

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**HENRIQUE DE OLIVEIRA BONATO**

**UMA PROPOSTA DE INSERÇÃO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA EM RELATIVIDADE  
GERAL PARA O TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**

**CURITIBA**

**2022**

**HENRIQUE DE OLIVEIRA BONATO**

**UMA PROPOSTA DE INSERÇÃO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA EM RELATIVIDADE  
GERAL PARA O TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**

**A PROPOSAL TO INSERT A DIDACTIC SEQUENCE IN GENERAL RELATIVITY  
FOR THE THIRD YEAR OF HIGH SCHOOL**

Projeto de Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado como requisito para obtenção do título de Licenciado em Física da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).  
Orientador(a): Marlos de Oliveira Ribas.  
Coorientador(a): Marcos Antonio Florczak.

**CURITIBA**

**2022**



Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**HENRIQUE DE OLIVEIRA BONATO**

**UMA PROPOSTA DE INSERÇÃO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA EM RELATIVIDADE  
GERAL PARA O TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação  
apresentado como requisito para obtenção do título  
de Licenciado em Física da Universidade Tecnológica  
Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 11 / abril / 2022

---

**Marlos de Oliveira Ribas**

Doutorado em Física pela Universidade Federal do Paraná (2008)  
Mestrado em Física pela Universidade Federal do Paraná (1999)  
Bacharelado e Licenciatura em Física pela Universidade Federal do Paraná (1997)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

---

**Nestor Cortez Saavedra Filho**

Doutorado em Física pela Universidade de São Paulo (1999)  
Bacharelado em Física pela Universidade Federal de Pernambuco (1992)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

---

**Rubens Eduardo Garcia Machado**

Doutorado em Astronomia pela Universidade de São Paulo e pela Université de Provence (2010)  
Mestrado em Astronomia pela Universidade de São Paulo (2006)  
Graduação em Física (Bacharelado com Habilitação em Astronomia) pela Universidade de São Paulo  
(2003)  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

**CURITIBA**

**2022**

Dedico este trabalho à minha família, e minha mãe,  
por sempre ter me incentivado aos estudos.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus, por ter me proporcionado todas as oportunidades em minha vida até aqui, e de ter tido uma fase incrível de minha vida, que foi a faculdade.

Agradeço do fundo do meu coração à minha família, que sempre me encorajou a estudar e buscar o que quero. Agradeço também à minha mãe que sempre esteve comigo nos momentos de dificuldade escolar na adolescência. Minha mãe foi minha inspiração para seguir em frente e nunca desistir.

Agradeço aos amigos que fiz na universidade, os quais tornaram a experiência muito mais viva e intensa.

Agradeço aos professores com os quais tive aula, os quais demonstraram notável conhecimento do conteúdo, e que também são minha inspiração para minha carreira profissional.

Agradeço também aos professores que me orientaram e auxiliaram na produção desse trabalho, os quais contribuíram com extraordinária ajuda.

A todos citados aqui, muito obrigado!

O mistério da vida me causa a mais forte emoção.  
É o sentimento que suscita a beleza e a verdade,  
cria a arte e a ciência.  
(EINSTEIN, 1953).

## RESUMO

O presente trabalho visa à construção de uma sequência didática no tema relatividade geral voltada para o terceiro ano do ensino médio. Pode-se averiguar nos documentos curriculares a necessidade da inserção de tópicos de física moderna e contemporânea na educação básica. Também foram analisados artigos específicos que tratam sobre trazer a temática da gravitação einsteiniana para aulas do ensino médio. Com base nisso, e considerando o nível físico-matemático dos estudantes, foi realizada, fundamentada na transposição didática de Yves Chevallard e na perspectiva de sequência didática de Antoni Zabala, uma série encadeada de aulas a respeito do conteúdo da teoria geral da relatividade. Para tal, foram utilizadas ideias sobre como trazer os assuntos, bem como o uso de *gifs*, trechos de filme e simulador virtual. Pode-se concluir, com base no referencial teórico estudado, que é sim possível trazer essa temática para a educação básica, com a devida e cuidadosa transposição do saber sábio a um saber a ensinar que seja adaptável às capacidades do aluno.

Palavras-chave: relatividade geral; transposição didática; sequência didática; ensino médio.

## **ABSTRACT**

The present work aims at the construction of a didactic sequence on the theme of general relativity aimed at the third year of high school. One can verify in the curricular documents the need to insert topics of modern and contemporary physics in basic education. Specific articles dealing with bringing the theme of Einsteinian gravitation to high school classes were also analyzed. Based on this, and considering the physical-mathematical level of the students, based on Yves Chevallard's didactic transposition and Antoni Zabala's perspective of didactic sequence, a series of classes was carried out on the content of the general theory of relativity. To this end, ideas on how to bring the subjects were used, as well as the use of gifs, movie clips and virtual simulator. It can be concluded, based on the theoretical framework studied, that it is possible to bring this theme to basic education, with the proper and careful transposition of wise knowledge to a knowledge to teach that is adaptable to the student's abilities.

Keywords: general relativity; didactic transposition; didactic sequence; high school.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Referenciais inerciais em movimento relativo constante.....	20
Figura 2. Cone de luz e linha de mundo .....	29
Figura 3 - Intervalos espaço-temporais no cone de luz.....	29
Figura 4 – Ilustração de um espaço-tempo plano, representado pela métrica de Minkowski $ds^2 = \eta_{\alpha\beta}d\xi^{\alpha}d\xi^{\beta}$ .....	31
Figura 5 – Ilustração de um espaço-tempo curvo com métrica $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu}$ , devido a um campo gravitacional consequente de uma massa esférica (azul) .....	32
Figura 6 - Representação da geodésica de uma partícula em um espaço-tempo curvado .....	34
Figura 7 - Gráfico $V \times I$ .....	52
Figura 8 - Ligação entre prótons e nêutrons .....	55
Figura 9 - Atividades da terceira componente.....	63
Figura 10 - Desvio da luz devido a um corpo massivo. ....	66
Figura 11 – Corpo deformando o tecido elástico .....	68
Figura 12 – Observador flutuando dentro do elevador.....	73
Figura 13 – Observador em queda livre no campo gravitacional terrestre.....	73
Figura 14 – Observador em repouso no campo gravitacional terrestre.....	74
Figura 15 – Observador em um referencial (elevador) acelerado verticalmente para cima.....	75
Figura 16 – Ressonador.....	76
Figura 17 – Copo com furos na base para explicar o princípio da equivalência .....	76
Figura 18 – Gráfico $S \times t$ com velocidade constante.....	77
Figura 19 – Gráfico $S \times t$ com aceleração constante.....	77
Figura 20 – Raio de luz visto por um observador dentro do elevador em velocidade constante.....	78
Figura 21 – Raio de luz visto por um observador dentro do elevador com aceleração constante.....	78
Figura 22 – Deflexão da trajetória do raio de luz devido a um forte campo gravitacional .....	79
Figura 23 – Simulador <i>Gravitational Lensing</i> demonstrando a curvatura do raio luminoso .....	79
Figura 24 – Simulador <i>Gravitational Lensing</i> demonstrando as posições observadas do quasar .....	80
Figura 25 – Trajetórias dos raios luminosos para o observador dentro e fora da espaçonave.....	81
Figura 26 – Cena do filme <i>Interestelar</i> quando os tripulantes se dão conta do lapso temporal.....	83
Figura 27 – Observador na superfície da Terra e uma bolinha caindo em direção à mesma .....	84
Figura 28 – Buraco negro visto no filme <i>Interestelar</i> .....	87
Figura 29 – Primeira fotografia de um buraco negro .....	88

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADP	Aceleradores e Detectores de Partículas
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CP	Caderno Pedagógico
CTSA	Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente
DBR	Designed Based Research
DCE	Diretrizes Curriculares Estaduais
DI	Design Instrucional
EM	Ensino Médio
FC	Física Clássica
FMC	Física Moderna e Contemporânea
Ladif	Laboratório Didático do Instituto de Física
LHC	Large Hadron Collider
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCN+	Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
RA	Realidade Aumentada
RG	Relatividade Geral
RR	Relatividade Restrita
SEA	Sequência de Ensino Aprendizagem
TCC	Teoria da Carga Cognitiva
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
TRG	Teoria da Relatividade Geral
TRR	Teoria da Relatividade Restrita
UEPS	Unidade de Ensino Potencialmente Significativa
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	13
2	JUSTIFICATIVA.....	16
2.1	Pessoal.....	16
2.2	Referenciada.....	17
3	QUESTÃO DE PESQUISA .....	18
4	OBJETIVOS.....	19
4.1	Objetivo geral.....	19
4.2	Objetivos específicos.....	19
5	DA RELATIVIDADE DE GALILEU À GERAL .....	20
5.1	A Relatividade de Galileu.....	20
5.2	A Relatividade Restrita .....	25
5.2.1	Quadrivetores.....	27
5.3	A Relatividade Geral.....	30
6	A DIFERENÇA ENTRE COSMOLOGIA, RELATIVIDADE GERAL E ASTRONOMIA EXTRAGALÁCTICA.....	35
7	REFERENCIAL TEÓRICO.....	36
7.1	A transposição didática .....	36
7.2	Sobre a Sequência Didática .....	39
8	METODOLOGIA .....	41
8.1	Concepção de Pesquisa .....	41
8.2	Materiais/Contexto/Período .....	42
8.3	Etapas da Pesquisa.....	42
9	ANÁLISE BIBLIOGRÁFICA .....	43
9.1	Inserção de FMC conforme documentos curriculares.....	43
9.2	Inserção de FMC NO ENSINO MÉDIO .....	46
9.3	Inserção de RG NO ENSINO MÉDIO .....	58
10	A SEQUÊNCIA DIDÁTICA .....	69
11	CONCLUSÃO .....	91
	REFERÊNCIAS.....	92
	APÊNDICE A.....	96
	APÊNDICE B .....	104
	APÊNDICE C .....	109
	APÊNDICE D .....	112

## 1 INTRODUÇÃO

Sabe-se que é de grande importância a inserção de temas que tratem de Física Moderna e Contemporânea (FMC) no Ensino Médio (EM), já que documentos curriculares oficiais, como as Diretrizes Curriculares Estaduais (DCE) (2008), as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) (2002) e a mais recente Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (2018), falam sobre a introdução desses temas. No entanto, nota-se que esse assunto ainda é tratado não de modo pleno e integral, sendo que em geral, existe uma preocupação maior em terminar os conteúdos de Física Clássica (FC) do que abordar conceitos de FMC (D'AGOSTIN, 2008).

Os documentos oficiais propõem a renovação e inserção da Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio, cuja importância para o ensino os inúmeros trabalhos não deixam dúvidas. Apesar disso, não tem sido frequente a inclusão desses temas nas atividades do Ensino Médio [...] (D'AGOSTIN, 2008, p. iii).

Deve-se, no entanto, encarar que esses temas vêm sendo aos poucos trabalhados em salas de aula (e conforme os documentos curriculares citados, devem ser) e espera-se que no futuro venham a ser de forma mais satisfatória. É interessante notar que o mesmo aconteceu quando foi posto o Princípio da Conservação da Energia, no século XIX. Este tema levou tempos até ser abordado de modo rotineiro nas aulas de física como é hoje (TERRAZZAN, 1992). Pode-se acreditar que o mesmo venha a acontecer com os assuntos da física que é construída atualmente, no século XXI.

É possível trabalharmos temas da nova física (do século XX em diante) a partir de limites nos quais as teorias clássicas não explicam, fazendo assim uma ligação entre esses dois patamares (FC e FMC), desenvolvendo-os em conjunto, passando também a impressão aos alunos de como se dá a evolução do conhecimento científico (LINO, 2010). Porém, alguns temas referentes à FMC são trabalhados com um formalismo físico-matemático presente no Ensino Superior, no entanto, é possível e cabe ao professor saber como transpor esse conteúdo para o EM.

Segundo a Teoria da Transposição Didática de Yves Chevallard, tem-se três tipos de saberes a conhecer, os quais são: O Saber Sábio (ou Saber de Referência),

o Saber a Ensinar e o Saber Ensinado. O primeiro diz respeito ao conhecimento que encontramos como ele é produzido no âmbito acadêmico. O segundo, ao conhecimento transposto para os livros, o conteúdo escolar em geral (a essa etapa de transposição, chamamos de transposição didática externa). Já o terceiro, remete ao saber que é de fato ensinado em sala de aula, e a transposição que ocorre do segundo saber para este último se chama de transposição didática interna (CHEVALLARD, 1991). No que tange ao assunto de FMC, esse conceito ganha destaque, ainda mais na relatividade geral (RG), que emprega de uma matemática de nível superior, necessitando de conhecimentos de cálculo tensorial para o desenvolvimento formal da teoria.

No entanto, é possível averiguar no trabalho de Timboni (2016), a elaboração de uma unidade de aprendizagem em RG para o primeiro ano do EM, com enfoque na Teoria da Carga Cognitiva (TCC), utilizando materiais multimídia, diminuindo a carga cognitiva do aluno e favorecendo o seu entendimento do assunto. Pode-se conferir temas como o princípio da equivalência e a dilatação do tempo devido ao potencial gravitacional, tudo isso sem recorrer aos difíceis cálculos envolvendo os tensores.

Ainda neste trabalho, nas considerações finais, pode-se enfatizar o que a própria autora diz:

O tema da relatividade geral pode ser introduzido em outras etapas do ensino médio, além do primeiro ano. No primeiro ano, a proposta é inserir logo após a lei da gravitação universal de Newton, utilizando os conceitos clássicos para fazer as conexões com os conceitos da física moderna. No segundo ano, também poderia ser inserida a relatividade geral a partir da ondulatória, utilizando as ondas gravitacionais, por exemplo, e no terceiro ano do ensino médio, a física de Einstein poderia ser inserida após a introdução do conceito de campo, apresentando o campo gravitacional (TIMBONI, K. S., 2016. p. 127-128).

Pode-se referenciar também o livro Física Conceitual, de Hewitt (HEWITT, 2015). Há um capítulo intitulado “Teoria da Relatividade Geral”, puramente dedicado a explicar as partes mais importantes da RG, como a curvatura da luz devido à gravidade e como a mesma afeta o tempo. É um livro que não se utiliza de uma linguagem matemática muito complexa para explicar e, como o próprio título indica, preza mais em repassar os temas da matéria conceitualmente, além de ser didático e ilustrativo.

Conforme Lino (2010), a física determinante no EM não deve ser somente a clássica, embora, claro, muitos trabalhos e pesquisa ainda são feitos com essa parte da física, principalmente no ramo da astronomia. No entanto, é interessante mostrar ao aluno que a partir de certos limites são outras teorias que dão uma explicação mais satisfatória.

[...] nunca uma teoria conseguirá explicar todos os fatos, mas sempre será suplantada por outra que consegue ir mais longe. Essa é a base para o desenvolvimento do conhecimento científico (LINO, 2010. p. 12).

Neste trabalho, não serão de modo algum minimizados os alcances da gravitação clássica, já que ela também é muito utilizada na mecânica celeste e continua a ser desenvolvida nos dias atuais. Mas sim, reconhecê-la como uma teoria que permite fazer previsões corretas até certo limite, sendo que, ultrapassando o mesmo, somente sob à luz da RG é que se consegue compreender certos fatos. No contexto do presente trabalho, será realizada uma sequência didática acerca da Teoria da Relatividade Geral (TRG), especificamente para o terceiro ano do EM, já que os estudantes, aqui, já estão mais familiarizados com alguns conceitos sobre gravitação newtoniana e referenciais.

Uma sequência didática é um meio através do qual o professor organiza o assunto a ser dado em núcleos temáticos, a partir dos quais ele irá trabalhar com seus alunos. É uma tarefa organizada a fim de atingir um objetivo, sendo que deve estar bem detalhado o que os estudantes deverão fazer e o modo como irão fazer. (DOLZ *et al.* 2004 apud ARAÚJO, 2013).

E ainda, conforme Zabala, em sua definição de sequências didáticas, tem-se:

[...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores quanto como pelos alunos. (ZABALA, 2014, p. 58)

## 2 JUSTIFICATIVA

### 2.1 Pessoal

Lembro-me que comecei a me fascinar por física no 3º ano do ensino médio, quando tive aulas com um ótimo professor. Até então, eu gostava muito de matemática, por um motivo semelhante (também ter tido aulas com um professor memorável), mas não conseguia entender muito bem os fenômenos físicos. As equações mais básicas de cinemática eram uma dificuldade para mim, bem como as relações entre forças, energia e outros assuntos.

Naquele 3º ano, comecei a realmente entender física e as suas implicações, e perceber que não era somente gravar equações sem saber os seus significados. Lembro-me que um dos últimos conteúdos a serem ministrados foi a relatividade restrita, no qual o professor deduziu a equação da dilatação temporal. Gostei muito de saber desse fato, e também já testado e verificado experimentalmente, pois até então imaginava que coisas como essa eram somente assuntos de filmes de ficção científica. No entanto, ao mesmo tempo que estava animado para a continuação da teoria, o professor explicou que a teoria da relatividade geral era um assunto reservado ao ensino superior, mais provavelmente em cursos de mestrado, devido à sua difícil compreensão matemática, que envolve o cálculo tensorial. Esse foi um dos fatores que me motivou também a ingressar no curso de física, já que essa teoria havia me chamado muito a atenção, além de estar presente em vários assuntos cotidianos da mídia, da divulgação científica e, recentemente, no ano de 2020, até no prêmio Nobel de física relacionado a buracos negros, e também em 2017, com a detecção das ondas gravitacionais.

Na universidade, ao começar uma iniciação científica na área de cosmologia, me surpreendi ao saber que deveria estudar a relatividade geral, por ser um ferramental útil na construção de modelos cosmológicos. Foi aí quando, apesar de muito esforço para compreender, antes de tudo, a difícil matemática tensorial para a formulação da relatividade, comecei a me fascinar pelo modelo de gravitação mais aceito atualmente, que é a gravitação einsteiniana.

Diante disso, pensei que seria possível realizar uma transposição didática dos tópicos mais relevantes e interessantes da relatividade geral em uma sequência de aulas para o ensino médio, já que é visível que muitos alunos se interessam não só por relatividade, como por física moderna e contemporânea em um geral. Pode-

se perceber, inclusive, que muitos entram em cursos de física devido a um encanto pela astronomia, cosmologia, mecânica quântica ou também a própria relatividade.

## 2.2 Referenciada

Por outro lado, tem-se outros motivos também que possibilitam justificar a inserção de uma sequência didática em RG no ensino médio, o primeiro deles diz respeito aos documentos oficiais, como as DCE, os PCN+ e a mais recente BNCC. Falando da última, mais especificamente, na parte de Terra e Universo, pode-se conferir alguns pontos que permitem tratar de assuntos de RG, já que remetem às interações cosmológicas nos modelos astronômicos. (BRASIL, 2018)

O segundo motivo remonta a necessidade da introdução da FMC no ensino médio. Percebe-se que essa física ainda não está inserida de modo pleno, sendo que se nota que os professores enfrentam alguns obstáculos consideráveis para a consolidação desse objetivo, podendo-se apontar um problema na formação dos mesmos e devido a isso eles se sentem inseguros em ensinar tópicos de FMC na educação básica, por também estarem embasados em metodologias mais tradicionais de ensino. (SIQUEIRA *et al*, 2018)

Já o terceiro motivo aponta sobre a inserção da RG no ensino médio em si. Podem-se destacar algumas pesquisas que abordam sobre o assunto, sendo que uma delas, a de Timboni, apresenta uma proposta de unidade de aprendizagem sobre a teoria, e que é possível tratá-la de modo que não seja priorizando exclusivamente a matemática por trás dos fenômenos, ou seja, existem metodologias alternativas para falar sobre o tema e que seja proveitoso e interessante para os estudantes. (TIMBONI, 2016)



### **3 QUESTÃO DE PESQUISA**

Quais as viabilidades de abordagem de relatividade geral, a considerar orientações e proposições de documentos oficiais e delineamentos de transposição didática?

## **4 OBJETIVOS**

### **4.1 Objetivo geral**

Elaborar uma proposta de sequência didática em relatividade geral destinada ao 3º ano do ensino médio, com aporte a delineamentos de transposição didática em Yves Chevallard e de sequência didática em Antoni Zabala.

### **4.2 Objetivos específicos**

- 1) Analisar viabilidades de abordagem de relatividade geral em referência aos PCN+, DCE e BNCC e as condições de estruturação do EM.
- 2) Correlacionar pressupostos de transposição didática, conforme Chevallard, e de sequência didática, conforme Zabala, para a composição da proposta.
- 3) Criar uma sequência didática em relatividade geral, tal que não seja necessário que os alunos tenham um conhecimento prévio de relatividade restrita para a sua compreensão.

## 5 DA RELATIVIDADE DE GALILEU À GERAL

### 5.1 A Relatividade de Galileu

Na FC, intervalos de tempo entre dois eventos são absolutos para todos os observadores. É assim como se trabalha com a física newtoniana, por exemplo, e conseqüentemente com uma já conhecida relatividade: a de Galileu.

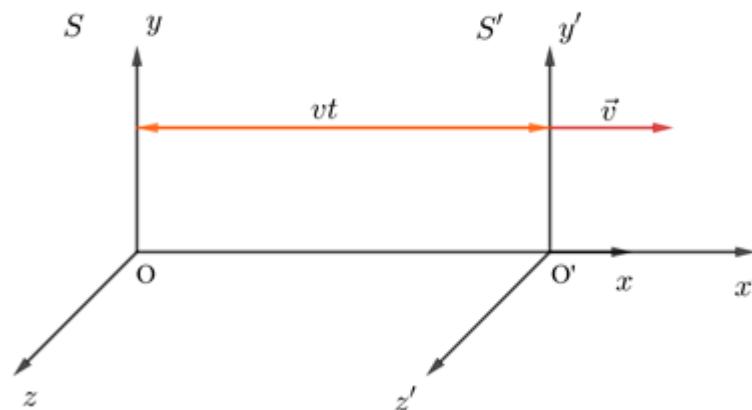
Essa relatividade é a mais simples e descreve mudanças de coordenadas entre referenciais inerciais via transformações galileanas. É aqui onde já se depara com o Princípio da Relatividade, o qual afirma que as leis da mecânica são igualmente válidas em todos os referenciais inerciais (não há referencial privilegiado onde alguma dessas leis assumam outra forma).

Mais formalmente:

Se as leis da mecânica são válidas num dado referencial, então são também válidas em qualquer referencial que se mova com velocidade retilínea e uniforme com relação ao primeiro. (SEIXAS, W. 2005. p. 45)

Supõe-se, por exemplo, dois referenciais inerciais  $S$  e  $S'$  em movimento relativo um com o outro (movimento esse em velocidade constante).

**Figura 1 - Referenciais inerciais em movimento relativo constante**



**Fonte: Autoria própria.**

Esses referenciais estão na configuração *standard*, quer dizer que, além dos eixos  $x$  e  $x'$  serem colineares, as origens  $O$  e  $O'$  coincidem quando  $t = t' = 0$ .

Na situação da figura, podemos dizer que  $S$  é o referencial que está em repouso e  $S'$  é o referencial que se move com velocidade constante  $v$  para a direita.

As equações que relacionam as medidas de espaço e tempo entre esses dois referenciais são as chamadas transformações de Galileu, dadas por:

$$\begin{aligned}x' &= x - vt \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t\end{aligned}\tag{1}$$

Aqui nota-se que as três primeiras equações dizem respeito às transformações espaciais, e a quarta, à transformação temporal; esta afirma que qualquer instante de tempo observado em S será o mesmo em S'. Conclui-se também que qualquer intervalo de tempo entre dois eventos vistos por observadores em S e S' terão o mesmo valor. Pode-se escrever as transformações acima em forma diferencial para melhor entender:

$$\begin{aligned}dx' &= dx - vdt \\dy' &= dy \\dz' &= dz \\dt' &= dt\end{aligned}\tag{2}$$

Desse modo, define-se eventos na física clássica: eventos são acontecimentos caracterizados por quatro coordenadas, sendo uma temporal e três espaciais. (McMAHON, 2006)

Em decorrência do princípio da relatividade, pode-se afirmar que, assim como um observador em S vê o outro em S' se mover para a direita com velocidade  $v$ , para o observador em S', é o que está em S que se move com velocidade  $v$  para a esquerda (e nenhum experimento pode concluir quem está “certo” ou “errado”). Essa simetria já indica o que o próprio princípio da relatividade anuncia: não existe referencial absoluto, todos são igualmente válidos. (EINSTEIN, 1907)

O problema com as transformações de Galileu surge na segunda metade do século XIX e início do século XX, com o advento da unificação da eletricidade com o magnetismo: o eletromagnetismo.

O eletromagnetismo é descrito em função de quatro equações fundamentais, as quais são conhecidas como Equações de Maxwell, e em unidades internacionais:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}\quad (3)$$

Utilizando algumas identidades vetoriais nas próprias equações acima, pode-se chegar a equações de onda para o campo magnético e elétrico:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (4)$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (5)$$

Escrevendo a equação de onda de modo genérico, onde  $f$  é uma componente qualquer do campo elétrico ou magnético, temos:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad (6)$$

Fazendo uma comparação de (6) com (4) e (5), deve-se chegar que:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (7)$$

No entanto, ao realizar esse cálculo, percebe-se que o valor de  $v$  é idêntico ao da velocidade da luz  $c$ , que já era conhecido na época, seja por observações dos

satélites de Júpiter, pelas medições de Fizeau e também de Foucault. Como citado por Nussenzweig, em seu livro “Curso de Física Básica 3: Eletromagnetismo”:

“A velocidade das ondas transversais em nosso meio hipotético, calculada a partir dos experimentos eletromagnéticos dos Srs. Kohlrausch e Weber, concorda tão exatamente com a velocidade da luz, calculada pelos experimentos óticos do Sr. Fizeau, que é difícil evitar a inferência de que a luz consiste nas ondulações transversais do mesmo meio que é a causa dos fenômenos elétricos e magnéticos”. Ou seja, a luz é uma onda eletromagnética! (MAXWELL, 1862 apud NUSSENZVEIG, 1997, p.271)

Essa descoberta, de que a luz era uma onda eletromagnética, foi revolucionária no início do século passado. E já havia quatro equações bem estabelecidas que demonstravam o seu comportamento ondulatório. No entanto, as transformações entre referenciais inerciais, estabelecidas por aquelas de Galileu, falhavam quando aplicadas sobre as Equações de Maxwell. Isto é, a equação (3) (admitindo  $v = c$ ) perde a sua covariância, como vê-se a seguir:

Seja a equação de onda  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$  no sistema referencial  $S$ , onde  $\psi(x, t)$  é uma função de onda arbitrada, em que  $x$  e  $t$  são dados pelas transformações de Galileu.

