

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

RICARDO AUGUSTO TERUI HARTMANN

**OTIMIZAÇÃO HÍBRIDA POR ESTRUTURAS CELULARES DE ROLOS DE
CORREIAS TRANSPORTADORAS**

CURITIBA

2023

RICARDO AUGUSTO TERUI HARTMANN

**OTIMIZAÇÃO HÍBRIDA POR ESTRUTURAS CELULARES DE ROLOS DE
CORREIAS TRANSPORTADORAS**

Hybrid Optimization of Conveyor Belt Rollers Using Cellular Structures

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Mecânica dos Sólidos.
Orientador: Dr. Marco Antônio Luersen.
Coorientador: Dr. Laercio Javarez Junior.

CURITIBA

2023



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

Esta licença permite download e compartilhamento do trabalho desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es), sem a possibilidade de alterá-lo ou utilizá-lo para fins comerciais. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



RICARDO AUGUSTO TERUI HARTMANN

**OTIMIZAÇÃO HÍBRIDA POR ESTRUTURAS CELULARES DE ROLOS
DE CORREIAS
TRANSPORTADORAS**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Engenharia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Mecânica Dos Sólidos.

Data de aprovação: 27 de Junho de 2023

Dr. Marco Antonio Luersen, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Dra. Ana Paula Carvalho Da Silva Ferreira, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Dr. Carlos Henrique Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Dr. Edson Antonio Capello Sousa, Doutorado - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp)

Dedico este trabalho à minha esposa, familiares e amigos pelos momentos de ausência.

AGRADECIMENTOS

Certamente estes parágrafos não irão conter todas as pessoas que fizeram parte dessa importante fase de minha vida, mas elas podem ter a certeza de que fazem parte do meu pensamento e de minha gratidão.

Agradeço primeiramente a Deus por toda sua generosidade e misericórdia em me oferecer principalmente a coragem e determinação na busca dos meus objetivos. Agradeço a Ele, por ter colocado em minha vida pessoas extraordinárias como meus pais, esposa e amigos que me compreenderam e apoiaram durante toda a jornada deste trabalho. Seu amor, compreensão e suporte foram a base que me permitiu perseverar e alcançar esta etapa importante.

Meus sinceros agradecimentos aos professores Dr. Marco Luersen e Laércio Javarez pela atenção, paciência e toda a orientação para o sucesso deste trabalho. Sua paciência, disponibilidade e habilidades de orientação foram inestimáveis para o meu crescimento acadêmico e pessoal. Sou grato por suas valiosas sugestões, críticas construtivas e encorajamento constante.

Agradeço a Universidade Tecnológica Federal do Paraná, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia e de Materiais (PPGEM-CT) e ao Laboratório de Mecânica Estrutural (LaMEs) por, mais uma vez, disponibilizarem toda a infraestrutura necessária para o trabalho.

Gostaria de expressar meus mais sinceros agradecimentos a todos que contribuíram para a realização desta dissertação. Este trabalho representa o resultado de anos, de esforço, dedicação e colaboração de muitas pessoas, e estou profundamente grato por todas as formas de apoio e incentivo que recebi ao longo desse processo.

Agradeço ao CNPq, que durante o período conturbado da pandemia, me ofereceu apoio financeiro através de uma bolsa de fomento à pesquisa.

Lembre-se de que a otimização é o resultado do esforço contínuo, da inteligência e da habilidade de aproveitar ao máximo cada oportunidade.
(ZIGLAR, 1986).

RESUMO

Sistemas de correias (ou esteiras) transportadoras são responsáveis pelo transporte e movimentação de materiais a granel em diversos setores da economia ao redor do mundo. A correta aplicação e manutenção desses equipamentos é de extrema importância para garantir o funcionamento e o abastecimento contínuo dos materiais que eles transportam. Qualquer parada de funcionamento pode representar uma grande quantia de perdas em faturamento e influenciar o restante da cadeia de suprimentos. Deste modo, o projeto otimizado dessas estruturas com o objetivo da redução de massa pode trazer benefícios, como menor consumo de energia e a facilitação da manutenção e troca dos rolos. Normas de institutos governamentais e de associações industriais apresentam guias e referências construtivas para as correias transportadoras e seus componentes. No entanto, ainda existem algumas lacunas e situações inexploradas. O recente avanço da tecnologia de manufatura aditiva ampliou as possibilidades de projeto, antes limitadas pelos processos produtivos tradicionais. Estudos recentes apresentam a otimização dos rolos, parte fundamental do funcionamento mecânico do sistema das correias transportadoras. Novas geometrias e materiais foram sugeridos. Neste contexto o presente trabalho propõe uma otimização híbrida do projeto de um rolo de carga polimérico, contemplando parâmetros dimensionais desse componente (tubo e eixo) e a topologia por estrutura celular (estrutura tipo *lattice*) do tubo. Devido ao alto tempo computacional demandado para a realização de uma otimização direta da estrutura *lattice*, faz-se uso de metamodelagem baseada no método Kriging, sua otimização através do algoritmo *Globalized Bounded Nelder-Mead* (GBNM) e um processo iterativo de refino do metamodelo. O problema de otimização é definido como a minimização de uma função combinada da massa e da flexibilidade do sistema, sujeita às restrições do ângulo de desalinhamento dos mancais e da tensão admissível do tubo do rolete. Em comparação com resultados obtidos com a utilização da otimização paramétrica, a otimização híbrida trouxe uma redução 10% superior na massa do rolo. A redução de massa obtida a partir dessa metodologia, aplicada a um tipo construtivo de rolete utilizado para transporte de minério, foi de 46,3% em relação ao projeto inicial.

Palavras-chave: Rolos de Correias Transportadoras; Otimização Topológica; Estrutura Celular; Metamodelo.

ABSTRACT

Conveyor belt systems are responsible for moving bulk materials in several sectors of economy around the world. The correct application and maintenance of these equipment is extremely important to guarantee the continuous operation and supply of the materials they transport. Any downtime can represent a large amount of lost revenue and influence the rest of the supply chain. In this way, the optimized design of these structures with the objective of reducing mass can bring benefits of lower energy consumption for moving the system and easier maintenance and replacement of rolls. Standards from governmental institutes and industrial associations present guides and constructive references for conveyor belts and their components. However, there are still some gaps and unexplored situations. The recent advancement of additive manufacturing technology has provided design freedom, previously limited by production processes. Recent studies present the optimization of rolls, a fundamental part of the mechanical functioning of the conveyor belt system. New geometries and materials were suggested. Within this context is inserted the present work, which proposes a hybrid optimization of the design of a polymeric central roll for a carrying idler, considering dimensional parameters of this component (tube and shaft) and the topology by cellular structure (lattice type structure) of the tube. Due to the high computational time required to carry out a direct optimization of the lattice structure, metamodeling based on the Kriging method is used. Which is optimized through the Globalized Bounded Nelder-Mead (GBNM) algorithm and an iterative metamodel refinement process. The optimization problem is defined as the minimization of a combined function of the mass and the compliance of the system, subject to the constraints of the bearing misalignment angle and the allowable stress of the roller tube. Compared to results obtained through parametric optimization, hybrid optimization brought a 10% greater reduction in the roll mass. The mass reduction obtained from this methodology, applied to a constructive type of roller used to transport ore, was 46.3% compared to the initial project.

Keywords: Belt Conveyor Idler; Topology Optimization; Lattice Structure; Surrogate Model.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Transportador de correia na indústria de minério	13
Figura 2 - <i>Truck</i> de <i>skate</i> preenchido com estrutura celular.....	15
Figura 3 - Principais componentes de um sistema de correias transportadoras	18
Figura 4 - Rolete de esteira transportadora (rolete de carga triplo) e vista em corte do rolo central.....	20
Figura 5 - Modelos de célula unitária obtidas pelo Método Primitivo	23
Figura 6 - Modelos de célula unitária obtidas pelo Método Baseado na Superfície Implícita	23
Figura 7 - Padrão Direto versus Padrão Conformal	24
Figura 8 - Tipos de otimização estrutural: a) Dimensional, b) de Forma e c) Topológica	25
Figura 9 - Exemplo de problema de otimização topológica para maximização da rigidez da estrutura	27
Figura 10 - Representação do Método de Homogeneização	28
Figura 11 - Método <i>On/Off</i> : espaço discretizado e representação dos materiais	28
Figura 12 - Diagrama da função <i>level set</i> e sua fronteira implícita.....	29
Figura 13 - Exemplos aplicados de otimização topológica. (a) Conexão de porta aeronáutica original. (b) Braço de suspensão automotiva original. (c) Conexão de porta aeronáutica otimizada. (d) Braço de suspensão automotiva otimizada	30
Figura 14 - Estrutura otimizada por Teufelhart e Reinhart (2012) considerando a tensão de von Mises média como função objetivo	31
Figura 15 - Braço de drone e suas condições de carga, (a) projeto original da peça, (b) condição de carga	32
Figura 16 - Braço de drone otimizado com restrições de manufatura: (a) modelo CAD e (b) peça fabricada por FDM.....	32
Figura 17 - Otimização em múltiplas escalas	33
Figura 18 - Solução lattice utilizando o método de densidade variável	34
Figura 19 - Dois tipos de célula com variável geométrica t : (a) quadrado regular, (b) treliça cruzada.....	35
Figura 20 - Problema de viga engastada discretizado em $N_x \times N_y$ subestruturas	35
Figura 21 - Resultados do problema de viga engastada para dois tipos de estrutura celular com diferentes resoluções de discretização	36
Figura 22 - Células pré-definidas com tamanhos variados	36
Figura 23 - Condições iniciais do problema de viga engastada: (a) resultado convencional da otimização topológica SIMP e (b) SGM gerado com estrutura celular não uniforme	37
Figura 24 - Correlações com a variação de p	41
Figura 25 - Correlações com a variação de θ	42
Figura 26 - Ilustração do modelo inicial do rolo	44
Figura 27 - Ilustração em corte longitudinal do modelo do rolete, com indicação das variáveis da otimização paramétrica e do domínio do projeto da otimização topológica (OT).....	45

Figura 28 - (a) Modelo simplificado, correspondente a $\frac{1}{2}$ da geometria, (b) seção de corte do modelo simplificado	46
Figura 29 - Cuva de tensão-deformação do HDPE	47
Figura 30 - Representação do mancal no modelo de elementos finitos do rolete (elemento COMBI214 do Ansys)	48
Figura 31 - Representação do desalinhamento do eixo	49
Figura 32 - Pontos de obtenção do descolamento para cálculo do ângulo de desalinhamento do eixo.....	50
Figura 33 - Região de interesse para avaliação da tensão de von Mises no tubo (em vermelho).....	51
Figura 34 - Ponto de interesse para avaliação da tensão de von Mises no eixo (localizado na região central do eixo ao longo de sua coordenada longitudinal)	51
Figura 35 - Representação da métrica de distorção (<i>skewness</i>)	52
Figura 36 - Três malhas representativas do estudo de convergência.....	53
Figura 37 - Variáveis da otimização paramétrica.....	54
Figura 38 - Unidades celulares disponíveis no software Ansys	55
Figura 39 - Fluxograma do processo de otimização híbrida com metamodelagem	58
Figura 40 - Função analítica de Branin-Hoo.....	59
Figura 41 - Evolução do tempo variando-se o número de avaliações da função objetivo.....	60
Figura 42 - Evolução do mínimo em função do número de avaliações da função objetivo.....	61
Figura 43 - Pontos de mínimo conforme número de avaliações.....	62
Figura 44 - Análise gráfica da influência do número de pontos na elaboração de um metamodelo: (a) 20 pontos, (b) 40 pontos e (c) função analítica.....	63
Figura 45 - Teste de desempenho do metamodelo sobre a função de Branin-Hoo, considerando tempo de processamento e erro percentual.....	65
Figura 46 - Evolução da massa do rolo na otimização paramétrica inicial.	66
Figura 47 - Evolução do ângulo \square na otimização paramétrica inicial.....	66
Figura 48 - Evolução da tensão máxima no eixo na otimização paramétrica inicial.	66
Figura 49 - Evolução da tensão máxima no tubo na otimização paramétrica inicial.	67
Figura 50 - Distribuição percentual do tempo computacional na otimização paramétrica inicial.....	67
Figura 51 - Evolução do tempo da otimização paramétrica nos pontos obtidos da otimização.....	68
Figura 52 - Evolução da massa do rolo na otimização híbrida.	69
Figura 53 - Evolução do ângulo beta na otimização híbrida.	70
Figura 54 - Evolução da tensão máxima no eixo na otimização híbrida.	70
Figura 55 - Evolução da tensão máxima no tubo na otimização híbrida.....	70
Figura 56 - Distribuição percentual do tempo computacional na otimização híbrida.	71
Figura 57 - Evolução do tempo da otimização híbrida nos pontos otimizados.	71
Figura 58 - Evolução da massa do rolo na otimização híbrida de estrutura lattice de célula cúbica cruzada.....	73
Figura 59 - Evolução do ângulo beta na otimização híbrida de estrutura lattice de célula cúbica cruzada.	74

Figura 60 - Evolução da tensão no eixo na otimização híbrida de estrutura lattice de célula cúbica cruzada.....	74
Figura 61 - Evolução da tensão no tubo na otimização híbrida de estrutura lattice de célula cúbica cruzada.....	74
Figura 62 - Distribuição percentual do tempo computacional na otimização híbrida.	75
Figura 63 - Evolução do tempo da otimização híbrida nos pontos otimizados.	75
Figura 64 - Distribuição de densidades após otimização topológica lattice inicial: (a) vista tridimensional em perspectiva, e (b) vista em corte.	77
Figura 65 - Renderização de estrutura reticulada com célula cúbica, tamanho 5 mm: (a) vista tridimensional em perspectiva, e (b) vista em corte.	78
Figura 66 - Renderização de estrutura reticulada com célula cúbica, tamanho 10 mm: (a) vista tridimensional em perspectiva, e (b) vista em corte.	79
Figura 67 - Vistas em seção transversal: (a) distribuição de densidades em reticulado com célula cúbica, tamanho 5 mm, (b) renderização de estrutura reticulada com célula cúbica.....	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Carga mínima admissível [em N] nos rolos de carga dupla, série 50 com comprimento de 800 mm.....	19
Tabela 2 - Comparação do resultado otimizado com o projeto original do estudo de caso realizado por Tang <i>et al.</i> (2017)	33
Tabela 3 - Comparação dos resultados entre métodos de otimização topológica de estruturas celulares	37
Tabela 4 - Propriedades dos materiais	47
Tabela 5 - Métrica de distorção da malha ou skewness	53
Tabela 6 – Tabela de estudo de convergência da malha	53
Tabela 7 - Evolução dos resultados de acordo com o número de avaliações da função teste utilizando o método de otimização GBNM.	61
Tabela 8 - Resultados de metamodelos obtidos utilizando número de amostras diferentes.	64
Tabela 9 - Comparação entre o melhor resultado dos pontos do DOE e o melhor resultado da otimização paramétrica inicial (OP).....	68
Tabela 10 - Comparação entre o melhor ponto do DOE e o melhor resultado obtido da otimização híbrida (OH).	72
Tabela 11 - Resultados comparativos entre o projeto inicial e os projetos otimizados.....	72
Tabela 12 - Comparação entre o melhor ponto DOE para os diferentes tipos de células avaliadas.	76
Tabela 13 - Comparação entre o melhor resultado da otimização híbrida para os diferentes tipos de células avaliadas.	76

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

2D	Duas dimensões
3D	Três dimensões
AM	Manufatura Aditiva – <i>Additive Manufacturing</i>
ARSP	Aproximação de Subestrutura Reduzida com Penalização <i>Approximation of Reduced Substructure with Penalization</i>
CAD	Desenho Assistido por Computador – <i>Computer Aided Design</i>
DfAM	Projeto para Manufatura Aditiva – <i>Design for Additive Manufacturing</i>
DOE	Projeto de Experimentos - <i>Design of Experiments</i>
ESO	Otimização Estrutural Evolucionária – <i>Evolutionary Structural Optimization</i>
FDM	Modelagem por fusão e deposição – <i>Fused deposition modeling</i>
GBNM	<i>Globalized Bounded Nelder-Mead</i>
HDPE	Polietileno de alta densidade – <i>High density polyethylene</i>
HO	Otimização Híbrida – <i>Hybrid Optimization</i>
KRG	Kriging
LHS	Amostragem via Hipercubo Latino - <i>Latin Hypercube Sampling</i>
MEF	Método de Elementos Finitos
OH	Otimização Híbrida
OP	Otimização Paramétrica
OT	Otimização Topológica
PEAD	Polietileno de alta densidade
SGM	<i>Size gradient method</i>
SIMP	Microestrutura Isotrópica Sólida com Penalização - <i>Solid Isotropic Material with Penalization</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Contexto	13
1.2	Objetivos	15
1.3	Justificativa.....	16
1.4	Estrutura do trabalho	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	18
2.1	Rolos de correias transportadores	18
2.2	Estruturas celulares	21
2.3	Otimização	24
2.3.1	Otimização de estruturas celulares	30
2.3.2	Otimização com metamodelos	38
3	METODOLOGIA	44
3.1	Modelagem do problema por elementos finitos	45
3.2	Otimização híbrida	54
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	59
4.1	Otimização de função teste analítica.....	59
4.2	Otimização paramétrica inicial do rolo.....	65
4.3	Otimização híbrida do rolo	69
4.4	Influência do tipo de célula	72
5	CONCLUSÕES	81
	REFERÊNCIAS.....	83

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto

Durante muito tempo o ser humano se utilizou de seu próprio esforço físico ou do esforço de animais para o transporte de material. Foi somente por volta dos anos 1830 que o sistema, hoje conhecido como esteiras transportadoras, começou a ser desenvolvido. Começando por cintas deslizantes em tubos de aço, passando também pelas mãos do grande inventor Thomas Edison, até se transformar nas estruturas mecânicas conhecidas atualmente (CEMA, 2007). A base da cadeia de matéria prima de grande parte dos produtos industrializados passa pelas esteiras transportadoras em etapas extrativistas. Atualmente as esteiras transportadoras são estruturas mecânicas consolidadas e amplamente utilizadas para a movimentação de material a granel superando praticamente qualquer obstáculo (CEMA, 2007). A Figura 1 apresenta uma foto de um transportador de correia utilizado na indústria de mineração.

Figura 1 - Transportador de correia na indústria de minério



Fonte: site Vale¹

¹ Disponível em: <<http://www.vale.com/brasil/pt/aboutvale/news/paginas/sistema-reducao-custos-aproveitamento-energia-operacoes-vale.aspx>>. Acesso em: 18 de dezembro de 2021.

O extenso processo evolutivo, em conjunto com a busca de sistemas confiáveis de baixa intervenção humana, levou ao desenvolvimento de normas e regulamentações técnicas para padronizar e guiar o dimensionamento desses transportadores. Não à toa, tendo em vista sua elevada significância dentro da cadeia de suprimentos global. Uma parada corretiva ou até mesmo uma manutenção programada pode gerar custos milionários em perdas de faturamento ao longo de toda a cadeia. No entanto, ainda são observadas lacunas nos projetos desses sistemas. O recente avanço tecnológico, principalmente atribuído à manufatura aditiva eliminou limitações geométricas e ampliou as possibilidades de criação. Neste contexto novas oportunidades de melhoria e preenchimento dos espaços de projeto vêm sendo exploradas buscando a otimização estrutural no desenvolvimento dos roletes de correias transportadores.

Uma das principais peças desse mecanismo, os roletes são responsáveis por sustentar a carga transportada e garantir seu movimento. Não bastasse a sua importante função, os roletes estão presentes em grande número nas esteiras transportadoras de modo que a troca desses componentes pode representar um grande custo de manutenção. Nesse sentido, otimizar a sua durabilidade e a sua manutenibilidade pode trazer resultados significativos.

Diferentes abordagens vêm sendo estudadas com essa finalidade. Uma das propostas, a utilização das estruturas celulares, por si só abre uma vasta gama de possibilidades. Os primeiros estudos orientados pela busca da distribuição ótima de materiais foram iniciados no final da década de 1970 por pesquisadores como Bendsoe e Ole Sigmund. A partir de então, as estruturas celulares são exploradas em suas variações desde a geometria e tamanho da célula unitária, à distribuição de densidades e a otimização multiescala. Em todas essas soluções os pesquisadores têm encontrado estruturas de baixo peso e características mecânicas interessantes. A Figura 2 ilustra o projeto de um eixo de *skate* ou *truck* desenvolvido, tendo seu preenchimento em estruturas celulares.

Figura 2 - Truck de skate preenchido com estrutura celular



Fonte: site Canadamakes²

No entanto, a complexidade geométrica resultante da otimização multiescala de estruturas celulares envolve um tempo de análise computacional elevado para simulação. Uma alternativa bastante explorada é a utilização de modelos substitutos, também conhecidos como metamodelos. A utilização de metamodelos diminui o número de acessos à função objetivo através da utilização de uma função substituta de alta fidelidade construída através de um conjunto finito de amostras iniciais. A partir da superfície criada, uma série de técnicas de otimização permite a obtenção de pontos ótimos de projeto com um menor tempo de processamento.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo geral desenvolver, aplicar e avaliar uma metodologia de otimização estrutural de baixo custo computacional para minimizar a massa de rolos de correias transportadoras. Propõe-se a otimização topológica por variação de densidades em uma estrutura celular da parte mais externa do rolo, aqui denominada de tubo. Em conjunto com a otimização topológica, propõe-se a otimização paramétrica, tendo como variáveis o raio externo do eixo metálico e o raio interno do tubo polimérico. Buscando a eficiência da análise, a metodologia faz uso de metamodelagem, mais especificamente do modelo de Kriging (KRG). Para encontrar o ponto ótimo do metamodelo é utilizado o algoritmo *Globalized Bounded Nelder-Mead* (GBNM).

² Disponível em: <<http://canadamakes.ca/design-additive-manufacturing-guidelines-case-studies-metal/skateboard-axle/>>. Acesso em: 18 de dezembro de 2021.

Como objetivos específicos tem-se:

- Otimizar o projeto de um rolo polimérico de carga central de rolete triplo para esteira transportadora com redução de massa, respeitando as restrições de projeto;
- Desenvolver uma metodologia de otimização híbrida, otimização paramétrica em conjunto com otimização topológica;
- Desenvolver o algoritmo do metamodelo Kriging no *software* Matlab;
- Desenvolver o algoritmo de otimização GBNM no *software* Matlab;
- Implementar a rotina de comunicação entre os *softwares* Matlab e Ansys;
- Validar os algoritmos desenvolvidos através de sua aplicação na função analítica conhecida Branin-Hoo.

1.3 Justificativa

O objetivo de se obter estruturas reforçadas com a menor quantidade de massa tem como motivação uma série de fatores. Em primeira análise, dentro de um contexto de competição comercial, a redução da massa busca reduzir a quantidade de material empregado e, conseqüentemente, o custo direto do produto. Menos material resulta também em menos peso e a facilitação na operação de manutenção, o que pode trazer melhora na produtividade e redução de tempo de manutenção, novamente reduzindo custos, porém agora operacionais.

Com a disponibilidade do poder computacional cada vez maior e de novos processos como a manufatura aditiva, barreiras são quebradas trazendo maior liberdade de criação de produtos com novas formas construtivas. As ferramentas de otimização permitem o dimensionamento e projeto de peças das mais variadas formas que são viabilizadas através de processos disruptivos como a manufatura aditiva. Esses novos processos trazem novos parâmetros, ampliando ainda mais a possibilidade de se obter produtos ou sistemas com melhores desempenhos e mais duradouros. Além das otimizações dimensionais e topológicas, estruturas celulares (*lattice*) podem ser exploradas obtendo bons resultados. Pesquisadores tem avaliado variações desde a geometria e tamanho da célula unitária à distribuição de densidades e otimização multiescala na busca de estruturas otimizadas. As mais diversas geometrias, resultantes dessas otimizações, impulsionaram a utilização de

metamodelos para contornar o alto processamento computacional na simulação dessas estruturas.

1.4 Estrutura do trabalho

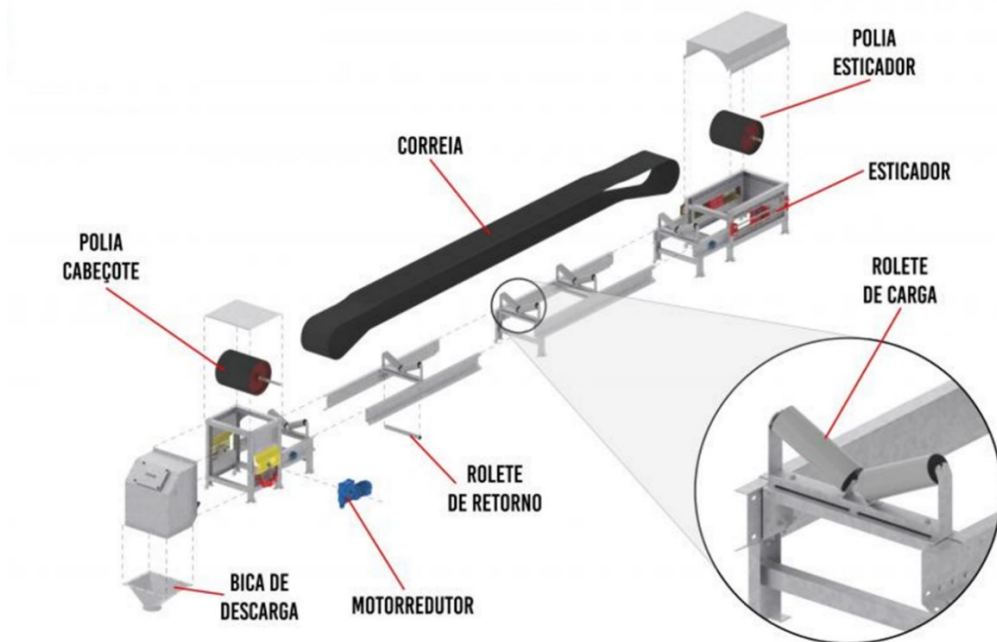
O presente texto está organizado em cinco capítulos. O capítulo 1 traz uma introdução ao tema do projeto, bem como são apresentados o objetivo e a justificativa para o desenvolvimento do trabalho. O capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre os principais temas tratados no decorrer do trabalho, que são: rolo de esteiras transportadoras, otimização, otimização com metamodelos, projeto de experimentos, modelo de Kriging, refinamento sequencial de metamodelos e simulações numéricas pelo método de elementos finitos. O capítulo 3 descreve a metodologia utilizada. O capítulo 4 apresenta os resultados encontrados, que são analisados e discutidos e, finalmente, o capítulo 5 expõe as conclusões e elenca sugestões para a continuidade do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Rolos de correias transportadoras

Em um sistema de correias transportadoras, os rolos desempenham as principais funções mecânicas do equipamento: sustentação e direcionamento das correias responsáveis pelo transporte das cargas. Para que exerçam a sua função adequadamente, os rolos são projetados como tubos acoplados em eixos através de mancais que garantem a livre rotação dos rolos. Os eixos são montados em estruturas de suporte que podem, por sua vez, serem dispostos sob diversas configurações. A esta estrutura formada por rolos montados em suporte dá-se o nome de rolete. A Figura 3 ilustra os principais componentes de um sistema de correias transportadoras.

