# MATEMÁTICA EM UMA FRAÇÃO DE TEMPO

para alunos



Adriana Ikegame Caldeira Marcele Tavares Mendes

> Londrina 2023







# UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

# MATEMÁTICA EM UMA FRAÇÃO DE TEMPO MATHEMATICS IN A FRACTION OF TIME

### ADRIANA IKEGAME CALDEIRA

Produto Educacional apresentado como requisito parcial á obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, do programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná-Campus Londrina e Cornélio Procópio. Orientadora: Profa Dra. Marcele Tavares Mendes

# LONDRINA 2023



Esta licenca permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



#### Ministério da Educação Universidade Tecnológica Federal do Paraná **Campus Londrina**



#### ADRIANA IKEGAME CALDEIRA

#### EXPLORAÇÃO DE TAREFAS EM UM CONTEXTO DA CINEMÁTICA À LUZ DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 06 de Abril de 2023

Dra. Marcele Tavares, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Karina Alessandra Pessoa Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Pamela Emanueli Alves Ferreira, Doutorado - Universidade Estadual de Londrina (Uel)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 17/04/2023.

Tratado Geral das Grandezas do Infimo
A poesia está guardada nas palavras — é tudo que eu sei.

Meu fado é o de não saber quase tudo.

Sobre o nada eu tenho profundidades.

Não tenho conexões com a realidade.

Poderoso para mim não é aquele que descobre ouro.

Para mim poderoso é aquele que descobre as insignificâncias (do mundo e as nossas).

Por essa pequena sentença me elogiaram de imbecil.

Fiquei emocionado.

Sou fraco para elogios.

Manoel de Barros

# Sobre o e-book

Esse e-book foi elaborado à luz da abordagem holandesa Educação Matemática Realística (RME), enquanto um produto educacional associado a uma pesquisa de mestrado profissional (PPGMAT), Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Esse produto educacional contém 7 tarefas que foram elaboradas para representar um contexto realístico da cinemática enquanto fenômeno físico a ser explorado por meio da ferramenta matemática. As tarefas são indicadas a estudantes do 1º ano do Novo Ensino Médio, podendo ser desenvolvida por estudantes de outros níveis de ensino.

Um interesse subjacente a esse trabalho é que estudantes de matemática se envolvam com contexto de tarefas de aprendizagem, de modo que a matemática torne-se ferramenta útil para aqueles que lidam com essas tarefas, assim como para suas vidas.



# Sumário - TAREFAS

- ① Motocicleta 7
- ② Encontro de dois Carros
  - 3 Problema Skate 11
  - Problema Trânsito 13
- Sentido convencional e Sentido contrário da Correnteza 15
  - ® Rio Perpendicular 17
  - ② Esteira Aeroporto 19
    - Referência 21







# 1 Tarefa - Motocicleta

Utilize o celular para fazer a leitura do QR code ou acesse o link

https://www.geogebra.org/m/awmcff5h

Após acessar a animação, interaja utilizando as funções: Iniciar, reiniciar e parar.



Repita a ação quantas vezes desejar.

# Quais observações podem ser feitas acerca do movimento?

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

- 🗆 Quais grandezas podem ser evidenciadas na animação?
- □ De que maneira elas se relacionam umas com as outras?
- O gráfico apresenta informações acerca de qual grandeza?
- O Quais informações podem ser elaboradas a partir desses dados?

# O movimento realizado pela motociclista possui velocidade constante ou variada?

Para responder a essa pergunta, vamos refletir acerca de alguns itens:

- □ Oual é a velocidade média de deslocamento?
- □ Essa velocidade é a mesma para qualquer instante do percurso de Jolie?
- É possível determinar o tempo que será gasto em qualquer distância? Como?
- É possível determinar a distância percorrida em qualquer intervalo de tempo? Como?

# Uma situação

Jolie trabalha em uma cooperativa localizada a 9 km de distância de sua casa e inicia o expediente às 8 horas da manhã. Qual o horário ela deve sair de sua casa para chegar sem atraso ao serviço e mantendo-se sempre a mesma velocidade?

# No dia-a-dia



Utilize o celular para fazer a leitura do QR code e assim acessar a matéria na integra.

