

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

**ADRIANA IKEGAME CALDEIRA**

**EXPLORAÇÃO DE TAREFAS EM UM CONTEXTO DA CINEMÁTICA À LUZ DA  
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA**

LONDRINA

2023

ADRIANA IKEGAME CALDEIRA

**EXPLORAÇÃO DE TAREFAS EM UM CONTEXTO DA CINEMÁTICA À LUZ DA  
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA**

**EXPLORATION OF TASKS IN A KINEMATICS CONTEXT IN THE LIGHT OF  
REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Cornélio Procópio e Londrina, para fins de qualificação, um dos requisitos à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Marcele Tavares Mendes

LONDRINA

2023



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Londrina



ADRIANA IKEGAME CALDEIRA

**EXPLORAÇÃO DE TAREFAS EM UM CONTEXTO DA CINEMÁTICA À LUZ DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 06 de Abril de 2023

Dra. Marcele Tavares, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Karina Alessandra Pessoa Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Pamela Emanuelli Alves Ferreira, Doutorado - Universidade Estadual de Londrina (UEL)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 17/04/2023.

*Dedico essa dissertação a Deus por ter concedido a honra da  
realização desta pesquisa.*

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pela dádiva da vida e por me possibilitar realizar tantos sonhos nesta existência. Obrigada por me permitir errar, aprender e crescer, por Sua eterna compreensão e tolerância, por Seu infinito amor, pela Sua voz “invisível” que me sustentou e me orientou no caminho certo para a vitória. A minha fé não me permite deixar de acreditar em Deus. Pois “tudo posso naquele que me fortalece.”

Aos meus pais **Antônio Ikegame Caldeira** e **Aparecida Rufino Caldeira**, por acreditarem no meu potencial. Vocês nunca mediram esforços em me acompanhar para realizar meus sonhos e vontades. Tudo o que precisei vocês sempre fizeram o possível e o impossível para tornar real. Deram-me o seu melhor, me educaram e me ensinaram a nunca desistir dos meus sonhos.

A minha irmã **Aline Ikegame Caldeira**, você sempre foi um espelho pra mim. Sempre me orgulhei da sua perseverança diante de todos os desafios que a vida lhe propôs.

A Profa. **Dra. Marcele Tavares Mendes**, por me acolher como pesquisadora, me orientar e incentivar, inclusive nos dias mais difíceis e desânimos. Grata pela orientação, competência, profissionalismo e dedicação. Todas as trocas que ocorreram desde o dia em que nos conhecemos foram subsídios para a construção da pesquisa. Tenho certeza que não chegaria neste ponto sem o seu apoio. Você foi e é mais que orientadora para mim será sempre minha inspiração.

Aos membros da banca examinadora, a Profa. **Dra. Pamela Emanuelli Alves Ferreira** e a Profa. **Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva**, que tão gentilmente aceitaram participar e colaborar com esta dissertação.

Aos Prof. **Dr. André Luis Trevisan**, Prof. **Dr. Henrique Rizek Elias**, Profa. **Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman** e Profa. **Dra. Línlya Natássia Sachs Camerlengo de Barbosa**. Seus ensinamentos foram muitos e certamente contribuíram positivamente para a minha formação.

A minha amiga e também colega de profissão Profa. **Ma. Solange Mariano da Silva Santos**, pelos incentivos e trocas de experiências ao longo dos anos.

A minha amiga e companheira de turma Profa. **Ma. Giseli Sanguino**, pelas trocas e apoio durante a pesquisa.

Aos meus amigos de sempre **Alliny Rodrigues Peixe, Gustavo Barbosa da Silva, Paulo Leonardo da Silva Ramos e Ana Carolina Costa Zucolin** pela parceria, cumplicidade e palavras de incentivo, vocês tornaram a minha caminhada mais leve.

TRATADO GERAL DAS GRANDEZAS DO ÍNFIMO

“A poesia está guardada nas palavras - é tudo que eu sei.

Meu fado é o de não saber quase tudo.

Sobre o nada eu tenho profundidades.

Não tenho conexões com a realidade.

Poderoso para mim não é aquele que descobre ouro.

Para mim poderoso é aquele que descobre as

insignificâncias (do mundo e as nossas).

Por essa pequena sentença me elogiaram de imbecil.

Fiquei emocionado.

Sou fraco para elogios.”

*(Manoel de Barros, 2001)*

CALDEIRA, Adriana Ikegame. **Exploração de Tarefas em um Contexto da Cinemática à Luz da Educação Matemática Realística**. 2023. 106f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

## RESUMO

Este trabalho apresenta o resultado de uma pesquisa de mestrado profissional, no qual discute alternativas para uma prática de ensino de matemática fundada em princípios da Educação Matemática Realística (RME), a qual traz a matemática como atividade humana, com caráter amplo e interdisciplinar. Essas possibilidades são oriundas do desenvolvimento e exploração dos processos de ensino e da aprendizagem da matemática, à luz da RME, por meio de tarefas que trazem em seus enunciados Objetos de Aprendizagem construídos por meio do *software* GeoGebra e a temática cinemática. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, cujo foco foi elaborar, descrever e analisar tarefas e suas aplicações aos estudantes do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública do estado do Paraná, com vistas a discutir e refletir acerca dos princípios da RME. As tarefas aplicadas foram organizadas em dois *e-books*: um destinado a alunos e outro para professores. A versão dos alunos apresenta engajamentos progressivos para o desenvolvimento das tarefas; a dos professores, sugere possibilidades de solução com orientações que compreendem princípios norteadores da RME. Esses *e-books* (Matemática em uma Fração de Tempo), produtos educacionais, com uma relação intrínseca à dissertação desenvolvida, e as reflexões geradas a partir da análise da aplicação de três tarefas, evidenciaram o potencial de ensino e de aprendizagem da matemática por meio da cinemática sob a perspectiva da RME.

**Palavras-chave:** Educação Matemática Realística. Interdisciplinaridade. Cinemática. Tarefas. GeoGebra.



CALDEIRA, Adriana Ikegame. **Exploration of Tasks in a Context of Kinematics in the Light of Realistic Mathematics Education**. 2023. 106f. Dissertation (Master's degree in Mathematics Education) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

### **ABSTRACT**

This paper presents the result of a professional master's research and discusses alternatives for a practice of teaching mathematics based on the principles of Realistic Mathematics Education (RME), which brings mathematics as a science, broad and interdisciplinary. These possibilities come from the development and exploration of the teaching and learning of mathematics, in the light of RME, through tasks that bring in their statements learning objects constructed through the GeoGebra software and the kinematics theme. This is an interpretative qualitative research, whose focus was to develop, describe and analyze tasks and their applications to 1st year high school students at a public school in the state of Paraná, with a view to discussing and reflecting on the principles of RME through the Analysis of Written Production as an investigative practice. The applied tasks were organized in an e-book in two versions: one for students and the other for teachers. The students' version features progressive engagements; that of the professors, suggests possible solutions with guidelines that comprise RME's guiding principles. This e-book (Math in a Split Time), an educational product, is associated with the developed dissertation, in which the reflections generated from the analysis of the results, evidenced the teaching and learning potential of mathematics through kinematics from the perspective of RME.

**Keywords:** Realistic Mathematics Education. Interdisciplinarity. Kinematics. Tasks. GeoGebra.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Cartão Tarefa I - Motocicleta e seu objeto de aprendizagem	29
Figura 2 - Objeto de Aprendizagem 01	42
Figura 3 - Recorte do item I - G1	44
Figura 4 - Recorte dos itens II e III - G2	45
Figura 5 - Recorte do item IV - G2	48
Figura 6 - Recorte do item V - G1	48
Figura 7 - Recorte do item VI - G3	49
Figura 8 - Recorte do item VII - G1	50
Figura 9 - Recorte do item VIII - G3	50
Figura 10 - Objeto de Aprendizagem 04	51
Figura 11 - Recorte do item I - G11	52
Figura 12 - Recorte do item II - G12	53
Figura 13 - Recorte do item III - G12	54
Figura 14 - Recorte do item III - G13	55
Figura 15 - Recorte do item IV - G13	55
Figura 16 - Recorte do item V - G14	57
Figura 17 - Recorte do item V - G13	57
Figura 18 - Recorte do item VI - G15	59
Figura 19 - Recorte do item VII - G13	60
Figura 20 - Recorte do item VIII - G13	61
Figura 21 - Recorte do item IX - G13	62
Figura 22 - Recorte do item X - G14	63
Figura 23 – Objeto de Aprendizagem 05	63
Figura 24 - Recorte do item I - G7	64
Figura 25 - Recorte do item II - G8	65
Figura 26 - Recorte do item III - G9	66
Figura 27 - Recorte do item IV - G10	67
Figura 28 - Recorte do item V - G7	69
Figura 29 - Recorte do item VI - G7	70
Figura 30 - Recorte do item VIII - G7	72

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Dissertações do grupo	15
Quadro 2 - Abordagens Tradicionais de Ensino	18
Quadro 3 - Matematização Horizontal e Vertical	20
Quadro 4 - Características da RME x Tendências Tradicionais	21
Quadro 5 - Princípios da Educação Matemática Realística	22
Quadro 6 - Etapas dos Níveis de Compreensão	23
Quadro 7 - Situações envolvidas nos enunciados das tarefas	26
Quadro 8 - Informações referentes às aplicações	29
Quadro 9 - A BNCC para o Ensino Fundamental	31
Quadro 10 - Competências e Habilidades para a área de Matemática e suas Tecnologias (Ensino Médio)	33
Quadro 11 - Competências e Habilidades para a área das Ciências da Natureza e suas Tecnologias	35
Quadro 12 - Conteúdos engajados (Matemática e Física)	36
Quadro 13 - Conteúdos engajados (Matemática e Física)	38
Quadro 14 - Conteúdos engajados (Matemática e Física)	40
Quadro 15 - Transcrição de diálogo item I - G1	43
Quadro 16 - Transcrição de diálogo item I - G2	44
Quadro 17 - Transcrição de diálogo para responder aos itens II e III - G2	46
Quadro 18 - Transcrição de diálogo item IV - G2	47
Quadro 19 - Transcrição de diálogo item I - G11	52
Quadro 20 - Transcrição de diálogo item II - G12	53
Quadro 21 - Transcrição de diálogo item IV - G13	55
Quadro 22 - Transcrição de diálogo item V - G13	56
Quadro 23 - Transcrição de diálogo item VI - G15	58
Quadro 24 - Transcrição de diálogo item VII - G13	59
Quadro 25 - Transcrição de diálogo item VIII - G13	61
Quadro 26 - Transcrição de diálogo item IX - G13	62
Quadro 27 - Transcrição de diálogo item I - G7	64
Quadro 28 - Transcrição de diálogo item II - G8	65
Quadro 29 - Transcrição de diálogo item III - G9	66
Quadro 30 - Transcrição de diálogo item IV - G10	67
Quadro 31 - Transcrição de diálogo item V - G1	69
Quadro 32 - Transcrição de diálogo item VI - G3	70
Quadro 33 - Transcrição de diálogo item VII - G3	71

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
RME	Educação Matemática Realística
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
LDBEN	Lei de Diretrizes e Bases

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	14
1 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA	18
2 ASPECTOS METODOLÓGICOS	25
2.1 AS TAREFAS	25
2.2 CONTEXTO E ORGANIZAÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DE TRÊS TAREFAS	28
2.3 UMA EXPLORAÇÃO A PARTIR DO DESENVOLVIMENTO DE TRÊS TAREFAS REALIZADAS POR ESTUDANTES	30
3 ENQUADRAMENTO DAS TAREFAS NA BNCC	31
3.1 ENQUADRAMENTO DA TAREFA I	36
3.2 ENQUADRAMENTO DA TAREFA IV	38
3.3 ENQUADRAMENTO DA TAREFA V	40
4 EXPLORAÇÃO DE TAREFAS	42
4.1 EXPLORAÇÃO DA TAREFA I	42
4.2 EXPLORAÇÃO DA TAREFA IV	51
4.3 EXPLORAÇÃO DA TAREFA V	63
4.4 MAIS UMA DISCUSSÃO	72
CONSIDERAÇÕES FINAIS	75
REFERÊNCIAS	78

## INTRODUÇÃO

Ainda são recorrentes, no contexto escolar, práticas de ensino em que o professor assume uma atitude de transmissor de conhecimento curricular. Conseqüentemente, a atitude do estudante não poderia ser outra senão a de mero receptor/reprodutor de informações. Assim, nessas ações pedagógicas, são reduzidas as possibilidades de se ter um contexto pedagógico em que o conhecimento é construído/elaborado/desenvolvido, já que são priorizados processos de resolução de tarefas que seguem, apenas, o modelo apresentado pelo professor.

Outro elemento que reaparece na sala de aula, também, é o questionamento dos estudantes acerca das razões que os levam a aprender alguns conteúdos curriculares – “para que serve esse conteúdo?”. As respostas, comumente dadas – “serão necessários para fazer a prova” ou “isso servirá para a aprovação na disciplina” – não apresentam significados para os discentes e os fazem perder o interesse em aprender, especialmente quando o componente curricular é Matemática.

Contudo, a reflexão do docente em relação à função da escola na vida de cada estudante e, de modo particular, de seu papel como mediador do conhecimento, é condição primária do sujeito que se põe a ser professor. Essa reflexão, inclusive, não precisa (e não deve) ser solitária, pode ser feita por meio de estudos, com seus pares, no momento de planejar tarefas que favoreçam o ensino da matemática como uma atividade humana que utiliza dos objetos matemáticos enquanto ferramenta para lidar com situações que fazem sentido para os alunos (MENDES, 2014).

A *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC), aprovada em dezembro de 2017, organizada por competências e habilidades, assegura que o ensino na Educação Básica deve objetivar a formação e o “[...] desenvolvimento humano global, o que implica compreender a complexidade e a não linearidade desse desenvolvimento, rompendo com visões reducionistas que privilegiam ou a dimensão intelectual (cognitiva) ou a dimensão afetiva” (BRASIL, 2018, p. 114).

Neste trabalho, para além de procedimentos, a matemática é tomada como uma atividade relevante para a sociedade; não se ensina e não se aprende sobre ela apenas para operar cálculos. A matemática possui valor para a constituição humana, conforme definido por Treffers (1987). Nessa perspectiva, deve ser desenvolvida pelos estudantes de maneira instigante, por meio de situações contextualizadas, o que lhes possibilita o “pensar e o fazer” além de direcioná-los a matemática como uma atividade humana, por meio da qual

desenvolve ferramentas que irá auxiliá-los em outras situações e, conseqüentemente, para isso, utilizarão representações matemáticas como: números, símbolos, formas, operações e gráficos (FREUDENTHAL, 1991; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996).

Desde as minhas primeiras orientações, manifestei à orientadora interesse em desenvolver uma pesquisa que estivesse assentada na possibilidade de ensinar matemática por meio de um contexto que envolvesse os fenômenos físicos, especificamente a cinemática. Minha expectativa estava imbuída do desejo de discutir possibilidades para um ensino e uma aprendizagem da matemática enquanto ciência, de caráter amplo que permite examinar e analisar assuntos transversais<sup>1</sup> e interdisciplinares<sup>2</sup>.

Esse interesse/curiosidade pela matemática como um fenômeno científico que pode ser analisado, permite um diálogo com as pesquisas de mestrado orientadas pela professora Marcele Tavares Mendes que têm o potencial de relacioná-las às várias temáticas como: Educação Matemática Realística (RME<sup>3</sup>), Avaliação da Aprendizagem e Tarefas Matemáticas. Temas que compreendem o universo de pesquisa desta professora. O Quadro 1 traz um agrupamento das dissertações já finalizadas sob sua orientação.

**Quadro 1** - Dissertações do grupo

<b>Autor</b>	<b>Título da dissertação</b>	<b>Temática Central</b>
Harmuch (2017)	Tarefas para uma educação financeira: um estudo.	<b>Educação Matemática Realística (RME)</b>
Marino (2018)	O processo de delineamento de uma trajetória de ensino e de aprendizagem: reflexões para o ensino de matemática.	
Felipes (2022)	Ensino de seqüências numéricas à luz da RME: uma proposta que envolve contexto realístico e planilhas eletrônicas.	

<sup>1</sup>Correspondem a temas presentes sob várias formas na vida cotidiana e que abordam valores referentes à cidadania: Ética, Saúde, Meio Ambiente, Orientação Sexual, Trabalho e Consumo e Pluralidade Cultural.

<sup>2</sup> Interdisciplinar: Próprio a duas ou mais disciplinas; que se efetiva nas relações entre duas ou mais disciplinas; comum a mais do que uma disciplina.

<sup>3</sup>Sigla da expressão inglesa **Realistic Mathematics Education**.

Antunes (2018)	Design de uma prova escrita de matemática: um processo reflexivo da prática avaliativa.	<b>Avaliação da aprendizagem</b>
Marino (2020)	Elementos de uma prática avaliativa enquanto prática social.	
Santos (2020)	Práticas avaliativas de seis professores de matemática: uma reflexão para a inclusão escolar.	
Weber (2020)	Articulação da avaliação somativa com avaliação formativa em aulas de matemática.	
Rodrigues (2021)	Uma prática avaliativa formativa utilizando a prova-com-consulta-ao-cadern o em uma disciplina de cálculo.	

Fonte: Adaptado de (FELIPES, 2022)

Com isso, após discussões e orientações, decidiu-se como objetivo geral desta pesquisa e à luz dos princípios da RME<sup>4</sup>, **desenvolver e explorar tarefas em um contexto da cinemática apresentado por meio de Objetos de Aprendizagem construídos no *software* GeoGebra.**

Para o alcance do objetivo geral, organizamos os seguintes objetivos específicos:

- i. Apresentar os princípios da RME, uma abordagem de ensino que pode favorecer à interdisciplinaridade;
- ii. Elaborar tarefas matemáticas no contexto da cinemática, apresentado por meio de Objetos de Aprendizagem construídos no *software* GeoGebra, que se enquadrem nas competências e habilidades da *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC/2017).

A partir do desenvolvimento dos objetivos específicos, foi produzido um conjunto com sete (7) tarefas realísticas<sup>5</sup> no contexto da cinemática, apresentado por meio de objetos de

<sup>4</sup> No Capítulo 1 apresenta-se aspectos da Educação Matemática Realística em relação a matemática como atividade Humana; Matematização da Realidade; Reinvenção dos Conceitos; Articulação da Matemática com outros Domínios e Elaboração de Representações Mentais.

<sup>5</sup> Tarefas realísticas possuem contextos que possam ser ao menos imagináveis pelos estudantes, podendo ser baseados em suas realidades.



aprendizagem construídos no *software* GeoGebra. Três dessas tarefas foram aplicadas a estudantes de turmas do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Assaí, Paraná, envolvendo as disciplinas de Matemática e Física, nas quais a professora responsável<sup>6</sup> era a própria pesquisadora.

Em cada uma das tarefas foi utilizado um Objeto de Aprendizagem, definido por Wiley (2010), como um recurso digital que pode ser utilizado e reutilizado para apoiar a aprendizagem. O Objeto de Aprendizagem envolvido nessas tarefas colabora com a exploração de conteúdos transversais ligados à Matemática e à Física por meio de contextos realísticos, favorecem que os alunos relacionem informações do senso comum relacionadas a cinemática com gráficos, relações de grandezas, unidades de medidas.

A aplicação de três dessas tarefas deu-se em uma sala de aula organizada sob os pressupostos da RME (descrita no Capítulo 2 de procedimentos metodológicos) consoantes às características e princípios da Educação Matemática Realista (apresentados no Capítulo 1. No Capítulo 3 é apresentado o enquadramento das tarefas conforme suas atribuições na BNCC. Por fim, no Capítulo 4 são apresentadas as análises das produções escritas e discussões geradas durante o desenvolvimento das tarefas.

A partir da análise da produção escrita dos estudantes e de trechos de diálogos ocorridos entre eles foi realizada uma exploração da prática pedagógica, com o intuito de fazer emergir o papel do professor, da estrutura curricular, do estudante, da turma em um processo de ensino e de aprendizagem (apresentado no Capítulo 4).

Além desse relatório, é construído desta pesquisa o produto educacional “Matemática em uma Fração de Tempo”, e dois *e-book* composto por 7 tarefas que representam fenômenos da cinemática. Cada tarefa é formada por um objeto de aprendizagem (animação construída no *software* geogebra), acompanhado por uma sequência de itens que estimulam a reflexão dos estudantes acerca de elementos e problemáticas incluídas na tarefa. Os objetos de aprendizagem estão disponíveis por meio do link <https://www.geogebra.org/u/fracaodetempo>.

---

<sup>6</sup>Formação: Graduação em Administração pela Faculdade Educacional de Cornélio Procópio - Faced (2013); Formação Pedagógica em Licenciatura Matemática pela Universidade Federal Tecnológica do Paraná - UTFPR - Campus de Cornélio Procópio (2015); Licenciada em Física - UEM (2020); Pós graduada em Comunicação e Informação Educacional e Empresarial.

# 1 A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA

Neste capítulo são apresentados aspectos teóricos relacionados à Educação Matemática Realística (RME), bem como concepções e princípios dessa abordagem de ensino. Os aspectos ligados a essa proposta, apesar de teóricos, estão intimamente relacionados a uma demarcação de pressupostos de ensino e de aprendizagem considerados no momento da elaboração, aplicação e análise das tarefas desenvolvidas no contexto desta pesquisa de mestrado.

A Educação Matemática Realística (RME) é uma abordagem de ensino em que a matemática é vista como uma atividade humana, de caráter social, criada e modificada pelo homem ao longo dos anos para sanar problemas da sociedade (FREUDENTHAL, 1971, 1979).

Essa abordagem teve início nos países baixos, a partir do final da década de 1960, por educadores do país. Seus precursores, na busca por um modelo de ensino que estivesse ancorado em outra direção, contra o modelo atual da época, lançou por meio do Movimento da Matemática Moderna - um ensino da matemática sob a perspectiva Estruturalista. O objetivo maior do desenvolvimento dessa abordagem de ensino era não privilegiar o empirismo e o estruturalismo e sim substituir a abordagem mecanicista, predominante na Holanda naquele período (FERREIRA, 2013).

No Quadro 2 são apresentadas algumas informações acerca das abordagens citadas – Mecanicista, Empirista, Estruturalista.

**Quadro 2** - Abordagens Tradicionais de Ensino

<b>Mecanicista</b>		
Utiliza-se de sistemas de equações diferenciais e algébricas, exigindo conhecimento amplo e geral sobre o método a ser resolvido (MENDES, 2011).	A abordagem mecanicista não enfatiza a explicação e a teoria de sua formação, o foco é voltado para o conhecimento do processo em si; a explicação torna-se um processo (MENDES, 2011).	O ensino privilegia o desempenho observado no comportamento humano, a partir de escalas métricas (testes e provas) previamente definidas, determinando o nível de assimilação de informação acerca dos conteúdos trabalhados (MENDES, 2011).
<b>Empirista Construtiva</b>		

Essa abordagem possui três dimensões: a ontologia, a epistemologia e a semântica (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010).	Nessa abordagem de ensino é enfatizado o processo investigativo; os alunos são deixados livres para fazer suas próprias descobertas. (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010).	O empirismo construtivista exige que a teoria seja empiricamente adequada ou informativa sobre aquilo que se observa, não necessariamente a verdade em sua correspondência (FERRADOR, 2018).
<b>Estruturalista</b>		
O foco de estudo é voltado para analisar a linguagem, a cultura e a sociedade. O estruturalismo se inicia quando é admitido que conjuntos diferentes possam ser confrontados já que é em virtude de suas diferenças que se procura ordená-los. (DOSSE, 2007).	O método consiste em reconhecer, entre os conjuntos organizados, diferenças que indiquem a relação comum segundo a qual se definem para, em seguida, ordená-las de tal modo que os conjuntos considerados apareçam relacionados e o conjunto desses conjuntos surja como resultado dessa combinação (DOSSE, 2007).	As estruturas de ensino não são tomadas como elementos estáticos, desarticuladas, mas como sistemas abstratos que se transformam e que se realizam de forma cada vez mais ampla (VIEIRA, 1998).

Fonte: Autora (2023)

Freudenthal (1968, 1983, 1991), a partir de suas ideias a respeito do ensino e da aprendizagem matemática, apresentou características que se tornaram subsídios importantes para o desenvolvimento da Educação Matemática Realística. De acordo com Ferreira (2013), essas ideias apresentavam a matemática como Atividade Humana; o ensino e aprendizagem como Princípio de Reinvenção; a aprendizagem Matemática por meio da Matematização; a reinvenção da matemática por meio da Matematização Progressiva.

Na RME, a aprendizagem da matemática precisa ser vivenciada pelos estudantes, por meio das interações vividas com seus pares e ao lidar com as situações em diversos contextos - situações reais e/ou imagináveis (FREUDENTHAL, 1979), de tal maneira que, a partir de suas inquietações, possa realizar suas próprias descobertas.

Por esse viés, o conhecimento matemático é tomado como um “objeto” de conhecimento dinâmico, que tem movimento, ação e modificação, sendo valorizados o seu processo de construção e a “ação”, ao invés, apenas, de um produto final (GRAVEMEIJER; TERWEL, 2000). Assim, Treffers (1987) apresenta a matemática como uma atividade ativa; um objeto de estudo no qual a sociedade e o cotidiano de cada estudante podem ser vistos de maneira integrada em seu processo de aprendizagem.

Na abordagem da RME, as ações a serem executadas devem estar em conformidade com o contexto e intimamente ligadas ao modo como os estudantes lidam com uma tarefa proposta pelo professor. Nesse sentido, as práticas docentes são determinantes antes e durante todo o processo de ensino e aprendizagem. Assim, ao planejar, o professor deve pensar na organização da disposição dos estudantes em sala de aula, na otimização do tempo, questionários a serem discutidos durante o processo; articular conhecimentos novos aos já adquiridos; coordenar, com clareza, as informações e conhecimentos apresentados pelos alunos durante o desenvolvimento, de modo a mantê-los sempre como construtores do próprio conhecimento (TREFFERS, 1987).

Segundo Gravemeijer (2005, p. 22):

[...] o professor continua a ser autoridade na sala de aula, mas de forma diferente, ele passa a definir as regras do que é a Matemática e o que significa aprender Matemática na sua sala de aula. Além disso, o professor escolhe as atividades de ensino, escolhe tópicos para discussão, e orchestra as discussões em grupo, de tal forma que estas contribuam para a Matemática que se pretende ensinar. Ao fazê-lo, têm de descobrir um equilíbrio entre o “guiar” e o “re(inventar)”. Resumidamente, é o professor que molda a inovação curricular que está aqui implícita.

Conforme Treffers (1987), uma característica fundamental da RME é o processo de matematizar com base na realidade, sem desconsiderar, no entanto, os contextos existentes na própria matemática, atribuindo a eles a mesma importância. Para esse autor, o processo de matematizar a realidade envolve dois modos de matematização, apresentados no Quadro 3.

