre o PNLD de 2020, tem-se o Edital 01/2018, que contempla os anos finais do Ensino Fundamental, além de leis e decretos sobre o livro didático. Dessa forma, também foi feita uma pesquisa documental, pois foram utilizados, segundo Kripka, Scheller e Bonotto (2015, p. 57), “documentos que não sofreram tratamento analítico, ou seja, que não foram analisados ou sistematizados.”

Com a leitura do Edital 01/2018, vimos que existe um guia identificando as coleções aprovadas no PNLD de 2020 em Matemática, com resenhas para o professor conhecer cada uma das obras, segundo a leitura de especialistas. A partir

dessas resenhas, conseguimos detectar apenas duas coleções que mencionaram que continham atividades com a Modelagem Matemática. Dessa forma, nossa mostra se reduziu a duas coleções.

Como para um trabalho de TCC é necessário fazer um recorte no tema de estudo, devido ao pouco tempo que se tem para abordar tamanho problema de pesquisa, aqui optamos por abordar a Modelagem Matemática presente em apenas uma das coleções aprovadas no PNLD, anos finais do Ensino Fundamental.

Nesse sentido, ao olhar para as duas coleções que mencionam conter atividades com a Modelagem Matemática optamos pela Coleção “A Conquista da Matemática”, da Editora FTD, pelos seguintes motivos:

- pela facilidade de encontrarmos *online*, pois este trabalho teve início em tempos de isolamento devido a pandemia COVID 19;
- ao olhar o manual do professor, a Modelagem é citada no início do livro como uma consideração no ensino da matemática, com um breve texto informativo;
- além de ser a coleção escolhida pela SEED/PR, através da maioria de indicações de professores, para ser utilizada em todo o Estado durante a vigência do PNLD 2020.

A Coleção “A Conquista da Matemática”, da Editora FTD, conta com quatro volumes (6º, 7º, 8º e 9º ano), entretanto aqui neste estudo analisamos o livro do 9º ano. Optamos por esse ano por ser o último ano do Ensino Fundamental – anos finais, e o ano em que a álgebra está mais desenvolvida, pois já foi trabalhada nos três anos anteriores.

Destaque-se que de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018, p. 270) “A Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos [...]”

A partir desse recorte, e da literatura que fundamenta a Modelagem Matemática, identificamos atividades no livro didático do 9º ano que podem desencadear uma atividade de Modelagem Matemática.

4 A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Quando falamos de Matemática, temos conhecimento que ela vem sendo desenvolvida desde milhares de anos atrás, e iniciou com a necessidade de contagem. Na Matemática existem várias subáreas, uma delas é a Matemática Aplicada a qual já existe há pelo menos 5000 anos, quando no Antigo Egito foram construídas as pirâmides e o calendário solar.

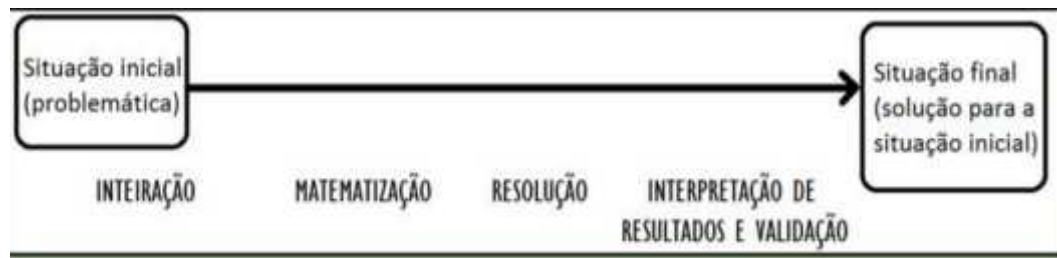
Segundo Mühl *et al.* (2004, p. 82) “a designação ‘modelagem matemática’ surgiu na área de matemática aplicada para definir o processo de investigação e resolução de problemas da realidade, sendo utilizada como uma estratégia de resolução de problemas.”

Dessa maneira, a Modelagem Matemática começou a ser estudada e teorizada por diversos autores, aqui vamos utilizar como referencial alguns deles, como Burak (1992), Almeida, Silva e Vertuan (2020), Kaczmarek e Burak (2018) e Biembengut (2009, 2014).

Partindo de uma definição simples de Modelagem, que para Biembengut (2014, p. 21) “é o processo envolvido na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento”, podemos entender melhor a definição de Modelagem Matemática dada por Burak (1992, p. 62), que é “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões”. O paralelo citado por esse autor é o que chamamos de modelo matemático, que para Almeida, Silva e Vertuan (2020, p. 15), “é o que ‘dá forma’ à solução do problema”.

Tendo em vista a concepção desses autores, para realizar uma atividade de modelagem, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2020) são necessárias quatro fases: a inteiração; a matematização; a resolução; e a interpretação de resultados juntamente com a sua validação.

Figura 1 – Fases da Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2020, p. 15)

A inteiração é o primeiro contato que o estudante tem com a situação-problema, em que é feita a coleta de informações a respeito do assunto e são traçados possíveis argumentos para a resolução do problema. A matematização é a mudança da linguagem corrente para a linguagem matemática, que é seguida pela resolução que é a construção de um modelo matemático e por fim a interpretação dos resultados obtidos, tendo ou não a sua validação.

Aqui é importante ressaltar que apesar de parecer que há uma linearidade nas fases para se realizar uma atividade de Modelagem, não há uma ordem predefinida, e pode ocorrer, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2020, p.17) “constantes movimentos de ida e vinda entre essas fases” e isso caracteriza a dinamicidade da atividade, ou seja, pode acontecer a resolução antes da matematização, como iremos observar mais adiante deste trabalho.

Na Educação Matemática, a Modelagem Matemática é vista, segundo Burak (2017, p. 23) “como uma metodologia de ensino, reflete e incorpora no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, os avanços experimentados em todos os campos do conhecimento, nas últimas décadas.”

No Brasil, iniciou-se um movimento por essa metodologia de ensino no final da década de 70 e atualmente, devido ao número de pesquisas que discutem a Modelagem, encontramos diversos eventos pelo país em âmbito nacional ou estadual, exclusivos para a discussão da Modelagem Matemática, como a Conferência Nacional Sobre Modelagem na Educação Matemática e o Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática.

A área de pesquisa sobre Modelagem Matemática é, para Biembengut (2014, p. 62) “voltada à elaboração ou criação de modelo matemático não apenas para uma solução particular, mas como suporte para outras áreas.”

Podemos notar tanto na concepção de Burak (2017), como de Biembengut (2014), que a Modelagem está ligada não somente com a Matemática, mas com as demais áreas do conhecimento. Essa pode ser uma das defesas para incluir o uso da Modelagem Matemática em sala de aula, pois o estudante poderá estudar questões de outras disciplinas escolares que sejam de seu interesse, seja de ciências da natureza ou humanas e por consequência ao fazer uso da Modelagem Matemática, estará estudando Matemática.

Além disso, o estudante poderá, segundo Biembengut (2014),

aprender melhor os conceitos matemáticos frente a aplicabilidade; estimular a criatividade na formulação e resolução de problemas; discernir valores e concepções dos antepassados; valorizar as competências das culturas sociais, e realizar pesquisa científica. (BIEMBENGUT, 2014, p. 27).

Dessa forma, a Matemática irá além de somente realizar cálculos, como é normalmente em aulas tradicionais e expositivas, que muitas vezes os estudantes aprendem um determinado conteúdo, mas não sabem para o que serve ou onde irão utilizar na vida real, como já mencionado na introdução deste trabalho. Assim, a aplicabilidade da Matemática se mostra de forma mais natural, pois despertará a curiosidade do estudante frente a situações que ele se interessa ou de seu cotidiano.

Com isso, por meio do uso da Modelagem Matemática como metodologia de ensino, o aprendizado do aluno se torna mais valoroso, pois segundo Kaczmarek e Burak (2018),

[...] a utilização da Modelagem Matemática pode, além de tornar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática mais significativo, atender às necessidades dos estudantes tanto no que diz respeito às aprendizagens de novos conceitos quanto à retomada de conceitos já aprendidos por alguns, mas não por outros estudantes. (KACZMAREK; BURAK, 2018, p. 3).