Ao manipular a equação de onda, efetuando as devidas regras da cadeia para encontrar a sua forma no sistema  $S'$ , chega-se em:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} - 2v \frac{\partial^2 \psi}{\partial x' \partial t'}$$

Ao substituir essas igualdades na equação descrita no sistema  $S$ , encontra-se que:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} + \frac{v^2}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} - 2 \frac{v}{c^2} \frac{\partial \psi}{\partial x'} \frac{\partial \psi}{\partial t'}$$

Pode-se notar aqui que, ao passar de um sistema para o outro, a equação perde a sua covariância pelo termo  $\frac{v^2}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x'^2} - 2 \frac{v}{c^2} \frac{\partial \psi}{\partial x'} \frac{\partial \psi}{\partial t'}$ , ou seja, **a equação de onda**

**eletromagnética não é covariante via transformações de Galileu** (SCHIEFER, 2016).

Essa não é a primeira inconsistência que surge quando se lida com a velocidade da luz. Acreditava-se, na época, que toda onda necessitava de um meio para se locomover e, já que se admitia a hipótese da natureza ondulatória da luz, com ela não deveria ser diferente. O éter era o meio pelo qual a luz se locomoveria, e a sua existência, embora ainda não comprovada, era bem aceita por grande parte dos acadêmicos do início do século XX. No entanto, um experimento realizado por Michelson-Morley, com um interferômetro bem preciso, constituído de dois braços perpendiculares e um espelho semitransparente, tinha o propósito de verificar a velocidade da Terra em relação a esse referencial privilegiado do éter, onde a propagação da luz teria módulo igual a  $c$ . O experimento tinha como objetivo detectar qual tipo de interferência seria vista pelo observador devido à diferença de percursos ópticos percorridos pelos raios. A diferença de tempo entre esses percursos seria dada por (THORNTON, REX, 2013):

$$\Delta t = (l_1 + l_2) \frac{v^2}{c^3} \quad (8)$$

Esse experimento teve como resultado para a equação acima um valor nulo. Havia então duas possíveis explicações para isso, considerando ainda a existência do éter. A primeira era de que a Terra está em repouso com relação a esse referencial. No entanto, ao fazer o experimento novamente em outra época do ano, quando a Terra já havia invertido a direção da sua velocidade orbital, o resultado ainda continuava nulo, o que era estranho. Logo, restava outra saída, a de que nosso planeta arrasta o éter consigo, explicando o porquê de estarmos sempre em repouso com ele. Mas isso não era condizente com as aberrações estelares que devem ser corrigidas.

As explicações para a nulidade deste resultado eram inconsistentes e insustentáveis, havia então uma saída para esse impasse: o éter não existe. Com isso, uma de duas coisas deveria estar errada, ou o eletromagnetismo de Maxwell, ou as transformações de Galileu. (EXPERIÊNCIA DE MICHELSON – parte 3, 2011).

## 5.2 A Relatividade Restrita

As transformações de Galileu vinham se mostrando falhas quando o assunto era o eletromagnetismo. O que era uma coisa confusa, já que a mecânica newtoniana, já bem consolidada, tinha como base essas transformações, que são simples. Admitindo que o éter não exista, deve-se ter como implicação, a princípio estranha, de que a velocidade da luz é absoluta em todos os referenciais inerciais e não depende do movimento relativo dos mesmos. Isso porque, das várias tentativas de tentar encontrar um referencial no qual a velocidade de propagação luminosa seja  $c$ , nenhuma foi bem sucedida.

Para o experimento de Michelson-Morley, H.A. Lorentz e G. F. FitzGerald sugeriram, devido à necessidade de explicar a nulidade do resultado experimental, um fator matemático que corrigiria o raciocínio feito anteriormente de modo com que dê o resultado zero, o qual foi obtido.

No experimento, um dos braços estava em uma direção coincidente com a da velocidade orbital da Terra, e este braço deveria ser contraído em um fator igual a  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  para que os cálculos condissessem com o que foi conseguido. Como consequência, o tempo do percurso óptico relacionado ao mesmo braço deveria ser dilatado pelo mesmo fator. O problema era que tentar medir essa contração com algum dispositivo seria uma tentativa em vão, já que a medida também seria contraída pelo mesmo termo. (THORNTON, 2013)

A inclusão deste fator parecia já indicar que as transformações de Galileu necessitavam de correções. Diante disso, Einstein, em 1905, ainda tomando as equações de Maxwell como verdadeiras, estabeleceu dois postulados:

- 1) **As leis da física são as mesmas em todos os referenciais inerciais. É impossível distinguir o movimento relativo entre dois referenciais deste tipo.**
- 2) **A velocidade da luz no vácuo é constante para todos os observadores em referenciais inerciais.**

Decorrente do segundo postulado pode-se dizer que dois observadores em diferentes referenciais poderão descrever a propagação de uma frente de onda esférica luminosa, em coordenadas cartesianas, do seguinte modo:

Observador 1 em S:



$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad (9)$$

Observador 2 em S':

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \quad (10)$$

No entanto, deve-se ter uma relação entre as coordenadas do evento para o observador 1,  $(ct, x, y, z)$ , e para o observador 2,  $(ct', x', y', z')$ . Ou seja, devem haver transformações entre as coordenadas dos dois referenciais que sejam lineares. É possível fazer isso relacionando as coordenadas como abaixo e encontrar uma matriz de transformação  $L$ , como a seguir:

$$\begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = L \begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (11)$$

Com alguns cálculos, encontra-se que a matriz  $L$  é dada por:

$$L = \begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Onde  $\gamma$  é o fator de Lorentz, dado por:

$$\gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (13)$$

E  $\beta$  é o chamado parâmetro de velocidade, um número adimensional representando o quanto o movimento relativo corresponde à velocidade da luz. Essa quantidade é definida como:

$$\beta \equiv \frac{v}{c} \quad (14)$$

A obtenção da matriz  $L$  é encontrada no livro *Relativity Demystified*, de David McMahon.

Agora, tem-se transformações adequadas que estão de acordo com os dois postulados acima, são as chamadas transformações de Lorentz.

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \end{aligned} \quad (15)$$

### 5.2.1 Quadrivetores

Em relatividade, trabalha-se com uma estrutura quadridimensional, resultante da unificação de espaço com o tempo: o **espaço-tempo**. Diante disso, faz-se necessário redefinir uma quantidade já conhecida em três dimensões, que são os vetores. Como exemplo, em um sistema de coordenadas gerais:

$$\vec{x} = (x^1, x^2, x^3) \quad (16)$$

É útil acrescentar agora uma coordenada temporal, para indicar a posição não só no espaço, mas no espaço-tempo. Define-se então um quadrivetor como: (McMAHON, 2006)

$$x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) \quad (17)$$

Tem-se ainda uma quantidade que é muito importante durante o desenvolvimento da teoria, tanto da relatividade restrita (RR) como da geral, que é o elemento de linha. A mesma é sempre conservada quando trocada de coordenadas entre sistemas referenciais, ou seja, é uma quantidade invariante.

Em uma geometria espacial euclidiana, a distância entre dois pontos em um referencial S pode ser calculada como:

$$\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \quad (18)$$

Ao trocar as coordenadas para um sistema S' (por exemplo, por uma rotação do sistema referencial), a variação na distância fica:

$$\Delta s'^2 = \Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2 \quad (19)$$

As quantidades  $\Delta s^2$  e  $\Delta s'^2$  continuam constantes (e são a mesma), ou seja, são objetos invariantes ao trocar-se de coordenadas.

Como se está lidando com uma geometria quadridimensional, o elemento de linha, (agora válido para o domínio relativístico) também chamado de intervalo espaço-temporal, é dado por:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \quad (20)$$

Considerando  $x^\mu = (ct, x, y, z)$ , pode-se escrever esse elemento de modo mais compacto:

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (21)$$

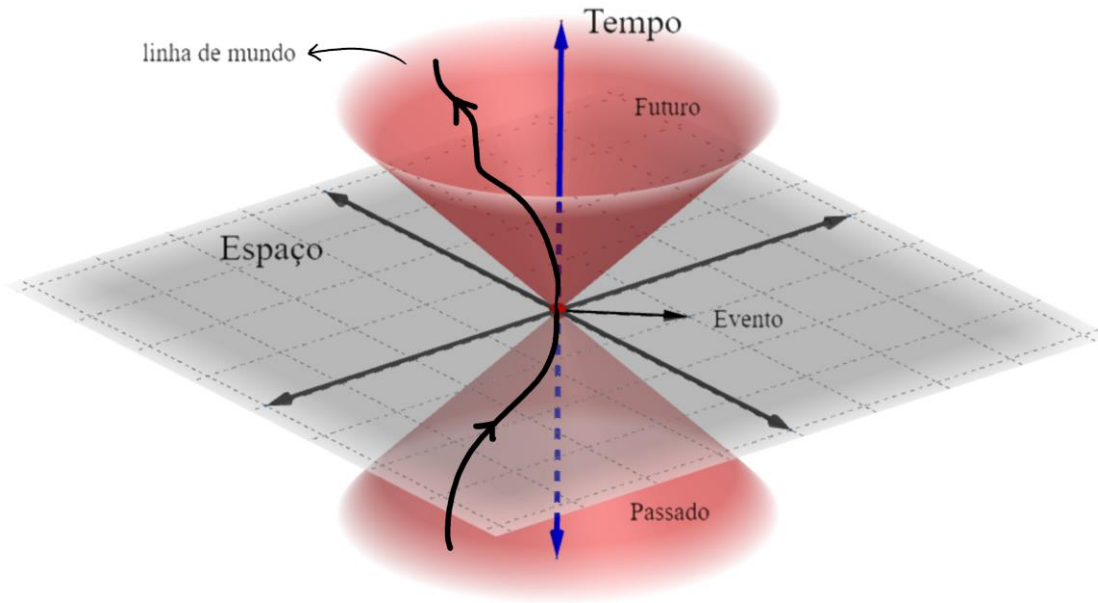
Onde  $\eta_{\mu\nu}$  é o tensor métrico (ou métrica) de Minkowski, sendo dado por:

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

O sinal negativo para as coordenadas espaciais e positivo para a temporal é convencional, podendo ser trocado dependendo das literaturas.

A unificação espaço-tempo se dá diante desse elemento de linha. Uma representação dessa unificação teorizada por Hermann Minkowski é o cone de luz, onde a trajetória de uma determinada partícula é chamada de linha de mundo.

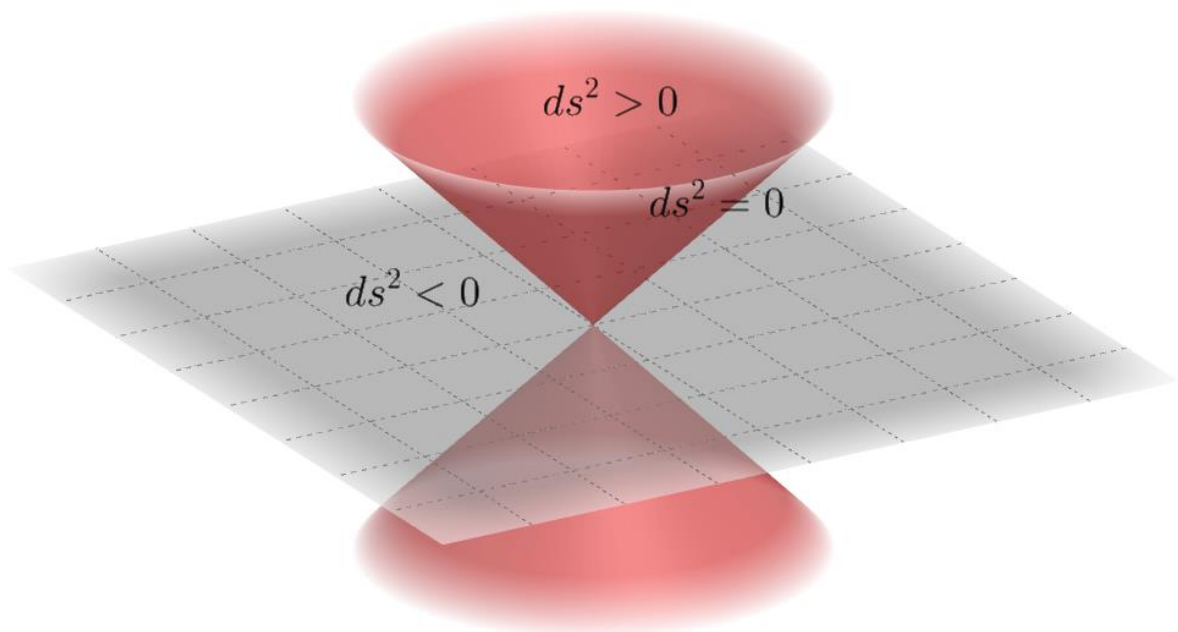
**Figura 2. Cone de luz e linha de mundo**



Fonte: Autoria própria

Podemos dividir o cone em três regiões: o interior, a fronteira e o exterior.

**Figura 3 - Intervalos espaço-temporais no cone de luz**



Fonte: Autoria própria

No exterior:  $ds^2 < 0$ . Denomina-se o intervalo como tipo-espaço, é uma região proibida de velocidades hipotéticas superluminais, onde não há relação de causalidade entre os eventos.

Na fronteira:  $ds^2 = 0$ . Denomina-se o intervalo como tipo-luz, e está reservado aos fótons.

No interior:  $ds^2 > 0$ . Denomina-se o intervalo como tipo-tempo, e as relações de causalidade são mantidas. As velocidades atingidas aqui são sempre menores do que  $c$ , ou seja: todas as partículas, com exceção do fóton, estão confinadas no interior de seu cone de luz. (PELICER, 2016)

### 5.3 A Relatividade Geral

Havia um novo problema na relatividade então, que basicamente era o dos referenciais não inerciais, pois a relatividade restrita se dedica às transformações de coordenadas entre referenciais inerciais. Ou seja, conforme o primeiro postulado, as leis físicas são válidas nesses referenciais em específico, sendo que os não inerciais (acelerados) não se enquadram.

Diante disso, Einstein enunciou o princípio da equivalência, que decorre do fato de massa inercial e gravitacional responderem a campos gravitacionais do mesmo modo, ou seja, esse princípio afirma a igualdade entre esses dois tipos de massa.

Mas a conclusão mais interessante do princípio é a relação entre referenciais inerciais e não inerciais. Por exemplo: um observador está dentro de um elevador fechado, com a condição de que ele não consegue ver o lado de fora. Se ele flutuar, poderá afirmar que está na ausência de um campo gravitacional, mas se ele estiver em queda livre em direção à Terra, a sensação é a mesma. O mesmo pode-se dizer para o caso em que o observador está em pé dentro do elevador, não há como distinguir se ele está sendo acelerado verticalmente para cima a uma taxa constante ou se está em repouso em um campo gravitacional de mesmo valor que a aceleração de antes! (McMAHON, D. 2006).

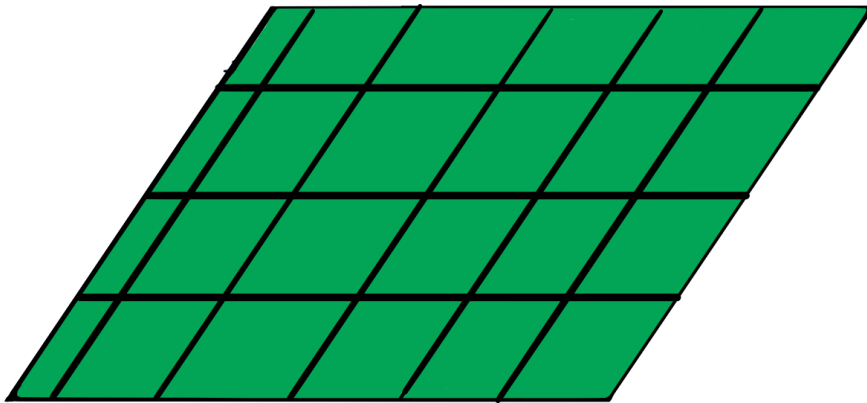
Num recinto suficientemente pequeno para que o campo gravitacional dentro dele possa ser tomado como uniforme, em queda livre dentro desse campo, todas as leis físicas são as mesmas que num referencial inercial, na ausência do campo gravitacional. (EINSTEIN, 1908 apud NUSSENZSVEIG, 1998, p. 225).

Com isso, Einstein procurou estender a validade das leis físicas em todos os sistemas referenciais, sejam eles inerciais ou não. Daí vem o princípio da covariância geral, donde decorre que as leis, ao trocarem de sistema de coordenadas, devem manter sua forma, ou seja, devem ser covariantes. Isso é possível ao descrever as leis em formulação tensorial.

Ao considerar um observador em um referencial inercial localizado num espaço-tempo descrito pela métrica de Minkowski, ou seja, um espaço-tempo plano, pelo princípio da equivalência, deve haver uma transformação de coordenadas tal que um observador em um espaço-tempo descrito por uma outra métrica, de uma geometria não euclidiana, possa relacionar esses dois tensores.

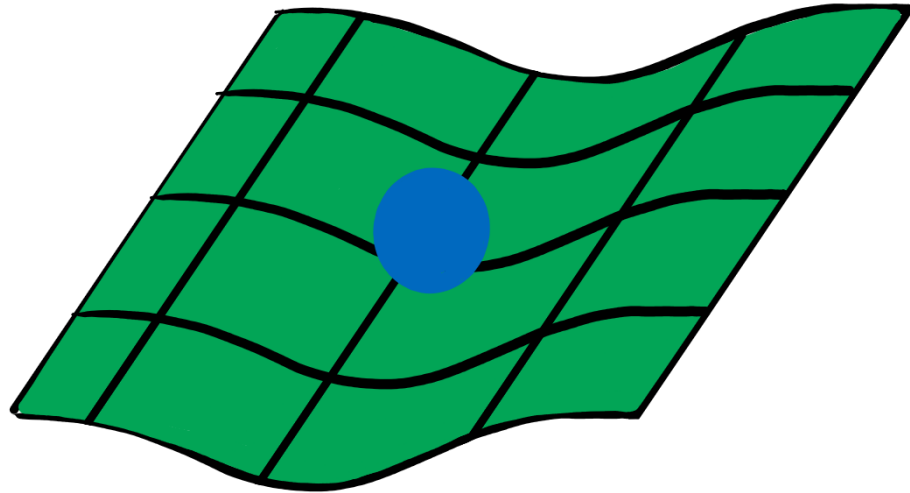
Supondo que o observador no espaço de Minkowski está em um referencial  $\xi^\alpha$ , que é localmente inercial, e descreve a métrica  $\eta_{\alpha\beta}$ , e outro observador em um referencial  $x^\mu$  imerso em um campo gravitacional, por sua vez, descreve outra métrica  $g_{\mu\nu}$ , que caracteriza um espaço-tempo com curvatura. Enquanto  $\eta_{\alpha\beta}$  refere-se a um espaço-tempo de geometria plana.

**Figura 4 – Ilustração de um espaço-tempo plano, representado pela métrica de Minkowski**  
 $ds^2 = \eta_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta$ .



**Fonte: Autoria própria**

Figura 5 – Ilustração de um espaço-tempo curvo com métrica  $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$ , devido a um campo gravitacional consequente de uma massa esférica (azul)



Fonte: Autoria própria

Da transformação de coordenadas entre as métricas:

$$\eta_{\alpha\beta} = \frac{\partial x^\mu}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial x^\nu}{\partial \xi^\beta} g_{\mu\nu} \quad (23)$$

O elemento de linha que o observador no espaço-tempo plano descreve é:

$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta} d\xi^\alpha d\xi^\beta \quad (24)$$

Substituindo (23) em (24), fica-se com:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (25)$$

O que está de acordo com o princípio da equivalência (BRITO, 2016).

Diante disso, resta saber qual a informação associada ao campo gravitacional para o referencial não inercial  $x^\mu$ , já que para  $\xi^\alpha$ , vale o estado de repouso  $\frac{d^2 \xi^\alpha}{d\tau^2} = 0$ .

Admitindo que  $\frac{d\xi^\alpha}{d\tau} = \frac{\partial \xi^\alpha}{\partial x^\mu} \frac{dx^\mu}{d\tau}$ , e derivando novamente a equação em relação ao tempo próprio  $\tau$ , encontra-se que:

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\rho\sigma}^\mu \frac{dx^\rho}{d\tau} \frac{dx^\sigma}{d\tau} = 0 \quad (26)$$

Ou seja, a causa da aceleração gravitacional em um sistema referencial não inercial é uma deformação na geometria plana de Minkowski, logo a geometria resultante é riemanniana (com curvatura). As equações acima são chamadas de geodésicas (BRITO, 2016).

Devido ao princípio da covariância geral, o desafio é encontrar equações de campo que sejam covariantes na forma e associem a distribuição de massa e energia em uma dada região do espaço-tempo com a deformação geométrica resultante. Essas equações são:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \kappa T_{\mu\nu} \quad (27)$$

Onde:

$R_{\mu\nu}$ : tensor de curvatura de Ricci

$g_{\mu\nu}$ : métrica

$R$ : escalar de curvatura de Ricci

$\kappa$ : constante

$T_{\mu\nu}$ : tensor energia-momento

O lado esquerdo dessas equações dá a informação da curvatura geométrica do espaço-tempo, e pode ser derivada através da identidade de Bianchi aplicada no tensor de Riemann  $R^\theta_{\mu\rho\sigma}$  (WEINBERG, 1972 apud BRITO, 2016):

$$\nabla_\varphi R_{\theta\mu\rho\sigma} + \nabla_\sigma R_{\theta\mu\varphi\rho} + \nabla_\rho R_{\theta\mu\sigma\varphi} = 0 \quad (28)$$

Fazendo os cálculos, chega-se que:

$$\nabla_\mu \left( R_{\rho\varphi} - \frac{1}{2} g_{\rho\varphi} R \right) = 0 \quad (29)$$



E a quantidade  $R_{\rho\varphi} - \frac{1}{2}g_{\rho\varphi}R$  pode ser definida como:

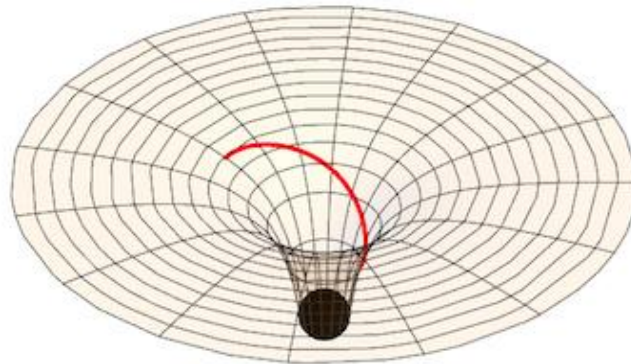
$$R_{\rho\varphi} - \frac{1}{2}g_{\rho\varphi}R \equiv G_{\rho\varphi} \quad (30)$$

Onde  $G_{\rho\varphi}$  é chamado de tensor de Einstein.

Alguns raciocínios finais permitem considerar a igualdade do lado esquerdo com o direito, que dá a informação do conteúdo de matéria e energia presente na região (McMAHON, 2006).

A beleza das equações está na sua interpretação: a curvatura do espaço-tempo depende do conteúdo descrito pelo tensor energia-momento. Nas palavras de John A. Wheeler: “O espaço-tempo diz à matéria como se mover, e a matéria diz ao espaço-tempo como se curvar” (WHEELER, apud BLINDER, 2016, p. 2-3).

**Figura 6 - Representação da geodésica de uma partícula em um espaço-tempo curvado**



**Fonte: Centennial of General Relativity (1915-2015); The Schwarzschild Solution and Black Holes (BLINDER, 2015)**

## **6 A DIFERENÇA ENTRE COSMOLOGIA, RELATIVIDADE GERAL E ASTRONOMIA EXTRAGALÁCTICA**

Por vezes, ouve-se falar de ramos da ciência, como as citadas aqui: a relatividade geral, a cosmologia e a astrofísica extragaláctica, e pode-se induzir ao erro de pensar que as três tendam a ser sinônimos, ou que se preocupem com os mesmos objetos de estudo, o que não é verdade.

A RG constitui em uma teoria geométrica da gravitação, com princípios baseados na equivalência entre referenciais inerciais e não inerciais e a covariância geral das leis da física, sendo que suas equações fundamentais, chamadas de equações de campo de Einstein, relacionam o conteúdo de matéria-energia com uma deformação na estrutura do espaço-tempo, onde a fonte da gravitação reside em um tensor simétrico de segunda ordem chamado métrica. Logo, a RG descreve a gravitação como um modelo regido por uma métrica em uma geometria riemanniana, ou seja, o objeto de estudo da RG é a gravitação num geral e as consequências de campos gravitacionais muito fortes, como no caso de buracos negros, onde podemos observar deflexão da luz e a dilatação temporal. (McMAHON, 2006).

A cosmologia, embora tenha como teoria para a fundamentação de seus modelos a RG, já que a gravitação é uma força muito abundante no universo, não foca seus estudos somente na gravitação em si. A cosmologia estuda o universo e sua evolução em vários aspectos, como apontado por Ronaldo E. de Souza, nos capítulos de seu livro *Introdução à Cosmologia*, nota-se que esta é uma área muito ampla, se ocupando de temas como a era da radiação, a radiação de Hawking, a formação de elementos como o deutério e a matéria e energia escura. Como se pode notar, a cosmologia se dedica à explicação de amplos assuntos.

Já a astrofísica extragaláctica é o ramo que tem como maior parte de estudo outras galáxias além da nossa, e trata de explicar fenômenos como evolução e formação de galáxias, bem como suas formas, aglomerados, composição e grupos estelares. (WUENSCHÉ, 2018)

O presente trabalho propõe uma sequência didática em RG, ou seja, uma sequência didática acerca do modelo moderno de gravitação e bem testado atualmente, que é o modelo einsteiniano.

## 7 REFERENCIAL TEÓRICO

### 7.1 A transposição didática

É notável que os conhecimentos, como são formalmente originados, se apresentam de modo diferente do que quando são vistos nas aulas do Ensino Médio. Em geral, eles se encontram mais complexos, utilizando-se de uma matemática mais rigorosa, equações diferenciais e funções mais complicadas. No entanto, este mesmo conteúdo pode estar presente na educação básica, mas claro, que seja coerente com o nível de aprendizagem dos estudantes.

