

# MATEMÁTICA EM UMA FRAÇÃO DE TEMPO

para professores



Adriana Ikegame Caldeira  
Marcele Tavares Mendes

Londrina  
2023

ppgmat

PROGRAMA DE  
PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENSINO  
DE MATEMÁTICA

UTFPR  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

MINISTÉRIO DA  
EDUCAÇÃO

---

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE  
MATEMÁTICA

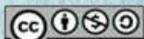
MATEMÁTICA EM UMA FRAÇÃO DE TEMPO

MATHEMATICS IN A FRACTION OF TIME

ADRIANA IKEGAME CALDEIRA

Produto Educacional apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, do programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Londrina e Cornélio Procópio. Orientadora: Profa. Dra. Marcele Tavares Mendes

LONDRINA 2023



4.0 Internacional

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

---



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Londrina



ADRIANA IKEGAME CALDEIRA

**EXPLORAÇÃO DE TAREFAS EM UM CONTEXTO DA CINEMÁTICA À LUZ DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 06 de Abril de 2023

Dra. Marcele Tavares, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Karina Alessandra Pessoa Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Pamela Emanuelli Alves Ferreira, Doutorado - Universidade Estadual de Londrina (UEL)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 17/04/2023.

---

Tratado Geral das Grandezas do Infimo  
A poesia está guardada nas palavras — é tudo que eu sei.  
Meu fado é o de não saber quase tudo.  
Sobre o nada eu tenho profundidades.  
Não tenho conexões com a realidade.  
Poderoso para mim não é aquele que descobre ouro.  
Para mim poderoso é aquele que descobre as  
insignificâncias (do mundo e as nossas).  
Por essa pequena sentença me elogiaram de imbecil.  
Fiquei emocionado.  
Sou fraco para elogios.  
Manoel de Barros

---

---

## Sumário

Sobre o e-book

O ensino e a aprendizagem por meio da Educação  
Matemática Realística 7

Características do contexto 9

Tarefas de ensino e de aprendizagem 13

Referência 21



---

## Sobre o e-book

Esse e-book foi elaborado à luz da abordagem holandesa Educação Matemática Realística (RME), enquanto um produto educacional associado a uma pesquisa de mestrado profissional (PPGMAT), Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Esse produto educacional contém 7 tarefas que foram elaboradas para representar um contexto realístico da cinemática enquanto fenômeno físico a ser explorado por meio da ferramenta matemática. As tarefas são indicadas a estudantes do 1º ano do Novo Ensino Médio, podendo ser adaptada para outros níveis de ensino, conforme os interesses do professor e do próprio estudante. Um interesse subjacente a esse trabalho é que professores de matemática se inspirem e produzam contexto e tarefas de aprendizagem, de modo que a matemática torne-se ferramenta útil para aqueles que lidam com essas tarefas, assim como para suas vidas.



O ensino e a aprendizagem por meio  
da Educação Matemática Realística

A Educação Matemática Realística (RME) se caracteriza por uma abordagem de ensino, no qual concentra sua ênfase no contexto utilizado nas tarefas. Conforme sua denominação realística, os enunciados das tarefas apresentam características em que são possíveis torna-los reais, mesmo que seja por experimento mental (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996).

Uma tarefa contextualizada, em sua totalidade necessita de matematização para o desenvolvimento de resultados, pode ser realizado recorrendo a uma exploração por meio estruturas matemáticas ou no caso de uma tarefa que permite a definir rapidamente, sem muitos esforços uma solução que a satisfaça.

Ainda em relação às características da RME, adaptado de Freudenthal (1973), no Quadro 1. Mendes (2022) destaca algumas de suas características que contrapõem as características de tendências tradicionais. Esses princípios são explanados na dissertação.

Quadro 1: Características da RME x Tendências Tradicionais

Princípios da RME	Tendências Tradicionais
Atividade humana	Disciplinas preestabelecidas
Matematização da Realidade	Realidade Matematizada
Reinvenção de Conceitos	Transmissão de Conceitos
Contextos ricos de significados	Reunião de problemas com informações apenas conceituais
Articulação da matemática com outros domínios	Matemática Isolada
Elaboração de representações mentais	Conceitos definidos

Fonte: MENDES (2022).