Assim, os assuntos matemáticos desconhecidos pelo estudante poderão ser aprendidos com uma maior compreensão da teoria.

Contudo, a Modelagem nem sempre irá se apresentar de maneira fácil para o estudante, pois “este método requer mais empenho nos estudos, na pesquisa e na interpretação de contexto.” (BIEMBENGUT, 2009, p. 53). Isso vai de encontro com as aulas tradicionais e expositivas, que são a maioria em nosso país, em que o estudante tem um papel passivo no seu aprendizado, em que aprende o que o professor fala ou escreve no quadro. Ser um estudante “pesquisador”, que é o papel

que a Modelagem de certa forma exige tanto do estudante quanto do professor, “requer conhecimento do assunto que está se tratando e das teorias e técnicas que possam subsidiar o que se pretende melhor entender e, assim, criar ou propor algo.” (BIEMBENGUT, 2014, p. 28). Ou seja, o estudante precisa ter o conhecimento do tema de seu interesse, relacionar com o seu cotidiano e também com os conteúdos que possivelmente serão necessários para resolver o problema em questão.

Por causa destes apontamentos, Biembengut (2009) aponta que a execução de atividades na perspectiva da Modelagem Matemática ainda é muito restrita, pois, “... nas práticas de sala de aula ainda há resistência por parte de estudantes, em especial na Educação Superior, e de muitos professores da Educação Básica e Superior em adotá-la.” (BIEMBENGUT, 2009, p. 23).

A resistência dos estudantes se dá pelos motivos citados anteriormente, em especial pela troca do aprendizado passivo pelo aprendizado ativo, em que o estudante é quem conduz esse aprendizado juntamente com o professor.

Já a resistência por parte dos professores descrita por Biembengut (2009) é causada, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2020), porque em atividades envolvendo a Modelagem, há muita “imprevisibilidade”, pois os estudantes podem tomar diferentes caminhos para uma mesma situação-problema, ficando assim na sua “zona de conforto”, que são aulas tradicionais (expositivas) com pouca participação por parte dos discentes.

Com isso, podemos notar que a resistência por ambos os lados de uma sala de aula é parecida, pois haverá a troca de uma metodologia passiva para uma metodologia ativa, ou seja, o professor deixará de ser o protagonista, que é o que mais encontramos em salas de aulas brasileiras.

Porém, os professores precisam ser sensibilizados a fazer o uso da Modelagem em sala de aula, pois é necessário, segundo Biembengut (2014, p. 38), “prover uma Educação que de fato contribua para a formação dos estudantes, seja qual for o caminho que eles pretendam seguir.”

O caminho que cada estudante irá seguir, citado por Biembengut (2014), é estimulado principalmente pelos professores, por exemplo, se um estudante gosta de Matemática, provavelmente seguirá uma carreira que a Matemática esteja envolvida, como por exemplo as engenharias. Assim, atividades envolvendo a Modelagem Matemática, como uma representação matemática de uma situação da realidade, pode beneficiar muito os estudantes, pois verão na prática os conteúdos

aprendidos e suas aplicabilidades e, segundo Biembengut (2014, p. 28) “pode tornar-se caminho para despertar o interesse do estudante por assuntos de matemática e, também, de alguma área da ciência que ainda desconhece, ao mesmo tempo em que ele/ela aprende a arte de modelar, matematicamente.”

Com isso, podemos concluir que a Modelagem Matemática poderá ajudar o estudante não somente no conteúdo matemático em si, mas também em outras áreas do conhecimento.

Além dos conteúdos a serem aprendidos durante uma atividade de Modelagem, sendo eles matemáticos ou não, o estudante irá exercitar alguns sentidos pela arte de modelar, citada anteriormente. Segundo Biembengut (2014, p. 31), “A arte de modelar requer aguçar no estudante alguns sentidos como: observação, atenção, análise, julgamento, previsão, geração de ideias.”

Um dos sentidos a serem aguçados, citados anteriormente por Biembengut (2014) é a observação, que será importante nas atividades de Modelagem que serão abordadas neste trabalho, em especial, a observação de regularidades, que é uma perspectiva de modelar.

A identificação de regularidades aparece muitas vezes na BNCC (BRASIL, 2018), seja em seu texto ou seja como objeto de conhecimento e habilidades. Em especial, nos conteúdos que envolvem a álgebra, que é essencial na construção de modelos matemáticos, como foi dito no tópico Metodologia deste trabalho.

Para o desenvolvimento da álgebra, segundo a BNCC (BRASIL, 2018, p. 270), “é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas [...]”, além disso,

é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade.” (BRASIL, 2018, p. 270).

Além do sentido de observação, podemos notar que a Modelagem Matemática pode, segundo Biembengut (2014, p. 40) “proporcionar ao estudante melhor apreensão dos conceitos matemáticos, capacidade para ler, interpretar, formular e resolver situações-problemas e, também, despertar-lhe sentido crítico e criativo.”

5 A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Quando pensamos em livro didático, a primeira coisa que lembramos é um livro cheio de explicações, de conteúdos e exercícios, mas um livro didático é muito mais do que isso. Vamos compará-lo com um livro universitário de Matemática, como por exemplo, os de Cálculo de autores como Guidorizzi. Esses livros trazem somente o conteúdo (definição) e exercícios, sem contextualização ou conexão com o mundo, ou seja, um livro atemporal que pode ser usado em qualquer parte do Planeta e em qualquer época.

Sabemos que um livro didático usado em escolas não é nada parecido com um livro universitário, não só pelo grau de dificuldade. Segundo Oliveira (2007) “o livro didático não se constitui em um instrumento neutro, mas sim, um produto que expressa uma dada visão de mundo, de ser humano e de escola.” Ou seja, o livro didático para Bittencourt (2004, p. 471), “assume ou pode assumir funções diferentes, dependendo das condições, do lugar e do momento em que é produzido e utilizado nas diferentes situações escolares.”

O livro didático, segundo Costa e Allevato (2010, p. 72), “é um dos instrumentos mais utilizados pelos professores para organização e desenvolvimento das atividades em sala de aula e, até mesmo, para aprimorar seu próprio conhecimento sobre o conteúdo”, além de seguir as orientações da Base Nacional Comum Curricular, em que consta os conteúdos selecionados para cada ano escolar. Ainda, de acordo com os autores, para os estudantes o livro didático, “trata-se de uma fonte muito valiosa de informação, que deveria despertar o interesse e o gosto pela leitura, além de ajudar no avanço dos estudos.” (COSTA; ALLEVATO; 2010, p. 72). Nesse sentido, os autores mencionam que

O livro didático auxilia e contribui para o preparo das aulas e pode ser importante no cotidiano do aluno e do professor, ajudando ambos na organização do ensino, da aprendizagem e do trabalho tanto na sala de aula como fora dela. (COSTA; ALLEVATO, 2010, p. 73).

O histórico dos livros didáticos pode ser contado a partir do primeiro governo de Getúlio Vargas em 1937 tem sido pauta para discussões, resultando em alguns decretos que foram se modificando até que em 1985 no governo de José Sarney foi publicado o Decreto n. 91.542, de 19 de agosto de 1985 (BRASIL, 1985), instituindo

o Programa Nacional do Livro Didático – PNLD, que tem como objetivos melhorar o ensino mediante a efetiva participação do professor na indicação do livro didático e a distribuição livros didáticos para os estudantes matriculados em escolas públicas de 1º grau (correspondente hoje ao ensino do 1º ao 9º ano do ensino fundamental) de forma gratuita. O diferencial deste decreto, foi que os livros deveriam ser reutilizados em anos seguintes, dessa forma, os estudantes teriam que devolver os livros a escola a cada final de ano letivo.

Esse decreto teve alguns empecilhos no decorrer do caminho, como em 1992, que houve limitações orçamentárias, que resultaram na restrição de atendimento até a 4ª série do ensino fundamental, hoje 5º ano do ensino fundamental.