Desde o conhecimento formal até a aula dada pelo professor em salas do Ensino Médio, existe uma transformação desse conteúdo, uma sequência estruturada em partes, que permite transpor aquilo que era complexo de um modo que seja mais acessível a quem irá receber.

A teoria da transposição didática, do autor Yves Chevallard, que é encontrada em seu livro “A transposição didática – Do saber sábio ao saber ensinado”, remete ao modo como se dão os processos de transformação do conhecimento até que o mesmo chegue às salas da educação básica, etapa essa a qual o autor chama de transposição didática.

No capítulo 1 do mesmo livro, intitulado como “O que é a transposição didática?”, o autor se dedica a explicar no que consistem esses processos. Antes de tudo, tem-se o saber sábio, que é aquele que se encontra tal como é, como foi produzido originalmente. O desenvolvimento então se constitui em transformar esse saber sábio em um saber a ser ensinado. No início do capítulo, o autor diz: “1.1. Todo projeto social de ensino e aprendizagem se constitui dialeticamente com a identificação e designação do conhecimento como conteúdo a ser ensinado” (CHEVALLARD, 1991, p. 45).

Percebe-se então que o início da transposição consiste em olhar para o conhecimento (saber sábio) e identificar as partes que são passíveis de serem incorporadas nesse processo, ou seja, de serem transpostas. Quando isso se dá, essas partes sofrem um conjunto de adaptações que as tornam prontas para se tornar um objeto de ensino, o qual é chamado aqui, conforme a teoria, de saber a ensinar.

Ainda no mesmo capítulo, no subcapítulo 1.5, temos:

Vejamos um exemplo que representa o esquema de transposição didática:

- A noção de distância (entre dois pontos) é usada espontaneamente “desde sempre”;

- O conceito matemático de distância é introduzido em 1906 por Maurice Fréchet (objeto do conhecimento matemático);

- No primeiro ciclo do ensino médio francês, a noção matemática de distância, surgida da definição de Fréchet, surgiu em 1971 no programa da turma do quarto ano (objeto a ensinar);

- Seu tratamento didático varia ao longo dos anos desde a sua designação como objeto a ser ensinado: o “trabalho” de transposição continua. (CHEVALLARD, 1991, p. 46)

O esquema ao qual o autor se refere é a passagem dos saberes até o seu estágio final, que pode ser representado como: saber sábio → saber a ensinar → saber ensinado. Pode-se perceber então como o conhecimento passa a ser inserido na educação básica, e que, aliás, mesmo quando o conhecimento passa ao estado de saber a ensinar, o mesmo ainda pode continuar a sofrer modificações ao longo do tempo, o que implica que possam surgir novos métodos de ensinar a mesma coisa.

Algo importante a ressaltar, é que a transposição didática não é algo trivial, não é uma mera “simplificação do conteúdo”, mas sim uma tarefa complexa. Porém, é um fato que se deve fazer certas adaptações, assim como para Brockington e Pietrocola (2006, p. 391), “As escolhas e adaptações são inevitáveis quando se deve fazer caber três ou quatro séculos de Física em duas ou três aulas semanais ao longo de três anos”.

Diante disso, cabe ao professor estar sempre atento sobre como transpor o conhecimento da ciência para os alunos em sala de aula de um modo mais reflexivo, sem se prender ao seu *modus operandi* de reproduzir as aulas sempre do mesmo jeito, a isto, para Chevallard, se dá o nome de vigilância epistemológica.

Para o didata, é uma ferramenta que permite recapacitar, tomar distância, interrogar as evidências, pôr em questão as ideias simples, desprender-se da familiaridade enganosa do seu objeto de estudo. Em uma palavra, é o que permite exercer sua vigilância epistemológica (CHEVALLARD, 1991, p. 16).

Logo, o professor deve transpor o conteúdo de modo eficiente, mas com o cuidado de não fazer simplificações extremas, ou seja, não se perder o saber original (saber sábio).

Há um outro conceito importantíssimo a ser exposto também, o de “operacionalidade”. Conforme a teoria de Chevallard, os conteúdos relativos a um saber a ensinar que são passíveis de gerar atividades produtivas e avaliáveis em sala de aula são mais aptos a serem transpostos, são operacionais. Já com aqueles que não são passíveis de tais atividades, não se pode dizer o mesmo (CHEVALLARD, 1991 apud BROCKINGTON, PIETROCOLA, 2005).

Esses parâmetros especificados acima, a respeito da teoria, podem ser aplicados para se transpor conteúdos relativos à RG em uma sequência didática para o EM, já que a mesma é uma área da física muito complexa e intrinsecamente difícil de ser entendida. No entanto, devemos lembrar que nesse processo não se deve simplificar o conteúdo, mas sim transformá-lo, conforme pede a transposição, com o objetivo de promover o seu entendimento de acordo com a base teórica que o estudante tem, mas sem que a qualidade do conhecimento original se perca.

Alguns temas de RG os quais se nota que é interessante aplicar aspectos da transposição didática, são, por exemplo: o princípio da equivalência e a curvatura do espaço-tempo. O princípio da equivalência, o qual também pode ser elucidado através de experimentos mentais, conforme Einstein frequentemente fazia, é um tema o qual também se pode utilizar modos alternativos para explicá-lo. Um deles é um brinquedo, como o elevador de Einstein, explicitado no artigo “Einstein, a física dos brinquedos e o princípio da equivalência”, de Medeiros (2005), no qual os autores trazem alguns exemplos desse elevador que podem ser feitos para demonstrar o princípio de um modo mais interativo.

Já no tocante à curvatura do espaço-tempo, a qual é o cerne da teoria da gravitação einsteiniana, alguns trabalhos, como os de Giacomelli (2016) e Neto (2020) trazem um modo também mais lúdico de explicar esse conceito que parece difícil, que é a cama elástica, onde se depositam alguns corpos um pouco mais massivos (esferas pequenas capazes de afundar a cama) e jogam-se outros corpos mais leves. O caminho de ida até o corpo de mais massa pode ser explicado como o fato de a cama estar curvada, analogamente ao espaço-tempo na RG.

## 7.2 Sobre a Sequência Didática

O presente trabalho se dispõe a entregar uma proposta de sequência didática em RG, ancorada em pressupostos de Antoni Zabala, no seu livro “A prática educativa – Como ensinar”. Uma sequência didática se constitui de atividades ordenadas que conversem entre si e tem objetivos que são determinados já no início, ou seja, tanto o professor quanto os alunos ficam cientes de que conteúdo será abordado e quais são os objetivos de aprendizagem a serem atingidos com o mesmo (ZABALA, 2014).

Nessa perspectiva, se cria uma sequência que permita o estímulo de aprendizagem do estudante através de etapas bem definidas e claras, como se fosse seguir um esquema de aulas, no qual cada uma tratará de algo que servirá aos propósitos de ensino do professor e de aprendizagem do estudante. As sequências didáticas podem ser das mais variadas, desde aquelas que tendem a um ensino mais tradicional como aquelas que colocam o aluno como o centro para a construção da aprendizagem, proporcionando reflexões internas até a obtenção do conhecimento.

No livro de Zabala, o autor não dá um único modo de sempre construir um tipo singular de sequência didática, mas sim várias maneiras de como elaborar uma, variando de acordo com os objetivos a serem atingidos com os alunos. No entanto, é interessante notar que, embora haja diferentes jeitos de elaborar tal estrutura, pode-se encontrar um cerne nela, que consiste em: apresentar o tema, objetivos de aprendizagem e avaliação. (ZABALA, 2014).

Na apresentação do tema, o conteúdo a ser tratado é explicitado, podendo ser acompanhado de uma motivação para o aprendizado. Em resumo, os alunos sabem de antemão com o que irão se deparar e qual o objetivo de aprendizagem a ser desenvolvido ao longo das aulas.

A parte que consiste no desenvolvimento da sequência se constitui de processos nos quais os alunos começarão a construir o aprendizado proposto, nesta etapa, cabe ao professor (ele tem liberdade) para estabelecer o que será trabalhado aqui, e como. Podem ser debates, anotações de ideias, buscas de respostas em outras fontes ou lançamento de hipóteses.

Chegando ao final da sequência, tem-se o momento da avaliação, a qual não necessariamente precisa ser também de um só modo, como por exemplo, uma

avaliação escrita tradicional. Os métodos para avaliar o que o aluno aprendeu podem ser diferentes, conforme a escolha adequada do docente, como trabalhos em grupo e apresentações, por exemplo (ZABALA, 2014).

Outros aspectos interessantes que Zabala também traz são em relação aos meios de ensino (suportes) que o professor pode fazer uso e atribuir o adequado valor durante suas aulas. Dentre alguns, o autor comenta sobre a projeção estática, que são basicamente imagens projetadas, por exemplo, através de slides, as quais são úteis quando se quer esclarecer alguma ideia que possa ser um pouco mais complexa. Algumas figuras prontas nesse tipo de apresentação também podem ajudar em uma melhor explicação do conceito.

Comenta-se, em conjunto, sobre o suporte da informática, o qual tem sido utilizado mais recentemente, como se pode notar no trabalho de Timboni (2016), já que, assim como as imagens estáticas, ajudam a entender o conteúdo no sentido da emulação e interação. O autor também fala sobre imagens em movimento, as quais também auxiliam o estudante no processo de aprendizado.

Muitos dos conteúdos que são trabalhados em aula se referem a processos, mudanças e transformações. São conteúdos que comportam movimentos no tempo e no espaço, motivo pelo qual é muito adequado o uso de filmes ou gravações de vídeo. Estes instrumentos atuam como suporte nas exposições e como fonte de informação. São extremamente válidos quando o que se pretende é conhecer um processo de qualquer tipo, para apresentar informações e realidades distantes do meio habitual e para ilustrar modelos de funcionamento de procedimentos. (ZABALA, 2014. p. 237)

Fica também explícito pelo autor que os suportes, ou meios, são somente isso: meios os quais se utilizam a favor da aula. Porém, a qualidade do processo de ensino não mora neles, mas sim no modo como o docente os usa para a transmissão do conhecimento, podendo ser este um processo mais dinâmico e interativo, sendo os suportes de ensino um aliado, e não a peça central.

## 8 METODOLOGIA

### 8.1 Concepção de Pesquisa

A pesquisa do presente trabalho visa responder a viabilidade de uma inserção de sequência didática em RG para o 3º ano do ensino médio. Basicamente, nas palavras de Antônio Carlos Gil, em seu livro “Como elaborar projetos de pesquisa” (2002. p. 17), “Pode-se definir pesquisa como o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos”. Ou seja, é um processo dividido e organizado, a fim de atingir uma meta que foi inicialmente posta.

A pesquisa que aqui se trata é de cunho bibliográfico, e que constitui na busca de materiais já desenvolvidos que falem sobre o tema desejado. Esses materiais, em geral, são constituídos por livros, artigos e periódicos. No caso dos livros, o autor os divide em dois, sendo estes o livro de leitura corrente e de referência. Os primeiros dizem respeito a gêneros literários, enquanto o segundo, a fontes de consulta mais rápida e prática. Já no tocante aos artigos e periódicos, são citados os jornais e as publicações em revistas. (GIL, 2002).

E também, segundo Bardin (2016), que diz sobre a análise dos conteúdos, o método é composto de três passos:

- 1) A pré-análise;
- 2) A exploração do material;
- 3) O tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

A primeira etapa diz respeito à escolha dos materiais, verificar quais deles serão relevantes ou não para o estudo. A segunda diz sobre a pesquisa do material que se escolheu: tentar encontrar partes que são pertinentes ao problema de pesquisa, bem como tentar relacioná-las uma a uma, compõem esse processo. Já a última trata sobre a coleta dos dados encontrados e como se interpretam eles sob a luz da questão de pesquisa. Esta é a hora de apontar trechos ou parágrafos do que se coletou, e utilizá-los como justificativa para o referencial do tema do trabalho.

Neste sentido, este trabalho, em sua análise bibliográfica, está dividido em etapas, cada uma trazendo artigos pertinentes para a solução do problema proposto.



## **8.2 Materiais/Contexto/Período**

Os materiais analisados são os documentos curriculares da Educação Básica (DCE, PCN+, BNCC) juntamente com artigos e publicações em eventos que tratem sobre a inserção da FMC e RG no ensino médio. Para essa última coleta, foi feito um recorte de no máximo seis anos atrás (2016).

## **8.3 Etapas da Pesquisa**

As etapas constituem-se em três, sendo estas:

- 1) Análise dos documentos curriculares para identificar como estes tratam sobre a inserção de FMC no ensino médio
- 2) Análise de artigos publicados que tratem sobre temas de FMC na educação básica
- 3) Análise de artigos publicados que falem sobre a introdução de tópicos da RG na educação básica

## 9 ANÁLISE BIBLIOGRÁFICA

Antes da proposta da sequência didática, foi feito um levantamento bibliográfico a respeito de temas que são pertinentes para se entender questões como “por que tópicos de relatividade geral não são comumente abordados no ensino médio?”, ou também da inserção da FMC num geral.

Esta sessão é dividida em três partes, sendo elas tratando sobre:

- Inserção de FMC na educação básica conforme os documentos curriculares escolhidos;
- Inserção de FMC no ensino médio;
- Inserção de RG no ensino médio.

Foi dada uma preferência para pesquisas que sejam dos últimos seis anos, já que são as mais atuais. O resultado é apresentado com cada trabalho encontrado, acompanhado de seus autores, ano e a localização do mesmo. A seguir, um breve resumo sobre a pesquisa está presente.

### 9.1 Inserção de FMC conforme documentos curriculares

#### PCN+

O PCN+ estabelece que o estudante deva passar pelo processo de aprendizagem desenvolvendo competências, como por exemplo: identificar o conteúdo em situações cotidianas, saber como eles se relacionam e também saber como modelos da natureza podem ser explicados por teorias da física.

Nota-se então que este documento curricular preza o entendimento do aluno acima da pura obtenção do conhecimento. No tocante à FMC, podemos destacar os seguintes trechos:

Alguns aspectos da Física Moderna serão indispensáveis para permitir aos jovens adquirir uma compreensão mais abrangente sobre como se constitui a matéria [...].

[...] Ou seja, o estudo de matéria e radiação indica um tema capaz de organizar as competências relacionadas à compreensão do mundo material microscópico.

[...] Finalmente, será indispensável uma compreensão de natureza cosmológica, permitindo ao jovem refletir sobre sua presença e seu “lugar” na história do Universo, tanto no tempo como no espaço, do ponto de vista da ciência. (BRASIL, 2002. p. 70)

O PCN+ é organizado em seis temas estruturadores, os quais são:

- Movimentos, variações e conservações
- Calor, ambiente e usos de energia
- Som, imagem e informação
- Equipamentos elétricos e telecomunicações
- Matéria e radiação
- Universo, Terra e Vida

Vale notar que o PCN+ não indica quais conteúdos devem estar inseridos necessariamente dentro de quais temas. Por exemplo, assuntos sobre física moderna podem estar presentes em “Movimentos, variações e conservações”, bem como em “Matéria e Radiação” e “Universo, Terra e Vida”.

### **DCE**

As DCE, diferentemente do PCN+, dividem o conteúdo em mais etapas, priorizando os processos de ensino-aprendizagem em conteúdos dentro de temas bem específicos.

Já no que diz respeito à FMC, o documento aponta este conteúdo como muito importante na formação do aluno, também porque traz explicações que a física clássica não consegue dar em certos limites. Pode-se inclusive apontar, no quadro de “Conteúdo estruturante – Eletromagnetismo”, na categoria “Avaliação”, alguns trechos relativos à FMC, como consta a seguir:

Compreenda a luz como energia quantizada, que, ao interagir com a matéria, apresenta alguns comportamentos que são típicos de partículas (por exemplo, o efeito fotoelétrico) e outros de ondas (por exemplo, a interferência luminosa), ou seja, entenda a luz a partir do comportamento dual.

Extrapole o conhecimento da dualidade onda-partícula à matéria, como por exemplo ao elétron. (BRASIL, 2008. p. 97)

Notamos que esses são claramente tópicos de física moderna, pois tratam de assuntos como a dualidade onda-partícula e a energia quantizada.

Já no que diz respeito à teoria da relatividade, pode-se apontar em outro quadro, no “Conteúdo estruturante – Movimento”, na categoria “Gravitação”, o seguinte enunciado:

Os conteúdos básicos devem ter uma abordagem que considere:

[...] O modelo científico presente na gravitação newtoniana e contemporaneidade da gravitação através da Teoria da Relatividade Geral.

Espera-se que o estudante compreenda a Lei da Gravitação Universal como uma construção científica importante, pois unificou a compreensão dos fenômenos celestes e terrestres, cujo resultado sintetiza uma concepção de espaço, matéria e movimento, desde os primeiros estudos sobre a natureza até Newton.

[...] compreenda o contexto e os limites do modelo newtoniano tendo em vista a Teoria da Relatividade Geral. (BRASIL, 2008, p. 94)

Aqui, nota-se inclusive uma menção à teoria da relatividade geral, que traz o modelo moderno de gravidade. Também podemos destacar que as DCE enfatizam muito a história e filosofia da ciência, trazendo esses dois como sendo importantes instrumentos de conhecimento para que o aluno entenda sobre o que realmente é ciência e como ela se constrói ao longo do tempo, e que a mesma é mutável. Pode-se perceber isso, por exemplo, no quadro “Conteúdo estruturante – Movimento”, na “Abordagem metodológica” da categoria “*Momentum* e inércia”:

Os conteúdos básicos devem ser abordados considerando-se:

O contexto histórico social, discutindo a construção científica como um produto da cultura humana, sujeita ao contexto de cada época.

A Epistemologia, a História e a Filosofia da Ciência – uma forma de trabalhar é a utilização de textos originais traduzidos para o português ou não, pois entende-se que eles contribuem para aproximar estudantes e professores da produção científica, a compreensão dos conceitos formulados pelos cientistas e os obstáculos epistemológicos encontrados (BRASIL, 2008. p. 93).

## **BNCC**

Dos documentos aqui citados nesta análise, este é o mais recente (2018) e visa à divisão do conhecimento em dois grandes temas: Vida, Terra e Cosmos e Matéria e Energia, que estão ainda divididos em competências específicas, tais como analisar situações onde as teorias se aplicam e entender elas com o contexto do cotidiano, além de entender a ciência como uma construção histórica e humana. Há também habilidades a serem desenvolvidas, como construção de hipóteses e análise de modelos de natureza, conforme parâmetros da FC ou FMC.

No que diz respeito à FMC, podemos indicar, na “Competência 2”, em “Ciências da Natureza e suas Tecnologias no Ensino Médio: Competências Específicas e Habilidades”, o que segue abaixo:

Nessa competência específica, podem ser mobilizados conhecimentos conceituais relacionados a: [...], modelos atômicos, subatômicos e cosmológicos; astronomia; evolução estelar; gravitação; mecânica newtoniana; previsão do tempo; história e filosofia da ciência, entre outros. (BRASIL, 2018. p. 556)

Ainda neste tópico, podemos observar no quadro de habilidades o enunciado:

Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais, com ou sem o uso de dispositivos e aplicativos digitais (como *softwares* de simulação e de realidade virtual, entre outros). (BRASIL, 2018. p. 557)

Nesses dois últimos trechos, percebemos a menção à gravidade, ou seja, um ponto que podemos utilizar para justificar o tratamento de tópicos de RG no EM.

Pode-se também citar:

Em **Vida, Terra e Cosmos** [...] propõe-se que os alunos analisem a complexidade dos processos relativos à origem e evolução da Vida [...], do planeta, das estrelas e do Cosmos, bem como a dinâmica das suas interações [...]. (BRASIL, 2018. p. 549)

Conclui-se que, também neste documento, podemos tratar sobre temas referentes à FMC, como modelos atômicos e estrutura da matéria, bem como a RG em si, explicando como ocorrem as interações com gravidade e como elas originam o surgimento de corpos curiosos, como por exemplo, os buracos negros.

## 9.2 Inserção de FMC NO ENSINO MÉDIO

Para esta parte, foi pesquisado no Google acadêmico por “inserção de FMC no ensino médio”, com um filtro de tempo de publicação, com início no ano de 2016 até o presente momento.

## 1º trabalho

**Título:** Inserção de tópicos de Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio: Uma proposta didática para o 2º ano.

**Autor (a):** LOURENÇO, R. E.

**Ano:** 2019.

**Local:** RIUT – Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Esse trabalho de conclusão de curso aborda uma proposta didática acerca do tema cosmologia e física moderna, proposta essa que está em acordo com o livro didático utilizado pela escola. O autor também realizou um levantamento bibliográfico a respeito do ensino de FMC, o qual ele diz ser escasso quando se olha para a quantidade de trabalhos publicados a respeito do tema. Para a coleta de dados, foi feita uma entrevista com o professor regente e também um diário de bordo, o qual foi utilizado em momentos onde se julgou necessárias anotações que seriam relevantes aos resultados da pesquisa. O autor se embasa em Chevallard, no conceito de transposição didática, e no uso de tecnologias de informação e comunicação (TIC). A sequência didática aplicada foi constituída de 12 aulas, sendo que tratavam, respectivamente, de:

- Calor e temperatura; Transferências de calor;
- Medidas de temperatura; transformações termométricas;
- Ciclo de uma estrela, o Combustível das Estrelas;
- A Cor de uma Estrela;
- A Natureza da Luz;
- Propagação retilínea dos raios de luz;
- Instrumentos Ópticos;
- A estrutura do Universo;
- Buracos Negros;
- Entropia

As duas últimas aulas, 11ª e 12ª, foram destinadas a seminários, relacionados aos temas:

- Buracos negros e buracos de minhoca; Efeito Estufa; Estrelas e Nebulosas; Fusão Nuclear; Viagens no Tempo; Tempestade Solar; Tipos de Telescópios.

O autor aponta que, com o decorrer das aulas, os alunos demonstravam grande euforia em tópicos relacionados à FMC, bem como na aula de ciclo das estrelas. No apêndice B, é disponibilizado o material de apoio produzido pelo autor, onde também se encontram alguns tópicos relacionados à RG, bem como os buracos negros e brancos também.

## 2º trabalho

**Título:** A inserção da física moderna e contemporânea em ambientes reais de sala de aula.

**Autor (a):** BATISTA, C. A. S.; SIQUEIRA, M. R. P.

**Ano:** 2017.

**Local:** CBEF – Caderno Brasileiro de Ensino de Física.

No segundo trabalho, de Batista e Siqueira (2017), é feito um levantamento bibliográfico, indicando que há muitos trabalhos que tratam a respeito da inserção da física moderna, mas poucos que detalhem em como se trabalhar nessa inserção. Os autores propõem uma sequência de ensino-aprendizagem em radioatividade, baseada na teoria-metodológica da Pesquisa Baseada em Projeto (*Designed-Based Research*) e da Sequência de Ensino-Aprendizagem (*Teaching-Learning Sequence*). A pesquisa propõe responder como a inserção da FMC em ensino médio pode ocorrer mediante aulas que não são tradicionais.

A sequência foi aplicada em três turmas de Física de dois Institutos Federais de Educação Ciência e Tecnologia na Bahia. Os autores justificam a escolha dessas turmas por estarem relacionadas com a falta de disponibilidade de professores de física para atender e por a FMC não ser tratada de modo integrante no currículo local. O projeto foi separado em primeira e segunda implementação, sendo que na segunda, os conceitos julgados passíveis de se corrigir na sequência são modificados e reaplicados.

Na primeira implementação, foram 12 aulas divididas em 6 fases.

- Fase 1 - Levantamento das concepções prévias (aulas 1 e 2);

- Fase 2 - Ampliação das concepções prévias dos estudantes (aulas 3 e 4);
- Fase 3 - Estreitamento entre as concepções prévias e os conhecimentos cientificamente aceitos (aulas 5, 6, 7 e 8);
- Fase 4 e 5 - Aplicação do conhecimento e reflexão dos estudantes (aulas 9 e 10);
- Fase 6 – Reflexão sobre os objetivos alcançados pelas aulas e atividades

Durante a leitura do trabalho, pode-se perceber que as atividades desenvolvidas durante as aulas, e que estão enquadradas em suas respectivas fases, são de cunho não-tradicional, como propõe a pesquisa e a sequência de ensino-aprendizagem. Podemos destacar a leitura de textos, uma atividade com bolinhas de isopor, de caráter lúdico, para explicar a instabilidade nuclear e a realização de um diagrama, o qual os autores chamaram de “*diagrama radioativo*”.

Na última fase, realizada pelos autores, foi constatado que em algumas partes da atividade eram necessárias reestruturações e mais fundamentações teóricas, o que culminou na produção de uma nova sequência de ensino-aprendizagem para a segunda implementação.

Ao final, concluiu-se que a sequência aplicada foi satisfatória e contribuiu para a inserção da FMC no ensino médio, e além do mais, de que é possível fazer isso de modos que não sejam pelas vertentes tradicionais de ensino.

### **3º trabalho**

**Título:** A Física Contemporânea no Ensino Médio: Uma proposta utilizando o conceito de refração negativa.

**Autor (a):** ARAÚJO, F. G.

**Ano:** 2019.

**Local:** Revista Vivência em Ensino de Ciências.

O autor comenta que há uma dificuldade na introdução de temas relativos à FMC no EM, por mais que os próprios documentos enfatizem sobre essa inserção. Neste trabalho, é proposta uma sequência de aulas acerca do tema refração, com o uso específico do tópico refração negativa. Como justificativa, o autor diz que a luz é



um tema bem moderno, estando presente em várias aplicações do cotidiano, tais como os lasers e as fibras ópticas. No entanto, é argumentado também que, na maioria das vezes, esse tema é tratado somente sob o âmbito da FC, priorizando somente os assuntos da óptica geométrica, como o conceito de raios luminosos e ângulos de incidência e reflexão.

Nesta pesquisa, conforme o autor coloca, visa-se responder se ensinar um tema trazendo as suas respectivas contemporaneidades estimula em um melhor aprendizado por parte do aluno.