## Características do contexto

---

## Características das Tarefas

As 7 tarefas apresentam características comuns entre si, pois em seus elementos enunciam a relação entre grandezas, em cada uma delas podem ser explorados conteúdos isolados da Física (Cinemática) e da Matemática (Álgebra, Geometria, Função). Ressalta que cada tarefa pode ser utilizada independente das outras.

O fato de representar situações realísticas possibilitam que as tarefas sejam utilizadas em intenção de ensino ou de aprendizagem. Inclui-se a possibilidade de engajamento para discorrer de maneira concentrada nos conteúdos elencados. Incluir o enquadramento da Bncc e recomendações



Quadro 7: Situações envolvidas nos enunciados das tarefas

Características do contexto

Tarefa I - Motocicleta

<https://www.geogebra.org/m/awmcf5h>

Jolie pilota uma motocicleta em uma estrada reta, levando seu cachorro em uma extensão adaptada para ele. Depois de um certo tempo de iniciar o movimento, a motociclista segue seu trajeto, não sendo mais possível ser vista. Ao fundo uma paisagem arborizada com alguns pássaros à vista e animais silvestres.

Tarefa II - Encontro de dois Carros

<https://www.geogebra.org/m/wavsmprmj>

Dois carros em movimento se deslocam no mesmo sentido e na mesma direção, mas em posições diferentes. Ao iniciar o movimento, após alguns instantes, o carro amarelo (que estava mais distante em relação ao vermelho) ultrapassa o vermelho.

Tarefa III - Problema Skate

<https://www.geogebra.org/m/abkvraaz>

Em um parque ecológico, duas pessoas estão andando de skate (Jolie e Marley), na mesma direção e em sentido uma à outra. Os movimentos realizados pelos skatistas se iniciam com cada um de um lado do espaço a ser percorrido: a menina desliza-se com seu skate sobre uma calçada. Já o menino, desliza-se com seu skate sobre o asfalto; ambas as superfícies, aparentemente, são planas e sem inclinações. Como se trata de superfícies diferentes, o movimento realizado por eles gera atritos diferentes.

#### Tarefa IV - Problema Trânsito

<https://www.geogebra.org/m/vc66ukrj>

Jolie conduz um veículo amarelo em um perímetro urbano. Percebendo o semáforo fechado em um trecho à frente, ela freia o veículo imediatamente. No cenário envolvido, percebe-se uma desordem em relação ao sentido do fluxo no trânsito e, aparentemente, Jolie estaria na contramão.

#### Tarefa V - Sentido convencional e Sentido contrário da Correnteza

<https://www.geogebra.org/m/cxc6fbm9>

Dois barcos estão em movimento. Um deles está sendo conduzido por Jolie e o outro, por Henry. Cada um dos barcos está em uma das pontas do cenário: na mesma direção, mas em sentidos contrários. Após clicar em iniciar, os barcos se movem um em direção ao outro até que se cruzam em determinado instante e seguem sentidos opostos.

#### Tarefa VI - Rio Perpendicular

<https://www.geogebra.org/m/ycxntg5g>

Jolie atravessa um rio a bordo de um barco a remo, saindo de um lado da margem do rio até outra, em um deslocamento na diagonal. A intenção da personagem era chegar a outra margem, independente da forma como ocorresse.

#### Tarefa VII - Esteira Aeroporto

<https://www.geogebra.org/m/tumchg2m>

O cenário apresenta um espaço de um aeroporto, no qual uma menina (Jolie) corre sobre uma esteira em movimento. Aparentemente, ela esqueceu suas malas antes de iniciar o trajeto sobre a esteira. Quando chega até o balcão de atendimento, ela para.

# Tarefas de ensino e de aprendizagem

## ① Tarefa - Motocicleta



I. Após a visualização da animação descrevam o movimento observado, relatando os detalhes.

II. Quais grandezas são possíveis de identificar na animação?

III. Observem que o gráfico apresenta alguns dados. Quais informações podem ser elaboradas a partir desses dados?

IV. Considerando as informações elaboradas a partir do gráfico, o movimento realizado por Jolie é com velocidade constante ou variada?

V. Determinem qual é sua velocidade média escalar.

VI. Jolie trabalha em uma cooperativa localizada a 9 km de distância de sua casa e inicia o expediente às 8 horas da manhã. Qual o horário ela deve sair de sua casa para chegar sem atraso ao serviço e mantendo-se sempre a mesma velocidade?

VII. Com as informações obtidas, construam uma equação que permita calcular a distância percorrida para qualquer tempo. Utilize a linguagem matemática.