Atualmente, no que diz respeito aos livros didáticos, é válido o Decreto n. 9.099, de 18 de julho de 2017 (BRASIL, 2017) em que o PNLD tem um complemento em seu nome e agora é chamado de Programa Nacional do Livro e do Material Didático e seus objetivos são:

- I - aprimorar o processo de ensino e aprendizagem nas escolas públicas de educação básica, com a conseqüente melhoria da qualidade da educação;
- II - garantir o padrão de qualidade do material de apoio à prática educativa utilizado nas escolas públicas de educação básica;
- III - democratizar o acesso às fontes de informação e cultura;
- IV - fomentar a leitura e o estímulo à atitude investigativa dos estudantes;
- V - apoiar a atualização, a autonomia e o desenvolvimento profissional do professor;
- VI - apoiar a implementação da Base Nacional Comum Curricular. (BRASIL, 2017).

Dentre os artigos e parágrafos presentes neste Decreto, o Artigo 9 menciona que “A inscrição de materiais didáticos será aberta aos titulares de direito autoral, de acordo com as regras, os prazos e as condições estabelecidas em edital.” (BRASIL, 2017). Ou seja, a cada período de tempo, é lançado um novo edital para editoras de livros didáticos inscrevem seus livros para a aprovação e aquisição para escolas públicas.

O Edital segundo o qual foram produzidos os livros didáticos que foram analisados neste estudo foi o Edital 01/2018 para o PNLD 2020, que teve “por objeto a convocação de editores para participar do processo de aquisição de obras

didáticas e literárias destinadas aos estudantes e professores dos anos finais do ensino fundamental.” (BRASIL, 2018, p. 1).

Neste edital é mencionado que as obras avaliadas e aprovadas terão um ciclo de quatro anos, ou seja, os estudantes das escolas públicas estarão utilizando os livros até 2023, ou seja ano que vem. Entretanto, ainda em 2022, muitas alterações já foram previstas para o próximo PNLD, o ano de 2024. Essas alterações foram previstas anos antes, para dar tempo das editoras se prepararem para as mudanças que precisarão atender.

O Edital 01/2022 para o PNLD 2024 traz mudanças desde seu objetivo, que além de aquisição de obras didáticas e literárias, também conta com a aquisição de recursos educacionais digitais. Dessa forma, as coleções didáticas deverão ser inscritas na versão impressa e na versão digital-interativa. Essa nova versão que precisa estar presente “deverá conter como ferramentas de interatividade, no mínimo, carrossel de imagens, infográficos e, especificamente para Língua Inglesa e Arte, áudios.” (BRASIL, 2022, p. 3). Essas coleções na versão digital-interativa estão sendo chamadas de Recursos Educacionais Digitais (REDs).

O Edital 01/2022 também conta com critérios de avaliação pedagógica comuns a todas as disciplinas e também critérios específicos de cada matéria. Em Matemática, são 20 critérios específicos e dentre eles, alguns chamam a atenção no âmbito da Modelagem, pois trazem assuntos já discutidos anteriormente, como:

- a. Trabalhar com observações empíricas do mundo real com o objetivo explícito de desenvolver no estudante a capacidade de estabelecer relações entre essas observações e suas representações (tabelas, figuras e esquemas) de modo a associar essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas.
- b. Explorar diferentes conceitos da Matemática, bem como de outros componentes curriculares, para resolver problemas relativos ao cotidiano do estudante
- c. Desenvolver a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações.
- d. Trabalhar, de forma sistemática, com o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.
- e. Proporcionar o desenvolvimento de noções de pensamento computacional (identificação de padrões) por meio de diferentes processos cognitivos (analisar, compreender, definir, **modelar**, resolver, comparar e

automatizar problemas e suas soluções). (BRASIL, 2022, p. 54 – grifo nosso).

Porém, o último critério do Edital 01/2022 do PNLD 2024 é o mais importante para a Modelagem Matemática nos livros didáticos, pois os volumes das obras didáticas devem “Promover a atividade matemática por meio de resolução de problemas, investigação, desenvolvimento de projetos e modelagem ao longo de todo o Ensino Fundamental” (BRASIL, 2022, p. 55). Com isso, o Edital menciona explicitamente que atividades de Modelagem devem aparecer nos livros didáticos.

Os dois editais, Edital 01/2018 do PNLD 2020 e o Edital 01/2022 do PNLD 2024, são os primeiros que estão em consonância com a BNCC (BRASIL, 2018), e ela traz em seu documento a Modelagem como uma atividade privilegiada de Matemática, como já foi mencionado anteriormente. A principal diferença entre os editais são os critérios específicos, enquanto no Edital 01/2018 esses critérios aparecem de maneira subjetiva, comuns a todas as disciplinas, o Edital 01/2022 leva em conta a especificidade de cada matéria, deixando explícito o que cada coleção didática deve conter. Como a Modelagem foi citada em um desses critérios, devemos esperar que ela esteja presente em todas as coleções a serem aprovadas no PNLD 2024.

Depois que as obras são avaliadas e aprovadas, é disponibilizado um guia de cada disciplina para o professor conhecer as coleções através de resenhas que tem “o objetivo de subsidiar o(a) professor(a) tanto na escolha da obra quanto no posterior uso da obra escolhida em sala de aula” (BRASIL, 2019, p. 21). No Guia do PNLD 2020 de Matemática⁵, são descritas 11 coleções de livros didáticos, que são:

5

Disponível em:
https://pnld.nees.ufal.br/assets-pnld/guias/Guia_pnld_2020_pnld2020-matematica.pdf. Acesso em: 11 jul. 2021.

Quadro 1 - Coleções de livros de matemática aprovadas no PNLD 2020

Editora	Nome da coleção	Autores
FTD	A Conquista da Matemática	José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci
Editora do Brasil	Apoema - Matemática	Adilson Longen
Editora Moderna	Araribá Mais - Matemática	Mara Regina Garcia Gay e Willian Raphael Silva
Edições SM	Convergências Matemática	Eduardo Rodrigues Chavante
Edições SM	GERAÇÃO Alpha Matemática	Carlos N. C. de Oliveira e Felipe Fugita
Editora Moderna	Matemática	Edwaldo Bianchini
Editora Moderna	Matemática - Compreensão e Prática	Ênio Silveira
Editora Scipione	Matemática Essencial	Patrícia Moreno Pataro e Rodrigo Balestri
FTD	Matemática Realidade & Tecnologia	Joamir Souza
Editora Ática	Teláris Matemática	Luiz Roberto Dante
Editora Saraiva	Trilhas da Matemática	Fausto Arnaud Sampaio

Fonte: Autoria própria (2021).

Neste Guia, as obras escolhidas foram, pela primeira vez nesse nível escolar, pautadas na BNCC (BRASIL, 2018) e isso foi feito segundo o Guia PNLD de Matemática do PNLD 2020 (BRASIL, 2019, p. 3) para “garantir que os materiais contribuam para o desenvolvimento das competências e habilidades envolvidas no processo de aprendizagem nos anos finais do ensino fundamental, conforme definidas na BNCC.” Por meio das resenhas do encontradas neste Guia, foi possível identificar duas coleções, a princípio, que pautam-se também na Modelagem, que são as coleções “A Conquista da Matemática” (Editora FTD) e “Trilhas da Matemática” (Editora Saraiva).

Em “A Conquista da Matemática” (Editora FTD), o Guia de Matemática do PNLD 2020 (BRASIL, 2019) descreve a análise da coleção da seguinte forma:

... a obra busca uma relação significativa entre o aluno e os conhecimentos matemáticos, por meio da curiosidade e da investigação, pautando-se na modelagem, na resolução de problemas e no uso das tecnologias digitais. (BRASIL, 2019, p. 93).

E em “Trilhas da Matemática” (Editora Saraiva), a análise feita sobre a obra foi:

A metodologia de ensino e de aprendizagem baseia-se no trabalho com a resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem, o que pode ser verificado na análise das atividades propostas... (BRASIL, 2019, p. 156).

Sobre as demais coleções, ou seja, outras 9 resenhas, a Modelagem Matemática não é citada nenhuma vez. Dessa forma, vemos que a Modelagem Matemática, apesar de ser uma metodologia que pode aproximar mais o estudante das aulas de Matemática, na prática ela não é contemplada.