**Quadro 3** - Matematização Horizontal e Vertical

Tipo de matematização	Característica básica
Horizontal Vertical	Processo de transpor uma situação para uma matemática formulada, ou seja, o modo que o sujeito lida matematicamente com um contexto realístico.
VerticalHorizontal	Transforma uma situação-problema em objeto de estudo matemático (o problema é abordado por métodos matemáticos, ou ainda, o problema é manuseado por meio de ferramentas matemáticas).

Fonte: Adaptado de (TREFFERS, 1987).

Ao resolver uma tarefa em um contexto realístico, é necessário que o estudante observe as informações apresentadas e as organize seguindo o seu próprio instinto,

construindo um modelo coerente de resolução para satisfazer determinado problema; esse processo é caracterizado por matematização horizontal (TREFFERS, 1987).

Na ocasião em que o estudante compreende que determinado modelo de resolução de tarefas partiram de situações particulares e que é compatível para solucionar tarefas em contextos diferentes, ele passa a apropriar-se da linguagem matemática de maneira formal e a utilizá-la enquanto uma ferramenta em suas atividades humanas; processo que caracteriza a matematização progressiva.

Freudenthal (1991) evidencia a matematização como núcleo da atividade na RME por familiarizar os estudantes aos conceitos matemáticos em situações cotidianas e por acreditar que, por meio deles e guiados pelo professor, podem experimentar um processo de sistematização em que a formalização dos conceitos e estruturas passa a ser o estágio final do processo e não o ponto de partida. Freudenthal (1983) esclarece que os conceitos matemáticos foram desenvolvidos para organizar os fenômenos do mundo físico (não necessariamente real), para descrever o fato ocorrido e buscar compreensões sobre ele.

Ainda em relação às características da RME, adaptado de Freudenthal (1973), no Quadro 4, Mendes (2022) destaca algumas de suas características que contrapõem as características de tendências tradicionais.

**Quadro 4** - Características da RME x Tendências Tradicionais

<b>Princípios da RME</b>	<b>Tendências Tradicionais</b>
Atividade humana	Disciplinas preestabelecidas
Matematização da Realidade	Realidade Matematizada
Reinvenção de Conceitos	Transmissão de Conceitos
Contextos ricos de significados	Reunião de problemas com informações apenas conceituais
Articulação da matemática com outros domínios	Matemática Isolada
Elaboração de representações mentais	Conceitos definidos

Fonte: MENDES (2022).

As características apresentadas no Quadro 4, foram declaradas por Treffers (1991) como princípios da RME, posteriormente, Van den Heuvel-Panhuizen (2000) renomeou-os e

incluiu um sexto princípio. Esses princípios, apesar de apresentados separadamente em um contexto de sala de aula, são conectados entre si. No Quadro 5 são apresentadas as denominações dadas por esses autores a cada um dos princípios, acrescidos de breves considerações.

**Quadro 5** - Princípios da Educação Matemática Realística

<b>Treffers (1991)</b>	<b>Van den Heuvel-Panhuizen (2000)</b>	<b>Considerações</b>
<b>Exploração Fenomenológica</b>	<b>Realidade</b>	Contextos realísticos oferecem oportunidades para a matematização e, conseqüentemente, para aprender; são pontos de partida para o processo de aprendizagem.
<b>Construção por Instrumentos Verticais</b>	<b>Níveis</b>	Os estudantes podem resolver problemas contextualizados em diferentes níveis de compreensão, em um processo de matematização progressiva.
<b>Autoconfiança:</b> construções e produções próprias dos estudantes	<b>Atividade</b>	O foco se encontra na organização e na compreensão matemática dos estudantes, em contextos diversos, ou seja, no fazer, na matematização.
<b>Interatividade</b>	<b>Interatividade</b>	A aprendizagem acontece, também, por meio da interação social entre os estudantes (mutuamente) e o professor.
<b>Entrelaçamento</b>	<b>Entrelaçamento</b>	Os domínios do conhecimento matemático são tratados de modo integrado.
	<b>Orientação</b>	Aos estudantes é criada a oportunidade “guiada” pelo professor que tem o papel de reinventar a matemática; semelhante ao processo em que a matemática foi criada.

Fonte: Adaptado de (BURIASCO; SILVA, 2017).

De forma mais descritiva, apresentam-se os seis princípios que demarcam aspectos de uma sala de aula, à luz da RME, baseados em Van Den Heuvel-Panhuizen (2010):

**Princípio da Realidade** – consiste na singularidade em que o contexto realístico é levado para o estudante possibilitando o processo de matematização. Nesse cenário, a ação do professor de aproximar o estudante de contextos realísticos, reais ou imagináveis, precisa estar em conformidade com a sua realidade. Para estudantes do 6º ano, por exemplo, um contexto envolvendo fadas ou tesouro escondido, embora não seja real, é facilmente imaginável, o que o torna realístico; enquanto um contexto envolvendo bolsa de valores, apesar de ser real, dificilmente será enquadrado em algo realístico para o mesmo grupo de alunos.

**Princípio de Níveis** – consiste nas etapas de níveis de compreensão nas quais o aluno passa durante o processo de ensino e de aprendizagem, avançando, gradativamente, os níveis de compreensão, do mais simples ao mais complexo. O Quadro 6 apresenta a distribuição da compreensão baseada em Gravemeijer (2005).

**Quadro 6** - Etapas dos Níveis de Compreensão

<b>Situacional</b>	domínio específico, conhecimento e estratégia são utilizados unicamente dentro do contexto da situação a partir de conhecimentos informais.
<b>Referencial (modelo de)</b>	modelos e estratégias se referem à situação descrita no problema, relacionando o cálculo matemático e as estratégias escolhidas à resposta esperada para a solução da tarefa.
<b>Geral (modelo para)</b>	foco matemático das estratégias se sobrepõe à referência ao contexto; os modelos servem para representar outras situações. O aluno utiliza-se de estratégias e cálculos realizados em experiências ao resolver tarefas semelhantes.
<b>Formal</b>	trabalha-se com procedimentos e notações já convencionais.

Fonte: Adaptado de (BURIASCO; SILVA, 2017).

Observa-se que os estudantes, em seu processo de aprendizagem, podem transitar entre os níveis e evoluir seu nível de compreensão matemática; partindo de conhecimentos

perceptíveis aos mais abstratos, fundamentados em experiências do contexto realístico (CIANI, 2012).

**Princípio da Atividade** – consiste no modo como a matemática deve ser assumida, como uma atividade inerente à necessidade humana. O ensino deve ser direcionado como foi, por ocasião, na sua criação, ou seja, o indivíduo manifesta, por meio da matemática, aquilo que observa, considerando seus entendimentos acerca do contexto realístico.

**Princípio da interatividade** – refere-se à interação entre os estudantes no processo de aprendizagem; quando percebem que a aprendizagem pode ocorrer na ação do compartilhamento de ideias e das percepções discutidas e, ainda, que este é um modo de enriquecer os conhecimentos que foram apresentados individualmente ou pelo grupo.

**Princípio do entrelaçamento** – com o objetivo de superar a fragmentação curricular, essa ação refere-se à integração entre os domínios curriculares da área de matemática, ou seja, os conteúdos devem estar envolvidos. Sublinha-se que essa integração deva ocorrer também em outros domínios curriculares, de modo a reduzir a discrepância entre uma área do conhecimento e outra, para que a importância do ensino e da aprendizagem matemática seja facilmente perceptível. Assim, é preciso propor tarefas que englobam diversos conteúdos matemáticos, simultaneamente, ressaltando sempre o entrelaçamento que deve haver entre eles.

**Princípio da orientação** – consiste nas orientações que os estudantes recebem do professor para lidar com tarefas cujos contextos são realísticos. A ação do professor, nesse cenário, deve ser a de conduzir o estudante, construtor/protagonista do próprio conhecimento, a partir da proposição de tarefas e encaminhá-lo na direção dos objetivos educacionais.

Terwel (2000) elucida que na RME a forma como os conteúdos são apresentados possui um papel de extrema importância para o ensino de matemática. O estudioso ressalta que na RME a aprendizagem se inicia a partir do momento em que o estudante é confrontado com situações-problema e contextos de realidade. Para Freudenthal (1981), contextos reais oferecem oportunidades para a matematização e, conseqüentemente, para aprender.

Diante disso, nota-se que a RME propõe a utilização de tarefas que envolvam contextos realísticos como estratégias que oportunizam a matematização progressiva por meio das quais o estudante, sob orientação do professor, tem a possibilidade de interagir com o objeto de estudo, compreendendo, instintivamente, o seu funcionamento, no processo de aprendizagem. Neste contexto, o estudante assume uma atitude ativa, daquele que reinventa a matemática a partir das orientações e encaminhamentos dados pelo professor.



## 2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Trata-se de uma pesquisa de caráter qualitativo, de cunho interpretativo, que buscou, à luz dos princípios da RME, **desenvolver e explorar tarefas em um contexto da cinemática apresentado por meio de objetos de aprendizagem construídos no *software* GeoGebra**. Para tanto, foram elaboradas sete (7) tarefas (seção 2.1), das quais três (3) foram desenvolvidas por alunos de um 1º ano do Ensino Médio, de uma escola pública do estado do Paraná, na qual a pesquisadora era também a professora responsável pelas disciplinas de Matemática e Física (seção 2.2). A partir do desenvolvimento dos estudantes, a pesquisadora, envolveu-se em um processo reflexivo e interpretativo (seção 2.3) com a intenção de expressar o papel do professor, da estrutura curricular, do estudante e da turma, em um contexto de sala de aula organizado sob os pressupostos da RME.

### 2.1 AS TAREFAS

As tarefas foram planejadas para que os estudantes tivessem a oportunidade de desenvolver uma visão integrada da matemática e, de modo flexível, fossem capazes de conectar-se a diferentes subdomínios e/ou a outras disciplinas (WIDJAJA; HECK, 2003). Nessa perspectiva e na busca por realizar um entrelaçamento entre duas áreas da *Base Nacional Comum Curricular* (BRASIL, 2018), foram elaboradas 7 tarefas para o desenvolvimento desta pesquisa.

No Apêndice 1 são apresentadas as 7 tarefas que trazem à baila o enquadramento em relação à *BNCC* com uma possível resolução, evidenciando desenvolver e explorar o ensino e a aprendizagem da matemática, dentro de sua grande área (Matemática e Suas Tecnologias) sob a perspectiva da RME, em um contexto da cinemática (Ciências da Natureza e Suas Tecnologias) apresentado por meio de objetos de aprendizagem.

Os objetos de aprendizagem representam situações realísticas e envolvem três personagens, nomeados por Jolie, Henry e Marley. O contexto em que ocorrem as situações é permeado de “recortes de tempo” e se inicia com a representação de situações corriqueiras, construídas no *software* GeoGebra. No Quadro 7 apresenta-se uma descrição breve das características da situação que cada tarefa envolve.

**Quadro 7** - Situações envolvidas nos enunciados das tarefas

<p><b>Tarefa I – Motocicleta</b></p> <p><a href="https://www.geogebra.org/m/awmcff5h">https://www.geogebra.org/m/awmcff5h</a></p>
<p>Jolie pilota uma motocicleta em uma estrada reta, levando seu cachorro em uma extensão adaptada para ele. Depois de um certo tempo de iniciar o movimento, a motociclista segue seu trajeto, não sendo mais possível ser vista. Ao fundo uma paisagem arborizada com alguns pássaros à vista e animais silvestres.</p>
<p><b>Tarefa II – Encontro de dois Carros</b></p> <p><a href="https://www.geogebra.org/m/wavsmpmq">https://www.geogebra.org/m/wavsmpmq</a></p>
<p>Dois carros em movimento se deslocam no mesmo sentido e na mesma direção, mas em posições diferentes. Ao iniciar o movimento, após alguns instantes, o carro amarelo (que estava mais distante em relação ao vermelho) ultrapassa o vermelho.</p>
<p><b>Tarefa III – Problema Skate</b></p> <p><a href="https://www.geogebra.org/m/abkvraaz">https://www.geogebra.org/m/abkvraaz</a></p>
<p>Em um parque ecológico, duas pessoas estão andando de skate (Jolie e Marley), na mesma direção e em sentido uma à outra. Os movimentos realizados pelos skatistas se iniciam com cada um de um lado do espaço a ser percorrido; a menina desliza-se com seu skate sobre uma calçada. Já o menino, desliza-se com seu skate sobre o asfalto; ambas as superfícies, aparentemente, são planas e sem inclinações. Como se trata de superfícies diferentes, o movimento realizado por eles gera atritos diferentes.</p>
<p><b>Tarefa IV – Problema Trânsito</b></p> <p><a href="https://www.geogebra.org/m/vc66ukrj">https://www.geogebra.org/m/vc66ukrj</a></p>
<p>Jolie conduz um veículo amarelo em um perímetro urbano. Percebendo o semáforo fechado em um trecho à frente, ela freia o veículo imediatamente. No cenário envolvido, percebe-se uma desordem em relação ao sentido do fluxo no trânsito e, aparentemente, Jolie estaria na contramão.</p>
<p><b>Tarefa V – Sentido convencional e Sentido contrário da Correnteza</b></p> <p><a href="https://www.geogebra.org/m/cxc6fbm9">https://www.geogebra.org/m/cxc6fbm9</a></p>
<p>Dois barcos estão em movimento. Um deles está sendo conduzido por Jolie e o outro, por Henry. Cada um dos barcos está em uma das pontas do cenário; na mesma direção, mas em sentidos contrários. Após clicar em iniciar, os barcos se movem um em direção ao outro até que se cruzam em determinado instante e seguem sentidos opostos.</p>
<p><b>Tarefa VI – Rio Perpendicular</b></p>

<a href="https://www.geogebra.org/m/ycxntg5g">https://www.geogebra.org/m/ycxntg5g</a>
Jolie atravessa um rio a bordo de um barco a remo, saindo de um lado da margem do rio até outra, em um deslocamento na diagonal. A intenção da personagem era chegar a outra margem, independente da forma como ocorresse.
<b>Tarefa VII – Esteira Aeroporto</b>
<a href="https://www.geogebra.org/m/tumchg2m">https://www.geogebra.org/m/tumchg2m</a>
O cenário apresenta um espaço de um aeroporto, no qual uma menina (Jolie) corre sobre uma esteira em movimento. Aparentemente, ela esqueceu suas malas antes de iniciar o trajeto sobre a esteira. Quando chega até o balcão de atendimento, ela para.

Fonte: Autora (2023).

O Objeto de Aprendizagem em cada tarefa apoia na exploração de conteúdos transversais, ligados à Matemática e à Física por meio de contextos realísticos, sendo reconhecidos, conforme aponta Wiley (2010), como recurso digital que pode ser utilizado e reutilizado para apoiar a aprendizagem.

Cada tarefa é composta por uma sequência de itens de reflexão que se inicia com direcionamentos para que os estudantes reconheçam o cenário que servirá como contexto de estudo. O intuito dessa organização é possibilitar ao estudante a construção do seu próprio conhecimento, iniciando por níveis de fácil compreensão chegando a situações mais complexas. O conjunto de tarefas dá subsídios para explorar conteúdos transversais ligados à Matemática e à Física por meio de contextos realísticos.

Embora as 7 tarefas apresentem características comuns entre si, já que seus elementos enunciam relação entre grandezas, em cada uma delas, podem ser explorados conteúdos isolados da Física (Cinemática) e da Matemática (Álgebra, Geometria, Função). Sublinha-se que cada tarefa pode ser utilizada de forma independente das outras.

No Capítulo 3 é apresentada a *Base Nacional Comum Curricular – BNCC* (BRASIL, 2018) como documento normativo nacional que direciona a formulação curricular e as aprendizagens essenciais que todos os estudantes brasileiros, da rede pública e privada, devem se apropriar ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. A *BNCC* é considerada nesta pesquisa como um documento que permite reconhecer o enquadramento das tarefas elaboradas (produto educacional) de modo pertinente em relação às competências e habilidades que se esperam que os estudantes desenvolvam ao longo de sua escolaridade.

Ressalta-se, porém, que não se tem a intenção de discutir ou analisar de forma crítica o modo de construção ou de apresentação desse documento.

Esse enquadramento leva em consideração a *Lei de Diretrizes e Bases (LDBEN)* de 1996, que em seu art. 26, define que

os currículos de ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser contemplada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela (BRASIL, 1996, p.31).

Além de apresentar as tarefas que se enquadram à *BNCC*, buscou-se evidenciar a possibilidade de desenvolver e explorar o ensino e a aprendizagem da matemática e sua grande área (Matemática e Suas Tecnologias) à luz da RME, no contexto da cinemática (Ciências da Natureza e Suas Tecnologias) apresentado por meio de objetos de aprendizagem construídos no *software* GeoGebra, o qual é apresentado no Apêndice 1.

## 2.2 CONTEXTO E ORGANIZAÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DE TRÊS TAREFAS

Do conjunto das sete tarefas, três delas foram escolhidas para serem desenvolvidas em duas turmas do 1º ano do Novo Ensino Médio<sup>7</sup> no ano de 2022. A escolha da Tarefa I foi realizada pela professora/pesquisadora com a intenção de mobilizar a exploração de conteúdos matemáticos que, para a compreensão da cinemática, são conteúdos iniciais. Já as Tarefas IV e V foram eleitas a partir de uma brincadeira de escolha de números (2 à 7 ou conforme a disponibilidade das tarefas) realizada pela professora com os estudantes, na semana que antecedeu à implementação das tarefas.

No formato do 1º ano do Novo Ensino Médio, a disciplina de Matemática está organizada em 3 aulas de 50 minutos cada, semanalmente; a disciplina de Física, em duas aulas de 50 minutos cada, também semanalmente. Nas turmas em que aconteceram o desenvolvimento das 3 tarefas, a professora/pesquisadora era a responsável pelas duas disciplinas.

O Quadro 8 traz informações sobre como se deu a organização em cada uma das aplicações das tarefas; a última coluna apresenta uma denominação para os grupos (denominação utilizada no capítulo de discussão – Capítulo IV).

---

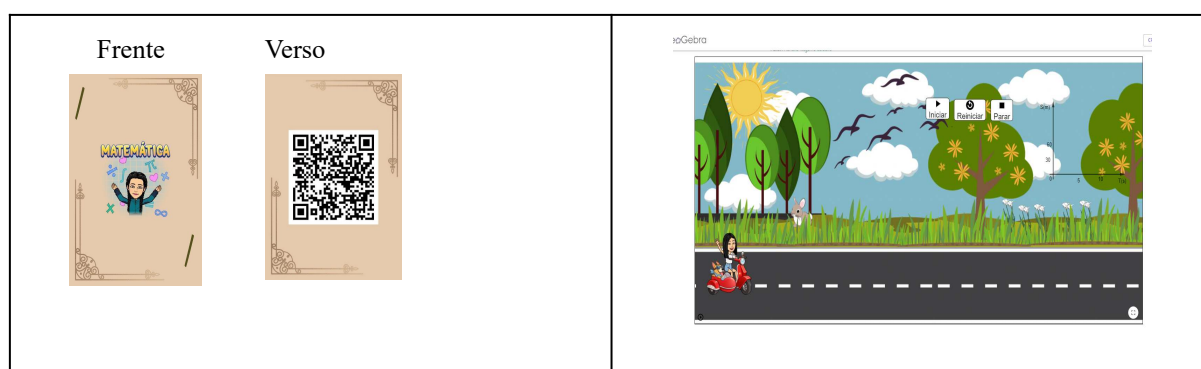
<sup>7</sup>Novo Ensino Médio: Definido pelo Ministério da Educação (MEC), o Novo Ensino Médio é uma nova formulação na estrutura da educação, na qual os estudantes passam a ter uma nova organização curricular, mais flexível, que inclui a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a oferta de itinerários formativos, com foco nas áreas de conhecimento e na formação integral (2021).

**Quadro 8** - Informações referentes às aplicações

Tarefa	Data da aplicação	Número de estudantes por grupos	Número de alunos presentes	Tempo de aplicação	Denominação dos Grupos
<b>Tarefa I</b> – Motocicleta	12/8/2022	3 e 4	20	2 aulas	G1, G2, G3, G4, G5 e G6
<b>Tarefa V</b> – Sentido convencional e Sentido contrário da Correnteza	21/9/2022	3 e 4	14	2 aulas	G7, G8, G9 e G10
<b>Tarefa IV</b> – Problema Trânsito	23/9/2022	3	21	2 aulas	G11, G12, G13, G14, G15, G16 e G17

Fonte: Autora (2023).

Para a aplicação das tarefas, os estudantes se organizaram por livre escolha em grupos de 4 ou 3 estudantes, conforme apresentado no Quadro 8. Cada grupo recebeu um cartão contendo o *link* criptografado de cada animação, que também foi projetada para toda a sala. Na Figura 1 é apresentado um exemplo do cartão (frente e verso) contendo um *QR Code* da Tarefa I que permite acessar, de modo *online*, a representação do contexto da tarefa, disponível em <https://www.geogebra.org/m/awmcff5h>, e uma imagem do Objeto de Aprendizagem *online*, a qual permite a interação do usuário utilizando os botões “Iniciar”, “Reiniciar” e “Parar”.

**Figura 1** - Cartão Tarefa I - Motocicleta e seu objeto de aprendizagem

Fonte: A autora (2023).

Os estudantes foram orientados a se organizar de modo que um integrante utilizasse o aparelho celular para a leitura do *QR code* e o outro realizasse a gravação por áudio do diálogo, durante o desenvolvimento da tarefa. A animação do objeto de aprendizagem também foi projetada na sala pela professora, na qual suas funções de experimentações também estavam acessíveis.

### 2.3 UMA EXPLORAÇÃO A PARTIR DO DESENVOLVIMENTO DE TRÊS TAREFAS REALIZADAS POR ESTUDANTES

No Capítulo 4 é apresentada uma reflexão a partir da implementação das três tarefas. Enfatiza-se que a implementação e a coleta de dados foram conduzidas pela professora/pesquisadora da turma.

Para fins de obtenção de dados para a análise, recorreu-se às gravações das interações entre os grupos, no decorrer do desenvolvimento da aplicação da tarefa, acompanhadas das produções escritas dos estudantes.

As gravações foram subsídios fundamentais para a melhor compreensão das produções escritas dos estudantes, assim como para analisar o diálogo ocorrido entre os grupos durante a aplicação e a construção da resposta final inserida em cada item.

Na sequência, foram selecionados trechos de produções escritas e dos diálogos dos grupos. A escolha desse material teve como critério o envolvimento do grupo na construção e na elaboração das respostas. Essa ação teve como intencionalidade fazer uma reflexão a respeito da utilização de tarefas contextualizadas que podem ser trabalhadas de forma ampla e interdisciplinar, além de reconhecer que pode ser um recurso valioso para representar e solucionar situações da matemática e da física.

### 3 ENQUADRAMENTO DAS TAREFAS NA *BNCC*

A *BNCC* propõe para a área de Matemática e suas Tecnologias que o ensino seja voltado para a consolidação, ampliação e aprofundamento das aprendizagens essenciais (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística) desenvolvidas no Ensino Fundamental. No Quadro 9 são apresentados alguns apontamentos da *BNCC* para o componente curricular da Matemática no Ensino Fundamental.

**Quadro 9** - A *BNCC* para o Ensino Fundamental

<b>Unidade de Conhecimento</b>	<b>Habilidades</b>	<b>Encaminhamento Didático</b>
<b>Números</b>	Desenvolver o pensamento numérico, ampliando para a compreensão a respeito dos diferentes campos e significados das operações.	Proposição de resolução de problemas envolvendo números naturais, inteiros, racionais e reais, em diferentes contextos (do cotidiano, da própria Matemática e de outras áreas do conhecimento).
<b>Álgebra</b>	Desenvolver o pensamento algébrico;  Identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la, utilizando diferentes escritas algébricas.	Resolução de situações-problema por meio de equações e inequações.
<b>Geometria</b>	Interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;  Identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras.	Formulação e resolução de problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança.
<b>Grandezas e Medidas</b>	Construir e ampliar a noção de medida em diferentes grandezas;  Desenvolver o pensamento proporcional.	Utilização do estudo de diferentes grandezas a fim de obter expressões para o cálculo da medida da área de superfícies planas e da medida do volume de alguns sólidos geométricos.  Exploração de situações que oportunizem a representação em um

		<p>sistema de coordenadas cartesianas, da variação de grandezas;</p> <p>Análise da caracterização do comportamento dessa variação (diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não proporcional).</p>
--	--	--

Fonte: Adaptado de (BRASIL, 2018).

Para o Ensino Médio, a *BNCC* propõe a continuidade dessas aprendizagens, em que “[...] o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos” (BRASIL, 2018, p. 528). Concomitantemente, na ocasião em que a realidade é tomada como extensão para o ensino, a descrição do contexto da tarefa deve enfatizar as vivências cotidianas do estudante. Assim, demandas como: conhecimento do avançado técnico, expectativas para o mercado de trabalho e atividades culturais de interesses regionais são entrelaçadas aos conteúdos da Matemática.

Segundo a *BNCC*, “A área de Matemática e suas Tecnologias tem a responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído pelos estudantes no Ensino Fundamental, para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior” (BRASIL, 2018, p. 528). No documento normativo, o conceito de letramento matemático está na esteira das proposições do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa, sigla em inglês), e prima pela

[...] capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática e uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias. (BRASIL, 2017, p. 222).

Diante do que está proposto na *BNCC*, os direcionamentos a serem dados para o Ensino Médio merecem estímulos e reflexões em seu processo de implementação, de maneira que as ações didáticas possibilitem aos estudantes modos de pensar, formular hipóteses e buscar soluções para problemas em diferentes contextos, utilizando-se para isso da junção do conhecimento próprio da prática do professor (expertise) aos novos conhecimentos.

A área de Matemática e suas Tecnologias tem por objetivo desenvolver habilidades relacionadas aos Processos de Investigação e à Construção de Modelos de Resolução de Problemas. Para tanto, a *BNCC* designa competências consonantes alocadas em



cinco competências específicas para essa área, habilidades a serem desenvolvidas e que se inserem em cada unidade do conhecimento. No Quadro 10 apresenta-se uma síntese dessa organização.

**Quadro 10** - Competências e Habilidades para a área de Matemática e suas Tecnologias (Ensino Médio)

<b>Competência Específica</b>	<b>Habilidade</b>
Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.	Para competências que envolvem o raciocinar, é necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas, com ênfase nos processos de argumentação matemática.
Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.	As competências que estão diretamente associadas a representar pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático.  Embora todos esses processos pressuponham o raciocínio matemático, em muitas situações, são também mobilizadas habilidades relativas à representação e à comunicação para expressar as generalizações, bem como à construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado.
Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	Após resolverem os problemas matemáticos, os estudantes precisam apresentar e justificar seus resultados, interpretar os resultados dos colegas e interagir com eles.  É nesse contexto que a competência de comunicar ganha importância. Nas comunicações, os estudantes devem ser capazes de justificar suas conclusões não apenas com símbolos matemáticos e conectivos lógicos, mas também por meio da língua materna, realizando apresentações orais dos resultados e elaborando relatórios, entre outros registros.
Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	Com relação à competência de argumentar, seu desenvolvimento pressupõe também a formulação e a testagem de conjecturas, com a apresentação de justificativas, além dos aspectos já citados anteriormente em relação às competências de raciocinar e representar.
Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada	

vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	
---	--

Fonte: Adaptado de (BRASIL, 2018)

Embora as Competências Específicas tenham sido elaboradas para atender às habilidades inseridas na grade curricular, conforme sua organização, compreende-se que elas apresentam indícios de correlação com outras disciplinas. Assim, a RME, nesse contexto, pode ser uma abordagem de ensino adequada para atender ao que propõe a *BNCC* por possibilitar ao estudante desenvolver o letramento matemático.