VIII. O Brasil tem alcançado altos índices de acidentes de trânsito, no primeiro semestre do ano 2021 houve um aumento de 14 % em relação ao mesmo período do ano anterior. Segundo o site de notícias 'Estadão' 54% dos acidentes de trânsito registrados no ano de 2021 correspondem a acidentes envolvendo motos. Link para acessar a matéria: [Acidentes de moto batem recorde no Brasil em meio à pandemia](#). Observando a situação representada na animação, podemos afirmar que Jolie conduziu sua motocicleta em segurança? Explique o por quê.

## ② Tarefa - Encontro de dois Carros



I. Ao clicar em "iniciar" descrevam a situação observada, relatando os detalhes.

II. Quais grandezas são possíveis de serem identificadas na animação?

III. Qual explicação para a ultrapassagem ocorrida entre os carros?

IV. Que dados podem ser retirados a partir da observação do gráfico apresentado na animação?

V. Que informações podem ser elaboradas a partir desses dados?

VI. Determinem qual será o deslocamento realizado pelo carro conduzido por Marley e pelo carro conduzido por Jolie no instante de ultrapassagem.

VII. Representem por meio de linguagem matemática uma relação que determina outros deslocamentos em função do tempo.

VIII. Conforme o recorde ao lado, o Código de Trânsito Brasileiro, Art. 61 trata de situações relacionadas à circulação de veículos. Após a leitura do mesmo e analisando a situação representada na animação, descrevam se os condutores de ambos os carros infringiram a Lei de Trânsito? Artigo 61 da Lei nº 9.503 de 23 de Setembro de 1997



③ Tarefa - Problema Skate



I. Ao clicar em “iniciar” descreva a situação observada, relatando os detalhes.

II. Quais grandezas são possíveis de identificar na animação?

III. O gráfico apresenta alguns dados, quais significados podem ser atribuídos a eles?

IV. Quais informações podem ser elaboradas a partir desses dados?

V. O gráfico representa o movimento de qual skatista? Expliquem o porquê.

VI. Considerando que a reta no gráfico representa o movimento realizado por Marley. Sabe-se que 30 segundos após o encontro dos skatistas, ele chega exatamente ao centro da trajetória em que eles estavam utilizando. Qual é o comprimento dessa trajetória?

VII. Considerando as informações obtidas, defina qual era a distância que Jolie havia percorrido no instante do encontro.

VIII. E a velocidade em que Jolie estava?

IX. Para praticar esportes com o máximo de segurança o Ministério da Saúde recomenda alguns pré-requisitos, conforme apresentado no link a seguir: Saiba quais são os cuidados com a segurança para iniciantes na prática do skate. Analisando o esporte representado na animação, informe os pré-requisitos necessários para que os praticantes se mantenham em segurança.



#### ④ Tarefa - Trânsito



- I. Após clicar em "Iniciar" descrevam a situação observada detalhadamente. É possível reiniciar o movimento quantas vezes necessário.
- II. O que pode ser mencionado em relação à segurança de possíveis pedestres e de outros condutores envolvidos na animação?
- III. Nessa condição, quais ações devem ser tomadas para normalizar a segurança no trânsito?
- IV. Quais grandezas vocês observam na animação?
- V. Quais dados podem ser observados a partir da observação no gráfico? E quais significados podem ser atribuídos?
- VI. Se, ao avistar o sinal fechado, a condutora Jolie aciona os freios imediatamente em sua máxima até que o carro pare. Determinem a desaceleração gerada ao frear.
- VII Expliquem como as informações da animação permitem criar hipóteses sobre a distância em que a Jolie estava do semáforo quando iniciou a ação de frenagem?
- VIII. Calcule a distância que o carro percorreu após a ação de frenagem.
- IX. Qual deveria ser a distância para início da frenagem pela condutora Jolie, de tal forma que não infringisse nenhuma regra de trânsito?
- X. Deixe um recado para os condutores do Brasil.



5

Tarefa - Sentido convencional e Sentido contrário da Correnteza



I. Ao clicar em "Iniciar" observem a situação e a descrevam.

II. Quais são as grandezas envolvidas nessa animação?

III. Sabe-se que os barcos são idênticos aos de fábrica, com as mesmas características de funcionamento. Isso permite aos condutores navegarem na mesma velocidade quando acionado o motor. Diante disso, qual a explicação para as velocidades diferentes representadas na animação?