Como já citado na metodologia deste trabalho, a coleção “A Conquista da Matemática” (Editora FTD) foi escolhida para ser distribuída para toda a rede estadual de ensino do Paraná. Essa escolha foi feita por indicações da maioria dos professores e há supostas vantagens para estudantes e professores. Segundo a Secretaria de Educação e do Esporte do Paraná – SEED (PARANÁ, 2019), a vantagem para os estudantes é que se “precisarem mudar de escola não sofrerão prejuízos na aprendizagem por iniciarem em uma escola que está trabalhando em sala de aula conteúdos diferentes daqueles que eram abordados em sua escola anterior.” E para os professores que

terão mais facilidade no planejamento de suas aulas quando atuarem em duas ou mais escolas, uma vez que o livro didático é um suporte ao trabalho desenvolvido por cada professor junto às suas turmas e que cada aula é uma aula planejada de forma distinta. (PARANÁ, 2019).

Inicialmente, foram analisados os quatro volumes desta coleção, mas no livro do 9º ano apareceram atividades com um maior “teor” de Modelagem Matemática, visto que ela aparece de maneira implícita, ou seja, são atividades que podem desencadear em uma atividade de Modelagem. Assim sendo, optou-se por descrever como a Modelagem Matemática se apresenta neste volume, especificamente dessa coleção de livro didático do Ensino Fundamental – anos finais, aprovada pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) 2020, que menciona que a Modelagem Matemática é proposta.

6 ANÁLISE DAS ATIVIDADES DO LIVRO DIDÁTICO – 9º ANO

Em toda a coleção “A Conquista da Matemática” (Editora FTD), o termo Modelagem Matemática aparece somente no manual do professor, na seção “Considerações sobre o Ensino da Matemática”.

Nessa seção a Modelagem é tratada como método de resolução de problemas aplicados, sendo que esses problemas devem ser questões de relevância para motivar o estudante a buscar soluções. Para os autores do livro didático,

A essência da modelagem matemática consiste em um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, e representadas em termos matemáticos (o modelo). As hipóteses e as aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto a críticas e ao aperfeiçoamento. (BEAN, 2001 apud GIOVANNI JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018, p. IX).

Os autores também fazem a diferenciação entre a metodologia de Modelagem Matemática e Resolução de Problemas. Ainda que a coleção se proponha a trabalhar com a Modelagem Matemática no ensino Fundamental menciona que esta metodologia tem sua maior projeção no Ensino Superior.

Como não há nenhuma atividade de Modelagem Matemática explícita no livro do 9º ano da coleção “A Conquista da Matemática” (FTD), explícita no sentido de informar tanto o professor e o estudante que em determinado momento estão realizando uma “atividade de Modelagem Matemática”, procurou-se analisar e descrever atividades que poderiam desencadear em atividades de Modelagem Matemática.

Foram encontradas seis atividades com esse potencial e iremos descrever com detalhes estas atividades. Para facilitar a localização, distribuição no livro didático, e tomada de conhecimento do conteúdo segue o Quadro 2 a seguir:

Quadro 2 - Sumário de potenciais atividades de Modelagem Matemática

Unidade	Capítulo	página	característica de Modelagem	conteúdo
1	3	p. 24	Regularidade/ padrões	Potenciação
2	abertura da unidade	p. 60 e 61	Coleta de informações	Produtos notáveis / fatoração
6	1	p. 176	Obtenção de fórmula geral	Juros simples
7	1	p. 200/201	Regularidade/padrões	Teorema de Pitágoras
9	3	p. 260/261	Obtenção de fórmula geral	Função quadrática/ soma de uma progressão aritmética
9	3	p. 277	Coleta de informações	Função

Fonte: Autoria própria (2021).

Para a análise das atividades a seguir, será abordado dada fase da Modelagem Matemática descritas por Almeida, Silva e Vertuan (2020), a inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

A primeira atividade é encontrada na unidade 1, no início do capítulo 3, que aborda o conteúdo de potências. O capítulo inicia com uma charge sobre bactérias e sua reprodução por duplicação. Após essa introdução é dado o seguinte exercício:

Figura 2 - Reprodução de bactérias

PENSE E RESPONDA

1. Com base nas informações apresentadas anteriormente, construa no caderno um quadro como este para os seis primeiros intervalos de tempo. Depois, complete-o relacionando a quantidade de intervalos de tempo transcorrido e a quantidade de bactérias existentes após cada um desses intervalos.

Quantidade de intervalos de tempo transcorrido	Quantidade de bactérias existentes
0	1
1	
2	
3	

2. Com base no quadro, responda no caderno:
- Qual será a quantidade de bactérias existentes após os seis primeiros intervalos de tempo transcorrido?
 - E depois de 10 intervalos de tempo, qual será a quantidade de bactérias existentes?
 - Que expressão se pode usar para representar a quantidade de bactérias existentes após n intervalos de tempo transcorrido?

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 24).

Primeiramente, o estudante irá fazer o quadro no caderno com os seis primeiros intervalos de tempo, relacionando com a quantidade de bactérias existentes, que será de 1, 2, 4, 8, 16, 32 e 64, respectivamente. Após esses dados encontrados, a questão mais interessante relacionando a Modelagem Matemática é a c), em que se pede uma expressão para representar a quantidade de bactérias existentes após n intervalos de tempo transcorrido, ou seja, o estudante deverá realizar a matematização do problema, que será feita através da observação de regularidades e estabelecerá um padrão, dado por 2^n .

Nesta atividade, identificamos as quatro fases de Almeida, Silva e Vertuan (2020) para atividade de Modelagem Matemática. Nos itens “a” e “b”, ocorre a inteiração, em que o estudante coleta as informações necessárias para realizar a matematização, que é encontrada no item “c”, através da observação de regularidades para estabelecer um padrão, é feita a mudança da linguagem corrente para a linguagem matemática. Com isso, o estudante deverá chegar na resolução da situação inicial. E por fim a interpretação dos resultados obtidos, tendo ou não a sua validação conforme as informações encontradas nos itens “a” e “b”.

A segunda atividade encontrada, acreditamos que é a mais relevante deste livro, pois é uma atividade de Modelagem da qual o aluno irá realizar desde a coleta de informações até a interpretação dos resultados obtidos. Ela se encontra na introdução da unidade 2, que tratará sobre produtos notáveis e fatoração. O exemplo motivador da unidade é dado por um fôlder de uma fábrica de vitrais, conforme a imagem a seguir.

Figura 3 - Modelos de Vitrais

VITRAIS

VÁRIAS PEÇAS!

MONTE SEUS PRÓPRIOS VITRAIS

Modelo I. Modelo II. Modelo III.

PAGUE PELA ÁREA DE VIDRO UTILIZADA NO VITRAL

Área total:
 $(x + y)^2$ ou
 $x^2 + 2xy + y^2$

Peça	Quantidade	Área
	1	x^2
	2	$2 \cdot (x \cdot y)$
	1	y^2

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 61).

Baseado nos modelos de vitrais, há 2 perguntas e uma atividade para os alunos realizarem, conforme a seguir.

Figura 4 - Questões sobre Vitrais

- No fôlder é mostrado um exemplo de configuração oferecida por essa fábrica com sua área indicada. O que você percebe?
- A cada composição é destinada uma área específica, mas cada modelo de vitral tem sua área generalizada. Qual é a área dos três vitrais que são dados como exemplo? Para que serve essa generalização?
- Com a ajuda de dois colegas, crie e construa o modelo de um vitral para uma janela de sua escola utilizando papéis de sua preferência; lembre-se de que o vitral deve ter as mesmas medidas da janela escolhida.

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 60).

Na primeira questão, espera-se que o estudante perceba que a área do vitral é composta pela soma das áreas de cada uma das peças que o constituem. Essa seria a primeira das quatro fases de uma atividade de Modelagem proposta por Almeida, Silva e Vertuan (2020), a inteiração. Na segunda questão, é pedido a área dos três modelos de vitrais, que são dadas por $x^2+2xy + y^2$, $4x^2+4xy + y^2$ e $4xy + y^2$, respectivamente.