O Brasil tem alcançado altos índices de acidentes de trânsito, no primeiro semestre do ano 2021 houve um aumento de 14 % em relação ao mesmo período do ano anterior. Segundo o site de notícias 'Estadão' 54% dos acidentes de trânsito registrados no ano de 2021 correspondem a acidentes envolvendo motos.

Observando o contexto ilustrado na animação, podemos afirmar que Jolie conduziu sua motocicleta em segurança? Explique o porquê.







# 2) Tarefa - Encontro de dois Carros



Utilize o celular para fazer a leitura do QR code ou acesse o link:

https://www.geogebra.org/m/wavsmpmq

Após acessar a animação, interaja utilizando as funções: Iniciar, reiniciar e parar.



Repita a ação quantas vezes desejar.

# Quais observações podem ser feitas acerca do movimento?

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

- Quais grandezas podem ser evidenciadas na animação?
- □ De que maneira elas se relacionam umas com as outras?
- O gráfico apresenta informações acerca de quais grandezas?
- □ O gráfico representa dados de qual personagem?
- Quais informações podem ser elaboradas a partir desses dados?

# Qual explicação se pode atribuir para a ultrapassagem ocorrida entre os carros?

Para responder a essa pergunta, vamos refletir acerca de alguns itens:

Qual é a velocidade média de deslocamento do carro amarelo?

- □ E a do carro vermelho?
- □ A velocidade média é a mesma para qualquer instante?
- É possível determinar o tempo que será gasto para qualquer distância percorrida para ambos os carros? Ou somente para um deles?
- □ E em relação a distância, é possível determinar a distância percorrida para qualquer intervalo de tempo?

Conforme as reflexões geradas no item anterior, responda:

<u>Qual será o deslocamento realizado pelo carro conduzido por Marley e pelo carro conduzido por Jolie no instante de ultrapassagem?</u>

No dia-a-dia





Utilize o celular para fazer a leitura do QR code e assim acessar a Lei na integra.

o Código de Trânsito Brasileiro, Art. 61 trata de situações relacionadas à circulação de veículos. Após a leitura do mesmo e analisando a situação representada na animação, descreva se os condutores de ambos os carros infringiram a Lei de Trânsito?







# 3 Problema Skate

Utilize o celular para fazer a leitura do QR code ou acesse pelo link:

https://www.geogebra.org/m/abkvraaz

Após acessar a animação, interaja utilizando as funções: Iniciar, reiniciar e parar. Repita a ação quantas vezes desejar.



# Quais observações podem ser feitas acerca do movimento?

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

- Quais grandezas podem ser evidenciadas na animação?
- De que maneira elas se relacionam umas com as outras?
- O gráfico apresenta informações acerca de qual grandeza?
- Quais informações podem ser elaboradas a partir desses dados?

# O gráfico representa o movimento de qual skatista? <u>Expliquem o porquê?</u>

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

- A reta do gráfico representa um movimento progressivo ou retrogrado?
- Qual característica justifica esse movimento?
- Em relação aos personagens, os dois realizam movimentos iguais?

# Uma situação

Considerando que a reta no gráfico representa o movimento realizado por Marley. Sabe-se que 30 segundos após o encontro dos skatistas, ele chega exatamente ao centro da trajetória em que eles estavam utilizando.

Qual é o comprimento dessa trajetória?

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

- $\ \square$  No momento do encontro, qual é os dados apresentados no gráfico?
- □ O que esses dados significam?
- Como matematizar o momento de encontro?

Considerando as informações obtidas, defina qual era a distância que Jolie havia percorrido no instante do encontro.

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

- □ Qual é a velocidade média de deslocamento?
- Qual o significado da velocidade média?

### No dia-a-dia

Para praticar esportes com o máximo de segurança o Ministério da Saúde recomenda alguns pré-requisitos, conforme a reportagem apresentada no link que está inserido no Qr code.





Utilize o celular para fazer a leitura do QR code e assim acessar a matéria na integra.

Analisando o esporte representado na animação, informe os prérequisitos necessários para que os praticantes se mantenham em segurança.



parar.



# 4) Problema Trânsito

Utilize o celular para fazer a leitura do QR code ou acessar pelo link: https://www.geogebra.org/m/vc66ukrj

Após acessar a animação, interaja utilizando as funções: Iniciar, reiniciar e

Repita a ação quantas vezes desejar.