O autor trabalhou com duas turmas, A e B. Na primeira, foi utilizado o conceito de refração negativa, e na segunda não. Ao final, fez-se uma aplicação de um questionário dividido em duas partes, sendo uma quantitativa e a outra qualitativa, a fim de obter os dados relativos ao processo das aulas. É apontado que a turma A teve um melhor desempenho que a B, além de essa ter apresentado um maior interesse pelo assunto, visto que foi trabalhado o conceito do “manto de invisibilidade”, o qual seria uma roupagem feita de metamateriais, produzidos em laboratório e que permitiriam a refração negativa, fazendo com que os raios contornem o objeto, ao invés de adentrarem em sua superfície (como seria uma refração clássica).

#### **4º trabalho**

**Título:** Obstáculos didáticos na inserção da Física Moderna e Contemporânea: Um olhar a partir da formação de professores.

**Autor (a):** SIQUEIRA, M. *et al.*

**Ano:** 2018.

**Local:** Revista Tecné, Episteme y Didaxis.

Os autores apontam que a linha de pesquisa a respeito da inserção de FMC no ensino médio já está consolidada, ou seja, existem trabalhos relativos ao assunto; no entanto, ainda existem muitos obstáculos na prática do professor que dificultam a plena inserção desses temas. É indicado que esses obstáculos constituem em carência de materiais didáticos e deficiência na formação do professor.

Ao longo do trabalho, mostram-se também outros obstáculos, sendo que alguns destes estão relacionados ao modo de lecionar do docente. Por exemplo: a transmissão dogmática de assuntos, que não permitem um questionamento crítico do aluno; ou também, a crença de que assuntos de FMC só podem ser passados se antes forem apresentados os pré-requisitos da FC, e acabar focando só nesta, o que minimiza o tempo de transmitir a física moderna. Outro obstáculo também citado são as metodologias tradicionais de ensino, bem como as avaliações embasadas nestas, que priorizam que o estudante adquira e repasse conhecimento, mas pouco do seu raciocínio criativo.

## 5º trabalho

**Título:** Supercondutividade no laboratório didático da licenciatura em física: uma estratégia para inserção da FMC no Ensino Médio.

**Autor (a):** BOMBARDI, G. M. *et al.*

**Ano:** 2021.

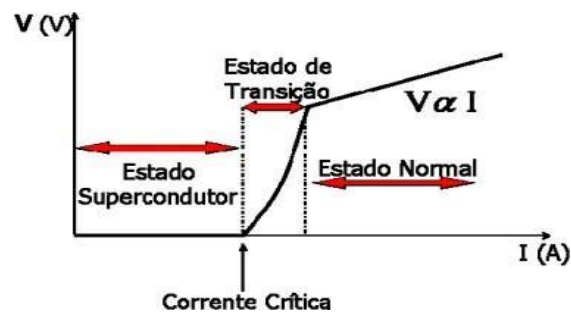
**Local:** Instituto Federal – Goiás. Campus Jataí.

Este trabalho traz o relato da aplicação de um experimento a respeito de supercondutividade em uma turma do 3º semestre do curso de Licenciatura em Física, da UNESP, em Ilha Solteira. Essa proposta tem como um dos objetivos descentralizar a ideia de que, para demonstrar o fenômeno da supercondutividade, é necessário estar em um laboratório acadêmico muito bem equipado.

No início da sequência das aulas, foi explicado no que consiste a supercondutividade, abordando vieses históricos, de como ela foi descoberta, e também comentários a respeito da diferenciação entre condutores e supercondutores.

A atividade foi determinar a corrente crítica de um material supercondutor, sendo que, para deixá-lo nesse estado, é necessário resfriá-lo a uma temperatura abaixo da crítica (própria de cada material). Essa determinação é feita através de um gráfico  $V \times I$ , ou seja, da tensão em função da corrente.

Conforme proposto na sequência, para a determinação da corrente, basta observar no gráfico onde a tensão se anula, o que equivale também à resistência se anular, sendo a corrente igual à crítica.

Figura 7 - Gráfico  $V \times I$ 

Fonte: Supercondutividade no laboratório didático da licenciatura em física: uma estratégia para inserção da FMC no Ensino Médio (BOMBARDI, G. M. *et al.* 2021)

Para a construção do experimento, foram utilizados uma fita supercondutora, uma fonte de tensão cuja corrente é contínua e um resistor. Primeiro, mediu-se as grandezas de tensão e corrente à temperatura ambiente e, após resfriar a fita supercondutora em nitrogênio líquido, repetiu-se o processo. Após, colocou-se o comportamento de ambos os casos em uma representação gráfica, e percebeu-se, como era esperado, que no segundo caso, a tensão adquire um valor bem próximo de zero, encontrando a corrente a ser determinada: a crítica.

Os autores concluem com as respostas dos estudantes onde a experimentação foi aplicada. Esses consideraram o experimento não dotado de muita complexidade, passível de se mostrar para o EM e explicar a supercondutividade. Além disso, todos concordaram que, para se inserir esses temas na educação básica, a formação do professor é de fundamental importância.

## 6º trabalho

**Título:** Inserção dos conceitos da radiação do corpo negro no Ensino Médio através de uma Sequência Didática baseada em uma UEPS

**Autor (a):** FILHO, A. S. S. F.

**Ano:** 2018.

**Local:** Universidade Federal do Amazonas e Instituto Federal do Amazonas.

O autor justifica a escolha do tema de seu trabalho, o qual é uma dissertação de mestrado, quando em uma disciplina (Processos e Sequências de

Ensino e Aprendizagem em Física), o mesmo decidiu analisar o conteúdo de Radiação do Corpo Negro, em quatorze livros do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) de 2015, sendo que foi constatado que a maioria não trazia o tema, sendo que somente dois do total o faziam. O autor relata então que esta foi a inspiração para criar um material que sirva de apoio aos professores que queiram trabalhar esse assunto no ensino médio.

É comentado também, com as devidas referências, que a física ministrada na educação básica é predominantemente a do século XIX, sendo que a moderna em geral é pouco abordada. Contudo, o autor salienta que isso não é um desprezo à FC, a qual é de extrema importância que seja passada em sala de aula, no entanto, o mesmo reitera que a FMC também é indispensável para que haja uma melhor compreensão dos avanços científicos e tecnológicos da atualidade.

Para a criação do material, foi realizada uma sequência didática baseada em vieses teóricos da UEPS (Unidade de Ensino Potencialmente Significativa). A escolha do autor para o tipo de pesquisa realizada foi a qualitativa, em que a coleta de dados feita teve como base um diário de campo e das atividades realizadas pelos estudantes. A sequência foi aplicada no terceiro ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Tempo Integral Senador Petrônio Portela, em Manaus, Amazonas.

A sequência foi dividida em oito partes:

- 1) Situação inicial
- 2) Situação problema inicial
- 3) Aprofundando conhecimento
- 4) Situação problema de aprofundamento
- 5) Aula integradora final
- 6) Avaliação individual
- 7) Avaliação da UEPS

Na primeira parte, foi explicado o que será trabalhado com os alunos, apresentando imagens e pedindo anotações aos mesmos, para realizar uma coleta de seu conhecimento prévio a respeito do assunto. Na segunda parte, é introduzido, de modo bem inicial, o tema proposto com a exibição de um vídeo e a leitura de um texto fornecido. Ao final, foi instruído aos alunos sobre a realização de um mapa conceitual feito em grupos.

Na terceira parte, foram apresentados os conceitos próprios da radiação térmica, explicando aspectos como o corpo negro e a lei de Planck. Isso foi

ministrado utilizando-se de textos fornecidos e apresentações em slides. Na quarta parte, foi feita uma atividade no laboratório de informática, explorando um simulador virtual a respeito da radiação de corpo negro. Foi também aplicado um questionário de apoio.

Na quinta parte, foram revisados os principais conceitos aprendidos, sendo que foi exposto um vídeo e requerido a realização de mais um mapa conceitual, para melhor fixação do conteúdo e internalização dos mesmos. Na sexta parte, que constitui a avaliação, foram propostas questões abertas para que os alunos pudessem dar as próprias respostas do entendimento sobre o tema.

A sétima parte, na verdade, é uma a ser trabalhada durante toda a aplicação da sequência. Sendo que a mesma é baseada nas observações do docente acerca do desenvolvimento da turma. A oitava constitui em dizer se a UEPS serviu as necessidades do aprendizado ou não. O autor conclui, nessa etapa, que o material proposto teve êxito no aprendizado do aluno, e não necessitou de reformulações em nenhuma parte da sua aplicação.

## **7º trabalho**

**Título:** Inserção de Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio: a matéria em uma perspectiva histórica

**Autor (a):** CORTELA, B. S. C.; LIMA, J. V. M.

**Ano:** 2019.

**Local:** Revista de Ensiñanza de la Física.

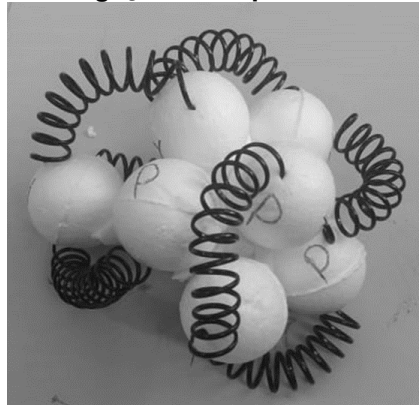
Este trabalho constitui em um excerto de uma pesquisa realizada e aplicada para um trabalho de conclusão de curso de licenciatura em Física. O tema escolhido foi “A matéria em uma perspectiva histórica”, sendo elaborada uma sequência didática separada em quatro aulas de 100 minutos cada, que foram aplicadas em uma turma do terceiro ano do ensino médio, em uma escola do interior paulista.

Na primeira aula, foi falado da importância de se inserir temas de FMC no ensino médio, e em seguida foi passado um questionário para levantar as concepções prévias dos alunos a respeito de modelos de matéria e átomos. No entanto, notou-se que alguns alunos não se recordavam muito bem dos modelos mais modernos de átomo, sendo que alguns imaginavam o mesmo como aquele

descrito por Thomson. Devido a isso, e também para dar prosseguimento a aula, um vídeo foi exibido, discutindo todos os modelos de átomo e, conseguinte, foi feita uma discussão sobre o que foi visto com o grande grupo da sala. Após, pediu-se uma tarefa para ser realizada e apresentada na aula 3, que foi a confecção de um cartaz, trazendo uma linha do tempo com a evolução de cada modelo atômico ao longo da história.

Na segunda aula, foi realizada uma experimentação, constituindo na construção de um modelo atômico com bolinhas de isopor, sendo que algumas delas representavam os prótons e outras, os nêutrons. Quando a ligação era feita entre dois nêutrons, uma mola era colocada entre eles, para representar a repulsão elétrica entre os dois.

**Figura 8 - Ligação entre prótons e nêutrons**



**Fonte: Inserção de Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio: a matéria em uma perspectiva histórica (CORTELA, B. S. C.; LIMA, J. V. M.)**

Na terceira aula, cinco grupos de alunos, que haviam previamente sido divididos, apresentaram os cartazes pedidos na aula inicial, com um tempo reservado de 15 a 20 minutos para cada equipe. Após as apresentações, o professor desenhou uma linha do tempo dos modelos atômicos na lousa interativa, para levantar discussões. Notou-se baixo envolvimento dos alunos nesta parte, dentre os que estavam mais interessados, destacou-se também uma difícil compreensão dos modelos mais modernos da matéria, como os de Heisenberg e Schrödinger, já que são os mais abstratos, conforme apontado pelos autores.

Na quarta e última aula, a abordagem que estava prevista (com enfoque em Ciência, Tecnologia, Sociedade e Ambiente (CTSA), e em como a FMC influenciou na nossa cultura atual) foi trocada, devido ao baixo interesse dos estudantes anteriormente. Foi então feita mais uma experimentação lúdica, denominada de

“dados quânticos”. O jogo consistiu em uma cartolina, onde os alunos fizeram cinco divisões e colocaram nas mesmas os valores de energia necessários para fazer o elétron do átomo de hidrogênio ir do primeiro ao quinto nível. O professor então deu a cada um dos grupos dois dados, cada qual com valores previamente determinados. O jogo funcionava tal que os alunos só poderiam avançar de nível se a soma dos dados fosse igual à diferença de energia entre a posição que se estava e alguma posição para onde se desejava ir. Após, houve uma discussão e a aplicação de um questionário para que eles respondessem a perguntas a respeito da quantização da matéria.

Concluiu-se que, nesta aplicação, os alunos demonstraram maior interesse nas atividades lúdicas e experimentais, além de apresentarem melhores resultados. E também, os autores comentam que a experiência contribuiu para a sua formação acadêmica, pois proporcionou uma vivência em sala de aula.

## 8º trabalho

**Título:** Aceleradores e Detectores de Partículas no Ensino Médio: Uma Sequência de Ensino-Aprendizagem

**Autor (a):** SILVA, Y. A. R. *et al.*

**Ano:** 2020.

**Local:** Caderno Brasileiro de Ensino de Física.

Neste artigo, os autores iniciam o tema enfatizando que a física tratada no ensino médio é predominantemente a do século XIX, e ainda relatam que vários temas da física moderna, e que inclusive estão presentes no noticiário, como buracos negros e radiação cósmica, não são comentados em sala de aula. Tendo isso em vista, foi criada uma SEA (Sequência de Ensino-Aprendizagem), esta sequência foi baseada na teoria da transposição didática e na *DBR (Designed Based-Research)* (sigla em inglês para Pesquisa Baseada em Design).

As duas turmas que participaram da pesquisa foram do terceiro ano, cuja faixa etária era dos 16 aos 18 anos de idade. Para a coleta de dados, foram feitas gravações em vídeo das aulas e também as atividades que foram desenvolvidas ao longo da sequência. A aplicação foi realizada em 12 aulas, sendo que as mesmas

foram divididas em quatro momentos, cada qual com seus respectivos objetivos, conceitos envolvidos e estratégias de ensino.

No “Momento A”, dividido em duas aulas, os objetivos se relacionaram a explicar os raios cósmicos e sua relação com os ADP (Aceleradores e Detectores de Partículas), os conceitos envolvidos envolveram os raios cósmicos e a radiação ionizante. Nas estratégias de ensino, uma apresentação e debate de fenômenos associados ao experimento da câmara de nuvens. No “Momento B”, dividido em quatro aulas, os objetivos já foram voltados para a compreensão do funcionamento dos ADP, os conceitos envolvidos foram, por exemplo, o campo magnético e o elétrico e as estratégias de ensino incluem discussão, provenientes de textos lidos, sobre o funcionamento e aplicações tecnológicas dos ADP.

No “Momento C”, dividido também em quatro aulas, os objetivos se enquadraram em, por exemplo, compreender o porquê de altos investimentos no LHC (Large Hadron Collider) e também visitar um centro de pesquisas que tenha como enfoque o estudo da física das radiações ou a física médica. Já na seção de estratégias de ensino, remonta-se a própria visita dos alunos ao centro de pesquisa. No “Momento D”, este último, dividido em duas aulas, os objetivos se referiram a relacionar os conhecimentos físicos aprendidos com situações cotidianas, e quanto à seção de conceitos envolvidos e de estratégias de ensino, estas não tiveram exigências em específico que não fossem a apresentação dos alunos em relação ao que foi aprendido ao longo do curso, este momento final então é de compartilhar o conhecimento adquirido.

Ao final, foram analisados os resultados da aplicação da sequência, e a mesma foi redesenhada, contendo 15 aulas divididas em quatro momentos. O “Momento A” foi composto de quatro aulas. Nos objetivos e conceitos envolvidos, os autores não fizeram grandes mudanças, mas nas estratégias de ensino, houveram textos a serem analisados, incluindo um relativo a uma atividade sobre a descoberta de novas partículas e outro sobre o “Caso de César Lattes”.

O “Momento B” agora foi composto por cinco aulas, e a modificação também foi feita nas estratégias de ensino, incluindo também mais leituras sobre textos com assuntos como os raios X e atividades sobre o campo magnético e as ondas eletromagnéticas. No “Momento C”, no quadro de objetivos, destaca-se a importância do contato com cientistas da área de radiações e, no quadro de



estratégias utilizadas, houve a leitura de um texto sobre o impacto dos ADP nos dias atuais e a consequente preparação de uma apresentação para a próxima aula.

O “Momento D”, dividido em duas aulas, foi a etapa para apresentar o que foi preparado a respeito dos ADP, seu funcionamento e influências na sociedade. Anterior a esta apresentação, uma atividade de caráter diagnóstico foi dada, com um tempo de 20 minutos para realização. Como conclusão, os autores relatam que houve, por parte dos alunos, uma grande reflexão sobre o uso dos ADP e seus impactos na sociedade contemporânea, no entanto, o aprofundamento científico não foi o tão desejado, fato este que fez com que a sequência fosse reestruturada, porém não com grandes mudanças.

### **9.3 Inserção de RG NO ENSINO MÉDIO**

Aqui, o processo foi similar. Pesquisou-se por “inserção de relatividade geral no ensino médio” no Google Acadêmico, com um filtro de seis anos até o tempo presente (2022).

#### **1º trabalho**

**Título:** Teoria da Relatividade: Uma proposta didática para o Ensino Médio.

**Autor (a):** GIACOMELLI, A. C.

**Ano:** 2016

**Local:** Universidade de Passo Fundo

O trabalho apresenta uma proposta didática para o ensino médio acerca dos conteúdos de teoria da relatividade restrita (TRR) e TRG.

O autor introduz falando sobre a evolução do conhecimento científico ao longo dos anos, e que isso acabou originando o que hoje chamamos de FMC, e que a ideia da inserção de temas relativos a essa nova física ganhou força na “Conferência sobre o Ensino de Física Moderna”, que aconteceu no Fermi National Accelerator Laboratory, em Batavia, Illinois, nos Estados Unidos, no ano de 1986. É reforçado que no Brasil, em 1999, os documentos curriculares da época (PCN) já reforçavam também que se tratasse de temas relacionados à FMC em salas de aula da educação básica.

Também é destacado que, embora nos currículos se exija o ensino desses tópicos de física, pouco eles são abordados no EM, e há uma carência de materiais disponíveis aos professores para se trabalhar com tal.

O objetivo geral deste trabalho é elaborar um material (texto) como recurso aos professores que queiram trabalhar com a TRR e/ou a TRG. Já os objetivos específicos são:

- Analisar como os livros do PNLD (2015) tratam os assuntos de TRR e TRG;
- Embasar-se na teoria da transposição didática, de Yves Chevallard, para a composição do material didático;
  - Elaborar um material didático para os professores de ensino médio;
  - Discutir, com uma turma nos primeiros anos de professores de física em formação, se o material é viável ou não.

Diante de todo o exposto, o autor divide o seu trabalho em cinco capítulos:

- Uma análise sobre os tópicos de TRR e TRG nos livros didáticos;
- Referencial teórico;
- Elaboração do produto;
- Aplicação do produto;
- Pesquisa.

No primeiro capítulo, são pesquisados como os livros do PNLD abordam os temas de interesse (a TRR e a TRG). Foram analisados os 14 livros do PNLD, e retratados o que cada um deles traz a respeito de um dos tópicos (ou dos dois simultaneamente, se for o caso). Ao final, há um gráfico, relatando que dos livros analisados, 64,3% abordam a TRG e o restante não, e 31,0% tem uma sessão reservada para a TRG, e o restante não.

No segundo capítulo, é explicado sobre o referencial teórico escolhido para a composição do trabalho. O autor se embasa na teoria da transposição didática, de Yves Chevallard. Resumidamente, aqui é contemplado, conforme Chevallard, que a transposição didática não é mera simplificação do conteúdo, mas sim toda uma estruturação de repassar o conhecimento que originalmente vem da esfera do **saber sábio**, que é aquele produzido pelo cientista, passando pela esfera do **saber a ensinar**, que se encontra nos livros didáticos, para por fim, chegar à esfera do **saber ensinado**, que finalmente é o conhecimento transmitido ao aluno. Chevallard

defende que toda essa jornada da transposição também depende muito do professor na esfera final, e que deve ser cuidadosa e contemplar de modo satisfatório o conteúdo, sem que se haja perda no conhecimento, mas também que não seja extremamente complexo para o nível escolar do estudante.

No capítulo 3, é falado sobre a elaboração do material didático, e comentado sobre como estão estruturados os capítulos do mesmo (que é um texto):

- Capítulo 1: Diz sobre os cinco artigos publicados por Einstein em 1905, ano este considerado aquele em que foram lançadas as bases da relatividade restrita. Este capítulo tem o propósito de contextualizar o aluno. A seguir, há itens que tratam sobre a relatividade de Galileu, a teoria eletromagnética de Maxwell e a expressão de energia de repouso  $E = mc^2$ .

- Capítulo 2: Trata sobre a relatividade geral, onde já são abordados alguns assuntos como espaço-tempo curvo e plano, o princípio da equivalência e a relatividade do tempo devido à atuação de campos gravitacionais.

No capítulo 4, é discutido sobre a aplicação desse material, sempre relatando o contexto da turma aplicada e as reações dos alunos. Foram cinco encontros de 50 minutos cada, sendo que cada um deles tratou sobre:

- 1º encontro: Física Clássica – Apresentação da proposta; aplicação do questionário (pré-teste); atividades relacionadas à Física Clássica (princípio da relatividade de Galileu);

- 2º encontro: TRR – Relatividade da simultaneidade; dilatação do tempo;

- 3º encontro: TRR – Viagens no tempo; contração das distâncias;

- 4º encontro: TRG – Princípio da equivalência; relatividade do tempo no âmbito da TRG; viagens no tempo;

- 5º encontro: TRG – espaço-tempo curvo; deflexão da luz; questionário (pós-teste).

No quinto e último capítulo, é falado sobre a pesquisa, em suma, a obtenção e análise dos dados adquiridos na aplicação do material. Os instrumentos utilizados para se obter os dados foram questionários pré e pós-teste em conjunto com um diário de bordo.

No questionário pré-teste, a maioria dos alunos descreve (ao longo das questões, cujas respostas eram “Sim” ou “Não”) que não tiveram muitos tópicos

relacionados à TRR e TRG no EM, mas que tem muita vontade de aprender e acham importante que se trabalhe isso na educação básica.

No questionário pós-teste, verifica-se que na maioria das questões, os alunos tiveram uma evolução no entendimento das teorias da relatividade, tanto no que diz respeito à referenciais inerciais e não-inerciais, e também espaço e tempo.

Em relação ao diário de bordo, o autor relata que no geral, embora houvessem algumas dificuldades no processo (que contaram com a ajuda do pesquisador), a aceitação da aula foi muito boa, enfatizando que os alunos também gostaram do experimento da cama elástica no final, para demonstração da gravitação einsteiniana, entendida como uma deformação no espaço-tempo, onde ele deixa de ser plano (representado pela cama elástica esticada) e passa a ser curvo com a presença de matéria-energia (representado por algum corpo colocado na cama, como uma esfera por exemplo, fazendo a mesma se curvar).

Nas considerações finais, o autor reitera que a FMC ainda não é abordada do modo como se gostaria no ensino médio, e que o seu material também não visa solucionar todo esse problema, mas é um bom ponto de partida para começar a construir visões mais didáticas, principalmente a respeito dos tópicos que foram utilizados, que são a TRR e a TRG.

## **2º trabalho**

**Título:** Elaboração de uma Unidade de Aprendizagem sobre Relatividade Geral para o Ensino de Física no Primeiro Ano do Ensino Médio

**Autor (a):** TIMBONI, K. S.

**Ano:** 2016.

**Local:** UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina.

Este trabalho constitui em uma dissertação de mestrado, que propõe uma sequência didática em RG para o 1º ano do EM.

Na introdução, a autora aponta da importância de se introduzir temas de FMC no ensino médio, inclusive, apontando que os PCN já diziam da inserção desses assuntos em salas de aula para os estudantes do ensino médio. Porém, é indicado que, quinze anos após essa data de referência (2000) pouco ainda tinha

sido feito para avançar nesses tópicos, e ainda existia uma carência de materiais disponíveis ao docente.

Como justificativa para a escolha do tema, que foi a RG, a autora aponta que é um tema muito recorrente na mídia, e aparece também em filmes, como *Interestelar* (2014) e *Contato* (1997), mas pouco aparece nas aulas de física do ensino médio.

O modelo educacional para a realização da atividade desenvolvida foi o online, o qual, segundo a autora, permite uma maior flexibilidade tanto para o professor quanto para o aluno, pois permite que ambos não se preocupem nem com o espaço e o tempo da execução da tarefa.

É relatado pela autora que, durante sua formação acadêmica, sempre se dedicou à criação de oscilações amortecidas e forçadas. No entanto, destaca uma carência em pesquisas sobre como os alunos aprendem com este tipo de metodologia, ou materiais disponíveis ao professor para lidar com tal.

Para a elaboração da unidade de aprendizagem, foi utilizada como base a TCC e o Design Instrucional (DI). A primeira (TCC) trata sobre os componentes necessários e do modo adequado para contribuir com uma aprendizagem eficiente, o que consiste em: aprimorar a carga relevante, reduzir a irrelevante e ter um bom controle da intrínseca, chamada assim, pois é a carga essencial ao conteúdo. Já o segundo (DI) trata sobre a realização de tarefas divididas em etapas, todas elas devendo ser realizadas para o alcance satisfatório do objetivo final.

Para a análise bibliográfica, a autora fez uma pesquisa no Google Acadêmico, e a mesma aponta que a minoria dos trabalhos trata sobre a inserção da RG no ensino médio. Inclusive, a autora aponta um comentário pertinente, que a RG não é tratada na educação básica, pois demanda de uma matemática demasiada complexa para o entendimento, porém, a própria contra argumenta, dizendo que não é necessário fazer uso de tais cálculos para se falar da teoria em sala de aula.

Com base nisso, a autora dedica-se a fazer um outro levantamento bibliográfico, com o objetivo de: conhecer pesquisas que se embasem no DI e, se possível, em conjunto com a TCC; levantar as dificuldades de alunos e professores no processo de ensino-aprendizagem em FMC; buscar trabalhos que falem da inserção da RG no EM e, por fim, aprofundamento do conhecimento em trabalhos de pesquisa na RG.

