

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CAMPUS DE DOIS VIZINHOS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM CIÊNCIA DE DADOS

LETÍCIA NEVES BOHNERT

**DIRETRIZES PARA A SELEÇÃO DE HIPERPARÂMETROS NA
CONSTRUÇÃO DE OBJETOS ESPACIAIS FUZZY**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO

DOIS VIZINHOS
2022

LETÍCIA NEVES BOHNERT

DIRETRIZES PARA A SELEÇÃO DE HIPERPARÂMETROS NA CONSTRUÇÃO DE OBJETOS ESPACIAIS FUZZY

Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização apresentado ao Curso de Especialização em Ciência de Dados da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito para a obtenção do título de Especialista em Ciência de Dados.

Orientador: Prof. Dr. Anderson Chaves Carniel

DOIS VIZINHOS
2022



4.0 Internacional

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

LETÍCIA NEVES BOHNERT

**DIRETRIZES PARA A SELEÇÃO DE HIPERPARÂMETROS NA
CONSTRUÇÃO DE OBJETOS ESPACIAIS FUZZY**

Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização apresentado ao Curso de Especialização em Ciência de Dados da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito para a obtenção do título de Especialista em Ciência de Dados.

Data de aprovação: 19/abril/2022

Anderson Chaves Carniel
Doutorado
Universidade Federal de São Carlos

Rafael Alves Paes de Oliveira
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Dois Vizinhos

Yuri Kaszubowski Lopes
Doutorado
Universidade do Estado de Santa Catarina

DOIS VIZINHOS
2022

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família que me apoiou e me deu forças para finalizar esse curso em um momento tão turbulento e cheio de incertezas. Em especial ao meu marido Eduardo, que sempre esteve ao meu lado, e aos meus filhos, Lucas e Alice, pela paciência. Eu amo vocês.

Agradeço também ao meu orientador, por ter sido compreensivo e por todo auxílio no desenvolvimento do trabalho e aos demais professores por todo conhecimento adquirido.

RESUMO

Os bancos de dados espaciais, assim como os Sistemas de Informações Geográficas, possibilitam a integração e gerenciamento de dados geográficos em aplicações. Esses sistemas armazenam e manipulam dados espaciais *crisp*, ou seja, objetos com limites claramente definidos. A teoria de conjuntos *fuzzy* aplicada aos dados espaciais, por outro lado, permite a criação e manipulação de objetos no espaço cujas fronteiras internas ou externas são incertas. Esses elementos são formalizados na Álgebra Espacial *Fuzzy* (AEF), que consiste na definição formal de objetos espaciais em objetos *fuzzy*. A Álgebra Espacial *Plateau* (AEP), por sua vez, implementa os conceitos da AEF e possibilita a construção de objetos espaciais *fuzzy*. Essa construção é feita por meio de uma abordagem sistemática baseada na AEP, a qual é formada por duas etapas, onde cada etapa requer a escolha de hiperparâmetros que afetam de maneiras diferentes a construção do objeto espacial *plateau* resultante. No entanto, não existem maneiras para comparar os resultados e relacioná-los com cada tipo de aplicação. Neste trabalho foram criados de experimentos com propriedades numéricas (e.g. área) e topológicas (e.g. igualdade) para a comparação de objetos espaciais *plateau*. Dessa forma foi possível visualizar as características dos objetos criados com conjuntos de hiperparâmetros diferentes. Com o resultado dos experimentos, foram propostas diretrizes que correlacionam cada hiperparâmetro com os diferentes tipos de aplicação.

Palavras-chave: banco de dados espaciais; álgebra espacial *fuzzy*; teoria de conjuntos *fuzzy*; álgebra espacial *Plateau*; fsr.

ABSTRACT

Spatial databases and Geographic Information Systems enable the integration and management of geographic data in applications. These systems store and manipulate crisp spatial data, that is, objects with clearly defined boundaries. Fuzzy set theory applied to spatial data, on the other hand, allows the creation and manipulation of objects in space whose internal or external boundaries are uncertain. These elements are formalized in Fuzzy Spatial Algebra (FUSA), which consists in a formal definition of spatial objects in fuzzy objects. Spatial *Plateau* Algebra (SPA) implements the concepts of FUSA and enables the construction of fuzzy spatial objects. This construction is done through a systematic approach based on SPA, which is formed by two steps, where each step requires the choice of hyperparameters that affect different ways the construction of the resulting *plateau* spatial object. However, there are no ways to compare the results and relate them to each type of application. In this job were created from experiments with numerical (e.g. area) and topological (e.g. equal) for the comparison of plateau spatial objects. In this way, it was possible to view the characteristics of objects created with different sets of hyperparameters. As a result of the experiments, guidelines were proposed that correlate each hyperparameter with different types of application.

Keywords: spatial database; spatial fuzzy algebra; fuzzy set theory; spatial *plateau* algebra; *fsr*.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Objeto espacial <i>plateau</i>	12
Figura 2 – Função de pertinência trapezoidal ($a=5$, $b=20$, $c=40$, $d=50$).	13
Figura 3 – Função de pertinência triangular ($a=10$, $b=58$, $c=70$).	13
Figura 4 – Região construída com o algoritmo de <i>Voronoi</i>	14
Figura 5 – Região construída com o algoritmo de <i>Delaunay</i>	15
Figura 6 – Política de conjuntos <i>fuzzy</i> com a política de <i>Voronoi</i>	18
Figura 7 – Política de conjuntos <i>fuzzy</i> com a política de <i>Delaunay</i>	18
Figura 8 – Política de conjuntos <i>fuzzy</i> com a política de <i>Voronoi</i>	19
Figura 9 – Política de conjuntos <i>fuzzy</i> com a política de <i>Delaunay</i>	19
Figura 10 – Política de agrupamento <i>fuzzy</i> com a política de <i>Voronoi</i>	20
Figura 11 – Política de agrupamento <i>fuzzy</i> com a política de <i>Delaunay</i>	20
Figura 12 – Política de agrupamento <i>fuzzy</i> com a política de <i>Voronoi</i>	20
Figura 13 – Política de agrupamento <i>fuzzy</i> com a política de <i>Delaunay</i>	21
Figura 14 – Pontos dos <i>datasets</i> de Nova York.	21
Figura 15 – Política de conjuntos <i>fuzzy</i> com a política de <i>Voronoi</i> - Segurança Alimentar.	22
Figura 16 – Política de conjuntos <i>fuzzy</i> com a política de <i>Delaunay</i> - Segurança Alimentar.	22
Figura 17 – Política de agrupamento <i>fuzzy</i> com a política de <i>Voronoi</i> - Segurança Alimentar.	23
Figura 18 – Política de agrupamento <i>fuzzy</i> com a política de <i>Delaunay</i> - Segurança Alimentar.	23
Figura 19 – Política de conjuntos <i>fuzzy</i> com a política de <i>Voronoi</i> - Preço da Acomodação.	23
Figura 20 – Política de conjuntos <i>fuzzy</i> com a política de <i>Delaunay</i> - Preço da Acomodação.	24
Figura 21 – Política de agrupamento <i>fuzzy</i> com a política de <i>Voronoi</i> - Preço da Acomodação.	24
Figura 22 – Política de agrupamento <i>fuzzy</i> com a política de <i>Delaunay</i> - Preço da Acomodação.	24
Figura 23 – Política de conjuntos <i>fuzzy</i> com a política de <i>Voronoi</i> - Avaliação da Acomodação.	25
Figura 24 – Política de conjuntos <i>fuzzy</i> com a política de <i>Delaunay</i> - Avaliação da Acomodação.	25
Figura 25 – Política de agrupamento <i>fuzzy</i> com a política de <i>Voronoi</i> - Avaliação da Acomodação.	25
Figura 26 – Política de agrupamento <i>fuzzy</i> com a política de <i>Delaunay</i> - Avaliação da Acomodação.	26

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela de Áreas - Segurança Alimentar.	26
Tabela 2 – Tabela de Áreas - Avaliação da Acomodação.	27
Tabela 3 – Tabela de Áreas - Preço da Acomodação.	27
Tabela 4 – Tabela de Diferença de Áreas - Segurança Alimentar.	27
Tabela 5 – Tabela de Diferença de Áreas - Avaliação de Acomodação.	28
Tabela 6 – Tabela de Diferença de Áreas - Preço da Acomodação.	28
Tabela 7 – Tabela de Igualdades - Segurança Alimentar.	28
Tabela 8 – Tabela de Igualdades - Avaliação da Acomodação.	28
Tabela 9 – Tabela de Igualdades - Preço da Acomodação.	29

1 Introdução

Os Sistemas de Informações Geográficas (SIG), assim como os bancos de dados espaciais, oferecem estruturas e algoritmos capazes de realizar o tratamento computacional de dados geográficos. Sua principal característica, que os diferencia dos sistemas convencionais, é: integrar em uma única base de dados tanto informações descritivas quanto geográficas (GÜTING, 1994). Essas ferramentas armazenam e manipulam objetos espaciais que possuem uma localização exata com forma, limite e extensão precisamente definidos no espaço. Por isso esses objetos são chamados de objetos espaciais *crisp* (CARNIEL; SCHNEIDER, 2018).