Após esses cálculos o estudante será solicitado a responder para que serve essa generalização e a resposta esperada é que a generalização serve para calcular a área dos vitrais quaisquer que sejam as medidas de suas peças.

Essas perguntas irão ajudar os discentes a realizar a atividade proposta na última questão, em que se pede para construir um modelo de vitral para uma janela da escola utilizando papéis, que fará parte da resolução da atividade de Modelagem Matemática, que consiste na construção de um modelo matemático.

Aqui podemos observar que logo após a inteiração vem a resolução do problema, mas as fases segundo Almeida, Silva e Vertuan (2020, p. 16), “podem não

decorrer de forma linear”.

Nessa etapa do conhecimento, os alunos ainda estão para aprender o conteúdo de produtos notáveis e fatoração e por esse motivo, a conclusão dessa atividade está somente no final da unidade, em que o aluno terá um maior conhecimento algébrico para poder finalizar essa atividade com êxito, pois na página 85, pede-se para os estudantes elaborarem um polinômio que expresse a área do vitral criado, ou seja, irão realizar a matematização do problema proposto. Com a matematização, o estudante conseguirá interpretar o resultado obtido e validar se o polinômio elaborado será a resolução do problema.

Vale lembrar, que apesar de ser uma atividade de Modelagem, essa metodologia não está explícita para os alunos e nem para o professor, que tem acesso ao manual do professor.

O próximo assunto que poderia desencadear em uma atividade de Modelagem Matemática fica na unidade 6 e capítulo 1, em que é tratado o juro simples. Para explicar a fórmula do juros simples, os autores trazem um exercício com exemplo numérico, em que são dados o capital, a taxa de juros e o tempo e se pergunta qual é o montante. Vejamos o exercício proposto a seguir.

Figura 5 - Questão sobre juros simples

Uma máquina de lavar roupas custava R\$ 1 500,00 à vista. João comprou essa máquina a prazo e só pagou 3 meses após o ato da compra. Sabendo que ele não deu nenhuma entrada e a taxa de reajuste foi de 5% ao mês a juro simples, quanto ele pagou por essa máquina?

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 176).

Essa atividade é dada no livro didático como uma explicação de obtenção da fórmula, ou seja, já está resolvida pelos autores. Para desencadear uma atividade de Modelagem, o professor poderia dar somente o conceito de juros simples e o enunciado, e deixar para os estudantes desenvolverem o restante.

Como nessa atividade a proposta é que os estudantes descubram a fórmula de como calcular os juros, o professor poderia trocar a pergunta do problema, ou seja, ao invés de “quanto ele pagou por essa máquina?”, poderia ser “quanto ele

pagou de juros?”.

Considerando a nova pergunta, para a primeira fase de Almeida, Silva e Vertuan (2020), a inteiração, o professor poderá dar a definição de juros simples, que ajudará na resolução da situação-problema. Ainda na inteiração, o estudante deverá sintetizar as informações dadas no enunciado, ou seja, o capital C foi de R\$1500,00 ($C=1500$), a taxa i é 5% ao mês ($i=0,05$) e o tempo t de 3 meses ($t=3$), além da pergunta, que é quanto ele pagou de juros j .

A partir deste ponto, podemos ter duas opções a serem seguidas que serão a matematização da atividade de Modelagem. A primeira o estudante irá descobrir primeiramente o juro ao final de cada um dos três meses, conforme a seguir.

Figura 6 - Cálculo de juros

- juro ao final do 1º mês: $j_1 = 5\% \text{ de } 1500 = 0,05 \cdot 1500 = 75$
- juro ao final do 2º mês: $j_2 = 5\% \text{ de } 1500 = 0,05 \cdot 1500 = 75$
- juro ao final do 3º mês: $j_3 = 5\% \text{ de } 1500 = 0,05 \cdot 1500 = 75$

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 176).

Após esses cálculos irá somar os três valores de juros que é de R\$225,00. Caso os alunos realizem esses cálculos, o professor deve instigar o estudante a obter a resolução, ou seja, a construção de um modelo matemático que poderá descrever os juros com qualquer taxa e tempo, ou seja, que dê certo para qualquer exercício envolvendo juros simples.

A segunda opção será dada pela simplificação de obter o total de juros, que consiste em somar as multiplicações encontradas na Figura 6 e colocar um dos fatores comuns em evidência, que resultará em R\$225,00, conforme mostrado pelos autores.

Figura 7 - Fórmula de juros simples

Veja como podemos obter o juro total j relativo aos 3 meses de uma só vez:

$$j = j_1 + j_2 + j_3$$

$$j = 0,05 \cdot 1500 + 0,05 \cdot 1500 + 0,05 \cdot 1500$$

$$j = 1500 \cdot (0,05 + 0,05 + 0,05)$$

$$j = \underbrace{1500}_C \cdot \underbrace{3}_T \cdot \underbrace{0,05}_i$$

$$j = 225$$

$$j = C \cdot i \cdot t$$

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 176).

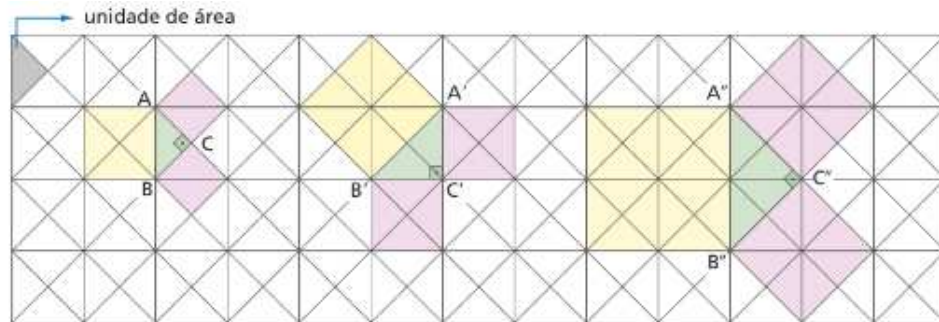
Notamos aqui que mesmo que o estudante escolha a primeira opção para esse problema, ele também terá que fazer a segunda opção, pois é a partir dela que a fórmula do juro simples se originará. A obtenção dessa fórmula será o modelo matemático, ou seja a resolução descrita por Almeida, Silva e Vertuan (2020).

Após a resolução, os estudantes deverão testar se a fórmula dá certo somente colocando as informações iniciais da atividade e assim se dará a última fase, a interpretação de resultados e validação.

A próxima atividade que pode envolver a Modelagem Matemática é o enunciado do Teorema de Pitágoras. No livro, essa atividade se encontra na unidade 7, no capítulo 1 e também está resolvida como no exemplo anterior, porém o professor pode conduzir a turma para descobrir a tal fórmula.

Para iniciar, o professor deve mostrar a figura a seguir e pedir para os estudantes encontrarem alguma relação entre as áreas dos quadrados. Essa análise será a inteiração, a primeira fase da atividade de Modelagem Matemática.

Figura 8 - Mosaico



Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 200).

Para encontrar relação, os discentes devem calcular a área de cada um dos quadrados, conforme o quadro a seguir.

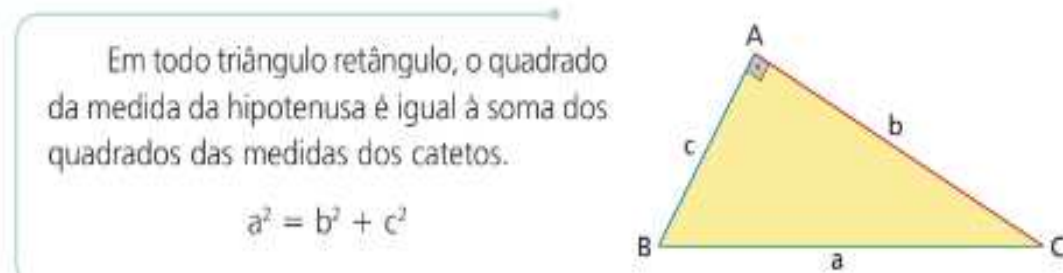
Figura 9 - Áreas de quadrados

	Triângulo ABC	Triângulo A'B'C'	Triângulo A''B''C''
Área do quadrado construído sobre a hipotenusa	4	8	16
Área do quadrado construído sobre um cateto	2	4	8
Área do quadrado construído sobre o outro cateto	2	4	8

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 200).