Na reformulação da matriz curricular proposta pela *BNCC*, a Física está inserida na área de conhecimento “Ciências da Natureza e Suas Tecnologias”, juntamente com os conteúdos transversais ligados à Química e à Biologia. Deste modo, as intenções didáticas para essa área de conhecimento são, portanto, capacitar os estudantes para estabelecerem conexões com a Ciência e a Tecnologia de modo a utilizá-las como ferramentas para solucionar problemas em suas variadas complexidades, tal como realizar novas descobertas (BRASIL, 2018).

Os conhecimentos conceituais da área de Ciências da Natureza são estruturados em leis, teorias e modelos, assim “A elaboração, a interpretação e a aplicação de modelos explicativos para fenômenos naturais e sistemas tecnológicos são aspectos fundamentais do fazer científico, bem como a identificação de regularidades, invariantes e transformações” (BRASIL, 2018, p. 548).

As competências e habilidades formuladas para o Ensino Médio foram baseadas em ações didáticas que possibilitam ao estudante explorar situações-problema de cunho social, de modo a apresentar melhorias em diversos aspectos, respeitando limites de segurança, condições sustentáveis, étnicas e culturais.

A *BNCC* recomenda que os processos e práticas de investigação adotadas para a área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias incluam ações didáticas que aproximem os estudantes dos procedimentos e instrumentos de investigação, tais como: identificar problemas, formular questões, identificar informações ou variáveis relevantes, propor e testar hipóteses, elaborar argumentos e explicações, escolher e utilizar instrumentos de medida, planejar e realizar atividades experimentais e pesquisas de campo, relatar, avaliar e comunicar conclusões e desenvolver ações de intervenção, a partir da análise de dados e informações sobre as temáticas da área. O quadro 11 apresenta as competências e habilidades para a área da Ciências da Natureza e suas Tecnologias.

**Quadro 11** - Competências e Habilidades para a área das Ciências da Natureza e suas Tecnologias

<b>Competência Específica</b>	<b>Habilidade</b>
<p>Analisar fenômenos naturais e processos tecnológicos, com base nas interações e relações entre matéria e energia, para propor ações individuais e coletivas que aperfeiçoem processos produtivos, minimizem impactos socioambientais e melhorem as condições de vida em âmbitos local, regional e global.</p>	<p>Analisar e representar as transformações e conservações em sistemas que envolvam quantidade de matéria, de energia e de movimento para realizar previsões sobre seus comportamentos.</p> <p>Realizar previsões, avaliar intervenções e/ou construir protótipos de sistemas térmicos que visem à sustentabilidade.</p> <p>Utilizar o conhecimento sobre as radiações e suas origens para avaliar as potencialidades e os riscos de sua aplicação em equipamentos de uso cotidiano.</p> <p>Realizar previsões qualitativas e quantitativas sobre o funcionamento de geradores e afins.</p>
<p>Analisar e utilizar interpretações sobre a dinâmica da Vida, da Terra e do Cosmos para elaborar argumentos, realizar previsões sobre o funcionamento e a evolução dos seres vivos e do Universo, e fundamentar e defender decisões éticas e responsáveis.</p>	<p>Analisar e discutir modelos, teorias e leis propostos em diferentes épocas e culturas para comparar distintas explicações sobre o surgimento e a evolução da Vida, da Terra e do Universo com as teorias científicas aceitas atualmente.</p> <p>Analisar as diversas formas de manifestação da vida em seus diferentes níveis de organização.</p> <p>Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito dos movimentos de objetos na Terra, no Sistema Solar e no Universo com base na análise das interações gravitacionais.</p> <p>Interpretar resultados e realizar previsões sobre atividades experimentais, fenômenos naturais e processos tecnológicos, com base nas noções de probabilidade e incerteza, reconhecendo os limites explicativos das ciências.</p>
<p>Investigar situações-problema e avaliar aplicações do conhecimento científico e tecnológico e suas implicações no mundo, utilizando procedimentos e linguagens próprios das Ciências da Natureza, para propor soluções que considerem demandas locais, regionais e/ou globais, e comunicar suas descobertas e conclusões a públicos variados, em diversos contextos e por meio de diferentes mídias e</p>	<p>Construir questões, elaborar hipóteses, previsões e estimativas, empregar instrumentos de medição e representar e interpretar modelos explicativos, dados e/ou resultados experimentais para construir, avaliar e justificar conclusões no enfrentamento de situações-problema sob uma perspectiva científica.</p>

tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC).	<p>Comunicar, para públicos variados, em diversos contextos, resultados de análises, pesquisas e/ou experimentos, em variadas representações.</p> <p>Investigar e discutir o uso indevido de conhecimentos das Ciências da Natureza na justificativa de processos de discriminação.</p> <p>Investigar e analisar o funcionamento de equipamentos elétricos e/ou eletrônicos e sistemas de automação para compreender as tecnologias contemporâneas e avaliar seus impactos sociais, culturais e ambientais.</p>
--	---

Fonte: Adaptado de (BRASIL, 2018)

As habilidades e competências apresentadas no Quadro 11 perpassam a atividade matemática. Deste modo, a matemática é um meio de organizar, explicar, investigar situações e fenômenos. Um planejamento sob esse viés, da matemática como meio, corrobora com a ideia de Freudenthal (1983), para quem os conceitos e estruturas matemáticas serão desenvolvidos e utilizados para organizar fenômenos do mundo físico, social e mental.

### 3.1 ENQUADRAMENTO DA TAREFA I

No Quadro 12 são apresentados os itens do enunciado da Tarefa I “Motocicleta”, relacionados com os possíveis engajamentos curriculares da matemática e engajamentos da física.

**Quadro 12 - Conteúdos engajados (Matemática e Física)**

Item da tarefa	Foco da Matemática	Foco da Física
I. Após a visualização da animação, descrevam o movimento observado, relatando os detalhes.	Localização e movimentação: representar elementos e pontos de referência.	Cinemática: Definir características do fenômeno observado.
II. Quais grandezas são possíveis de identificar na animação?	Grandezas Derivadas e Unidades de Medidas: Caracterizar e conceitualizar o termo Grandezas	Grandezas Vetoriais e Grandezas Escalares: Conceitualizar as características específicas envolvidas.

<p>III. Observem que o gráfico apresenta alguns dados. Quais informações podem ser elaboradas a partir desses dados?</p>	<p>Interpretação e Análise de representações gráficas: Explorar conceitos em relação ao comportamento da reta do gráfico: associando a reta do gráfico com o tipo de função, se crescente ou decrescente.</p>	<p>Movimento Progressivo e Movimento Retrógrado: Explorar conceitos de velocidade e suas implicações acerca do sinal associado (se positivo ou negativo).</p>
<p>IV. Considerando as informações elaboradas a partir do gráfico, o movimento realizado por Jolie é com velocidade constante ou variada?</p>	<p>Espaço bidimensional: Analisar a trajetória, direção e sentido.</p>	<p>Ponto Referencial: Conceitualizar e caracterizar.</p>
<p>V. Determinem qual é sua velocidade média escalar?</p>	<p>Coeficiente Angular: Conceitualização e direcionamentos para generalizar a determinação do coeficiente angular por meio de dados obtidos na representação gráfica.</p>	<p>Movimento Retilíneo Uniforme: Determinar o tipo de movimento conforme as características predominantes definidas.</p>
<p>VI. Jolie trabalha em uma cooperativa localizada a 9 km de distância de sua casa e inicia o expediente às 8 horas da manhã. Em que horário ela deve sair de sua casa para chegar, sem atraso, ao serviço e mantendo sempre a mesma velocidade?</p>	<p>Conversão de Medidas: Operar cálculos básicos envolvendo razão e proporção.</p>	<p>Definição de Distância Percorrida e Deslocamento: Utilizar do contexto para explorar o significado dos dois termos, de modo a argumentar conforme suas condições.</p>
<p>VII. Com as informações obtidas, construam uma equação que permita calcular a distância percorrida para qualquer tempo. Utilize a linguagem matemática.</p>	<p>Variação de Grandezas: Analisar implicações entre as grandezas; Generalizar, matematicamente, o contexto abordado. Equação Polinomial do 1º grau: Representar, por meio da linguagem matemática, o contexto ilustrado.</p>	<p>Definição da equação do Movimento Retilíneo Uniforme (MRU): Representar as grandezas por meio de símbolos e organizar conforme seus envolvimento.</p>
<p>Conteúdo de Caráter Social</p>		

VIII. O Brasil tem alcançado altos índices de acidentes de trânsito. No primeiro semestre do ano 2021 houve um aumento de 14 % em relação ao mesmo período do ano anterior. Segundo o site de notícias “Estadão”, 54% dos acidentes de trânsito registrados no ano de 2021 correspondem a acidentes envolvendo motos.

[Acidentes de moto batem recorde no Brasil em meio à pandemia](#)

Observando a situação representada na animação, podemos afirmar que Jolie conduziu sua motocicleta em segurança? Explique o porquê.

Explorar temas referentes à segurança e ao respeito no trânsito.

Fonte: A autora (2023).

### 3.2 ENQUADRAMENTO DA TAREFA IV

No Quadro 13 são apresentados os itens do enunciado da Tarefa IV “Problema Trânsito”, relacionados com possíveis conteúdos engajados com seus componentes curriculares.

**Quadro 13** - Conteúdos engajados (Matemática e Física)

Item da tarefa	Foco da Matemática	Foco da Física
I. Após clicar em “Iniciar” descrevam a situação observada detalhadamente. É possível reiniciar o movimento quantas vezes for necessário.	Localização e movimentação: representar elementos e pontos de referência. Estabelecer conexões lógicas existentes entre o comportamento da reta no gráfico e o deslocamento do carro.	Cinemática: Definir características do fenômeno observado quanto à direção e ao sentido do deslocamento realizado.
II. O que pode ser mencionado em relação à segurança de possíveis pedestres e de outros condutores envolvidos na animação?	Geometria Plana: Reconhecer figuras geométricas inseridas no trânsito estabelecendo seus respectivos significados.	Força atrito: Definir seu conceito como a força que se opõe ao movimento dos corpos.
III. Nessa condição, quais ações devem ser tomadas para normalizar a segurança no trânsito?	Reta numérica: Organizar os números conforme o ponto de referência, respeitando sua ordem crescente ou decrescente.	Compreender e classificar os tipos de força atrito em estática ou dinâmica.

IV. Quais grandezas vocês observam na animação?	Grandezas e medidas: aceleração, velocidade, deslocamento, tempo, força e atrito.	Grandezas Vetoriais e Grandezas Escalares: compreender suas diferenças.
V. Quais dados podem ser observados a partir da observação no gráfico? E quais significados podem ser atribuídos?	Leitura e interpretação de Gráfico: compreender os elementos representados por meio de gráficos em suas variáveis, categorias, legenda, título.	Conversão de Unidades: compreender as ideias de medidas.
VI. Ao avistar o sinal fechado, a condutora Jolie aciona os freios imediatamente em sua potência máxima até que o carro pare. Determinem a desaceleração gerada ao frear.	Grandezas e relações de dependência: compreender e manipular dados em operações com grandezas diretamente e inversamente proporcionais.	Movimento Retilíneo Uniformemente Variado: compreender a definição desse tipo de movimento.
VII. Expliquem como as informações da animação permitem criar hipóteses sobre a distância em que a Jolie estava do semáforo quando iniciou a ação de frenagem?	Raciocínio Lógico Matemático: Estabelecer relações lógicas entre os elementos inseridos no contexto.	Referencial: compreender a importância de fixar um ponto de observação.
VIII. Calcule a distância que o carro percorreu após a ação de frenagem.	Função de 2º grau: desenvolver cálculos aplicados na função de 2º grau.	Força resultante: compreender a composição da resultante de um corpo.
IX. Qual deveria ser a distância para início da frenagem pela condutora Jolie, de tal forma que não infringisse nenhuma regra de trânsito?	Raciocínio Lógico Matemático: Estabelecer relações lógicas entre os elementos inseridos no contexto por meio da matemática.	Referencial: compreender a importância de fixar um ponto de observação.
Conteúdo de Caráter Social		
I. Deixe um recado para os condutores do Brasil.		
Explorar temas referentes à segurança e ao respeito no trânsito.		

Fonte: Autora (2023).

### 3.3 ENQUADRAMENTO DA TAREFA V

No Quadro 14 são apresentados os itens do enunciado da Tarefa V “Sentido convencional e Sentido contrário da Correnteza”, relacionados com seus possíveis conteúdos engajados com seus componentes curriculares.

**Quadro 14 - Conteúdos engajados (Matemática e Física)**

Item da tarefa	Foco da Matemática	Foco da Física
I. Ao clicar em “Iniciar” observem a situação e a descrevam.	Localização e movimentação: representar elementos e pontos de referência.	Mecânica Clássica: compreender seu objeto de estudo conforme suas separações ramos de estudos.
II. Quais são as grandezas envolvidas nessa animação?	Grandezas e Medidas: velocidade, tempo, deslocamento, massa e aceleração.	Grandezas Vetoriais e Grandezas Escalares: compreender suas diferenças.
III. Sabe-se que os barcos são idênticos aos de fábrica, com as mesmas características de funcionamento. Isso permite aos condutores navegarem na mesma velocidade quando acionado o motor. Diante disso, qual a explicação para as velocidades diferentes representadas na animação?	Raciocínio Lógico: Estruturar elementos que compõem o contexto de maneira coerente.	Composição do Movimento: analisar o movimento de objetos baseado em um sistema de vários movimentos.
IV. Represente, por meio de linguagem matemática, esse movimento.	Equação de 1º grau: construir e resolver equações que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.	Composição do Movimento: identificar a resultante e seu comportamento, num movimento composto de forças.
V. O barco conduzido por Henry já havia se deslocado 96m em relação à sua origem no momento em que os barcos se cruzam no rio. Determinem	Sistemas de Equações: representar, por meio da matemática, situações do cotidiano.	Composição do Movimento: determinar velocidades e tempo numa trajetória, sujeita à mais de uma força atuante,



a velocidade de deslocamento do barco conforme sua composição de movimento. E a velocidade gerada pelo próprio barco. Obs: Considere “t” em minuto.		mensurando variáveis envolvidas.
VI. É possível definir a velocidade de deslocamento do barco conduzido por Jolie e a velocidade do barco, sabendo que no instante do encontro dos barcos ela havia se deslocado 144 metros?	Sistemas de Equações: representar, por meio da matemática, situações do cotidiano.	Composição do Movimento: determinar velocidades e tempo numa trajetória, sujeita a mais de uma força atuante, mensurando variáveis envolvidas.
VII. Em relação ao deslocamento de ambos os barcos, é possível prever a distância em que cada um irá se deslocar ao longo do tempo da animação?	Equações de 1º grau: reconhecer e explorar as linguagens algébricas para resolver problemas envolvendo situações realísticas.	Elaborar explicações, previsões e cálculos a respeito do movimento de objetos.
Conteúdo de Caráter Social		
Segundo o <i>site</i> Radioagência Nacional, no ano de 2019 houve 15 mortes diárias por afogamento no Brasil, conforme a matéria ao lado. Observando a situação representada pela animação, pode-se afirmar que os jovens foram negligentes em algum momento? Cite algumas maneiras de prevenção.		
Explorar temas referentes à segurança na água, informações do tipo: profundidade e correnteza no local, no caso de rio, mencionar sobre o fenômeno “tromba d'água”.		

Fonte: Autora (2023).

A proposta de conteúdos apresentada nas seções 3.1, 3.2 e 3.3 é uma possibilidade de direcionamento para a condução das ações didáticas a serem desenvolvidas pelo professor, que poderá fazer os reajustes em cada item, conforme os seus interesses e objetivos de ensino.

No produto educacional, todas as tarefas elaboradas e apresentadas nesta pesquisa são acompanhadas de um quadro equivalente em relação aos conteúdos contemplados, permitindo aos professores a realização de (re)adequações em seus planejamentos, destacando o momento mais apropriado para a utilização delas em suas aulas.

## 4 EXPLORAÇÃO DE TAREFAS

Este capítulo apresenta uma discussão acerca de aulas de matemática que buscaram, a partir da aplicação de 3 tarefas em um contexto da cinemática, apresentado por meio de Objetos de Aprendizagem construídos no *software* GeoGebra, favorecer à interdisciplinaridade entre física e matemática.

### 4.1 EXPLORAÇÃO DA TAREFA I

Figura 2 - Objeto de Aprendizagem 01



Fonte: Autora (2023).

O primeiro item direciona os estudantes para observarem o Objeto de Aprendizagem 01. Na sequência, deverão fazer a manipulação desse objeto. Assim, deve-se solicitar aos estudantes que descrevam detalhes observados sobre seus aspectos mais sutis, como a direção e o sentido do movimento realizado pela personagem, elementos incluídos no movimento, descrições acerca do contexto, o qual representa um trecho do deslocamento realizado por uma motociclista. Espera-se também que elementos referentes ao cenário sejam percebidos.

**Uma motociclista pilota em uma estrada reta, levando seu cachorro em uma extensão adaptada para ele. Depois de um certo tempo de iniciado o movimento, a motociclista segue seu trajeto não sendo mais possível ser vista. Ao fundo, uma paisagem arborizada com alguns pássaros à vista e animais silvestres.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Ao oportunizar a observação e manipulação do objeto de aprendizagem, o professor envolve seus estudantes, encorajando-os a explorar a tarefa a partir de seus conhecimentos e promove troca de informações entre os membros do grupo, estimulando-os à curiosidade e interesse pela tarefa, num processo de aprendizagem de aprendizagem que introduz o estudante na exploração de situações reais.

Na ilustração, há um contexto com vários elementos, entretanto, é solicitado que seja descrito o movimento observado, o que direciona o olhar dos estudantes para o objetivo pretendido, descrever e lidar com Movimento Retilíneo Uniforme (MRU). As produções dos alunos apresentaram descrições diferentes, mas coerentes, e revelaram características de acessibilidade e flexibilidade ao item. Alguns estudantes mencionaram o movimento apenas, outros incluíram detalhes referentes ao cenário e às grandezas envolvidas. O Quadro 15 e a Figura 3 apresentam o diálogo e a produção dos estudantes (G1) para o item I.

#### Quadro 15 - Transcrição de diálogo item I - G1

E1: *Em relação ao movimento, né? Então, tem a professora Adriana andando com uma motinha vermelha, um suporte levando um cachorro, dando tchau, em uma estrada com um céu bem azul...*

E2: *Aí tem um gráfico do lado...*

E1: *Então aqui vocês perceberam que conforme a professora Adriana vai andando, o gráfico vai andando junto?*

E2: *Ahan.*

E3: *É um gráfico de noventa graus?*

E2: *O gráfico indica o movimento que ela tá fazendo com a moto!*

E1: *Conforme ela vai andando, a linha azul vai subindo...*

E2: *Vai andando né, é o movimento que ela tá fazendo. Ela tá andando pra frente, pra direita, né.*

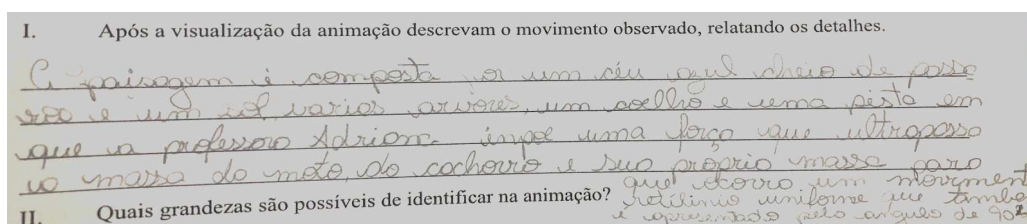
E3: *No gráfico tem os metros e os segundos, vai de zero até 10 segundos por hora e os metros vão de 0 a 60 metros por segundo. A professora andou uns 65 metros por segundo, ou uns 70 metros? Mais ou menos?*

E2: *Aqui vai ser 70 mais ou menos, e aqui já vai ser uns 90 metros, né!*

E3: *Então andou uns 90 metros por 15 segundos, porque aqui oh, 0, 5, 10, 15... 0, 30, 60, 90.. Tá vendo? É o mesmo espaço mais ou menos, tá vendo? Andou 90 metros em 15 segundos. Que a reta embaixo tá indicando segundo e em cima tá indicando metros.*

Fonte: Protocolos de pesquisa.

**Figura 3 - Recorte do item I - G1<sup>8</sup>**



Fonte: Produção dos Estudantes.

No Trecho do Quadro 15 é possível perceber que os estudantes relacionaram distância e tempo, reconhecendo uma variação linear (sem mencionar esse termo), entretanto, quando registraram, citaram Movimento Retilíneo Uniforme, sem descrever como ele se dá. Associando o Quadro 15 à Figura 3 é possível identificar o entrelaçamento de ideias da matemática e da física, que poderão ser explorados e regulados com a orientação da professora. O interessante é que os estudantes não simplesmente realizem a aplicação de um conteúdo, mas que, por meio do lidar com tarefas, ao desenvolver e explorar os elementos nela envolvidos, realizem novas descobertas e construam seus conhecimentos.

Por se tratar de um contexto amplo, a busca por informações possibilitou a observação de vários elementos integrados ao contexto. Por meio das gravações dos áudios, pôde-se perceber que os estudantes observaram e refletiram acerca dos dados apresentados no gráfico para concluírem que o movimento descrito se caracteriza pelos elementos contidos no MRU.

O G2 analisa o mesmo item, conforme o diálogo apresentado no Quadro 16 e sintetizado na Figura 4.

**Quadro 16 - Transcrição de diálogo item I - G2**

E1: Ela indo pra frente.

E2: Tá na questão do movimento, é tipo assim: Ela tá bem no começo, aí parece que vai aumentando a velocidade dela quando ela chega aqui oh, porque o gráfico vai subindo, olha...

E1: ahhhh

E2: Aí chega no 30, aí chega no 60... Então aqui parece que ela tá bem devagarzinho.

E1: Entendi

E2: Você entendeu o que eu quis dizer do negócio?

E1: Sim, vai aumentando a velocidade.

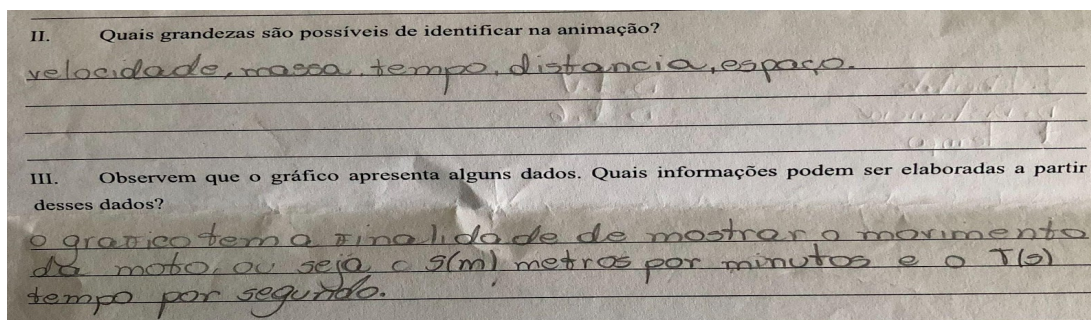
<sup>8</sup>Transcrição do texto da Figura 3: A paisagem é composta por um céu azul cheio de pássaros e um sol, várias árvores, um coelho e uma pista em que a professora Adriana impõe uma força que ultrapassa a massa da moto, do cachorro e sua própria massa que ocorre um movimento retilíneo uniforme que também é apresentado pelo ângulo de 90°.

E2: Isso, não aparenta que ela aumenta a velocidade, mas pelo gráfico dá pra ver. Tá vendo aqui oh, sai do zero, daí trinta e depois sessenta.  
 E2: Então a resposta. A gente viu que tem uma reta, é uma estrada reta, estrada plana e que tem um gráfico acima representado...  
 Estudante 1: Alguém sabe a fórmula da velocidade média?  
 E2: Tem a Adriana em sua bizinha, andando em linha reta, com uma mão levantada, tem um cachorro do lado... rrsrrs  
 E3: Vai colocar tudo isso?

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Conforme transcrição dos áudios, a discussão segue por mais alguns minutos a fim de formularem a escrita do relato e sistematizar a resposta.

**Figura 4** - Recorte dos itens II e III - G2



Fonte: Produção dos Estudantes.

A partir dos itens II e III é esperado que os estudantes refinem seus olhares em relação ao cenário que observaram ao lidar com o objeto de aprendizagem. Com esses itens, pretende-se evidenciar o que reconhecem como grandezas e como podem interpretar essas grandezas a partir do gráfico. Além disso, o fato de os alunos expressarem, por escrito, essas informações, demonstra que são capazes de elaborar, a partir do que observaram, hipóteses coerentes. Trata-se, portanto, de questões mais diretivas em relação ao que se quer explorar por meio da tarefa.

No item II é solicitado aos estudantes que identifiquem grandezas presentes na animação. Nesse momento, portanto, os estudantes precisarão refletir acerca do que é grandeza<sup>9</sup>, podendo incluir informações das suas unidades de medidas básicas. Guiados por intervenções do professor, poderão conceitualizar que grandeza é tudo aquilo que se pode quantificar.

<sup>9</sup>Grandeza: Qualidade de grande; tamanho; extensão; altura; comprimento.

**Velocidade, aceleração, distância, deslocamento, tempo e temperatura.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Já no item III, é solicitado aos estudantes uma leitura gráfica para que, a partir dos dados observados, possam atribuir significados às suas representações. Guiados por intervenções do professor, os estudantes poderão construir significados aos dados informados.

**No gráfico (distância em função do tempo) reta que se inicia na origem, o espaço a ser observado é considerado a partir do tempo 0 até pouco mais que 10 segundos. Observa-se que no instante 5 segundos o espaço percorrido foi de 30 metros, em 10 segundos 60 metros.**

POSSÍVEL RESPOSTA

O Quadro 17 apresenta um diálogo em que é possível identificar que os estudantes, guiados pelo professor, lidaram com o Objeto de Aprendizagem e exploraram grandezas, unidades de medida e realizaram uma primeira leitura gráfica em relação à distância percorrida em questão.