A teoria de conjuntos clássica segue a regra estrita de que um elemento deve pertencer ou não a um determinado conjunto e nela é baseada a representação dos objetos espaciais *crisp*. Já na teoria de conjuntos *fuzzy* (ZADEH, 1965), essa decisão rígida é relaxada e um mesmo elemento pode pertencer a vários conjuntos com níveis de intensidade diferentes. Quando essa teoria é aplicada a um ponto, ele pode pertencer de forma parcial a mais de um conjunto e como resultado é obtido um objeto espacial *fuzzy* ou objeto com vagueza espacial (DILO; de By; STEIN, 2007; CARNIEL; SCHNEIDER, 2016; CARNIEL; SCHNEIDER, 2017b; CARNIEL; SCHNEIDER, 2017a; CARNIEL; SCHNEIDER, 2021).

A Álgebra Espacial *Fuzzy* (AEF), proposta por Carniel e Schneider (2016), consiste na definição de objetos espaciais dos tipos: ponto *fuzzy*, linha *fuzzy* e polígono *fuzzy* de maneira formal. Já a Álgebra Espacial *Plateau* (AEP), definida por Carniel e Schneider (2018), disponibiliza estruturas de dados e algoritmos que implementam os conceitos da AEF. Dessa forma, a AEP provê os seguintes tipos de dados espaciais: ponto *plateau*, linha *plateau* e região *plateau* que são estruturas de dados para os tipos: ponto *fuzzy*, linha *fuzzy* e região *fuzzy*, respectivamente. Além disso, essa álgebra também fornece operações espaciais *plateau*, tais como intersecção, união e diferença.

No trabalho de Carniel e Schneider (2019), os autores propõem uma abordagem que utiliza a AEP para a construção de objetos espaciais *fuzzy* a partir de conjuntos de pontos associados a valores numéricos medidos de acordo com um contexto. Essa abordagem é baseada em duas etapas: *fuzzificação* e construção. A *fuzzificação* consiste em atribuir graus de pertinência a cada ponto de um conjunto de dados para representar o quanto cada ponto pertence a uma classe em particular. A etapa de construção agrupa os pontos de uma mesma classe em uma única região que contém um grau de pertinência associado, que por sua vez é adicionado como componente da região *plateau* que descreve a classe em questão.

Para exemplificar a utilização da abordagem, foi realizada uma aplicação para criar objetos espaciais *fuzzy* com dados reais de temperatura no Brasil. O objetivo consistiu em construir objetos espaciais com esses dados que representassem os diferentes níveis de temperatura média no período de julho. A classificação utilizada para representar a vagueza do contexto foi: *frio*, *morno* e *quente*.

Entretanto, os hiperparâmetros das etapas da abordagem sistemática proposta não foram variados de maneira extensiva. Isso faz com que faltem insumos para ponderar os métodos de criação de objetos que melhor se adequam a cada aplicação, levando em consideração a qualidade de representação dos objetos espaciais *fuzzy* criados. Isto é, falta um estudo mais aprofundado para que seja possível a identificação de diretrizes que auxiliem quais hiperparâmetros devem ser usados em uma determinada aplicação.

Nesse sentido, este trabalho propõe diretrizes que correlacionam os hiperparâmetros usados na abordagem de criação de objetos espaciais *fuzzy* com as características dos objetos resultantes de tal forma que essas diretrizes auxiliem no adequado uso dos recursos existentes. Essas diretrizes são definidas com base em testes experimentais usando um pacote do R chamado *fsr*¹ (CARNIEL et al., 2021). Esse pacote implementa os tipos de dados espaciais *fuzzy*, além de operações e predicados da AEP.

Nos experimentos foram variados os hiperparâmetros da função *spa_creator*, que gera os objetos espaciais *plateau* em duas etapas, de forma a gerar objetos tanto para dados reais, quanto para dados sintéticos. Então foram analisadas as características dos objetos construídos utilizando propriedades numéricas (e.g. área) e topológicas (e.g. igualdade). Com essa análise foi possível a criação de diretrizes que ajudam na escolha dos hiperparâmetros para obter os objetos espaciais *plateau* que melhor representem os fenômenos espaciais de uma aplicação.

Este TCC está organizado nos seguintes capítulos, sendo que o Capítulo 2 detalha os conceitos necessários para a compreensão do trabalho, como: (i) Dados Espaciais, (ii) Teoria de Conjuntos *Fuzzy*, (iii) Álgebra Espacial *Plateau*, (iv) Algoritmos de Construção de Objetos Espaciais *Plateau*, (v) Implementação da Álgebra Espacial *Plateau* e (vi) Métricas e Métodos de Comparação de Objetos Espaciais. No Capítulo 3 são apresentados os trabalhos relacionados a este. Já no Capítulo 4 são mostrados os detalhes do experimento e a análise dos efeitos dos hiperparâmetros na abordagem sistemática de duas etapas de criação de objetos espaciais *plateau*. No Capítulo 5 são descritas as diretrizes para a construção de objetos espaciais *Plateau*. As conclusões estão no Capítulo 6.

¹ <<https://cran.r-project.org/web/packages/fsr/index.html>>

2 Fundamentação Teórica

2.1 Dados Espaciais

Os sistemas de informação geográfica (SIGs) realizam o processamento, as consultas e a análise de dados geográficos, também chamados de dados espaciais. O que difere o SIG dos demais sistemas de informação é o fato de poder armazenar tanto os dados descritivos de um determinado elemento ou fenômeno do mundo real, quanto a sua localização geográfica (CASANOVA et al., 2005; GÜTING, 1994). Para determinar essa localização, é utilizado o Sistema de Referência de Coordenadas (SRC). Ele permite determinar os pontos de localização com o formato cartesiano (x, y) . Porém, como existem vários tipos de SRCs com visões diferentes do globo terrestre, para garantir que os dados estejam utilizando um mesmo SRC, foram criados identificadores para cada SRC (PANDEY et al., 2020).

Para representar os dados espaciais em sistemas computacionais, existe uma estrutura de dados chamada de *modelo vetorial*. Esse modelo propõe armazenar as coordenadas de cada objeto espacial em um dos três tipos de dados: ponto, linha ou região. O ponto é formado por um par de coordenadas espaciais e não possui extensão nem área. Pode ser usado para identificar elementos ou ocorrências no espaço, como um poste ou um episódio de uma doença em um determinado local. Já a linha é formada por um conjunto de pontos conectados, possui extensão mas não possui área. Pode representar estradas ou rios. As regiões ou polígonos são formadas por linhas conectadas, sendo que o último ponto de uma linha deve ser igual ao primeiro ponto da linha que a segue. Além de possuírem área, a fronteira do polígono divide o plano em uma região interna e outra externa. Cidades ou relevos podem ser representados com objetos do tipo região. Também é possível classificar o objeto espacial quanto a sua cardinalidade. Ele pode ser simples, formado por apenas um elemento de um tipo de dado espacial, ou complexo, com mais de um elemento de um mesmo tipo de dado espacial (SCHNEIDER; BEHR, 2006; CASANOVA et al., 2005; GÜTING, 1994).

Objetos espaciais são manipulados através de operações espaciais que podem ser do tipo métrica ou topológica. As operações métricas realizam cálculos a partir de um objeto espacial e obtém um valor numérico como resultado (e.g., área, distância, comprimento). O resultado desse cálculo pode ser diferente para um mesmo objeto de entrada quando o SRC do objeto de entrada é modificado (PANDEY et al., 2020). Operações topológicas determinam como dois objetos espaciais estão relacionados ou interconectados considerando suas posições relativas no espaço. Sejam A e B dois objetos espaciais, com as operações topológicas é possível verificar se A é igual a B , se A encosta em B ou se A está dentro de B (SCHNEIDER; BEHR, 2006). Consultas espaciais podem ser definidas com base nesses conceitos (CARNIEL, 2020).

2.2 Teoria de Conjuntos Fuzzy

Na teoria de conjuntos clássica, elementos do conjunto X , chamado *universo*, podem pertencer ou não a outro conjunto, chamado A , através de uma função que determina essa condição: a *função característica*. O retorno dessa função é 1 caso o elemento pertença ao conjunto A ou 0 em caso contrário. Essa decisão de pertencimento é denominada *crisp*, pois define rigidamente se um elemento faz parte ou não daquele conjunto (ZADEH, 1965).