Figura 3 - Principais componentes de um sistema de correias transportadoras



Fonte: site Silomax³

A norma ABNT NBR 6177:2016 (ABNT, 2016) define os principais termos empregados em transportadores de correia, além de apresentar as principais variantes desse sistema. Detalhes do projeto do rolete são abordados pela norma ABNT NBR 6678:2017 (ABNT, 2017), que apresenta recomendações quanto às dimensões, folgas, cargas admissíveis e procedimentos para a correta seleção e

³ Disponível em: <<https://www.silomax.com.br/produtos/correia-transportadora-ft>>. Acesso em: 20 de dezembro de 2021.

inspeção de roletes de esteiras transportadoras. Estruturalmente, a norma estabelece critérios para a definição das cargas admissíveis nos rolos, a começar pelo ângulo de deflexão total do eixo no rolamento, sendo este definido como a deflexão do eixo somado a excentricidade entre os alojamentos dos rolamentos. Para rolos de carga, objeto deste trabalho, o ângulo de deflexão é limitado a 9 minutos de grau (9'). Os rolamentos considerados são de esferas com folga interna C3, montados em eixos de aço estrutural. Com relação a carga mínima admissível, a norma propõe valores para rolos fabricados em aço, não estabelecendo valores para outros materiais. Como resultado dessas considerações, a NBR 6678 apresenta uma tabela de valores de carga mínima admissível nos rolos considerando as variações de configuração de roletes carga duplo e triplo, carga e retorno plano e retorno duplo. Combinando os dados do número de série do rolo, valor relacionado ao diâmetro do eixo na região do rolamento, com o comprimento do rolo, obtém-se a carga mínima admissível em Newtons que o rolo deve suportar. A Tabela 1 traz uma adaptação simplificada da Tabela 8 apresentada na norma NBR 6678, contendo os dados para o rolete da série 50 com 2200 mm de comprimento.

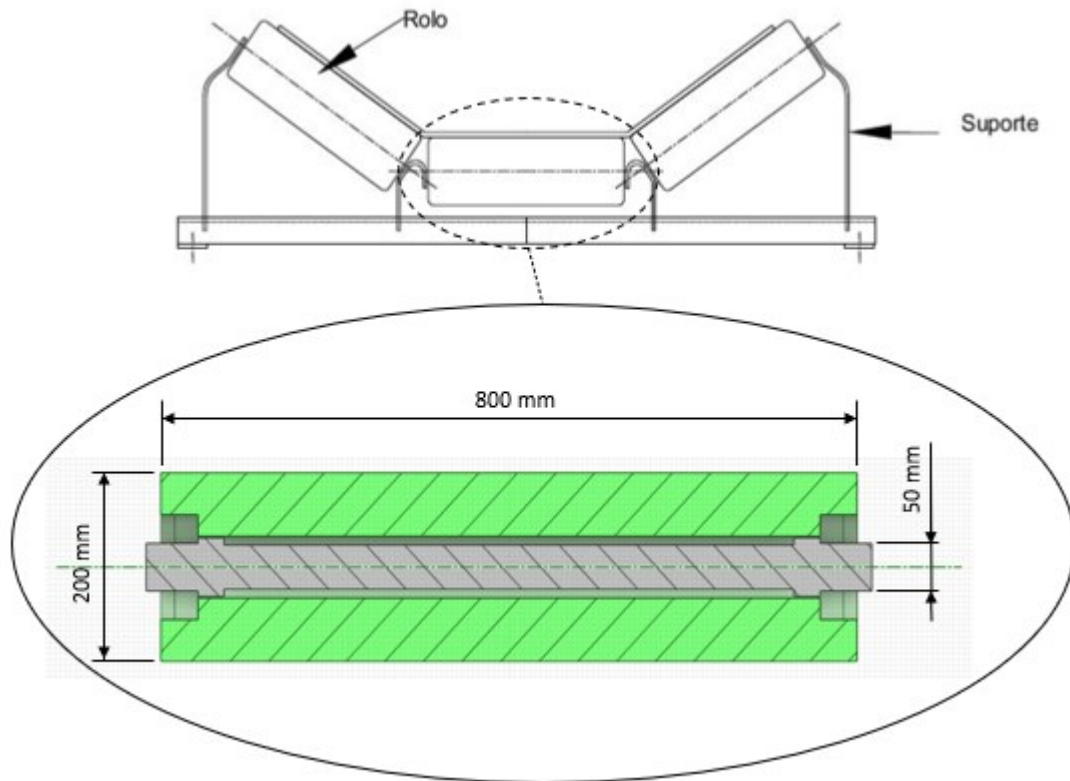
Tabela 1 - Carga mínima admissível [em N] nos rolos de carga dupla, série 50 com comprimento de 800 mm

Correia [mm]			2200
Rolete	Série	Escalonamento do eixo	Comprimento do rolo [mm]
			800
Carga duplo e triplo	50	Sem	15817

Fonte: adaptado de NBR 6678:2016

A Figura 4 ilustra o rolete de carga triplo, com ênfase para o rolo do plano central. Devido a sua posição central e horizontal esse rolo é submetido a maior carga de trabalho se comparado com os rolos inclinados que tem o peso da carga dividido em suas componentes horizontal e vertical.

Figura 4 - Rolete de esteira transportadora (rolete de carga triplo) e vista em corte do rolo central



Fonte: adaptado de ABNT NBR 6177 (2016)

Editada pela Conferência de Engenheiros da Associação de Fabricantes de Equipamentos Transportadores, outra literatura de referência utilizada para a definição, classificação e seleção de esteiras transportadoras é o livro *Belt Conveyors for Bulk Materials* (Transportadores de Correias para Materiais a Granel em tradução livre) (CEMA, 2017), ou CEMA, sigla em língua inglesa. Esse livro apresenta um capítulo dedicado ao tema específico de rolos de esteiras transportadoras.

Apesar da existência de normas regulamentadoras, o que se subentende à precedência de estudos para a tecnologia em questão, Cousseau e Borges (2019) afirmam ainda existir lacunas de pesquisa em projeto de roletes. Nesse sentido, os autores exploram fatores de influência no desempenho e durabilidade dessas peças. Através de análises por elementos finitos, foram observados valores fora da tolerância especificada pelos fabricantes para o desalinhamento dos rolamentos.

Dentro deste tema, Ceniz *et al.* (2020) desenvolvem propostas de roletes otimizados parametricamente alterando os diâmetros do eixo e do tubo do rolete para obtenção da redução da massa, mantendo as restrições de ângulo de desalinhamento do rolamento e a tensão admissível do rolo. Foi utilizado um modelo substituto via

funções de base radial e com refinamento sequencial. Os pontos otimizados foram obtidos pelo GBNM. Como resultado das otimizações, obteve-se reduções de massa na ordem de 19%, mantendo coeficientes de segurança para máxima tensão de von Mises e desalinhamento do rolamento em 1,50 e 2,23; respectivamente.

Martins *et al.* (2020) propõem em seu trabalho; uma otimização denominada híbrida, combinando otimização paramétrica com otimização topológica e fazendo uso de metamodelagem. Com metamodelos elaborados a partir de 20 pontos amostrais, foi realizada a otimização paramétrica a fim de obter o melhor resultado para o diâmetro do eixo e diâmetro interno do rolo. Esse resultado foi utilizado como entrada para a otimização topológica. Embora o material tenha sido removido durante os processos de otimização, os autores verificaram a necessidade de uma grande quantidade de material polimérico para garantir o atendimento às restrições do projeto. Por fim, concluiu-se ser possível obter uma grande variedade de geometrias que ainda atendam as especificações normativas.

2.2 Estruturas celulares

Estruturas celulares ou tipo *lattice* são arquiteturas formadas por um conjunto de unidades celulares organizadas tipo treliças, que se repetem em um arranjo de duas ou três dimensões. A inspiração para o desenvolvimento dessas também chamadas estruturas celulares vem da natureza. Diversos são os exemplos encontrados em materiais naturais como a estrutura prismática dos favos de mel e o interior poroso dos ossos que demonstram o grande benefício mecânico dessa engenharia. Esse tipo de arranjo celular possibilita a obtenção de peças com boas propriedades mecânicas, aliadas a uma menor quantidade de material e, conseqüentemente, menor peso (GIBSON e ASHBY, 1999).

Diversos processos convencionais foram adaptados para a produção das estruturas tipo *lattice*, no entanto, foi a evolução da manufatura aditiva (AM, do inglês *additive manufacturing*) com sua característica camada a camada que viabilizou e potencializou a sua utilização em diversas aplicações na medicina, aeronáutica, automobilismo e demais áreas (TAO e LEU, 2016).

Apesar dos diferenciais já consagrados da manufatura aditiva, ela ainda apresenta limitações e desvantagens que impedem os projetistas de utilizarem sua capacidade de maneira ilimitada. Essas limitações estão relacionadas ao princípio operacional, produção, velocidade, geometria da peça, tamanho da peça, materiais,

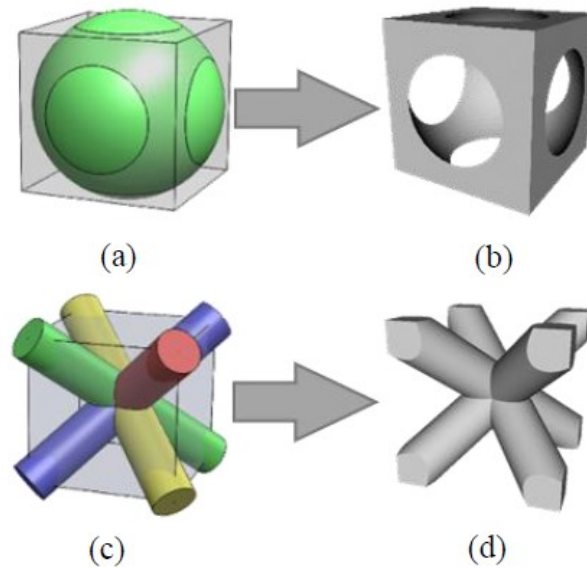
entre outros. Para ampliar as possibilidades utilizando da melhor maneira as restrições e liberdades disponibilizadas pela impressão 3D, define-se o projeto para manufatura aditiva ou DfAM (CASTILLO e SIQUEIROS, 2019). Entretanto, para poder aplicar este conceito é necessário conhecer as variáveis envolvidas para cada processo, suas relações e seus efeitos.

Ao projetar uma estrutura celular deve-se levar em considerações as variáveis exclusivas de cada processo. Em muitos casos, parâmetros do processo AM limitam o tamanho da célula, acabamento das peças, entre outras características (TAO e LEU, 2016).

Segundo Tao e Leu (2016), o comportamento mecânico das estruturas lattice depende do material, da arquitetura que organiza a distribuição de material e da sua porosidade. Sob essa perspectiva, peças fabricadas utilizando modelos celulares podem resultar nas mais variadas características mecânicas, podendo inclusive propiciar a variação de propriedades dentro de uma mesma peça. Do ponto de vista de projeto, a estrutura lattice pode ter variações no formato de sua célula unitária e no padrão de distribuição dessas células. As células podem ter suas formas variadas de acordo com os seguintes métodos:

- **Método Primitivo:** baseadas em operações booleanas de formatos geométricos simples (ver Figura 5). O primeiro exemplo se utiliza de um cubo e uma esfera onde a célula unitária é resultante da subtração da esfera inscrita no cubo, geometria (a) para (b). O segundo exemplo se utiliza da intersecção de 4 cilindros orientados nas diagonais de um cubo, geometria (c) para a (d).

Figura 5 - Modelos de célula unitária obtidas pelo Método Primitivo

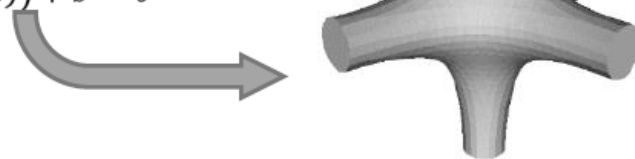


Fonte: Tao e Leu (2016)

- **Método Baseado na Superfície Implícita:** utiliza equações implícitas na geração das superfícies das células (ver Figura 6).

Figura 6 - Modelos de célula unitária obtidas pelo Método Baseado na Superfície Implícita

$$\begin{aligned}
 F(x, y, z) &= \cos(2\pi x) + \cos(2\pi y) + \cos(2\pi z) \\
 &+ a(\cos(2\pi x)\cos(2\pi y) \\
 &+ \cos(2\pi y)\cos(2\pi z) \\
 &+ \cos(2\pi z)\cos(2\pi x)) + b = 0
 \end{aligned}$$



Fonte: Tao e Leu (2016)

- **Método por Otimização Topológica:** utiliza algoritmos matemáticos para a obtenção do formato otimizado de célula.

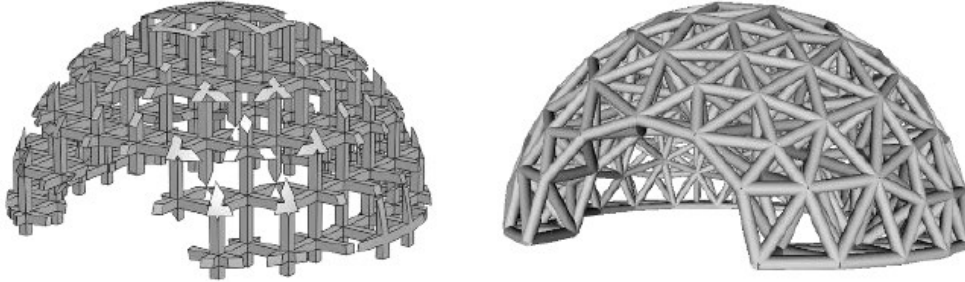
Com relação ao padrão de distribuição, Tao e Leu (2016) apresentam três principais variações:

- **Padrão Direto:** as unidades celulares são repetidas de maneira translacional;
- **Padrão Conformal:** as unidades celulares se repetem seguindo uma superfície geométrica;

- **Padrão por Otimização Topológica:** algoritmos matemáticos orientam a distribuição das células.

A Figura 7 ilustra as diferenças do Padrão Direto para o Padrão Conformal.

Figura 7 - Padrão Direto versus Padrão Conformal



Fonte: Tao e Leu (2016)

2.3 Otimização

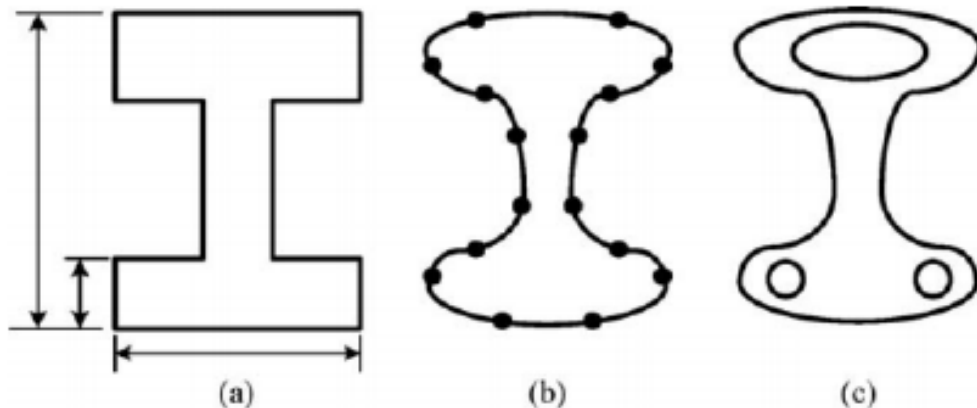
Ao desenvolver um produto, normalmente busca-se encontrar respostas para um problema, no entanto, o processo de desenvolvimento muitas vezes nos leva à formulação de mais perguntas do que respostas. Por exemplo, dentro de uma vasta gama de soluções, como saber qual é a melhor solução? Em busca desta resposta, diversos procedimentos subjetivos e qualitativos foram desenvolvidos e incluídos em métodos de desenvolvimento de produtos, como a matriz morfológica com suporte dos modelos físicos e protótipos (ROZENFELD *et al.*, 2006). No entanto, essas opções demandam tempo e apresentam custos elevados. Sem dúvida, essas técnicas auxiliam como um guia para seleção das soluções, porém ainda deixam margem para otimizações. Neste sentido, o desenvolvimento dos computadores com poder de processamento cada vez maior e a evolução da teoria matemática viabilizaram a evolução de métodos computacionais como simulações numéricas do comportamento mecânico e otimizações estruturais. Dentro deste contexto, a otimização tem como objetivo ajustar o projeto de modo a melhorar o desempenho do produto em relação às restrições definidas e aos objetivos desejados para o projeto. Em um ambiente economicamente competitivo e de uma pressão ecológica cada vez maior, os métodos de otimização combinados com simulações computacionais se apresentam como solução potencial no desenvolvimento de novos produtos e na melhoria de produtos existentes.

Luh e Lin (2009) classificam o processo de otimização de projetos estruturais em três categorias:

- **Otimização Dimensional:** problemas que buscam encontrar as melhores medidas dimensionais de um projeto com forma definidas e fixas.
- **Otimização de Forma:** problemas que buscam encontrar as melhores formas geométricas das fronteiras.
- **Otimização Topológica:** problemas que buscam encontrar a melhor distribuição de material dentro de um domínio de projeto.

A Figura 8 ilustra as diferenças conceituais entre os métodos de otimização. É possível perceber, comparando as ilustrações, uma maior liberdade da geometria através da aplicação da otimização topológica. De fato, sabe-se que o desempenho de cada peça está intimamente ligado à sua topologia e não somente ao seu tamanho e formato, de modo que o maior detalhamento da otimização topológica pode levar a um melhor desempenho (ZULIANI, 2016).

Figura 8 - Tipos de otimização estrutural: a) Dimensional, b) de Forma e c) Topológica



Fonte: Luh e Lin (2009)

O método de otimização topológica consiste na busca da melhor distribuição de material dentro de um espaço de projeto respeitando critérios desejáveis previamente definidos. Ou seja, não há limitações de forma e dimensional, desde que o espaço de projeto e os critérios definidos sejam respeitados. Esta limitação minimalista proporciona uma maior liberdade de criação viabilizando soluções inovadoras, mantendo o desempenho e reduzindo a quantidade de material, peso e custo (YÜKSEL, 2019; ZULIANI, 2016).

Matematicamente, a otimização topológica, assim como as demais otimizações, pode ser escrita como uma formulação geral para problemas de otimização da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar: } & f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \\
 \text{sujeito à: } & h_j(\mathbf{x}) = 0 \text{ para } j = 1, 2, \dots, P \\
 & g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \text{ para } i = 1, 2, \dots, M \\
 & 0 \leq x_e \leq 1 \text{ para } e = 1, 2, \dots, N
 \end{aligned} \tag{1}$$

onde \mathbf{x} é o vetor das variáveis de projeto, f é a função objetivo, h_j é a j -ésima restrição de igualdade, P é o número total de restrições de igualdade, g_i é a i -ésima restrição de desigualdade, M é o número total de restrições de desigualdade, x_e é a e -ésima variável de projeto que constitui o vetor variável de projeto \mathbf{x} , N é o número de variáveis de projeto. Note que as variáveis de projeto podem assumir valores de 0 a 1, sendo definidas como variáveis contínuas. Deste modo, o problema pode ser relaxado e algoritmos baseados em gradiente podem ser utilizados no processo de otimização (YÜKSEL, 2019).

No entanto, soluções analíticas de problemas de otimização topológica são limitadas a problemas de carregamentos e suportes simples. Para situações mais realísticas, faz-se necessária a discretização do domínio do problema que pode ser realizada através da utilização de uma malha de elementos finitos (YÜKSEL, 2019).

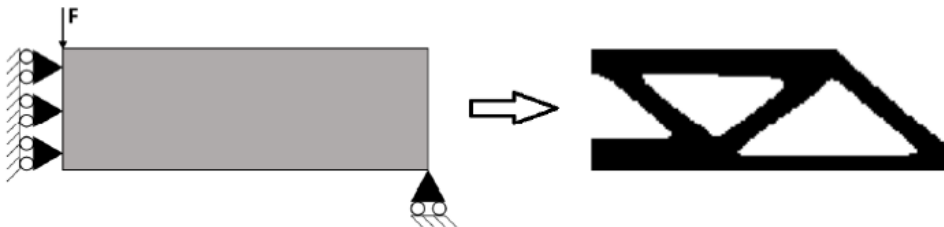
Um exemplo aplicado desta formulação é na resolução de um problema de otimização topológica sob carregamento estático, onde a função objetivo é a flexibilidade, a qual é minimizada, o que equivale à maximização da rigidez da estrutura. Desta forma o problema pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar: } & F(\mathbf{x}) = \mathbf{d}(\mathbf{x})^T \mathbf{K} \mathbf{d}(\mathbf{x}) \\
 \text{sujeito à: } & \mathbf{K} \mathbf{d} - \mathbf{f} = \mathbf{0} \\
 & V(\mathbf{x}) - aV_0 \leq 0 \\
 & 0 \leq x_e \leq 1 \text{ para } e = 1, 2, \dots, N
 \end{aligned} \tag{2}$$

onde \mathbf{d} é o vetor de deslocamentos nodais; \mathbf{K} é matriz de rigidez global; \mathbf{f} é o vetor de carregamentos nodais; $V(\mathbf{x})$ é volume total de material sólido; V_0 é o volume

total do espaço de projeto; a é a fração de volume, dada pela razão entre o volume total de material sólido e o volume total do espaço de projeto. Em seu trabalho, Yüksel utiliza a fração de volume a igual a 0,5 ou seja, volume preenchido pela metade. A discretização adotada é de 50 x 150 elementos, resultando em um espaço de projeto com 7500 elementos. As dimensões da viga adotada são de 1 m x 3 m, e a força considerada é de 1 kN. O material utilizado é considerado isotrópico, com módulo de Young $E = 210$ GPa e coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$. Como resultado da otimização, a Figura 9 ilustra o espaço de projeto e as condições adotadas à esquerda e o resultado da estrutura à direita (YÜKSEL, 2019).

Figura 9 - Exemplo de problema de otimização topológica para maximização da rigidez da estrutura

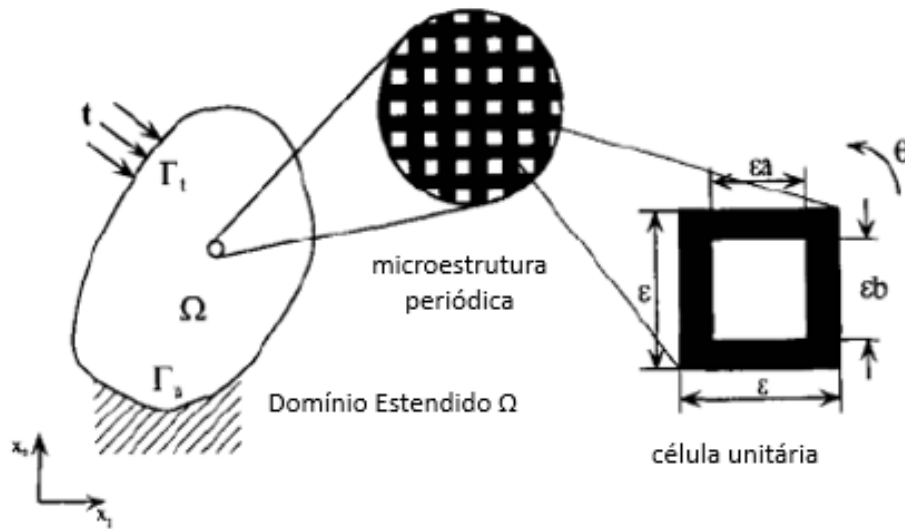


Fonte: Yüksel (2018)

Os principais métodos para resolução de problemas de otimização topológica encontrados na literatura são Métodos de Homogeneização, Métodos de Densidade, Métodos Discretos e Métodos de Variação de Fronteira, os quais são brevemente descritos a seguir.

Métodos de Homogeneização: Neste método o domínio de projeto é considerado como sendo composto por microestruturas celulares que se repetem periodicamente, sendo que seu interior pode ser preenchido ou não. O processo de otimização consiste no dimensionamento e orientação das células, bem como no seu preenchimento (ver Figura 10) (YÜKSEL, 2019; ZULIANI, 2016).

Figura 10 - Representação do Método de Homogeneização

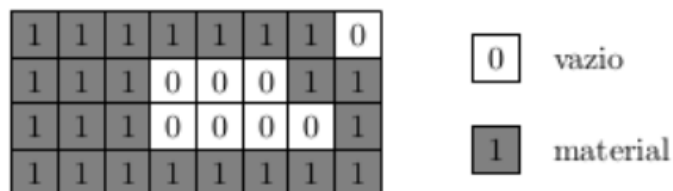


Fonte: Silva et al. (1999)

Métodos de Densidade: Neste método para cada elemento finito existe somente uma variável de projeto, a densidade que pode variar de 0 a 1. Esses métodos necessitam parâmetros de penalização para densidades intermediárias como forma de obter peças com cantos bem definidos. Um método bastante conhecido dentro desta classificação é o SIMP ou Microestrutura Isotrópica Sólida com Penalização (YÜKSEL, 2019; ZULIANI, 2016).

Métodos Discretos: Esses métodos têm como objetivo obter respostas na forma 0-1 ou vazio/preenchido. São problemas resolvidos através de métodos numéricos ou sem o uso do gradiente. Um exemplo é a Otimização Estrutural Evolucionária ou ESO (do inglês *Evolutionary Structural Optimization*), onde a cada iteração material é removido de uma área não eficiente do domínio do projeto, (ver Figura 11) (YÜKSEL, 2019; ZULIANI, 2016).