Esse quadro será um esquema que representa matematização, pois “evidencia o problema a ser resolvido” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2020, p. 16) e com isso, conseguimos visualizar que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos. Quando os estudantes chegarem a essa conclusão, o professor deverá intervir e dizer que essa propriedade só é válida para triângulos retângulos e deverá pedir aos estudantes generalizem essa propriedade, ou seja, realizar a resolução e obter o modelo matemático. Isso deverá resultar no Teorema de Pitágoras, conforme enunciado a seguir.

Figura 10 - Teorema de Pitágoras



Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 201).

Com o Teorema enunciado, os estudantes devem interpretar todos os passos (fases) que fizeram, e notar que essa fórmula funciona para todos os triângulos dados na Figura 8 e para qualquer triângulo retângulo. Com isso, o estudante estará realizando a análise da resposta para o problema, que segundo Almeida, Silva e Vertuan (2020, p. 16) “constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema”. E assim, a atividade de Modelagem Matemática se encerra.

A penúltima atividade que poderá desencadear em uma Modelagem Matemática está na introdução do conteúdo função quadrática, que também está toda descrita no livro didático, mas poderia ser uma atividade de Modelagem Matemática. A questão é relacionada com a famosa história de Carl Friedrich Gauss⁶, em que seu professor pede para os estudantes somarem os números de 1 a 100 e ainda criança, Gauss descobre a fórmula da soma de uma progressão aritmética, porém, no livro ela é dada para exemplificar um polinômio do grau 2.

Nessa atividade, o professor pode fazer exatamente como o professor de Gauss fez e pedir para os alunos calcularem a soma dos 100 primeiros números inteiros positivos. Aqui, os estudantes irão informar-se sobre os números inteiros, ou pelo menos lembrá-los, fazendo parte assim da inteiração, pois os alunos somente poderão dar continuidade para a atividade, fazendo assim “a formulação do

⁶ “Há uma história segundo a qual o professor de Carl na escola pública, quando ele tinha dez anos de idade, teria passado à classe, para mantê-la ocupada, a tarefa de somar os números de 1 a 100. Quase que imediatamente Carl colocou sua lousa sobre a escrivaninha do irritado professor. Quando as lousas foram finalmente viradas, o professor surpreso verificou que Carl tinha sido o único a acertar a resposta correta, 5050, mas sem fazê-la acompanhar de nenhum cálculo.” (EVES, 2011, p. 519).

problema e a definição de metas para sua resolução.” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2020, p. 15). Porém, para não desmotivar os estudantes, pois se somarem cada um dos números, a atividade levará muito tempo e não será proveitoso, o professor poderá ajudar fazendo a seguinte explicação, ou pelos menos uma parte dela.

Figura 11 - Soma dos 100 primeiros números inteiros positivos

$$\begin{array}{r}
 S_{100} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100 \quad \longrightarrow \quad 100 \text{ parcelas} \\
 + S_{100} = 100 + 99 + 98 + 97 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1 \quad \longrightarrow \quad 100 \text{ parcelas} \\
 \hline
 2 \cdot S_{100} = 101 + 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101 + 101 \quad \longrightarrow \quad 100 \text{ parcelas} \\
 2 \cdot S_{100} = 100 \cdot 101 \\
 S_{100} = \frac{100 \cdot 101}{2} \\
 S_{100} = \frac{100 \cdot (100 + 1)}{2} \quad \longrightarrow \quad S_{100} = 5050
 \end{array}$$

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 260).

Dessa forma, o professor terá feito a “transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática).” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2020, p. 15), ou seja, a matematização.

Feito isso, o professor deve perguntar aos estudantes se há um jeito mais fácil ou generalizado para descobrir a soma de x primeiros números inteiros positivos, ou seja, o professor deseja a construção de um modelo matemático, que é a resolução da atividade de Modelagem Matemática. A resolução, para ter concordância com o livro didático, precisa ser um polinômio do segundo grau, conforme a figura a seguir:

Figura 12 - Soma dos x primeiros números inteiros positivos

$$y = \frac{x(x+1)}{2} \quad \text{ou} \quad y = \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2}$$

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 261).

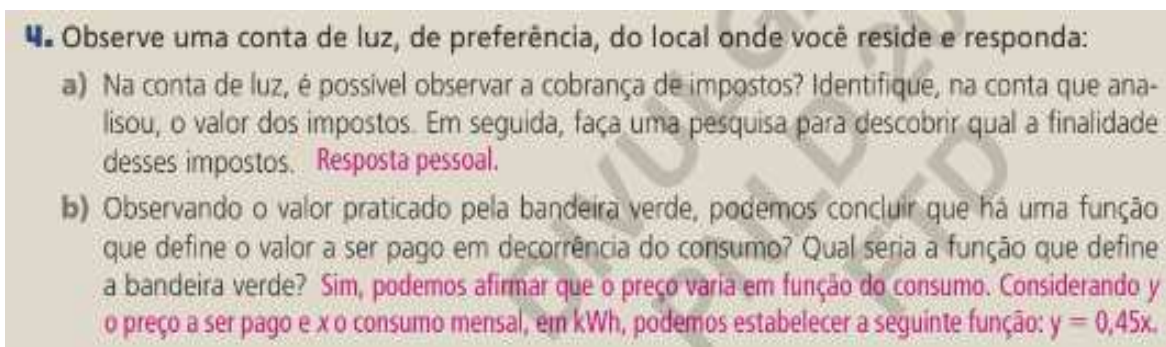
Para finalizar essa atividade, o professor poderá dividir a sala em pequenos grupos para realizarem a interpretação dos resultados, com cada um dos grupos adotando x como um número inteiro positivo diferente. Dessa forma, “tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação.” precisam ser levadas em conta, pois os estudantes precisam realizar o cálculo das maneiras apresentadas na matematização e na resolução, e com isso, a validação do modelo matemático.

A última atividade encontrada, nas páginas 276 e 277, aborda conta de luz, em que traz textos informativos sobre o assunto, uma imagem de conta de luz real e discute sobre bandeiras tarifárias. Essa atividade, diferente de todas as analisadas anteriormente, é a única que aborda uma situação do cotidiano. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2020, p. 30), “situações de ensino que proporcionam ao aluno contato com o contexto real podem motivá-los para o envolvimento nas atividades e para a construção do conhecimento.” Assim, é uma atividade que tem potencial para gerar mais interesse por parte dos estudantes, já que é a realidade da maioria dos brasileiros.

Para ser uma atividade de Modelagem Matemática, o exercício deverá ter algumas alterações e ampliações. Essas poderiam estar descritas no Manual do Professor, que sugere apenas um debate sobre os meses que gasta-se mais ou menos energia e que o professor poderia verificar se os alunos sabem consultar o valor dos impostos de produtos que consomem.

A questão que poderá desencadear é atividade 4, enunciada a seguir.

Figura 13 - Exercício conta de luz



4. Observe uma conta de luz, de preferência, do local onde você reside e responda:

a) Na conta de luz, é possível observar a cobrança de impostos? Identifique, na conta que analisou, o valor dos impostos. Em seguida, faça uma pesquisa para descobrir qual a finalidade desses impostos. **Resposta pessoal.**

b) Observando o valor praticado pela bandeira verde, podemos concluir que há uma função que define o valor a ser pago em decorrência do consumo? Qual seria a função que define a bandeira verde? **Sim, podemos afirmar que o preço varia em função do consumo. Considerando y o preço a ser pago e x o consumo mensal, em kWh, podemos estabelecer a seguinte função: $y = 0,45x$.**

Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 277).

Para iniciar uma atividade de Modelagem Matemática, o estudante deve realizar a letra “a”, e poderá cercar-se de informações, descobrindo em que lugar é observado a cobrança de impostos em uma conta de luz e poderá pegar a conta da própria residência para fazer essa análise e anotar o valor dos impostos.