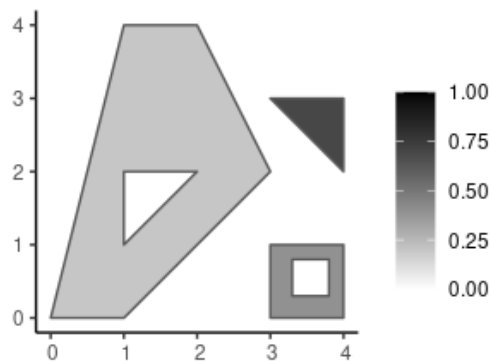
Por outro lado, a teoria de conjuntos *fuzzy* (ou teoria de conjuntos nebulosos) permite que um elemento pertença de maneira parcial a um conjunto em questão. Essa é uma abordagem mais flexível que representa situações em que a informação muitas vezes é imprecisa, devido a erros na coleta dos dados, ruídos ou incertezas. Além disso, essa teoria fornece uma estrutura com formalização matemática de situações que na própria linguística possuem um conceito de vagueza, como nas palavras: *alto*, *bonito* e *quente*. O significado dessas palavras é bem definido, porém, ao usá-las para classificar um conjunto, os limites que definem se um determinado elemento pertence a ele é impreciso, podendo variar de acordo com o contexto (ZIMMERMANN, 2001).

Diferente da decisão *crisp*, que utiliza a função característica, a *função de pertinência* de um conjunto *fuzzy* define o grau de pertinência de um elemento, ou seja, o quanto de certeza se tem do pertencimento dele ao conjunto. Esse grau de pertinência é representado por um valor entre 0 e 1, sendo que 0 significa que o elemento com certeza não pertence ao conjunto e 1 expressa a certeza de que o elemento pertence ao conjunto.

2.3 Álgebra Espacial Plateau

A Álgebra Espacial *Plateau* (AEP) (SCHNEIDER, 2014; CARNIEL; SCHNEIDER, 2018) foi criada com o intuito de implementar a Álgebra Espacial *Fuzzy* (AEF) reaproveitando implementações existentes de dados espaciais *crisp*, tal como a extensão espacial PostGIS do sistema gerenciador de banco de dados PostgreSQL. Assim, a AEP é proposta para viabilizar a implantação de objetos espaciais *fuzzy* com os sistemas de banco de dados espaciais existentes.

Para representar um objeto espacial *fuzzy*, o objeto espacial *plateau* é formado por uma lista de componentes, sendo que cada componente é formado por um par contendo um objeto espacial *crisp* com o seu respectivo grau de pertinência variando no intervalo $]0,1]$. Todo objeto espacial *plateau* deve seguir duas regras: (i) todos os pontos que pertencem do objeto espacial *plateau* devem ter um único grau de pertinência; (ii) todos os objetos dos componentes devem ser disjuntos ou adjacentes entre si. Por exemplo, uma região *plateau* possui uma lista de componentes onde cada objeto espacial de um componente é uma região *crisp* anotado com um grau de pertinência. A Figura 1 mostra um exemplo de uma região *plateau* com 3 componentes.

Figura 1 – Objeto espacial *plateau*.

Fonte: Autoria própria.

2.4 Algoritmos de Construção de Objetos Espaciais Plateau

Nesta seção, as duas etapas do algoritmo de construção de objetos espaciais *plateau* descrito em [Carniel e Schneider \(2019\)](#) são discutidas. A primeira etapa deste algoritmo é detalhada na Subseção [2.4.1](#), enquanto a sua segunda etapa é explicada na Subseção [2.4.2](#).

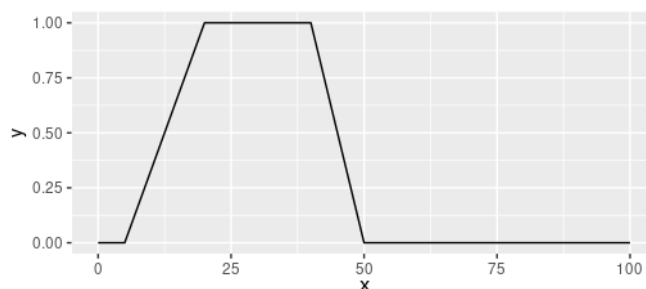
2.4.1 Etapa de Fuzzificação

A etapa de *Fuzzificação* determina o grau de pertinência de cada ponto para todas as categorias do fenômeno em questão. Esse processo pode ser dividido em: definição das classes pertencentes à aplicação e atribuição de graus de pertinência para o conjunto de pares recebidos como entrada. Esses pares são compostos por um objeto espacial do tipo ponto e um valor numérico vinculado à essa localização.

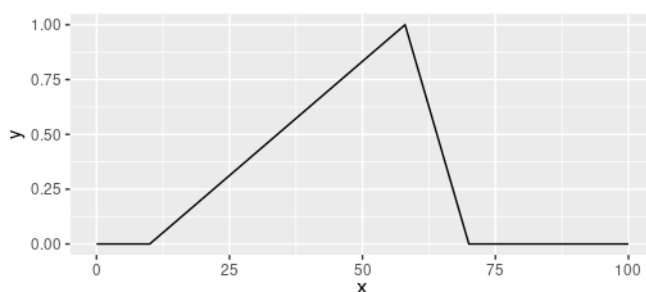
A definição das classes para uma determinada aplicação consiste em separar o domínio da aplicação em conjuntos *fuzzy* definindo uma função de pertinência para cada um deles. Essas funções tem como objetivo distribuir o grau de pertinência para cada categoria e determinar o seu comportamento de acordo com a situação real que elas representam para todos os valores do domínio. Existem diversos formatos de função de pertinência que podem ser utilizados em diferentes contextos, como o trapezoidal, mostrado na [Figura 2](#) e o triangular, mostrado na [Figura 3](#).

Depois de determinadas as classes, todos os valores numéricos vinculados aos pontos recebem um grau de pertinência calculado através da função de pertinência de cada grupo. O resultado dessa etapa são os pares recebidos como entrada com suas respectivas listas contendo os graus de pertinência por classe.

As políticas de *fuzzificação* são as diversas maneiras de realizar o processo de *fuzzificação*. O que as diferenciam é o modo como as classes são definidas, pois a maneira como os graus de pertinência são estabelecidos é semelhante em todas as políticas. Nesta seção serão mostradas as políticas de conjuntos *fuzzy* e a política de clusterização *fuzzy*.

Figura 2 – Função de pertinência trapezoidal ($a=5$, $b=20$, $c=40$, $d=50$).

Fonte: Autoria própria.

Figura 3 – Função de pertinência triangular ($a=10$, $b=58$, $c=70$).

Fonte: Autoria própria.

Na política de conjuntos *fuzzy*, as classes são determinadas na modelagem do problema. Nesse contexto, uma situação real já foi estudada e as funções de pertinência de cada categoria dentro da variável de interesse estão bem definidas.

Já a política de clusterização *fuzzy* utiliza um algoritmo de agrupamento para determinar as classes. Nesse algoritmo, são criados grupos dos pontos que possuem valores numéricos semelhantes. É importante que esse algoritmo seja baseado na teoria de conjuntos *fuzzy*, para que um mesmo ponto possa pertencer a mais de um grupo com graus de pertinência diferentes. O algoritmo *fuzzy c-means* (FCM) (BEZDEK; EHRLICH; FULL, 1984) é um exemplo de algoritmo que pode ser utilizado nessa política. Ele é uma versão *fuzzy* do algoritmo *k-means* (DUDA; HART, 1973) que recebe como parâmetros de entrada: um conjunto de dados e o número de grupos que se deseja obter. Através de um processo iterativo e com um auxílio de uma matriz que testa diversas funções de pertinência para os grupos com os valores de entrada, o algoritmo consegue determinar as classes, de forma que cada ponto possa pertencer a mais de um grupo com diferentes graus.

2.4.2 Etapa de Construção

A etapa da construção integra o resultado final da *fuzzificação* com a aplicação de algoritmos espaciais que fazem o agrupamento dos pontos que possuem características parecidas. Existem três políticas de construção, porém abordaremos apenas a política do diagrama de

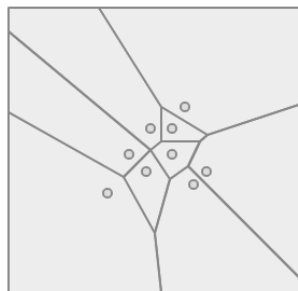
Voronoi e a política do diagrama de *Voronoi*.

Cada política da etapa de construção possui um algoritmo diferente, porém os dados de entrada são os mesmos: um conjunto C contendo as classes (e.g. jovem, adulto, idoso) de uma variável de interesse (e.g. idade) e a lista P , composta pelo conjunto de pontos e seus respectivos graus de pertinência para as classes de C . O retorno esperado é um objeto espacial *plateau* para cada classe.

Na política do diagrama de *Voronoi*, para cada classe de C , são coletados todos os pontos de P cujo grau de pertinência é maior que zero. Isso evita a criação de áreas que não serão úteis para a aplicação. Em seguida, o algoritmo cria um diagrama de *Voronoi* com os pontos de P , que consiste em um conjunto de células *Voronoi*. Cada célula é uma região criada a partir de um ponto $p \in P$ de abrangendo todos os pontos do plano onde a distância até p é menor que a distância até qualquer outro ponto. Para cada célula do diagrama, é criado um par, combinando a região da célula com o grau de pertinência dela, que é o grau de pertinência do ponto que a originou. O par é adicionado a um objeto de região *plateau* e, após percorrer todas as células de *Voronoi*, o objeto *plateau* é concluído.