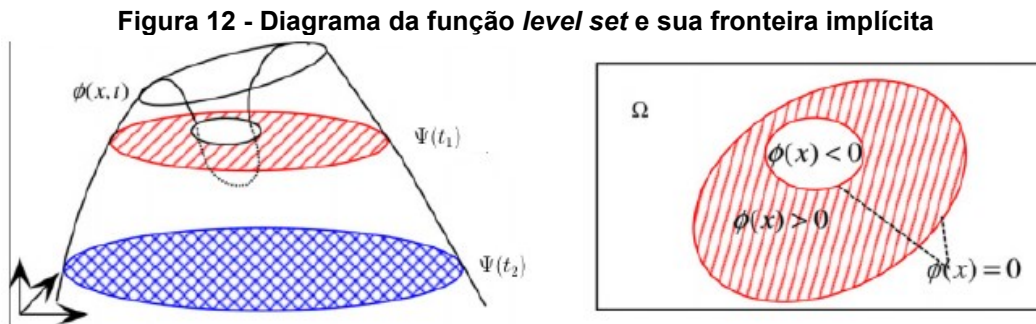
Figura 11 - Método On/Off: espaço discretizado e representação dos materiais



Fonte: Zuliani (2016)

Métodos de Variação de Fronteira: Esses métodos se baseiam na movimentação das fronteiras e na formação e destruição de vazios internos no

domínio de projeto. O método *Level Set* é o mais conhecido dentro dessa classificação. Nele os limites de material existem onde a função de definição de nível, que pode ser a energia de deformação, assume um certo valor constante, geralmente 0 (ver Figura 12) (YÜKSEL, 2019; ZULIANI, 2016).

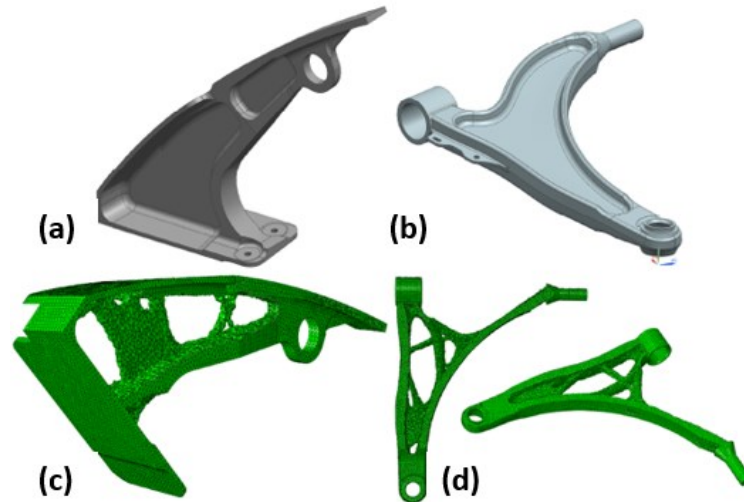


Fonte: Jia et al. (2011)

A pressão econômica decorrente da alta concorrência oferecida pelo mercado globalizado trouxe a competição por redução de custo a ordem decimal. Cada redução no consumo de material traz vantagens competitivas comerciais, como também favorece a imagem da empresa devido ao grande apelo ecológico reforçado pelas políticas de redução de consumo. Setores que encontram a redução de peso em nível estratégico, como o mercado automotivo e o mercado aeronáutico, têm encontrado na otimização topológica uma grande aliada para a obtenção de peças de alto desempenho e com menor peso. Adicionalmente, avanços na tecnologia da manufatura aditiva possibilitam a manufatura das mais diversas geometrias resultantes do processo de otimização topológica. Antes limitada por dificuldades técnicas de manufatura, a impressão 3D trouxe mais liberdade para a otimização dos projetos.

Johnsen (2013) apresenta em seu trabalho diversos resultados obtidos através da otimização topológica utilizando softwares como o Abaqus e o NX. Os objetos de estudo foram um braço de suspensão automotivo que teve como resultado redução de 6,41% do volume e uma junta de conexão de porta aeronáutica que teve como resultado redução de 11,2% do volume, ambos os casos mantendo a rigidez do projeto original. Os resultados são ilustrados na Figura 13

Figura 13 - Exemplos aplicados de otimização topológica. (a) Conexão de porta aeronáutica original. (b) Braço de suspensão automotiva original. (c) Conexão de porta aeronáutica otimizada. (d) Braço de suspensão automotiva otimizada



Fonte: Johnsen (2013)

2.3.1 Otimização de estruturas celulares

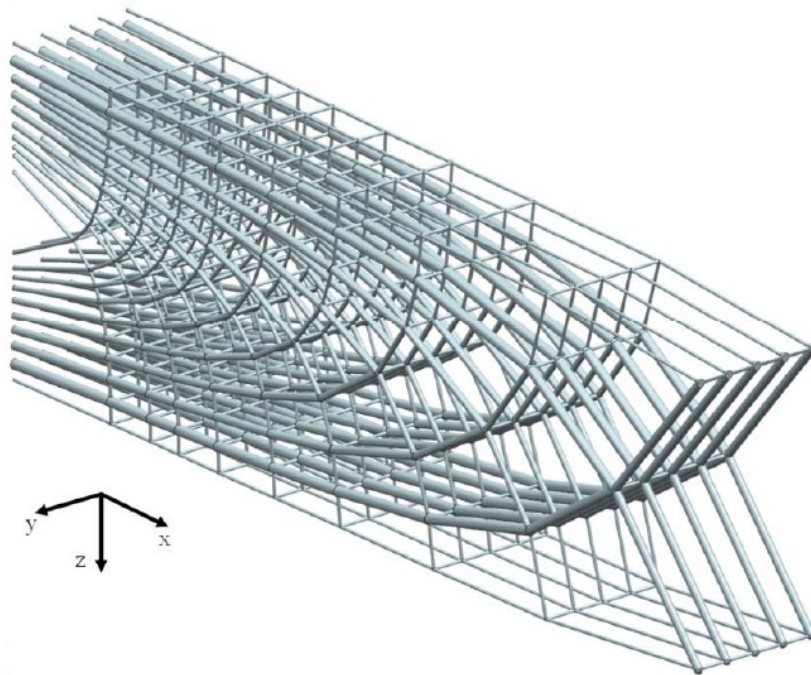
A liberdade de formas oferecida pelas tecnologias AM ampliou a possibilidade de criação das estruturas celulares e a elaboração de geometrias complexas viabilizando o desenvolvimento de estruturas otimizadas em multiescala (TANG, 2017). Diante deste contexto, diversos autores têm explorado as vantagens oferecidas pela manufatura aditiva em conjunto com a otimização topológica através de modelos matemáticos potencializados pelo crescente poder computacional (WU *et al.*, 2019).

Sigmund, um dos precursores dos estudos de otimização em estruturas celulares, propôs em 1994 um problema de otimização topológica de células base treliçadas buscando como objetivo a redução de peso considerando como restrições os parâmetros constitutivos baseados no método de homogeneização em termos de elementos de energia mútua.

O método de homogeneização por si só pode ser considerado um método multiescala. Baseado nas considerações de repetibilidade celular, as propriedades efetivas podem ser bem descritas em termos microestruturais, porém, como este método é baseado na expansão assintótica, não se torna possível obter o efeito escala da unidade celular. Contornando essa barreira, Zhang e Sun (2005) fazem uso do chamado super elemento para revelar a influência da escala da célula na resistência estrutural resultante.

Uma abordagem diferente é apresentada por Teufelhart e Reinhart (2012). Conforme ilustrado na Figura 14, a estrutura treliçada é alinhada ao fluxo de força na peça de modo a reduzir cargas de flexão nas treliças. Adicionalmente, os autores otimizaram os diâmetros do reticulado diminuindo as tensões distribuídas na peça. Quando comparada com a solução por estruturas periódicas convencionais verifica-se a redução da massa necessária em 43%.

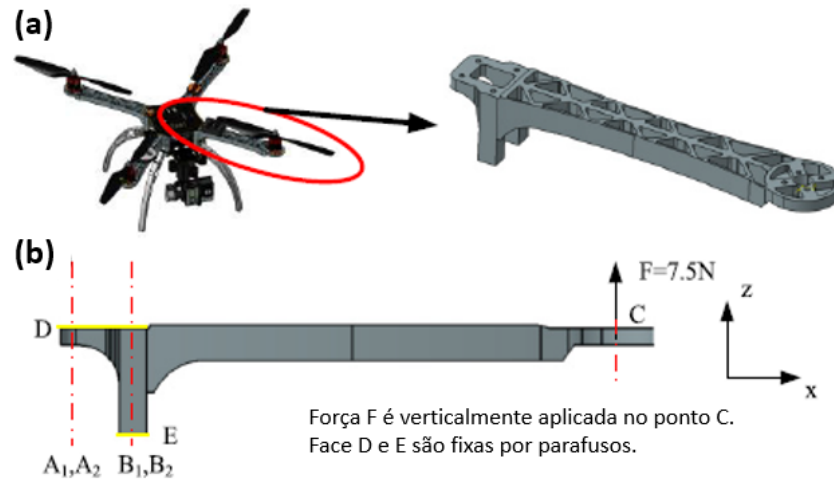
Figura 14 - Estrutura otimizada por Teufelhart e Reinhart (2012) considerando a tensão de von Mises média como função objetivo



Fonte: Teufelhart e Reinhart (2012)

Tang *et al.* (2017) incluem restrições de manufatura, mais especificamente do processo de manufatura aditiva, ao projeto de otimização de estruturas lattice. Neste sentido, os autores incluíram aspectos de produção e qualidade final da peça aos processos de otimização considerando o processo da fabricação de manufatura aditiva por fusão e deposição (FDM). Em estudo de caso os autores reavaliaram o projeto de um braço de um drone fazendo uso de estruturas reticulares heterogêneas e da otimização topológica pelo método SIMP.

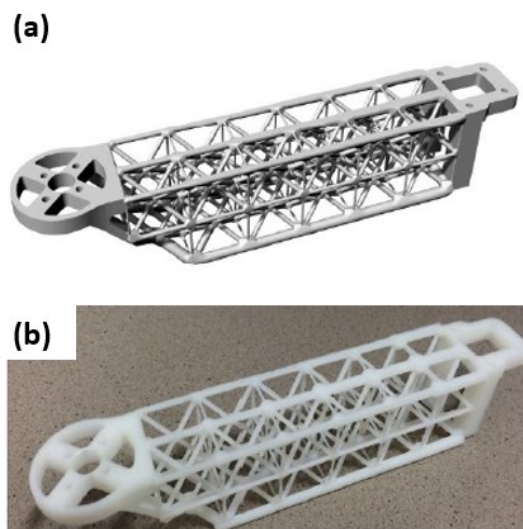
Figura 15 - Braço de drone e suas condições de carga, (a) projeto original da peça, (b) condição de carga



Fonte: adaptado de Tang *et al.* (2017)

A estrutura otimizada foi dividida em três volumes, onde as extremidades foram consideradas sólidas com seu formato definido diretamente da otimização topológica. A parte central foi desenvolvida em estrutura celular para reduzir o arrasto do ar. A célula unitária selecionada foi a cúbica devido as suas propriedades de alongamento. A Figura 16 ilustra o projeto final. Os resultados foram simulados e comparados conforme apresentado na Tabela 2, observa-se resultados de menor tensão máxima de von Mises e menor deslocamento máximo sem aumentar o peso da peça para o projeto otimizado.

Figura 16 - Braço de drone otimizado com restrições de manufatura: (a) modelo CAD e (b) peça fabricada por FDM



Fonte: Tang *et al.* (2017)

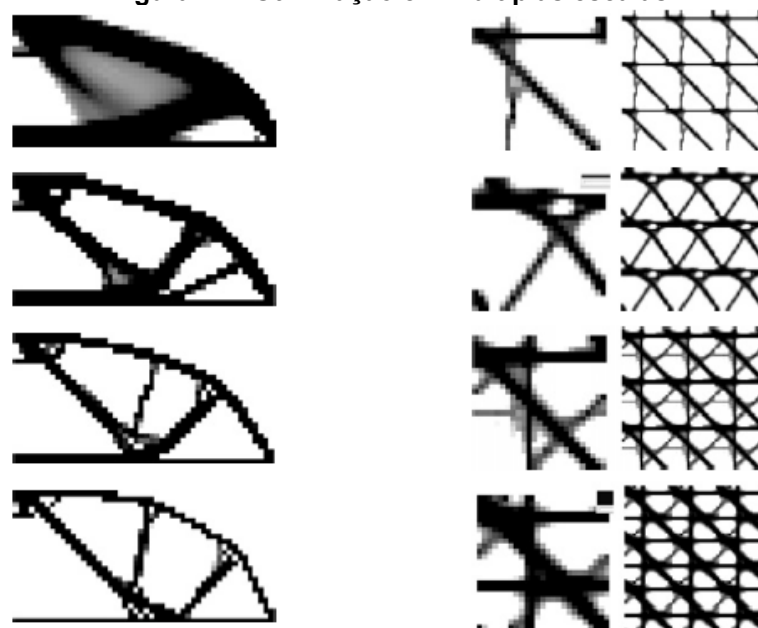
Tabela 2 - Comparação do resultado otimizado com o projeto original do estudo de caso realizado por Tang *et al.* (2017)

	Projeto original	Otimização com restrições
Volume (mm ³)	33376	31277
Deslocamento no ponto C (simulação) [mm]	4,834	0,375
Deslocamento no ponto C (teste físico) [mm]	4,807	0,454
Máxima tensão de von Mises [MPa]	15,11	1,857

Fonte: adaptado de Tang *et al.* (2017)

Liu *et al.* (2008) apresentam um método de otimização topológica simultâneo que busca otimizar a rigidez considerando tanto a macroestrutura quanto a microestrutura celular. Para atender requisitos de manufatura da época, foi considerada a uniformidade da geometria da célula. As variáveis de projeto foram definidas independentemente e depois integradas em um único sistema com o auxílio da teoria de homogeneização. Para garantir a definição clara das topologias, foram adotadas penalizações tanto na escala macro quanto na escala micro como mostra a Figura 17. É possível perceber visualmente a relação entre as escalas. A utilização de uma microestrutura mais refinada resulta em uma macroestrutura mais grosseira para um mesmo problema.

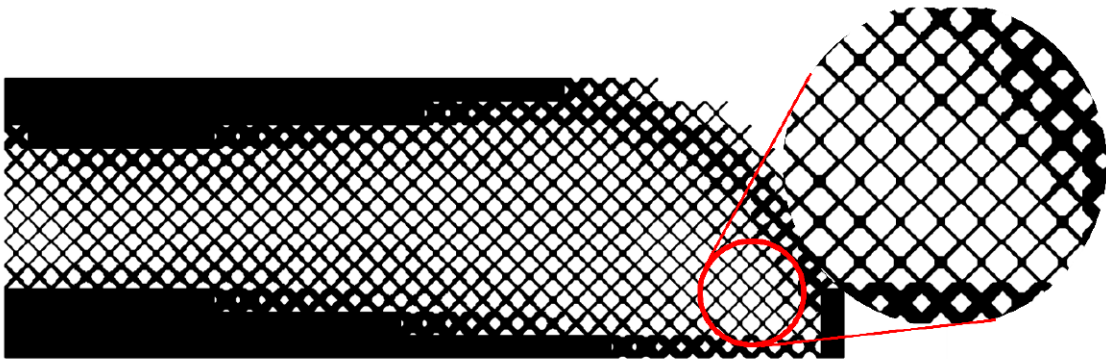
Figura 17 - Otimização em múltiplas escalas



Fonte: Liu, Yan e Cheng (2008)

Meneses, Pereira e Menezes (2018) descrevem a combinação da otimização topológica em uma abordagem por estruturas lattice. Em seu trabalho, os autores se utilizam dos resultados da otimização topológica baseada no método SIMP com fator de penalização unitária e aplicam à distribuição de densidades obtidas diretamente nas unidades celulares como ilustrado na Figura 18. Como resultado os autores encontraram consumos similares de material, porém com uma rigidez um pouco maior para a estrutura sólida. No entanto, quando considerada a variável estruturas de suporte proveniente do processo de manufatura aditiva, a solução por estrutura lattice apresentou larga vantagem por praticamente não necessitar desse recurso.

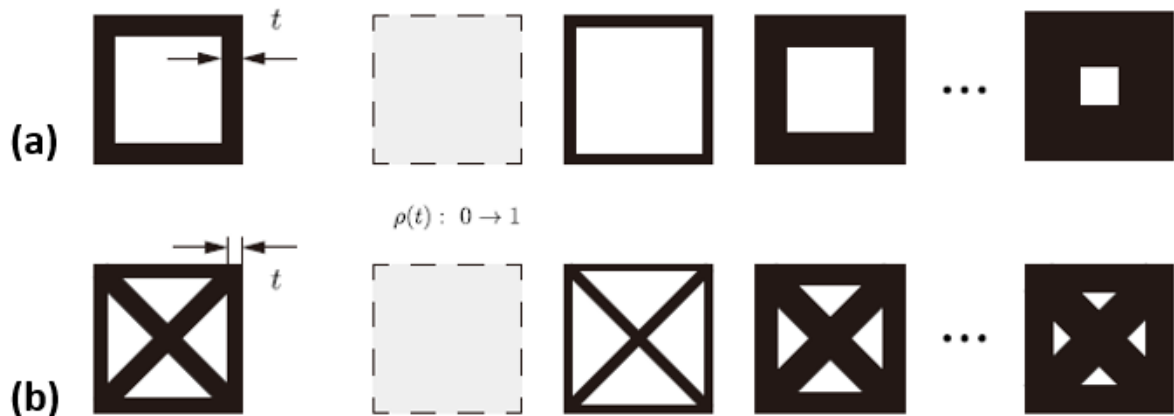
Figura 18 - Solução lattice utilizando o método de densidade variável



Fonte: Meneses, Pereira e Menezes (2018)

Wu *et al.* (2019) exploram toda a potencialidade construtiva das estruturas lattice aplicando um método que os autores definem como ARSP, ou Aproximação de Subestrutura Reduzida com Penalização. Nele o domínio de projeto é discretizado em subestruturas com padrão geométrico definido. Diferente do modelo convencional de homogeneização a proposta considera duas escalas diferentes, porém conectadas. Cada substrato é primeiramente condensado em um super-elemento com graus de liberdade reduzidos e com densidade associadas indicando a fração de volume sólido da subestrutura. A densidade é, então, vinculada a um parâmetro geométrico da estrutura celular fazendo com que a geometria da célula varie alterando-se a densidade, conforme apresentado na Figura 19.

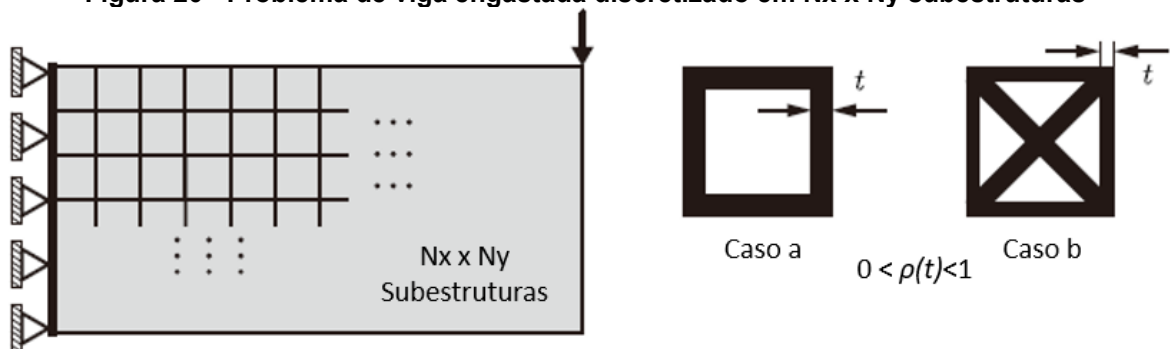
Figura 19 - Dois tipos de célula com variável geométrica t : (a) quadrado regular, (b) treliça cruzada



Fonte: Wu *et al.* (2019)

Para testar o desempenho do método ARSP, foram propostos dois *benchmarks*: viga engastada e viga bi-apoiada. Para os dois casos foram utilizadas as células: quadrado regular e treliça cruzada. A Figura 20 ilustra o problema discretizado da viga engastada com aplicação de carga vertical na extremidade superior direita. A fração de volume sólido preservada foi definida em 30%.

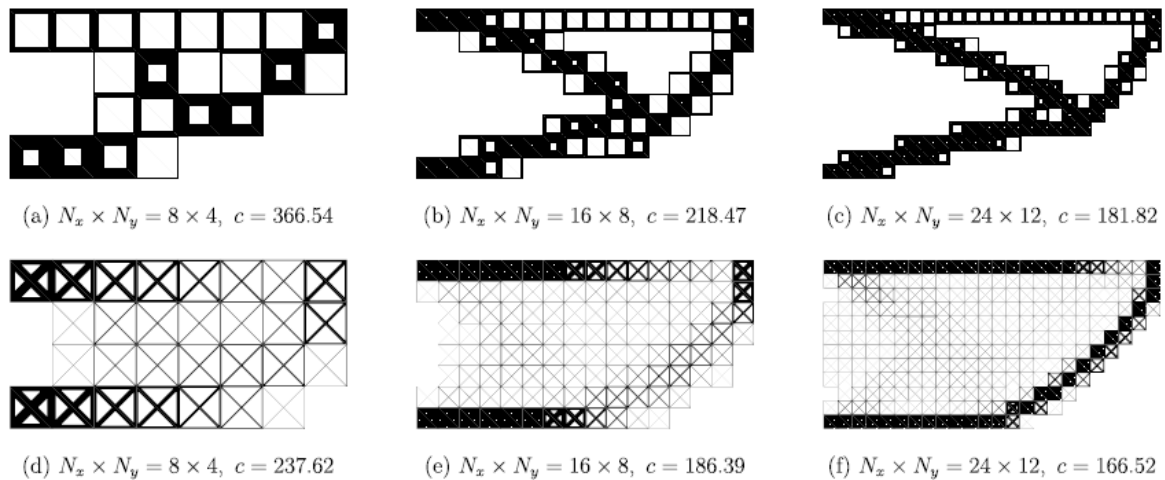
Figura 20 - Problema de viga engastada discretizado em $N_x \times N_y$ subestruturas



Fonte: adaptado de Wu *et al.* (2019)

Os resultados para o problema da viga engastada são apresentados na Figura 21. De (a) para (f) tem-se o aumento gradual da discretização em subestruturas. O parâmetro c apresentado nas imagens representa o valor da flexibilidade resultante, onde é possível notar a sua diminuição e, portanto, o aumento da rigidez da estrutura, com o maior refinamento da discretização. Em sua conclusão, os autores constataam a forte relação entre o tamanho e o tipo do padrão celular na geometria final da estrutura.

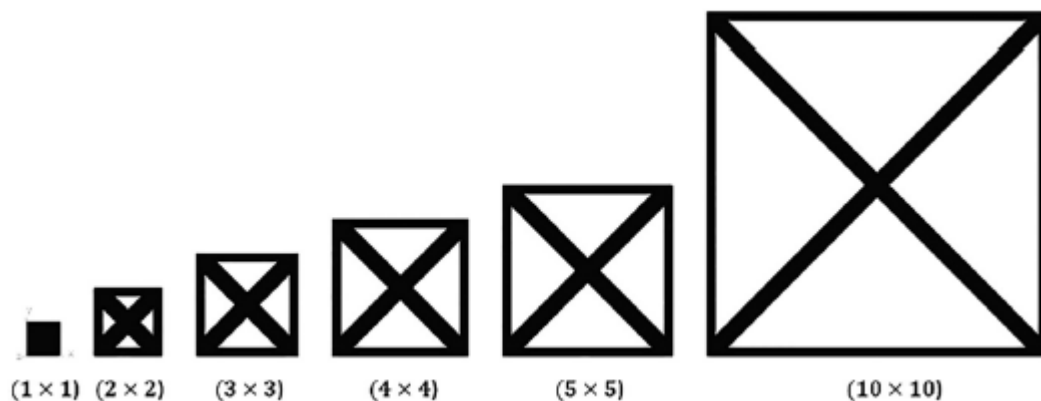
Figura 21 - Resultados do problema de viga engastada para dois tipos de estrutura celular com diferentes resoluções de discretização



Fonte: Wu *et al.* (2019)

Han e Lu (2018) avançaram suas análises à seara das estruturas não uniformes. Esses autores apresentam em seu trabalho um método que combina a variação de densidades e a escala das estruturas celulares denominado SGM (*Size Gradiente Method*). A partir de uma geometria celular definida, considera-se o tamanho de célula como uma variável de projeto, que varia de modo gradual de (1 x 1) até (10 x 10) unidades de comprimento.

Figura 22 - Células pré-definidas com tamanhos variados



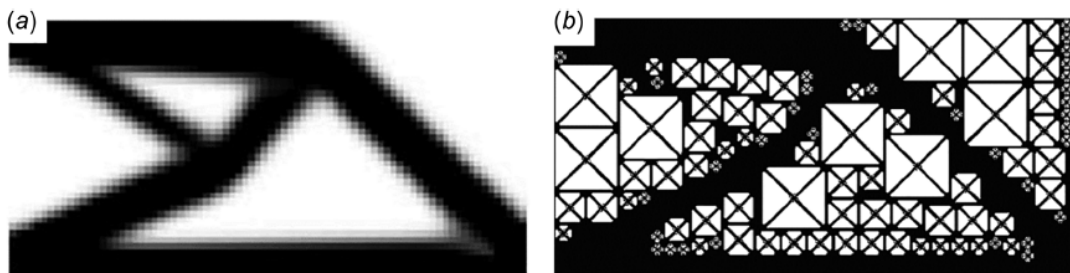
Fonte: Han e Lu (2018)

Cada uma dessas células é submetida à uma análise por elementos finitos para a obtenção das propriedades de módulo de Young, coeficiente de Poisson e densidade relativa e os resultados são interpolados em uma função exponencial. A partir dos módulos de Young, gradientes obtidos das curvas interpoladas são gerados

os mapas de distribuição de material que resultam na otimização topológica com estruturas celulares não uniformes.

Han e Lu (2018) realizaram o teste do método SGM em uma viga engastada. A partir da viga otimizada através do método SIMP, a relação entre tamanho de célula e densidade é aplicada para obtenção da topologia SGM apresentada na Figura 23.

Figura 23 - Condições iniciais do problema de viga engastada: (a) resultado convencional da otimização topológica SIMP e (b) SGM gerado com estrutura celular não uniforme



Fonte: Han e Lu (2018)

A Tabela 3 apresenta uma comparação entre o deslocamento na extremidade e a flexibilidade. Os resultados apresentados demonstram a melhoria proporcionada na flexibilidade e no deslocamento da extremidade através do método SGM em relação à otimização topológica com célula uniforme. Observa-se, também, a similaridade dos valores entre o método SGM e a otimização topológica convencional. Com isso, o SGM se torna uma boa opção quando a utilização de estruturas celulares se faz necessária.

Tabela 3 - Comparação dos resultados entre métodos de otimização topológica de estruturas celulares

Método	Fração de volume	Deslocamento da extremidade (mm)	Flexibilidade (mm/N)
TO	0,5	2,07	0,01075
TO célula uniforme	0,51	3,51	0,01755
SGM	0,51	2,21	0,01105

Fonte: adaptado de Han e Lu (2018)

2.3.2 Otimização com metamodelos

A liberdade de criação muitas vezes resulta em elevada complexidade. Para esse tipo de situação, a função a ser otimizada da mesma forma pode trazer grande complexidade e com isso demandar um custo computacional demasiado e consequentemente tempo considerável de análise computacional. Uma alternativa utilizada para contornar essa dificuldade é a utilização de funções simplificadas aproximadas a fim de substituir a função original para a obtenção de resultados representativos (FORRESTER *et al.*, 2008).