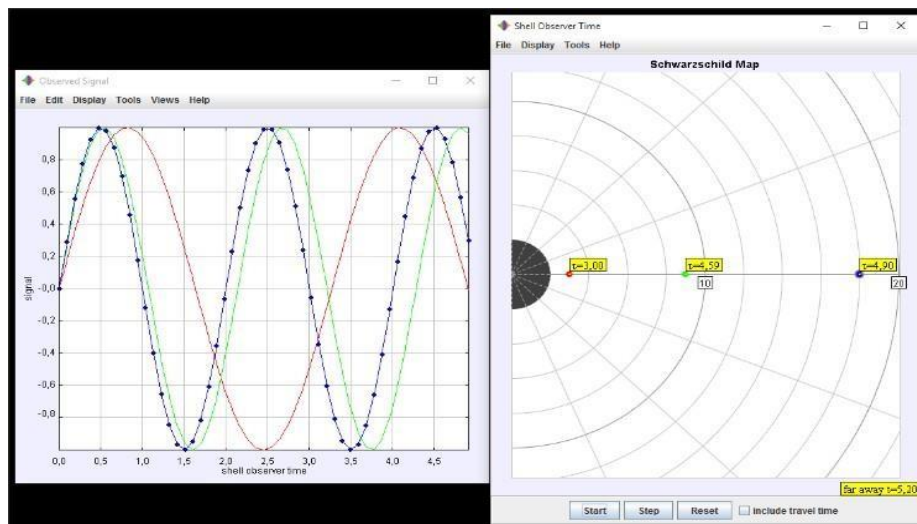
Essa unidade de aprendizagem é baseada no modelo 4C/ID, que é dividido em quatro componentes, as quais são: tarefas de aprendizagem, informações de apoio, informação processual e prática nas tarefas.

No modelo online da unidade de aprendizagem, na primeira componente, encontram-se atividades que objetivam a construção de esquemas iniciais, de modo que o aluno se acostume com o assunto. Por exemplo, nota-se o acesso a um trecho do filme *Interestelar*, indagando se a viagem no tempo, como aconteceu no filme, é possível.

Na segunda componente, criam-se vínculos com relação ao que o aluno aprendeu na primeira unidade com o que ainda é preciso para continuar. Aqui, encontram-se alguns textos informativos sobre a RG, como a explicação do que é o espaço-tempo e sua geometria curvada devido a presença de corpos massivos.

Na terceira componente, notamos o uso de simuladores, juntamente com informativos de como utilizá-los. A autora utilizou um no qual é possível entender como o tempo próprio se comporta em uma geometria de Schwarzschild, quanto mais o corpo se aproxima da distribuição de massa.

**Figura 9 - Atividades da terceira componente.**



Fonte: TIMBONI, 2016. p. 119

Na quarta componente, e a última da unidade, notamos tarefas que os alunos devem realizar, que exigem um conhecimento trabalhado em cada uma das etapas anteriores, como exige o método 4C/ID.

Na conclusão, a autora mostra novamente que, em seu levantamento bibliográfico, encontrou poucas pesquisas que digam sobre a inserção da RG no

ensino médio. Além do mais, é apontado que, poucos dias antes da defesa da sua dissertação, as ondas gravitacionais foram detectadas pela primeira vez, e ela utiliza esse fato como mais um motivo para se ensinar tópicos da RG em sala de aula, já que é um tema bem recorrente.

### **3º trabalho**

**Título:** Eclipses, Relatividade Geral e Sobral: Uma abordagem usando Realidade Aumentada.

**Autor (a):** DORNEL, A. P. *et al.*

**Ano:** 2020.

**Local:** Blucher Proceedings – X Encontro Científico de Física Aplicada.

Neste trabalho, comenta-se que a FMC é pouco abordada no EM, sendo que há uma prioridade em terminar os assuntos relativos à FC. É dito também sobre a importância de se inserir tópicos de FMC, sendo utilizado como justificativa a BNCC, apontando que o documento traz que o estudante deve ter uma melhor compreensão acerca da física que cerca a sua atualidade e contemporaneidade, ou seja, física esta que se enquadra como a moderna.

Com base em TICs, um grupo do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), do Curso de Licenciatura em Física do Instituto Federal do Espírito Santo (Campus Cariacica) propôs a elaboração de um Caderno Pedagógico (CP) em conjunto com o uso da Realidade Aumentada (RA). Este material foi utilizado para o ensino de conceitos de RG, em uma turma da 2ª Série do ensino médio da escola EEEFM Maria Ortiz, Vitória, ES.

Dividiu-se a aplicação em quatro encontros: apresentação de trabalhos da óptica geométrica, intervenção didática usando o CP (que se repetiu duas vezes) e a aplicação de um questionário utilizando o Plickers, que é um aplicativo que permite salvar as respostas dos usuários.

Durante as aulas, o CP foi disponibilizado em PDFs também, para uma interação tátil com o material. No entanto, pediu-se aos alunos que instalassem em seus celulares o aplicativo capaz de interagir com a tecnologia da RA, disponível no caderno.

No último encontro, relata-se que foi possível guardar, no aplicativo Plickers, o desempenho dos estudantes com relação a cinco perguntas, relacionadas ao eclipse de Sobral, de 1919, e o conseqüente desvio da trajetória da luz perante um forte campo gravitacional. Verificou-se acerto de 67% nas questões, os quais os autores julgam como satisfatório. Além do mais, concluiu-se que o uso dos CPs é um motivador para o processo de ensino-aprendizagem, já que os estudantes não apresentaram grandes dificuldades quanto ao uso do material.

#### **4º trabalho**

**Título:** Teoria da Relatividade Geral – Uma proposta em Ensino não formal

**Autor (a):** NETO, A. A. G.

**Ano:** 2020.

**Local:** UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Este trabalho consiste em uma dissertação de mestrado, que traz uma proposta de ensino não formal em RG, fugindo da matemática complexa que a teoria traz consigo. Aliás, é apontado que esse é um dos empecilhos para se ensinar esse assunto na educação básica.

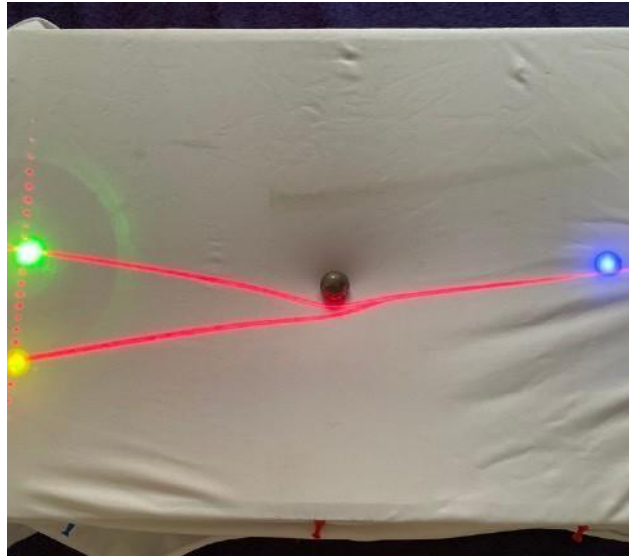
O objetivo foi a criação de um modelo para explicar a gravitação einsteiniana, o qual o autor chamou de “caixa relativística”, e permite demonstrar a gravidade como uma deformação geométrica no espaço-tempo, sendo este representado por um tecido elástico. Inclusive, na própria montagem da caixa, são inseridos alguns lasers, para quando ao colocar um corpo mais maciço no elástico, que seja capaz de afundá-lo, o laser dê a impressão de uma trajetória curvada, sendo este um recurso didático para explicar o desvio do trajeto que a luz sofre na presença de um campo gravitacional.

Este modelo está embasado na educação não formal. Ou seja, como o autor traz, é um sistema que não traz consigo os mesmos crivos do modelo formal de ensino. Inclusive, a apresentação desta caixa se dá em um espaço que não é a escola. A primeira exposição foi no Espaço Ciência Viva, no Rio de Janeiro, e a outra no Ladif (Laboratório Didático do Instituto de Física), da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Ao final, aplicou-se um questionário aos monitores que ficariam responsáveis pelo uso da caixa, para saber se eles tinham o conhecimento



suficiente para a explicação do modelo. Então, realizou-se um treinamento com os mesmos para fixação de alguns conceitos, como a curvatura do espaço-tempo e o princípio da equivalência.

**Figura 10 - Desvio da luz devido a um corpo massivo.**



Fonte: NETO. A, A, G. 2020

## **5º trabalho**

**Título:** Astronomia no Ensino Médio: Uma Abordagem Simplificada a partir da Teoria da Relatividade Geral

**Autor (a):** Roberto Vinícios Lessa do Couto

**Ano:** 2020

**Local:** Universidade de Brasília.

Esta dissertação de mestrado propõe uma sequência didática a respeito de astronomia e tópicos de gravitação ligados à RG, com bases teóricas na Aprendizagem Significativa de David Ausubel em conjunto com o Programa de Filosofia para Crianças e Adolescentes de Matthew Lipman. A elaboração do Produto Educacional para a aplicação da sequência foi dividida em quatro módulos, sendo estes:

- Módulo 1 – Gravitação Universal e Sistema Solar
- Módulo 2 – Relatividade
- Módulo 3 – Buracos Negros

- Módulo 4 – Lentes Gravitacionais

No Módulo 1, foram frisados os conceitos da gravitação newtoniana, e também apresentados os constituintes do sistema solar, junto com as noções de massa e força gravitacional. Para esta parte, foram destinadas quatro aulas de 50 min. No Módulo 2, foram separadas seis aulas de 50 min, com o objetivo de apresentar os conceitos de espaço-tempo e o princípio da equivalência, e também a consequente geometria curvada em um campo gravitacional. Para esta parte, os alunos foram orientados a resolver atividades propostas pelos autores, que se encontram na sessão de apêndice da dissertação.

No Módulo 3, foram reservadas também seis aulas de 50 min cada, a respeito dos buracos negros. Nessa etapa, são relevantes os conceitos de raio de Schwarzschild e horizonte de eventos, e como esses objetos astronômicos se formam e são detectados. No Módulo 4, foram utilizadas quatro aulas, para tratar sobre o tema lentes gravitacionais. Nesta aula, foi discutido o que são as lentes, os seus tipos e como elas auxiliam no estudo da matéria escura e também de exoplanetas.

Os autores concluem que os resultados obtidos com a aplicação da sequência foram satisfatórios, já que nas discussões em grupos, foi relatado que há indícios de aprendizagem significativa e, nas atividades dissertativas, um terço também o fez, sendo que o outro terço apresentou aprendizagem mecânica, e o último não apresentou um aprendizado relevante. Porém, é relatado que esse não é um resultado ruim, já que a maioria dos alunos não tinham os subsunçores necessários para o completo desenvolvimento do aprendizado.

## **6º trabalho**

**Título:** Atividade Experimental: A Cama Elástica como Proposta Metodológica para Introduzir Conceitos Básicos sobre Gravitação

**Autor (a):** GIACOMELLI, A. C., ROSA, C. W., PEREZ, C. A. S.

**Ano:** 2016.

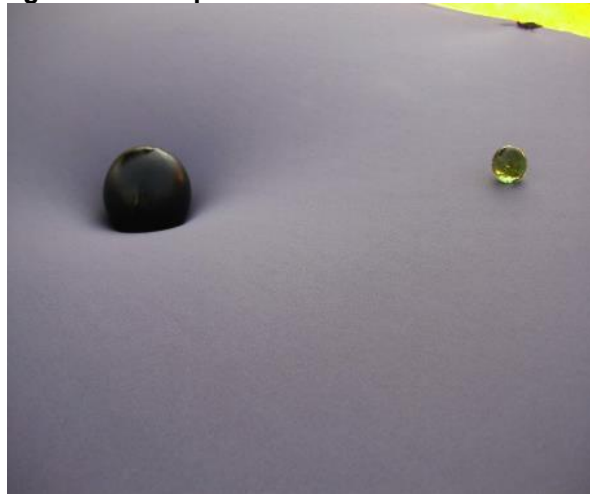
**Local:** Universidade de Passo Fundo.

O trabalho visa a criação de uma cama elástica, e inclusive dá as instruções de como montá-la, para explicar conceitos relacionados à gravitação. O autor explica

que o foco não é explicar diretamente a TRG, embora essa possa ser uma consequência do experimento. A cama elástica é de simples montagem, necessitando de um tecido, alguns canos de PVC e bolinhas de gude de diferentes massas.

O autor exemplifica conceitos que podem ser explicados, como a curvatura do espaço criar o que chamamos de campo gravitacional: ao colocar uma bolinha de gude mais massiva que outra, percebemos que a de menor massa rola até a de maior. Quando não há massa suficiente para deformar o tecido, pode-se explicar que não há campo gravitacional, ou seja, não há curvatura no espaço.

**Figura 11 – Corpo deformando o tecido elástico**



**Fonte: Atividade Experimental: A Cama Elástica como Proposta Metodológica para Introduzir Conceitos Básicos sobre Gravitação (GIACOMELLI, A. C., ROSA, C. W., PEREZ, C. A. S.)**

## 10 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Na composição da sequência, há menção ao material de apêndice, que está disponível ao final do trabalho. Lá também se encontram *links* para os *gifs* e o *trecho* citado (disponibilizados no Google Drive), para o professor que desejar utilizá-los em aula. É interessante disponibilizar o material de apêndice aos alunos, seja via *online* ou impresso em sala de aula.

**Tabela 1 – Conteúdos que serão trabalhados em cada aula**

Aula 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A falha na teoria da gravitação de Newton</li> <li>• O limite de velocidade de informação (velocidade da luz) e sua constância</li> <li>• Referenciais não inerciais</li> <li>• Princípio da Equivalência</li> <li>• Desvio da luz devido à presença de massa no espaço</li> <li>• Eclipse de Sobral</li> <li>• Lentes gravitacionais</li> </ul>
Aula 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Espaço-tempo</li> <li>• Exibição de trecho do filme <i>Interestelar</i></li> <li>• Dilatação do tempo devido ao campo gravitacional</li> <li>• Equação da dilatação do tempo levando em conta a massa geradora do campo gravitacional</li> <li>• Explicação do funcionamento do GPS</li> </ul>
Aula 3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Buracos negros: formação e detecção</li> <li>• Raio de Schwarzschild e o</li> </ul>

	horizonte de eventos <ul style="list-style-type: none"> <li>• 1ª foto de um buraco negro</li> </ul>
Aula 4	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ondas gravitacionais</li> <li>• Experimento da cama elástica</li> </ul>
Aula 5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Avaliação</li> </ul>

Fonte: Autoria própria

## Aula 1

Como um dos objetivos específicos posto neste trabalho, não é necessário que os alunos saibam de antemão a TRR para entender os tópicos de TRG que serão apresentados. No entanto, é necessário lançar mão de dois conceitos fundamentais para a compreensão da teoria, que são a falha na teoria da gravitação de Newton e o limite de velocidade de propagação de informação, que é o da luz. Antes de tudo, explica-se o que será estudado, que é a TRG, a qual é a teoria que explica a gravitação de um modo diferente da qual Newton propôs na gravitação universal. Explicam-se rapidamente os tópicos que serão abordados, sendo que em cada aula, pode-se colocar no quadro os assuntos que serão passados (como estão especificados na tabela acima).

Para iniciar, é possível instigar os alunos do seguinte modo: “Como a Terra sabe da existência do Sol para orbitar em torno dele?”. Esperam-se algumas respostas dos estudantes (lembrando que nem sempre as respostas necessitam vir dos alunos, sendo que algumas perguntas precisam do amadurecimento de certas ideias para dar a resolução dos problemas), algumas podem ser como “por causa da gravidade”, ou “por causa da atração gravitacional”. No entanto, mesmo assim, pergunta-se: “Mas como a Terra sente a força do Sol se ele está tão distante? Como ela sente a gravidade do Sol? O que transmite a gravidade?”. Com essas perguntas, é possível expor a falha na teoria newtoniana, que é justamente a interpretação da informação da gravidade sem um agente que transmita essa mesma informação. Podem-se fazer mais perguntas como: “Se o Sol sumisse do nada, a Terra deixaria de orbitar ao mesmo tempo ou levariam alguns minutos para isso?”. Com isso, é possível colocar no quadro a equação de atração gravitacional newtoniana:

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

Com ela, pode-se perguntar “onde está o tempo na equação?”. Em seguida, explica-se que, para Newton, a transmissão da gravidade é instantânea. Ou seja, se o Sol sumisse do nada, a Terra deixaria de orbitá-lo no mesmo instante, ou se o Sol quintuplicasse sua massa, a Terra se aproximaria dele na mesma hora. Até esse momento, talvez os alunos não vejam problema em uma transmissão de informação instantânea. Mas nessa hora, introduz-se o outro conceito fundamental da relatividade, que é o do limite de velocidade de qualquer partícula ou informação, que é a da luz, de aproximados  $c \cong 300000 \text{ km/s}$ , além de enfatizar que ela é a mesma medida para qualquer observador. Com isso, lança-se uma nova pergunta: “Se nada pode superar essa velocidade, como a gravidade pode ser instantânea? Newton estava errado em não ter suposto isso?”. Esperam-se algumas respostas, caso venham, e então se faz outra pergunta: “Quanto tempo a luz leva pra vir do Sol até a Terra?”. Sendo a resposta igual a oito minutos, explica-se que a gravidade viaja na velocidade da luz, então se o Sol sumisse do nada (por alguma razão desconhecida, hipotética), a Terra ainda continuaria orbitando um astro que não existe por mais oito minutos para então sair pela tangente de sua órbita.

Exposto esses dois conceitos, explica-se aos alunos que é hora de reformular as concepções de gravidade, por uma nova teoria que seja causal e que leve em conta o fator do tempo de transmissão, que inexistia na gravitação de Newton. Nesta etapa, é hora de abordar o que são referenciais não inerciais, mas antes, lembrando a eles o que são os inerciais, e exemplos cotidianos podem ajudar nisso.

Os referenciais inerciais podem ser explicados com possíveis momentos vividos pelos estudantes, como por exemplo, “você já esteve em um ônibus, e de repente teve a sensação de dúvida se o mesmo estava parado ou em movimento?”, com isso, pode-se explicar que o fato ocorre devido à velocidade do ônibus ser constante, e quando isto ocorre, é impossível distinguir o real estado de movimento: repouso ou não. Já os referenciais não inerciais podem ser exemplificados com momentos como: “você já teve a sensação de ser puxado para trás quando o carro acelera? Ou de ser jogado para o lado esquerdo quando o carro faz uma curva para a direita?”. Com isso, explica-se que esta percepção deve-se à aceleração do carro, e sempre nos sentimos jogados contra a direção desta aceleração. Quando isto ocorre, dizemos que estamos em um referencial não inercial, ou seja, acelerado. E que neste caso é possível distinguir o movimento do repouso (é interessante, para

este momento, identificar a palavra “repouso” como sinônimo de “parado”, somente para facilitar os raciocínios). No apêndice A, há um material feito para os alunos para ajudar na compreensão dos estados dos referenciais.

Neste momento, é hora de apresentar o princípio da equivalência, um conceito de suma importância para a construção da teoria geral da relatividade, já que a mesma está calcada nesse pressuposto. Inicialmente, exibe-se um vídeo que mostra os passageiros dentro de um avião simulando a “gravidade zero” (ausência de gravidade).

**Figura 7. Voo simulando a ausência de gravidade.**

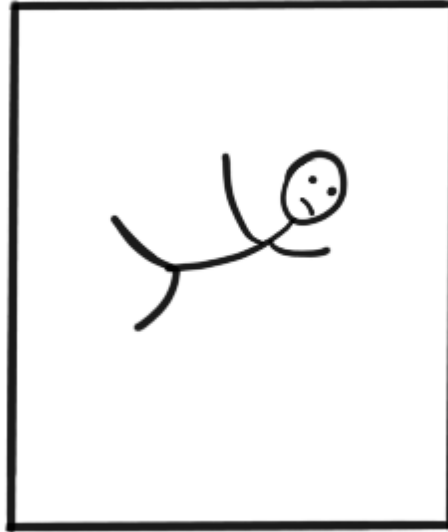


**Fonte: Zero-G Flight - Parabolic Flight with the Airbus A300 Of Novespace. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=1ieR8hIXUlg>.**

Após a exibição desse vídeo, faz-se uma pergunta: “Como é possível, no interior do avião, os passageiros estarem experimentando a ausência de gravidade? É possível desligar a gravidade dentro do avião?”. Após ouvir algumas respostas, é hora de explicar o princípio da equivalência. Para esta sequência didática, será suficiente permitir aos alunos a compreensão do princípio somente nas sensações que o observador terá dentro do elevador imaginário de Einstein, sem mencionar a igualdade entre massa inercial e gravitacional.

Explica-se então, com desenhos no quadro, os seguintes raciocínios: primeiro, faz-se a figura de um elevador e um observador flutuando dentro dele, como a seguir:

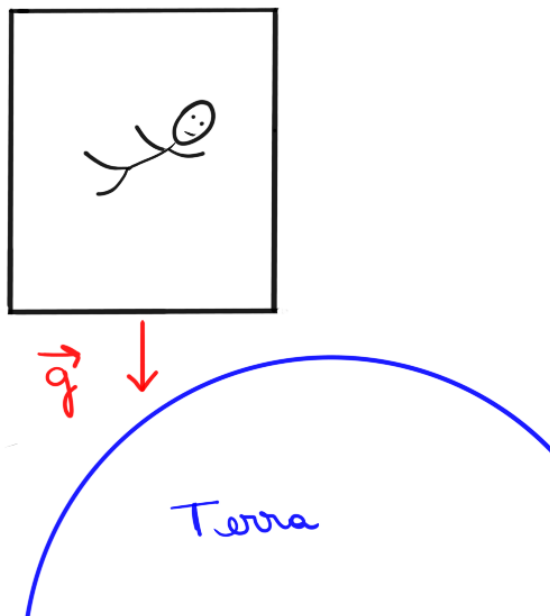
Figura 12 – Observador flutuando dentro do elevador



Fonte: Autoria própria

Após, faz-se a pergunta: “Imagine que você está em um elevador totalmente fechado, sem janelas para ver o lado de fora. Você está flutuando dentro dele. Por que você diria que está flutuando e não com os pés grudados no chão?”. Espera-se algumas respostas. Com sorte, alguma (ou algumas) pode ser “você está no espaço flutuando, já que lá não há gravidade!”. Depois, faz-se outro desenho, como o que segue:

Figura 13 – Observador em queda livre no campo gravitacional terrestre



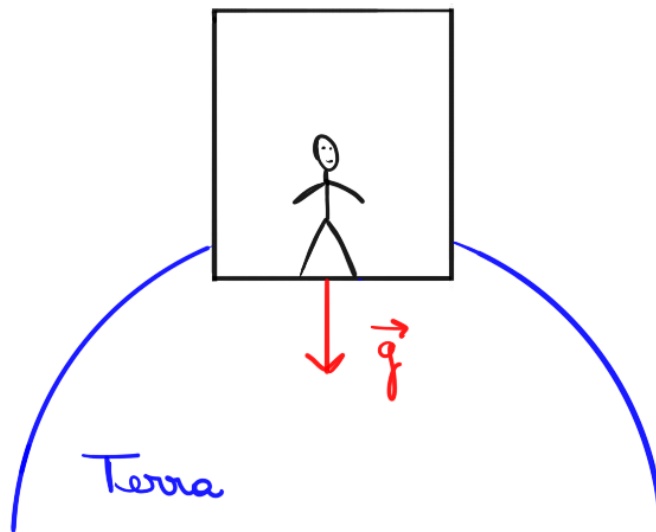
Fonte: Autoria própria



Agora, complementa-se a mesma situação com a seguinte pergunta: “Digamos que agora você consiga ver o lado de fora, e percebe que você está no campo gravitacional da Terra, caindo em direção a ela! A sensação de queda livre não é a mesma de estar flutuando na ausência de gravidade?”. O objetivo dessas questões é causar um conflito cognitivo na percepção que o aluno tem de gravidade e sua ausência, e que ambas as situações podem oferecer experiências idênticas.

Após, faz-se outro desenho, como abaixo:

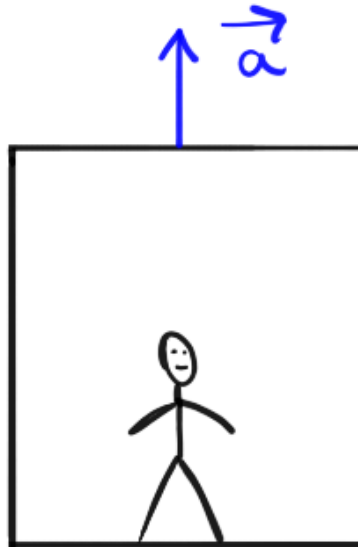
**Figura 14 – Observador em repouso no campo gravitacional terrestre**



**Fonte: Autoria própria**

E para este, faz-se a seguinte indagação: “Agora, imagine que você está no mesmo elevador de antes, e de novo, não pode ver o que está acontecendo do lado de fora. Você sente seus pés no chão, como sente normalmente no dia a dia. O que você concluiria?”. Novamente, esperam-se as respostas. Alguma delas pode ser “você está parado na Terra, onde tem gravidade”. Depois disso, com outro esquema, como o abaixo, levanta-se outra pergunta:

Figura 15 – Observador em um referencial (elevador) acelerado verticalmente para cima



Fonte: Autoria própria

“Mas e se na verdade você está em um elevador no espaço, longe da Terra, que está acelerando verticalmente para cima com a mesma aceleração de  $10 \text{ m/s}^2$ , que é a gravidade do nosso planeta... Você não sentiria que o elevador está sempre te empurrando de baixo para cima, dando a impressão de que tem gravidade ali dentro? Quando na verdade não tem?”. Essa é a outra situação consequente do princípio da equivalência. Novamente, o objetivo é fazer os alunos associarem as duas situações, e que elas trarão as mesmas percepções ao observador.

O princípio da equivalência pode ser difícil de entender em um primeiro contato, e o modo como é posto para ser apresentado aqui é similar aos experimentos mentais que Einstein fazia. Para complementar, um experimento pode ser feito, que consiste em fazer um elevador de brinquedo para elucidar o fenômeno físico. A montagem do artefato pode ser visto no artigo “Einstein, a Física dos Brinquedos e o Princípio da Equivalência” de Alexandre Medeiros e Cleide F. de Medeiros (2005).

Alguns dos brinquedos apresentados, consistem em um ressonador e em um copo com água. No caso do ressonador, com um copo metálico, faz-se uma trava de madeira por onde passará uma haste com um pesinho no final, e no início há uma argola para segurar. Antes de soltar o copo no chão, pergunta-se aos alunos: “O pesinho vai tocar o fundo do copo enquanto ele estiver caindo?”. Após, se solta o copo e percebe-se que o pesinho só toca o fundo quando o mesmo atinge o chão, ou caso se pegue o copo no meio do trajeto. Isso ocorre porque, de acordo

com o princípio da equivalência, a situação de queda livre e de ausência de gravidade são as mesmas quando experimentadas pelo pesinho no interior do copo.