Na política de triangulação *Delaunay*, para cada classe em C é criada uma triangulação *Delaunay* D com todos os pontos que possuem grau de pertinência maior que 0. Cada triângulo de D consiste em um array com três pontos e os seus respectivos graus de pertinência para a classe. Todos os triângulos são percorridos e é aplicada uma operação chamada *t-norma* (e.g. valor mínimo) sobre os graus de pertinência do triângulo com o objetivo de obter um único grau de pertinência para o triângulo. Em seguida o par é adicionado à região *plateau* e o processo se repete até que todos os triângulos tenham sido adicionados. É possível observar a diferença das regiões espaciais geradas pelo algoritmo de *Voronoi* e *Delaunay* através das Figuras 4 e 5, respectivamente.

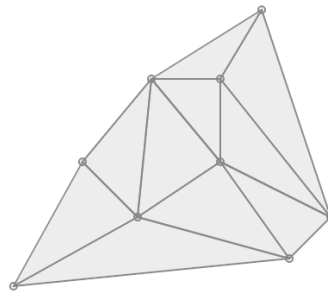
Figura 4 – Região construída com o algoritmo de *Voronoi*.



Fonte: Autoria própria.

2.5 Implementação da Álgebra Espacial Plateau

Com a necessidade da criação de projetos de ciência de dados com vagueza espacial, foi desenvolvido o pacote *fsr* na linguagem R (CARNIEL et al., 2021). Esse pacote é uma

Figura 5 – Região construída com o algoritmo de *Delaunay*.

Fonte: Autoria própria.

implementação da Álgebra Espacial *Plateau* (AEP) que se baseia na Álgebra Espacial *Fuzzy* com operações e predicados que podem ser aplicados sobre objetos espaciais. Para utilizar esse pacote, SIGs podem importá-lo e chamar as diversas funções de manipulação de dados espaciais *plateau* que estão categorizadas em: Módulo Básico, Módulo de Construção, Módulo de Manipulação de dados Espaciais *Fuzzy* e Módulo de Inferência Espacial *Fuzzy*.

O módulo de Construção possui uma função chamada *spa_creator* que possibilita a criação de objetos espaciais *plateau* a partir de conjuntos de dados reais. A entrada dessa função é uma lista de pontos geográficos com um valor relacionado a cada ponto. A partir desses dados, é aplicada uma abordagem que ocorre em duas etapas: a *fuzzificação* e a construção. Essas etapas se comportam conforme a abordagem sistemática descrita na Seção 2.4.

2.6 Discussões

Diante das diversas opções de políticas utilizadas na função *spa_creator* do pacote *fsr*, fica clara a necessidade da criação de diretrizes que auxiliem na escolha dos hiperparâmetros que determinam a abordagem de geração do objeto espacial *plateau* gerado. Isso demanda um estudo a fim de obter um resultado adequado a cada tipo de aplicação.

Portanto, neste trabalho serão exploradas as opções de hiperparâmetros para que sejam adequados a cada cenário. O objetivo é fornecer diretrizes para ajudar na escolha dos melhores hiperparâmetros a serem usados na geração dos objetos espaciais *plateau* nas aplicações.

3 Trabalhos Relacionados

A comunidade científica tem mostrado as vantagens de se utilizar a teoria de conjuntos *fuzzy* aliada à informações espaciais. Com isso, muitos trabalhos tem abordado maneiras de representar os dados espaciais *fuzzy* utilizando ferramentas *crisp*. No artigo de [Verstraete \(2012\)](#), é mostrada uma forma de representar as regiões *fuzzy* através de representações *bitmap*. Já no trabalho de [Carniel, Ciferri e Ciferri \(2016\)](#), é proposto um tipo de dado abstrato chamado *FuzzyGeometry* que pode representar tantos pontos *fuzzy*, quanto linhas *fuzzy*.

[Dilo, By e Stein \(2007\)](#) apresentam uma forma de fazer essa representação com uma extensão do GIS GRASS. Enquanto [Schneider \(2014\)](#) apresenta a representação de dados espaciais *fuzzy* através da AEP, além de uma ampla coleção de operações e predicados espaciais *fuzzy*.

Dos trabalhos citados, não existe nenhum exemplo prático de utilização dessas representações em aplicações. Isso ocorre apenas no trabalho de [Carniel e Schneider \(2019\)](#), onde o autor apresenta uma abordagem sistemática de duas etapas com base na AEP mostrada por [Schneider \(2014\)](#) e a exemplifica com dados reais.

Como observado, apenas um trabalho mostrou como construir objetos espaciais *fuzzy* através de uma representação. Além disso, nenhum deles apresentou orientações de como adequar essa representação ao fenômeno que está sendo analisado. É isso que esse trabalho propõe: criar diretrizes que apontem o uso das políticas envolvidas na abordagem sistemática, conforme definido por [Carniel et al. \(2021\)](#), para a criação de um objetos *plateau* resultantes adequados às necessidades de cada contexto.

Para conseguir determinar essas diretrizes, nesse trabalho foram criados objetos espaciais com diferentes hiperparâmetros relacionados às políticas de *fuzzificação* e *construção* utilizando a função *spa_creator*. Depois, realizou-se uma análise comparativa entre os diferentes objetos espaciais *plateau* criados com uma função de propriedade numérica e outra topológica: a *spa_area* e a *spa_equal*, respectivamente. Como esses testes experimentais foram conduzidos, está descrito Capítulo 4.

4 Análise dos Efeitos dos Hiperparâmetros da Abordagem Sistemática de Construção de Objetos Espaciais Plateau

4.1 Função `spa_creator`

Primeiramente, é necessário compreender os possíveis hiperparâmetros para a função `spa_creator`. Essa função do pacote `fsr` da linguagem `R` gera um conjunto de objetos espaciais `plateau` conforme parâmetros de entrada e possui a seguinte assinatura:

```
spa_creator(tbl, fuzz_policy = "fsp", const_policy = "voronoi", ...).
```

O primeiro parâmetro de entrada é um vetor com pontos vinculados a valores de um domínio de um fenômeno específico, seguindo o formato: (x, y, z) , onde x e y são as coordenadas do ponto e z é o valor numérico que representa uma característica do ponto.

O segundo parâmetro faz referência à política de *fuzzificação*. Existem duas possibilidades: a política de conjuntos *fuzzy*, representada pela sigla `"fsp"`, opcional por ser a política padrão, e a política de agrupamento *fuzzy*, representada por `"fcp"`. Com ele, são passados dois parâmetros adicionais: um vetor contendo o nome das classes da aplicação e outro vetor com as funções de pertinência de cada classe. Já na política de agrupamento *fuzzy*, o parâmetro adicional é um valor `"k"` com o número de grupos que se deseja criar

O terceiro parâmetro é o método usado para a construção do objeto espacial `plateau`. As alternativas disponíveis são: `"voronoi"` ou `"delaunay"`. A opção `"voronoi"`, que é a política padrão de construção, utiliza a política do diagrama de Voronoi, onde um parâmetro adicional, chamado `base_poly` pode ser usado. Ele recorta as regiões geradas pelo algoritmo de construção. Já a opção `"delaunay"` implementa a política da triangulação Delaunay, e além do `base_poly` possui outros parâmetros, como o `tnorm`, que define qual t-norma será utilizada para definição do grau de pertinência dos triângulos gerados, como `"min"`, `"prod"` ou outra que pode ser criada.

4.2 Criação dos objetos espaciais plateau

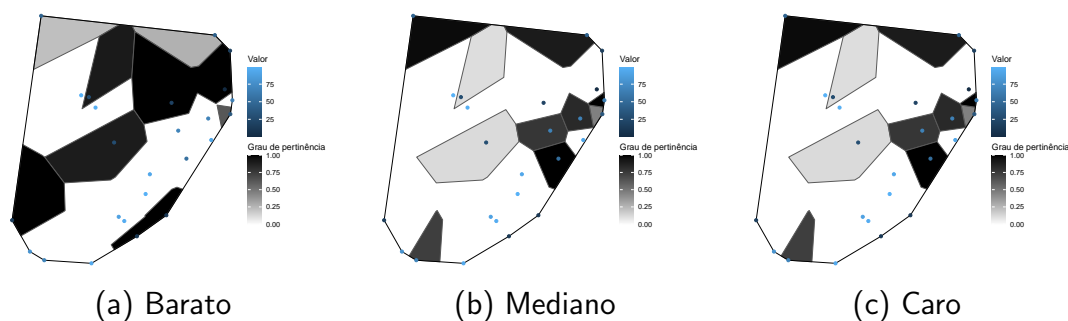
Neste trabalho, foram criados scripts na linguagem `R` com dados sintéticos (Seção 4.2.1) e reais (Seção 4.2.2) com o intuito de gerar diversos objetos espaciais com os mais variados hiperparâmetros.

4.2.1 Execução com dados sintéticos

O script com dados sintéticos gerou 25 pontos de entrada de duas maneiras. Na primeira, tanto x , quanto y foram gerados aleatoriamente através da função `runif`, enquanto na segunda eles foram gerados em forma de *grid*, com a função `st_make_grid` com a quantidade de linhas e colunas igual a cinco. Essas distribuições foram escolhidas para verificar o comportamento dos algoritmos conforme a localização dos pontos.