Todo processo de aproximação carrega consigo um erro associado, Rodrigues (2019) define a relação entre função original, metamodelo e o erro de aproximação por:

$$f(\mathbf{x}) = \hat{f}(\mathbf{x}) + \delta(\mathbf{x}) \quad (3)$$

onde $f(\mathbf{x})$ representa a resposta da função ou modelo original para determinado ponto no espaço de projeto, $\hat{f}(\mathbf{x})$ a resposta do metamodelo e $\delta(\mathbf{x})$ o erro da aproximação. É intuitivo pensar que o número de amostras ou observações da função original tem influência direta no erro da aproximação deste modo, segundo Rodrigues (2019) o grande desafio da utilização de metamodelos está na construção de modelos de alta fidelidade, baixo custo computacional a partir de um número escasso de amostras. Portanto, saber definir os pontos iniciais é fundamental na qualidade da predição de um metamodelo (FORRESTER *et al.*, 2008).

Ao partir do princípio de que os resultados preditos são mais precisos nas regiões próximas aos pontos conhecidos da função objetivo, ter uma boa distribuição das amostras no espaço de projeto contribui diretamente na construção do modelo substituto. Diversos métodos de preenchimento do espaço de projetos foram desenvolvidos com esse objetivo e a eles dá-se o nome de Projeto de Experimentos ou da tradução em inglês a sigla DOE (*Design of Experiments*).

Uma maneira simples e direta para obtenção de uma distribuição uniforme de amostras é a utilização de uma malha retangular de pontos chamada fatorial completa. Nesta técnica cada variável de projeto é dividida uniformemente e os pontos são formados através da combinação dos cruzamentos dessas divisões. No entanto, com este formato o número de pontos formados é igual ao produto do número de divisões

de cada dimensão resultando em um número elevado de amostras. Outra desvantagem é a sobreposição de pontos existentes nessa técnica.

Ao contornar as dificuldades apresentadas anteriormente, o hipercubo latino ou da sigla inglês LHS (Latin Hypercube Sampling), divide o domínio do projeto na quantidade de pontos experimentais e ainda faz com que cada subdivisão seja única em suas projeções ortogonais. Ainda assim, há a necessidade de verificar se o espaço está uniformemente distribuído. Forrester *et al.* (2008) cita a métrica “max-min” como um dos métodos mais utilizados para analisar a uniformidade de uma amostragem. Originalmente proposta por Johnson *et al.* (1990) o objetivo é maximizar as distâncias d entre os pontos amostrais e minimizar o número de pares separados por uma distância d dada por:

$$d_i(X^1 - X^2) = \left(\sum_{j=1}^k |x_j^{(1)} - x_j^{(2)}|^p \right)^{1/p} \quad (4)$$

Morris e Mitchel (1995) sugerem a simplificação desta lógica através da definição de um único parâmetro baseado nas variáveis d_i e J_i , apresentado a seguir:

$$\Phi_q(X) = \left(\sum_{j=1}^k J_i d_i^{-q} \right)^{1/q} \quad (5)$$

Onde J_i é o vetor de números de pares de pontos distintos separados pela distância d_i . De forma que quanto menor o valor de Φ_q melhor a qualidade da amostra. Os autores recomendam que se maximize Φ_q para os valores de $q = 1, 2, 5, 10, 20, 50$ e 100 e a posterior aplicação do critério “max-min” na busca da melhor amostragem entre os resultados, método chamado Hipercubo Latino Ótimo.

Após a preparação dos dados é necessário selecionar o modelo de aproximação desejado. Ceniz (2020) lista os principais metamodelos utilizados em aplicações de engenharia: regressões polinomiais, funções de base radial e Kriging. Dentre essas opções, o presente trabalho limita o escopo a aplicação da técnica Kriging. A grande diferença deste método para os demais está em sua característica

aleatória e os resultados disponibilizados de média e desvio ou valor esperado e nível de confiança das predições (PASSOS *et al.*, 2016).

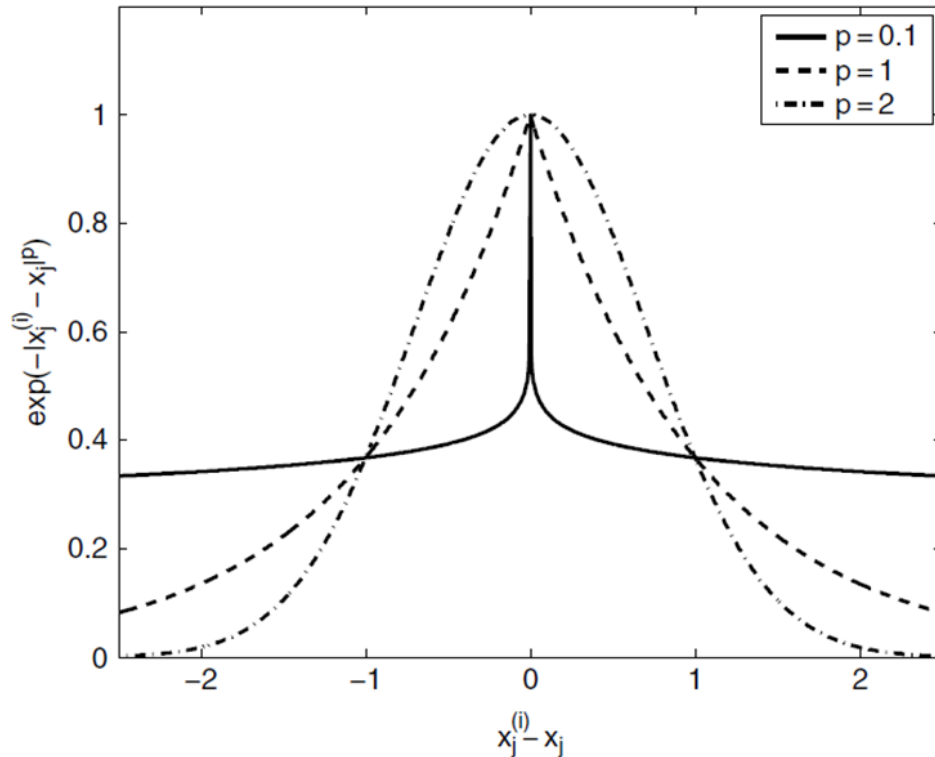
No método Kriging, a resposta y de uma função $y(x)$ é modelada como um processo aleatório $Y(x)$ normalmente distribuídos com média e variância estimados. Comumente as equações dos problemas físicos modelados a partir de fenômenos observados apresentam uma natureza contínua e suave. Espera-se que, para uma pequena distância entre dois pontos de projeto, a variação das respostas desses pontos também seja pequena, caracterizando, desta forma, uma grande correlação entre os processos aleatórios. O modo como essa correlação se dá é definido pelo núcleo de covariância também conhecido como Kernel C. É requisito que o núcleo de covariância seja positivo definido ou negativo definido devido a inversão durante o processo de construção do metamodelo (PASSOS *et al.*, 2016).

Forrester *et al.* (2008) definem a função base do método Kriging da seguinte forma:

$$\psi^{(i)} = \exp \left(- \sum_{j=1}^k \theta_j |x_j^{(i)} - x_j|^{p_j} \right) \quad (6)$$

onde θ e p são vetores parâmetro de ajuste do kernel para cada i -ésimo ponto x e para cada j -ésima dimensão em x . A Figura 24 demonstra como a função base se altera com a separação dos pontos e a alteração do parâmetro p .

Figura 24 - Correlações com a variação de p

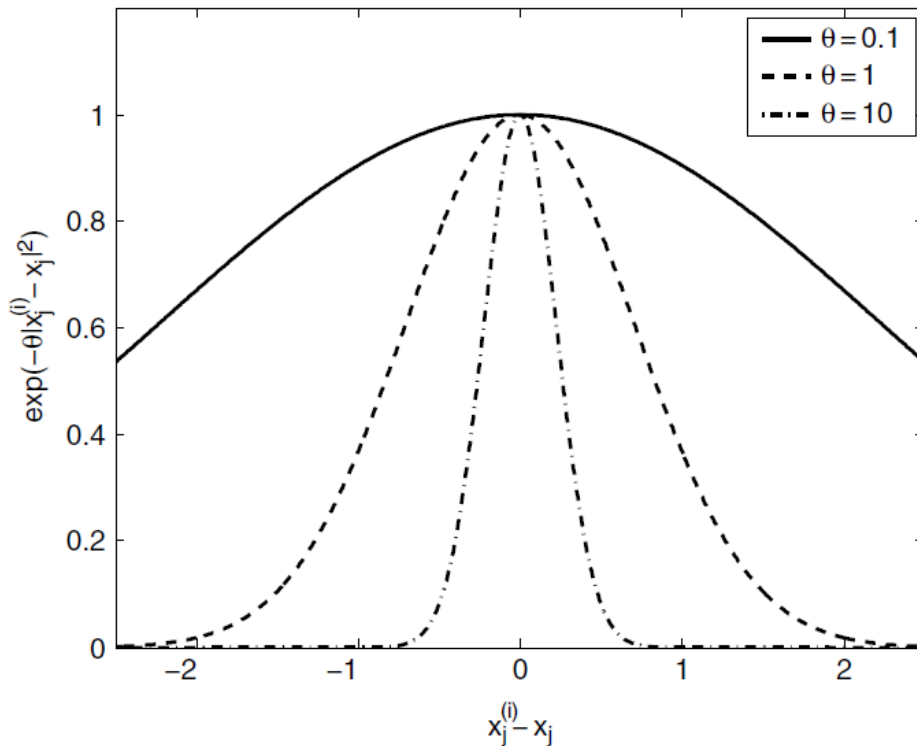


Fonte: Forrester et al. (2008)

Nota-se da Figura 24 que quanto mais próximo os pontos, maior é a correlação entre as respostas ao passo que quanto mais distantes os pontos, a correlação se reduz. Também é possível observar a variação da correlação com a alteração do parâmetro p , ocorrendo a suavização da curva para valores maiores (FORREST *et al.*, 2008).

Já a influência do parâmetro θ pode ser observado na Figura 25. Considerado como um parâmetro de largura, sua escolha afeta a extensão de influência do ponto. Um valor baixo para θ significa uma alta correlação entre os pontos com valores similares de $y(x)$ e um valor alto para θ significa uma grande diferença entre as respostas $y(x)$ (FORREST *et al.*, 2008).

Figura 25 - Correlações com a variação de θ



Fonte: Forrester et al. (2008)

A escolha dos parâmetros θ e p deve se basear na maximização da probabilidade de y e conseqüentemente na minimização do erro do modelo. Forrester *et al.* (2008) apresentam a seguinte equação, conhecida como função de verossimilhança concentrada logarítmica:

$$\ln(L) \approx -\frac{n}{2} \ln(\hat{\sigma}^2) - \frac{1}{2} \ln|\Psi| \quad (7)$$

onde $\hat{\sigma}^2$ representa a estimativa de máxima verossimilhança para o desvio padrão dos pontos amostrais. Através dessa função busca-se maximizar a verossimilhança para os valores desconhecidos de θ e p . A álgebra envolvendo o cálculo da verossimilhança é a etapa de maior custo computacional do método Kriging e, portanto, seu código deve ser o mais eficiente possível. Para este cálculo são requeridas inversões matriciais para a qual Forrester *et al.* (2008) recomenda a utilização da fatoração Cholesky como método de simplificação aplicáveis a matrizes positivo-definidas como ψ .

A seleção inicial de pontos feita pelo DOE não garante a representação perfeita da função. Devido a isso, atualizações com base na função principal são

necessárias para que o metamodelo seja refinado. Os pontos adicionais utilizados para esse fim são conhecidos como pontos de preenchimento.

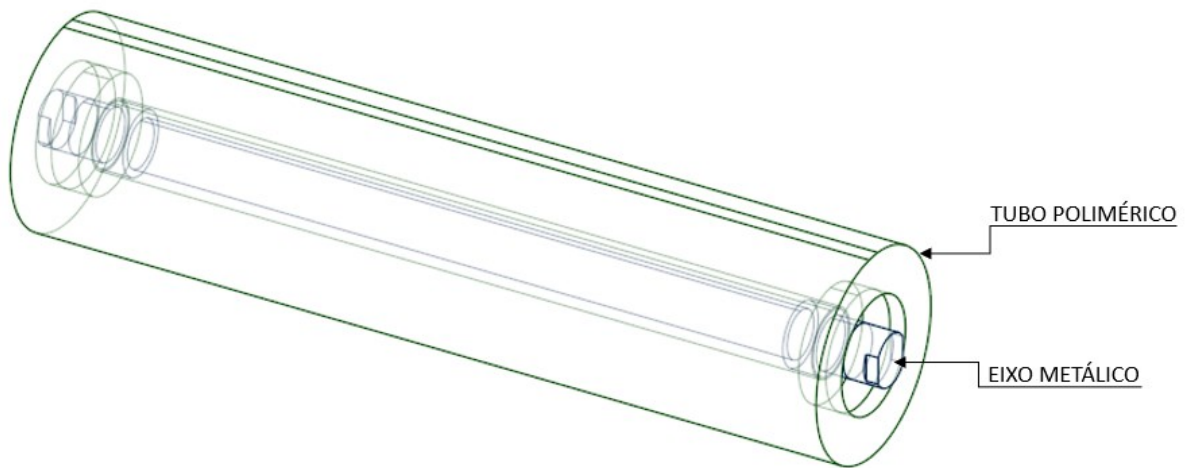
A seleção dos pontos de preenchimento deve ocorrer em áreas onde o metamodelo está impreciso ou em áreas onde a combinação das variáveis pode apresentar um resultado útil. Por exemplo, um ponto de mínimo local ou global. A seleção desse ponto é feita utilizando otimização do metamodelo. Após a otimização, a função principal é acessada diversas vezes com os pontos de preenchimentos até que se tenha uma representação satisfatória do metamodelo na região de ótimo. Esse processo é iterativo e depende da eficácia do método de determinação dos pontos de preenchimento (FORREST *et al.*, 2008)

Com a superfície de resposta definida e refinada, é então realizada a otimização para se obter o ponto de ótimo. Após a obtenção do ponto de ótimo do metamodelo é verificado o ponto encontrado com a função original. Caso o erro for superior a valor de erro máximo admissível, é feito o refinamento do metamodelo com o novo ponto gerado, e uma nova otimização do metamodelo e verificação do erro é realizada até que uma condição de parada seja satisfeita

3 METODOLOGIA

O modelo inicial utilizado é baseado em um rolo formado por tubo polimérico e eixo metálico, conforme ilustrado na Figura 26.

Figura 26 - Ilustração do modelo inicial do rolo

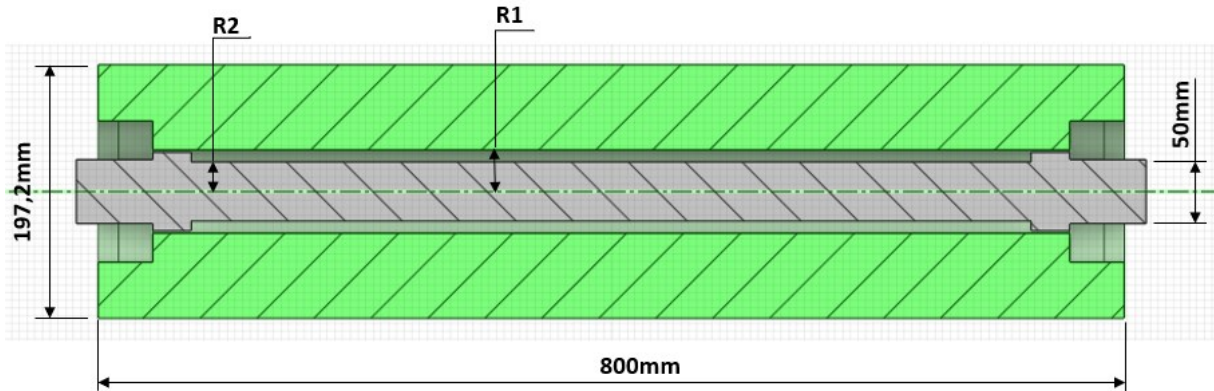


Fonte: autoria própria

A estratégia de otimização utilizada é baseada em uma “otimização híbrida” proposta por Martins *et al.* (2020). O termo “otimização híbrida” refere-se aqui à combinação da otimização topológica com a otimização de parâmetros (dimensões) da geometria do componente. Com a otimização topológica busca-se encontrar a melhor distribuição de densidades em uma estrutura celular considerando o tubo polimérico como domínio de projeto. Com a otimização paramétrica busca-se encontrar a combinação do diâmetro central do eixo e do diâmetro interno do tubo que, em conjunto com a otimização topológica, resulte na menor massa, respeitando as restrições do projeto.

Na Figura 27 é possível observar os diâmetros considerados como parâmetros (variáveis de projeto) e o domínio do projeto para a otimização topológica. Adicionalmente, deseja-se compreender as influências do tipo de célula e da escala da célula unitária na otimização de estruturas *lattice* ou estruturas celulares.

Figura 27 - Ilustração em corte longitudinal do modelo do rolete, com indicação das variáveis da otimização paramétrica e do domínio do projeto da otimização topológica (OT)



Fonte: autoria própria

Como ferramenta computacional para este trabalho é utilizado um computador com processador Intel i5-8265U, 8 GB de memória RAM e 512 GB de armazenamento SSD. O *software* utilizado para a modelagem da geometria, na elaboração das análises por elementos finitos e na realização da otimização topológica é o Ansys 2020 R2, e a otimização matemática baseada em metamodelagem é realizada através de códigos computacionais desenvolvidos na plataforma Matlab R2019a.

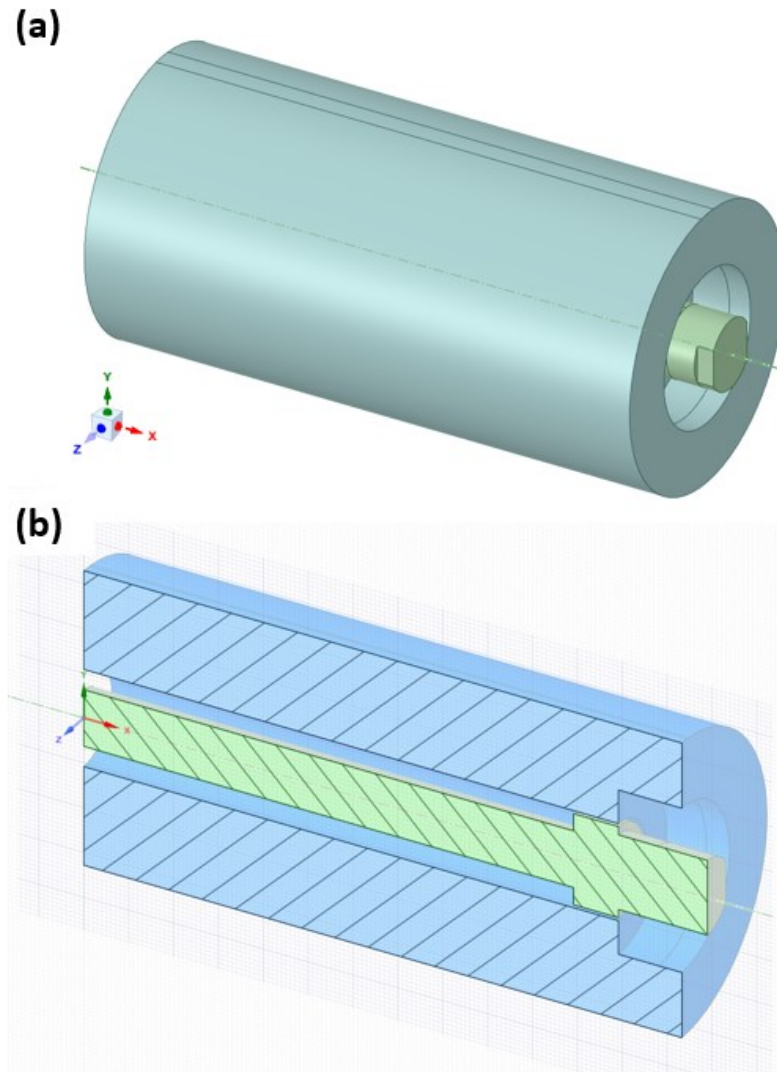
3.1 Modelagem do problema por elementos finitos

O modelo geométrico inicial do rolo é realizado no software SpaceClaim, adotando a consideração de extensão da área de projeto, mas buscando respeitar as definições contidas na norma ABNT NBR 6678:2017. Para reduzir o tempo de simulação numérica, sem perda de acurácia, é adotada a consideração de meia geometria com condições de simetria, e uma carga constante de maneira similar às simplificações adotadas em Berto *et al.* (2016) e replicadas em Ceniz (2020). Ambos os trabalhos consideram um quarto da geometria, entretanto, no presente trabalho, é utilizada a metade da geometria para possibilitar a simulação e realização da otimização topológica de um componente rotacional. A aplicação de uma divisão maior da geometria, por exemplo um quarto, limitaria a consideração de padrão circular da geometria. Para que a simulação encontre resultados para um cilindro que rotaciona em seu eixo, não é possível realizar a divisão longitudinal do rolete.

Na Figura 28 observa-se o tubo do rolo com domínio do projeto ampliado, conforme Martins *et al.* (2020), e o eixo escalonado para possibilitar a futura variação

do eixo sem comprometer os requisitos de montagem do rolamento conforme previsto em Ceniz (2020).

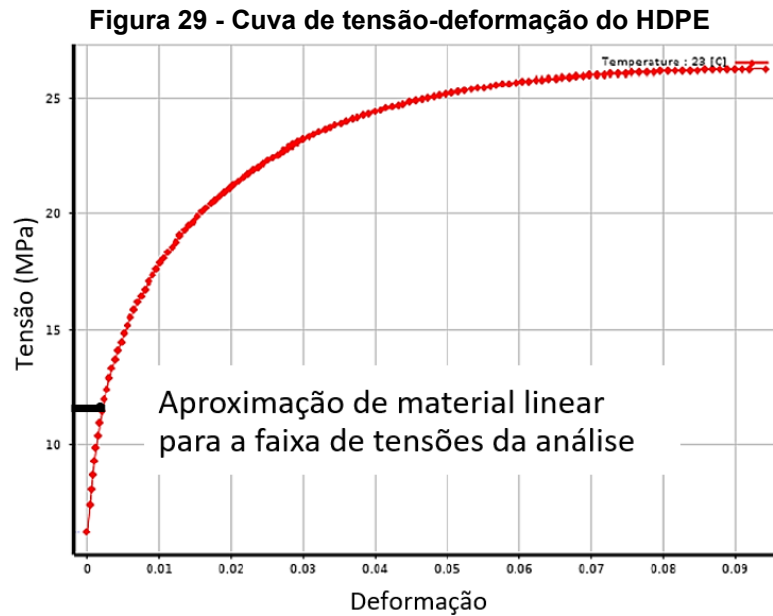
Figura 28 - (a) Modelo simplificado, correspondente a $\frac{1}{2}$ da geometria, (b) seção de corte do modelo simplificado



Fonte: autoria própria

Os materiais de construção adotados para os componentes são: aço estrutural para o eixo e polietileno de alta densidade (HDPE, da sigla em inglês) para o tubo. Devido à grande variação encontrada nas propriedades do HDPE, são adotados os valores de rigidez encontrados através de teste de tração considerados por Martins *et al.* (2020), bem como o coeficiente de Poisson de 0,46. Para ambos os materiais foi considerada a hipótese de comportamento elástico-linear. Tal hipótese leva em consideração a faixa de tensões admissíveis aplicáveis ao projeto. Conforme pode ser observado na Figura 29 as tensões serão limitadas a valores dentro da região

da curva tensão-deformação com efeito predominante do comportamento elástico-linear dos materiais.



Fonte: adaptado de Kouketsu (2021).

As propriedades dos materiais utilizados são listadas na Tabela 4.

Tabela 4 - Propriedades dos materiais

Material	Módulo de Young [GPa]	Coefficiente de Poisson	Densidade [kg/m ³]
Aço	210	0,3	7850
HDPE	1,2119	0,46	940

Fonte: adaptado de Martins et al. (2020)

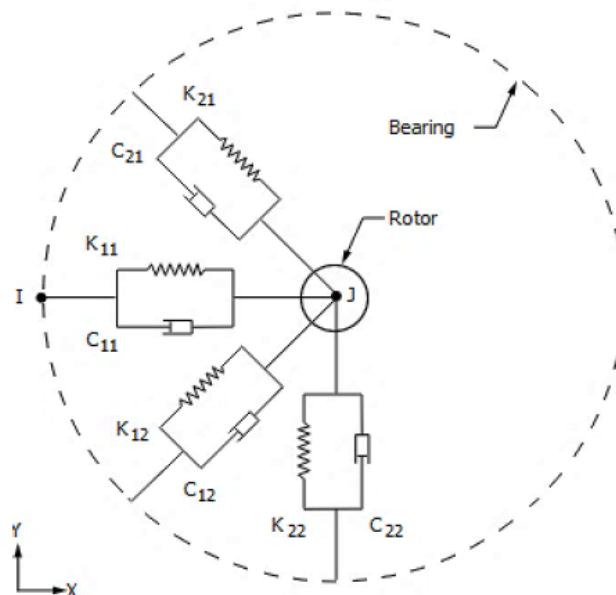
A união do eixo com o tubo é realizada através de dois rolamentos SKF 6310-2Z, representados na modelagem numérica como componentes de molas. Essa representação dos mancais resulta em uma rigidez mais adequada, se comparada com um modelo com elementos finitos sólidos, além de reduzir a quantidade de elementos da malha, o que agiliza a execução da otimização (CENIZ, 2020). A rigidez radial do mancal (K_r) é função do deslocamento radial da esfera mais carregada (δ_r), os quais são calculados pelas seguintes expressões (Gargiulo, 1980):

$$\delta_r = 46,2 \times 10^{-6} \sqrt[3]{\frac{F_r^2}{DZ^2 \cos^2 \alpha}} \quad (8)$$

$$K_r = 4,77 \times 10^{-6} Z \sqrt{D \delta_r^2 \cos^5 \alpha} \quad (9)$$

onde F_r é a força radial aplicada ao rolamento, Z é o número de esferas, D é o diâmetro das esferas e α equivale ao ângulo de contato devido à penetração da esfera mais carregada. A Figura 30 ilustra a representação do mancal no modelo de elementos finitos do rolete.