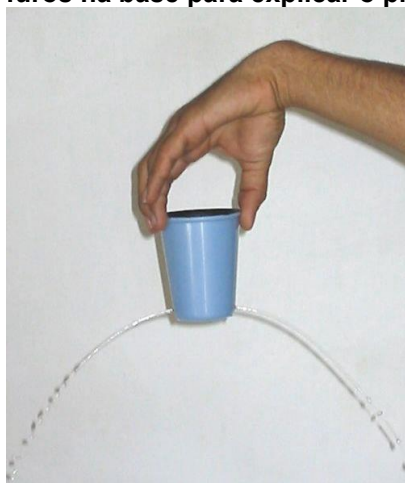
Outro modo de fazer o brinquedo também, este mais fácil, é fazer dois furos na base de um copo plástico, e colocar água nele e, enquanto a água jorra para fora, pergunta-se: “Ao soltar o copo, a água vai continuar caindo ou não?”. Após isso, percebe-se que, enquanto o copo está em queda, a água não cai. Novamente, pelo princípio da equivalência, essa situação é análoga à porção de líquido flutuar ali dentro, como se estivesse na ausência de gravidade.

**Figura 16 – Ressonador**



**Fonte: Einstein, a física dos brinquedos e o princípio da equivalência (MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. F. 2005)**

**Figura 17 – Copo com furos na base para explicar o princípio da equivalência**

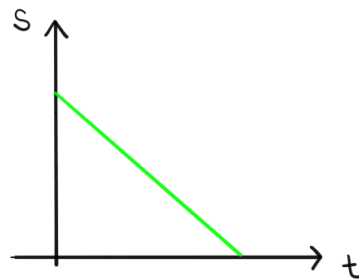


**Fonte: Einstein, a física dos brinquedos e o princípio da equivalência (MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. F. 2005)**

Deste modo, pode-se então concluir a explicação do princípio da equivalência, e o porquê de os tripulantes do avião parecerem estar na ausência de um campo gravitacional. A verdade é que, quando em queda livre, as sensações simuladas são idênticas às de estar em uma região onde a gravidade é nula.

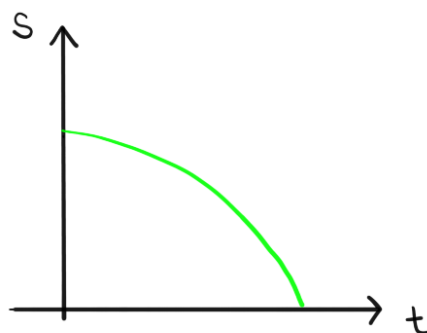
Agora, em quadro ou em slides, fazendo o uso de *gifs* (disponibilizados no apêndice A) é hora de abordar outro experimento mental: o do comportamento do raio luminoso para o observador que se encontra dentro do elevador, quando este está em velocidade constante (referencial inercial) e quando está sujeito à aceleração (referencial não inercial). Para ajudar a entender melhor a trajetória do raio, pode-se lançar mão dos desenhos dos gráficos  $S \times t$ , nas duas situações.

**Figura 18 – Gráfico  $S \times t$  com velocidade constante**



Fonte: Autoria própria

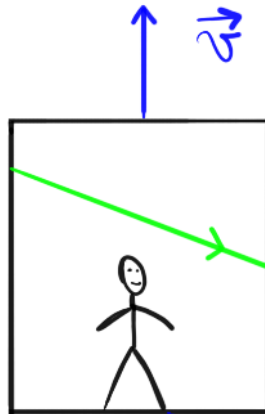
**Figura 19 – Gráfico  $S \times t$  com aceleração constante**



Fonte: Autoria própria

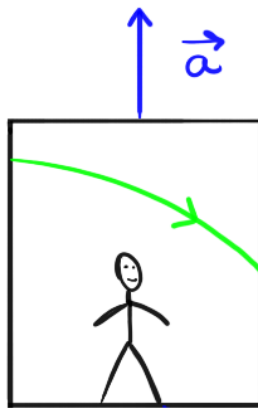
Como se pode notar, em um referencial inercial, o trajeto luminoso é uma reta inclinada, já em um não inercial, um movimento parabólico, como deveria ser.

Figura 20 – Raio de luz visto por um observador dentro do elevador em velocidade constante



Fonte: Autoria própria

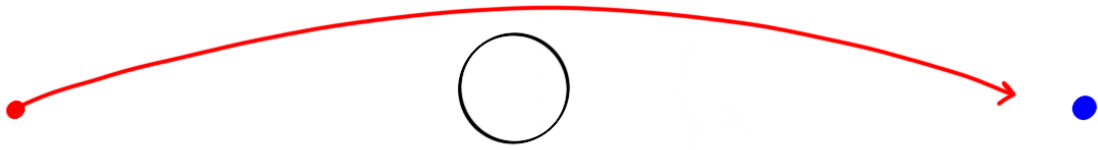
Figura 21 – Raio de luz visto por um observador dentro do elevador com aceleração constante



Fonte: Autoria própria

Aqui então, se explica que, quando o referencial é não inercial, ou seja, está sujeito a uma aceleração, o observador verá a luz se curvar. E como o princípio da equivalência assume que referenciais não inerciais e referenciais localizados em campos gravitacionais têm efeitos similares, logo: **em um campo gravitacional a luz deverá se curvar**. Isso pode ser ilustrado através de um desenho ou também com o uso de um *gif* (disponível no apêndice A).

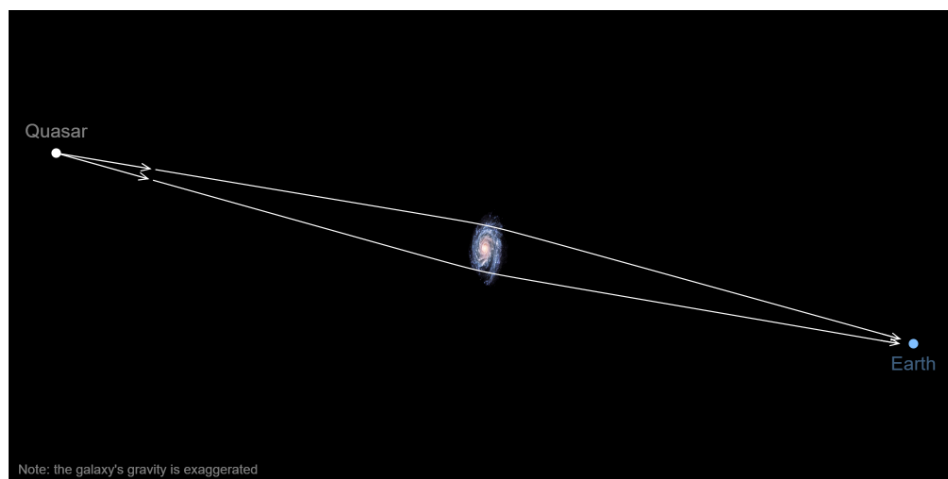
**Figura 22 – Deflexão da trajetória do raio de luz devido a um forte campo gravitacional**



**Fonte: Autoria própria**

Com isso, pode-se fazer uma breve passagem histórica, em slides (apêndice A), sobre a expedição em Sobral, em 1919, onde foi comprovado o desvio do raio luminoso de uma estrela devido ao campo gravitacional do Sol. Em seguida, apresenta-se o simulador *Gravitational Lensing*, do *JavaLab*.

**Figura 23 – Simulador *Gravitational Lensing* demonstrando a curvatura do raio luminoso**

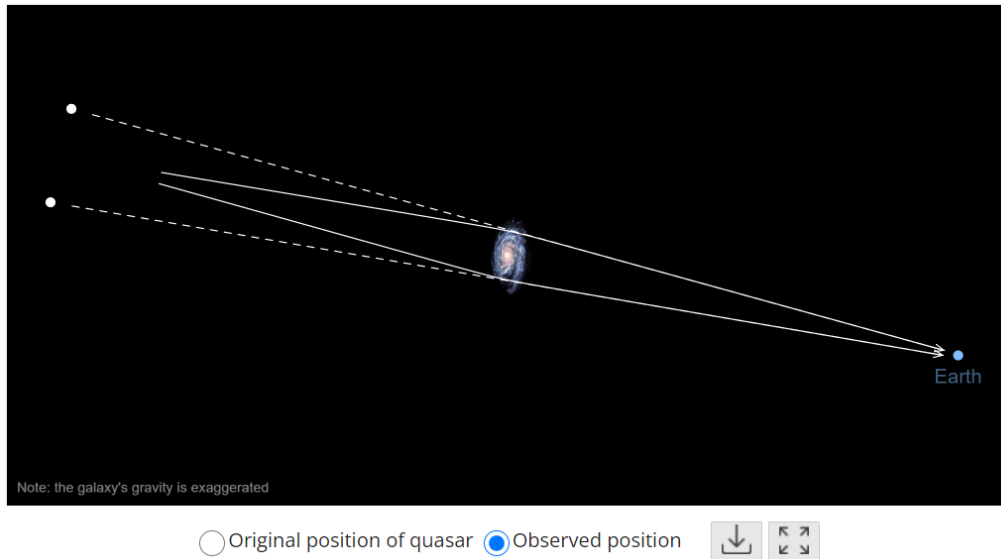


● Original position of quasar ○ Observed position  

**Fonte: *Gravitational Lensing* - JavaLab**

Este simulador é uma maneira lúdica de demonstrar como a luz proveniente de um quasar é encurvada perante um forte campo gravitacional, nesse caso devido à presença de uma galáxia. Também é possível visualizar as posições do quasar que serão vistas por um observador na Terra, e o mesmo verá mais de uma imagem.

**Figura 24 – Simulador *Gravitational Lensing* demonstrando as posições observadas do quasar**



**Fonte: *Gravitational Lensing* - JavaLab**

Posteriormente, explica-se que esse efeito é conhecido como lente gravitacional, e em slides, pode-se falar de mais exemplos e dos tipos de lentes que existem. Esse material está contido no apêndice A.

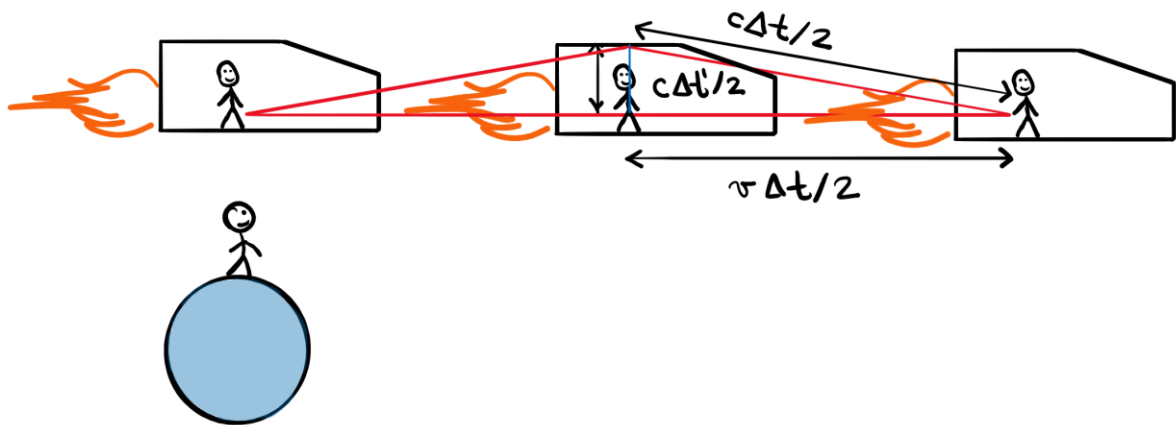
## Aula 2

Nesta aula, será abordado sobre o conceito de espaço-tempo. Pode-se começar explicando que existem sempre três coordenadas espaciais e uma temporal no mundo em que vivemos. Exemplos podem ajudar a entender, como: “A aula que temos é toda quinta-feira, no 2º andar da escola, na turma C”. A coordenada temporal seria o dia da semana, que é a quinta-feira, a localização espacial seria a própria sala. Enfatiza-se também que as coordenadas espaciais podem ser representadas como  $x$ ,  $y$  e  $z$ , e a temporal como  $t$ . Assim, explica-se o que é um evento: um acontecimento em um determinado lugar (coordenadas espaciais) em um determinado momento (coordenada temporal). A princípio ambas as coisas não se misturam. Mas logo após, instiga-se os alunos a pensarem: “Mas e na física moderna, na relatividade... Será que o espaço e o tempo não se misturam? Um pode interferir no andamento do outro ou não?”. Após alguns palpites, lembre-se algo que foi aprendido, que é o da constância da velocidade da luz, para realizar uma demonstração da dilatação do tempo (ainda conforme na relatividade restrita).

Como um dos objetivos específicos, os alunos não precisam saber de antemão a TRR, porém, essa demonstração não requer que o estudante tenha

conhecimentos desta teoria, sendo que o seu entendimento é possível somente ao saber da constância da velocidade luminosa para os dois observadores em referenciais inerciais. O experimento mental a ser realizado é o do feixe de luz em uma espaçonave, visto pelo observador de fora e o de dentro. Pode-se utilizar o quadro como recurso para desenhar em conjunto com um *gif* (visto no apêndice B), para melhor visualização do que está acontecendo.

Figura 25 – Trajetórias dos raios luminosos para o observador dentro e fora da espaçonave



Fonte: Autoria própria

Nesta etapa, é importante ir tentando acompanhar os alunos se eles estão conseguindo compreender o fenômeno, fazendo perguntas como “que caminho o observador dentro da nave vai ver do laser? E o de fora?”. Após, faz-se o cálculo matemático aplicando o teorema de Pitágoras em um dos triângulos. Isso vai chegar no seguinte:

$$c^2\Delta t^2 = v^2\Delta t^2 + c^2\Delta t'^2$$

Isolando o termo  $\Delta t$ , fica-se com:

$$\Delta t^2 = \frac{c^2\Delta t'^2}{c^2 - v^2}$$

Ao fatorar o termo  $c^2$  no denominador, o mesmo cancela com o  $c^2$  que há no numerador. Extraindo a raiz quadrada em ambos os lados, fica-se com:



$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Essa é a equação da dilatação do tempo que mostra como a passagem temporal passa para o observador que está do lado de fora da nave, medindo uma duração  $\Delta t$ , enquanto o que está do lado de dentro, mede  $\Delta t'$ . Para ajudar os alunos, pode-se fazer um exercício de fixação, como está no apêndice B. Após, define-se que a menor duração de tempo sempre é chamada de **tempo próprio** ( $\Delta t'$ ), e que todas as outras durações medidas são chamadas de **tempo coordenado** ( $\Delta t$ ), sendo todas estas maiores. Assim, o tempo próprio é sempre o menor possível.

Tendo entendido isso, vale ressaltar que é assim que a dinâmica espaço e tempo na relatividade mudam. Pode-se dizer que “quanto mais rápido se move no espaço, mais devagar o tempo passa para você”. Assim, se introduz o conceito de espaço-tempo, que os dois não são iguais, mas funcionam em conjunto. O que afeta em um, afeta em outro. Este é um ponto de partida para os alunos terem em mente como funciona o conceito de espaço e tempo na física moderna, mais especificamente, na relatividade.

Agora, lança-se outra questão: “Mas e quando tem a gravidade? Porque aqui, teve que se movimentar para o tempo passar mais devagar. Mas será que só estar parado na presença de uma gravidade, o tempo também não vai passar mais devagar ou mais rápido?”. Pode-se lembrar do princípio da equivalência, que um campo gravitacional é equivalente a estar se movendo com aceleração, então o tempo deveria ser afetado nesse caso também, já que aceleração está ligada ao conceito de movimento.

Após algumas respostas, ou algumas tentativas delas, exibem-se trechos do filme *Interestelar*. Os recortes do filme são cenas em que os tripulantes estão próximos a um planeta que orbita um buraco negro, denominado Gargantua. É avisado antes que cada hora na superfície do planeta equivaleria a 7 anos terrestres. Ao pousarem, eles acabam ficando algum tempo a mais do que o previsto, devido a um acidente, o que acaba atrasando a viagem de volta. Porém, ao retornar para a estação de onde haviam partido, haviam se passado 23 anos neste referencial (a mesma passagem de tempo que na Terra).

**Figura 26 – Cena do filme *Interestelar* quando os tripulantes se dão conta do lapso temporal**

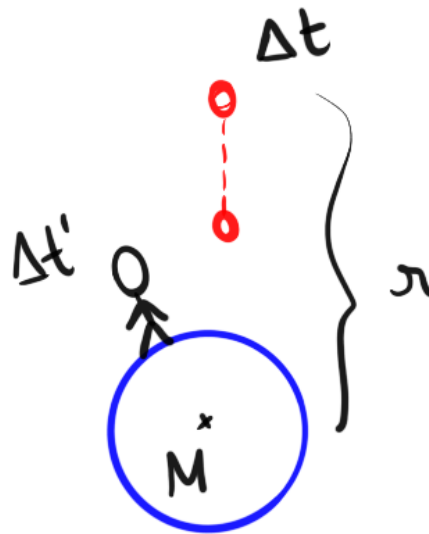


**Fonte: *Interestelar*, 2014**

Após a exibição, pergunta-se aos alunos: “E agora, por que houve essa diferença de tempo tão grande? Eles estavam parados na superfície do planeta, e não em movimento... Por que isso ocorreu?” Após alguns palpites, explica-se que, na presença de um campo gravitacional muito forte, mais lento o tempo vai passar para você, em comparação do que quem está mais afastado.

Agora, faz-se uma dedução da equação da dilatação do tempo quando na presença de um forte campo gravitacional. A equação que a seguir é demonstrada é rigorosamente obtida quando se impõe deformações na métrica de Minkowski no setor temporal e espacial e resolvendo as equações de campo de Einstein para o vácuo ( $R_{\mu\nu} = 0$ ), obtendo a então chamada métrica de Schwarzschild. No entanto, é claro que não será feito desse modo aqui. Há um outro método de fazer isso, utilizando o raciocínio de que o tempo próprio é sempre o menor a ser medido e lançando mão do princípio da conservação da energia. Inicialmente, pode-se fazer um esquema como o abaixo no quadro.

Figura 27 – Observador na superfície da Terra e uma bolinha caindo em direção à mesma



Fonte: Autoria própria

Neste raciocínio, suponha um observador na superfície terrestre e uma bolinha caindo em direção a ela. Propositadamente, chama-se de  $\Delta t'$  o tempo medido pelo observador, já que ele está mais próximo ao campo gravitacional e medirá o menor tempo (é interessante sempre fazer paralelos com a cena do filme, para ajudar na fixação do conceito) e conseqüentemente  $\Delta t$  é o tempo que passará no referencial da bolinha. Aplicando o princípio da conservação da energia para o movimento de queda da bolinha, tem-se que:

$$mgr = \frac{1}{2}mv^2$$

Vale salientar que  $r$  é a distância da bolinha até o centro da Terra. A massa é cancelada em ambos os lados, e isolando o termo  $v^2$  tem-se então que:

$$v^2 = 2gr$$

Nesse momento, lembra-se aos estudantes a equação para o campo gravitacional de um corpo com massa  $M$  (no caso, a massa da Terra), a qual é:

$$g = \frac{GM}{r^2}$$

Por fim, obtém-se que:

$$v^2 = \frac{2GM}{r^2}$$

Para concluir, insere-se esse termo na equação da dilatação temporal já anteriormente apresentada, ficando com:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}}$$

Essa é a equação mais adequada para descrever a passagem de cada duração de tempo para os dois referenciais quando sob a presença de um campo gravitacional. Essa demonstração foi encontrada no artigo “Uma dedução heurística da métrica de Schwarzschild”, de Rodrigo R. Machado e Alexandre C. Tort (2016). O objetivo de mostrar essa equação aos estudantes é deixar explícito que o responsável pelo lapso temporal é a massa do planeta. Junto com isso, pode-se fazer associações com o que foi visto no filme, como: “Na cena do filme, o buraco negro tem um alto valor de  $M$ ! Por isso o tempo foi tão afetado...” ou também “de nada adianta ter também um alto valor de  $M$ , se a distância que você está do buraco negro, o  $r$ , for muito grande... Quase não vai sentir o efeito da dilatação temporal”. Neste último caso, pode-se explicar que, com um  $r$  muito grande, a raiz no denominador fica igual a um, resultando em  $\Delta t' = \Delta t$ . Para entender melhor o que foi exposto, há um exercício de fixação, presente também no apêndice B.

Após, explica-se o funcionamento do GPS (*Global Positioning System*), e que o mesmo funciona levando em base essa correção no tempo, com base na equação acima. Explica-se também que, quanto mais longe de um campo gravitacional, mais rápido o tempo passa em relação a quem ficou aqui. Logo, o satélite em órbita está com o relógio adiantado comparado ao relógio que está na superfície da Terra.

### Aula 3

Nessa aula, será abordada a temática dos buracos negros, já que o filme do qual os trechos foram retirados também trata sobre isso. Inicialmente, pergunta-se se eles sabem o que são buracos negros. Aqui, já se pode esperar mais algumas respostas, já que é um tema bem recorrente na mídia. Após isso, é hora de falar sobre a formação desses objetos astronômicos (nesta aula, é interessante o uso de slides. O material encontra-se no apêndice C). Explica-se que eles se formam quando uma estrela de grande massa acaba contraindo em si mesma, e toda ela fica compactada em um ponto, gerando uma região de fortíssima gravidade, da qual nem mesmo a luz consegue escapar.

No entanto, instiga-se os alunos com uma pergunta: “No filme, o planeta orbitava o buraco negro, mas não caiu dentro dele. É possível ficar a uma distância do buraco negro que seja considerada segura? Até qual distância é perigoso ficar?”. Após algumas respostas, ou tentativas dela, fala-se sobre o que é o horizonte de eventos, ou raio de Schwarzschild. Novamente, para uma obtenção rigorosa deste valor de raio, é necessário resolver as equações de campo de Einstein para o vácuo da hipótese da métrica de Schwarzschild. No entanto, é possível obter esse valor de uma abordagem clássica e bem compreensível para alunos de ensino médio. Então, faz-se o seguinte raciocínio: explica-se que essa região limite, onde a partir dali nada do que entra pode voltar, é o chamado raio de Schwarzschild (ou horizonte de eventos), e que nessa região, a velocidade de escape é igual à da luz! Nesse momento, recorda-se a equação da velocidade de escape, a qual é:

$$v^2 = \frac{2GM}{r}$$

Como nesta fronteira,  $v = c$ , logo, basta isolar o valor de  $r$ , e chegar em:

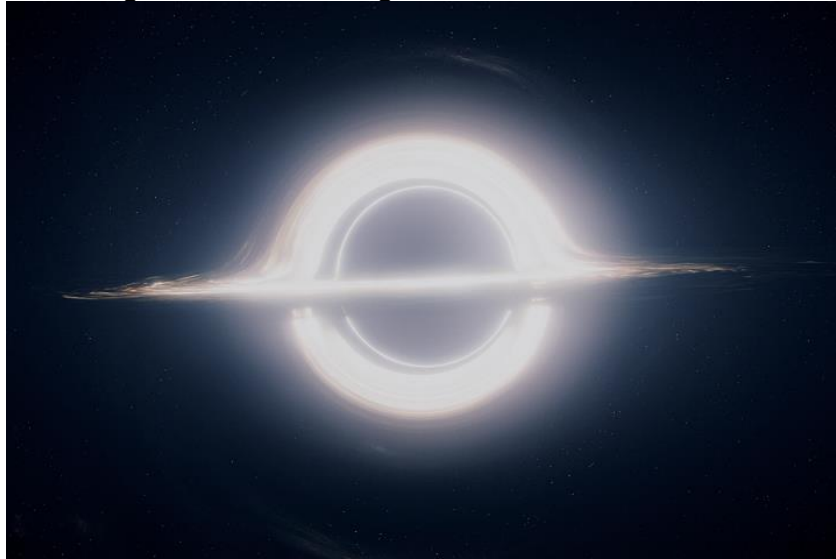
$$r = \frac{2GM}{c^2}$$

Para uma melhor denotação, pode-se definir  $r$  como  $R_S$ :

$$R_S = \frac{2GM}{c^2}$$

Então, explica-se que, a partir dessa região, a velocidade de escape é igual à da luz. Mas nada que tenha massa atinge essa velocidade, então ao chegar ali, é um caminho sem volta: o observador será inevitavelmente sugado pelo buraco negro.

**Figura 28 – Buraco negro visto no filme *Interestelar***



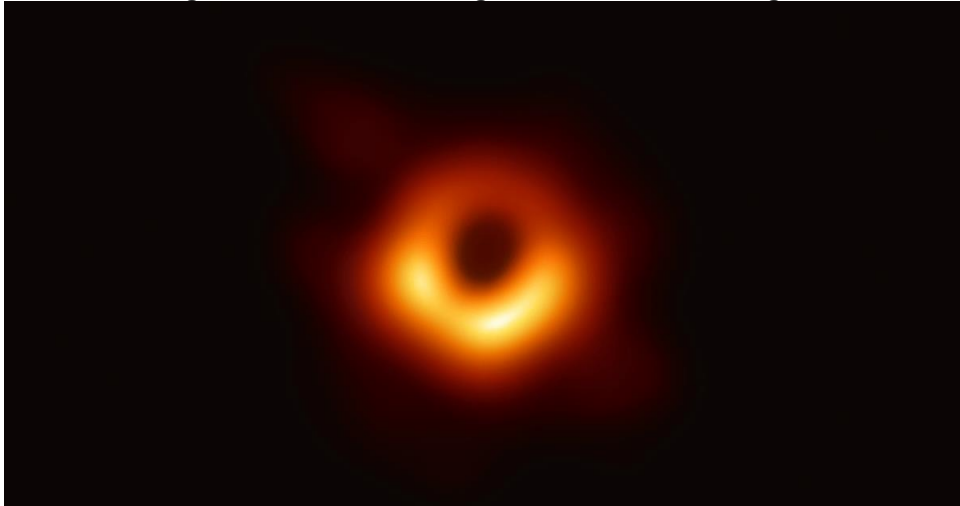
**Fonte: Digitais – PUC Campinas, 2014**

Aqui, é interessante realizar o exercício de fixação do horizonte de eventos (vide no apêndice C). Nesse momento, pode-se falar sobre a detecção dos buracos negros, e como ela é feita. Antes, lança-se uma pergunta: “Como é possível saber da existência de um buraco negro, se não há luz que saia dele para que o vejamos? Tem como tirar uma foto dele e ver que está ali?” Após algumas respostas, explica-se exatamente o que foi dito na pergunta: não há como ver diretamente um buraco negro. O que se pode fazer é tentar observar as consequências da sua presença, como as trajetórias das partículas em torno de uma região onde aparentemente não há nada, ali pode haver um buraco negro.