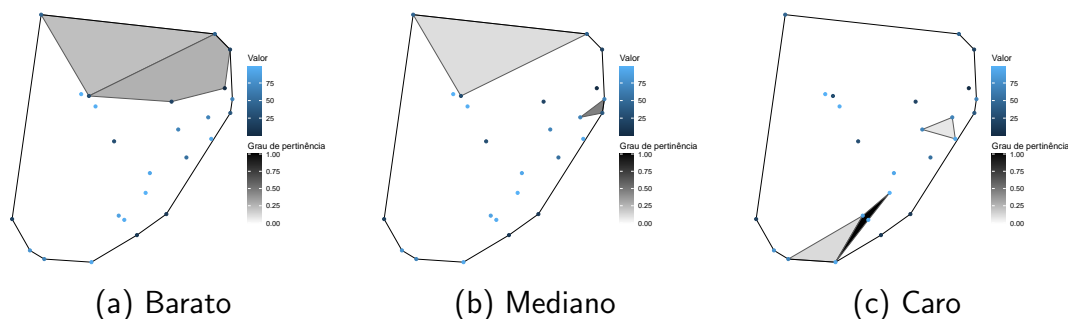
Para realizar o experimento com a política de conjuntos *fuzzy*, foi criado um caso fictício com três classes: barato, mediano e caro. Essa política de *fuzzificação* foi executada juntamente com as políticas do diagrama de *Voronoi* e de triangulação *Delaunay*. As ilustrações resultantes das execuções estão nas Figuras 6 e 7 para o conjunto de dados com pontos aleatórios e as Figuras 8 e 9 para os pontos em forma de *grid*.

Figura 6 – Política de conjuntos *fuzzy* com a política de *Voronoi*.



Fonte: Autoria própria.

Figura 7 – Política de conjuntos *fuzzy* com a política de *Delaunay*.



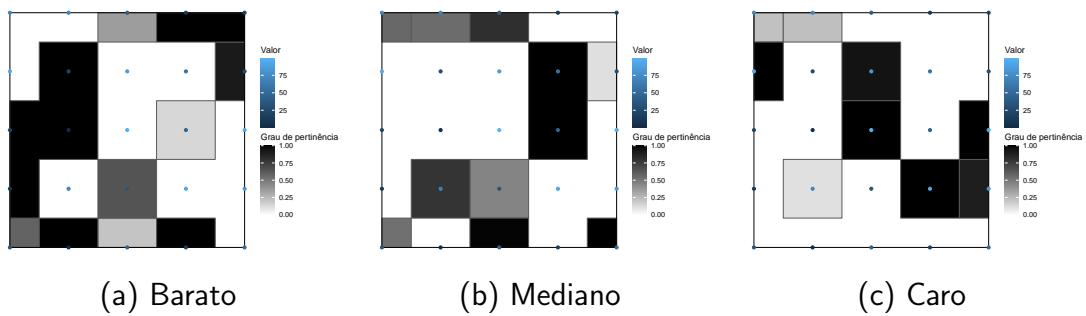
Fonte: Autoria própria.

Já na política de clusterização *fuzzy*, foi utilizado o parâmetro k igual a três, para que fossem criados três grupos. Nas políticas de construção utilizou-se tanto a política de polígonos de *Voronoi*, quanto a política de triangulação de *Delaunay*. Os objetos espaciais resultantes estão nas Figuras 10 e 11 para os pontos aleatórios e Figuras 12 e 13 para pontos dispostos em *grid*.

4.2.2 Execução com dados reais

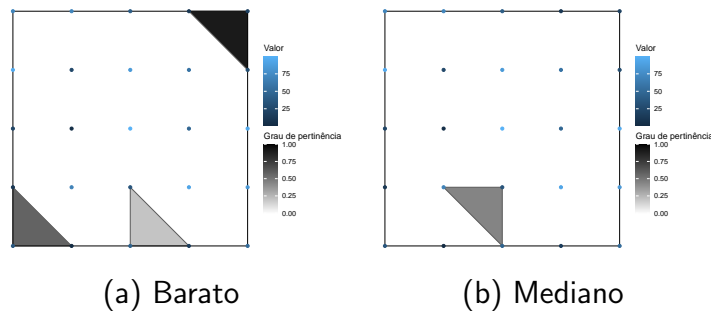
O script com dados reais foi executado sobre os mesmos *datasets* utilizados no artigo de Carniel et al. (2021). Os dois conjuntos de dados contém informações espaciais da cidade de Nova York, e passaram por um pré-processamento para que ficassem apenas com dados válidos.

Figura 8 – Política de conjuntos *fuzzy* com a política de *Voronoi*.



Fonte: Autoria própria.

Figura 9 – Política de conjuntos *fuzzy* com a política de *Delaunay*.



Fonte: Autoria própria.

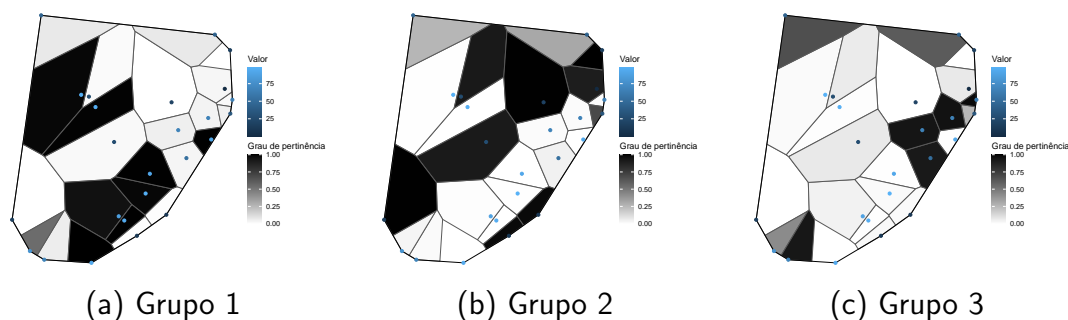
Um deles, chamado *accom_nyc*, contém a localização (ponto), o preço e a classificação de acomodações do *Airbnb*, com um total de 26.496 registros. Essas informações foram colhidas no período entre 07/04/2021 e 12/04/2021. O outro conjunto de dados, nomeado de *rest_nyc* possui 24.699 registros e contém os dados de inspeções realizadas em restaurantes no mês de abril de 2021. Além da coordenada geográfica do restaurante, contém a nota dada para o restaurante inspecionado.

Como os *datasets* são volumosos, optou-se por realizar uma amostragem dos dados para que fosse viável a execução das funções utilizando o pacote *fsr*. Para isso, foi utilizada a técnica de amostragem estratificada, que selecionou 10% da quantidade total de pontos de cada ilha da cidade de Nova York.

Essa estratégia foi aplicada sobre os dois conjuntos de dados que foram reduzidos para 2.645 no *accom_nyc* e 2.421 no *rest_nyc*. As imagens contendo os pontos de Nova York estão na Figura 14.

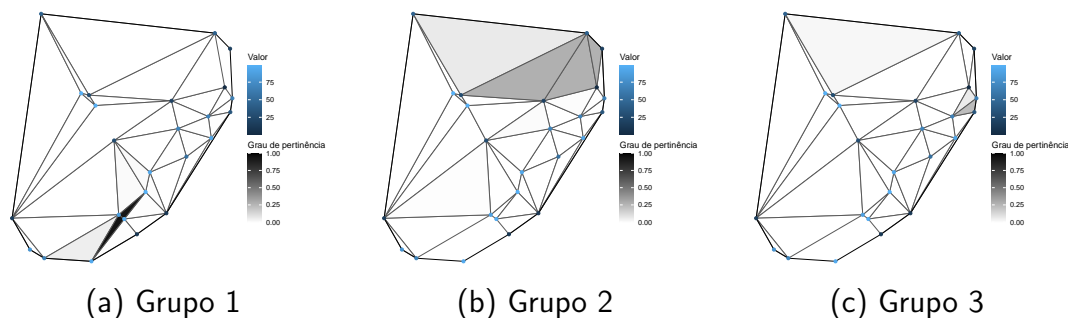
O fenômeno observado com os dados de *rest_nyc* foi a segurança alimentar do restaurante em questão, e as classes que o representavam eram: *baixa*, *média* e *alta*, cada qual com uma função trapezoidal vinculada. Foram gerados objetos espaciais *plateau* com a política

Figura 10 – Política de agrupamento *fuzzy* com a política de *Voronoi*.