**Quadro 17 - Transcrição de diálogo para responder aos itens II e III - G2**

*E1: Grandeza é tipo a velocidade, né...*

*E2: velocidade, quilômetros, horas, segundos...*

*E3: A interação do pneu com o asfalto também, né*

*E2: Professora, é pra colocar velocidade, distância, quilômetros, metros, essas coisas?*

*P: Pessoal, vocês podem incluir todas as grandezas que forem possíveis de serem observadas na animação. Percebam que grandezas são tudo aquilo que se pode medir, por exemplo, como posso medir o tempo?*

*E3: Horas, minutos e segundos?*

*P: Isso, posso medir em dias também, semanas, meses... Observem que existe uma diferença aí, então, grandeza é aquilo que se pode medir. O instrumento que vou utilizar para medir a grandeza é a unidade de medida.*

*P: Agora me respondam, quilômetros e grandeza ou unidade de medida?*

*E1: Unidade de medida*

*E2: Coloca aí então assim: velocidade, força... força é, né?*

*E3: É, sim, força, aceleração e atrito também... deixa que termino aqui, vai respondendo a III.*

*E2: É pra falar o que o gráfico está representando*

*E3: É uma dessas grandezas aqui*

*E1: Tem um "t", "s"... e um "s" e "m"*

*E3: Professora, o que significa o t e o s?*

*P: Tempo em segundo.*

*E3: E "s" e "m"?*

*P: Espaço ou distância em metros*

*E3: Então é isso,*

*E1: Ele tá mostrando que a distância foi percorrida em metros durante um tempo, que tá em segundo.*

Fonte: Protocolos de pesquisa.

Depois de analisarem os itens II e III sigam para o item IV, no qual, a partir das reflexões geradas, façam-nos retornar para o item I, julgando se tratar de um movimento constante. Os elementos engajadores que os direcionaram a essa reflexão foram as observações dos eixos cartesianos no qual se representa o tempo em função do espaço.

**Ela percorre distâncias iguais para tempos iguais. A motociclista mantém a velocidade constante.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Os estudantes trataram de maneira entrelaçada os itens III e IV. Para a elaboração da resposta foi analisada a interação do movimento realizado pela personagem (Jolie) e o comportamento da reta do gráfico. A identificação das representações dos eixos cartesianos foi determinante para a reflexão gerada pelo grupo. O Quadro 18 apresenta um recorte do diálogo do G2 ocorrido para responder ao item IV, as observações geradas a partir desse item foram subsídios para responder aos itens V, VI e VII, nos quais os estudantes apresentaram facilidade para responder ao solicitado.

#### Quadro 18 - Transcrição de diálogo item IV - G2

Professora: *O movimento realizado por Jolie é com velocidade constante ou variada?*

E1: *Variada*

E2: *Como assim?*

Professora: *Por que variada?*

E1: *Porque ela vai andando e a velocidade dela vai subindo mais ainda, olha aqui no gráfico. Volta no início pra você vê... Olha ela tá andando e o gráfico tá subindo, então é a velocidade que tá aumentando, não é?*

Professora: *Em relação aos eixos cartesianos, quais grandezas eles estão representando?*

E3: *Segundos e minutos?*

E1: *Professora, o que seria “s” e “m”?*

E2: *Representa os quilômetros?*

Professora: *As letras maiúsculas que estão ao lado dos eixos cartesianos representam as grandezas, o “s” é o espaço e o “t” é o tempo, então temos um gráfico que está representando o quê?*

E1: *É o espaço percorrido e o tempo, então tipo assim. Calma, deixa eu ver se entendi*

E3: *Tempo aqui, espaço aqui...*

E1: *Ah, então tipo, o tempo que ela tá indo e o espaço que ela tá fazendo, então essa reta não a velocidade que ela tá fazendo...*

E3: *Não*

E1: *Ahhh...*

E3: *Essa marcação aqui é tipo 60 quilômetros, vamos dizer assim, ela andou 60 quilômetros em 10 segundos*

E1: *É, em metros...*

E3: *É, olha aqui, volta tudo... quando chega no 30, não é que ela percorre 30 metros em 1 minuto; é que ela percorreu 30 metros em 5 minutos.*

Professora: *Agora refaço a pergunta, o movimento tem a velocidade constante ou variada?*

E1: *Constante*

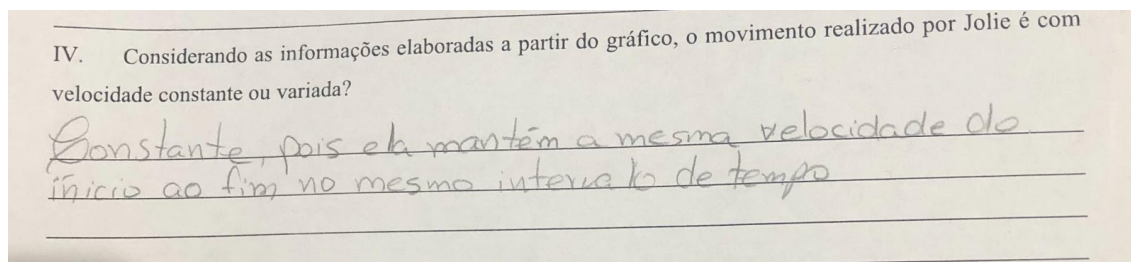
Professora: *Por que constante?*

E1: Porque ela tá indo em uma velocidade única.

Fonte: Protocolos de pesquisa.

A Figura 5 apresenta o relato construído pelo grupo e o Quadro 18 o diálogo ocorrido para elaboração da resposta.

**Figura 5 - Recorte do item IV - G2**



Fonte: Produção dos Estudantes.

O processo de ensino pode-se desenvolver por meio de ações que permitam realizar conexões entre conteúdos de aprendizagens, conteúdos da mesma área ou de áreas afins.

No item V, os estudantes foram guiados a refletir acerca da teorização da velocidade média. Orientados pelo professor, os direcionamentos exploraram relações de proporcionalidade entre as grandezas para a determinação de uma outra, as discussões percorreram caminhos que possibilitaram a construção do conceito de velocidade média.

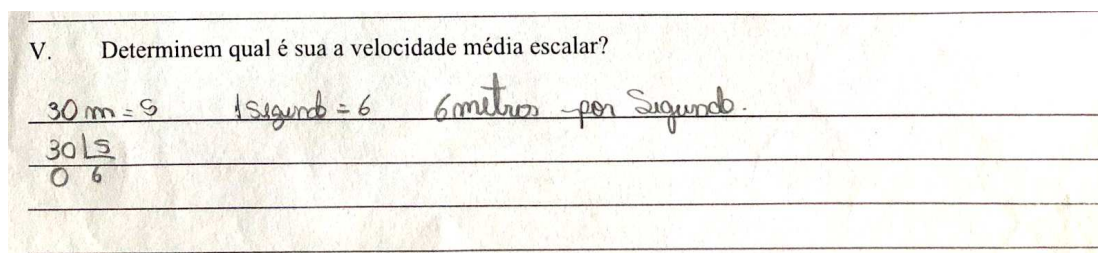
**Dividir determinado espaço percorrido pelo tempo gasto para realizar tal trajeto.**

$$-V = \frac{30}{5} = \frac{6m}{s} \text{ ou } V = \frac{60}{10} = \frac{6m}{s} .$$

POSSÍVEL RESPOSTA

Para responder a esse item, os estudantes não apresentaram dificuldades, conforme as reflexões geradas nos itens anteriores, pois elaboraram a resposta sem dificuldades.

**Figura 6 - Recorte do item V - G1**



Fonte: Produção dos Estudantes



No item VI os estudantes, mais uma vez, exploraram proporcionalidade entre as grandezas (conversões de medidas), partindo de um caso em particular para o geral no próximo item. A intenção era que o estudante desenvolvesse habilidades para organizar dados e informações fornecidas para resolver situações-problema.

$$1 \text{ km} \text{ ----- } 1 \text{ 000m}$$

$$9 \text{ km} \text{ ----- } x$$

**Por regra de três**  $9 \text{ km} = 9 \text{ 000m}$

**Mantendo a velocidade média de**  $6 \text{ m/s}$ :  $\frac{9000}{6} = 1500$ .

**Convertendo para minutos:**

$$1 \text{ min} \text{ ----- } 60 \text{ s}$$

$$x \text{ ----- } 1500 \text{ s}$$

**Por regra de três**  $1500 \text{ s} = 25 \text{ min}$ .

**Se ela entrar no serviço às 8 horas, ela deve sair pelo menos uns 30 minutos com antecedência para chegar a tempo. Ela deve sair às 07h30min.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Para responder a esse item, os estudantes refletiram acerca das informações já elaboradas nos itens anteriores para, então, realizarem as conversões de medidas.

VI. Jolie trabalha em uma cooperativa localizada a 9 km de distância de sua casa e inicia o expediente às 8 horas da manhã. Qual o horário ela deve sair de sua casa para chegar sem atraso ao serviço e mantendo-se sempre a mesma velocidade?

$$\begin{array}{r} 9000 \overline{) 6} \\ \underline{13005} \phantom{0} \\ 08:00 \\ \underline{-00:25} \\ 07:35 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1500 \overline{) 60} \\ \underline{25} \text{ m} \end{array}$$

R: teria que sair 7:35 para não chegar atrasada.

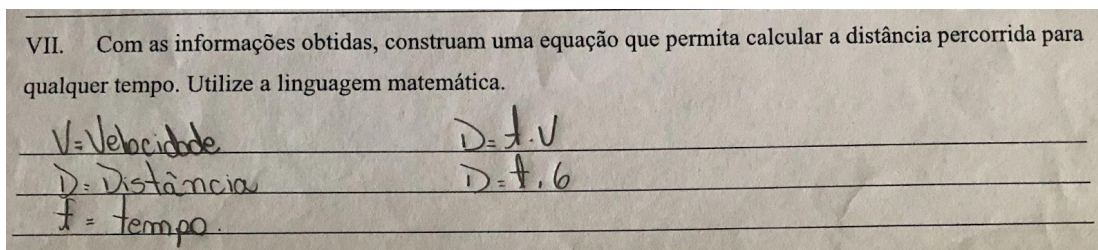
**Figura 7** - Recorte do item VI - G3

Fonte: Produção dos Estudantes.

No item VII os estudantes vão utilizar a matemática para representar uma situação, uma matemática que permite utilizar de seus objetos enquanto ferramenta para solucionar problemas.

$$D = vt$$

POSSÍVEL RESPOSTA

**Figura 8** - Recorte do item VII - G1

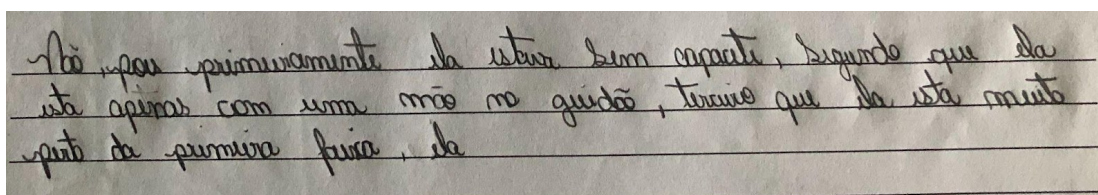
Fonte: Produção dos Estudantes.

O item VIII enfatiza que o ensino da Matemática está contido em situações comuns do dia a dia, podendo utilizá-la de modo a articulá-la com outras disciplinas.

**A jovem estava pilotando a motocicleta sem segurar com as duas mãos no guidão, aumentando os riscos de acidente; não estava utilizando o capacete, (equipamento de segurança exigido por lei) e o modo como ela transportava seu cachorro não apresenta segurança, pois o cachorro poderia pular a qualquer momento.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Os conteúdos entrelaçados no contexto dessa tarefa possibilitam desenvolver processos de ensino e de aprendizagem por meio de sua exploração, não sendo necessários subsídios prévios para o seu desenvolvimento. Ao lidar com cada item da tarefa, os estudantes são instigados por meio de ações didáticas, a desenvolver competências e habilidades ligadas ao processo de letramento matemático e a se envolverem em um processo de matematização vertical e horizontal.

**Figura 9** - Recorte do item VIII - G3

Fonte: Produção dos Estudantes.

## 4.2 EXPLORAÇÃO DA TAREFA IV

Figura 10 - Objeto de Aprendizagem 04



Fonte: Autora (2023).

Essa tarefa, ilustração construída no *software* Geogebra, oportuniza aos estudantes imaginarem uma situação real de trânsito, na qual foram incluídos elementos para estimular a criação de hipóteses referentes ao contexto, além de possibilitar a experimentação tanto pela interação do usuário (estudante) e o Objeto de Aprendizagem (Geogebra), quanto pela verificação de hipóteses.

O item I solicita aos estudantes que descrevam detalhadamente o contexto inserido na animação, após realizarem a observação. Nessa ocasião, o professor deve orientar para que a descrição ocorra de maneira clara a fim de que o contexto ilustrado seja narrado a uma pessoa não presente no momento. Com isso, os estudantes podem mencionar aspectos gerais de elementos incluídos no contexto. Para esse item, uma possível resposta dos estudantes é apresentada na Figura 11.

**Jolie conduz um veículo amarelo em um perímetro urbano. Percebendo o semáforo fechado em um trecho à frente, ela freia o veículo imediatamente. Na animação, percebe-se uma desordem no trânsito. Sugerindo que Jolie esteja na contramão ou que o fluxo segue um único sentido.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Ao lidar com esse item, os estudantes utilizam a matemática imbricada à linguagem natural, utilizando-a para reconhecer a organização de objetos no espaço, incluindo símbolos para representar o sentido do movimento.

Após lidarem com o item, os estudantes observaram o contexto ilustrado, enfatizando o movimento realizado pelo veículo conduzido por Jolie. Características acerca do posicionamento dos carros também foram mencionadas nas discussões para argumentar a possibilidade de um veículo estar na contramão. O Quadro 19 apresenta o diálogo do G11 ao lidar com o item I.

**Quadro 19** - Transcrição de diálogo item I - G11

E1: *O sinal estava fechando e o carro veio rapidamente e freou.*  
 E2: *Ele tava rápido, né!*  
 E3: *Tava lento...*  
 E1: *Acho melhor não colocar sinal fechado; acho melhor colocar que ele percebeu que iria bater... porque se fosse sinal fechado ele pararia do lado do carro vermelho.*  
 E3: *Ele só parou porque ele viu que esse carro estava vindo pra frente dele.*  
 E1: *Ele só parou porque ia ter uma colisão.*

Fonte: Protocolos de pesquisa

**Figura 11** - Recorte do item I - G11

o movimento quantas vezes necessário.

*O carro estava se movimentando rápido no estrado e o sinal estava fechado, o carro rapidamente freou após ver o carro que estava vindo em sua direção pois estava supostamente na contra mão.*

Fonte: Produção dos Estudantes.

Enfatiza-se que a organização em grupo possibilitou aos estudantes dialogarem a respeito do que observaram ao lidar com o Objeto de Aprendizagem 04. Lidar com esse objeto de aprendizagem e falar sobre o que observam, foi o modo que a professora escolheu para garantir que todos os estudantes se envolvessem em uma situação realística com características comuns – um mesmo ambiente apresentado no GeoGebra. A partir disso, os estudantes, por meio da orientação guiada pelo professor, têm a oportunidade de envolver-se em um processo de matematização no qual utilizam/reinventam a matemática para lidar com aquele contexto que é imaginável e manipulável por todos.

O item II levou os estudantes a mencionarem ações observadas no contexto da tarefa que intensificam o agravamento de possíveis acidentes em condição real. Deste modo, os discentes começaram a lidar com a tarefa de forma mais específica em relação a lidar com o movimento. Para esse item, uma possível resposta dos estudantes seria:

**Jolie conduziu seu veículo na contramão e parou sobre a faixa de pedestres. Essas duas ações facilitam acidentes graves envolvendo outras pessoas. Possíveis pedestres atravessando a faixa no mesmo instante poderiam ser atingidos pelo carro.**

**O carro azul, parado na mesma direção e em sentido contrário, poderia ser atingido de frente. (Não foi considerado o mérito de estar na contramão ou não).**

POSSÍVEL RESPOSTA

Para responder a esse item, os estudantes apontaram hipóteses que poderiam ocorrer. A partir disso, refletiram e organizaram suas ideias acerca do fato que poderia ter ocorrido. Assim, o pensamento matemático inserido nesse item está associado à construção da compreensão do espaço e da posição dos objetos. O Quadro 20 apresenta o diálogo do G12 ao lidar com o item II.

#### Quadro 20 - Transcrição de diálogo item II - G12

E2: *A segurança dos pedestres e dos outros motoristas está em risco, ela tá na contramão, pode ocasionar um acidente.*

E1: *O carro amarelo é que está errado.*

E3: *Se tivesse alguém ali ia ser pega de surpresa, o carro em alta velocidade.*

E1: *Se isso acontecer vai ser difícil de frear.*

Fonte: Protocolos de pesquisa

#### Figura 12 - Recorte do item II - G12

condutores envolvidos na animação?

*Como podemos ver, o carro em movimento ultrapassou a faixa, então se houvesse pessoas eles provavelmente teriam sido atropelados. (Linha segurança). Além de estar na contramão.*

Fonte: Produção dos Estudantes

A produção e diálogos dos estudantes evidenciaram que o contexto envolvido no objeto de aprendizagem foi interpretado e confrontado com possíveis consequências: dirigir na contramão, estar em alta velocidade, ou seja, infringir regras de trânsito.

Ainda com a intenção de dar continuidade à reflexão acerca do contexto que envolve segurança de trânsito, item III, os estudantes foram direcionados a analisar a animação, observando características específicas relacionadas ao trânsito, e também a sugerir elementos que podem ser incluídos para melhorar a manutenção da circulação de veículos, assim como de pedestres, em segurança.

**Melhorar a sinalização de direção e sentido no trânsito, visto que não há indicações que permitam acusar quem estava errado, Jolie ou o condutor do veículo azul, pois poderia ser uma via de mão única.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Nas respostas, os estudantes sugeriram melhorias na sinalização, reforços de avisos no trânsito, presença de guardas, aparelhos para medir a velocidade dos veículos e atenção dos próprios condutores. Os enquadramentos didáticos nesse item direcionaram os estudantes a realizarem reflexões acerca dos elementos incluídos na animação, os quais lhes permitiram indagar e refletir sobre os conceitos matemáticos. O fluxo do trânsito, por exemplo, (tanto na circulação de pessoas quanto na movimentação dos veículos) gera uma dinâmica funcional, na qual o envolvimento dos elementos e suas respectivas grandezas devem ser pensadas no coletivo para evitar a colisão, ou seja, para que não ocorram acidentes.

**Figura 13** - Recorte do item III - G12

III. Nessa condição, quais ações devem ser tomadas para normalizar a segurança no trânsito?

*Dirigir com consciência, não ultrapassar a velocidade permitida, reforçar avisos de trânsito, presença de guardas e sinais de trânsito.*

Fonte: Produção dos Estudantes

No item IV foi solicitado aos estudantes que identificassem quais grandezas poderiam ser observadas na animação. Para esse item, uma possível resposta dos estudantes é apresentada a seguir:

**Velocidade, aceleração, deslocamento, tempo, temperatura, atrito dos pneus com o asfalto.**

POSSÍVEL RESPOSTA ITEM IV

Para elaborar a resposta a esse item os estudantes refletiram acerca das grandezas envolvidas no movimento, incluindo suas causas como o atrito gerado entre o asfalto e o pneu do veículo. O Quadro 21 apresenta o diálogo do G13 ao lidar com o item IV.

**Quadro 21** - Transcrição de diálogo item IV - G13

E2: *É a desaceleração, né!*  
 E1: *Aceleração negativa.*  
 E3: *Aí coloca velocidade também.*  
 E1: *É só do carro mesmo.*  
 E2: *Tem o atrito, o impacto da freada, porque ele parou muito rápido.*

Fonte: Protocolos de pesquisa.

**Figura 14** - Recorte do item III - G13

IV. Quais grandezas vocês observam na animação?

*Velocidade, distância, impacto, atrito.*

Fonte: Produção dos Estudantes

Para esse mesmo item um outro grupo apresentou indícios de uma organização mais estruturada na qual relacionou a grandeza citada aos elementos do cenário, por exemplo, o tempo gasto para a ultrapassagem de um carro por outro. Por equívocos técnicos, o grupo não realizou a gravação em áudio, não sendo possível, portanto, acompanhar o diálogo para a construção da resposta. Contudo, a produção escrita, descrita a seguir, evidencia as relações das grandezas com cada um dos elementos do cenário envolvido no Objeto de Aprendizagem 04.

**Figura 15** - Recorte do item IV - G13

IV. Quais grandezas vocês observam na animação?

*A distância entre os carros, a velocidade do motorista,  
 o tempo que demora para ultrapassar o outro carro, e o  
 tempo do semáforo.*

Fonte: Produção dos Estudantes

No item V os estudantes deveriam realizar uma leitura gráfica, observando o comportamento da reta e os dados informados no gráfico, de modo a atribuir significados a eles. Para esse item, sugere-se uma possível resposta dos estudantes:

A animação simula uma situação de trânsito envolvendo três veículos, apresentando um trecho no intervalo de 5 segundos que antecede a parada do veículo em movimento. O gráfico apresenta um decrescimento, iniciando na marcação (30 m/s) do eixo das ordenadas e 0 (segundos) do eixo das abcissas. Pode-se concluir que o veículo estava a uma velocidade de 30 m/s e que levou 5 segundos para parar, realizando um movimento de desaceleração.

POSSÍVEL RESPOSTA ITEM V

Para a construção da resposta, os estudantes analisaram a relação do movimento realizado pelo veículo e a variação gráfica. O Quadro 22 apresenta um trecho do diálogo de um dos grupos.

**Quadro 22** - Transcrição de diálogo item V - G13

E1: *Você sabe observar o gráfico bem?*  
 E2: *Aqui tá o tempo por segundos, velocidade média e aceleração.*  
 E3: *Ele diminui fora dessa tela.*  
 E1: *Esse negócio vai crescendo e vai aumentando o risco pra cá.*  
 E1: *É de onde ela saiu, daí ela andou...*  
 E2: *A velocidade foi de quanto?*  
 E1: *A velocidade dela é 30 e o tempo é 5.*

Fonte: Protocolos de pesquisa

Nesse Quadro 22, há indícios de que os estudantes realizaram uma leitura gráfica a partir do objeto de aprendizagem e associaram o movimento do traço ao Movimento Retilíneo Uniforme, considerando a aceleração nula.

A professora/pesquisadora, ao trabalhar com pequenos grupos, não ouve todos os diálogos, o que não a impede, contudo, de realizar as intervenções necessárias, que poderiam não acontecer, caso ouvisse todos os alunos ao mesmo tempo, como ocorre em um modelo tradicional de sala de aula, com alunos organizados em fileiras, que levantam a mão para poder falar diretamente com a professora. A interação nessas salas de aula, organizadas em fileiras, muitas vezes é biunívoca (aluno-professor), com poucos momentos de aluno-aluno.

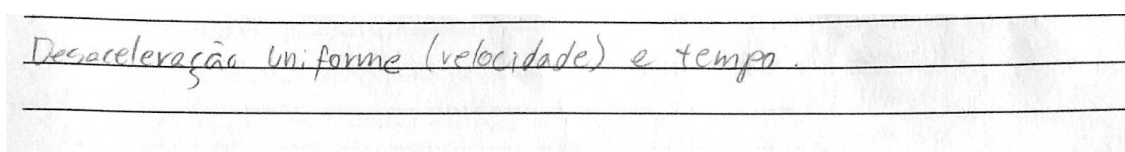
Percebe-se, deste modo, que a interação entre os alunos, em pequenos grupos, contribui para que construam seus argumentos a partir da troca de informações. Além disso, auxilia aqueles que possuem dificuldades em falar em grandes grupos e, conseqüentemente, em exporem e argumentarem seus pontos de vista. Nesse contexto de interação, o professor intervém apenas quando solicitado pelos alunos, quando consegue ouvir o diálogo, assim como, a partir da produção escrita entregue pelo grupo, como em plenárias - momentos em



que se discute a tarefa com toda a turma e realiza-se às sistematizações pertinentes a partir das produções dos estudantes.

A produção da Figura 16 traz informações de que o grupo G14 reconheceu que houve uma desaceleração uniforme. Em uma plenária<sup>10</sup>, esses estudantes puderam argumentar e interagir com estudantes do grupo G13 e a professora pôde encaminhar os estudantes de modo a atingir o objetivo da tarefa.

**Figura 16 - Recorte do item V - G14**

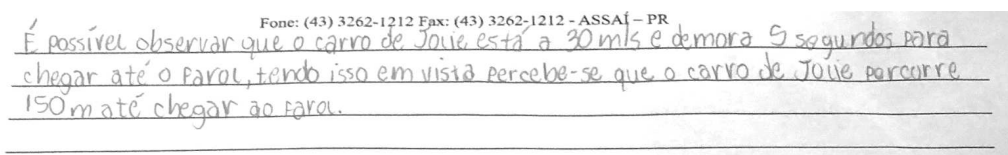


Desaceleração uniforme (velocidade) e tempo.

Fonte: Produção dos Estudantes

No momento da plenária, a professora, a partir do que já havia analisado nas produções escritas dos estudantes e também nos diálogos, explorou o movimento do carro por meio de questionamentos, de modo a instigar os jovens a refletirem sobre a aceleração – no caso, desaceleração. Com isso, os estudantes perceberam o equívoco cometido quando mencionaram que o carro se desloca 30 metros em 5 segundos até parar e realizaram a correção da produção escrita, Figura 17.

**Figura 17 - Recorte do item V - G13**



Fone: (43) 3262-1212 Fax: (43) 3262-1212 - ASSAÍ - PR  
É possível observar que o carro de Jolie está a 30 m/s e demora 5 segundos para chegar até o parol, tendo isso em vista percebe-se que o carro de Jolie percorre 150 m até chegar ao parol.

Fonte: Produção dos Estudantes

Ao trabalhar em pequenos grupos e, em seguida, organizar a sala em uma plenária na qual todos retomam e discutem suas respostas, o professor permite que os estudantes regulem suas aprendizagens, e também tem mais oportunidade de recolher novas informações para guiar e orientar o processo de aprendizagem individual de cada estudante por meio de novas tarefas.

<sup>10</sup> Para cada uma das tarefas, depois de cada grupo lidar com todos os itens, a professora organiza um momento de discussão no qual os pequenos grupos comentam um item escolhido a ser debatido pela professora e colegas, de modo a sistematizar a discussão do que foi explorado. As plenárias não foram gravadas, já que o interesse desta pesquisa estava voltado para explorar as tarefas no contexto dos pequenos grupos.

De modo específico, no item V, a instrução da professora teve por intenção conceitualizar o processo de desaceleração a partir do comportamento das grandezas - velocidade e tempo – apresentado no gráfico do Objeto de Aprendizagem 04. Nessa orientação, pode ser explorado exemplos do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado, nos quais o movimento realizado por um corpo durante um intervalo de tempo apresenta variações na velocidade. Essa construção de exemplos permite que os alunos construam modelos de lidar com situações que abordam o mesmo tipo de movimento.