IV. Represente por meio de linguagem matemática esse movimento.

V. O barco conduzido por Henry já havia se deslocado 96 m em relação à sua origem no momento em que os barcos se cruzam no rio. Determinem a velocidade de deslocamento do barco dele? E a velocidade do barco? Obs: Considere "T" em minuto.

VI. É possível definir a velocidade de deslocamento do barco conduzido por Jolie? E a velocidade do barco? Sabendo que no instante do encontro dos barcos ela havia se deslocado 144 metros.

VII. Em relação ao deslocamento de ambos os barcos, é possível prever a distância em que cada um irá se deslocar ao longo do tempo da animação?

VIII. Segundo o site Radioagência Nacional, no ano de 2019 houve 15 mortes diárias por afogamento no Brasil, conforme a matéria ao lado. Observando a situação representada pela animação, pode se afirmar que os jovens foram negligentes em algum momento? Cite algumas maneiras de prevenção.



## ⑥ Tarefa - Rio Perpendicular



I. Ao clicar em "iniciar" descreva a situação observada, relatando os detalhes.

II. Quais grandezas são possíveis de identificar na animação?

III. Considerando a necessidade de atravessar o rio, é possível chegar até a outra margem realizando outra trajetória? Explique a trajetória realizada por Jolie.

IV. Considerando a intensidade da correnteza (variação da velocidade em relação a margem), o tempo para chegar até a outra margem também irá variar? Explique.

V. Faça um esboço considerando a direção e sentido das velocidades da água em relação à margem do rio e do barco em relação à margem do rio. Depois, no mesmo esboço represente a trajetória que o barco se deslocará. O esboço construído é semelhante a qual polígono?

VI. Considerando o polígono reconhecido na construção do esboço, represente a velocidade resultante utilizando a linguagem matemática conforme a relação estabelecida desse polígono, considerando os significados atribuídos em relação a animação.

VII. Sabe-se que em suas travessias Jolie gasta 30 minutos em média para chegar até a outra margem do rio. E que dessa vez o barco dela deslocou 15 metros para frente da margem onde ela costuma ancorar o barco. Explique o caso desse deslocamento.

VIII. Determine a velocidade excedente da água em relação à margem do rio para a situação descrita no item anterior.

IX. Assoreamento é o fenômeno ocorrido em lagos e rios. Esse processo consiste no acúmulo de sedimentos, o que resulta no excesso de material sobre o seu leito, prejudicando o desenvolvimento da fauna aquática ou até mesmo extinguindo sua existência. Analisando a animação, podemos identificar que o ambiente se encontra em situação de risco? Discorre sobre.

## ⑦ Tarefa - Esteira Aeroporto



I. Ao clicar em “iniciar” descreva a situação observada, relatando os detalhes.

II. Quais grandezas são possíveis de identificar na animação?

III. Faça a representação do deslocamento que Jolie realizou até chegar ao balcão de check-in. Utilize a linguagem matemática para relacionar as grandezas envolvidas.

IV. Observando o fato de que as malas de Jolie ficaram esquecidas momentos antes dela pisar na esteira. Represente por meio da linguagem matemática, as grandezas envolvidas que relacionam o deslocamento que ela fará para pegar as malas.

V. Desenvolva a criatividade, e crie uma história para a animação.

VI. Para proporcionar maior conforto aos passageiros, muitos aeroportos investiram em esteiras rolantes colocadas na superfície horizontal em seus espaços internos, conectando um portão ao outro. O movimento das esteiras rolantes é semelhante ao movimento realizado pelas escadas rolantes encontradas com facilidade em shoppings. Considerando a dinâmica de funcionamento desses dois equipamentos, vocês acreditam que eles podem causar algum tipo de risco para seus usuários? Quais são? E quais cuidados devemos ter quando somos usuários?



---

## REFERÊNCIA

BARROS, MANOEL. Tratado geral das grandezas do ínfimo. Rio de Janeiro/São Paulo, Editora Record: 2001.

MENDES, M. T.; BURIASCO, R. L. C. O Dinamismo de uma Prova Escrita em Fases: um estudo com alunos de Cálculo Diferencial e Integral. *Bolema* (Rio Claro), v. 32, p. 653-672, 2018.

MENDES, M. T. Utilização da Prova em Fases Como Recurso para Aprendizagem em aulas de Cálculo. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

FLW!