Figura 30 - Representação do mancal no modelo de elementos finitos do rolete (elemento COMBI214 do Ansys)



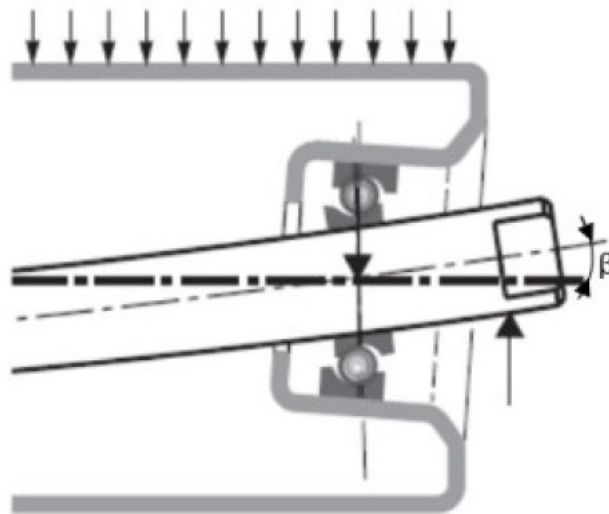
Fonte: Ansys (2020).

A carga considerada de 15817 N é obtida da norma ABNT NBR 6678:2017 para o rolo série 50 com comprimento do tubo de 800 mm. Como a norma não estabelece a carga admissível para roletes de carga duplo e triplo com escalonamento do eixo, para o presente trabalho foi admitido que roletes com eixo escalonado devem atender a mesma carga que roletes sem escalonamento do eixo. A carga é então distribuída uniformemente através da área de aplicação, delimitada pelo contato entre correia e o tubo (COUSSEAU e BORGES, 2019). Para encontrar esta área são utilizadas as equações de Hertz contidas em Johnson (1985), desprezando o comportamento hiper elástico do material da correia. O eixo do rolo é então

considerado apoiado na estrutura de suporte do rolete, permitindo a livre flexão do eixo.

Indicado pela NBR 6678 como o principal modo de falha nesse tipo de sistema, o desalinhamento do eixo (β) é foco de monitoramento bem como a tensão máxima de von Mises (σ_{vm}) no tubo e no eixo. A Figura 31 representa o efeito amplificado do desalinhamento do eixo.

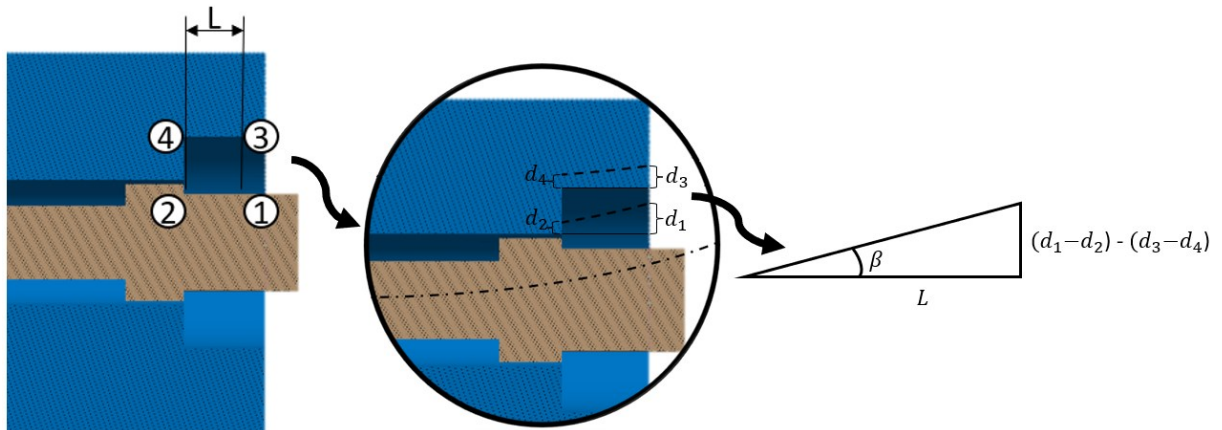
Figura 31 - Representação do desalinhamento do eixo



Fonte: adaptado de ABNT NBR 6678.2017.

Para o cálculo do ângulo β ilustrado na Figura 31, são considerados os deslocamentos verticais encontrados nos pontos extremos de contato entre o rolamento e o tubo conforme identificação da Figura 32. As linhas tracejadas representam o deslocamento dos pontos de medição em escala ampliada, resultante da deformação do rolete devido à aplicação de carga.

Figura 32 - Pontos de obtenção do descolamento para cálculo do ângulo de desalinhamento do eixo



Fonte: autoria própria

O desalinhamento β é então calculado em minutos utilizando a relação da tangente:

$$\beta = \tan^{-1} \left[\frac{(d_1 - d_2) - (d_3 - d_4)}{L} \right] \times \frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{60'}{1^\circ} \quad (10)$$

onde d_1, d_2, d_3, d_4 , são os deslocamentos verticais indicados no Figura 31 e L é a largura do rolamento.

As tensões máximas de von Mises (σ_{vm}) no tubo e no eixo são obtidas em pontos específicos da geometria de modo a eliminar a influência de potenciais concentradores de tensão. No tubo, a região de interesse é a mesma área onde é aplicada a carga distribuída, conforme região destacada em vermelho na Figura 33. No eixo, a região de interesse é o nó superior ao centro, conforme apresentada na Figura 34, que corresponde ao ponto sujeito à maior tensão de flexão no eixo.

Figura 33 - Região de interesse para avaliação da tensão de von Mises no tubo (em vermelho)

B: Static Structural

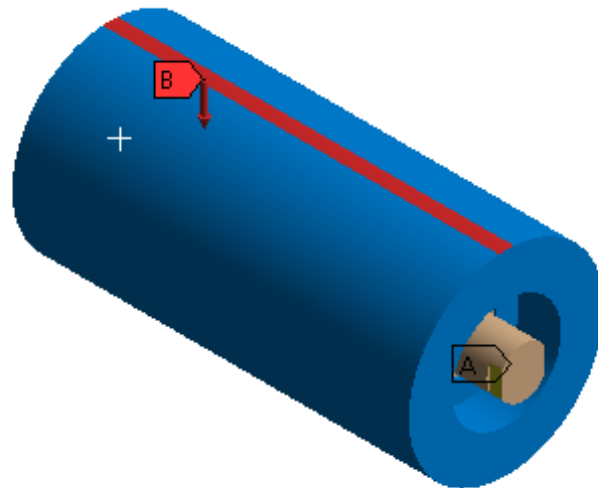
Static Structural

Time: 1, s

24/01/2022 20:46

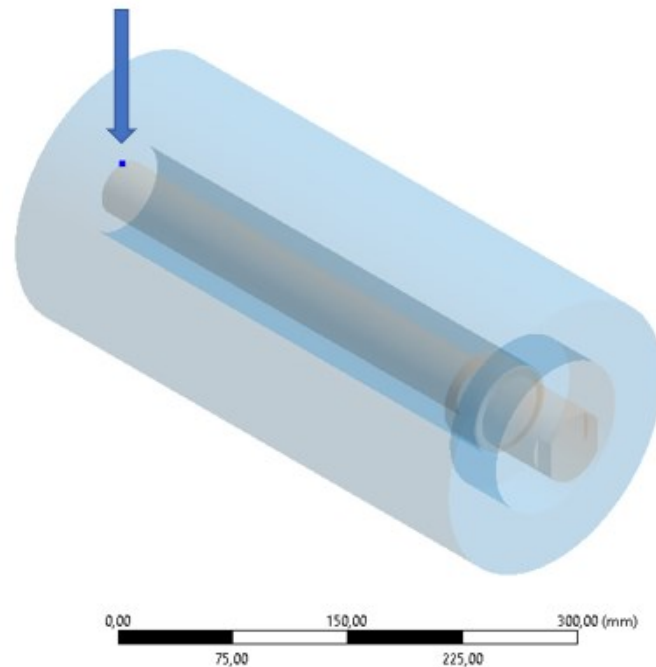
A Remote Displacement

B Force: 7908,5 N



Fonte: autoria própria

Figura 34 - Ponto de interesse para avaliação da tensão de von Mises no eixo (localizado na região central do eixo ao longo de sua coordenada longitudinal)



Fonte: autoria própria

Para a elaboração da malha de elementos finitos, é considerado o elemento sólido com formato predominantemente tetraédrico. Os demais parâmetros de malha são definidos através do estudo de convergência de malha. São considerados como

resultados controlados, o custo computacional medido em termos de memória utilizada e os critérios de qualidade de elemento e distorção fornecidos pelo próprio Ansys.

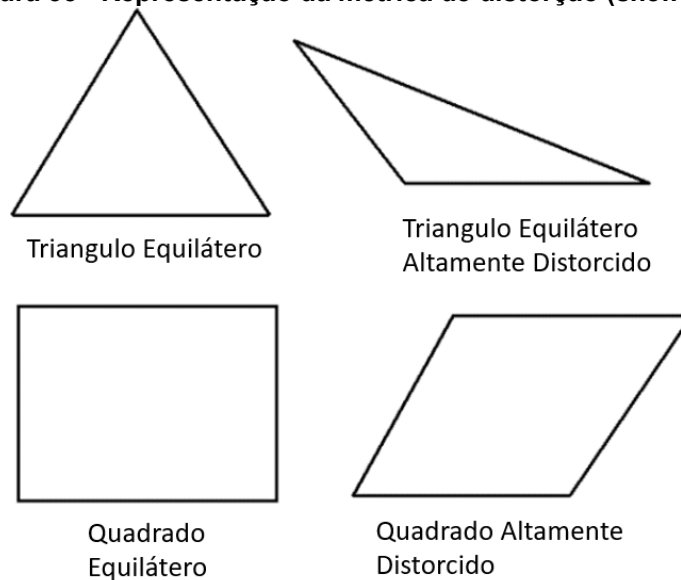
A métrica *quality* de elemento expressa pela equação (11) é baseada em uma proporção onde 1 representa um cubo perfeito e 0 um volume nulo ou negativo. (Ansys, 2020).

$$quality = C \left[\frac{\text{volume}}{\sqrt{[\sum(\text{comprimento das arestas})^2]^3}} \right] \quad (11)$$

onde C é um constante dependente da geometria do elemento.

A métrica *skewness*, ou sua tradução distorção, determina quão perfeita são as faces do elemento tendo como referência elementos equiláteros. A Figura 35 ilustra esse conceito.

Figura 35 - Representação da métrica de distorção (*skewness*)



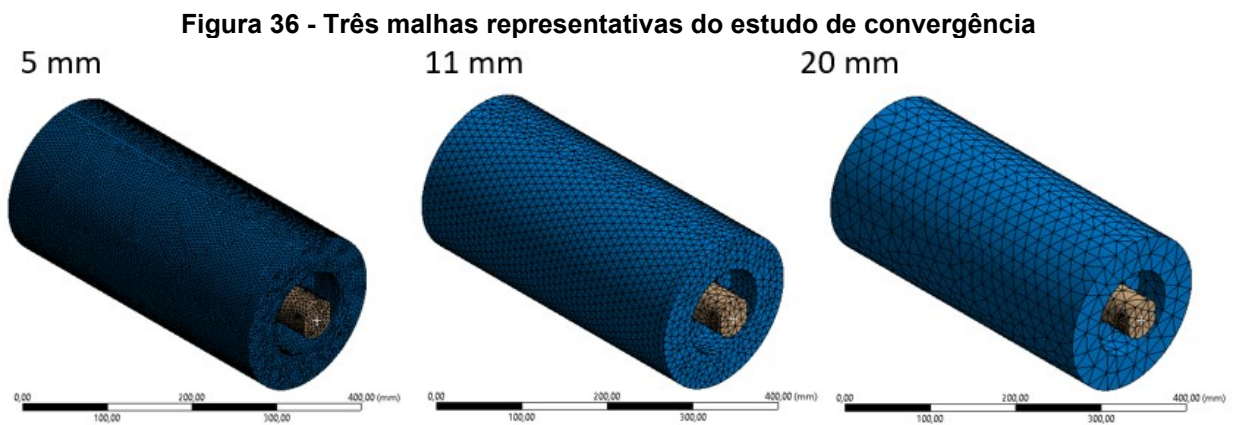
Fonte: adaptado de Ansys (2020).

Para o critério distorção, um valor mais próximo da unidade (1) representa um elemento altamente distorcido, enquanto um valor próximo de zero (0) significa uma menor distorção. Baseado nesse princípio Ansys (2020) estabelece a Tabela 5.

Tabela 5 - Métrica de distorção da malha ou skewness	
Valor de Distorção	Qualidade do Elemento
1	Deteriorado
0,9 - <1	Ruim
0,75 - 0,9	Pobre
0,5 - 0,75	Suficiente
0,25 - 0,5	Bom
> 0 - 0,25	Excelente
0	Equilátero

Fonte: adaptado de Ansys (2020)

A Figura 36 ilustra as malhas obtidas utilizando elementos com tamanho médio de 5, 11 e 20 mm.



Fonte: autoria própria

Os resultados do estudo de convergência da malha estão reunidos na Tabela 6.

Tabela 6 – Tabela de estudo de convergência da malha										
Tamanho médio do elemento [mm]	Número de nós	Número de elementos	Tensão máxima de von Mises no tubo [MPa]	Tensão máxima de von Mises no eixo [MPa]	β [min]	Tempo computacional [s]	Memória [MB]	Tamanho do arquivo [MB]	Quality	Skewness
20	20294	12772	1.82	49.40	3.41	5	336	15	0.826	0.2515
15	35051	22315	1.78	50.67	3.25	7	403	26	0.820	0.2597
12	52133	32222	1.78	49.81	3.26	10	480	38	0.809	0.2792
11	63889	40957	1.79	50.41	3.26	12	534	47	0.813	0.2722
10	80769	52181	1.78	50.96	3.27	14	579	60	0.815	0.2699
9	102034	66394	1.8	50.35	3.28	18	709	76	0.818	0.2658
8	135404	88668	1.78	50.42	3.28	25	879	102	0.818	0.2632
5	410643	27578	1.80	49.93	3.31	80	21875	315	0.824	0.2530

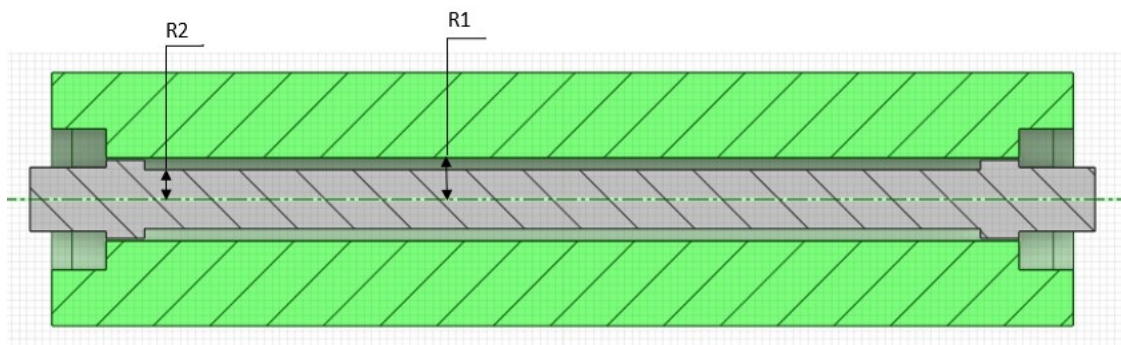
Fonte: autoria própria

Ao considerar os resultados do estudo de convergência de malha apresentados na Tabela 6, a malha de melhor custo-benefício é aquela com 11 mm de tamanho médio de elemento, a qual possui valor de *quality* próximo a 1 e valor para *skewness* em nível bom, mas próximo do excelente, conforme observado na Tabela 5.

3.2 Otimização híbrida

O primeiro passo para a definição da metodologia da otimização híbrida proposta para este trabalho consiste na definição das variáveis de projeto que servirão de parâmetros para a otimização. De maneira similar à metodologia aplicada por Ceniz (2021), os parâmetros utilizados são o raio interno do tubo R1 e o raio externo do eixo R2 conforme observado na Figura 37. Os limites de variação dos raios são definidos de modo a ampliar a faixa de análise da otimização, se comparados com os projetos convencionais de roletes, mas ainda garantindo a montabilidade do rolamento e a livre rotação do tubo sempre respeitando uma folga mínima de 2,0 mm entre o eixo e o tubo.

Figura 37 - Variáveis da otimização paramétrica



Fonte: autoria própria

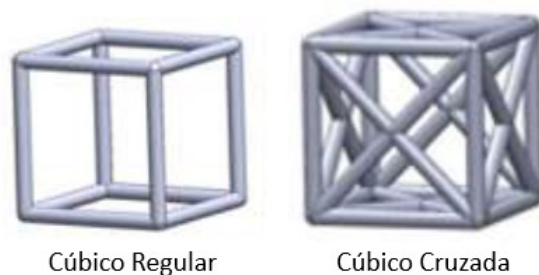
Com os parâmetros definidos, elabora-se um problema de otimização topológica para estruturas tipo lattice combinando a minimização da flexibilidade e a minimização da massa. Para representar a liberdade de rotação do tubo em torno do seu eixo aplica-se a ferramenta restrição cíclica do software Ansys. Da mesma forma como realizado em Martins *et al.* (2020), é aplicado um fator de ajuste de grandezas igual a 10 para ponderar a contribuição da massa, de forma que massa e flexibilidade tenham importâncias equivalentes na função objetivo. Ceniz (2021) propõe a

utilização de um fator de segurança de 1,5 para as restrições de σ_{VM} e β como forma de considerar tolerâncias de fabricação, incertezas provenientes do envelhecimento e da viscoelasticidade do polímero. Elaborando o problema nos moldes das equações (1) e (2) tem-se:

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar:} && 10 \times \text{Massa} + \text{Flexibilidade} \\
 &\text{sujeito à:} && \text{i) restrição cíclica (4 repetições)} \\
 &&& \text{ii) } |\beta| < 6' \\
 &&& \text{iii) } \sigma_{vm\ tubo} \leq 12 \text{ MPa} \\
 &&& \text{iv) } 32 \text{ mm} \leq R1 \leq 76 \text{ mm} \\
 &&& \text{v) } 10 \text{ mm} \leq R2 \leq 30 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{12}$$

A otimização topológica tipo *lattice* do software Ansys é baseada na distribuição otimizada de densidades dentro do espaço de projeto. Como variáveis é possível definir o tipo de unidade celular, a densidade mínima, a densidade máxima e o tamanho da célula. Neste trabalho são avaliados dois tipos de unidades celulares, ilustradas na Figura 38.

Figura 38 - Unidades celulares disponíveis no software Ansys



Fonte: adaptado de Ansys (2020)

A densidade mínima é definida como 0, e a máxima como 100%, de modo a avaliar todo o potencial da ferramenta de otimização. Também é variado o tamanho da célula.

Mesmo com o alto poder de processamento computacional atual, diversos autores relatam as dificuldades relacionadas ao tempo de processamento necessário para avaliar problemas complexos de otimização. Para essas situações, como no caso de estruturas celulares, metamodelos vem sendo utilizados como um recurso eficiente

e confiável. Neste trabalho utiliza-se o método Kriging para construção de superfícies de resposta a partir de pontos obtidos do DOE por hipercubo latino. Cada ponto amostral é submetido à otimização topológica e seus resultados são alimentados no metamodelo. Em seguida o metamodelo é otimizado parametricamente através do método *Globalized Bounded Nelder-Mead* (GBNM), desenvolvido por Luersen *et al.* (2004).

Antes da implementação do *loop* de otimização híbrida é proposta a aplicação de uma otimização paramétrica inicial dos parâmetros anteriormente definidos. Essa análise inicial leva em consideração o domínio expandido do projeto. As restrições do tubo foram delimitadas considerando um fator de segurança de 1,5 de modo a cobrir as incertezas associadas ao envelhecimento do material e a atuação da viscoelasticidade em polímeros. A restrição de tensão no eixo foi mantida considerando a recomendação da norma ABNT NBR 6678.2017. Para reduzir o tempo de análise, fez-se uso um metamodelo Kriging gerado através de 20 pontos amostrais e mais 20 pontos de refinamento resultantes da otimização pelo método GBNM. O problema de otimização paramétrica inicial é, então, definido como:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar:} & \quad \text{Massa} \\
 & \quad \text{i) } 10 \text{ mm} \leq \text{raio externo do eixo} \leq 30 \text{ mm} \\
 & \quad \text{ii) } 32 \text{ mm} \leq \text{raio interno do tubo} \leq 76 \text{ mm} \\
 \text{sujeito a:} & \quad \text{iii) } |\beta| \leq 6 \text{ min} \\
 & \quad \text{iv) } \sigma_{vm \text{ tubo}} \leq 12 \text{ MPa} \\
 & \quad \text{v) } \sigma_{vm \text{ eixo}} \leq 100 \text{ MPa}
 \end{aligned} \tag{13}$$

Com os resultados dos pontos considerados na otimização paramétrica inicial, são definidos os limites dos parâmetros de projeto R1 e R2 para o problema híbrido. A estratégia adotada é limitar o raio interno do tubo e o raio do eixo aos resultados encontrados dentro das faixas aceitáveis para o ângulo de desalinhamento (β) e tensões encontrados na otimização paramétrica inicial. Essa definição parte do princípio de que a remoção de material proveniente da otimização topológica irá inevitavelmente resultar na diminuição da rigidez da estrutura e, conseqüentemente, aumentar β e as tensões nos materiais. Portanto, os pontos encontrados na otimização paramétrica inicial que satisfazem as restrições são considerados os limites físicos da otimização topológica. Como na otimização paramétrica inicial a variação do raio do tubo afeta a espessura da parede do rolete considerando a

densidade do material constante e unitária a definição dos raios limites tem como objetivo evitar resultados não factíveis para a otimização topológica.

Para a realização da otimização topológica, o *software* Ansys faz uso do mesmo modelo mecânico definido para a análise de elementos finitos. Ao ajustar os parâmetros do programa de otimização topológica para estruturas lattice, são observadas algumas limitações do *software* Ansys específicas para esse tipo de otimização topológica. A limitação de maior relevância para o presente trabalho é a impossibilidade de definição do ângulo de desalinhamento como restrição do problema de otimização topológica. Como alternativa, é adotada a restrição do deslocamento transversal central do tubo ao invés do ângulo de desalinhamento dos mancais (ângulo β). Assim, o valor máximo do deslocamento central do tubo (δ) é limitado com base nos resultados encontrados para o ângulo de desalinhamento máximo admissível da otimização paramétrica inicial. Desta forma, verificou-se o deslocamento transversal (δ) máximo no tubo de 2,483 mm. Acima desse valor de deslocamento transversal os valores do ângulo de desalinhamento superavam os limites estabelecidos no problema. Para a formulação do problema este valor é arredondado para 2,5 mm de modo que o problema de otimização topológica se torna:

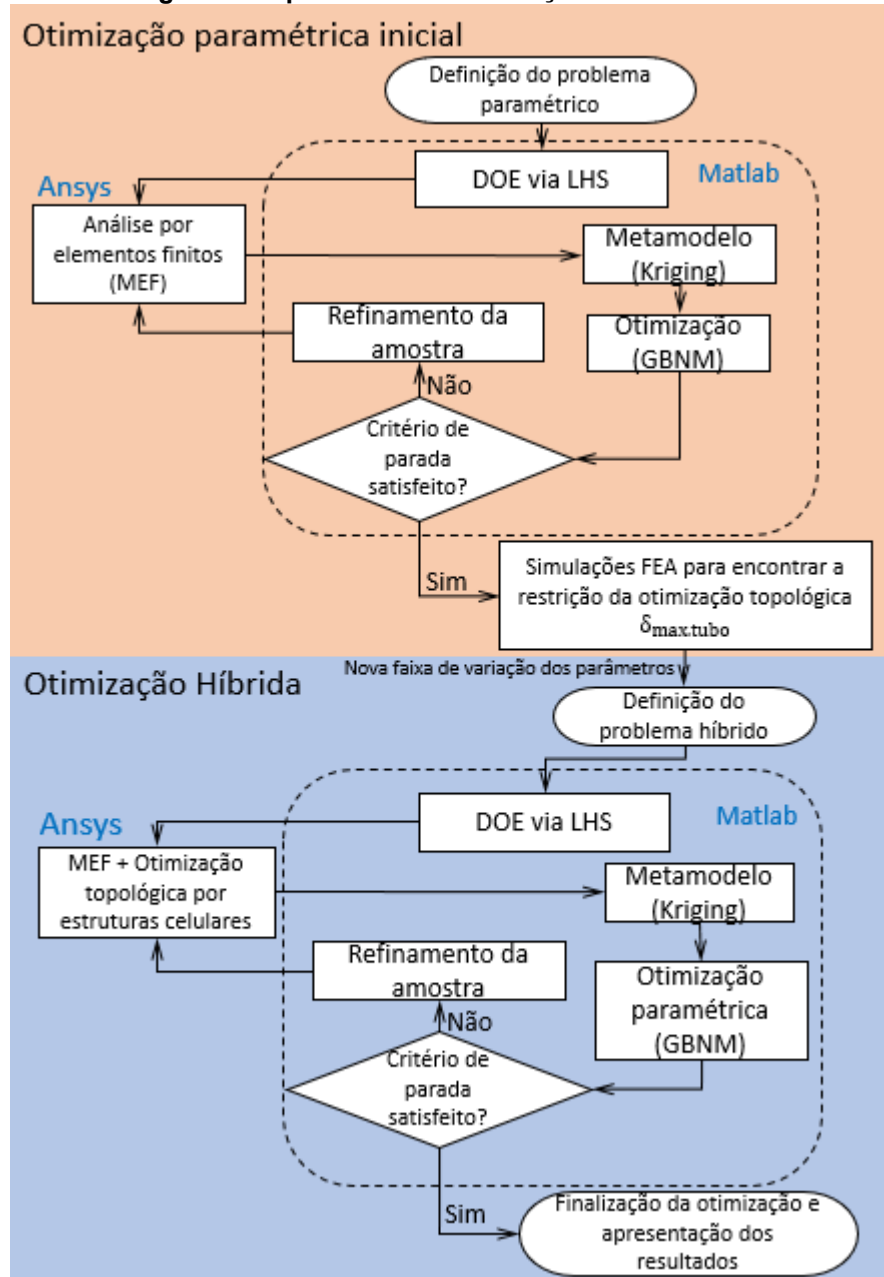
$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar:} & \quad 10 \times \text{Massa} + \text{Flexibilidade} \\
 \text{sujeito a:} & \quad \text{i) restrição cíclica (4 repetições)} \\
 & \quad \text{ii) } \delta_{\text{central do tubo}} \leq 2,5 \text{ mm} \\
 & \quad \text{iii) } \sigma_{vm \text{ tubo}} \leq 12 \text{ MPa}
 \end{aligned} \tag{14}$$

Com isso, a restrição β é considerada no problema de otimização do metamodelo. Dessa forma, essa restrição se torna indireta dentro da otimização topológica, mas direta no problema de otimização híbrida de modo que sua formulação se torna:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar:} & \quad 10 \times \text{Massa} + \text{Flexibilidade} \\
 & \quad \text{i) restrição cíclica (4 repetições)} \\
 & \quad \text{ii) } |\beta| \leq 6 \text{ min} \\
 \text{sujeito à:} & \quad \text{iii) } \sigma_{vm \text{ tubo}} \leq 12 \text{ MPa} \\
 & \quad \text{iv) } \sigma_{vm \text{ eixo}} \leq 100 \text{ MPa} \\
 & \quad \text{v) } 32 \text{ mm} \leq R1 \leq 76 \text{ mm} \\
 & \quad \text{vi) } 10 \text{ mm} \leq R2 \leq 30 \text{ mm}
 \end{aligned} \tag{15}$$

As etapas do processo da otimização híbrida descrita podem ser melhor visualizadas através da visualização do fluxograma da Figura 39.