# Quais observações podem ser feitas acerca do movimento?

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

- Quais grandezas podem ser evidenciadas na animação?
- De que maneira elas se relacionam umas com as outras?
- O gráfico apresenta informações acerca de qual grandeza?
- Quais informações podem ser elaboradas a partir desses dados?

Se, ao avistar o sinal fechado, a condutora Jolie aciona os freios imediatamente em sua máxima até que o carro pare. Determinem a desaceleração gerada ao frear.

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

- Quais grandezas estão envolvidas para determinar a desaceleração?
- Sabendo que o carro realiza uma ação do movimento para o repouso, podemos classificar essa situação dentro de qual área da física?

# Uma situação

Expliquem como as informações da animação permitem criar hipóteses sobre a distância em que a Jolie estava do semáforo quando iniciou a ação de frenagem?

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

- Observe acerca da posição da condutora e a relação dos dados gráficos, inclusive o comportamento da reta no gráfico.
- □ Como matematizar a representação dessa ação?

Considerando as informações obtidas, determine qual deveria ser a distância para início da frenagem pela condutora Jolie, de tal forma que não infringisse nenhuma regra de trânsito?

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

□ Qual é a distância que o carro percorreu após a ação de frenagem?

### No dia-a-dia

O que pode ser mencionado em relação a segurança de possíveis pedestres e de outros condutores envolvidos na animação? Nessa condição, quais ações devem ser tomadas para normalizar a segurança no trânsito?



# (5) Sentido convencional e Sentido contrário da Correnteza

Utilize o celular para fazer a leitura do QR code ou acessar pelo link:

https://www.geogebra.org/m/cxc6fbm9

Após acessar a animação, interaja utilizando as funções: Iniciar, reiniciar e parar.

Repita a ação quantas vezes desejar.



# Quais observações podem ser feitas acerca do movimento?

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

- Quais grandezas podem ser evidenciadas na animação?
- □ De que maneira elas se relacionam umas com as outras?
- Que tipo de movimento os barcos estão realizando?
- □ Possui aceleração na ação do movimento?

Sabe-se que os barcos são idênticos aos de fábrica, com as mesmas características de funcionamento. Isso permite aos condutores navegarem na mesma velocidade quando acionado o motor. Diante disso, qual a explicação para as velocidades diferentes representadas na animação??

sua resposta reflita acerca de algumas Para auxiliar a características presentes no contexto:

- Ouais ações envolvidas no movimento de deslocamento dos barcos?
- □ Represente por meio de linguagem matemática esse movimento.

### Uma situação

O barco conduzido por Henry já havia se deslocado 96 m em relação à sua origem no momento em que os barcos se cruzam no rio. <u>Determinem a velocidade de deslocamento do barco dele? E</u> a velocidade do barco? Obs: Considere "T" em minuto.

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca dos dados e informações definidas nos itens anteriores.

É possível definir a velocidade de deslocamento do barco conduzido por Jolie? E a velocidade do barco? Sabendo que no instante do encontro dos barcos ela havia se deslocado 144 metros.

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

- Em relação ao deslocamento de ambos os barcos, é possível prever a distância em que cada um irá se deslocar ao longo do tempo da animação?
- Determine por meio de linguagem matemática a equação que permite calcular o deslocamento para outros intervalos de tempo.

# No dia-a-dia

Utilize o celular para fazer a leitura do QR code e assim acessar a

Segurado o situado en situado en a final en constante de como en a forma en a matéria ao lado. Observando a situação representada pela animação, pode se afirmar que os jovens foram negligentes em algum momento? Cite algumas maneiras de prevenção.

# 6) Rio Perpendicular



Utilize o celular para fazer a leitura do QR code ou acesse pelo link:

https://www.geogebra.org/m/ycxntg5g

Após acessar a animação, interaja utilizando as funções: Iniciar, reiniciar e parar.



Repita a ação quantas vezes desejar.

Quais observações podem ser feitas acerca do movimento?