A partir do item VI, foi solicitado aos alunos o cálculo de algumas medidas a partir do que observaram. Para tanto, como na tarefa anterior, foi preciso considerar um ponto referencial. O contexto apresentado por meio do objeto de aprendizagem não permitiu afirmar o momento exato em que Jolie avistou o sinal fechado, entretanto, pôde-se considerar que o instante em que ela observava o sinal fechado ocorreu no instante 0 (a partir do gráfico), ou também pôde-se considerar deslocamentos para intervalos de tempo mencionados. Para esse item, sugere-se como uma possível resposta dos estudantes:

**Ela estava a uma velocidade de 30 m/s e parou após 5 segundos, podemos concluir que ela realizou uma ação de desaceleração em  $\frac{30m/s}{5s}$ . Simplificando essa operação temos:  $6m/s^2$ .**

POSSÍVEL RESPOSTA

Para a construção da resposta, o diálogo decorreu de maneira sucinta, lidando com o trivial.

#### Quadro 23 - Transcrição de diálogo item VI - G15

E1: *Tá desacelerando, então...*

E2: *Ah, sei lá!*

E1: *É porque está freando.*

E3: *Muda alguma coisa?*

E2: *Não sei, o gráfico é assim mesmo.*

E3: *A resposta fica negativa?*

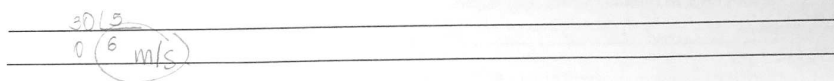
E1: *Acho que não!*

E2: *Ela quer conta aqui?*

Fonte: Protocolos de pesquisa

**Figura 18** - Recorte do item VI - G15

VI. Se, ao avistar o sinal fechado, a condutora Jolie aciona os freios imediatamente em sua máxima até que o carro pare. Determinem a desaceleração gerada ao frear.



Fonte: Produção dos Estudantes.

A análise da junção do diálogo e da produção escrita dos estudantes trouxeram evidências de que os estudantes tinham conhecimento do procedimento a ser realizado para obter a desaceleração gerada ao frear. A aplicação da tarefa ocorreu no decorrer do 2º semestre, no qual os estudantes já haviam lidado com conceitos da cinemática no 1º semestre. Ao lidar com esse item os estudantes demonstraram destreza em ir do “mundo real” para o “mundo da matemática”.

No item VII, guiados pelo professor, os estudantes puderam construir hipóteses para determinar a qual distância Jolie conduzia seu veículo quando percebeu o sinal fechado. Para esse item, uma possível resposta dos estudantes seria:

**Ela provavelmente iniciou a ação de frenagem assim que percebeu o sinal fechado, sendo esse instante no tempo 0, conforme estabelecido pela reta no gráfico.**

POSSÍVEL RESPOSTA

O Quadro 24 apresenta uma transcrição de diálogo do G13 ao lidar com o item VII, no qual fica evidente uma fluência dos estudantes em relação ao cenário e contexto apresentado no objeto de aprendizagem. Tarefas com vários itens, em pequenos grupos, permitem que os alunos se envolvam com o contexto e que desenvolvam argumentos sem ter a necessidade de ficarem presos à leitura do enunciado, ou à observação de um Objeto de Aprendizagem.

**Quadro 24** - Transcrição de diálogo item VII - G13

*E1: Por que ela está em movimento?*  
*E1: É porque ela está em movimento e na contramão.*  
*E2: Qual é a pergunta?*  
*E1: Vai assim mesmo, tá bom!*  
*E3: Quer saber onde ela estava quando começou a frear.*  
*E2: A velocidade dela é de 30 metros, né! E o tempo é 5... ela tava 150 metros longe porque o movimento é constante.*

Fonte: Protocolos de pesquisa

**Figura 19 - Recorte do item VII - G13**

Ela começou a freiar por volta de 150 m antes do semáforo, porque ela está em um movimento constante e se ele freiasse de repente ela seria arremessada do carro.

(Produção escrita ao Item VII, G13)

Percebe-se que os estudantes associaram o movimento realizado pelo veículo ao Movimento Retilíneo Uniforme, no qual definiram a velocidade inicial, intervalo de tempo e, conseqüentemente, deduziram que a distância percorrida até o instante “parado” foi de 150 metros. Durante o lidar com a tarefa, o professor teve a oportunidade de acompanhar o desenrolar das reflexões geradas, guiando-os quando necessário.

No item VIII os estudantes foram convocados a refletir acerca do movimento acelerado<sup>11</sup> e a estabelecer comparações em relação ao movimento quando a aceleração é nula<sup>12</sup>. Teorizando características do Movimento Retilíneo Uniforme<sup>13</sup> e o Movimento Retilíneo Uniformemente Variado<sup>14</sup>. Para a resolução desse item, o professor irá explorar a equação que determina o espaço em função do tempo para o MRU. Para esse item, uma possível resposta dos estudantes é a seguinte:

**Pelos dados informados no gráfico temos:**  
**Velocidade inicial: 30 m/s**  
**Tempo: 5 s**  
**Estamos considerando o movimento realizado no período do instante 0 a 5 segundos.**  
**Espaço inicial: 0**  
**Pela equação que determina o espaço em função do tempo temos:**

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2} \quad S = 0 + 30 \cdot 5 + \frac{(-6) \cdot 5^2}{2}$$

$$S = 150 + \frac{(-6) \cdot 25}{2} \quad S = 150 - 75 = 75 \text{ m}$$

**Logo, podemos concluir que ela estava a 75 metros do semáforo quando acionou os freios.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Para elaborar a resposta, os estudantes realizaram pesquisas na internet para consultar equações da cinemática. Essa consulta foi realizada por meio de seus próprios

<sup>11</sup>Quando o módulo da velocidade aumenta.

<sup>12</sup>Quando a velocidade é constante.

<sup>13</sup>Quando a velocidade é constante, ou seja, nula.

<sup>14</sup>Que apresenta variação em sua velocidade.

celulares conectados a uma rede da própria escola. O Quadro 25 exemplifica o processo de desenvolvimento de uma solução para o item VIII.

**Quadro 25** - Transcrição de diálogo item VIII - G13

*E1: Tem que montar uma fórmula, né?*  
*E2: Então precisa descobrir a velocidade média...*  
*E2: Aqui vai diminuir a velocidade menos o tempo, será?*  
*E3: Você sabe a equação da aceleração? Procura aí pra mim.*  
*E1: Equação da aceleração média.*  
*E2: Eu achei aqui, vou ler...*  
*E2: Divida a variação de velocidade pelo tempo durante o qual aconteceu; essa é a taxa da desaceleração média.*  
*E1: Acha o da distância aí.*  
*E2: Multiplique a variação de velocidade pelo tempo.*  
*E3: Multiplicar 30 por 5, 30 metros por 5 segundos.*  
*E1: As duas grandezas*

Fonte: Protocolos de pesquisa

**Figura 20** - Recorte do item VIII - G13

VIII. Calcule a distância que o carro percorreu após a ação de frenagem.

*Através do gráfico percebe-se que Jôliê está a 30 m/s e como ela faz o percurso em 5 segundos, nós multiplicamos as duas grandezas para determinar a distância.*

Fonte: Produção dos Estudantes

Apesar de as discussões terem sido direcionadas para respostas que lidassem com o contexto envolvido em cada item, nessa tarefa houve a possibilidade de discutir conteúdos matemáticos mais elaborados. No decorrer da aplicação, os estudantes refletiram acerca do envolvimento de grandezas e suas relações, por meio das quais seria possível a exploração de conceitos que envolvessem variações, dependências, assim como o conceito de função, tal como a exploração de seus termos.

No item IX foi solicitado que os estudantes informassem a que distância a condutora deveria ter iniciado a ação de frenagem para que não houvesse nenhuma infração de trânsito, uma vez que o movimento de seu veículo só foi parado por completo quando já estava sobre a faixa de pedestres. Nessa ocasião, os estudantes foram guiados a realizar uma estimativa do deslocamento que o veículo realizou após a ação de frenagem. Para esse item, uma possível resposta dos estudantes seria:

**Pela imagem na animação ela deve ter passado uns dois metros da faixa, visto que ela deveria deixar um espaço antes da faixa, então seriam quatro metros.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Para a construção da resposta, no Quadro 25 é apresentado um diálogo produzido a partir da análise e interpretação gráfica. É possível inferir a partir do áudio (Quadro 26) e da produção escrita (Figura 21) uma linearidade na estrutura do pensamento do modelo matemático construído, no qual as distâncias foram consideradas a partir de valores discretos, múltiplos de 30.

#### Quadro 26 - Transcrição de diálogo item IX - G13

E1: *Tipo assim, ela começou a frear; ela tava com 30 metros e não deu tempo, então ela deveria estar 30 metros antes, né.*

E2: *Oi?*

E1: *Você viu que ela percorreu 30 metros, né, então ela deveria ter freado já a 30 metros antes.*

E3: *Teria que ser 60 metros.*

Fonte: Protocolos de pesquisa

#### Figura 21 - Recorte do item IX - G13

*Ela deveria estar a 60m de distância por que com 30m/s ela não conseguiu frear a tempo antes da faixa de pedestre, com 60m ela conseguiria avisar o semáforo*

Fonte: Produção dos Estudantes

Para finalizar a tarefa, item X, os estudantes foram orientados pelo professor a refletir sobre o assunto (trânsito) e a elaborarem uma mensagem para conscientizar todos os condutores do País, como a sugerida abaixo:

**Respeite as Leis de trânsito, conduza seu veículo com responsabilidade.**

POSSÍVEL RESPOSTA

De modo geral, os estudantes produziram mensagens éticas aos motoristas como: Respeite as leis de trânsito, Dirija com mais atenção, Não utilize o aparelho celular enquanto conduz o veículo, Não dirija sob o efeito de bebidas alcoólicas, de forma a conscientizar a

todos que o mau uso das vias de tráfego implica perigo tanto à própria vida quanto à vida dos demais usuários, como apresentado na Figura 22.

**Figura 22** - Recorte do item X - G14

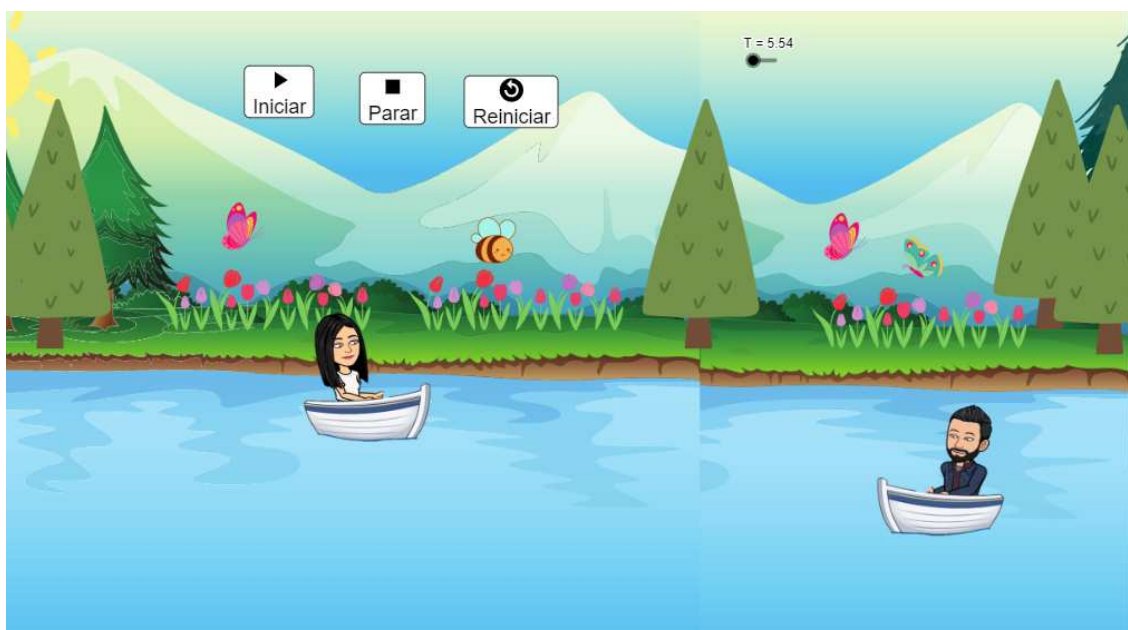
X. Deixe um recado para todos os condutores do Brasil.

*Tome muito cuidado ao dirigir, pois isso implica tanto na sua vida como na dos outros, não beba ou fale no celular.*

Fonte: Produção dos Estudantes

### 4.3 EXPLORAÇÃO DA TAREFA V

**Figura 23** – Objeto de Aprendizagem 05



Fonte: Autora (2023).

O Objeto de Aprendizagem 05, que representa o contexto da tarefa V apresenta um trecho de um rio, no qual dois barcos seguem em movimento. Cada barco é conduzido por um personagem, Jolie e Henry. Esses barcos seguem na mesma direção, embora em sentidos contrários. As orientações aos alunos eram para que observassem o movimento realizado por ambos os barcos.

Os estudantes foram organizados em 3 grupos de 3 estudantes e 2 grupos de 4. Para a análise foram selecionadas as produções de 3 grupos apenas, pois 2 grupos descartaram a gravação antes de salvá-la, fato que poderia vir a causar desvio no momento da análise.

O Item I solicitou aos estudantes, após realizarem a observação, que descrevessem o contexto representado pela animação, detalhadamente, considerando as características de movimento apresentadas por elementos que compõem a tarefa. Para esse item, uma possível resposta dos estudantes seria:

**A animação apresenta o trecho de um rio no qual é possível visualizar dois barcos em movimento. Em um dos barcos está um menino e no outro, uma menina. Cada um dos barcos se encontra em uma das extremidades da animação, estando eles na mesma direção, embora em sentidos contrários. Após clicar em iniciar, os barcos se movem um em direção ao outro até que se cruzam em determinado instante e seguem em sentidos opostos. Depois de algum tempo, os barcos desaparecem.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Ao se inteirar desse item, os estudantes foram estimulados à prática e à percepção e que deveriam se atentar aos elementos presentes na animação, considerando suas características singulares e seus envoltórios de dependência. Essa ação permitiu aos estudantes lidarem com a situação e a buscarem soluções para organizá-la a partir de objetos da matemática como ferramenta. O Quadro 27 apresenta o diálogo do G7 ao lidar com o item I.

**Quadro 27** - Transcrição de diálogo item I - G7

E1: A professora Adriana descendo a correnteza de barquinho...  
 E2: E um carinha subindo a correnteza. Como a professora Adriana tá a favor da correnteza, ela desce mais rápido; já o cara que tá contra a correnteza, sobe mais devagar do que a professora Adriana.  
 E1: Isso aí. Esse tempo que tá em cima contando é o do cara, né? Esse t'igual a dezenove, é o dele, né? Porque o dele é que tá demorando mais.  
 E3: Porque ele ainda tá na tela, né, em movimento.  
 E2: Ela cruzou no sentido favorável à correnteza em 20 segundos e ele levou 42 segundos subindo contra a correnteza.

Fonte: Protocolos de pesquisa

**Figura 24** - Recorte do item I - G7

A professora Adriana desceu o rio em sentido favorável a correnteza e cruzou a tela em 20 seg. Já o homem do barco levou mais tempo para subir a correnteza (42 seg)

Fonte: Produção dos Estudantes

No item II foi solicitado aos estudantes que identificassem grandezas presentes na animação. Para esse item, uma possível resposta dos estudantes seria:



**Velocidade, aceleração, distância, deslocamento, tempo e temperatura.**

POSSÍVEL RESPOSTA

A intenção pedagógica integrada a esse item é guiar os estudantes a observarem com mais perspicácia os elementos que representam o contexto da Cinemática, especialmente no que diz respeito a grandezas e aspectos ligados ao movimento realizado pelos barcos, para compreender a composição das forças atuantes no deslocamento do barco. O Quadro 28 apresenta o diálogo do G8 ao lidar com o item II.

**Quadro 28 - Transcrição de diálogo item II - G8**

*E1: Tempo, distância...*  
*E2: Esses aí não é pra não! É só o que faz parte do barco.*  
*E2: Velocidade do barco e velocidade da água...*  
*E1: Volume da água, vou escrevendo.*  
*E2: Pode! Tem temperatura da água também*  
*E2: Tem um monte, mas aqui o que vai ser importante são esses mesmo.*

Fonte: Protocolos de pesquisa

**Figura 25 - Recorte do item II - G8**

*Volume da água, velocidade do barco, temperatura  
do água, velocidade da correnteza.*

Fonte: Produção dos Estudantes

O fato de o ensino da matemática estar atrelado à matematização da realidade, por meio da reinvenção guiada, possibilita diferentes níveis de compreensão dos estudantes. Nessa perspectiva, percebe-se que os estudantes trouxeram indícios do reconhecimento acerca da individualidade de cada elemento, conseqüentemente, para uma possível representação utilizando-se de objetos matemáticos.

Tomando por base a descrição das características de fabricação dos barcos mencionadas no item III, foi solicitado aos estudantes a explicação dos movimentos realizados por ambos os barcos. Para esse item, sugere-se uma possível resposta dos estudantes:

**O barco que desloca mais rápido está em sentido favorável à correnteza; já o outro, está em sentido contrário a ela.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Os direcionamentos realizados pelo professor tiveram por objetivo aguçar o envolvimento dos estudantes com o objeto estudado, questionando-os acerca das ações que compõem o deslocamento realizado pelo barco. Os dados observados no item anterior foram subsídios (embora não necessários) para auxiliar a resposta deste item. O Quadro 29 apresenta o diálogo do G9 ao lidar com o item III.

**Quadro 29** - Transcrição de diálogo item III - G9

E1: Aqui é aquele negócio que ela já explicou, quando tá em sentido favorável o barco ganha movimento, quando tá em sentido contrário ele perde movimento, só escrever isso.

E2: Tá.

E1: Explica que é a correnteza que empurra o barco tá... daí explica isso.

E2: Tá.

Fonte: Protocolos de pesquisa

**Figura 26** - Recorte do item III - G9

A direção em que eles são conduzidos de acordo com o sentido da correnteza. Se está a favor, a correnteza ajuda a empurrar, ou seja, o barco se locomove mais rápido, mas se o barco estiver sentido contrário, a correnteza irá empurrar o barco para trás, assim o barco irá realizar mais força para que não seja empurrado em sentido contrário.

Fonte: Produção dos Estudantes

No diálogo e na produção escrita do grupo G9 é possível identificar movimento para uma resposta de construção argumentada a partir do que (“aquilo”) já haviam estudado em outras aulas, de um modo que, mais uma vez, os alunos utilizam-se de conceitos matemáticos como estratégia para resolver/dialogar a tarefa proposta e, com isso, ampliaram ou, ao menos, modificaram (em algum aspecto) a compreensão que possuíam acerca dos elementos envolvidos.

Nesta perspectiva, o ensino conduz o estudante a fazer matemática e, consequentemente, a lidar com ela. Entende-se deste modo que o conhecimento é construído pela ação.

No item IV pede-se que os estudantes representem por meio da matemática o movimento realizado pelos barcos, detalhando a composição de cada deslocamento. Para esse item, uma possível resposta dos estudantes seria:

**Para simplificar a representação, iremos nomear os barcos da seguinte maneira:**

**Barco conduzido por Jolie (A)**

**Barco conduzido por Henry (B)**

**Correnteza das águas (C)**

**Composição do deslocamento gerado pelo barco (A):**

$$V_{res} = V_A + V_c$$

**Composição do deslocamento gerado pelo barco (B):**

$$V_{res} = V_B - V_c$$

POSSÍVEL RESPOSTA

Para responder esse item, os estudantes observaram características acerca das grandezas envolvidas, considerando as implicações da velocidade da correnteza no deslocamento gerado pelos barcos. O Quadro 30 apresenta o diálogo do G10 ao lidar com esse item.

### Quadro 30 - Transcrição de diálogo item IV - G10

E1: Prof., ajuda nós aqui?

P: Vamos lá! Vejam que vocês já identificaram algumas grandezas presentes. Correto?

E's: Sim.

P: E quais dessas grandezas que vocês mencionaram no item anterior estão diretamente envolvidas com o deslocamento do barco?

E1: É a velocidade da água e a velocidade do barco. A velocidade da água é favorável ou contra.

P: E em relação às grandezas, qual ou quais delas é/são igual/iguais para os dois elementos?

E2: Tempo?

E1: A distância?

E2: A velocidade?

P: Velocidade de quem?

E2: Do motor do barco.

P: A partir dessas características é que vocês vão construir suas respostas. Representem essas grandezas por uma linguagem matemática. Observem os detalhes, conforme a descrição que você fez "E2".

Fonte: Protocolos de pesquisa

### Figura 27 - Recorte do item IV - G10

Handwritten mathematical expressions for boat displacement:

$$d_1 = V^t - V_a^+ = \text{Henry}$$

$$d_2 = V^t + V_a^+ = \text{Jolie}$$

Fonte: Produção dos Estudantes

No item V foi solicitado aos estudantes a determinação da velocidade de deslocamento (velocidade resultante) do barco e a velocidade própria do barco. Orientados a utilizar a representação matemática já construída no item anterior, os estudantes atribuíram novas informações acerca do movimento. Para esse item, uma possível resposta dos estudantes seria:

**Considerando as orientações incluídas na tarefa, entendemos que o encontro entre os barcos ocorreu no instante  $T = 12$  minutos aproximados. Sendo assim, temos:**

**Velocidade de deslocamento do barco:**

$$V = \frac{96m}{12min} = 8m/min$$

**Percebemos que a velocidade de deslocamento do barco e a velocidade resultante do movimento são a mesma, sendo assim:**

$$V_{res} = V_B - V_c = 8m/min$$

**O fato de os barcos serem idênticos nos permitiram pensar que desenvolvem velocidades iguais, sendo assim, observou-se que a velocidade própria do barco (A) é igual a velocidade própria do barco (B), o que denominamos por  $V_{AB}$ .**

$$V_A = V_B = V_{AB}$$

**Resolvendo o sistema, temos:**

$$V_{res} = V_{AB} + V_c$$

$$8 = V_{AB} - V_c$$

---


$$V_{res} + 8 = 2V_{AB}$$

**Isolando a velocidade do barco obtivemos a seguinte equação  $V_{AB} = \frac{V_{res}}{2} + 4$ .**

**Não foi possível determinar a velocidade própria do barco, serão necessárias mais informações para obter o dado, porém ela pode ser determinada pela equação**

$$V_{AB} = \frac{V_{res}}{2} + 4.$$

POSSÍVEL RESPOSTA

Para elaborar a resposta do item 5 os estudantes utilizaram os dados informados na própria representação do objeto de aprendizagem, determinando, com facilidade, a velocidade de deslocamento médio. No entanto, para indicar com precisão a velocidade do barco, os estudantes apresentaram dificuldades ao relacionar os conceitos matemáticos às informações e dados já definidos, tendo em vista que estes não eram suficientes para a definição.

**Quadro 31** - Transcrição de diálogo item V - G1

E1: Professora, assim oh, a gente pegou o 144 e fez menos 96 aí deu 48; a gente dividiu por 12... Aí ficou 4, então pra gente, um número menos 4 que vai dá 12 é o 16. Então a velocidade de deslocamento do barco é 16?

P: De qual barco? Da menina ou do menino?

E2: Do menino

E3: Da menina, não é?

E2: Não, do menino porque tá descontando a correnteza, se fosse da menina seria 16 mais 4.

P: Percebam que vocês estão pegando a diferença do tanto que um se deslocou a mais que o outro. Aí vocês dividiram por 12 que é o tempo em eles se encontraram. Observem as grandezas que vocês estão utilizando.

E1: Faria mais sentido dividir por 8 então?

E2: Não, isso nem faz sentido também.

P: Observem que vocês já definiram a velocidade do barco da Jolie e a velocidade do barco do Henry, que são 8 m/s e 12 m/s, respectivamente, a velocidade que vocês informaram é 16 m/s, ela ultrapassa os dois valores, e a velocidade da correnteza ou a do barco não pode ultrapassar porque quando somado precisa chegar em 1 e, quando subtraído, em 8.

Fonte: Protocolos de pesquisa

**Figura 28** - Recorte do item V - G7<sup>15</sup>

$$VA = Vc + Am \quad VB = Am - Vc$$

96 é a distância percorrida pelo barco  
12 é o minuto que eles se cruzaram

V. O barco conduzido por Henry já havia se deslocado 96 m em relação à sua origem no momento em que os barcos se cruzam no rio. Determinem a velocidade de deslocamento do barco dele? E a velocidade do barco? Obs: Considere "T" em minuto.

12 min → se encontram

A velocidade de deslocamento de Henry é de 8 m/m

~~Se a força da correnteza tivesse sido informada eu teria achado mais rápido, pois iria subtrair  $Vb - Vc = Am$~~  96 / 12 = 8

VI. É possível definir a velocidade de deslocamento do barco conduzido por Jolie? E o

Fonte: Produção dos Estudantes.

A análise da produção escrita dos estudantes e o diálogo ocorrido no momento evidenciou que a preocupação dos estudantes para com o item era definir um valor numérico como resposta, descartando a possibilidade de utilizar uma representação como resposta. Apesar de os estudantes não terem definido uma conclusão clara para determinar o deslocamento do barco, conforme orientações guiadas pela professora, a resposta apresentou indícios de compreensão acerca dos dados e suas implicações para definir outros dados.

<sup>15</sup>A velocidade de deslocamento de Henry é de 8m/m. Se a força da correnteza tivesse sido informada eu teria achado mais rápido pois iria subtrair  $Vb - Vc = Am$ .

No item VI os estudantes determinaram a velocidade do deslocamento gerado pelo barco conduzido por Jolie, verificando ser possível a velocidade própria do barco. Para esse item, uma possível resposta dos estudantes seria:

**Conforme fornecido pelo enunciado no "t"= 12 minutos" Jolie havia deslocado 144 metros. Sendo assim, podemos definir a velocidade de deslocamento do barco da seguinte maneira:**

$$D = \frac{144 \text{ m}}{12 \text{ min}} = 12 \text{ m/min}$$

**Utilizando-se do sistema já organizado no item anterior e incluindo a velocidade resultante para o movimento realizado por Jolie, temos:**

$$12 = V_{AB} + V_c$$

$$8 = V_{AB} - V_c$$

$$12 + 8 = 2V_{AB}$$

$$\frac{20}{2} = V_{AB}$$

$$10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = V_{AB}$$

**Podemos concluir que a velocidade própria dos barcos é de 10 m/s.**

POSSÍVEL RESPOSTA

### Quadro 32 - Transcrição de diálogo item VI - G3

E1: Aqui é o mesmo caso do outro.

E2: Não vai dá pra resolver igual

E1: Prof., ajuda nós aqui?