Na letra “b” o enunciado é referente a um valor dado anteriormente, porém pode-se pedir para o estudante pesquisar o valor das bandeiras do lugar onde mora, além de fazer questionamentos sobre o porque têm vários tipos de bandeiras e o motivo para elas variarem. Tanto a letra “a”, como a primeira parte da letra “b”, ocorre a inteiração, pois segundo Almeida, Silva e Vertuan (2020), é o primeiro contato do estudante com a situação problema e é realizada a coleta de informações.

A segunda pergunta da letra “b” será a matematização, em que o estudante deverá associar as informações obtidas durante a inteiração na forma da linguagem matemática. Essa pergunta poderá ser ampliada, para o estudante definir a função definida por cada uma das bandeiras.

Por último, como adaptação da atividade do livro didático para um atividade de Modelagem Matemática, poderá ser pedido para os estudantes definirem a função que gera o valor da conta de luz a ser paga, ou seja, irá construir um modelo matemático, fazendo assim a resolução da situação problema.

Para finalizar essa atividade, o professor poderá pedir para os estudantes testarem a função que encontraram em exemplos de contas de luz, ou seja, irão interpretar se os resultados obtidos estão corretos, fazendo assim a validação da atividade de Modelagem Matemática.

6 CONCLUSÃO

A Modelagem Matemática não é uma metodologia simples e prática de ser proposta em sala de aula, nem para a Educação Básica e nem para o Ensino Superior. Confesso que não me recordo de ter presenciado uma atividade de Modelagem, nem enquanto estudante da Educação Básica e nem enquanto desenvolvi as atividades de estágio. Fui conhecer essa metodologia com um pouco mais de profundidade apenas na disciplina de Modelagem Matemática na UTFPR - CT, em que este trabalho teve seu início, conforme mencionado na introdução.

Iniciamos este trabalho querendo analisar todos os livros didáticos aprovados pelo PNLD 2020. Sabíamos que seria trabalhoso, mas estávamos certos que iríamos encontrar atividades de Modelagem Matemática de maneira explícita, ou pelo menos no Manual do Professor.

Com o estudo sobre a Modelagem, vimos que é necessário que o estudante tenha mais conhecimentos em técnicas algébricas, pois são essenciais para criar um modelo matemático.

Com a leitura das resenhas dos livros didáticos aprovados pelo PNLD 2020, já tivemos uma surpresa, pois vemos que a Modelagem Matemática não é indicada explicitamente pela maioria de suas coleções, o que já dificulta sua abordagem dentro de sala de aula, pois como já vimos anteriormente, o livro didático é um importante instrumento de trabalho do professor e material de auxílio dos estudantes. Optamos pela coleção “A Conquista da Matemática”, da Editora FTD, devido a resenha publicada no Guia de Matemática do PNLD 2020 (BRASIL, 2019), afirmar que os livros didáticos eram baseados “na modelagem, na resolução de problemas e no uso das tecnologias digitais.” (BRASIL, 2019, p. 93).

Dentre os quatro volumes presentes nesta coleção, cada um é um ano escolar do Ensino Fundamental – anos finais, optamos por analisar o livro do 9º ano, pois a álgebra está mais desenvolvida. Lendo o livro didático selecionado cuidadosamente, concluímos que há atividades ou explicações que oferecem indicativos de que é possível o uso da Modelagem Matemática como metodologia, porém, são apenas indicativos, em que o professor teria que fazer, assim como nós nesse trabalho, uma análise de atividades em potencial.

Assim, a Modelagem Matemática não é abordada explicitamente, nem para os estudantes e nem para o professor, pois em nenhum momento é citada a

Modelagem no Manual do Professor (a não ser em um breve texto informativo no início do livro) como uma metodologia, com passos a serem seguidos, assim como fizemos neste trabalho, tanto para os docentes como para os discentes.

Por mais que a metodologia esteja a mais de 40 anos no Brasil, já que Biembengut (2009) publicou seu artigo “30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais” a mais de dez anos, ela ainda não é de fato realizada na sua íntegra. Acreditamos que isso se deva por diversos fatores, mas principalmente devido ao nosso sistema de ensino, em que o professor precisa assumir muitas turmas e tem pouco tempo disponível para fazer o seu planejamento, assim, acaba ficando dentro de sua “zona de conforto”, que são as aulas expositivas.

Notamos também, que das seis possíveis atividades de Modelagem destacadas, metade são exercícios propostos aos estudantes e a outra metade são exercícios ou explicações que já estão feitas no livro do aluno. Assim, como essas atividades já estão resolvidas, podem passar despercebido para o professor a ideia de desenvolver com a sua turma essas situações como atividades de Modelagem. Assim, notamos que uma releitura de exercícios já propostos nos livros didáticos pode oportunizar práticas de Modelagem em aulas de Matemática. Nesse sentido, se faz imprescindível uma orientação ao professor para que vislumbre nas atividades propostas, formas diferenciadas de trabalho em sala de aula.

Uma alternativa para os autores de livros didáticos é inserir propostas de Modelagem Matemática no início de cada unidade, pois, pelo que se observou nessa coleção, o padrão é inserir uma situação real na abertura da unidade, como o modelo de vitrais, descrito anteriormente.

Além disso, o livro didático poderia contar com mais informações no manual do professor, para ele saber que está trabalhando com a Modelagem Matemática e poder guiar seus estudantes da melhor forma possível para a resolução, interpretação e validação dos resultados.

Com o Edital para o PNLD 2024 lançado e tendo a Modelagem Matemática sendo citada explicitamente como um critério de avaliação pedagógica, esperamos que os próximos livros didáticos contenham atividades envolvendo a Modelagem, pois como já mencionado, o estudante pode aprender conteúdos de todas as áreas do conhecimento e não somente da Matemática.

Acreditamos que este Trabalho de Conclusão de Curso poderá ser retomado

futuramente, com a análise dos livros didáticos a serem aprovados no PNLD 2024, além de propor atividades de Modelagem Matemática que poderiam ser incluídas em livros didáticos.

Com esse conhecimento mais aprofundado sobre a Modelagem Matemática, espero conseguir utilizá-la com os meus futuros estudantes, e assim, motivá-los a aprender Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2020.

ANDRÉ, Marli. O que é um estudo de caso qualitativo em Educação? Educação e Contemporaneidade - **Revista FAEEBA**, v. 22, n. 40, p. 95-104, jul/dez 2013. Disponível em: <https://www.nelsonreyes.com.br/Marli%20Andr%C3%A9.pdf>. Acesso em: 19 abr. 2021.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. Alexandria - **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37939/28967>. Acesso em: 19 abr. 2021.

_____, Maria Salett. **Modelagem Matemática no ensino fundamental**. 5 ed. Blumenau, Edifurb, 2014.

_____, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 mar. 2021.

BRASIL. **Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017**. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Disponível em: HTTP://WWW.PLANALTO.GOV.BR/CCIVIL_03/_ATO2015-2018/2017/DECRETO/D9099.HTM#:~:TEXT=DECRETO%20N%C2%BA%209.099%2C%20DE%2018,LIVRO%20E%20DO%20MATERIAL%20DID%C3%A1TICO. Acesso em: 19 mar. 2021.

BRASIL. **Decreto nº 91.542, de 19 de agosto de 1985**. Institui o Programa Nacional do Livro Didático, dispõe sobre sua execução e dá outras providências. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1980-1987/decreto-91542-19-agosto-1985-441959-publicacaooriginal-1-pe.html#:~:text=DECRETA%3A,escolas%20p%C3%BAblicas%20de%201%C2%BA%20Grau>. Acesso em: 19 mar. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **EDITAL DE CONVOCAÇÃO 01/2018 – CGPLI**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **EDITAL DE CONVOCAÇÃO 01/2022 – CGPLI**. Brasília, 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2020**: matemática – guia de livros didáticos/ Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de

Educação Básica, 2019. Disponível em:
https://pnld.nees.ufal.br/assets-pnld/guias/Guia_pnld_2020_pnld2020-matematica.pdf
 f. Acesso em: 13 mar. 2021.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino aprendizagem. (Tese de Doutorado). Campinas, Unicamp, 1992. Disponível em: https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/burak_dionisio_d.pdf. Acesso em: 19 abr. 2021.