Figura 39 - Fluxograma do processo de otimização híbrida com metamodelagem



Fonte: autoria própria

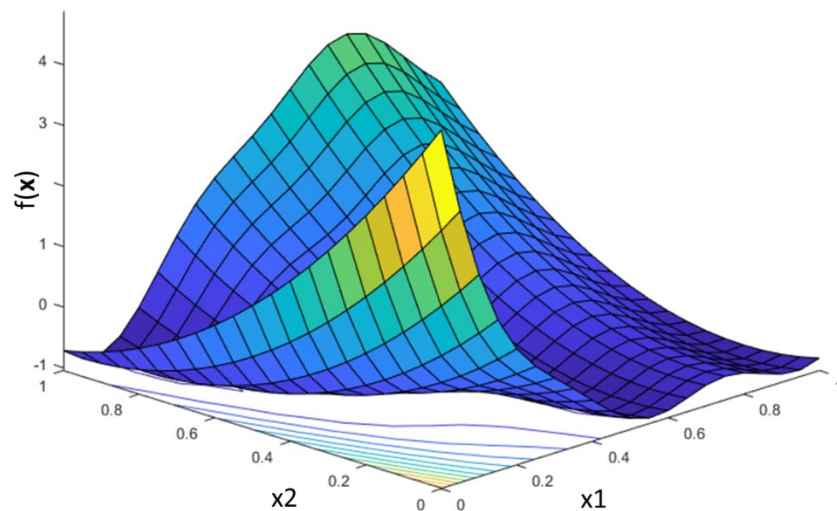
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos a partir da aplicação da metodologia proposta. Inicialmente é realizada a otimização de uma função teste com o objetivo de validar os algoritmos desenvolvidos e ajustar os parâmetros de programação associados com a otimização paramétrica. Em seguida o procedimento de otimização é aplicado ao projeto de rolos poliméricos. Inicialmente faz-se uma otimização paramétrica pura do rolete com o objetivo de delimitar o domínio do projeto da otimização topológica a ser realizada na otimização híbrida posterior. Em seguida é avaliada a influência do tipo de célula bem como o seu tamanho.

4.1 Otimização de função teste analítica

A função analítica selecionada para validação do metamodelo e do algoritmo de otimização proposto é a função de Branin-Hoo de duas variáveis, conforme ilustrada na Figura 40.

Figura 40 - Função analítica de Branin-Hoo.



Fonte: autoria própria.

Para facilitar a aplicação da função em conjunto com o DOE, foi considerada a forma redimensionada da função considerando o espaço $[0 ; 1] \times [0 ; 1]$, conforme proposto por Picheny et al. (2012). Nesta configuração as variáveis assumem valores de zero a um e a função é dada por:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{51,95} \left[\left(\bar{x}_2 - \frac{5,1\bar{x}_1^2}{4\pi^2} + \frac{5\bar{x}_1}{\pi} - 6 \right)^2 + \left(10 - \frac{10}{8\pi} \right) \cos \bar{x}_1 - 44,81 \right] \quad (16)$$

onde,

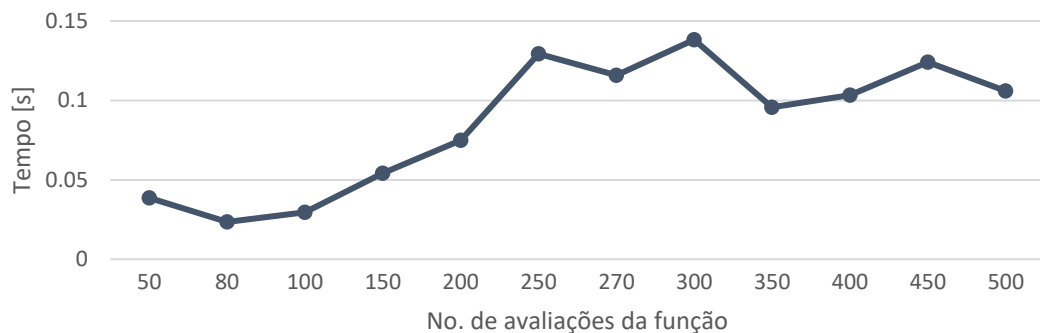
$$\bar{x}_1 = 15x_1 - 5, \bar{x}_2 = 15x_2 \quad (17)$$

Esta função possui três pontos de mínimos locais com o valor de $f(\mathbf{x}^*) = -1.047393891$:

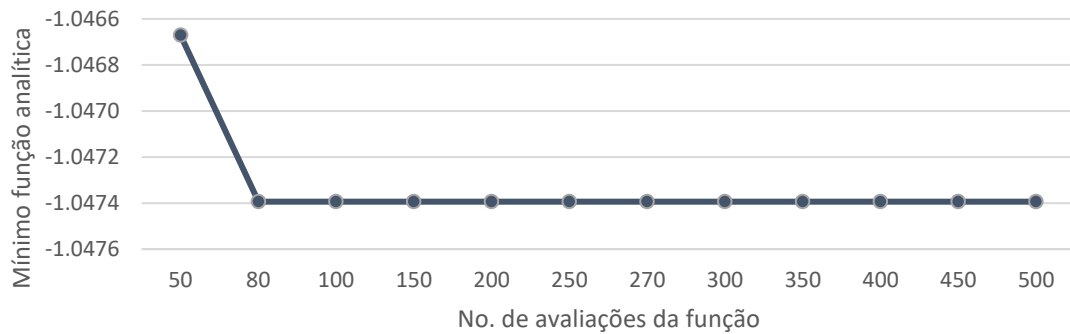
$$\mathbf{x}^* = (-\pi; 12,275), (\pi; 2,275) \text{ e } (9,42478; 2,475) \quad (18)$$

Para a utilização do método de otimização GBNM, o primeiro parâmetro analisado foi o número de avaliações da função objetivo. Conforme observado em Luersen et al. (2004), o número de avaliações da função objetivo tem forte influência na probabilidade de localização dos pontos ótimos da função de modo que quanto maior o número de avaliações, maior é a probabilidade. No entanto, um maior número de avaliações leva a um maior tempo de processamento. Para avaliar uma quantidade de análises que garantisse a observação dos pontos mínimos em um menor tempo possível, foram realizados testes variando-se o número de avaliações iniciando por 10 até 500, com acréscimos de 10.

Figura 41 - Evolução do tempo variando-se o número de avaliações da função objetivo.



Fonte: autoria própria.

Figura 42 - Evolução do mínimo em função do número de avaliações da função objetivo.

Fonte: autoria própria.

Com a análise dos gráficos da Figura 41 e da Figura 42, é possível concluir que já a partir de 50 avaliações a otimização encontra valores muito próximos ao mínimo da função analítica. Aprofundando a análise através dos dados apresentados na Tabela 7, observa-se que a partir de 90 avaliações o valor mínimo da função foi encontrado, com 150 avaliações foram obtidos dois pontos de mínimo e somente a partir de 280 avaliações são encontrados os três pontos de mínimo da função teste conforme pode ser observado nos gráficos da Figura 43.

Tabela 7 - Evolução dos resultados de acordo com o número de avaliações da função teste utilizando o método de otimização GBNM.

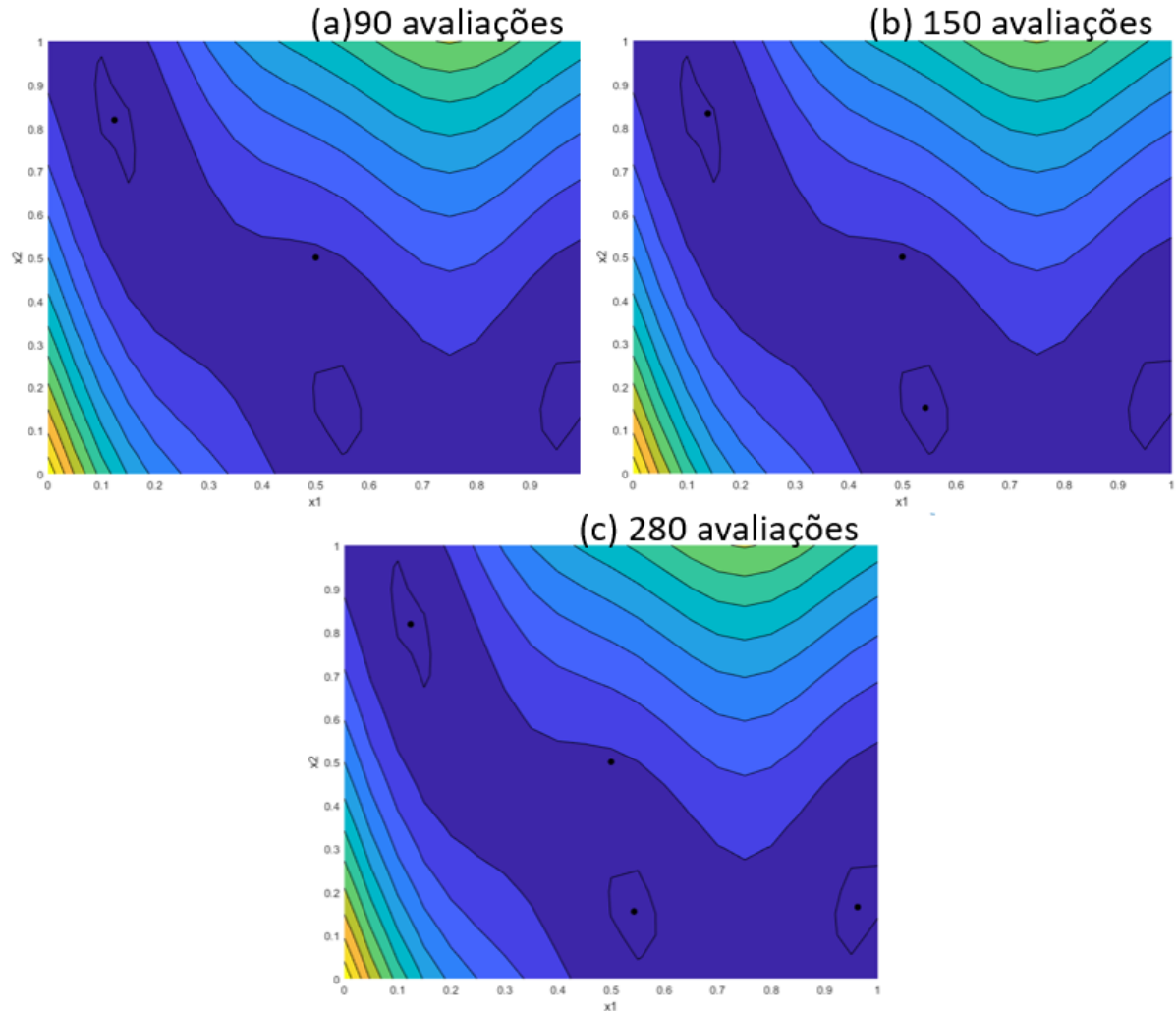
No. avaliações	Tempo [s]	Mínimo	Mínimos encontrados
50	0,257701	-1,047393785	1
90	0,148644	-1,047393891	1
100	0,141927	-1,047393891	1
150	0,176053	-1,047393891	2
200	0,201327	-1,047393891	2
250	0,18456	-1,047393891	2
280	0,194261	-1,047393891	3
300	0,208152	-1,047393891	3
350	0,220698	-1,047393891	3
400	0,262371	-1,047393891	3
450	0,251627	-1,047393891	3
500	0,278822	-1,047393891	3

Fonte: autoria própria.

Como a variação de tempo entre o número mínimo de avaliações encontrados para obtenção dos três pontos (280) e o número máximo de avaliações analisado (500) é pequena, optou-se por utilizar maior número de avaliações (500) para

aumentar a probabilidade de obtenção de pontos de mínimo considerando agora a análise por metamodelo.

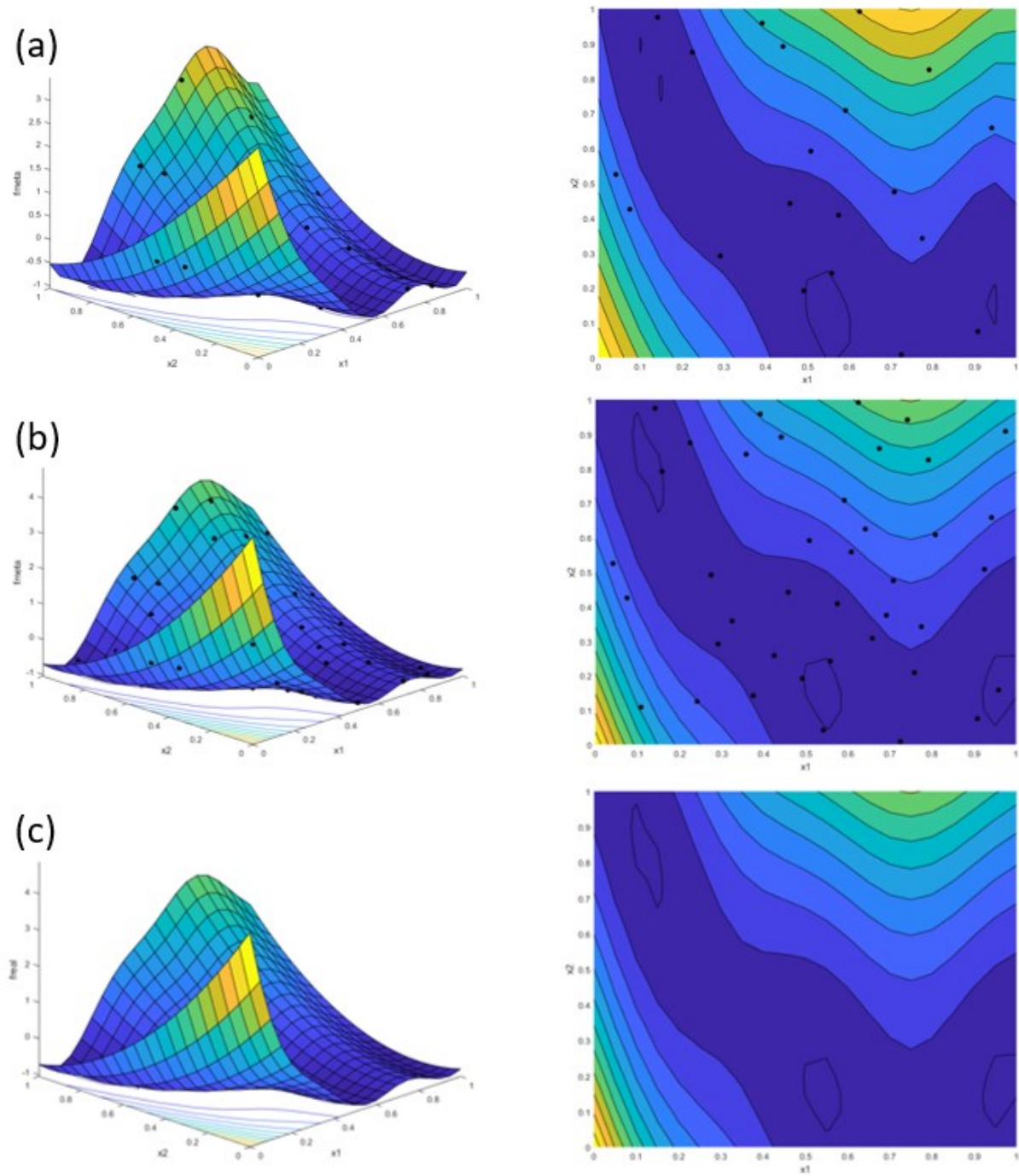
Figura 43 - Pontos de mínimo conforme número de avaliações.



Fonte: autoria própria.

Outro parâmetro de grande influência na otimização por metamodelo é o número de pontos amostrais considerados. Para validação da metodologia proposta, foi realizada a análise gráfica das superfícies formadas pelo metamodelo conforme Figura 44 e foram comparados os resultados encontrados para os três pontos de mínimo da função analítica com os resultados encontrados variando-se o número de pontos do metamodelo para a análise do erro associado à essas previsões. Os resultados observados no cálculo da função objetivo a partir do metamodelo e os tempos de processamento requeridos para obtenção desses valores são apresentados na Tabela 8

Figura 44 - Análise gráfica da influência do número de pontos na elaboração de um metamodelo: (a) 20 pontos, (b) 40 pontos e (c) função analítica



Fonte: autoria própria.

Tabela 8 - Resultados de metamodelos obtidos utilizando número de amostras diferentes.

No. Pontos	x1	x2	Função Analítica	Meta modelo	Erro Absoluto	Erro %	Média	Desvio Padrão	Tempo [s]
20	-3,14	12,28	-1,05	-1,02	-0,03	0,03	-1,02	0,03	1,63
	3,14	2,27	-1,05	-1,06	0,01	-0,01			
	9,42	2,47	-1,05	-0,99	-0,06	0,05			
30	-3,14	12,28	-1,05	-1,04	-0,01	0,01	-1,02	0,04	1,88
	3,14	2,27	-1,05	-1,05	0,00	0,00			
	9,42	2,47	-1,05	-0,97	-0,07	0,07			
40	-3,14	12,28	-1,05	-1,05	0,00	0,00	-1,05	0,00	3,03
	3,14	2,27	-1,05	-1,05	0,00	0,00			
	9,42	2,47	-1,05	-1,05	0,00	0,00			
50	-3,14	12,28	-1,05	-1,05	0,00	0,00	-1,05	0,00	3,69
	3,14	2,27	-1,05	-1,05	0,00	0,00			
	9,42	2,47	-1,05	-1,05	0,00	0,00			
60	-3,14	12,28	-1,05	-1,05	0,00	0,00	-1,05	0,00	4,65
	3,14	2,27	-1,05	-1,05	0,00	0,00			
	9,42	2,47	-1,05	-1,05	0,00	0,00			

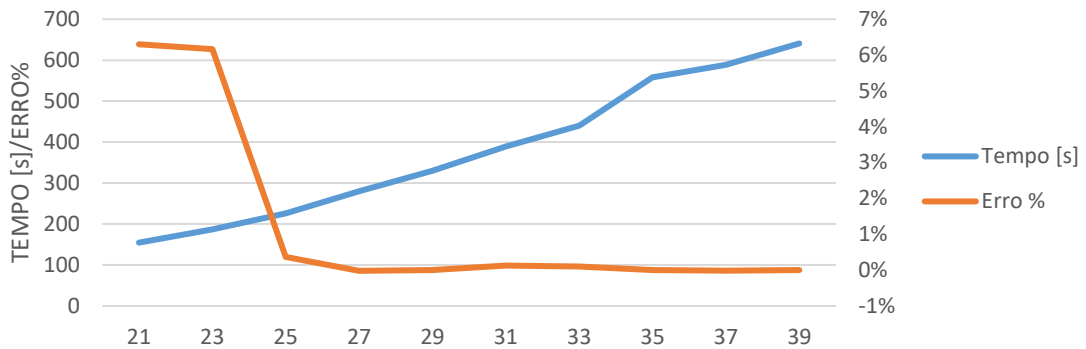
Fonte: autoria própria.

Observa-se que a partir de 40 pontos amostrais o erro encontrado entre o valor real da função e a previsão tende a valores abaixo dos milésimos. No entanto, também é possível notar um aumento significativo no tempo de processamento do metamodelo de 1,88 para 3,03 segundos com o incremento de 30 para 40 pontos, o que representa mais de 60% de aumento. Para reduzir o tempo de análise e ainda garantir um resultado acurado, foi adotada a estratégia de 20 pontos iniciais com a inclusão de 20 pontos adicionais. Dos pontos adicionais, 10 deles são resultado do algoritmo de otimização (ponto ótimo encontrado) e 10 pontos são adicionados de maneira aleatória para explorar globalmente o domínio das variáveis de projeto e refinar o metamodelo.

Com a metodologia refinada, realizou-se um teste de otimização da função. Verificou-se que iniciando-se com os 20 pontos amostrais do DOE, já a partir do ponto #25 o erro entre o valor do mínimo potencial encontrado e o valor de mínimo real analítico é praticamente nulo. A Figura 45 apresenta através da linha vermelha o erro percentual (eixo das ordenadas à direita) entre o valor de mínimo potencial encontrado pela otimização do metamodelo e o valor de mínimo analítico. A linha azul representa o tempo de processamento para o cálculo computacional da otimização pelo metamodelo (eixo das ordenadas à esquerda). Observa-se a queda do erro no ponto

#25 e o aumento gradativo do tempo de processamento com o incremento do número de pontos no metamodelo.

Figura 45 - Teste de desempenho do metamodelo sobre a função de Branin-Hoo, considerando tempo de processamento e erro percentual.



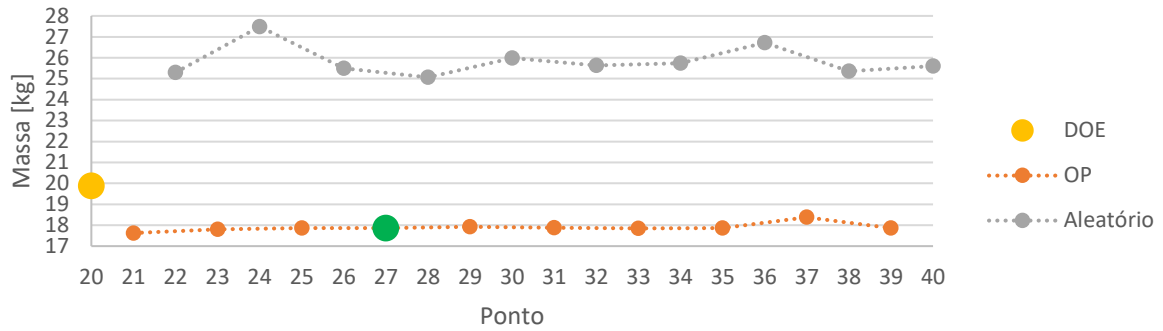
Fonte: Fonte: autoria própria.

4.2 Otimização paramétrica inicial do rolo

Nesta seção são apresentados os resultados da otimização paramétrica inicial realizada com o objetivo de encontrar os limites dos parâmetros R1 e R2. Com a definição desses limites, tem-se o interesse de eliminar pontos de análise que potencialmente não resultariam em uma solução adequada na otimização topológica.

Com o problema da equação (13) implementado na plataforma Matlab, os resultados são gerados e apresentados graficamente através da Figura 46, Figura 47, Figura 48 e Figura 49. Nessas figuras, o ponto amarelo representa o melhor ponto gerado no DOE que atende a todas as restrições e o ponto verde é o melhor ponto obtido pelo algoritmo GBNM na otimização do metamodelo.

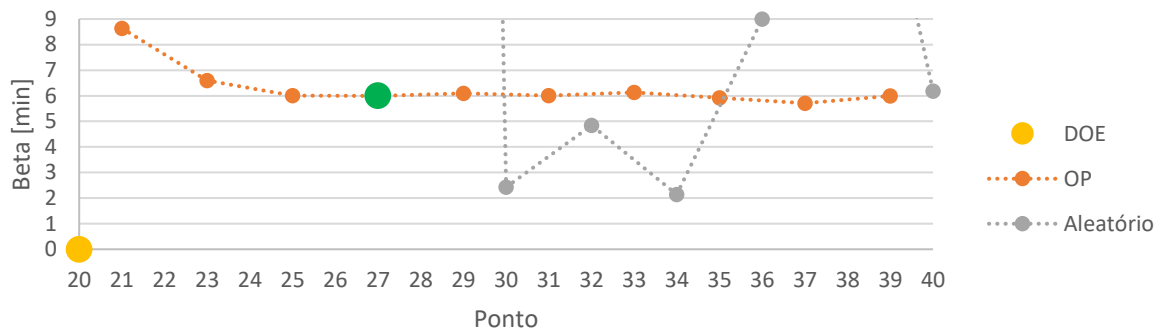
Figura 46 - Evolução da massa do rolo na otimização paramétrica inicial.



● Melhor ponto DOE ● Melhor ponto obtido da otimização

Fonte: autoria própria.

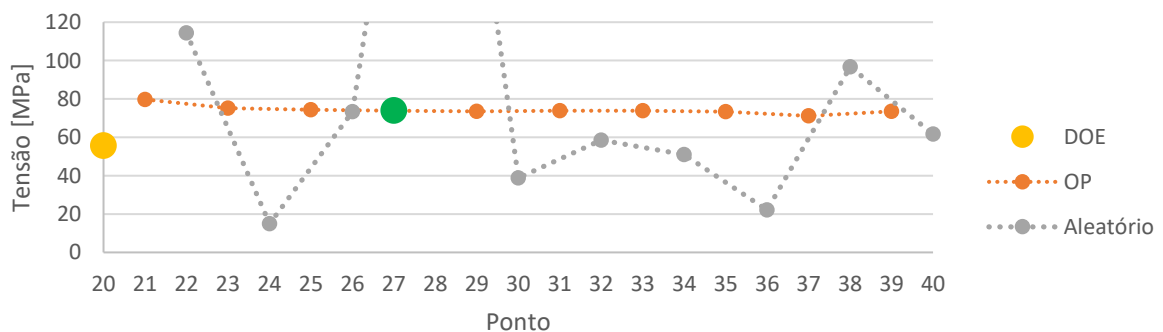
Figura 47 - Evolução do ângulo β na otimização paramétrica inicial.



● Melhor ponto DOE ● Melhor ponto obtido da otimização

Fonte: autoria própria.