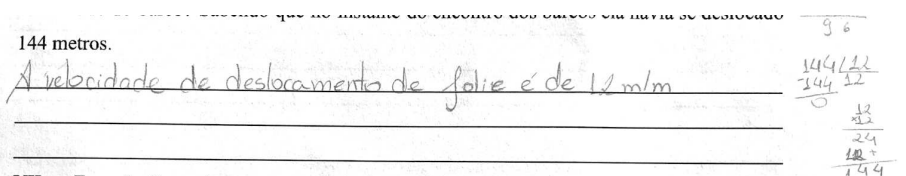
P: Pessoal, todas as informações que vocês já definiram, tentem fazer representações utilizando a matemática. Sabe aquela explicação feita agora pouco, representem-na utilizando a matemática, quando a correnteza tá favorável faço isso, quando tá contra faço isso.

E1: Prof., mas não dá certo assim.

P: Escrevam então a justificava da resposta.

Fonte: Protocolos de pesquisa.

### Figura 29 - Recorte do item VI - G7



Fonte: Produção dos Estudantes.

No item VII foi solicitado aos estudantes a representação de equações, por meio da matemática, que determinam o deslocamento gerado em função do tempo para cada um dos barcos. Para esse item, uma possível resposta dos estudantes seria:

**Deslocamento gerado para o barco (A)**

$$D = 8t$$

**Deslocamento gerado para o barco (B)**

$$D = 12t$$

POSSÍVEL RESPOSTA

Nesse item os estudantes apresentaram praticidade ao lidarem com o solicitado, demonstrando clareza sobre o assunto. Entretanto, os dados informados não caracterizam de fato o movimento realizado pelo barco específico já que poderia ter sido incluída a velocidade de ambos os barcos. O Quadro 33 apresenta o diálogo do G3 ao lidar com o item VII.

**Quadro 33** - Transcrição de diálogo item VII - G3

*E1: Aqui é igual aquele de trás; é só pôr a equação.*

*E2: Não vai incluir o negócio da velocidade? Da velocidade da correnteza e da velocidade do motor do barco?*

*E1: Não precisa porque aqui é a velocidade de deslocamento do barco; isso já tá feito.*

*E3: A equação da distância é D igual a velocidade vezes o tempo.*

Fonte: Protocolos de pesquisa

**Figura 30** - Recorte do item VII - G10

The image shows two handwritten equations on lined paper. The first equation is  $d_1 = t \cdot v = \text{Henri}$  and the second is  $d_2 = t \cdot v = \text{Jolie}$ . Both equations are underlined.

Fonte: Produção dos Estudantes

Finaliza-se a tarefa com o item VIII. Nesse momento os estudantes foram levados a refletir acerca do contexto representado na animação, observando aspectos relacionados à segurança. Para esse item, pode-se sugerir uma possível resposta dos estudantes:

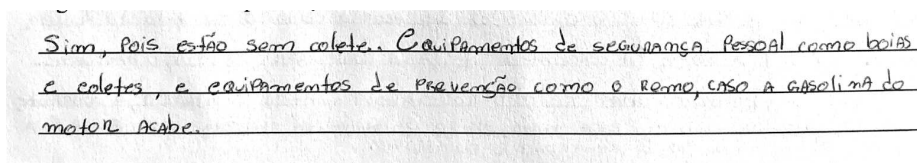
**Os jovens deveriam estar utilizando coletes salva-vidas para maior segurança.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Seguindo a nova elaboração da estrutura das diretrizes curriculares, o último item permite ao estudante refletir acerca de assuntos relacionados ao conhecimento matemático.

Essas ações didáticas possibilitam um contexto de formação em que se ressalta a importância de aprender matemática e o quanto ela está presente nas diversas situações do dia a dia.

**Figura 30** - Recorte do item VIII - G7



Sim, pois estão sem colete. Equipamentos de segurança pessoal como boias e coletes, e equipamentos de prevenção como o Remo, caso a gasolina do motor acabe.

Fonte: Produção dos Estudantes.

Cada uma das 7 tarefas elaboradas, em seu último item, traz uma problemática social a ser refletida. Situações da realidade como: segurança no trânsito, segurança relacionada ao tráfego nas águas e situações ambientais. Essas questões reforçam a possibilidade de um ensino interdisciplinar.

#### 4.4 MAIS UMA DISCUSSÃO

Enfim, findada a elaboração, aplicação e exploração de tarefas, o que pode ser dito em relação à interdisciplinaridade e ao conhecimento matemático relacionado à compreensão de conceitos da física em aulas de matemática, desenvolvidos a partir de tarefas em um contexto da cinemática, apresentados por meio de objetos de aprendizagem construídos no *software* GeoGebra?

Na análise da aplicação das tarefas, para a professora-pesquisadora, ficou evidente a possibilidade de levar os estudantes a compreenderem a matemática como uma atividade humana em que os objetos matemáticos tornam-se ferramentas para realizar atividades úteis. Olhar a matemática desse modo tornou-se fundamento desta pesquisa e, ao mesmo tempo, um construto (a ser retomado nas considerações finais). Esse modo de ver a matemática, conforme Freudenthal (1968), evidencia o caminho que os estudantes podem percorrer para se desenvolver, pois possibilita a sistematizar e não apenas indicar o resultado da sistematização (FREUDENTHAL, 1968). Para o autor é essa ação que torna a matemática uma atividade útil para humanidade,

[...] o poder maravilhoso que a matemática tem de eliminar o contexto e colocar outros contextos “na mesma forma” é que faz dela uma atividade útil. Portanto, parece inócuo apresentar apenas conteúdo sistematizado para ser operacionalizado, uma vez que, como um sistema fechado, até uma máquina pode operar, e isso não



caracteriza uma atividade humana (LOPES; BURIASCO; FERREIRA, 2014, p.244).

Ao oportunizar os estudantes lidarem com os Objetos de Aprendizagem, o professor tem a oportunidade de acompanhar as reflexões geradas, de modo a articular intervenções que possibilitem a utilização e busca por conceitos físicos nela envolvidos, partindo de uma compreensão intuitiva para um conhecimento formalizado, de modo particular, nas tarefas elaboradas nesta pesquisa, em relação aos conceitos relacionados à composição do movimento<sup>16</sup>.

Outro ponto a se destacar da aplicação das tarefas é a oportunidade que o professor tem de dialogar com seus alunos e, por meio dessa comunicação, recolher informações acerca do que eles sabem, como expressam seus conhecimentos ao discutir com seus colegas, de modo que, uma tarefa passa a ser o meio para fortalecer e revisitar objetos de aprendizagem, em um processo também retrospectivo no qual, conforme Freudenthal (1991, p.), permite “enraizar o novo conhecimento a um antigo e fortalecer as velhas raízes”.

O fato de as tarefas serem compostas por itens, permite aos estudantes realizarem um movimento de construção de aprendizagem. Essa ação didática “o movimento” permite abstrair; esquematizar; algoritmizar e formular (o foco das ações realizadas está na atividade e não no objeto matemático). Assim, o desenvolvimento do “movimento” ocorre por etapas e níveis de progressão. Inicialmente, os direcionamentos têm por objetivo a ambientação do contexto realístico, em que o foco está atrelado ao reconhecimento de elementos observados; em seguida, no modo como interagem entre si, no qual os engajamentos indagam a experimentação e manipulação de objetos matemáticos.

O contexto representado nas tarefas enunciou dados que possibilitaram a atuação autônoma dos estudantes por meio de exploração de estratégias e modelos de resolução matemática. Ressalta-se que:

[...] a realidade e o que uma pessoa percebe como o senso comum não são estáticos, mas crescem, e são afetados pelo processo de aprendizagem do indivíduo. O objetivo da Educação Matemática Realística, então, é apoiar os estudantes na criação de uma nova realidade matemática. Isto é para ser realizado pela reinvenção guiada, ou ‘matematização progressiva’ – se tomarmos a perspectiva do estudante. (GRAVEMEIJER; COBB, 2006, p. 63-64, tradução nossa).

---

<sup>16</sup>Conforme os estudos propostos por Galileu Galilei, o Princípio da Independência dos Movimentos Simultâneos consiste no movimento composto pela ação de dois corpos ou mais, agindo simultaneamente. Nessa condição, a ação de cada corpo que compõe o movimento pode ser analisada de forma individual. A Composição do Movimento ocorre em decorrência das ações de interações dos corpos envolvidos.

Destaca-se que a aprendizagem por meio dessas tarefas ocorre como resultado da experiência de sua própria atividade, isso significa que conhecimentos, competências e habilidades tornam-se mais próximas e disponíveis do que quando impostos por outras pessoas. Van den Heuvel-Panhuizen (1996), define que os níveis de matematização são conectados a vários níveis de compreensão pelos quais os estudantes podem passar.

Nas tarefas, a matemática foi apresentada em um contexto no qual o objetivo era aproximar o estudante de situações-problema da realidade. O teor das ilustrações dos objetos de aprendizagem traz contextos sociais possíveis de se imaginar, com características e elementos que são de fato relevantes para a sociedade, essa característica possibilita o “fazer matemática”, inicia-se partindo de fenômenos e é na ação de interação que se desenvolvem ferramentas matemáticas úteis para a humanidade.

Podemos inferir que a junção do objeto de aprendizagem e os itens norteadores da tarefa possibilitaram a representação do contexto em uma abordagem realística, conseqüentemente, os estudantes passaram a ter uma compreensão mais clara acerca do fenômeno ocorrido. Ocasões como essa, conforme De Lange (1999), é uma importante oportunidade para matematizar e reinventar conteúdos matemáticos.

As tarefas foram elaboradas e construídas para possibilitar a ação durante o seu processo de desenvolvimento no qual, ao manipular o objeto de aprendizagem, o estudante realizasse ações ativas como: representar elementos em uma linguagem simbólica, estruturar objetos matemáticos, organizar dados e informações, realizar verificações e testes, buscar argumentações, explorar evidências e formular hipóteses. Todas essas ações didáticas respaldam o conhecimento matemático como atividade social. Segundo Buriasco e Ferreira (2016, p. 243), a matemática, como atividade humana, supõe ser

[...] vista como uma ação, não faz sentido ensiná-la como uma sucessão de conteúdos “prontos para o consumo” sem dar aos alunos diferentes oportunidades para experimentar a matemática como uma “atividade humana”. Nesse sentido, os conteúdos, conceitos, objetos, ideias, algoritmos, propriedades matemáticas emergem dos fenômenos com os quais os alunos podem se envolver ao lidar com um assunto, em vez de ser o ponto de partida. (BURIASCO; FERREIRA, 2016, p. 243).

Na ação de esquematizar o problema matematicamente, os estudantes realizaram um movimento de organização e estruturação dos elementos contidos no contexto, no qual, por meio da experimentação, desenvolveram pensamentos e construíram hipóteses lógicas e satisfatórias para o contexto.

Os Objetos de Aprendizagem das tarefas construídos no *software* GeoGebra ilustraram o movimento por meio dos elementos que o constituem. Conforme a análise das

produções das tarefas, ficou evidente que a exploração e o manuseio dos recursos dispostos dentro do ambiente do objeto de aprendizagem permitiram aos estudantes a vivência de experimentação, já que foi possível realizar observações nas relações de dependências entre grandezas. Julga-se que não seria possível alcançar os mesmos resultados nas produções dos estudantes, utilizando-se como meio a representação cartográfica, justamente pelo fato limitador de ações didáticas, uma vez que os estudantes eram levados a observar o movimento realizado.

Isso posto, o conjunto das tarefas descrito nesta pesquisa, associado a um contexto de sala de aula à luz da RME, é um meio/modo de organizar/planejar aulas de matemática no qual se considera a possibilidade de compreender conceitos da física em aulas de matemática desenvolvidas a partir de tarefas em um contexto da cinemática apresentado por meio de objetos de aprendizagem construídos no *software* GeoGebra.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

As características de ensino propostas na *Base Nacional Comum Curricular* (BRASIL, 2018) apresentam ações didáticas semelhantes ao da abordagem de ensino e de aprendizagem com viés da RME, conforme o referencial teórico apresentado, viés reconhecido nesta pesquisa. O documento em si não faz menção clara à RME. Desta forma, alinhar as expectativas dos estudantes com as intenções do documento curricular norteador exige do professor um olhar atento sobre a escolha do material didático a ser utilizado, principalmente no momento de inclusão de um novo assunto/conteúdo.

O Produto Educacional desenvolvido em concomitância a essa pesquisa, *Matemática em uma Fração de Tempo*, revelou ser um elemento potencializador para prover a aprendizagem sob a perspectiva de ensino realista. Os contextos ilustrados por meio de objetos de aprendizagem nas tarefas possibilitaram aos estudantes construir hipóteses em relação à cinemática, de modo que a matemática é a linguagem na construção dessas hipóteses. As tarefas que compõem o produto educacional são adaptáveis, sendo possível flexibilizar as ações didáticas do professor como, excluir itens e incluir novos direcionamentos, conforme suas intenções com o perfil da turma específica.

Por meio da coleta e análise de dados desta pesquisa foi possível reconhecer que as ações da abordagem da Educação Matemática Realística, aplicada em contexto de sala de aula, no qual traz a representação de fenômenos da cinemática, no âmbito do estudante tem a possibilidade de:

- desenvolver a construção do pensamento matemático estruturado em situações reais ou realísticas, a qual direciona o entendimento do estudante na compreensão da matemática como uma atividade de caráter social e útil para a humanidade;
- construir gradativamente o conhecimento matemático partindo do genuíno ao abstrato;
- desenvolver habilidades e competências individuais por meio de ações que enobrece o seu modo de lidar;
- subsidiar o protagonismo do estudante por meio de ações que estimulam a argumentação;
- promover a discussão entre estudantes conforme seus próprios entendimentos acerca da situação;
- estabelecer conexões entre conteúdos estudados nas aulas de física a conteúdos estudados nas aulas de matemática;

Em todas essas atribuições está envolvida a ação do professor que tem a possibilidade de:

- acompanhar o desenvolvimento dos estudantes e guiá-los por meio de suas produções e dúvidas levantadas;
- utilizar-se de reflexões produzidas pelos próprios estudantes como engajamentos para discussões de novos saberes em pequenos grupos, ou com toda a sala;
- dinamizar as aulas;
- avaliar o nível de compreensão de cada estudante e realizar intervenções necessárias;
- incluir a utilização de recursos tecnológicos digitais em sala de aula;
- flexibilizar a aplicabilidade do conteúdo.

Essas ações didáticas envolvem uma prática ativa do professor, na qual o ensino se organiza a partir da elaboração e escolhas de tarefas ou situação-problema, ou seja, no movimento realizado, e também na aprendizagem do estudante, a partir da reflexão no momento de lidar com essas tarefas.

Sublinha-se que, ao se direcionar o olhar de forma mais direta para a professora/pesquisadora, esta envolveu-se em um processo bastante reflexivo por meio da pesquisa, graças a sua participação em um programa de mestrado profissional. É preciso

mencionar, ainda, aspectos que se tornaram evidentes em seu retorno para a sala de aula; a professora, agora, já não é mais a mesma.

Essa professora que volta para a sala de aula, transformada e imbuída das novas concepções para o ensino da matemática, passa a reconhecer a importância da elaboração de boas tarefas; não entende mais o livro didático como único material e fonte para seus planejamentos. Essa professora, agora, envolve-se nas atividades, procura identificar temas transversais que podem fomentar uma rica discussão na qual possa haver a utilização da matemática como ferramenta para a solução de situações-problema. Essa docente retorna a sua rotina escolar pensando em como fazer os enquadramentos necessários das tarefas para que os conceitos matemáticos tenham sentido para seus alunos. Indo, desse modo, no contrafluxo de um ensino pautado em um currículo rígido e pré-definido, que apresenta um calendário letivo com pausas e recortes constantes por conta de uma sequência de atividades e avaliações externas; exigindo que o professor esgote os conteúdos estipulados para determinado período e enfrente as limitações quanto ao uso dos recursos tecnológicos, em particular, o acesso à rede de internet da escola (quase) sempre deficitária; obrigando o professor a realizar adaptações e modificações para atender a demanda planejada.

Além do que ficou evidente após a pesquisa no contexto da sala de aula, também cabe aqui salientar o que saltou aos olhos da pesquisadora a partir da exploração de tarefas em um contexto da cinemática, por meio de objetos de aprendizagem. Vislumbrou-se, também, a possibilidade de novas pesquisas que explorem a demanda cognitiva das tarefas em relação aos altos níveis de compreensão matemática; pesquisas que contribuíssem para a formação do professor por meio de tarefas interdisciplinares para ensinar matemática; assim como a exploração de objetos de aprendizagem em aulas de matemática.

Por fim, explorar tarefas no contexto da cinemática por meio de objetos de aprendizagem, foi um caminho para se discutir o ensino e a aprendizagem matemática. Assim, esperamos que esse caminho seja fonte de inspiração para que a matemática seja explorada de forma interdisciplinar a exploração não apenas de outros fenômenos da física, como de outras disciplinas.

Dessa forma, essa pesquisa permite construir discussões e ampliar reflexões acerca de pesquisas de mestrado orientadas pela professora Marcele Tavares Mendes, no qual os estudos gerados contribuíram para a concepção desta e envolvem, neste caso, a Educação Matemática Realística enquanto uma temática.

## REFERÊNCIAS

- ANTUNES, Tiago Ponciano. **Design de uma prova escrita de matemática: um processo reflexivo da prática avaliativa**. 2018. 120 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2018.
- BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BORASI, R. On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics*, v. 17, n. 2, p. 125-141, 1986.
- BURIASCO, R. L. C. de, SILVA, G. dos S. e. Aspectos da Educação Matemática Realística. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, Cascavel, v.1, n.1, p. 1-15, dez. 2017.
- BURIASCO, R. L. C. de; SILVA, G. dos S. e. Aspectos da Educação Matemática realística. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, [S. l.], v. 1, n. 1, p. 1–15, 2017.
- BONJORNO, J. R; RAMOS, C. M; PRADO, E. P; BONJORNO, V; BONJORNO, M. A; CASEMIRO, R; BONJORNO, Azenha, R. F. S; **Física: Mecânica**, 1º ano. – 3ª ed. – São Paulo: FTD, 2016.
- CALÇADA, C. S; SAMPAIO, J. L. **Física Clássica: Dinâmica**. 2ª. Edição. 2ª. Reimpressão. Atual Editora. São Paulo. 1998.
- CALÇADA, C. S; SAMPAIO, J. L. **Física: Volume Único**. 2ª. Edição. Editora: Saraiva S. A. Livreiros Editores, São Paulo. 2008.
- CIANI, Andréia Büttner. ***O realístico em questões não-rotineiras de matemática***. 2011. 166 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) –Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.
- DOSSE, F. **História do Estruturalismo**. V.2. O Canto do Cisne. Bauru - SP: Edusc, 2007.
- FELIPES, M. **Ensino de seqüências numéricas à luz da RME: Uma proposta que envolve contexto realístico e planilhas eletrônicas**. 2022.125. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2022.
- FERREIRA, P. E. A. **Enunciados de Tarefas de Matemática: um estudo sob a perspectiva da Educação Matemática Realística**. 2013. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.
- FERREIRA, P. E. A.; DE BURIASCO, R. L. C. Educação matemática realística: uma abordagem para os processos de ensino e de aprendizagem - **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 1, 2016.
- FREUDENTHAL, H. **Revisiting mathematics education: China lectures**. Dordrecht: Kluwer, 1991.

FREUDENTHAL, H. Geometry between the devil and the deep sea. **Educational Studies in Mathematics**, v. 3, n. 3-4, p. 413-435, 1971.

GRAVEMEIJER, K.; TERWEL, J. Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory. **Journal of Curriculum Studies**, n. 6, v. 32, p. 777-796, 2000.

GRAVEMEIJER, K. P. E. **What makes mathematics so difficult, and what can we do about it?** In L. Santos, A. P. Canavarro & J. Brocardo (Eds.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 83-101). Lisboa: APM, 2005.

HARMUCH, Daniela. **Tarefas para uma educação financeira: um estudo**. 2017. 116 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2017.

KISSANE, B.; HURST, C. (Eds.). **Proceedings of the 33th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**. Fremantle: MERGA, 2010.

LOPEZ, J. M. S.; BURIASCO, R. L. C. DE; FERREIRA, P. E. A. **Educação Matemática Realística: considerações para a avaliação da aprendizagem**. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 7, n. 14, 20 dez. 2014.

MARINO, Cleiton Antonio. **O processo de delineamento de uma trajetória de ensino e de aprendizagem: reflexões para o ensino de matemática**. 2018. 148 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2018.

MENDES, M. T.; BURIASCO, R. L. C. O Dinamismo de uma Prova Escrita em Fases: um estudo com alunos de Cálculo Diferencial e Integral. **Bolema** (Rio Claro), v. 32, p. 653-672, 2018.

MENDES, M. T. **Utilização da Prova em Fases Como Recurso para Aprendizagem em aulas de Cálculo**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

BARROS, MANOEL. **Tratado geral das grandezas do ínfimo**. Rio de Janeiro/São Paulo, Editora Record: 2001.

Perez, T. **BNCC - A Base Nacional Comum Curricular na Prática da Gestão Escolar e Pedagógica\organização**. São Paulo: Editora Moderna, 2018.

Porto Editora – *movimento (física)* na Infopédia. Porto: Porto Editora. [consult. 2022-06-23 13:38:15]. Disponível em: <[https://www.infopedia.pt/\\$movimento-\(fisica\)](https://www.infopedia.pt/$movimento-(fisica))>.

STREEFLAND, L. *Fractions in Realistic Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer, 1991.

RODRIGUES, Renata Graciele Batista. **Uma prática avaliativa formativa utilizando a prova-com-consulta-ao-caderno em uma disciplina de cálculo**. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

SANTOS e SILVA. G. Aspectos Da Educação Matemática Realística. **Revista Brasileira Em Educação E Ciências E Educação Matemática**. Cascavel, (PR), v.1, n.1, p. 1-15, dez. 2017. Disponível em:

<<https://drive.google.com/drive/folders/1YBB6ZoL5xUAgjbO9uzyjyUHTCnW51EdN>>  
Acesso em: 29 set. 2021.

SANTOS, Claudia Alves Schmidt dos. **Práticas avaliativas de seis professores de matemática: uma reflexão para a inclusão escolar**. 2020. 74 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

TAROUCO, L. M. R. **Avaliações de Objetos de Aprendizagem: teoria e prática**. 1 edição. Porto Alegre: Evangraf Ltda, 2014.

TAROUCO, L. M. R.; FABRE M. J. M.; TAMUSIUNAS, F. R. Reusabilidade de objetos educacionais. In: **RENTE – Revista Novas Tecnologias para a Educação**. Porto Alegre: Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação (CINTED- UFRGS), v. 1. nº 1, 2003.

TREFFERS, A. **Three Dimensions: a model of goal and theory description in Mathematics instruction – The Wiskobas Project**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

TREFFERS, A. **Meeting innumeracy at primary school**. *Educational Studies in Mathematics*. 22, p. 333-352, 1991.

TREFFERS, A. **Three Dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction – The Wiskobas Project**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. **Assessment and Realistic Mathematics Education**. Utrecht? CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University. 1996.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. **Mathematics education in the Netherlands: A guided tour**. Freudenthal Institute, 2000.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. Reform under attack – Forty Years of Working on Better Mathematics Education thrown on the Scrapheap? No Way!  
In: **The Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**, p. 3-7, 2010.

WEBER, Talita Canassa. **Articulação da avaliação somativa com avaliação formativa em aulas de matemática**. 2020. 91 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

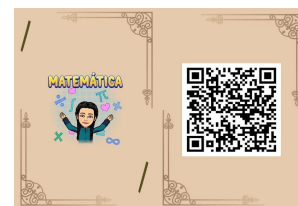
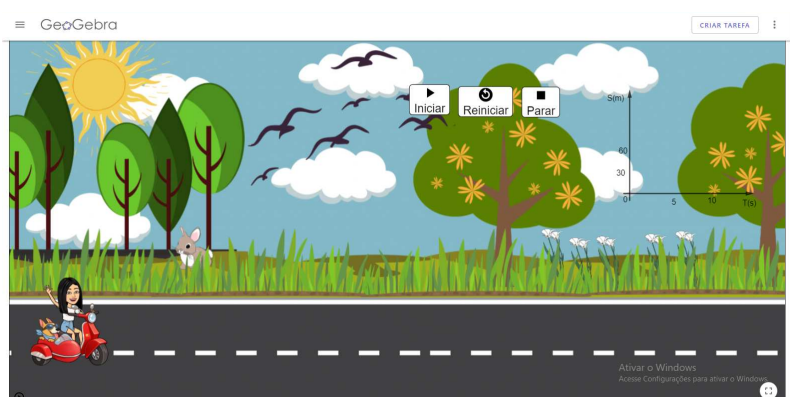
WIDJAJA, Y. B.; HECK, A. How a Realistic Mathematics Education approach and microcomputer-based laboratory worked in lessons on graphing at an Indonesian Junior High School. **Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia**, Amsterdam, v. 26, n. 2, p. 1-51, 2003.

WILEY, D. A. **Learning object design and sequencing theory**. Unpublished doctoral dissertation, Brigham Young University. 2000. Disponível em: <<http://www.reusability.org/read/chapters/wiley.doc>>. Acesso em 19 ago. 2022.



## APÊNDICE A – TAREFAS

### 1. TAREFA I – MOTOCICLETA



- I. Após a visualização da animação, descrevam o movimento observado, relatando os detalhes.
- II. Quais grandezas são possíveis de identificar na animação?
- III. Observem que o gráfico apresenta alguns dados. Quais informações podem ser elaboradas a partir desses dados?
- IV. Considerando as informações elaboradas a partir do gráfico, o movimento realizado por Jolie é com velocidade constante ou variada?
- V. Determinem qual é sua velocidade média escalar.
- VI. Jolie trabalha em uma cooperativa localizada a 9 km de distância de sua casa e inicia o expediente às 8 horas da manhã. Qual o horário ela deve sair de sua casa para chegar sem atraso ao serviço e mantendo-se sempre a mesma velocidade?
- VII. Com as informações obtidas, construam uma equação que permita calcular a distância percorrida para qualquer tempo. Utilize a linguagem matemática.
- VIII. O Brasil tem alcançado altos índices de acidentes de trânsito, no primeiro semestre do ano 2021 houve um aumento de 14 % em relação ao mesmo período do ano anterior. Segundo o site de notícias “Estadão” 54% dos acidentes de trânsito registrados no ano de 2021 correspondem a acidentes envolvendo motos. Link para acessar a matéria: [Acidentes de moto batem recorde no Brasil em meio à pandemia](#). Observando a situação representada na animação, podemos afirmar que Jolie conduziu sua motocicleta em segurança? Explique o por quê.

Essa tarefa possibilita aos estudantes explorar conceitos matemáticos tais como: grandezas e unidades de medidas, razão e proporção, leitura e interpretação de gráficos,

raciocínio lógico e função de primeiro grau, em um contexto da Física, especificamente o Movimento Retilíneo Uniforme<sup>17</sup>(MRU).