Nesse momento, recorre-se também a primeira foto tirada deste objeto. Provavelmente, uma pergunta pode ser o de “por que a foto estar borrada”. Explica-se então que essa técnica ainda está em andamento, e é a primeira foto de um buraco negro tirada. A foto levou dois anos para ser compilada, e pode-se “ver” o

buraco negro graças ao acúmulo de gás girando em torno dele, que tem aspecto brilhante.

**Figura 29 – Primeira fotografia de um buraco negro**



**Fonte: Jornal da USP, 2021**

#### **Aula 4**

Nesta aula, que será a última, o conceito de gravidade conforme a TRG será mais bem elucidado através do experimento da cama elástica, permitindo visualizar o que se chama de gravidade como a consequência de uma curvatura no campo gravitacional. A cama elástica pode ser providenciada e montada conforme indicam dois trabalhos já referenciados. Uma delas, no trabalho “Teoria da Relatividade Geral – Uma proposta em Ensino não formal” (NETO, A. A. G. 2020) possui uma elaboração bem mais complexa, que permite visualizar os efeitos da curvatura do raio luminoso com lasers, o que fica mais dinâmico na hora de apresentar aos alunos. Uma alternativa também é a cama elástica apresentada no trabalho “Atividade Experimental: A Cama Elástica como Proposta Metodológica para Introduzir Conceitos Básicos sobre Gravitação” (GIACOMELLI, A. C., ROSA, C. W., PEREZ, C. A. S. 2016), consistindo na montagem do equipamento com um tecido e canos de PVC, juntamente com algumas bolinhas de gude de diferentes massas.

Independente da escolha é possível demonstrar o cerne da gravitação einsteiniana: **a curvatura do espaço-tempo**. Nesta aula, se diz então que “agora será a hora de entender o que realmente é a gravidade na relatividade geral”. Com a cama elástica posta, explica-se que o espaço-tempo está sendo representado pelo tecido, lembrando que isto é uma analogia: o espaço-tempo tem quatro

dimensões, e o tecido está representando só duas. Primeiro sem nenhum corpo para deformar o tecido, joga-se uma bolinha de gude de massa pequena para não afundar o mesmo. A bolinha vai seguir seu trajeto sem se interferir por nada, passando livremente. Explica-se então que, quando não há curvatura, não há o que se chama de gravidade. Após, coloca-se uma bola maior, de massa suficiente para curvar o tecido. Agora, se diz que, quando há a presença de uma grande massa, esta deforma o tecido (curva o espaço-tempo). Jogando a bolinha de menor massa, percebe-se que essa será atraída pela maior: este é o resultado que chamamos de gravidade.

É hora de enfatizar aos estudantes então que, na TRG, a gravidade não é uma força, mas sim uma consequência de um espaço-tempo curvado na presença de uma massa. Por fim, responde-se a uma questão em aberto que ficou na primeira aula: o que transmite a informação da gravidade? Fazendo esta pergunta aos alunos. Depois, explica-se que o que transmite a informação da gravidade é uma onda, chamada de ondas gravitacionais, e que basicamente essas são perturbações no tecido da cama elástica (espaço-tempo) que quando chegam a um corpo, este responde sentindo a atração da gravidade. Isso pode ser explicado didaticamente do seguinte modo: coloca-se uma bolinha de gude no tecido (uma bolinha leve que não afunde o tecido), e faz-se leves batiques com o dedo sobre a cama elástica, a bolinha irá começar a se mexer, respondendo a vibração ocasionada pelos batiques. Essa é uma forma de explicar a onda gravitacional: como uma vibração que viaja pelo tecido e altera o modo como um corpo responde a essa informação. Pode-se explicar o que foi posto também na aula inicial, do Sol com respeito à Terra: o Sol envia essas ondas continuamente à Terra, que as recebe e entende como gravidade. É assim que ela sabe que deve orbitá-lo, porque está sempre recebendo essas ondas, e na velocidade da luz.

## **Aula 5**

Esta aula será destinada à avaliação. Esta será puramente conceitual, visando saber se o aluno realmente entendeu os conceitos fundamentais da TRG. Não serão cobrados cálculos, porque os que foram ensinados são de imediata aplicação, e não podem concluir o real aprendizado do estudante com relação às bases da teoria.



- 1) Descreva o que é um referencial não inercial. Use exemplos para facilitar (tente se lembrar de exemplos do dia a dia).
- 2) Explique o princípio da equivalência. Se ajudar, tente se lembrar do experimento feito em sala.
- 3) Explique o que são as lentes gravitacionais e como elas funcionam.
- 4) Se uma equipe de astronautas sai da Terra e decide ficar por quatro anos orbitando um buraco negro, ao voltar para o nosso planeta, o tempo que terá passado aqui será mais longo ou mais curto? Por quê?
- 5) Descreva o modelo de gravitação de Einstein. Tente se lembrar do experimento da cama elástica. Escreva como se tentasse responder a pergunta “por que as coisas caem?” ou “o que é a gravidade na relatividade geral?”.

## 11 CONCLUSÃO

Pode-se averiguar que existem trabalhos que tratam da inserção da RG no EM, inclusive alguns até trazendo propostas de sequências didáticas para tal. Apesar dos materiais disponíveis não serem abundantes, pode-se afirmar que as propostas trazem as bases da TRG de modo didático e que pode ser passado na sala de aula da educação básica.

O presente trabalho procurou reunir, em uma sequência didática, os principais conceitos da RG, de modo que o aluno não necessite saber de antemão a RR para um bom aprendizado. É possível dizer então que, com a devida transposição didática, é possível criar uma sequência de aulas na teoria da gravitação einsteiniana sem uma abordagem muito direta da complexa matemática, envolvendo tensores e geometria diferencial, mas sim somente com explanações de alguns conceitos, apresentação de princípios e demonstração de cálculos que não são difíceis de compreender para o estudante, no nível em que ele se encontra.

A inserção de conteúdos de FMC, bem como a própria RG, é possível e, como se vê na seção de justificativa, bem como na análise bibliográfica dos documentos curriculares, é necessária para que o estudante entenda a evolução do conhecimento científico como um patrimônio cultural, ou seja, entenda o desenvolvimento da ciência (nesse caso, mais especificamente a física) como parte da cultura e da história da humanidade, sem a qual muitos avanços não seriam possíveis.

## REFERÊNCIAS

- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Traduzido por Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016. Tradução de: L'Analyse de Contenu
- BATISTA, C. A. S.; SIQUEIRA, M. A inserção de Física Moderna e Contemporânea em ambientes reais de sala de aula: uma sequência de ensino aprendizagem sobre a radioatividade. – **Caderno Brasileiro de Ensino de Física** – v. 34, n. 3, p. 880-992, 2017.
- BLINDER, S. M. **Centennial of General Relativity (1915-2015); The Schwarzschild Solution and Black Holes**. Wolfram Research Inc., Champaign, IL 61820, USA. Disponível em: arXiv: 1512.02061v1 [physics.pop-ph]. Acesso em: 10 dezembro 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: versão preliminar**. [Brasília]: [MEC], 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_sit e.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf). Acesso em: 10 dez. 2021.
- PARANÁ. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Estaduais: versão preliminar**. [Curitiba]: [MEC], 2008. Disponível em: [https://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos\\_restritos/files/documento/2019-12/dce\\_fis.pdf](https://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos_restritos/files/documento/2019-12/dce_fis.pdf). Acesso em: 10 dez. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza e suas Tecnologias: versão preliminar**. [Brasília]: [MEC], 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2021.
- BRITO, N. C. **Sobre a construção das equações de Einstein da gravitação**. 2016. Monografia – (Bacharelado em Física) – Curso de Bacharelado em Física, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.
- BROCKINGTON, G.; PIETROCOLA, M. Serão as Regras da Transposição Didática Aplicáveis aos Conceitos de Física Moderna? - **Investigações em Ensino de Ciências** – v. 10 (3), p. 387-404, 2005.
- CHEVALLARD, Y. **La Transposicion Didactica: Del Saber Sabio al Saber Enseñado**. 3 ed. Argentina: La Pensée Sauvage, 1991.
- D'AGOSTIN, A. **Física Moderna e Contemporânea: Com a palavra professores do Ensino Médio**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação) – Curso de Pós-Graduação em Educação, Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2008.
- DIGITAIS PUC-CAMPINAS. **Filme Interestelar: Ficção (quase) científica**. 2014. Disponível em: <https://digitaispuccampinas.wordpress.com/2014/11/27/filme-interestelar-ficcao-quase-cientifica/>. Acesso em: 12 mar. 2022.

EINSTEIN, A. **Como vejo o mundo**. Tradução de H. P. de Andrade. 11 ed. Rio de Janeiro. Editora Nova Fronteira, 1981.

EINSTEIN, A. Sobre o princípio da relatividade e suas implicações. **Revista Brasileira de Ensino de Física** – v. 27, n.1, p. 37–61, 2005.

EXPERIÊNCIA DE MICHELSON – parte 3. [S.l.: s.n.], 2011. 1 vídeo (13 min). Publicado pelo canal FisicaModernaUFF. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=3XMVSYWD-Bg&t=9s>. Acesso em: 14 jun. 2021

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

HEWITT, P. G. **Física Conceitual**. 12<sup>a</sup> ed. 2015.

INTERESTELAR. Direção: Christopher Nolan. Produção de Lynda Obst Productions. Estados Unidos: Warner Bros, 2014. 1DVD.

JORNAL DA USP. **Nova imagem confirma estudos sobre o primeiro buraco negro já fotografado**. 2021. Disponível em: <https://jornal.usp.br/ciencias/nova-imagem-confirma-estudos-sobre-o-primeiro-buraco-negro-ja-fotografado/>. Acesso em: 11 mar. 2022.

LIMA, M. C. Sobre o surgimento das equações de Maxwell. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, Pará, v. 41, n. 4, e20190079, mai. 2019.

LINO, A. **Inserção de Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio: A Ligação entre Teorias Clássicas e Modernas sob a Perspectiva da Aprendizagem Significativa**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência da Matemática) – Curso de Educação para a Ciência e a Matemática, Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2010.

LOURENÇO, R. E. **Inserção de tópicos de física moderna e contemporânea no ensino médio: uma proposta didática para o 2º ano**. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso – (Licenciatura em Física) – Curso de Licenciatura em Física, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

MACHADO, R. R.; TORT, A. C. **Uma dedução heurística da métrica de Schwarzschild**. 2016. Material instrucional associado à dissertação de mestrado (Mestrado Profissional em Ensino de Física) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

McMAHON, D. **Relativity Demystified**. McGraw-Hill. 2006.

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. F. Einstein, a física dos brinquedos e o princípio da equivalência. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**. v. 22, n. 3, p. 299-315, dez. 2005.

NASA/ESA. A smiling lens. **Esa Hubble**, 2015. Disponível em: <https://esahubble.org/images/potw1506a/>. Acesso em: 11 mar. 2022.

NASA/ESA. Gravitational Lens G2237-0305. **Esa Hubble**, 1990. Disponível em: <https://esahubble.org/images/opo9020a/>. Acesso em: 11 mar. 2022.

NASA/ESA. The Sunburst Arc. **Esa Hubble**, 2019. Disponível em: <https://esahubble.org/images/heic1920a/>. Acesso em: 11 mar. 2022.

NATIONAL GEOGRAPHIC. **Buraco negro mais próximo da Terra „escondido à vista de todos“**. 2020. Disponível em: <https://www.natgeo.pt/ciencia/2020/05/buraco-negro-mais-proximo-da-terra-escondido-vista-de-todos>. Acesso em: 11 mar. 2022.

NETO, A. A. G. **Teoria da Relatividade Geral: uma proposta em Ensino não formal**. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica 3**. Eletromagnetismo. 1 ed. São Paulo. Edgard Blücher Ltda, 1997.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física Básica 4**. Ótica, Relatividade e Física Quântica. 1 ed. São Paulo. Edgard Blücher Ltda, 1998.

PELICER, M. R. **Cálculo tensorial e relatividade geral**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Física) – Curso de Bacharelado em Física, Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2016.

PORTAL UFPA. **Tese de professora da UFPA é selecionada em prêmio da Sociedade Brasileira de Física**. 2020. Disponível em: <https://portal.ufpa.br/index.php/ultimas-noticias2/11792-tese-de-professora-da-ufpa-e-selecionada-em-premio-da-sociedade-brasileira-de-fisica>. Acesso em: 11 mar. 2022.

REVISTA GALILEU. **Eclipse de Sobral: há 100 anos, evento comprovava a teoria de Einstein**. 29 mai. 2019. Disponível em: <https://revistagalileu.globo.com/Revista/noticia/2019/05/eclipse-de-sobral-ha-100-anos-evento-comprovava-teoria-de-einstein.html>. Acesso em: 11 mar. 2022.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE FÍSICA. **Buracos negros em rotação podem sofrer deformações de maré**. 13 mai. 2021. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/v1/home/index.php/pt/destaque-em-fisica/1323-buracos-negros-em-rotacao-podem-sofrer-deformacoes-de-mare>. Acesso em: 11 mar. 2022.

SOUZA, R. E. **Introdução à Cosmologia**. São Paulo. Editora da Universidade de São Paulo – EDUSP, 2004.

SCHIEFER, E. M. **Proposta de inserção de cosmologia no ensino médio técnico por intermédio de uma abordagem histórico-filosófica apoiada sobre os pressupostos de Gastón-Bachelard**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso – (Licenciatura em Física) – Curso de Licenciatura em Física, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

SEIXAS, M. O Princípio da Relatividade: de Galileu a Einstein. **Revista Brasileira de História da Matemática**. v. 5 n. 10, p. 43-46, out-2005/mar-2006.

SIQUEIRA, M.; MONTANHA, L.; BATISTA, C. A.; PIETROCOLA, M. 1A032 Obstáculos didáticos na inserção da Física Moderna e Contemporânea: um olhar a partir da formação de professores. **Tecné, Episteme y Didaxis: TED, [S. l.]**, n. Extraordin, 2018. Disponível em:

<https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/8704>. Acesso em: 6 oct. 2021.

TERRAZZAN, E. A. A inserção da Física Moderna e Contemporânea no Ensino de Física na Escola de 2º Grau. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 9, n. 3, p. 209-214, dez. 1992.

TIMBONI, K. S. **Elaboração de uma Unidade de Aprendizagem sobre Relatividade Geral para o Ensino de Física no Primeiro Ano no Ensino Médio**. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

THORNTON, S. T. **Modern Physics for Scientists and Engineers**. Fourth Edition. Cengage Learning. 2013.

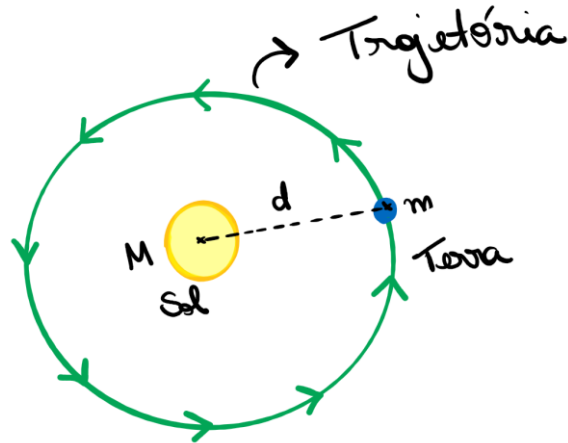
WUENSCHÉ, C. A. *et al.* **Introdução à Astronomia e Astrofísica**. INPE – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. São José dos Campos. 2018. Disponível em: [http://www.inpe.br/ciaa2018/arquivos/pdfs/apostila\\_completa\\_2018.pdf](http://www.inpe.br/ciaa2018/arquivos/pdfs/apostila_completa_2018.pdf). Acesso em: 05 out. 2021.

ZABALA, A. **A prática educativa: Como ensinar**. Tradução de Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Penso, 2014.

Zero-G Flight - Parabolic Flight with the Airbus A300 Of Novespace. [S.l.: s.n.]. 1 vídeo (7 min). Publicado pelo canal SPACE AFFAIRS. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=1ieR8hIXUlg>. Acesso em: 13 mar. 2022.

## APÊNDICE A

Como a Terra sabe que tem que orbitar o Sol?

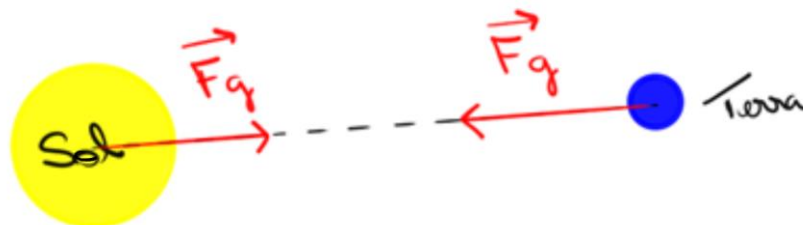


Como ela sabe que o Sol está a 150 milhões de quilômetros de distância e entende que tem que orbitar em torno dele?

Para Newton, a ação da força é à distância e a Terra sente essa força, que é de origem **gravitacional**. A equação da força é:

$$F_g = \frac{GMm}{d^2}$$

Onde  $M$  é a massa do Sol,  $m$  é a massa da Terra,  $d$  é a distância que separa um do outro e  $G$  é a constante gravitacional universal, de valor  $6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .



Mas quanto tempo leva para a informação da gravidade que “sai” do Sol “chegar” até a Terra?

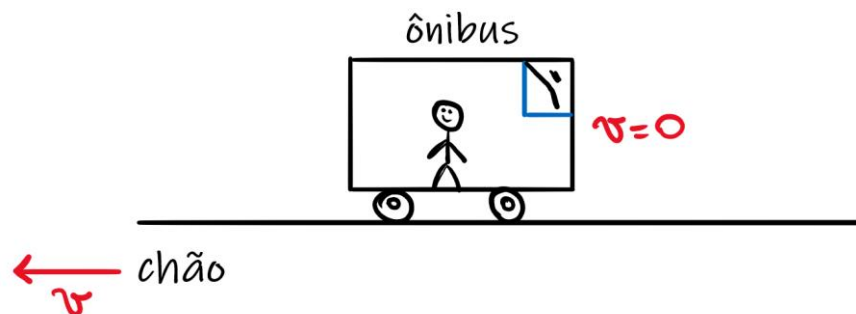
Perceba que na equação para a força, não tem a variável  $t$  de tempo. Para Newton, a gravidade viaja em uma velocidade instantânea, infinita!

**Conceitos fundamentais para a relatividade:**

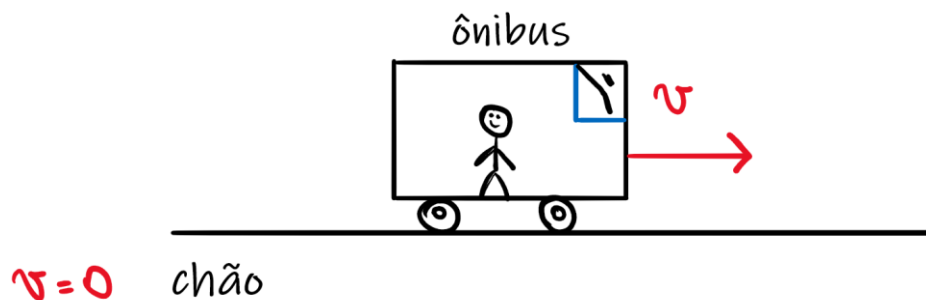
- 1) A velocidade da luz é a máxima que se pode atingir, para qualquer valor de informação
- 2) Todos medem o mesmo valor de velocidade da luz, independente de se estar movendo ou parado.

Logo, a informação da gravidade viaja com velocidade igual à da luz, que é de  $c = 300.000 \text{ km/s}$ .

### REFERENCIAL INERCIAL



É o ônibus que está se movendo para a direita e o chão que está parado, ou...



É o ônibus que está parado e o chão que está se movendo para a esquerda?



Quando a velocidade é constante, não há como distinguir: as sensações são as mesmas.

### REFERENCIAL NÃO INERCIAL

Você se sente “jogado” quando está em um referencial não inercial.



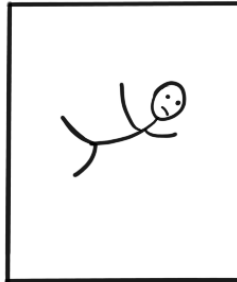
Referenciais não inerciais = referenciais com **aceleração**.

### PRINCÍPIO DA EQUIVALÊNCIA

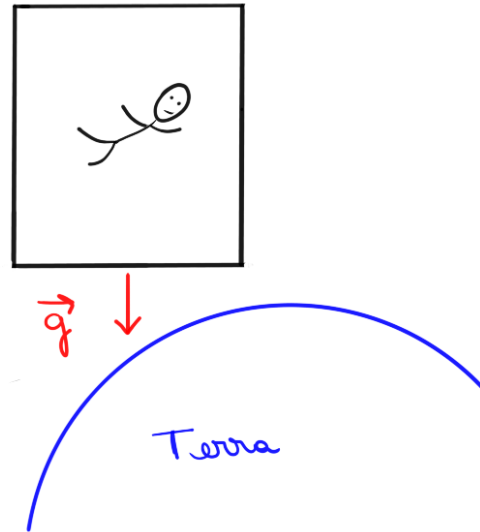
Link para o vídeo: <https://drive.google.com/file/d/1LrmFmfPFnF-JBITbQzQ5cGOhe-nMY-0O/view?usp=sharing>

1º Caso – A sensação de estar flutuando na ausência de gravidade é a mesma que estar em queda livre em um campo gravitacional.

Observador flutuando dentro do elevador

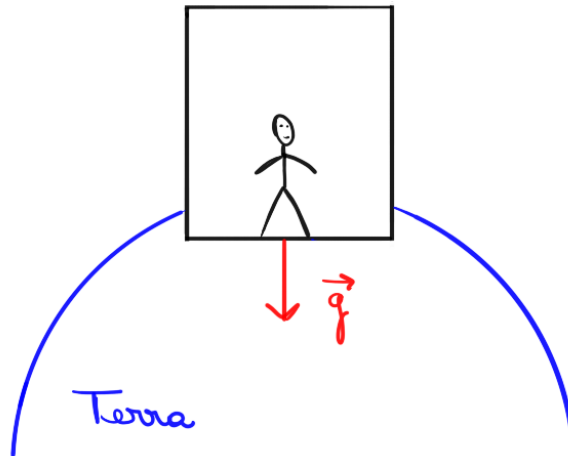


Observador dentro do elevador em queda livre em direção à Terra

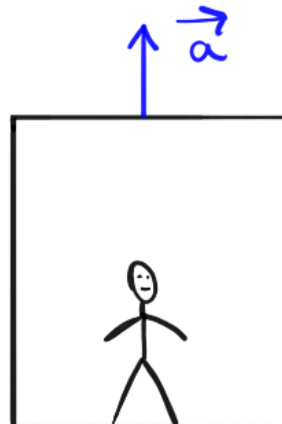


2º Caso – A sensação de estar em repouso num campo gravitacional e de estar acelerado verticalmente para cima é a mesma.

Observador dentro do elevador em repouso na superfície do planeta Terra



Observador dentro do elevador acelerado verticalmente para cima



**Explicação:** Se você está em um elevador fechado no qual não pode ver o lado de fora, e começa a flutuar, qual seria sua conclusão? De que está na ausência de gravidade ou em queda livre? Não há como distinguir, a sensação é a mesma.

Agora, imagine que está no mesmo elevador, mas sente o pé grudado no chão, qual sua conclusão? De que está em repouso na Terra ou acelerado para cima no espaço, com o elevador o “empurrando” para cima sempre? Também, de novo, a sensação é a mesma.

**O princípio da equivalência afirma que estar em um referencial inercial (sem aceleração) e em um não inercial (com aceleração) produz as mesmas sensações para o observador.**

## **EXPERIMENTO DO RAIO DE LUZ**

### **Vídeos**

**Elevador em velocidade constante (referencial inercial).**

Como o observador de fora vê:  
<https://drive.google.com/file/d/1h8XgHU0ZEPKugNw3aU5OukGTR5sniq7L/view?usp=sharing>

Como o observador de dentro vê:  
<https://drive.google.com/file/d/1H2k6888chrBbY3aY3bXxXfi-eTrttV23/view?usp=sharing>

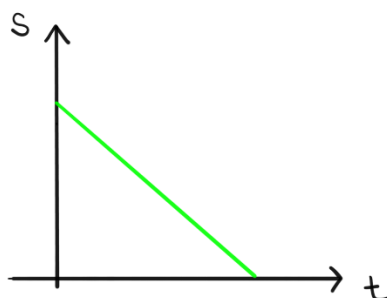
**Elevador em aceleração constante (referencial não inercial).**

Como o observador de fora vê:  
<https://drive.google.com/file/d/1h8XgHU0ZEPKugNw3aU5OukGTR5sniq7L/view?usp=sharing>

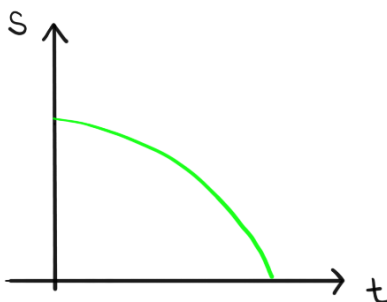
Como o observador de dentro vê:  
<https://drive.google.com/file/d/145bb8lhUv1hfJ4WBhQWq8j1PG7GBOVUx/view?usp=sharing>

## Gráficos da posição em função do tempo ( $S \times t$ )

Posição em função do tempo quando a velocidade é constante.