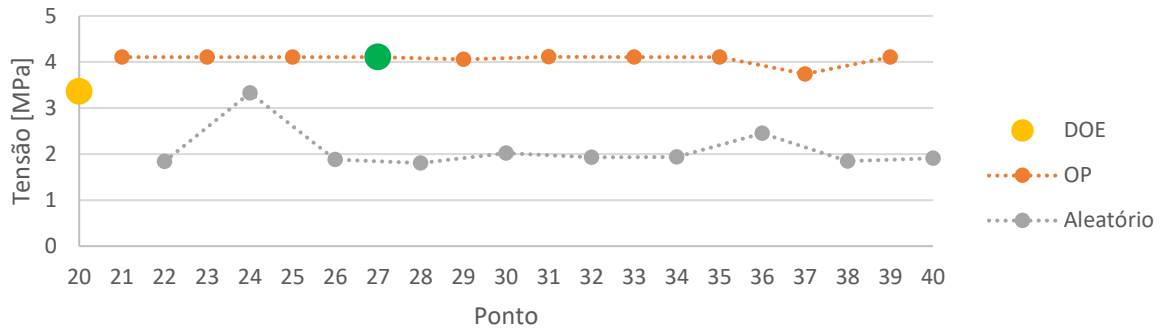
Figura 48 - Evolução da tensão máxima no eixo na otimização paramétrica inicial.



● Melhor ponto DOE ● Melhor ponto obtido da otimização

Fonte: autoria própria.

Figura 49 - Evolução da tensão máxima no tubo na otimização paramétrica inicial.

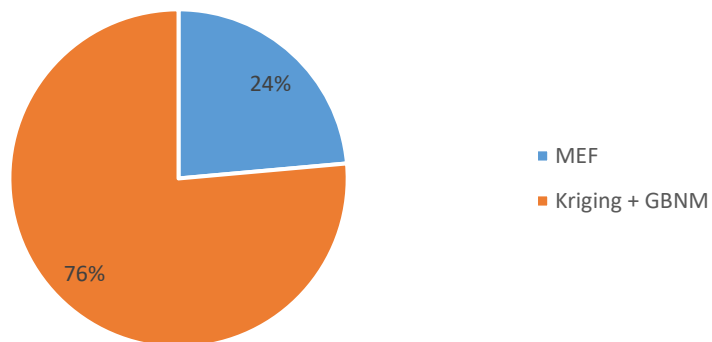


● Melhor ponto DOE ● Melhor ponto obtido da otimização

Fonte: autoria própria.

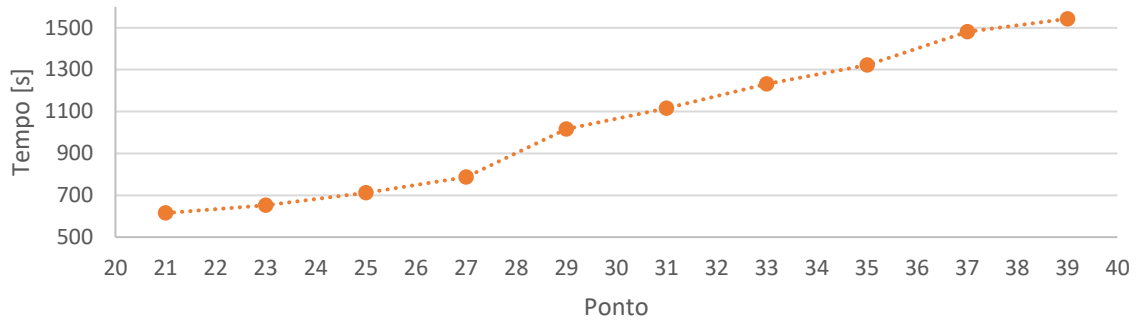
O tempo total demandado para a otimização considerando os 20 pontos do DOE mais os 20 pontos adicionais foi de 3h49min, sendo 54min utilizados na geração dos resultados do MEF e 2h55min utilizados para na otimização do metamodelo Kriging pelo algoritmo GBNM no Matlab. A Figura 50 demonstra a distribuição percentual do tempo gasto entre a simulação e a otimização. Observa-se uma parcela considerável de participação do tempo das otimizações do metamodelo, que se tornam mais significativas a medida em que são acrescentados mais pontos conforme observados na Figura 51.

Figura 50 - Distribuição percentual do tempo computacional na otimização paramétrica inicial.



Fonte: autoria própria.

Figura 51 - Evolução do tempo da otimização paramétrica nos pontos obtidos da otimização.



Fonte: autoria própria.

A Tabela 9, que traz uma comparação dos resultados do melhor ponto DOE e do melhor ponto obtido da otimização. Verifica-se que já no ponto #27 a otimização encontra um possível mínimo da função considerando as restrições do problema. Com a otimização do modelo via GBNM, obteve-se um ganho significativo de 10,16% ou redução de 2,02 kg de massa.

Tabela 9 - Comparação entre o melhor resultado dos pontos do DOE e o melhor resultado da otimização paramétrica inicial (OP).

	Melhor ponto	Massa [kg]	Raio do eixo [mm]	Raio do tubo [mm]	σ tubo [MPa]	σ eixo [MPa]	β [min]
DOE	17	19,88	18,50	72,70	3,36	55,62	0,01
OP	27	17,86	16,80	76,00	4,11	73,93	6,00
Redução absoluta		2,02					
Redução percentual		10,16%					

Fonte: autoria própria.

Observando os resultados obtidos a partir da otimização paramétrica, verificou-se uma forte relação entre o raio do eixo e o ângulo β . Os pontos encontrados começaram a convergir para raios de eixo próximos a 16,8 mm sendo que para raios menores que 16 mm os valores de tensão do eixo tendem a se aproximar de 100 MPa, tensão limite para o material do eixo. Deste modo para simplificar a fase da otimização topológica o domínio do projeto para o raio do eixo foi reduzido para a faixa entre 16 mm e 28 mm, desta forma o problema híbrido atualizado é:

Minimizar: $10 \times \text{Massa} + \text{Flexibilidade}$

sujeito à:

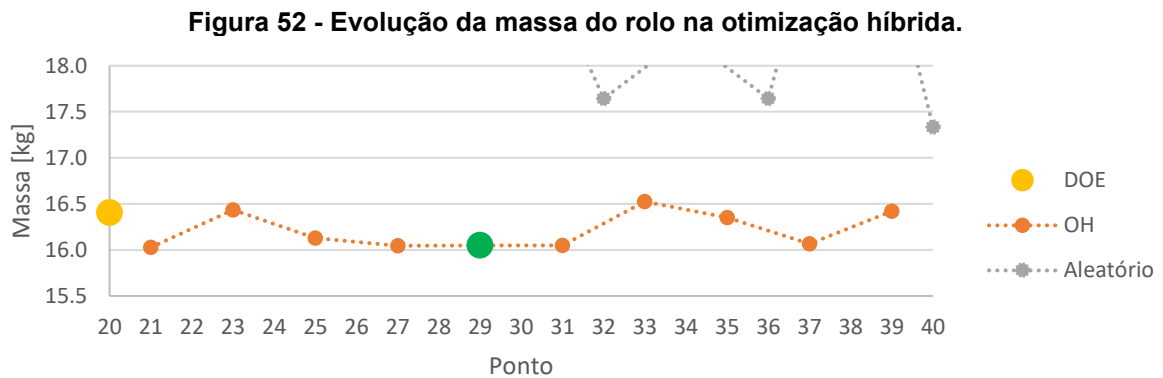
- i) restrição cíclica (4 repetições)
- ii) $|\beta| \leq 6 \text{ min}$
- iii) $\sigma_{vm \text{ tubo}} \leq 12 \text{ MPa}$
- iv) $\sigma_{vm \text{ eixo}} \leq 100 \text{ MPa}$
- v) $32 \text{ mm} \leq R1 \leq 76 \text{ mm}$
- vi) $16 \text{ mm} \leq R2 \leq 28 \text{ mm}$

(19)

4.3 Otimização híbrida do rolo

Conforme definido no Capítulo 3, a abordagem para a denominada otimização híbrida deste trabalho consiste na aplicação conjunta da otimização paramétrica e da otimização topológica.

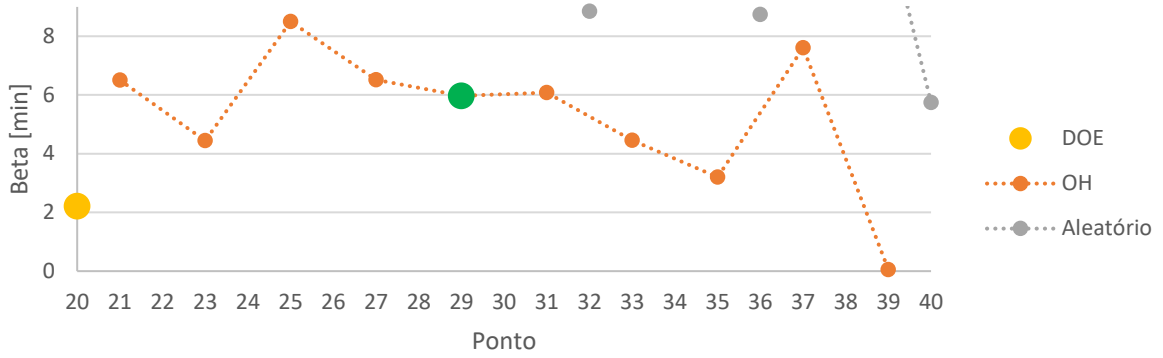
Com o problema da equação (15) implementado em Matlab, os resultados obtidos são apresentados graficamente através da Figura 52, Figura 53, Figura 54 e Figura 55. Nessas figuras o ponto amarelo representa o melhor ponto gerado no DOE que atende a todas as restrições e o ponto verde é o melhor ponto obtido da otimização com o metamodelo.



● Melhor ponto DOE ● Melhor ponto obtido da otimização

Fonte: autoria própria.

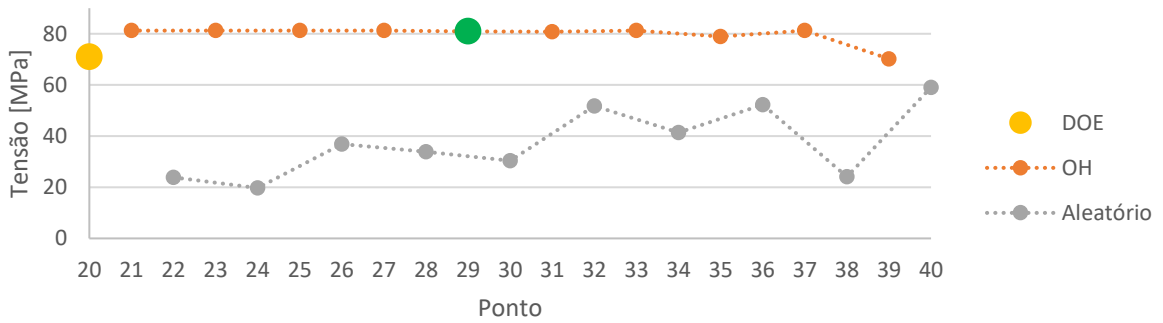
Figura 53 - Evolução do ângulo beta na otimização híbrida.



● Melhor ponto DOE ● Melhor ponto obtido da otimização

Fonte: autoria própria.

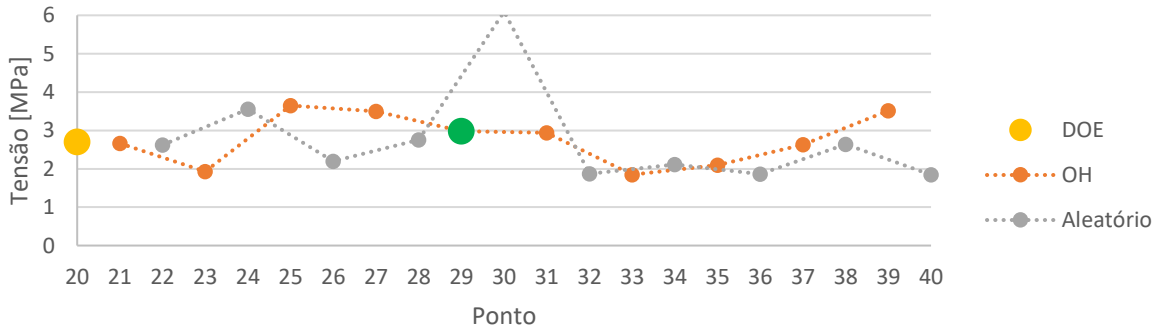
Figura 54 - Evolução da tensão máxima no eixo na otimização híbrida.



● Melhor ponto DOE ● Melhor ponto obtido da otimização

Fonte: autoria própria.

Figura 55 - Evolução da tensão máxima no tubo na otimização híbrida.



● Melhor ponto DOE ● Melhor ponto obtido da otimização

Fonte: autoria própria.

O tempo total demandado para a simulação considerando os 20 pontos do DOE mais os 20 pontos adicionais foi de 5h30min e 1h12min utilizados para na otimização do metamodelo pelo algoritmo no Matlab. A Figura 56 demonstra a distribuição percentual do tempo gasto em cada uma das etapas do método utilizado. Observa-se uma parcela considerável de participação do tempo das simulações no software Ansys, análise MEF e otimização topológica. Da mesma forma que foi observado na otimização paramétrica inicial, as otimizações do metamodelo via GBNM se tornam mais demoradas a medida em que são acrescentados mais pontos.

Figura 56 - Distribuição percentual do tempo computacional na otimização híbrida.

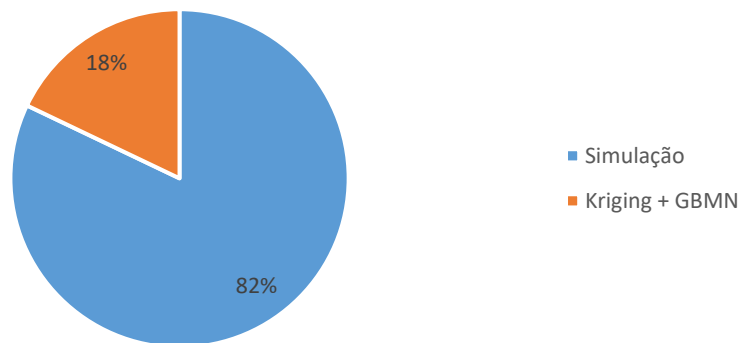
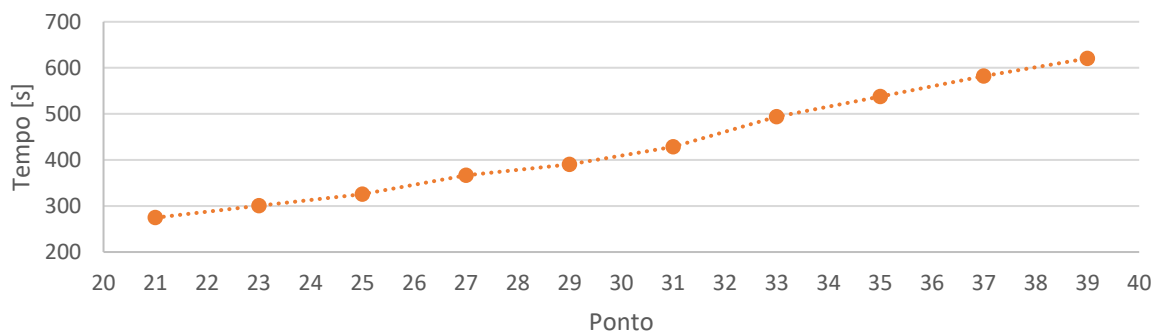


Figura 57 - Evolução do tempo da otimização híbrida nos pontos otimizados.



Fonte: autoria própria.

Para complementar a avaliação dos resultados é sugerida a análise da Tabela 10, que apresenta uma comparação dos resultados do melhor ponto DOE e do melhor ponto obtido da otimização. Verifica-se que já no ponto #29 a otimização encontra o mínimo da função considerando as restrições do problema. Com o GBNM obteve-se um ganho de 2,19% ou redução de 0,36 kg de massa.

Tabela 10 - Comparação entre o melhor ponto do DOE e o melhor resultado obtido da otimização híbrida (OH).

	Melhor ponto	Massa [kg]	Raio eixo [mm]	Raio tubo [mm]	σ tubo [MPa]	σ eixo [MPa]	β [min]
DOE	8	16,41	17,08	66,10	5,00	71,00	2,21
OH	29	16,05	16,37	62,06	5,03	80,96	5,97
Redução absoluta		0,36					
Redução percentual		2,19%					

Fonte: autoria própria.

Com base na análise dos gráficos de evolução da função objetivo e das restrições e com o suporte dos resultados apresentados na Tabela 10, é possível concluir que para o caso da otimização híbrida deste trabalho o melhor resultado encontrado a partir dos pontos do DOE já garante uma redução significativa da massa. Comparando o melhor ponto DOE da otimização híbrida com o melhor resultado da otimização paramétrica obteve-se uma redução de 8,1% ou de 1,45 kg de massa.

Tendo como base o projeto original do rolete considerado por Ceniz (2021), verifica-se um ganho expressivo na aplicação da otimização híbrida, obtendo-se uma redução de 13,85 kg, o que representa uma diminuição de aproximadamente 46%, conforme pode observado na Tabela 11.

Tabela 11 - Resultados comparativos entre o projeto inicial e os projetos otimizados.

	Massa [kg]	Raio eixo [mm]	Raio tubo [mm]	σ tubo [MPa]	β [min]	Ganho absoluto na massa [kg]	Ganho percentual na massa [%]
Projeto original	29,90	30,50	71,00	4,46	11,98	0,00	0,00
Otimização paramétrica pura	17,86	16,80	76,00	4,11	6,00	-12,04	-40,27
Otimização híbrida	16,05	16,37	62,06	5,03	5,97	-13,85	-46,32

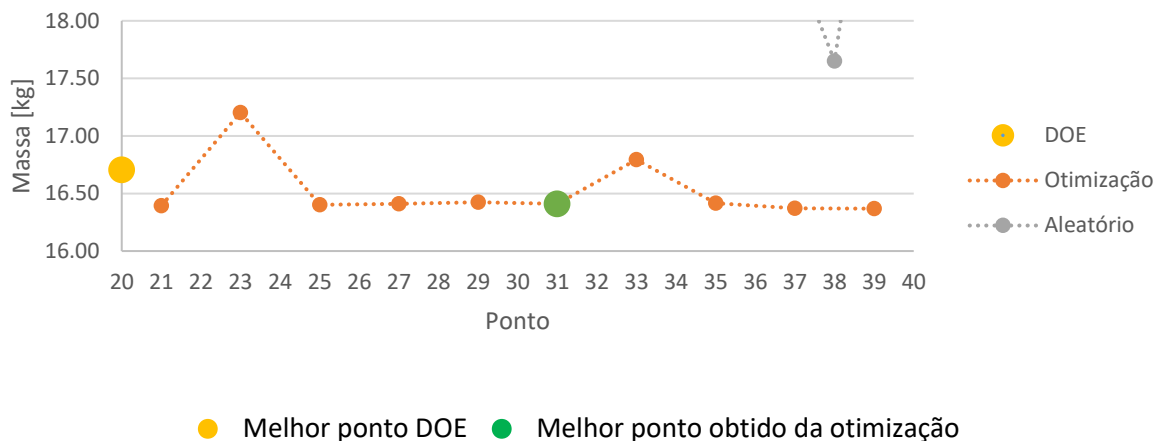
Fonte: autoria própria.

4.4 Influência do tipo de célula

Na Seção 2.2 foi apresentada a grande variedade de formas que uma unidade de estrutura lattice pode apresentar. Diante dessa flexibilidade, a questão a saber é qual a melhor estrutura celular para cada problema. Para abordar esse tema, o

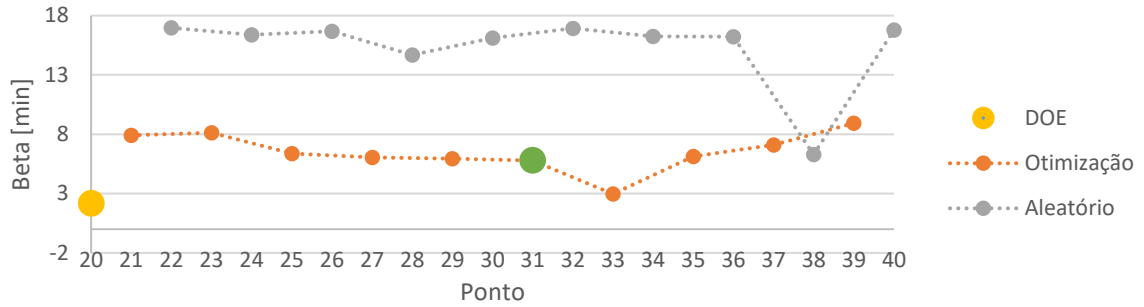
presente trabalho implementa o método híbrido em dois tipos de unidade celular disponíveis no software Ansys, a saber: cúbica regular e cúbica cruzada. Até a Seção 4.3 os resultados apresentados consideram a aplicação da célula cúbica regular, sendo nessa seção apresentados os resultados da otimização híbrida considerando a célula cúbica cruzada. Com o auxílio da Figura 38 - Unidades celulares disponíveis no software Ansys, é possível comparar as diferenças entre as células avaliadas. A célula cúbica cruzada contém, em cada uma de suas faces, a presença de duas barras adicionais cruzadas formando quatro triângulos em cada face. Para viabilizar a comparabilidade dos resultados em ambos os casos é utilizado o mesmo DOE. Como resultado da aplicação do problema da equação (15) implementado em Matlab, são apresentados os gráficos da Figura 57, Figura 58, Figura 59 e Figura 60. Nessas figuras o ponto amarelo representa o melhor ponto gerado no DOE que atende a todas as restrições e o ponto verde é o melhor ponto obtido da otimização com o metamodelo.

Figura 58 - Evolução da massa do rolo na otimização híbrida de estrutura lattice de célula cúbica cruzada.



Fonte : autoria própria.

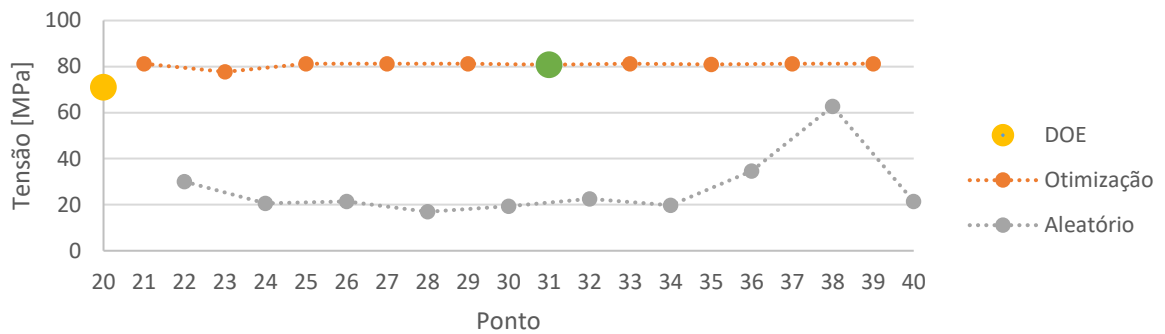
Figura 59 - Evolução do ângulo beta na otimização híbrida de estrutura lattice de célula cúbica cruzada.



● Melhor ponto DOE ● Melhor ponto obtido da otimização

Fonte: autoria própria.

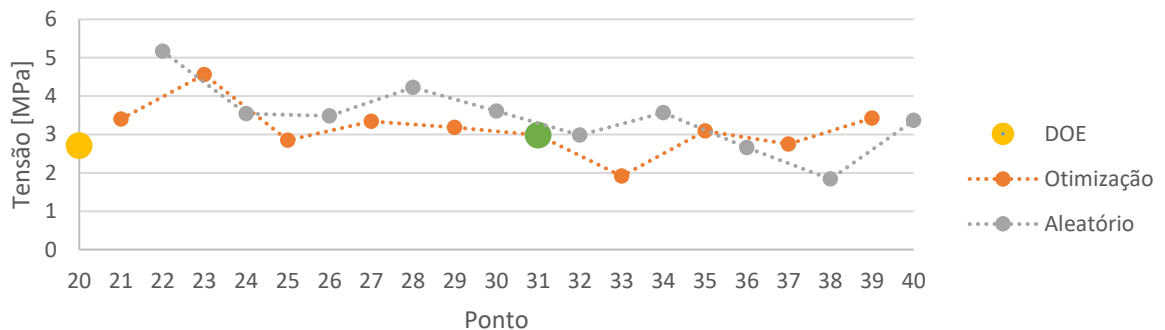
Figura 60 - Evolução da tensão no eixo na otimização híbrida de estrutura lattice de célula cúbica cruzada.



● Melhor ponto DOE ● Melhor ponto obtido da otimização

Fonte: autoria própria.

Figura 61 - Evolução da tensão no tubo na otimização híbrida de estrutura lattice de célula cúbica cruzada.

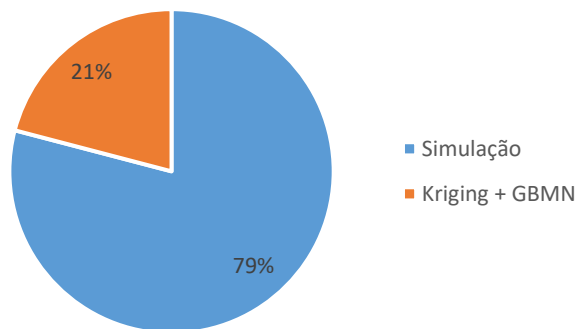


● Melhor ponto DOE ● Melhor ponto obtido da otimização

Fonte: autoria própria.

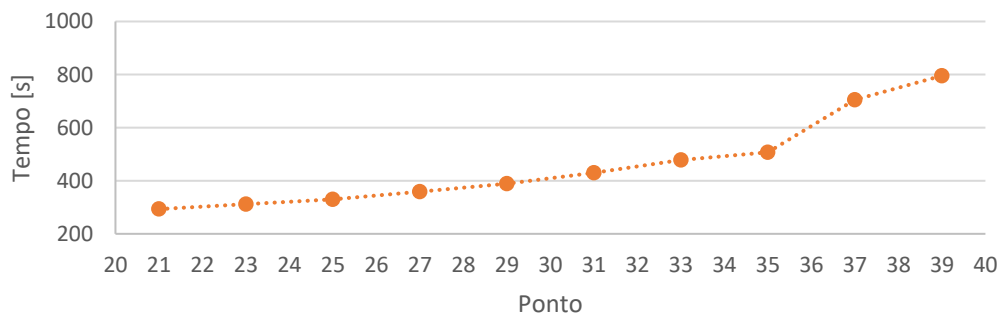
O tempo total demandado para a otimização considerando os 20 pontos do DOE mais os 20 pontos adicionais foi de 6h08min, sendo 4h51min utilizados nas simulações e 1h17min utilizados na otimização do metamodelo pelo algoritmo no Matlab. A Figura 62 demonstra a distribuição percentual do tempo gasto em cada uma das etapas do método utilizado. Observa-se uma parcela considerável de participação do tempo das otimizações topológicas. Da mesma forma que foi observado na otimização paramétrica inicial, as otimizações do metamodelo via GBNM se tornam mais demoradas a medida em que são acrescentados mais pontos.