No Item I, aos estudantes lidarem com a animação, observarem os detalhes e relatar o movimento observado, o professor recolhe informações sobre os entendimentos e conhecimentos dos estudantes, para então, guiá-los em seus estudos de um modo que cada estudante construa o seu próprio conhecimento a partir daquilo que foi observado e relatado acerca da animação e, orientado pelos próximos itens na interação nos pequenos grupos. Nessa ocasião, é possível explorar conceitos relacionados ao ponto de observação “Referencial<sup>18</sup>”.

**Uma motociclista pilota em uma estrada reta, levando seu cachorro em uma extensão adaptada para ele. Depois de um certo tempo de iniciado o movimento, a motociclista segue seu trajeto não sendo possível ser vista. Ao fundo uma paisagem arborizada com alguns pássaros à vista e animais silvestres.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Item II é solicitado que os estudantes identifiquem grandezas presentes na animação. Nesse momento, para tanto, os estudantes precisarão refletir acerca do que é grandeza<sup>19</sup>, podendo incluir sobre suas respectivas unidades de medidas básicas. Guiados por intervenções do professor, poderão conceitualizar que grandeza é tudo aquilo que se pode quantificar.

**Velocidade, aceleração, distância, deslocamento, tempo e temperatura.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Item III é solicitado aos estudantes uma leitura gráfica, para a partir dos dados observados atribuir significados às suas representações. Guiados por intervenções do professor, os estudantes poderão construir significados aos dados informados.

**No gráfico (espaço em função do tempo) reta que se inicia na origem, o espaço a ser observado é considerado a partir do tempo 0 até pouco a mais que 10 segundos. Observa-se que no instante 5 segundos o espaço percorrido foi de 30 metros, em 10 segundos 60 metros.**

POSSÍVEL RESPOSTA

<sup>17</sup> Define-se Movimento Retilíneo Uniforme o movimento que tem sua velocidade escalar constante. O móvel percorre distâncias iguais em intervalos de tempos iguais. Nesta ocasião, a velocidade escalar instantânea coincide com a velocidade escalar média em qualquer instante, Bonjorno (2016).

<sup>18</sup> Referencial é o ponto determinado a partir do qual se pretende observar se um corpo está ou não em movimento. O referencial é necessário para se determinar a posição de corpos no espaço, seu conceito é denominado por ponto de partida, Bonjorno (2016).

<sup>19</sup> Grandeza: Qualidade de grande; tamanho; extensão; altura; comprimento.

Item IV, os estudantes precisam explorar grandezas vetoriais<sup>20</sup> e grandezas escalares<sup>21</sup>, relacionando o movimento progressivo e retrógrado<sup>22</sup> ao crescimento e decréscimo da reta no gráfico.

**Ela percorre distâncias iguais para tempos iguais. A motociclista mantém a velocidade constante.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item V, os estudantes serão guiados a refletir acerca da teorização da velocidade média. Orientados pelo professor, os direcionamentos exploraram relações de proporcionalidade entre as grandezas para a determinação de uma outra, as discussões percorreram caminhos que possibilitem a construção do conceito de velocidade média.

**Dividir determinado espaço percorrido pelo o tempo gasto para realizar tal trajeto.**

$$V = \frac{30}{5} = \frac{6m}{s} \quad \text{ou} \quad V = \frac{60}{10} = \frac{6m}{s} .$$

POSSÍVEL RESPOSTA

Item VI os estudantes vão mais uma vez explorar proporcionalidade entre as grandezas (conversões de medidas), de um modo, partindo de um caso em particular para o geral no próximo item. A intenção é que o estudante desenvolva habilidades para organizar dados e informações fornecidas para resolver situações problemas.

**1 km ----- 1 000m**

**9 km ----- x**

**Por regra de três 9 km = 9 000m**

**Mantendo a velocidade média de 6 m/s:**  $\frac{9000}{6} = 1500 \text{ s}$

**Convertendo para minutos:**

**1 min ----- 60 s**

**X -----1500 s**

**Por regra de três 1 500 s = 25 min.**

**Se ela entrar no serviço às 8 horas, ela deve sair pelo menos uns 30 minutos com antecedência para chegar a tempo. Ela deve sair às 07h30min h.**

POSSÍVEL RESPOSTA

<sup>20</sup> Grandezas Vetoriais são caracterizadas por um número real denominado módulo ou intensidade, acompanhado de uma unidade de medida, uma direção e um sentido, Sampaio & Calçada (2008).

<sup>21</sup> Grandeza Escalar são caracterizadas por um número real, positivo ou negativo, acompanhado de uma unidade de medida, Sampaio & Calçada (2008).

<sup>22</sup> Conforme o sentido de deslocamento do corpo, o movimento é denominado por Movimento Progressivo ou Retrógrado. Movimento Progressivo, o corpo se desloca no mesmo sentido em relação ao ponto referencial definido (o corpo se desloca em que as abscissas da trajetória são positivas). Movimento Retrógrado, o corpo se desloca em sentido contrário ao ponto referencial definido (o corpo se desloca em que as abscissas da trajetória são negativas), Sampaio & Calçada (2008).

Item VII os estudantes vão utilizar a matemática para representar as situações, uma matemática enquanto ferramenta para solucionar problemas.

$$D = vt$$

POSSÍVEL RESPOSTA

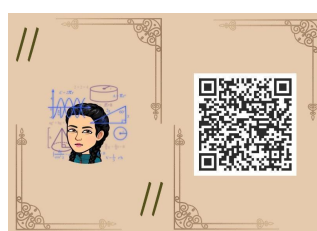
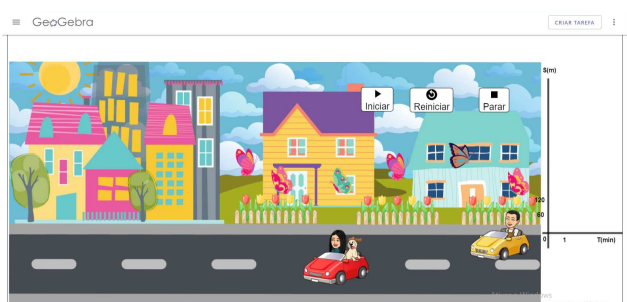
Item VIII enfatiza que o ensino da Matemática está contido em situações comuns do dia-a-dia. Podendo utilizá-la de modo a articulá-la com outras disciplinas.

**A jovem estava pilotando a motocicleta sem segurar com as duas mãos no guidão, aumentando os riscos de acidente, não estava utilizando o capacete, (equipamento de segurança exigido por lei) e o modo em que ela transposta seu cachorro não apresenta segurança, pois o cachorro pode pular a qualquer momento.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Os conteúdos entrelaçados no contexto dessa tarefa possibilitam desenvolver processos de ensino e de aprendizagem por meio de sua exploração, não sendo necessário subsídios prévios para o seu desenvolvimento. Ao lidar com cada item da tarefa, os estudantes são instigados por ações didáticas do professor a desenvolver competências e habilidades ligadas ao processo de letramento matemático e, se envolvem em um processo de matematização vertical e horizontal.

## 2. Tarefa II - Encontro de dois Carros



- I. Ao clicar em “iniciar” descrevam a situação observada, relatando os detalhes.
- II. Quais grandezas são possíveis de serem identificadas na animação?
- III. Qual explicação para a ultrapassagem ocorrida entre os carros?
- IV. Que dados podem ser retirados a partir da observação do gráfico apresentado na animação?
- V. Que informações podem ser elaboradas a partir desses dados?

VI. Determinem qual será o deslocamento realizado pelo carro conduzido por Marley e pelo carro conduzido por Jolie no instante de ultrapassagem.

VII. Representem por meio de linguagem matemática uma relação que determina outros deslocamentos em função do tempo.

VIII. Conforme o recorde ao lado, o Código de Trânsito Brasileiro, Art. 61 trata de situações relacionadas à circulação de veículos. Após a leitura do mesmo e analisando a situação representada na animação, descrevam se os condutores de ambos os carros infringiram a Lei de Trânsito? [Artigo 61 da Lei nº 9.503 de 23 de Setembro de 1997](#)

No item I, após os estudantes iniciarem a animação, observarem o movimento realizado pelos carros e anotarem suas impressões relatando os detalhes, o professor irá monitorar as observações realizadas pelos grupos para se certificar de que as informações que servirão de subsídios para os próximos itens foram identificadas, tais como: sentido e direção dos carros, o espaço entre eles e a ultrapassagem depois de certo tempo. E se preciso for, irá realizar intervenções com questionamentos e levantamento de hipóteses.

**Dois carros em movimento se deslocam no mesmo sentido e na mesma direção, em posições diferentes. Ao iniciar o movimento, após alguns instantes, o carro amarelo (que estava mais distante em relação ao vermelho) ultrapassa o vermelho.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item II, após observar a animação, pede-se que os estudantes informem quais grandezas estão contidas nela. Nesse item, é possível que os estudantes façam analogias acerca das unidades de medidas envolvidas, como metrô e/ou horas.

**Velocidade, aceleração, distância, tempo, temperatura, massa dos veículos e coeficiente de atrito entre os pneus e o asfalto.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item III, é solicitada a explicação da ultrapassagem que ocorre na animação, a intenção é que os estudantes reflitam acerca das grandezas envolvidas para que haja movimento<sup>23</sup>, construindo a conceitualização de velocidades quando há aceleração ou não.

**O condutor do carro amarelo está acelerando, ou passou a acelerar depois de determinado tempo.**

**O condutor do carro amarelo está a uma velocidade maior em relação ao carro vermelho.**

<sup>23</sup> Para a área da Física, movimento é a mudança de posição de um corpo ou de um sistema em relação ao tempo, quando medido por um determinado observador num referencial fixado, sua quantificação é determinada por uma unidade relativa.

POSSÍVEL RESPOSTA

No item IV, no gráfico é possível visualizar o crescimento simultâneo de duas retas em posições distintas. Guiados por orientações do professor, os estudantes irão recolher as informações presentes no gráfico e atribuir significados relacionando cada reta com o movimento do carro correspondente.

**A reta azul inicia no zero (origem), passado 1 minuto alcança a marca de 120 metros.**

**A reta vermelha se inicia em 60m, passado 1 minuto alcança a marca de 120 metros.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item V, decorrente aos dados descritos no item anterior, os estudantes serão guiados a construir significados relacionando os dados determinados com conceitos matemáticos acerca das posições na reta do gráfico. As orientações realizadas pelo professor, enfatizaram a possibilidade de reflexão dos estudantes acerca da relação entre as grandezas envolvidas, direcionamentos como: a fixação do ponto inicial de observação; a representação gráfica (espaço x tempo) e significados atribuídos aos dados gerados pela relação (espaço x tempo) serão explanadas.

**A partir da observação, o carro vermelho está em uma posição à frente em relação ao carro amarelo, a reta que representa o seu movimento deve ser a que se inicia em 60 metros, então, a distância que separa os carros no início do movimento é de 60 metros, depois o carro amarelo por estar a uma velocidade maior ao carro vermelho, o ultrapassa.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Para responder o item VI, os estudantes deverão considerar suas produções nos itens anteriores, conforme a compreensão acerca das posições de início dos movimentos de ambos os carros. Guiados por intervenções do professor, os estudantes poderão conceituar analogias referente a grandezas vetoriais e aspectos relacionados a repetições de padrões.

**Os carros se encontram no mesmo instante 1 minuto e na mesma posição 120 metros, mas o carro vermelho iniciou o movimento na posição 60 metros e o amarelo na posição 0, então o deslocamento do vermelho foi 60 metros, que é a diferença entre as posições para esse carro. O amarelo deslocou 120 metros. O carro amarelo deslocou o dobro de metros em relação ao carro vermelho.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Para concluir a conceitualização iniciada no item anterior acerca das repetições de padrões, no item VII, os estudantes guiados por orientações do professor irão construir utilizando a matemática em relações de dependências entre as variáveis deslocamento e tempo, relacionando os significados compreendidos após a leitura gráfica.

**Se o carro amarelo deslocar-se 120 metros em 1 minuto, então ele está a uma velocidade de 120 metros por minuto.**

**Chamando a variável tempo de "t" e o deslocamento de "d", pode-se representar da seguinte forma:**

$$d = t \cdot 120$$

**Já o carro vermelho desloca-se 60 metros em 1 minuto, então ele está a uma velocidade de 60 metros por minuto.**

$$d = t \cdot 60$$

**Mas como o carro vermelho já estava 60 metros a frente em relação ao instante considerando é preciso acrescentar essa informação na equação, somando a ela de tal forma:**

$$d = t \cdot 60 + 60$$

POSSÍVEL RESPOSTA

Para finalizar a tarefa, o item VIII, requer uma reflexão acerca da contextualização embutida na animação atrelada com informações reais de trânsito, embasadas no Código de Trânsito Brasileiro, Art. 61. Conforme o recorte do Art. 61, os estudantes deverão definir em qual situação o cenário da animação se configura e conseqüentemente realizar cálculos envolvendo transformações de unidades de medida para analisar a situação.

Ao que se remete ao quadro de possível resposta, foi tomado como norteamento o item "d", do Art. 61, conforme representado a seguir:

**O carro que apresenta maior velocidade é o amarelo, 120 metros por minutos, para concluir se ele estava ou não acima da máxima permitida é necessário converter a unidade de metros em quilômetros e a unidade minutos em horas.**

**Convertendo 120 metros para quilômetros temos:**

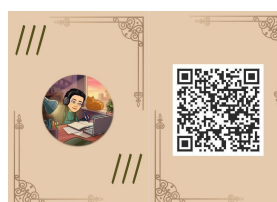
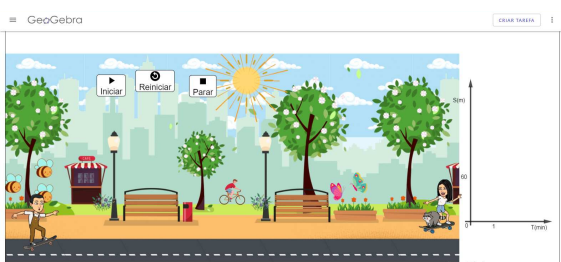
$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \quad x \quad - \quad 120 \text{ m} \quad x = \frac{120}{1000} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25} \quad 120 \text{ m} = \frac{3}{25} \text{ km}$$

**Convertendo 1 minuto em hora temos:**

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} \quad x \quad - \quad 1 \text{ min} \quad x = \frac{1}{60} \quad 1 \text{ minuto} = \frac{1}{60} \text{ h}$$

POSSÍVEL RESPOSTA

### 3. TAREFA III – PROBLEMA SKATE



- I. Ao clicar em “iniciar” descreva a situação observada, relatando os detalhes.
- II. Quais grandezas são possíveis de identificar na animação?
- III. O gráfico apresenta alguns dados, quais significados podem ser atribuídos a eles?
- IV. Quais informações podem ser elaboradas a partir desses dados?
- V. O gráfico representa o movimento de qual skatista? Expliquem o porquê.
- VI. Considerando que a reta no gráfico representa o movimento realizado por Marley. Sabe-se que 30 segundos após o encontro dos skatistas, ele chega exatamente ao centro da trajetória em que eles estavam utilizando. Qual é o comprimento dessa trajetória?
- VII. Considerando as informações obtidas, defina qual era a distância que Jolie havia percorrido no instante do encontro.
- VIII. E a velocidade em que Jolie estava?
- IX. Para praticar esportes com o máximo de segurança o Ministério da Saúde recomenda alguns pré-requisitos, conforme apresentado no link a seguir: [Saiba quais são os cuidados com a segurança para iniciantes na prática do skate](#). Analisando o esporte representado na animação, informe os pré-requisitos necessários para que os praticantes se mantenham em segurança.

No item I, é solicitado aos estudantes, após iniciar e observar a animação, relatarem detalhadamente o contexto nela representado. Guiados pelo professor, os conceitos acerca de significados físicos (referencial) serão incluídos na observação, de modo em que os estudantes reconheçam e atribuam descrições para o movimento (progressivo ou retrógrado) realizado por ambos os personagens.

**Em um parque ecológico, duas pessoas estão andando de skate, na mesma direção e em sentido uma à outra. O movimento realizado pelos skatistas se inicia com cada um de um lado do espaço a ser percorrido, a menina desliza-se com seu skate sobre uma calçada. Já o menino, desliza-se com seu skate sobre o asfalto, ambas as superfícies aparentemente são planas e sem inclinações. Porém, como se trata de superfícies diferentes, o movimento realizado por eles gera atritos diferentes, conseqüentemente pode ocasionar um atraso ou ganho em relação ao deslocamento realizado por ambos.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item II, pede-se que os estudantes informem quais grandezas são observadas na animação. Refletindo inclusive acerca de suas classificações em grandezas vetoriais e



grandezas escalares, caso seja necessário o professor realizará mediações para conceituar suas características.

**Velocidade, aceleração, distância, tempo, temperatura, massa dos veículos e coeficiente de atrito entre as rodinhas e a superfície da pista utilizada.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item III é solicitado aos estudantes que descreveram dados informados no gráfico. Sob orientações do professor, os estudantes irão atribuir significados a eles, de modo a identificar a qual movimento pertence à reta apresentada no gráfico. Nessa ocasião, conceitos relacionados ao ponto de observação (referencial) serão incluídos nos direcionamentos do professor possibilitando que os estudantes façam analogias, interpretações e comparações entre os dois personagens.

**Depois de iniciado o movimento passado 1 minuto o espaço demarcado no gráfico é de 60 m. Podemos calcular a velocidade média realizando o seguinte cálculo:**

$$\frac{60}{1} = 60m/min$$

POSSÍVEL RESPOSTA

No item IV é solicitado aos estudantes que determinem novos dados e informações acerca das respostas construídas nos itens anteriores. As orientações conduzidas pelo professor sugerem que os estudantes reflitam sobre os conceitos físicos representados graficamente por meio da matemática, no qual, podem determinar o ponto inicial de observação; a relação entre as grandezas (espaço e tempo) e a definição do conceito da velocidade.

**No instante em que os dois personagens se encontram, Marley havia percorrido exatos 60 metros, considerando o ponto inercial do estudo.**

POSSÍVEL RESPOSTA

O gráfico (tempo em função do espaço) inserido na animação representa o movimento de um único objeto, no qual a sua reta é crescente. Conforme a solicitação do item V, os estudantes devem determinar após suas análises e reflexões qual personagem tem o seu movimento representado graficamente.

**Como a animação não é fixada no ponto de origem dos movimentos, podemos associar que a reta do gráfico pode representar o movimento de ambos os personagens. Porém, se formos considerar conforme a disposição da reta numérica,**

**números crescentes (da esquerda para a direita) e decrescente (da direita para a esquerda), podemos dizer que a reta representa o movimento realizado por Marley.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item VI os estudantes serão guiados a construírem modelos matemáticos para determinarem outros dados e, conseqüentemente, atribuir a eles significados. As orientações realizadas pelo professor devem conduzir a representações matemáticas para descrever o movimento realizado por ambos os personagens, conforme o contexto mencionado neste item.

**Marley chegou, exatamente na metade da trajetória considerada, 30 segundos após o encontro com Jolie, podemos estabelecer algumas condições:**

**- Marley estava a uma velocidade de 60 metros por minuto, convertendo minutos para segundos, obtemos que a cada segundo Marley deslocou 1 metro, pois 1 minuto corresponde a 60 segundos.**

$$\frac{60 \text{ metros}}{1 \text{ minuto}} = \frac{60 \text{ metros}}{60 \text{ segundos}} = \frac{1m}{s}$$

**- Em um período de 30 segundos, Marley deslocou 30 metros.**

$$1 \text{ metro} \cdot 30 \text{ segundos} = 30 \frac{m}{s}$$

**- Se estava exatamente na metade da trajetória temos que:  $60 + 30 = 90$  metros (metade da trajetória).**

**- Considerando a trajetória inteira:  $90 \text{ metros} \times 2 = 180 \text{ metros}$**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item VII é solicitado aos estudantes que determinem informações acerca do movimento realizado por Jolie, considerando sua interação com Marley. A intenção é possibilitar ao estudante refletir nas implicações de uma informação a outra. O item traz algumas considerações acerca do contexto, no qual informa que 30 segundos após o encontro dos skatistas, Marley estaria exatamente no centro do espaço apresentado.

**Se a trajetória considerada tem 180 metros de comprimento, Marley havia deslocado a metade 30 segundos após o encontro com Jolie, podemos considerar que Jolie havia deslocado a metade somado com a distância percorrida por Marley após o encontro (30 metros), totalizando em 120 metros.**

**Deslocamento de Marley após 30 segundos: 30 metros**

**Metade da trajetória considerada: 90 metros**

$$30 + 90 = 120 \text{ metros}$$

POSSÍVEL RESPOSTA

No item VIII, é solicitado que os estudantes determinem a velocidade em que Jolie estava.

No momento do encontro ela havia deslocado 120 metros e isso ocorreu passado 1 minuto após o início da animação, temos que a cada minuto ela percorre 120 metros, ou convertendo o tempo para segundos temos:  $\frac{120m}{60s} = 120m/s$

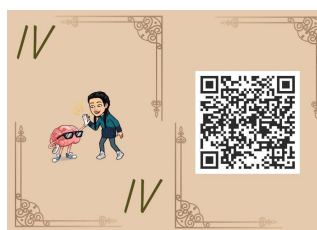
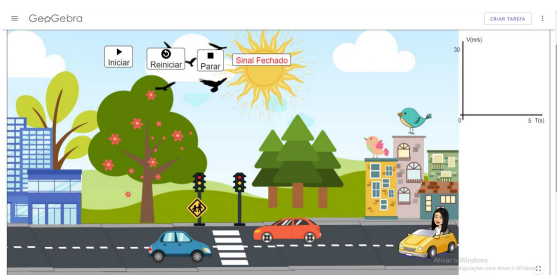
POSSÍVEL RESPOSTA

Para finalizar a tarefa, o item IX aborda aspectos relacionados à contextualização da animação. É solicitado aos estudantes que informem pré-requisitos necessários para que os usuários mantenham sua segurança ao praticar o esporte. Ressalta que nesse item, as respostas partiram da observação do movimento e ao que eles julgarem necessário para a execução do esporte.

**Utilização de capacete, cotoveleira, joelheira e luvas.**

POSSÍVEL RESPOSTA

#### 4. TAREFA IV – TRÂNSITO



I. Após clicar em “Iniciar” descrevam a situação observada detalhadamente. É possível reiniciar o movimento quantas vezes necessário.

II. O que pode ser mencionado em relação à segurança de possíveis pedestres e de outros condutores envolvidos na animação?

III. Nessa condição, quais ações devem ser tomadas para normalizar a segurança no trânsito?

IV. Quais grandezas vocês observam na animação?

V. Quais dados podem ser observados a partir da observação no gráfico? E quais significados podem ser atribuídos?

VI. Se, ao avistar o sinal fechado, a condutora Jolie aciona os freios imediatamente em sua máxima até que o carro pare. Determinem a desaceleração gerada ao frear.

VII Expliquem como as informações da animação permitem criar hipóteses sobre a distância em que a Jolie estava do semáforo quando iniciou a ação de frenagem?

VIII. Calcule a distância que o carro percorreu após a ação de frenagem.

IX. Qual deveria ser a distância para início da frenagem pela condutora Jolie, de tal forma que não infringes nenhuma regra de trânsito?

X. Deixe um recado para os condutores do Brasil.

Fonte: Autora (2020).

No item I é solicitado aos estudantes que descreva detalhadamente o contexto da animação após realizar a observação. Orientações pelo professor, os estudantes serão instigados a mencionar os aspectos dos elementos incluídos no contexto.

**Uma menina conduz um veículo amarelo em um perímetro urbano, percebendo o semáforo fechado em um trecho a frente ela freia o veículo imediatamente. Na animação percebe-se uma desordem em relação ao sentido do fluxo no trânsito, aparentemente a menina está na contramão.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Após observarem e descreverem o contexto representado pela animação no item anterior, o item II solicita aos estudantes que mencionem ações observadas no contexto da tarefa que intensificam o agravamento de possíveis acidentes em condição real.

**A menina conduziu seu veículo na contramão e parou sobre a faixa de pedestres, essas duas ações acarretam em acidentes graves envolvendo outras pessoas. Possíveis pedestres atravessando a faixa no mesmo instante poderiam ser atingidos pelo carro. O carro azul parado na mesma direção e em sentido contrário poderia ser atingido de frente.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item III, os estudantes analisaram a animação, observando características relacionadas ao trânsito e relataram quais ações devem ser incluídas para melhorar e manter a circulação de veículos em segurança, tal como a dos pedestres.

**Melhorar a sinalização de direção e sentido no trânsito, visto que como não há indicações que permitam acusar quem estava errado, Jolie ou o condutor do veículo azul, porque poderia ser uma via de mão única.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item IV é solicitado aos estudantes a identificação de grandezas presentes na animação.

**Velocidade, aceleração, deslocamento, tempo, temperatura, atrito dos pneus com o asfalto.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item V os estudantes devem realizar reflexões acerca da leitura gráfica, observando o comportamento da reta e os dados informados no gráfico, de modo a atribuir significados a eles.

**A animação simula uma situação de trânsito envolvendo três veículos, apresentando um trecho no intervalo de 5 segundos que antecede a parada do veículo em movimento. O gráfico apresenta um decrescimento, iniciando na marcação (30 m/s) do eixo das ordenadas e 0 (segundos) do eixo das abscissas. Pode-se concluir que o veículo estava a uma velocidade de 30 m/s e que levou 5 segundos para parar, realizando um movimento de desaceleração.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item VI é solicitado aos estudantes que determinem a desaceleração<sup>24</sup> ocorrida no intervalo de tempo mencionado pelo gráfico. Conforme já inserido nos contextos das tarefas anteriores, existe um fator determinante a ser considerado para as análises e conclusões, o ponto referencial. Nessa ocasião, o contexto não apresenta indícios que julguem o momento exato em que Jolie avistou o sinal fechado, porém, pode-se tomar por pressuposto que o instante em que ela observa o sinal fechado ocorreu no instante 0, conforme demarcação do gráfico ou também pode-se considerar determinados deslocamentos para intervalos de tempo mencionados.

Os direcionamentos realizados pelo professor ocorreram de modo a conceitualizar o processo de desaceleração, envolvendo os estudantes a refletir acerca das grandezas (velocidade e tempo) que estão envolvidas nesse processo.

**Ela estava a uma velocidade de 30 m/s e parou após 5 segundos, podemos concluir que ela realizou uma ação de desaceleração em  $\frac{30m/s}{5s}$ , simplificando essa operação temos:  $6m/s^2$ .**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item VII guiados pelo professor, os estudantes irão construir hipóteses para determinar a qual distância Jolie conduzia seu veículo quando percebeu o sinal fechado.

**Ela provavelmente iniciou a ação de frenagem assim que percebeu o sinal fechado, sendo esse instante no tempo 0, conforme estabelecido pela reta no gráfico.**

POSSÍVEL RESPOSTA

<sup>24</sup> O significado do termo desaceleração remete a diminuição da velocidade de um corpo em movimento. Essa ação também é denominada por movimento retardado, nessa ocasião, a aceleração escalar e a velocidade escalar apresentam sinais opostos.