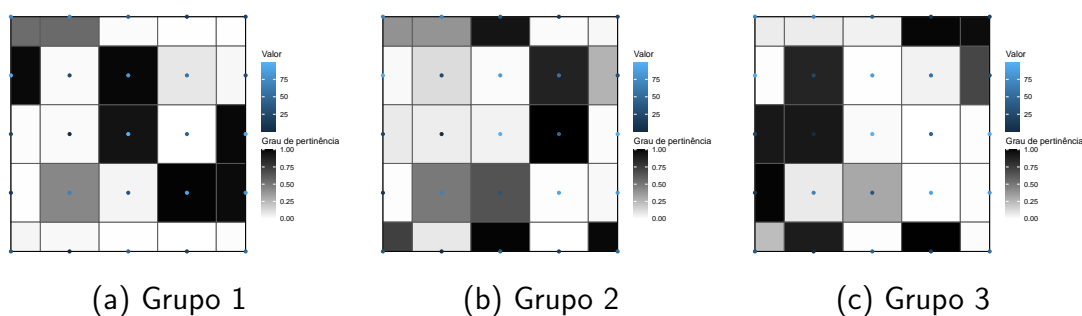
Fonte: Autoria própria.

Figura 11 – Política de agrupamento *fuzzy* com a política de *Delaunay*.



Fonte: Autoria própria.

Figura 12 – Política de agrupamento *fuzzy* com a política de *Voronoi*.

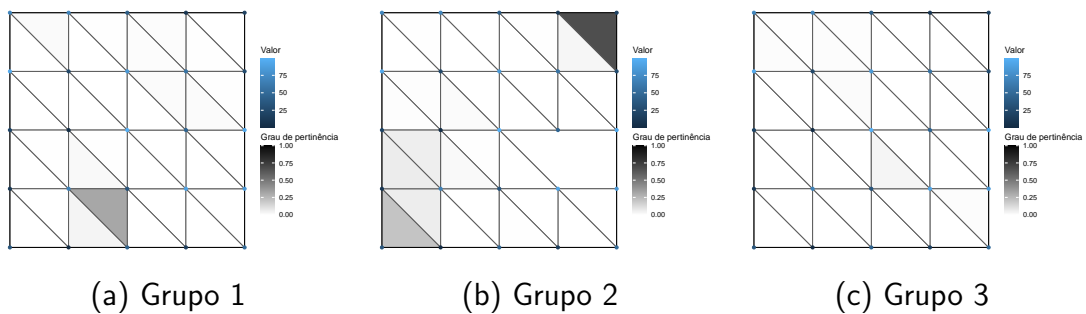


Fonte: Autoria própria.

de conjuntos *fuzzy* juntamente com as duas políticas de construção, conforme é observado nas Figura 15 e 16. Além da política de clusterização *fuzzy*, que agrupou os dados em três grupos e foi executado junto com a política de *Voronoi*, como mostrado na Figuras 17 e com a política de triangulação *Delaunay*, conforme Figura 18.

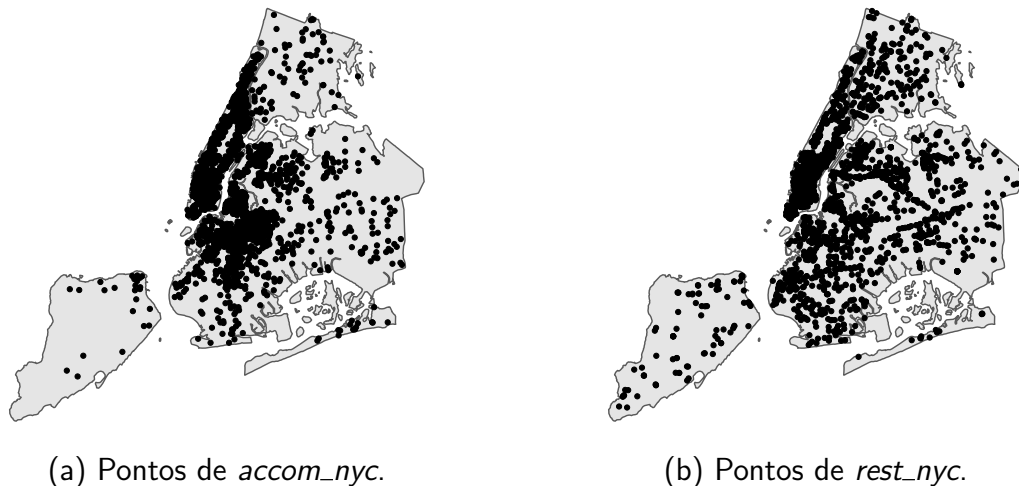
Também foram gerados objetos espaciais *plateau* a partir dos dados de *accom_nyc*.

Figura 13 – Política de agrupamento *fuzzy* com a política de *Delaunay*.



Fonte: Autoria própria.

Figura 14 – Pontos dos *datasets* de Nova York.



Fonte: Autoria própria.

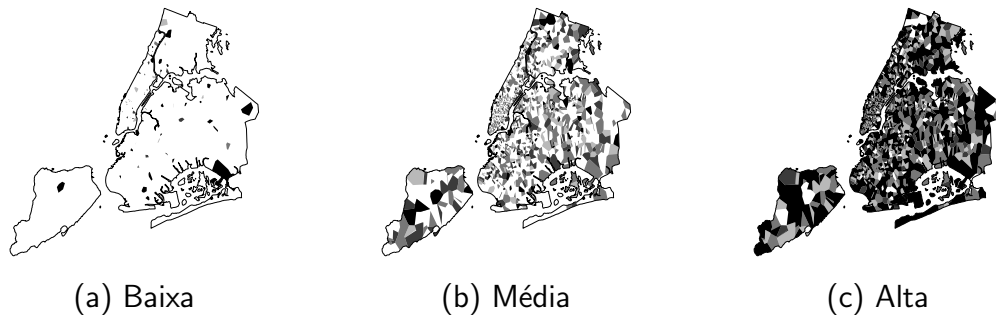
Com esses dados foram analisados os preços das acomodações, classificados em: *barato*, *razoável* e *caro*. Enquanto as avaliações das acomodações tinham a seguinte classificação: *razoável*, *boa* e *excelente*. Cada uma dessas classes possui uma função de pertinência trapezoidal vinculada a ela.

A função *spa_creator* foi executada sobre os dois fenômenos analisados com combinações envolvendo as duas políticas de *fuzzificação* e as duas políticas de construção. As imagens contendo os objetos espaciais *plateau* relativos aos preços estão nas Figuras 19 à 22. Já os objetos referentes ao fenômeno das avaliações das acomodações estão nas Figuras 23 à 26.

4.3 Extração de Características dos Objetos Construídos

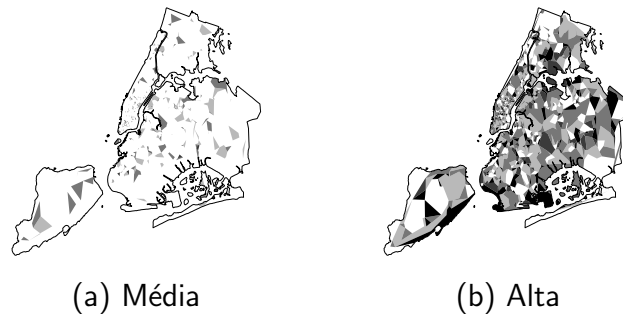
Após a execução da abordagem sistemática sobre os diversos conjuntos de dados com os hiperparâmetros variados através da função *spa_creator*, foram escolhidas funções do pacote

Figura 15 – Política de conjuntos *fuzzy* com a política de *Voronoi* - Segurança Alimentar.



Fonte: Autoria própria.

Figura 16 – Política de conjuntos *fuzzy* com a política de *Delaunay* - Segurança Alimentar.



Fonte: Autoria própria.

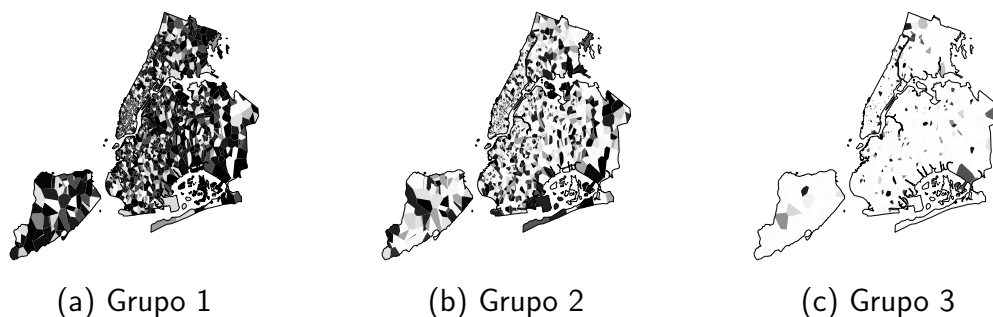
fsr para realizar uma comparação entre as políticas de *fuzzificação* e construção. Essas funções foram executadas sobre os objetos espaciais *plateau* obtidos com os conjuntos de dados reais: *accom_nyc* e *rest_nyc*. Primeiro, utilizou-se a função de propriedade métrica *spa_area*. Ela calcula a área de um objeto espacial *plateau* passado como parâmetro. Essa função foi aplicada nos objetos espaciais *plateau* gerados para as seis classes da etapa de *fuzzificação* (três da política de conjuntos *fuzzy* e três geradas com o algoritmo de agrupamento). As áreas foram organizadas nas Tabelas 1, 2 e 3.