Figura 62 - Distribuição percentual do tempo computacional na otimização híbrida.



Fonte: autoria própria.

Figura 63 - Evolução do tempo da otimização híbrida nos pontos otimizados.



Fonte: autoria própria.

Os melhores resultados encontrados para cada tipo de célula são comparados na Tabela 12. Verifica-se que em ambas as células o ponto de melhor resultado foi o mesmo ponto #20. Observa-se que os “reforços” contidos em cada uma das faces das células cruzadas elevaram a rigidez da estrutura e reduziram o desalinhamento β . No entanto, essas estruturas adicionais levaram a um incremento de massa.

Tabela 12 - Comparação entre o melhor ponto DOE para os diferentes tipos de células avaliadas.

Tipo de célula	Massa [kg]	Raio eixo [mm]	Raio tubo [mm]	σ tubo [MPa]	σ eixo [MPa]	β [min]
Cúbica regular	16,41	17,08	66,10	5,00	71,00	2,21
Cúbica cruzada	16,71	17,08	66,10	5,00	71,00	2,18
Diferença absoluta	0,30					
Diferença percentual	1,82%					

Fonte: autoria própria.

Tabela 13 - Comparação entre o melhor resultado da otimização híbrida para os diferentes tipos de células avaliadas.

Tipo de célula	Massa [kg]	Raio eixo [mm]	Raio tubo [mm]	σ tubo [MPa]	σ eixo [MPa]	β [min]
Cúbica regular	16,05	16,37	62,06	5,03	80,96	5,97
Cúbica cruzada	16,41	16,36	61,66	5,31	80,75	5,79
Diferença absoluta	0,36					
Diferença percentual	2,24%					

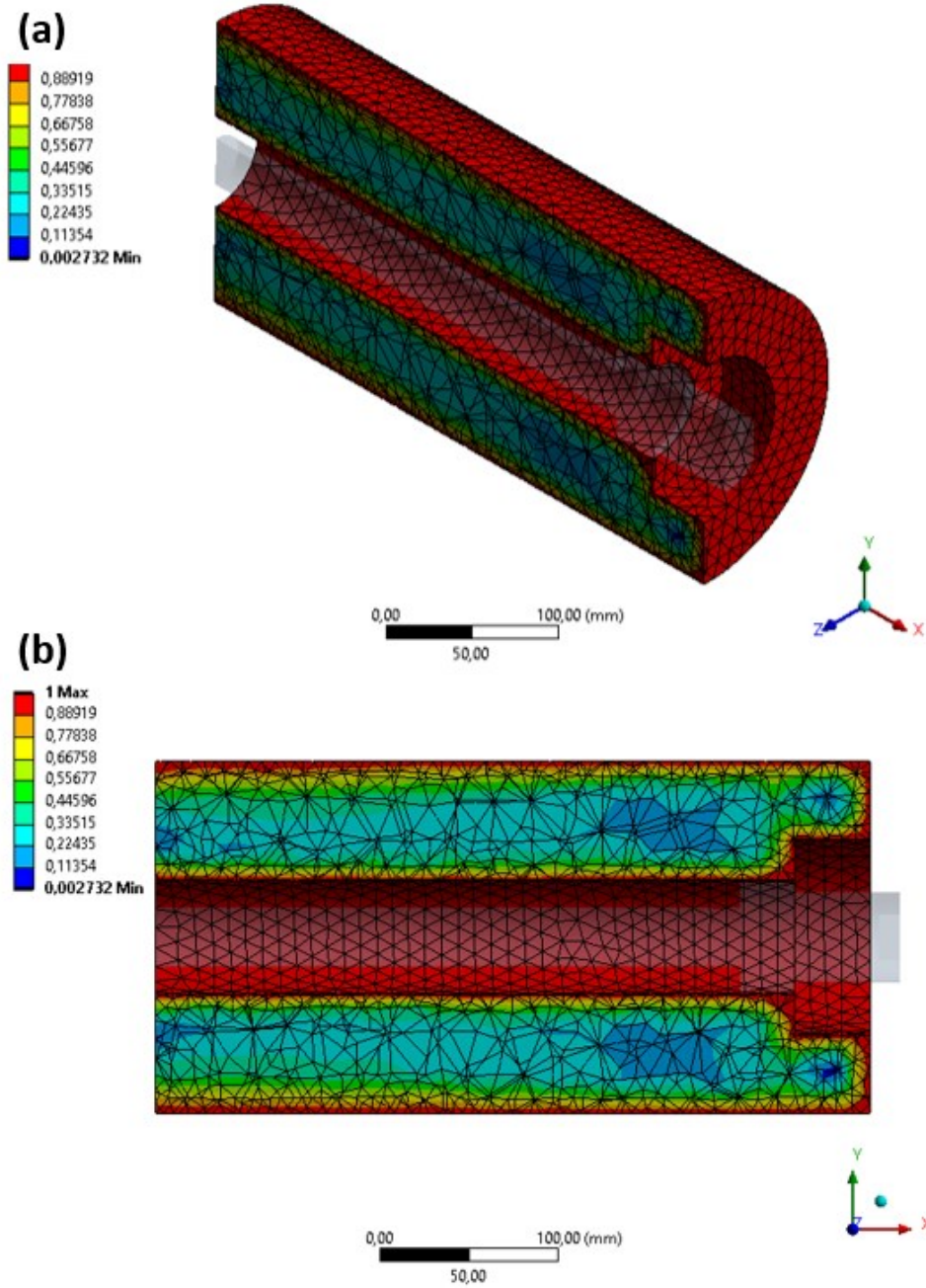
Fonte: autoria própria.

Assim como na comparação dos pontos DOE, a comparação dos melhores resultados encontrados para a otimização híbrida de cada célula mostra a célula cruzada com um resultado melhor para o desalinhamento β , porém com pior redução de massa. Vale ressaltar que em ambos os casos as diferenças não superaram 3%.

Para auxiliar na visualização do resultado, é apresentada na Figura 64 a distribuição de densidades na peça do melhor resultado encontrado da otimização híbrida considerando a célula cúbica cruzada, correspondente ao ponto #29. A densidade é representada por cores, sendo o vermelho para densidade unitária e azul marinho para densidade nula. Verifica-se a concentração de densidade nas partes mais externas ao tubo, regiões de maior tensão da estrutura e com maior influência sobre o enrijecimento do tubo e favorecem o atendimento as restrições de deslocamento.

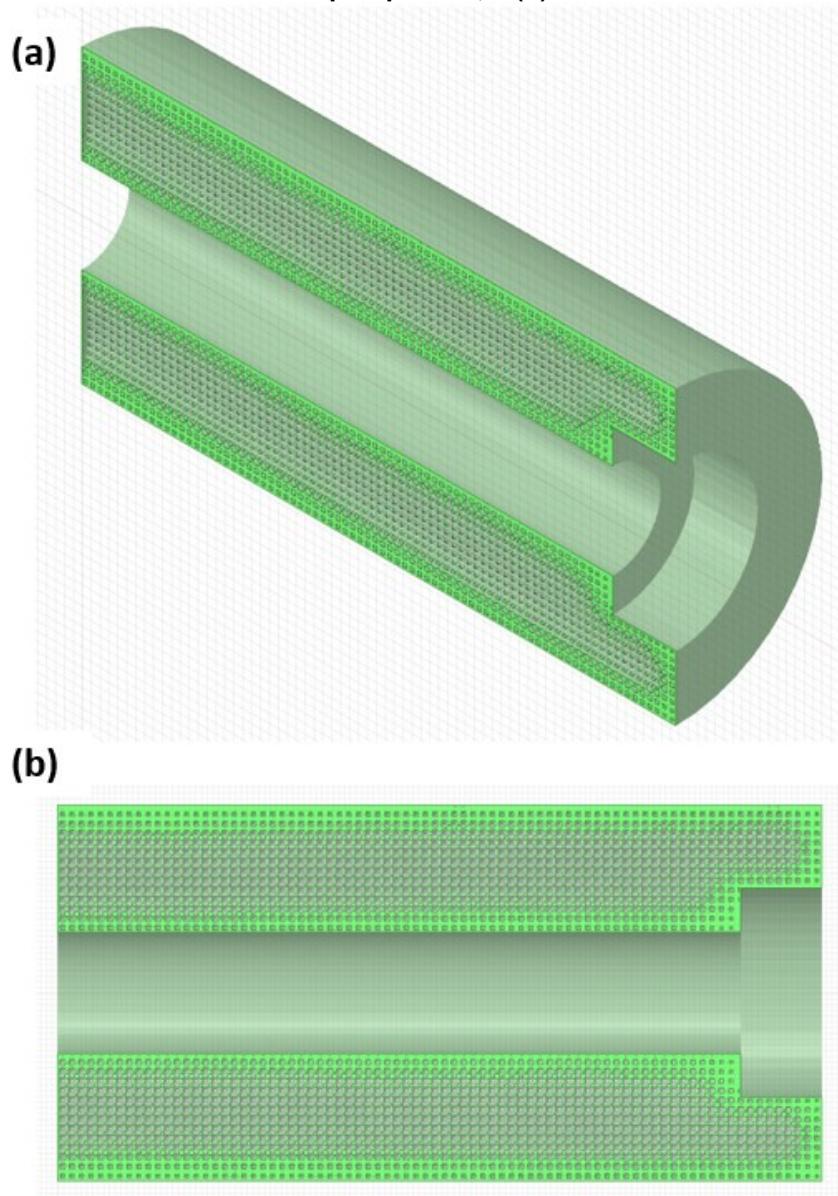
O software Ansys ainda permite criar uma renderização do modelo com a estrutura lattice resultante. Na Figura 65 observa-se a variação de densidades distribuída através do reticulado de células cúbicas regulares com 5 mm de aresta lateral.

Figura 64 - Distribuição de densidades após otimização topológica lattice inicial: (a) vista tridimensional em perspectiva, e (b) vista em corte.



Fonte: autoria própria

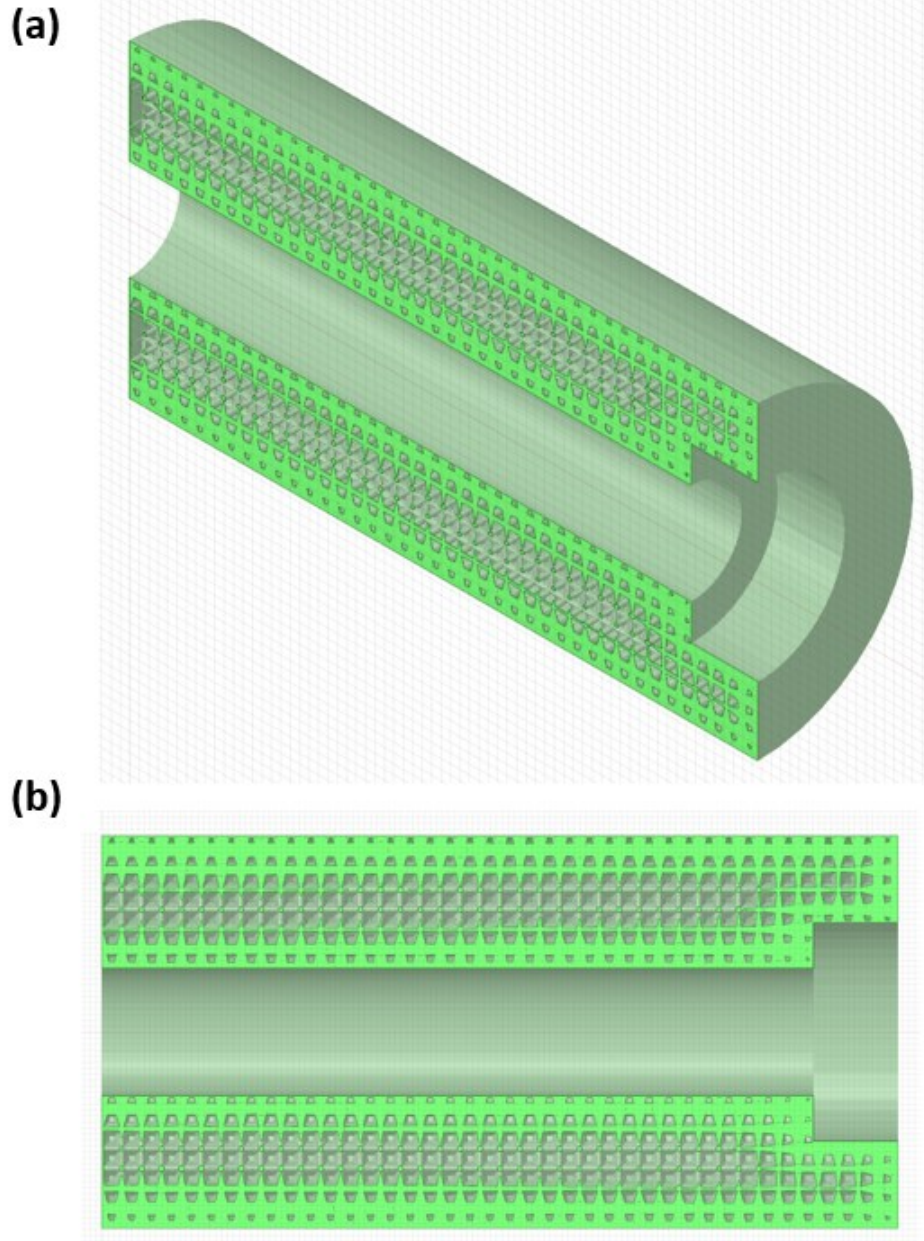
Figura 65 - Renderização de estrutura reticulada com célula cúbica, tamanho 5 mm: (a) vista tridimensional em perspectiva, e (b) vista em corte.



Fonte: autoria própria.

Todos os resultados apresentados até aqui consideram um tamanho de célula unitária uniforme com 5 mm de aresta lateral. Para avaliar a influência do tamanho da célula, foram realizados testes considerando estruturas com células de 10 e 15 mm. Os resultados encontrados foram idênticos aqueles obtidos para a célula de 5 mm. Por esse motivo, tais resultados não são apresentados neste texto. No entanto, a Figura 66 ilustra a geometria renderizada com célula cúbica de 10 mm.

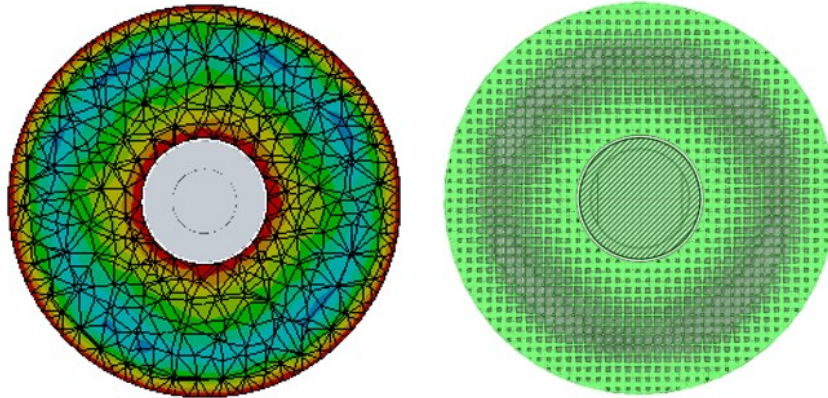
Figura 66 - Renderização de estrutura reticulada com célula cúbica, tamanho 10 mm: (a) vista tridimensional em perspectiva, e (b) vista em corte.



Fonte: autoria própria.

A Figura 67 apresenta o resultado da estrutura reticulada com célula cúbica, tamanho 5 mm em outro corte, desta vez no sentido transversal do rolete. Observa-se a divisão da região circular do rolete em 4 zonas, efeito resultante da restrição cíclica incluída no desenvolvimento do problema de otimização topológica.

Figura 67 - Vistas em seção transversal: (a) distribuição de densidades em reticulado com célula cúbica, tamanho 5 mm, (b) renderização de estrutura reticulada com célula cúbica.



Fonte: autoria própria.

5 CONCLUSÕES

Com objetivo principal de apresentar e testar uma metodologia para minimizar a massa de roletes de esteiras transportadoras, o presente trabalho aplicou, de forma sequencial, uma otimização paramétrica e uma otimização topológica, denominada neste trabalho como otimização híbrida. O processamento das otimizações demanda um custo computacional elevado e, por esse motivo, fez-se o uso de metamodelos Kriging, construídos através de pontos amostrais resultantes do projeto de experimentos por hipercubo latino. A busca pelo ponto de mínimo foi realizada através do algoritmo GBNM.

Os algoritmos utilizados na otimização paramétrica foram ajustados e validados através de testes aplicados a uma função analítica conhecida. Nessa etapa verificou-se a efetividade e eficácia da consideração da amostra inicial de 20 pontos em conjunto com a inclusão de 20 pontos adicionais provenientes alternadamente de pontos ótimos obtidos de metamodelos anteriores e pontos aleatórios dispersos no domínio do problema. Os erros percentuais em relação a função analítica tendem a zero à medida que o número de pontos se aproxima de 40. Entretanto, verifica-se um incremento considerável de tempo de processamento a partir de 30 pontos amostrais. Desta forma, a consideração inicial de 20 pontos amostrais com 20 pontos adicionais se mostrou efetiva. Importante notar os bons resultados já encontrados a partir dos pontos do DOE.

Da mesma forma, o número de análises da função, parâmetro do algoritmo GBNM, foi ajustado para aumentar a probabilidade de obtenção de pontos ótimos do domínio de projeto analisado, utilizando o menor tempo possível.

Já na otimização topológica, os limites do domínio do projeto foram definidos pelos resultados obtidos das amostras DOE da otimização paramétrica inicial. Essa consideração se mostrou efetiva no intuito de evitar pontos que representem projeto não factíveis durante a otimização híbrida.

O problema de otimização híbrida estava, então, restringido pelo domínio do projeto e pelas especificações da norma ABNT 6678:2017 até ser identificada a limitação do software Ansys para a definição da restrição do desalinhamento do eixo. A consideração adotada para o deslocamento central do tubo como uma restrição da otimização topológica em conjunto com sua limitação baseado nos resultados amostrais do DOE da otimização paramétrica inicial se apresentou como uma boa

alternativa para a resolução híbrida. Com a utilização do metamodelo, o desalinhamento do eixo passou a ser uma restrição indireta da otimização paramétrica, o que conseqüentemente introduziu erros à metodologia. Porém, esses desvios são corrigidos através do refinamento do metamodelo. Isso não prejudicou o resultado da otimização híbrida, que sempre era validado com a simulação do ponto ótimo encontrado. Nesse sentido, a utilização do metamodelo foi crucial para a viabilidade da execução da otimização visto a limitação operacional para a restrição β além de trazer o benefício de redução do tempo de processamento visto que aproximadamente 80% do tempo foi gasto com simulações no Ansys.

Como era de se esperar, o processo de otimização trouxe melhorias significativas em comparação ao projeto original do rolete. Somente a otimização paramétrica inicial já obteve mais de 40% de redução de massa. Implementando todo o fluxo da otimização híbrida foi obtida uma redução adicional de 10%, isto é de 17,86 kg para 16,05 kg, no total mais de 46% de redução de massa.

Dentro do fluxo da otimização híbrida, a etapa de implementação do DOE já apresentou bons resultados que, com a finalização da otimização, evoluíram para uma redução adicional de mais 2% em massa. A simples observação desses resultados pode levar à falsa sensação de que a análise dos pontos amostrais DOE é suficiente para a melhoria do projeto. O melhor ponto DOE já representou melhorias de massa na ordem de 45%. No entanto, é importante lembrar que os pontos amostrais são resultado de um processo aleatório de modo que o DOE raramente irá apresentar o ponto ótimo. Para outros pontos amostrais é possível que o ganho imediato com o DOE seja menor que 45%, sobrando mais espaço para um ganho posterior devido à otimização.

Como sugestões de trabalhos futuros, em continuidade à presente pesquisa, sugere-se:

- Considerar efeitos de material viscoelásticos no tubo polimérico;
- Considerar a rotação do tubo na análise, levando em conta assim possíveis efeitos dinâmicos;
- Construir e testar um protótipo para validação do projeto otimizado;
- Desenvolver estudos para um rolo misto, considerando os requisitos dos rolos central e lateral em um único rolo unificado;
- Desenvolver estudos para rolos com eixo integrado;
- Analisar outras formas de célula unitária.

REFERÊNCIAS

- ABNT, NBR 6177:2016 - **Transportadores contínuos - Transportadores de correias - Terminologia**, Máquinas e Equipamentos Mecânicos, 2016.
- ABNT, NBR 6678:2017 - **Transportadores contínuos - Transportadores de correias - Rolos - Projeto, seleção e padronização**, Máquinas e Equipamentos Mecânicos, 2017.
- ARORA, J. **Introduction to optimum design**. 3. ed. San Diego: Academic Press, 2012.
- ANSYS** Academic Research Mechanical, Release 20.2, Help System, 2020.
- BERTO, F.; CAMPAGNOLO, A.; CHEBAT, F.; CINCERA, M.; SANTINI, M. Fatigue strength of steel rollers with failure occurring at the weld root based on the local strain energy values: modelling and fatigue assessment. **International Journal of Fatigue**, v. 82, p. 643-657, 2016.
- CASTILLO, H. I. M.; SIQUEIROS, J. Z. Design and Manufacturing Strategies for Fused Deposition Modelling in Additive Manufacturing: A Review. **Chinese Journal of Mechanical Engineering**, v. 32, 2019.
- CEMA**. Belt conveyors for bulk materials. CEMA, 2007.
- CENIZ, J. P. **Uma abordagem para otimização estrutura de rolos de esteiras transportadoras de minérios**. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2021.
- CENIZ, J. P.; MARTINS, R, S; LUERSEN, M, A; COUSSEAU, T. Parametric structural optimization of conveyor idler rollers. **Proceedings of the XLI Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, CILAMCE, 2020.
- COUSSEAU, T.; BORGUES, B. K. Performance-based design: Case study of conveyor belt idlers. **13th International Conference on Bulk Materials Storage, Handling & Transportation**, v. 2, p. 43-52, 2019.
- FORRESTER, A.I.J.; SÓBESTER, A.; KEANE, A.J. **Engineering design via surrogate modelling: a practical guide**. 1 ed. Pondicherry, India: John Wiley & Sons, 2008.
- GARGIULO, E. P. A simple way to estimate bearing stiffness. **Tech Briefs**, 1980.
- GIBSON L.J.; ASHBY M. F., **Cellular solids: structure and properties**. Cambridge University Press, 1999.
- HAN, Y. A novel design method for nonuniform lattice structures based on topology optimization. **Journal of Mechanical Design**, v. 140, p. 091403-1 – 091403-10, 2018.

JIA, H.; BEOM, H.; WANG, Y.; LIN, S.; Liu, B. Evolutionary level set method for structural topology optimization. **Computers and Structures**, v.89, p.445–454, 2011.

JOHNSEN S. **Structural Topology Optimization: Basic Theory, Methods and Applications**. Master Thesis, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, 2013.

JOHNSON, K. L. **Contact mechanics**. 1ª ed, Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

KOUKETSU, F. **Influência da Umidade e da Radiação UV na Resistência ao Riscamento de Polietilenos para Rolos de Carga de Transportadores de Correia**. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2021.

LIU, L.; YAN, J.; CHENG, G. Optimum structure with homogeneous optimum truss-like material. **Computers and Structures**, v. 86, p. 1417–1425, 2008.

LUERSEN, M. A.; LE RICHE, R.; GUYON, F. A constrained, globalized, and bounded Nelder-Mead method for engineering optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 27, p. 43-54, 2004.

LUH, G.-C.; LIN, C.-Y. Structural topology optimization using ant colony optimization algorithm. **Applied Soft Computing**, v. 9, p.1343-1353, 2009.

MARTINS, R, S; CENIZ, J. P.; LUERSEN, M, A; COUSSEAU, T. Design of a conveyor belt idler roller using a hybrid topology/parametric optimization approach. **Proceedings of the XLI Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, CILAMCE, 2020.

MENESES, G. A.; PEREIRA, A.; MENEZES, I. F. M. Lattice structures design by means of topology optimization. **Mecânica Computacional**, v. XXXVI, p. 2111-2120, 2018.

MORRIS, M. D.; MITCHELL, T. J. Exploratory designs for computational experiments. **Journal of statistical planning and inference**, v. 43, p. 381–402, 1995.

PASSOS, A. G. **Otimização Global Eficiente Aplicada a Projetos de Laminados de Rigidez Variável**. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

RODRIGUES, M T. **Otimização ao Impacto de Estruturas do Tipo Honeycomb via Funções de Base Radial**. 99 f. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

ROZENFELD, H.; FORCELLINI, F.A.; AMARAL, D.C.; TOLEDO, J.C.; SILVA, S.L.; ALLIPRANDINI, D.H.; SCALICE, R.K. **Gestão de Desenvolvimento de Produtos: uma referência para a melhoria do processo**. São Paulo: Saraiva, 2006.

SIGMUND, O. Materials with prescribed constitutive parameters: an inverse homogenization problem. **International Journal Solids Structures**, v. 31, p. 2313-2329, 1994.

SILVA, E. C. N.; NISHIWAKI, S.; FONSECA, J. S. O.; KIKUCHI, N. Optimization methods applied to material and flextensional actuator design using the homogenization method. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 172, p. 241–271, 1999.

TANG, Y.; DONG, G.; ZHOU, Q.; ZHAO, Y. F. Lattice structure design and optimization with additive manufacturing constraints. **IEEE Transactions on Automation Science and Engineering**, v. 15, p. 1546-1562, 2017.

TAO, W.; LEU, M. C. Design of lattice structure for additive manufacturing. **International Symposium on Flexible Automation (ISFA)**, p. 325-332, 2016.

TEUFELHART, S.; REINHART, G. Optimization of strut diameters in lattice structures. **International Solid Freeform Fabrication Symposium**, 2012.

WANG G.; SHAN S., Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization. **Journal of Mechanical Design**, v. 129, p. 370-380, 2007.

WU, Z.; XIA, L.; WANG, S.; SHI, T. Topology optimization of hierarchical lattice structures with substructuring. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 345, p. 602–617, 2019.

YÜKSEL, O. An overview on topology optimization methods employed in structural engineering. **Kirklareli University Journal of Engineering and Science**, v .5, p 159-175, 2019.

YÜKSEL, O. **Shape and topology optimization of inertial amplification induced phononic band gap structures**. Tese de Doutorado, Institute for Graduate Studies in Science and Engineering, Boğaziçi University, Istanbul, 2018.

ZIGLAR, Z. **Top performance**. Revell, 2019.

ZHANG, W.; SUN, S. Scale-related topology optimization from unit cell homogenization to superelement model. **6th World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization**, 2005.

ZULIANI, J.B.Q. **Uma metodologia Multiobjetivo para Otimização Topológica**. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, 2016.