_____, Dionísio. Modelagem na Perspectiva da Educação Matemática: Um Olhar Sobre seus Fundamentos. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. Número 51. 2017. Disponível em:
http://www.fisem.org/www/union/revistas/2017/51/51_Firma2.pdf. Acesso em: 19 abr. 2021.

CAPES. **Programa de Residência Pedagógica**. Brasil. 2018
 Disponível em:
<https://www.gov.br/capes/pt-br/aceso-a-informacao/acoes-e-programas/educacao-basica/programa-residencia-pedagogica>. Acesso em: 13 mar. 2021

COSTA, Manoel dos Santos; ALLEVATO, Norma Suelly Gomes. **Livro Didático de Matemática**: Análise de professoras polivalentes em relação ao ensino de geometria. *Vidya*, v.30, n.2, p.71-80, jul/dez, 2010

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da Teoria à Prática. 23 ed. Campinas, Papirus, 2012.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. 5 ed. Campinas, Editora da Unicamp, 2011.

GIOVANNI JÚNIOR, Jose Ruy. CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da Matemática, 9º ano**. 4 ed. São Paulo: FTD, 2018.

GOIS, Victor Hugo dos Santos; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. POSSIBILIDADES DE ARTICULAÇÃO ENTRE LIVRO DIDÁTICO E MODELAGEM MATEMÁTICA. **VIII EPMEM**. 2018. Disponível em:
http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPMEM/VIII_EPMEM/paper/view/File/830/425. Acesso em: 19 abr. 2021.

KACZMAREK, Derli; BURAK, Dionísio. E QUANDO OS ALUNOS ESCOLHEM O FUNK? **VIII EPMEM**. 2018. Disponível em:
http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPMEM/VIII_EPMEM/paper/view/File/751/384. Acesso em: 19 abr. 2021.

KRIPKA, Rosana Maria Luvezute; SHELLER, Morgana; BONOTTO, Danusa de Lara. Pesquisa documental na pesquisa qualitativa: conceitos e caracterização. **Revista de investigaciones UNAD Bogotá** - Colombia. 2015. Disponível em:
<https://core.ac.uk/download/pdf/322589335.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2021.

LIMA, Telma Cristiane Sasso de; MIOTO, Regina Célia Tamaso. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. **Revista Katálysis**. 2017. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/rk/v10nspe/a0410spe.pdf>. Acesso em: 30 mar. 2021.

PARANÁ. Secretaria da Educação e do Esporte. **Escolha do Livro Didático**: as obras mais escolhidas pelos professores serão utilizadas em toda a rede. 20 ago. 2019. Disponível em: <https://www.educacao.pr.gov.br/Noticia/Escolha-do-Livro-Didatico-obras-mais-escolhidas-pelos-professores-serao-utilizadas-em-toda>. Acesso em: 12 nov. 2022.

SOARES, Luís Havelange. **Aprendizagem Significativa na Educação Matemática: uma proposta para a aprendizagem de Geometria Básica**. (Tese de Mestrado). João Pessoa, Universidade Federal da Paraíba, 2009. Disponível em: <http://www.fisica.ufpb.br/~romero/pdf/DissertacaoHavelange.pdf>. Acesso em: 12 nov. 2022.

ANEXO A - Lei n. 9.610, de 19 de fevereiro de 1998



**Presidência da República
Casa Civil
Subchefia para Assuntos Jurídicos**

LEI Nº 9.610, DE 19 DE FEVEREIRO DE 1998⁷.

Altera, atualiza e consolida a legislação sobre direitos autorais e dá outras providências.

O PRESIDENTE DA REPÚBLICA Faço saber que o Congresso Nacional decreta e eu sanciono a seguinte Lei:

Título I - Disposições Preliminares

Art. 1º Esta Lei regula os direitos autorais, entendendo-se sob esta denominação os direitos de autor e os que lhes são conexos.

Art. 2º Os estrangeiros domiciliados no exterior gozarão da proteção assegurada nos acordos, convenções e tratados em vigor no Brasil.

Parágrafo único. Aplica-se o disposto nesta Lei aos nacionais ou pessoas domiciliadas em país que assegure aos brasileiros ou pessoas domiciliadas no Brasil a reciprocidade na proteção aos direitos autorais ou equivalentes.

Art. 3º Os direitos autorais reputam-se, para os efeitos legais, bens móveis.

Art. 4º Interpretam-se restritivamente os negócios jurídicos sobre os direitos autorais.

Art. 5º Para os efeitos desta Lei, considera-se:

I - publicação - o oferecimento de obra literária, artística ou científica ao conhecimento do público, com o consentimento do autor, ou de qualquer outro titular de direito de autor, por qualquer forma ou processo;

II - transmissão ou emissão - a difusão de sons ou de sons e imagens, por meio de ondas radioelétricas; sinais de satélite; fio, cabo ou outro condutor; meios óticos ou qualquer outro processo eletromagnético;

III - retransmissão - a emissão simultânea da transmissão de uma empresa por outra;

IV - distribuição - a colocação à disposição do público do original ou cópia de obras literárias, artísticas ou científicas, interpretações ou execuções fixadas e fonogramas, mediante a venda, locação ou qualquer outra forma de transferência de propriedade ou posse;

V - comunicação ao público - ato mediante o qual a obra é colocada ao alcance do público, por qualquer meio ou procedimento e que não consista na distribuição de exemplares;

VI - reprodução - a cópia de um ou vários exemplares de uma obra literária, artística ou científica ou de um fonograma, de qualquer forma tangível, incluindo qualquer armazenamento permanente ou temporário por meios eletrônicos ou qualquer outro meio de fixação que venha a ser desenvolvido;

VII - contrafação - a reprodução não autorizada;

VIII - obra:

a) em co-autoria - quando é criada em comum, por dois ou mais autores;

b) anônima - quando não se indica o nome do autor, por sua vontade ou por ser desconhecido;

c) pseudônima - quando o autor se oculta sob nome suposto;

d) inédita - a que não haja sido objeto de publicação;

e) póstuma - a que se publique após a morte do autor;

f) originária - a criação primígena;

g) derivada - a que, constituindo criação intelectual nova, resulta da transformação de obra originária;

h) coletiva - a criada por iniciativa, organização e responsabilidade de uma pessoa física ou jurídica, que a publica sob seu nome ou marca e que é constituída pela participação de diferentes autores, cujas contribuições se fundem numa criação autônoma;

i) audiovisual - a que resulta da fixação de imagens com ou sem som, que tenha a finalidade de criar, por meio de sua reprodução, a impressão de movimento, independentemente dos processos de sua captação, do suporte usado inicial ou posteriormente para fixá-lo, bem como dos meios utilizados para sua veiculação;

IX - fonograma - toda fixação de sons de uma execução ou interpretação ou de outros sons, ou de uma representação de sons que não seja uma fixação incluída em uma obra audiovisual;

X - editor - a pessoa física ou jurídica à qual se atribui o direito exclusivo de reprodução da obra e o dever de divulgá-la, nos limites previstos no contrato de edição;

XI - produtor - a pessoa física ou jurídica que toma a iniciativa e tem a responsabilidade econômica da primeira fixação do fonograma ou da obra audiovisual, qualquer que seja a natureza do suporte utilizado;

XII - radiodifusão - a transmissão sem fio, inclusive por satélites, de sons ou imagens e sons ou das representações desses, para recepção ao público e a transmissão de sinais codificados, quando os meios de decodificação sejam oferecidos ao público pelo organismo de radiodifusão ou com seu consentimento;

XIII - artistas intérpretes ou executantes - todos os atores, cantores, músicos, bailarinos ou outras pessoas que representem um papel, cantem, recitem, declamem, interpretem ou executem em qualquer forma obras literárias ou artísticas ou expressões do folclore.

Art. 6º Não serão de domínio da União, dos Estados, do Distrito Federal ou dos Municípios as obras por eles simplesmente subvencionadas.

⁷ Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9610.htm. Acesso em: 18 nov. 2022.