Também foram criadas matrizes comparativas com a diferença absoluta das áreas dos *plateaus* gerados com a política de agrupamento (colunas), pela política de conjuntos (linhas). Como é possível visualizar nas Tabelas 4, 5 e 6.

A segunda função usada na análise comparativa foi a função de característica topológica *spa_equal*. Ela retorna o quão iguais são dois objetos espaciais *plateau* recebidos como parâmetro, sendo que quanto mais próximo de 1, mais parecidos são esses objetos. Essa operação foi aplicada a cada fenômeno analisado de forma a comparar as informações geradas pela política de conjuntos *fuzzy* com a política de agrupamento *fuzzy*.

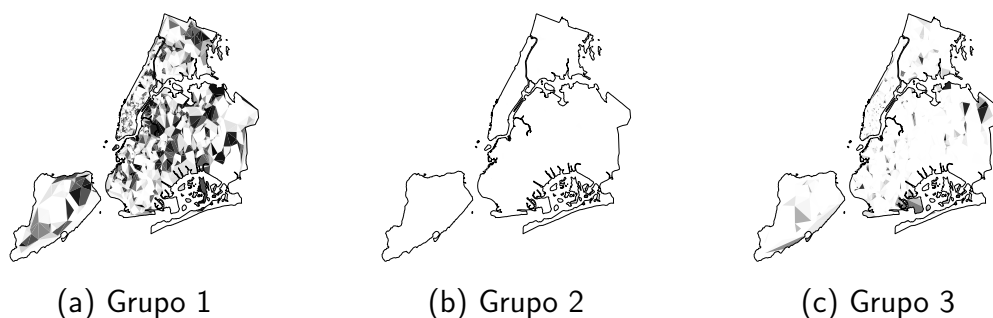
Para organizar tais informações, foram criadas tabelas para cada fenômeno com o

Figura 17 – Política de agrupamento *fuzzy* com a política de *Voronoi* - Segurança Alimentar.



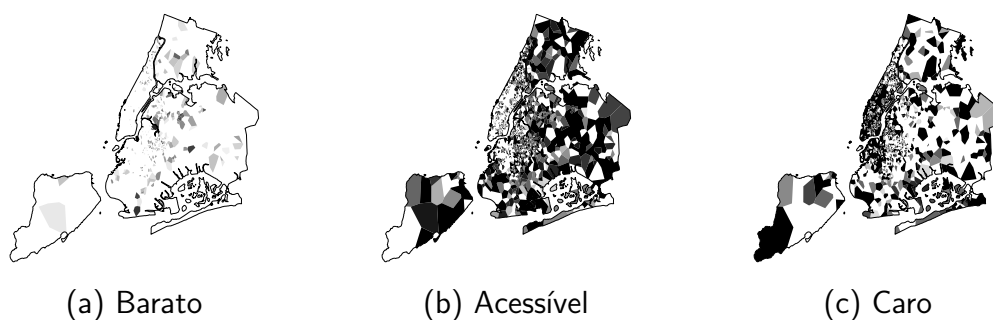
Fonte: Autoria própria.

Figura 18 – Política de agrupamento *fuzzy* com a política de *Delaunay* - Segurança Alimentar.



Fonte: Autoria própria.

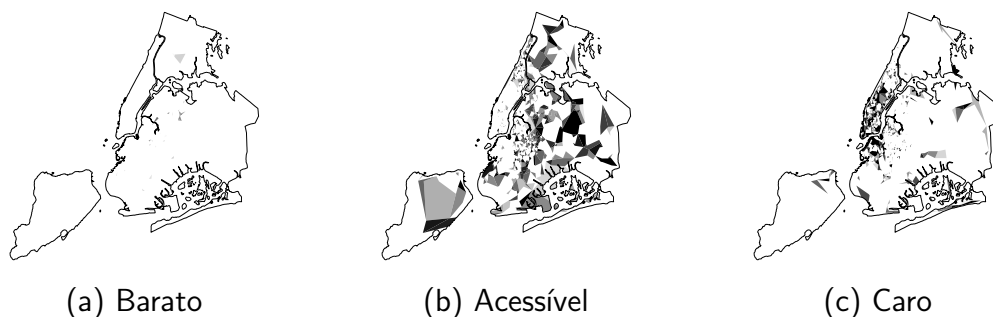
Figura 19 – Política de conjuntos *fuzzy* com a política de *Voronoi* - Preço da Acomodação.



Fonte: Autoria própria.

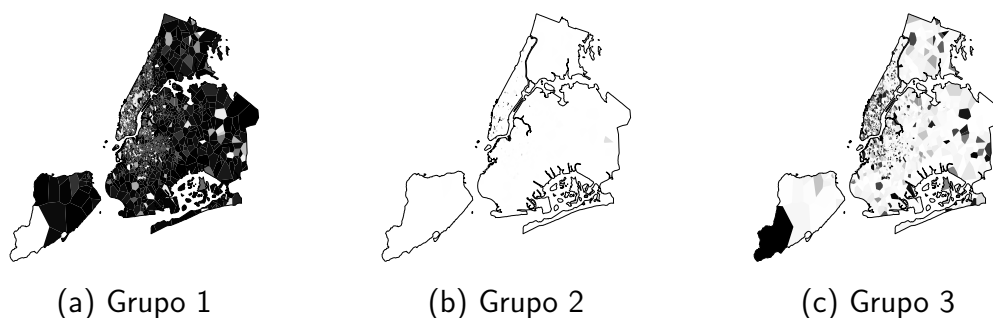
resultado da operação. As Tabelas de 7,8 e 9 representam o resultado obtido pela operação sobre as classes nos diferentes cenários.

Figura 20 – Política de conjuntos *fuzzy* com a política de *Delaunay* - Preço da Acomodação.



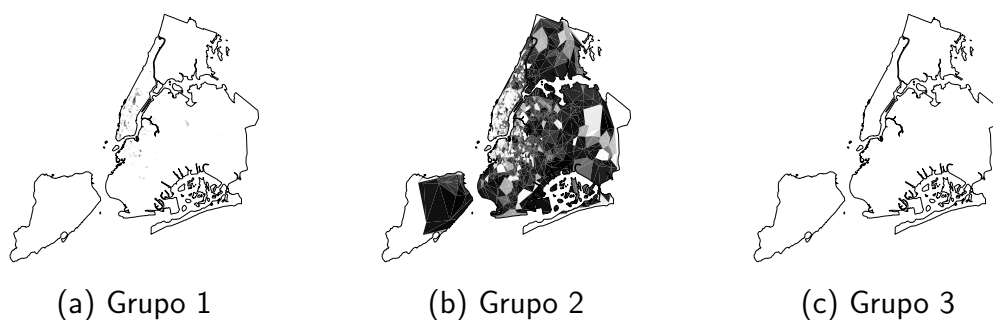
Fonte: Autoria própria.

Figura 21 – Política de agrupamento *fuzzy* com a política de *Voronoi* - Preço da Acomodação.



Fonte: Autoria própria.

Figura 22 – Política de agrupamento *fuzzy* com a política de *Delaunay* - Preço da Acomodação.

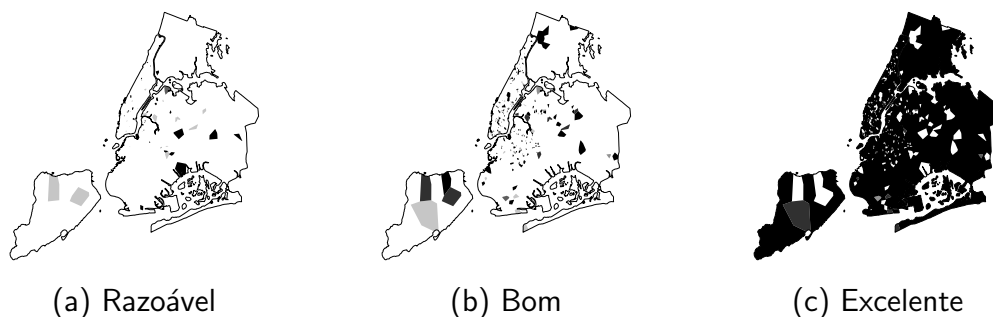


Fonte: Autoria própria.

4.4 Análise Comparativa

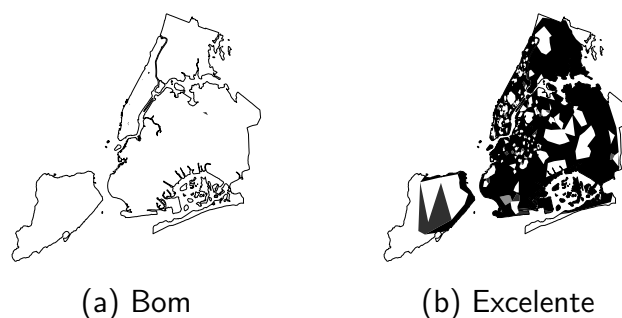
Os testes experimentais realizados com os dados sintéticos possibilitaram a visualização do comportamento específico da política de construção com a triangulação de *Voronoi*. Ao comparar as imagens de uma mesma política de *fuzzificação*, tanto para a imagem em *grid*,

Figura 23 – Política de conjuntos *fuzzy* com a política de *Voronoi* - Avaliação da Acomodação.