Posição em função do tempo quando a velocidade varia (tem aceleração)



## A expedição de Sobral

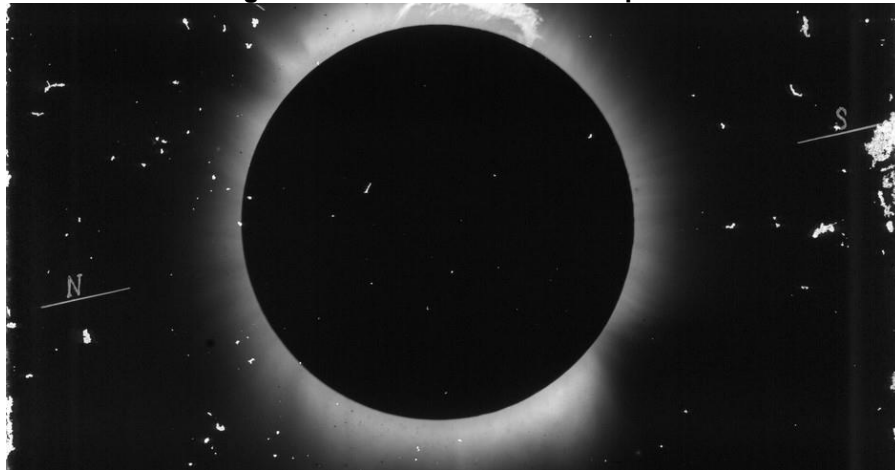
A expedição de Sobral reuniu astrônomos para comprovar que a luz tem sua trajetória encurvada quando na presença de um forte campo gravitacional, como o do Sol. Em 29 de maio de 1929, um eclipse solar total pode ser visualizado perto das 9h da manhã, e a equipe de astrônomos pode fazer fotografias do Sol encoberto.

Equipe de astrônomos se preparando para tirar as fotografias do eclipse



Fonte: Revista Galileu

Fotografia tirada do sol encoberto pela lua



Fonte: Revista Galileu

Outra equipe de astrônomos foi enviada até à Ilha de Príncipe, na África. No entanto, o tempo não acabou colaborando por lá, e então não foi possível comprovar o efeito. A cidade de Sobral acabou ganhando a fama por ser aquela que comprovou a primeira predição da relatividade geral!

Fonte: <https://revistagalileu.globo.com/Revista/noticia/2019/05/eclipse-de-sobral-ha-100-anos-evento-comprovava-teoria-de-einstein.html>

**Simulador**

**Gravitational**

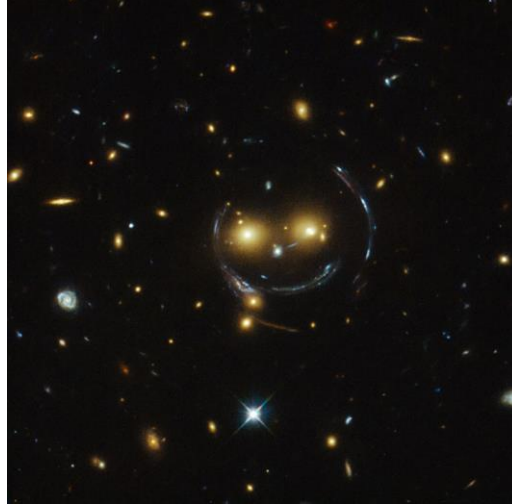
**Lensing:**

[https://javalab.org/en/gravitational\\_lensing\\_en/](https://javalab.org/en/gravitational_lensing_en/)

## O que são as lentes gravitacionais?

As lentes gravitacionais se formam quando corpos com muita massa (estrelas muito massivas ou aglomerados de galáxias) acabam encurvando a trajetória da luz proveniente de outro local, e o observador que a recebe vê então uma imagem distorcida do que é real, como se vê abaixo:

**Arco gravitacional com formato de rosto sorridente**



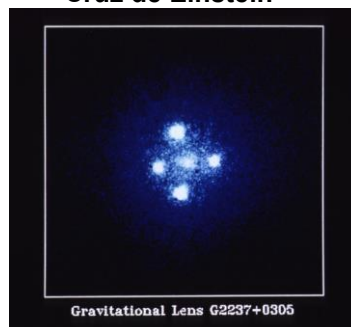
Fonte: NASA/ESA, 2015

**Lentes gravitacionais formando imagens replicadas da mesma estrela**



Fonte: NASA/ESA, 2019

**Cruz de Einstein**

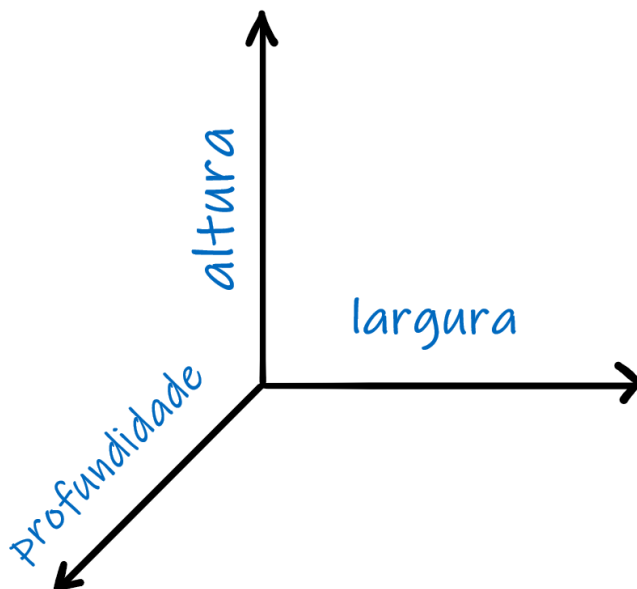


Fonte: NASA/ESA, 1990

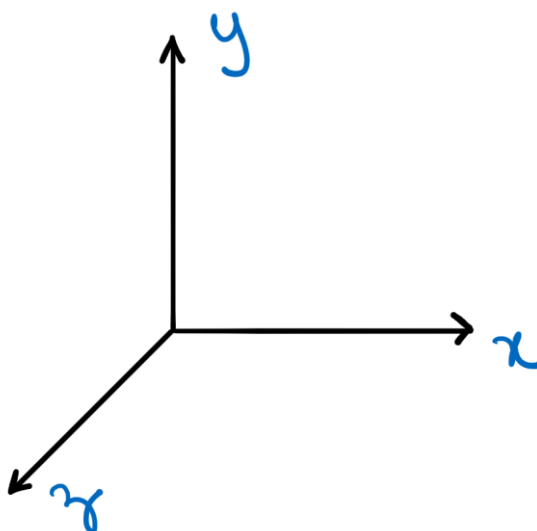
## APÊNDICE B

### O Espaço-Tempo

Vivemos no espaço, que tem três dimensões: altura, largura e profundidade.



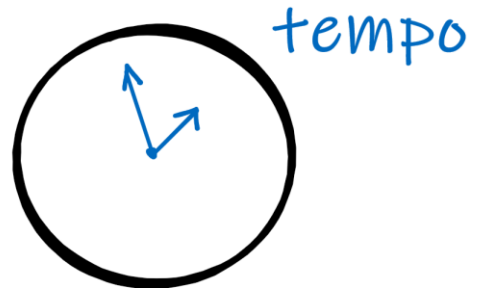
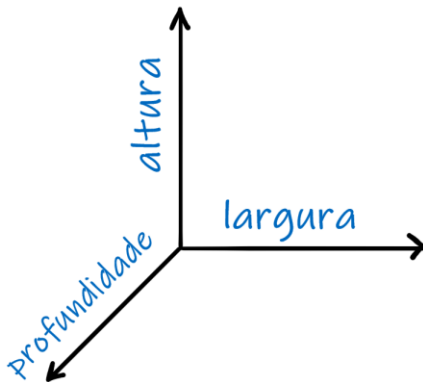
Mas também podemos falar em coordenadas  $(x, y, z)$ .



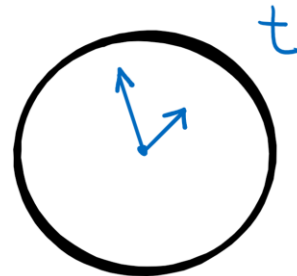
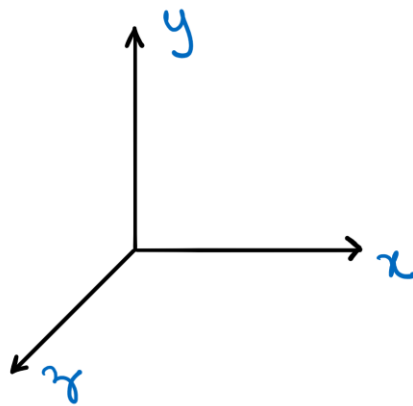
Localizamos-nos no dia a dia, como por exemplo: estudamos no 2º andar, na 3ª sala do lado direito. São coordenadas espaciais.

Mas também vivemos em um tempo. E para denotar algum evento, precisamos marcar um horário, por exemplo: nossa aula é no 2º andar, 3ª sala, do lado direito às 07h00min da manhã.

Para definir um **evento**, temos então quatro coordenadas: **altura**, **largura**, **profundidade** e **tempo**.



Ou, ainda:



Podemos representar um **evento** como  $(x, y, z, t)$ .

$x, y, z$  é o espaço, o lugar.

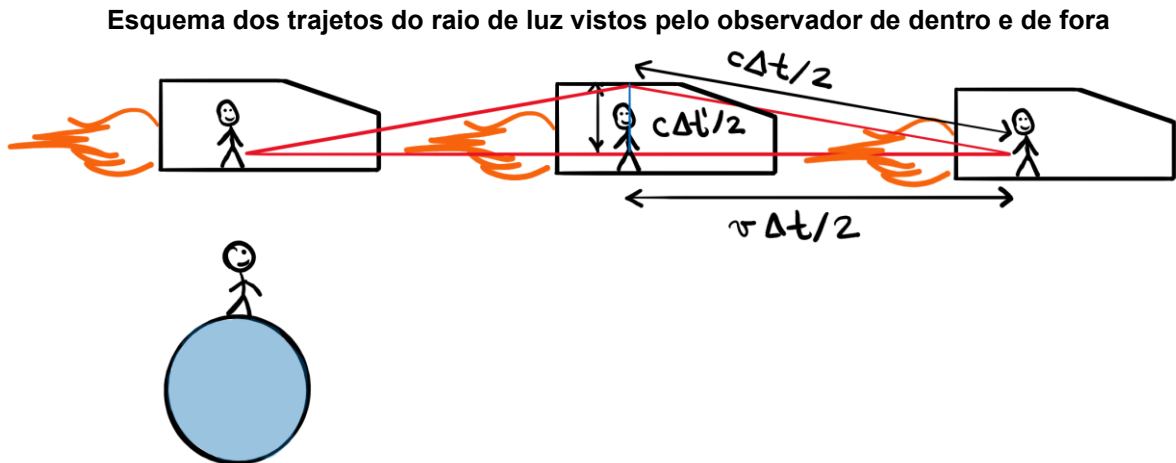
$t$  é o tempo, o horário.

O espaço e o tempo não têm nada a ver um com o outro. **Mas e na relatividade?**



O raio de luz na espaçonave em velocidade constante para o observador de dentro: [https://drive.google.com/file/d/1wN\\_Cncl-pg4LAlmSxMf83oV-7tazTi8M/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1wN_Cncl-pg4LAlmSxMf83oV-7tazTi8M/view?usp=sharing)

O raio de luz na espaçonave em velocidade constante para o observador de fora: <https://drive.google.com/file/d/1dOKdR-bH4wbWcxKMLducGetzOfv1i8l-/view?usp=sharing>



Aplice o teorema de Pitágoras no triângulo retângulo, em que  $\Delta t$  é o tempo que passa para o observador fora da nave, e  $\Delta t'$ , para o que está do lado de dentro. Isole o termo  $\Delta t'$ .

$\Delta t$ : tempo coordenado

$\Delta t'$ : tempo próprio

Sempre,  $\Delta t' < \Delta t$ . Em relatividade, espaço e tempo são conjuntos e um depende do outro. Quanto mais rápido se move pelo espaço, mais devagar o tempo passa para você.

Exercício: Um tripulante está viajando em uma espaçonave a 60% da velocidade da luz e realiza a sua viagem em uma hora. Quanto tempo um observador externo terá medido para a mesma viagem?

### E quando tem gravidade?

Trechos do filme Interestelar:

Primeiro:

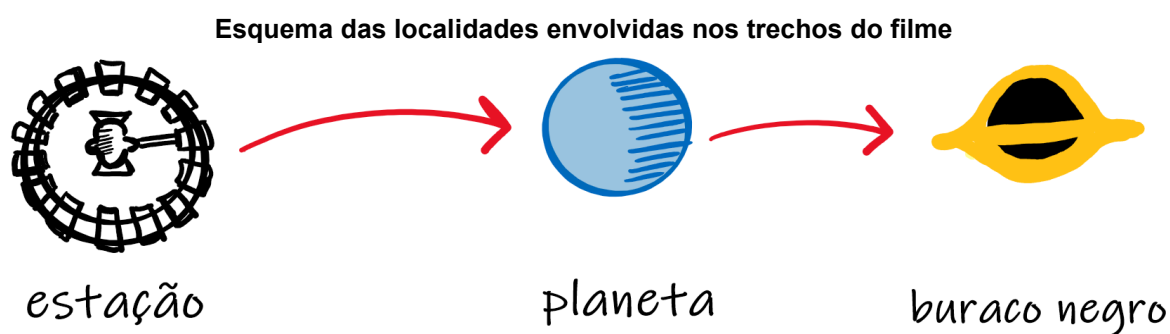
[https://drive.google.com/file/d/1GZ3MEvFEhj5aURVzcuLXakyBiy6vh-  
ip/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1GZ3MEvFEhj5aURVzcuLXakyBiy6vh-<br/>ip/view?usp=sharing)

Segundo:

[https://drive.google.com/file/d/1qHBRiuN4xQ7bVsrKX6S2cd4KDyZ2OouO/view?usp=  
=sharing](https://drive.google.com/file/d/1qHBRiuN4xQ7bVsrKX6S2cd4KDyZ2OouO/view?usp=<br/>=sharing)

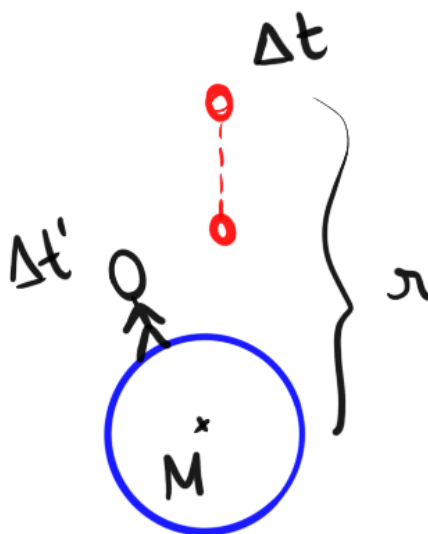
Terceiro:

[https://drive.google.com/file/d/13py1IRy6tz\\_0\\_57UT-Z-  
Be1tTGKCBNH-/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/13py1IRy6tz_0_57UT-Z-<br/>Be1tTGKCBNH-/view?usp=sharing)



A gravidade deforma a passagem do tempo, quanto mais alto o valor do campo gravitacional, mais devagar passa o relógio naquele local.

Observador vendo a bolinha em queda livre em direção à superfície terrestre



O tempo para o observador na superfície da Terra passa mais devagar comparado ao tempo que passa para a bolinha caindo.

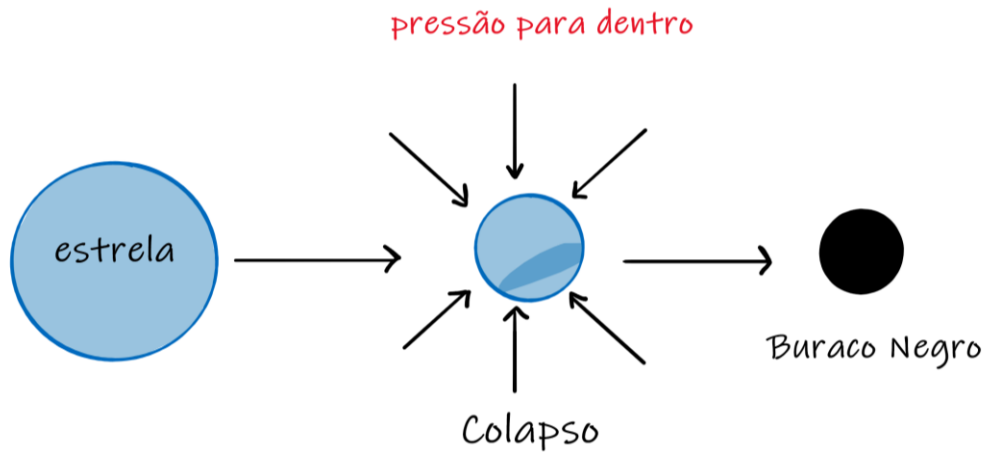
Exercício: Uma equipe de astronautas sai da Terra para orbitar durante 1 ano um buraco negro equivalente a 8 massas solares, a uma distância de 23.955 km. Quando eles retornarem à Terra, quanto tempo terá passado?

Obs.: 1 massa solar equivale a  $2 \times 10^{30} \text{ kg}$  e  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

## APÊNDICE C

### O que são buracos negros?

Buracos negros são corpos que anteriormente eram outro (como uma estrela) que não suportou a sua própria auto gravidade e pressão, entrando no que se chama de colapso gravitacional.



A gravidade é tão alta próxima de um buraco negro, que na sua superfície, a velocidade de escape é igual à da luz.

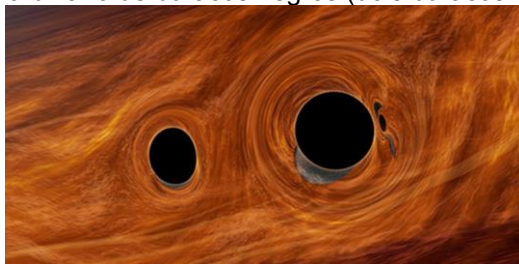
A superfície de um buraco negro é também chamada de horizonte de eventos. E o raio desta superfície é o conhecido **raio de Schwarzschild**.

Para calcular o raio:

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

### Imagens conceituais de buracos negros

Sistema binário de buracos negros (dois buracos negros)



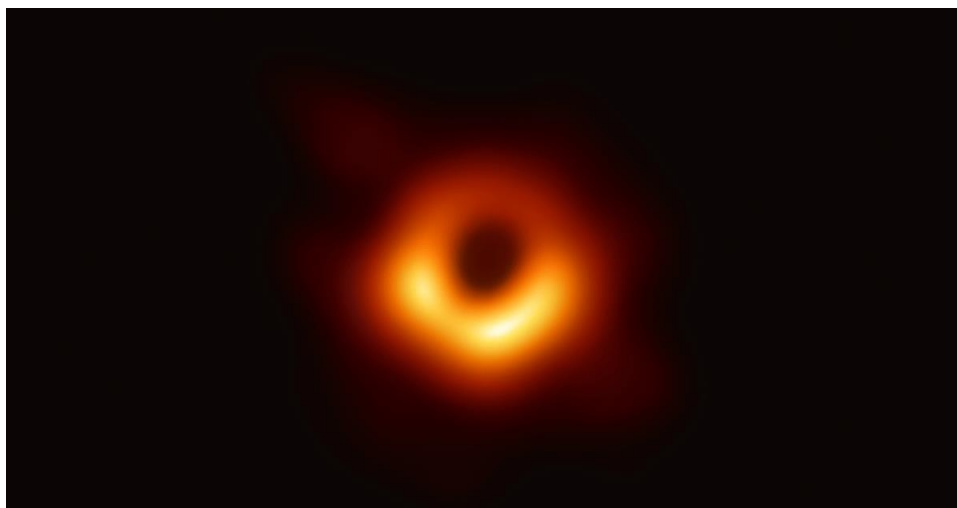
Fonte: Sociedade Brasileira de Física, 2021

Imagem ilustrativa de um buraco negro



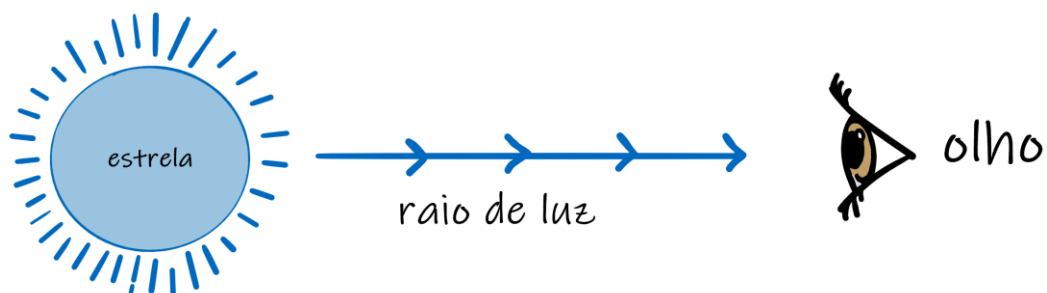
Fonte: Portal UFPA, 2020

### 1ª imagem real de um buraco negro



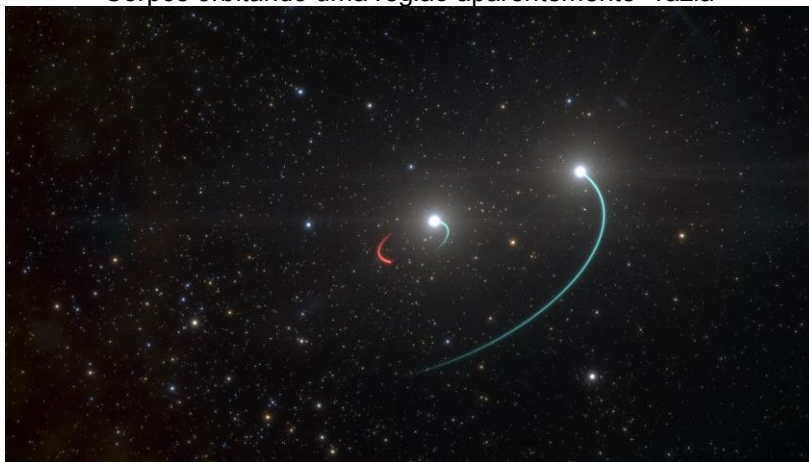
Fonte: Jornal da USP, 2021

Em um buraco negro, não há como a luz de dentro sair para chegar até os nossos olhos. Sabemos que para visualizarmos os objetos, é isso que deve acontecer, como no esquema abaixo.



No caso de um buraco negro, o raio de luz realmente não sai, mas é possível identificar o que há ao seu redor, que é o disco de acreção, formado pelo material brilhante que gira em torno dele, como se vê na foto real. Ou também, ao estudar órbitas de alguns corpos em torno de algo que não se vê (no caso, o próprio buraco negro), como na ilustração abaixo.

Corpos orbitando uma região aparentemente "vazia"



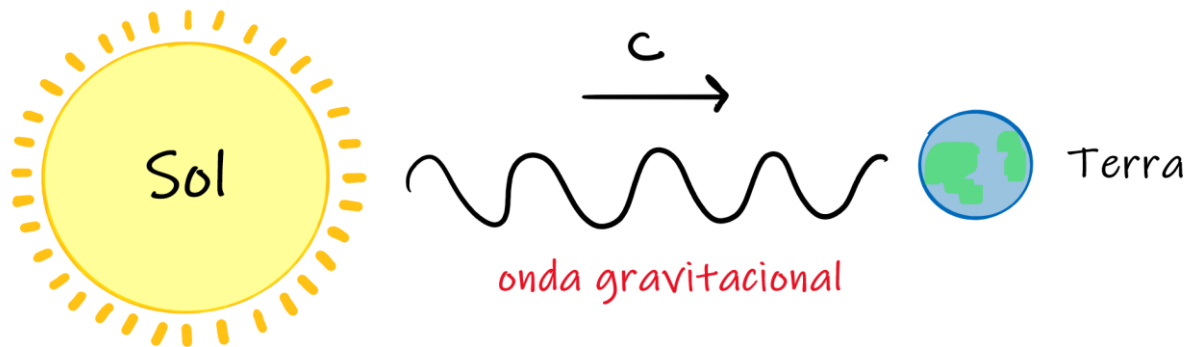
Fonte: National Geographic, 2020

Exercício: Um buraco negro apresenta uma massa equivalente a 5 massas solares. Calcule seu raio de Schwarzschild.

## APÊNDICE D

### Ondas gravitacionais

A informação da gravidade viaja a velocidade da luz. Um corpo com massa emite ondas e o outro a recebe, respondendo na forma de gravidade (orbitando). É o que o Sol faz com a Terra.



### A Gravidade

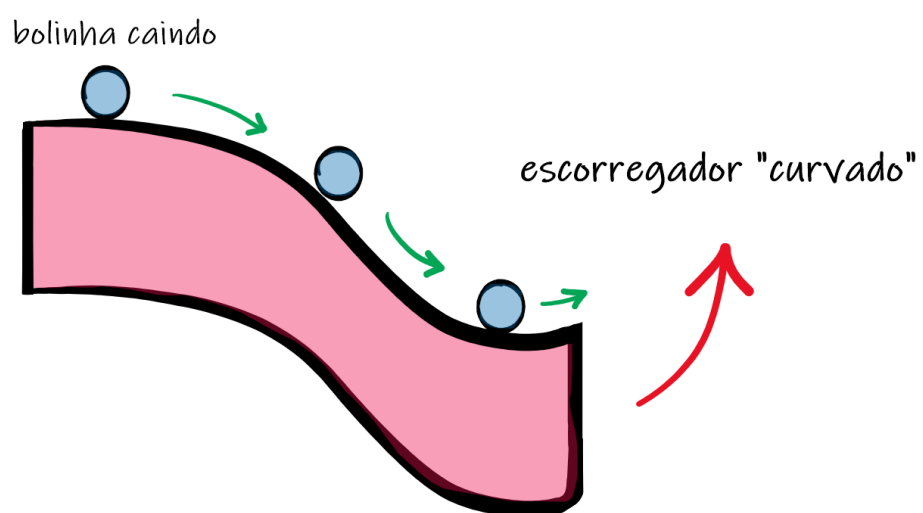
Em relatividade geral, a gravidade na verdade é a consequência de uma deformação no espaço-tempo (no “tecido” do espaço-tempo). Como visto no experimento, ao colocar um corpo de muita massa, ele deforma o tecido (o espaço-tempo ao redor) e os corpos menores orbitam o maior não por este ter mais massa, mas porque estão seguindo um caminho “natural” deles, em um espaço-tempo (“tecido”) curvado.

### Analogia

Pense em um escorregador e uma bolinha. Se o escorregador for plano, como abaixo...



...a bolinha não cai. Mas ao curvar...



...a bolinha cai, por causa da geometria do escorregador que foi modificada.