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

- □ Quais grandezas podem ser evidenciadas na animação?
- □ De que maneira elas se relacionam umas com as outras?
- Quais elementos que compõe o deslocamento gerado pelo barco?
   Considerando a necessidade de atravessar o rio, é possível
   chegar até a outra margem realizando outra trajetória? Explique a trajetória realizada por Jolie.

Considerando a intensidade da correnteza (variação da velocidade em relação a margem), o tempo para chegar até a outra margem também irá variar? Explique.

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

A variação da correnteza atua em qual sentido e qual direção?

- □ Faça um esboço que represente esse movimento.
- 🛮 Qual grandeza que irá variar em função da variação da
- □ correnteza?

A trajetória percorrida pelo barco se assemelha a alguma figura

geométrica? Qual?

Considerando o polígono reconhecido na construção do esboço, represente a velocidade resultante utilizando a linguagem matemática conforme a relação estabelecida desse polígono, considerando os significados atribuídos em relação a animação.

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

Atribua a representação de cada elemento constituído no contexto com as características da figura geometria reconhecida, caso necessário pesquise a relação existente entre seus lados.

### Uma situação

Sabe-se que em suas travessias Jolie gasta 30 minutos em média para chegar até a outra margem do rio. E que dessa vez o barco dela deslocou 15 metros para frente da margem onde ela costuma ancorar o barco. Explique o caso desse deslocamento.

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca dos dados determinados nos itens anteriores.

<u>Determine a velocidade excedente da água em relação à margem</u> <u>do rio para a situação descrita no item anterior.</u>

# No dia-a-dia

Assoreamento é o fenômeno ocorrido em lagos e rios. Esse processo consiste-se no acúmulo de sedimentos, o que resulta no excesso de material sobre o seu leito, prejudicando o desenvolvimento da fauna aquática ou até mesmo extinguindo sua existência. Analisando a animação, podemos identificar que o ambiente se encontra em situação de risco? Discorre sobre.







Utilize o celular para fazer a leitura do QR code ou acesse pelo link:

https://www.geogebra.org/m/tumchg2m

Após acessar a animação, interaja utilizando as funções: Iniciar, reiniciar e parar.

Repita a ação quantas vezes desejar.



# Quais observações podem ser feitas acerca do movimento?

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

- □ Quais grandezas podem ser evidenciadas na animação?
- □ De que maneira elas se relacionam umas com as outras?
- Quais elementos que compõe o deslocamento realizado por Jolie?

<u>Faça a representação do deslocamento que Jolie realizou até chegar ao balcão de check-in. Utilize a linguagem matemática para relacionar as grandezas envolvidas.</u>

Observando o fato de que as malas de Jolie ficaram esquecidas momentos antes dela pisar na esteira. Represente por meio da linguagem matemática. as grandezas envolvidas que relacionam o deslocamento que ela fará para pegar as malas.

Para auxiliar a sua resposta reflita acerca de algumas características presentes no contexto:

□ Conforme a composição do deslocamento do movimento, os elementos envolvidos atuam na mesma direção e mesmo sentido?

# <u>Desenvolva a criatividade, e crie uma história para a animação</u>

Para auxiliar na sua resposta reflita acerca dos elementos que compõe a animação, não esqueçam de incluírem as grandezas envolvidas e claro, o destino da viagem.

### No dia-a-dia

Para proporcionar maior conforto aos passageiros, muitos aeroportos investiram em esteiras rolantes colocadas na superfície horizontal em seus espaços internos, conectando um portão ao outro. O movimento das esteiras rolantes é semelhante ao movimento realizado pelas escadas rolantes encontradas com facilidade em shoppings.

Considerando a dinâmica de funcionamento desses dois equipamentos, vocês acreditam que eles podem causar algum tipo de risco para seus usuários? Quais são? E quais cuidados devemos ter quando somos usuários?



### REFERÊNCIA

BARROS, MANOEL. Tratado geral das grandezas do ínfimo. Rio de Janeiro/São Paulo, Editora Record: 2001.

MENDES, M. T.; BURIASCO, R. L. C. O Dinamismo de uma Prova Escrita em Fases: um estudo com alunos de Cálculo Diferencial e Integral. Bolema (Rio Claro), v. 32, p. 653-672, 2018.

MENDES, M. T. Utilização da Prova em Fases Como Recurso para Aprendizagem em aulas de Cálculo. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