No item VIII os estudantes serão confrontados a refletir acerca do movimento acelerado<sup>25</sup>, fazendo comparações em relação ao movimento quando a aceleração é nula.<sup>26</sup> Teorizando características do Movimento Retilíneo Uniforme<sup>27</sup> e o Movimento Retilíneo Uniformemente Variado<sup>28</sup>. Para a resolução desse item, o professor irá informar a equação que determina o espaço em função do tempo para o MRU.

**Pelos dados informados no gráfico temos:**

**Velocidade inicial: 30 m/s**

**Tempo: 5 s**

**Estamos considerando o movimento realizado no período do instante 0 a 5 segundos.**

**Espaço inicial: 0**

**Pela equação que determina o espaço em função do tempo temos:**

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2} \quad S = 0 + 30 \cdot 5 + \frac{(-6) \cdot 5^2}{2} \quad S = 150 + \frac{(-6) \cdot 25}{2} \quad S = 150 - 75 = 75 \text{ m}$$

**Logo, podemos concluir que ela estava a 75 metros do semáforo quando atingiu os freios.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item IX é solicitado que os estudantes informem há qual distância a condutora deveria ter iniciado a ação de frenagem para que não houvesse nenhuma infração de trânsito, uma vez que o movimento de seu veículo só foi parado por completo quando já estava sobre a faixa de pedestres. Nessa ocasião, os estudantes serão guiados a realizarem uma estimativa do deslocamento que o veículo realizou após a ação de frenagem.

**Pela imagem na animação ela deve ter passado uns dois metros da faixa, visto que ela deveria deixar um espaço antes da faixa, então seriam quatro metros.**

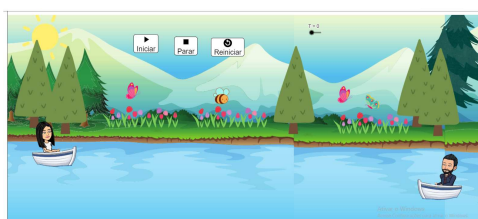
POSSÍVEL RESPOSTA

Para finalizar a tarefa o item X, os estudantes foram orientados pelo professor a refletir sobre o assunto (trânsito) e elaboraram uma mensagem para conscientizar todos os condutores do nosso País.

**Respeite as Leis de trânsito, conduza seu veículo com responsabilidade.**

POSSÍVEL RESPOSTA

## 5. TAREFA V – SENTIDO CONVENCIONAL E SENTIDO CONTRÁRIO DA CORRENTEZA



lo o módulo da velocidade estiver aumentando.  
 velocidade for constante.  
 nento quando a velocidade é constante, ou seja, nula.  
 iado é o movimento que apresenta variação em sua velocidade.



- I. Ao clicar em “Iniciar” observem a situação e a descrevam.
- II. Quais são as grandezas envolvidas nessa animação?
- III. Sabe-se que os barcos são idênticos aos de fábrica, com as mesmas características de funcionamento. Isso permite aos condutores navegarem na mesma velocidade quando acionado o motor. Diante disso, qual a explicação para as velocidades diferentes representadas na animação?
- IV. Represente por meio de linguagem matemática esse movimento.
- V. O barco conduzido por Henry já havia se deslocado 96 m em relação à sua origem no momento em que os barcos se cruzam no rio. Determinem a velocidade de deslocamento do barco, conforme sua composição de movimento? E a velocidade gerada pelo próprio barco? Obs: Considere “T” em minuto.
- VI. É possível definir a velocidade de deslocamento do barco conduzido por Jolie? E a velocidade do barco? Sabendo que no instante do encontro dos barcos ela havia se deslocado 144 metros.
- VII. Em relação ao deslocamento de ambos os barcos, é possível prever a distância em que cada um irá se deslocar ao longo do tempo da animação?
- VIII. Segundo o site Radioagência Nacional, no ano de 2019 houve 15 mortes diárias por afogamento no Brasil, conforme a matéria ao lado. Observando a situação representada pela animação, pode se afirmar que os jovens foram negligentes em algum momento? Cite algumas maneiras de prevenção.

Fonte: Autora (2020).

No Item I, é solicitado aos estudantes, após suas observações, descreverem o contexto representado pela animação, detalhadamente, considerando características de movimento apresentadas por elementos que compõem a tarefa. Para problematizar o contexto da animação, o professor irá acompanhar as reflexões geradas pelos estudantes, de modo a articular engajamentos que possibilitem o despertar para os conceitos físicos nela incluídos. Direcionando-os para explorar conceitos relacionados à composição do movimento.<sup>29</sup>

**A animação apresenta o trecho de um rio no qual é possível visualizar dois barcos em movimento, sendo que em um dos barcos tem um menino e no outro uma menina. Cada um dos barcos se encontra em uma das pontas da animação, estando eles na mesma direção e em sentidos contrários. Após clicar em iniciar, os barcos se movem um em direção ao outro até que se cruzam em determinado instante e seguem sentidos opostos, depois de algum tempo os barcos desaparecem.**

<sup>29</sup> Conforme os estudos propostos por Galileu Galilei, o Princípio da Independência dos Movimentos Simultâneos consiste que o movimento pode ser composto pela ação de dois corpos ou mais, agindo simultaneamente. Nessa condição, a ação de cada corpo que compõe o movimento pode ser analisada de forma individual. A Composição do Movimento ocorre em decorrência das ações de interações dos corpos envolvidos.

POSSÍVEL RESPOSTA

Item II é solicitado aos estudantes que identifiquem grandezas presentes na animação.

**Velocidade, aceleração, distância, deslocamento, tempo e temperatura.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Tomando por base a descrição das características de fabricação dos barcos mencionadas no item III, é solicitado aos estudantes a explicação dos movimentos realizados por ambos os barcos. Os direcionamentos realizados pelo professor terão por objetivo aguçar o envolvimento do estudante com o objeto estudado, questionando-os acerca das ações que compõem o deslocamento realizado pelo barco.

**O barco que desloca mais rápido está em sentido favorável à correnteza, já o outro está em sentido contrário à correnteza.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item IV pede-se que os estudantes representem por meio da matemática o movimento realizado pelos barcos, detalhando a composição de cada deslocamento.

**Para simplificar a representação, iremos nomear os barcos da seguinte maneira:**

**Barco conduzido por Jolie (A)**

**Barco conduzido por Henry (B)**

**Correnteza das águas (C)**

**Composição do deslocamento gerado pelo barco (A):**

$$V_{res} = V_A + V_c$$

**Composição do deslocamento gerado pelo barco (B):**

$$V_{res} = V_B - V_c$$

POSSÍVEL RESPOSTA

No item V é solicitado aos estudantes a determinação da velocidade de deslocamento (velocidade resultante) do barco e a velocidade própria do barco. Guiados a utilizarem a representação matemática já construída no item anterior, os estudantes atribuíram novas informações acerca do movimento.

**Considerando as orientações incluídas na tarefa, tomamos que o encontro entre os barcos ocorreu no instante  $T = 12$  minutos aproximados. Sendo assim temos:**

**Velocidade de deslocamento do barco:**

$$V = \frac{96\text{ m}}{12\text{ min}} = 8\text{ m/min}$$



Temos que a velocidade de deslocamento do barco e a velocidade resultante do movimento são a mesma, sendo assim:

$$V_{res} = V_B - V_c = 8m/min$$

O fato de os barcos serem idênticos nos permitem pensar que desenvolvem velocidades iguais, sendo assim temos que a velocidade própria do barco (A) é igual a velocidade própria do barco (B), denominaremos por  $V_{AB}$ .

$$V_A = V_B = V_{AB}$$

Resolvendo o sistema temos:

$$V_{res} = V_{AB} + V_c$$

$$8 = V_{AB} - V_c$$

$$V_{res} + 8 = 2V_{AB}$$

Isolando a velocidade do barco obteremos a seguinte equação  $V_{AB} = \frac{V_{res}}{2} + 4$ .

Não é possível determinar a velocidade própria do barco, são necessárias mais informações para obter o dado, porém ela é determinada por meio da equação

$$V_{AB} = \frac{V_{res}}{2} + 4.$$

POSSÍVEL RESPOSTA

No item VI os estudantes determinaram a velocidade do deslocamento gerado pelo barco em que Jolie conduzia, verificando se possível a velocidade própria do barco.

Conforme fornecido pelo enunciado no "T= 12 minutos" Jolie havia deslocado 144 metros, sendo assim, podemos definir a velocidade de deslocamento do barco da seguinte maneira:

$$D = \frac{144m}{12min} = 12m/min$$

Utilizando do sistema já organizado no item anterior e incluindo a velocidade resultante para o movimento realizado por Jolie, temos:

$$12 = V_{AB} + V_c$$

$$8 = V_{AB} - V_c$$

$$12 + 8 = 2V_{AB}$$

$$\frac{20}{2} = V_{AB}$$

$$10 \frac{m}{s} = V_{AB}$$

Podemos concluir que a velocidade própria dos barcos é de 10 m/s.

POSSÍVEL RESPOSTA

No item VII é solicitado aos estudantes representarem por meio da matemática equações que determinam o deslocamento gerado em função do tempo para cada um dos barcos.

**Deslocamento gerado para o barco (A)**

$$D = 8t$$

**Deslocamento gerado para o barco (B)**

$$D = 12t$$

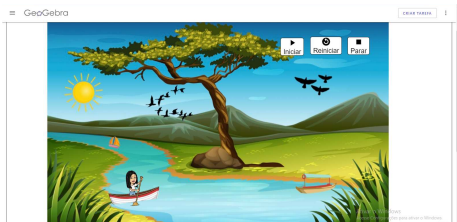
POSSÍVEL RESPOSTA

Finaliza-se a tarefa com o item VIII, nesse momento os estudantes serão direcionados a refletirem acerca do contexto representado na animação, observado aspectos relacionados à segurança.

**Os jovens deveriam estar utilizando coletes salva-vidas para maior segurança.**

POSSÍVEL RESPOSTA

## 6. TAREFA VI – RIO PERPENDICULAR



I. Ao clicar em “iniciar” descreva a situação observada, relatando os detalhes.

II. Quais grandezas são possíveis de identificar na animação?

III. Considerando a necessidade de atravessar o rio, é possível chegar até a outra margem realizando outra trajetória? Explique a trajetória realizada por Jolie.

IV. Considerando a intensidade da correnteza (variação da velocidade em relação a margem), o tempo para chegar até a outra margem também irá variar? Explique.

V. Faça um esboço considerando a direção e sentido das velocidades da água em relação à margem do rio e do barco em relação à margem do rio. Depois, no mesmo esboço represente a trajetória que o barco se deslocará. O esboço construído é semelhante a qual polígono?

VI. Considerando o polígono reconhecido na construção do esboço, represente a velocidade resultante utilizando a linguagem matemática conforme a relação estabelecida desse polígono, considerando os significados atribuídos em relação a animação.

VII. Sabe-se que em suas travessias Jolie gasta 30 minutos em média para chegar até a outra margem do rio. E que dessa vez o barco dela deslocou 15 metros para frente da margem onde ela costuma ancorar o barco. Explique o caso desse deslocamento.

VIII. Determine a velocidade excedente da água em relação à margem do rio para a situação descrita no item anterior.

IX. Assoreamento é o fenômeno ocorrido em lagos e rios. Esse processo consiste no acúmulo de sedimentos, o que resulta no excesso de material sobre o seu leito, prejudicando o desenvolvimento da fauna aquática ou até mesmo extinguindo sua existência. Analisando a animação, podemos identificar que o ambiente se encontra em situação de risco? Discorre sobre.

No item I é solicitado aos estudantes que descrevam o contexto observado na animação, relatando detalhadamente. Guiados por orientações do professor, os estudantes reconheceram os elementos que compõem a animação e suas respectivas características, identificando aspectos relacionados ao movimento realizado pelo barco conduzido por Jolie.

**Jolie atravessa um rio a bordo de um barco a remo, saindo de um lado a margem do rio, chegando a outra margem, em um deslocamento na diagonal. (Movimento perpendicular em relação à margem do rio).**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item II os estudantes deverão relatar quais grandezas são identificadas na animação, podendo ser grandezas vetoriais ou escalares.

**Velocidade do barco, aceleração, deslocamento, tempo, massa, força peso, pressão atmosférica, temperatura.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item III é solicitado aos estudantes que analisem as possibilidades de atravessar o rio realizando uma trajetória diferente da trajetória realizada por Jolie. E que expliquem o porquê ela seguiu determinada trajetória de deslocamento.

**Ela poderia realizar o movimento em linha reta, na mesma direção do ponto em que ela iniciou seu trajeto caso o rio não tivesse correnteza. O movimento perpendicular que ela desenvolve ocorre por conta da correnteza da água.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item IV é questionado aos estudantes quanto ao tempo dos possíveis trajetos em relação a variação da velocidade da correnteza. Conforme a variação da velocidade da correnteza do rio, o tempo que Jolie levará para chegar do outro lado da margem do rio também irá variar?

- Com certeza, pois a distância de deslocamento dela será maior ou menor conforme a variação da correnteza.
- Não implicará em nada, pois o movimento perpendicular realizado no deslocamento do barco é em decorrência da correnteza da água e não em decorrência da ação realizada por Jolie.

POSSÍVEL RESPOSTA

No item V é direcionado para que os estudantes apresentem representações do vetor velocidade, considerando as ações do movimento geradas pela força da correnteza e pelo o próprio barco. Guiados pelo professor, eles indicaram por meio de representações vetoriais a trajetória da ação do movimento do barco e da ação do movimento da correnteza do rio, indicando também no esboço a trajetória de deslocamento do barco. Em sequência, é solicitado que identifiquem qual polígono se assemelha ao esboço construído por eles próprios.

No “item VI”, conforme o reconhecimento da semelhança entre o esboço construído no item anterior, o polígono (triângulo retângulo), os estudantes serão guiados de modo a estabelecer a relação trigonométrica do triângulo retângulo para definir a composição do vetor velocidade do movimento.

**Por relação trigonométrica, temos que: Dado um triângulo retângulo, a medida da hipotenusa ao quadrado é igual a soma dos catetos ao quadrado, sendo assim, aplicando esse conceito no esboço da composição do vetor velocidade do movimento temos que:**

$$(V_{res})^2 = (V_a)^2 + (V_b)^2$$

POSSÍVEL RESPOSTA

No item VII os estudantes são questionados acerca do ponto em o barco irá ancorar do outro lado a margem do rio. O item traz informações mencionando um ponto específico a margem do rio em que Jolie sempre costuma ancorar, porém dessa vez o ponto ficou 30 metros à frente. Guiados pelo professor, os estudantes irão refletir acerca da situação descrita.

**O deslocamento de 30 metros a frente do ponto em que ela costumava ancorar ocorreu em decorrência ao aumento da intensidade da correnteza do rio.**

POSSÍVEL RESPOSTA

No item VIII é solicitado aos estudantes que determinem a velocidade excedente para a situação descrita no item anterior. Guiados pelo professor, as reflexões serão conduzidas

para a teorização da composição do movimento. Instigando os estudantes a observarem todas as ações que compõem o movimento, conforme sua direção e sentido.

**Considerando que o tempo gasto para atravessar o rio sempre será o mesmo, pois o deslocamento gerando a margem do rio ocorre em decorrência da ação da intensidade da correnteza. Temos que a distância de deslocamento a mais ocorrida em relação à margem do rio foi de 15 metros, durante 30 minutos. Sendo assim, temos que a velocidade excedente para essa condição foi de:**

$$\frac{15 \text{ metros}}{30 \text{ minutos}} = V \text{ ou seja, } V = 0,5 \frac{\text{metros}}{\text{minutos}}$$

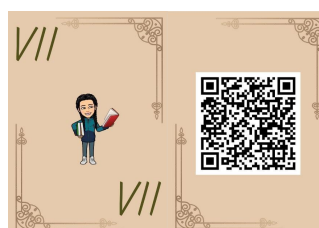
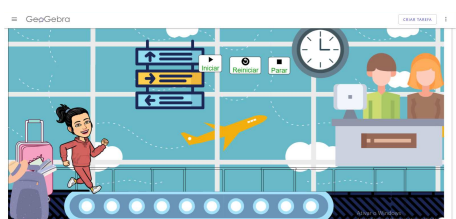
POSSÍVEL RESPOSTA

Para finalizar a tarefa, o item IX aborda um assunto relacionado ao meio ambiente. A intenção para esse item é conscientizar os estudantes da importância de manter nossos açudes, rios, lagos e nascentes em condições saudáveis. Visto que os elementos da natureza são indispensáveis para a proliferação da vida, além de garantir o funcionamento dos ecossistemas.

**Podemos perceber que as margens do rio, em ambos os lados apresentam desgastes provocados pelo assoreamento, sendo um forte indicativo que esse rio esteja comprometido futuramente caso não haja manutenções adequadas para retardar o processo de acúmulo de sedimentos ao fundo do rio.**

POSSÍVEL RESPOSTA

## 7. TAREFA VII – ESTEIRA AEROPORTO



I. Ao clicar em “iniciar” descreva a situação observada, relatando os detalhes.

II. Quais grandezas são possíveis de identificar na animação?

III. Faça a representação do deslocamento que Jolie realizou até chegar ao balcão de check-in. Utilize a linguagem matemática para relacionar as grandezas envolvidas.

IV. Observando o fato de que as malas de Jolie ficaram esquecidas momentos antes dela pisar na esteira. Represente por meio da linguagem matemática, as grandezas envolvidas que relacionam o deslocamento que ela fará para pegar as malas.

V. Desenvolva a criatividade, e crie uma história para a animação.

VI. Para proporcionar maior conforto aos passageiros, muitos aeroportos investiram em esteiras rolantes colocadas na superfície horizontal em seus espaços internos, conectando um portão ao outro. O movimento das esteiras rolantes é semelhante ao movimento realizado pelas escadas rolantes encontradas com facilidade em shoppings. Considerando a dinâmica de funcionamento desses dois equipamentos, vocês acreditam que eles podem causar algum tipo de risco para seus usuários? Quais são? E quais cuidados devemos ter quando somos usuários?

No item I é solicitado ao estudante que descreva detalhadamente o contexto observado da animação. Guiados por orientações do professor, os estudantes serão instigados a observar características inseridas sutilmente nos elementos que compõem o contexto.

**O cenário apresenta um espaço de um aeroporto, no qual uma menina (Jolie) corre sobre uma esteira. Aparentemente ela esqueceu suas malas antes de iniciar o trajeto sobre a esteira. Quando chega no balcão de atendimento ela para.**

POSSÍVEL RESPOSTA

O item II direciona os estudantes a identificar quais grandezas estão presentes no contexto representado pela animação.

**Velocidade desenvolvida pela Jolie, aceleração, deslocamento, tempo, massa, força peso e temperatura.**

POSSÍVEL RESPOSTA

O item III é solicitado aos estudantes que realizem representações acerca da composição do movimento gerado em relação ao deslocamento realizado por Jolie.

**Nessa condição, temos a ação de corpos envolvidos: a ação do movimento realizado por Jolie (sua velocidade própria) e a ação do movimento realizado pela esteira. Como os dois corpos desenvolvem velocidades para o mesmo sentido, para determinar a velocidade resultante do deslocamento gerado, basta realizar a soma dos vetores velocidade, dessa forma, temos:  
Representaremos a velocidade desenvolvida por Jolie de  $V_m$  e a velocidade desenvolvida pela esteira de  $V_e$ .**

$$V_{res} = V_m + V_e$$

POSSÍVEL RESPOSTA

O item IV apresenta uma situação contrária à do “item III”, os estudantes irão refletir acerca da composição do deslocamento gerado quando ela retorna para pegar suas malas. Nessa ocasião, os estudantes serão conduzidos a determinar a direção e sentido em que ocorre cada ação que compõe o movimento.

**Nessa condição temos que a ação do movimento realizado por Jolie é em sentido contrário a ação do movimento gerado pela esteira, utilizando as mesmas representações do item anterior, temos que:**

$$V_{res} = V_m - V_e$$

POSSÍVEL RESPOSTA

No item V é solicitado aos estudantes desenvolverem um contexto para incorporar a ilustração apresentada na animação.

**Histórias referente a viagens que os próprios alunos já realizaram.**

POSSÍVEL RESPOSTA

Para finalizar a tarefa, no item VI é elencado assuntos relacionados à segurança na utilização de aparelhos que possuem as mesmas caracterizações que a esteira rolante.

**Podem ocasionar risco aos usuários . Como é um objeto que permanece em movimento é necessário que os usuários tenham certo equilíbrio ao caminhar.**

POSSÍVEL RESPOSTA

## ANEXO A - Ficha de Avaliação de Produto/Processo Educacional

*Adaptado de:* Rizzatti, I. M. *et al.* Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. *ACTIO*, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12657>. Acesso em 14 de dezembro de 2020.

<b>Instituição de Ensino Superior</b>	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
<b>Programa de Pós-Graduação</b>	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT)
<b>Título da Dissertação</b>	<b>EXPLORAÇÃO DE TAREFAS EM UM CONTEXTO DA CINEMÁTICA À LUZ DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA</b>
<b>Título do Produto/Processo Educacional</b>	Matemática em uma fração de tempo para professores; Matemática em uma fração de tempo para alunos
<b>Autores do Produto/Processo Educacional</b>	<b>Discente:</b> Adriana Ikegame Caldeira
	<b>Orientador/Orientadora:</b> Marcele Tavares Mendes
	<b>Outros (se houver):</b>
<b>Data da Defesa</b>	06/04/2023

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE)	
Esta ficha de avaliação deve ser preenchida pelos membros da banca do exame de defesa da dissertação e do produto/processo educacional. Deve ser preenchida uma única ficha por todos os membros da banca, que decidirão conjuntamente sobre os itens nela presentes.	
<p><b>Aderência:</b> avalia-se se o PE apresenta ligação com os temas relativos às linhas de pesquisas do Programa de Pós-Graduação.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p> <p>Linhas de Pesquisa do PPGMAT:</p> <p><i>L1: Formação de Professores e Construção do Conhecimento Matemático</i> (abrange discussões e reflexões acerca da formação inicial e em serviço dos professores que ensinam Matemática, bem como o estudo de tendências em Ensino de Matemática, promovendo reflexões críticas e analíticas a respeito das potencialidades de cada uma no processo de construção do conhecimento matemático nos diferentes níveis de escolaridade);</p> <p><i>L2: Recursos Educacionais e Tecnologias no Ensino de Matemática</i> (trata da análise e do desenvolvimento de recursos educacionais para os processos de ensino e de aprendizagem</p>	<p>( ) Sem clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.</p> <p>( x ) Com clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.</p>



matemática, atrelados aos aportes tecnológicos existentes).	
<p><b>Aplicação, aplicabilidade e replicabilidade:</b> refere-se ao fato de o PE já ter sido aplicado (mesmo que em uma situação que simule o funcionamento do PE) ou ao seu potencial de utilização e de facilidade de acesso e compartilhamento para que seja acessado e utilizado de forma integral e/ou parcial em diferentes sistemas.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p> <p>A propriedade de aplicação refere-se ao processo e/ou artefato (real ou virtual) e divide-se em três níveis:</p> <p>1) aplicável – quando o PE tem potencial de utilização direta, mas não foi aplicado;</p> <p>2) aplicado – quando o PE foi aplicado uma vez, podendo ser na forma de um piloto/protótipo;</p> <p>3) replicável – o PE está acessível e sua descrição permite a utilização por outras pessoas considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação.</p> <p>Para o curso de Mestrado Profissional, o PE deve ser aplicável e é recomendado que seja aplicado.</p>	<p>( ) PE tem características de aplicabilidade, mas não foi aplicado durante a pesquisa.</p> <p>( ) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e não tem potencial de replicabilidade.</p> <p>(x) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).</p> <p>( ) PE foi aplicado em diferentes ambientes/momentos e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).</p>
<p><b>Abrangência territorial:</b> refere-se a uma definição da abrangência de aplicabilidade ou replicabilidade do PE (local, regional, nacional ou internacional). Não se refere à aplicação do PE durante a pesquisa, mas à potencialidade de aplicação ou replicação futuramente.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado e a justificativa é obrigatória.</u></p>	<p>( ) Local</p> <p>( ) Regional</p> <p>(x) Nacional</p> <p>( ) Internacional</p> <p>Justificativa (<i>obrigatória</i>): Disponível Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (RIUT).</p>
<p><b>Impacto:</b> considera-se a forma como o PE foi utilizado e/ou aplicado no sistema relacionado à prática profissional do discente (não precisa ser, necessariamente, em seu local de trabalho).</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p>	<p>( ) PE não utilizado no sistema relacionado à prática profissional do discente (esta opção inclui a situação em que o PE foi utilizado e/ou aplicado em um contexto simulado, na forma de protótipo/piloto).</p> <p>( x ) PE com aplicação no sistema relacionado à prática profissional do discente.</p>
<p><b>Área impactada</b></p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p>	<p>( ) Econômica;</p> <p>( ) Saúde;</p>

	<input checked="" type="checkbox"/> Ensino; <input type="checkbox"/> Cultural; <input type="checkbox"/> Ambiental; <input type="checkbox"/> Científica; <input type="checkbox"/> Aprendizagem.
<p><b>Complexidade:</b> compreende-se como uma propriedade do PE relacionada às etapas de elaboração, desenvolvimento e/ou validação do PE.</p> <p><u>*Podem ser marcados nenhum, um ou vários itens.</u></p>	<input checked="" type="checkbox"/> O PE foi concebido a partir de experiências, observações e/ou práticas do discente, de modo atrelado à questão de pesquisa da dissertação. <input checked="" type="checkbox"/> A metodologia apresenta clara e objetivamente, no texto da dissertação, a forma de elaboração, aplicação (se for o caso) e análise do PE. <input checked="" type="checkbox"/> Há, no texto da dissertação, uma reflexão sobre o PE com base nos referenciais teóricos e metodológicos empregados na dissertação. <input type="checkbox"/> Há, no texto da dissertação, apontamentos sobre os limites de utilização do PE.
<p><b>Inovação:</b> considera-se que o PE é inovador, se foi criado a partir de algo novo ou da reflexão e modificação de algo já existente revisitado de forma inovadora e original. A inovação não deriva apenas do PE em si, mas da sua metodologia de desenvolvimento, do emprego de técnicas e recursos para torná-lo mais acessível, do contexto social em que foi utilizado ou de outros fatores. Entende-se que a inovação (tecnológica, educacional e/ou social) no ensino está atrelada a uma mudança de mentalidade e/ou do modo de fazer de educadores.</p>	<input type="checkbox"/> PE de alto teor inovador (desenvolvimento com base em conhecimento inédito). <input checked="" type="checkbox"/> PE com médio teor inovador (combinação e/ou compilação de conhecimentos preestabelecidos). <input type="checkbox"/> PE com baixo teor inovador (adaptação de conhecimentos existentes).
<b>Membros da banca examinadora de defesa</b>	
<b>Nome</b>	<b>Instituição</b>
Marcele Tavares Mendes	UTFPR
Pamela Emanuelli Alves Ferreira	UEL
Karina Alessandra Pessoa Da Silva	UTFPR