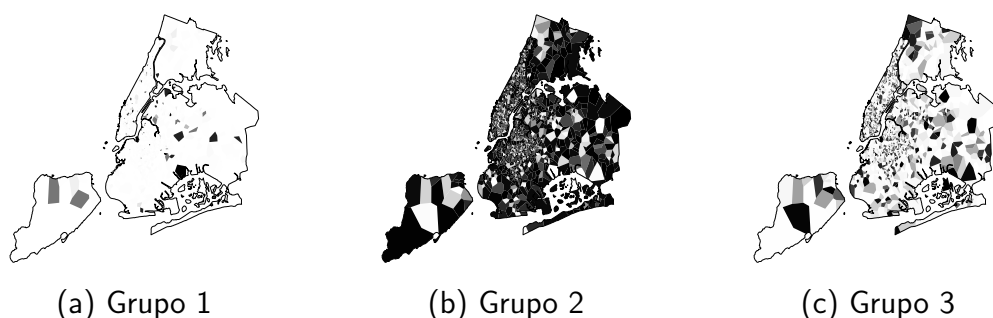
Fonte: Autoria própria.

Figura 24 – Política de conjuntos *fuzzy* com a política de *Delaunay* - Avaliação da Acomodação.



Fonte: Autoria própria.

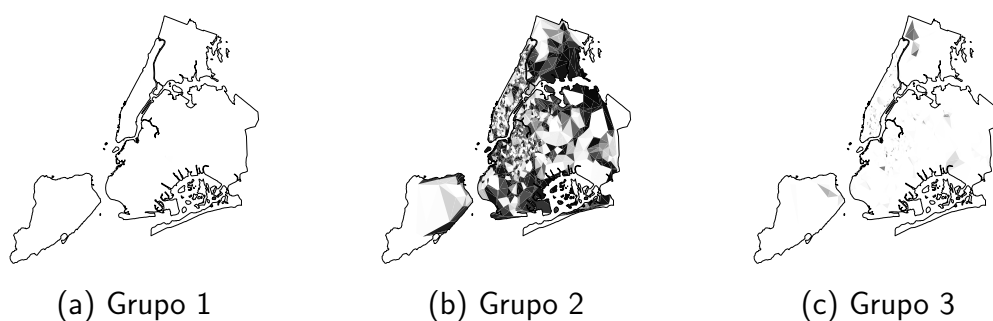
Figura 25 – Política de agrupamento *fuzzy* com a política de *Voronoi* - Avaliação da Acomodação.



Fonte: Autoria própria.

quanto aleatória, têm-se a impressão de que muitos dados de pontos que são relevantes estão sendo perdidos. Isso se deve ao fato do algoritmo de *Delaunay* aplicar uma t-norma sobre os pontos que fazem parte de cada triângulo. Nesse caso é o *min*, que foi utilizada no experimento por ser a t-norma padrão da função *spa_creator*. Como os dados são aleatórios, pode haver

Figura 26 – Política de agrupamento *fuzzy* com a política de *Delaunay* - Avaliação da Acomodação.



Fonte: Autoria própria.

Tabela 1 – Tabela de Áreas - Segurança Alimentar.

Política de Fuzzificação	Política de Construção	Classe	Área
Conjuntos <i>Fuzzy</i>	<i>Voronoi</i>	Grupo 1	1.6859
		Grupo 2	0.6183
		Grupo 3	0.1063
	<i>Delaunay</i>	Grupo 1	0.0261
		Grupo 2	0
		Grupo 3	0.0057
Agrupamento	<i>Voronoi</i>	Baixa	0.0051
		Média	0.546
		Alta	1.8518
	<i>Delaunay</i>	Baixa	0
		Média	0.0045
		Alta	0.0461

Fonte: Autoria própria.

uma diferença grande de valores para pontos que são próximos e eles acabam pertencendo a classes distintas. Assim, quando ocorre a aplicação da t-norma um acaba anulando o outro, e essas informações são perdidas.

Com os resultados do experimento com os dados reais, foi possível extrair algumas características das políticas da abordagem sistemática de construção do objeto espacial *plateau*. As tabelas comparativas de área e igualdade, além as figuras geradas mostraram uma distribuição equilibrada dos dados gerados pela política de agrupamento, que em alguns casos se comportou de maneira muito similar à função de pertinência definida na política de conjuntos *fuzzy*. Isso ocorreu com a avaliação das acomodações, com a classe "Razoável" e "Grupo 1", e com as classes "Baixa" e "Grupo 3" da segurança alimentar.

Observa-se com essas similaridades a eficiência do algoritmo de agrupamento, que consegue fazer uma boa distribuição levando em consideração a vagueza da informação. Outro

Tabela 2 – Tabela de Áreas - Avaliação da Acomodação.

Política de Fuzzificação	Política de Construção	Classe	Área
Conjuntos Fuzzy	Voronoi	Grupo 1	0.0049
		Grupo 2	1.4618
		Grupo 3	0.2391
	Delaunay	Grupo 1	0
		Grupo 2	0.0491
		Grupo 3	0.0008
Agrupamento	Voronoi	Razoável	0.0021
		Bom	0.0116
		Excelente	1.692
	Delaunay	Razoável	0
		Bom	0
		Excelente	0.0852

Fonte: Autoria própria.

Tabela 3 – Tabela de Áreas - Preço da Acomodação.

Política de Fuzzificação	Política de Construção	Classe	Área
Conjuntos Fuzzy	Voronoi	Grupo 1	1.2517
		Grupo 2	0.0016
		Grupo 3	0.4525
	Delaunay	Grupo 1	0.0003
		Grupo 2	0.0703
		Grupo 3	0
Agrupamento	Voronoi	Barato	0.0046
		Acessível	0.5417
		Caro	1.1595
	Delaunay	Barato	0.0001
		Acessível	0.0196
		Caro	0.0073

Fonte: Autoria própria.

Tabela 4 – Tabela de Diferença de Áreas - Segurança Alimentar.

		Baixa	Média	Alta
Voronoi	Grupo 1	1.6808	0.6132	0.1012
	Grupo 2	1.1399	0.0723	0.4397
	Grupo 3	0.1659	1.2335	1.7455
Delaunay	Grupo 1	0	0.0215	0.02
	Grupo 2	0	0.0045	0.046
	Grupo 3	0	0.0011	0.04

Fonte: Autoria própria.

Tabela 5 – Tabela de Diferença de Áreas - Avaliação de Acomodação.

		Razoável	Boa	Excelente
Voronoi	Grupo 1	0.0029	1.4597	0.237
	Grupo 2	0.0067	1.4501	0.2274
	Grupo 3	1.6871	0.2303	1.453
Delaunay	Grupo 1	0	0	0.0852
	Grupo 2	0	0	0.0361
	Grupo 3	0	0	0.0844

Fonte: Autoria própria.

Tabela 6 – Tabela de Diferença de Áreas - Preço da Acomodação.

		Barato	Acessível	Caro
Voronoi	Grupo 1	1.2472	0.003	0.448
	Grupo 2	0.71	0.5401	0.0892
	Grupo 3	0.0922	1.1579	0.707
Delaunay	Grupo 1	0.0002	0.0193	0.007
	Grupo 2	0.0702	0.0507	0.063
	Grupo 3	0.0001	0.0196	0.0073

Fonte: Autoria própria.

Tabela 7 – Tabela de Igualdades - Segurança Alimentar.

		Baixa	Média	Alta
Voronoi	Grupo 1	0.9969	0.8046	0.5938
	Grupo 2	0.9966	0.7825	0.4661
	Grupo 3	0.9965	0.8039	0.2242
Delaunay	Grupo 1	0	0.953	0.6227
	Grupo 2	0	0.96	0.592
	Grupo 3	0	0.96	0.6389

Fonte: Autoria própria.

Tabela 8 – Tabela de Igualdades - Avaliação da Acomodação.

		Razoável	Boa	Excelente
Voronoi	Grupo 1	0.9993	0.9926	0.009
	Grupo 2	0.9991	0.994	0.8642
	Grupo 3	0.9989	0.9965	0.1423
Delaunay	Grupo 1	0	0.9996	0.1622
	Grupo 2	0	0.9997	0.642
	Grupo 3	0	0.9998	0.1814

Fonte: Autoria própria.

ponto observado, relacionado à análise das tabelas comparativas é o comportamento da função *spa_equal*, que mostrou alguns falsos positivos e retornou valores muito próximos de um de regiões muito diferentes entre si. Como é o caso das classes *barato* e Grupo 1 do Preço da

Tabela 9 – Tabela de Igualdades - Preço da Acomodação.

		Barato	Acessível	Caro
Voronoi	Grupo 1	0.9914	0.8952	0.5956
	Grupo 2	0.9959	0.6426	0.2946
	Grupo 3	0.9978	0.6858	0.5827
Delaunay	Grupo 1	0.9999	0.8098	0.9321
	Grupo 2	0.9972	0.8396	0.9391
	Grupo 3	0.9984	0.7599	0.8977

Fonte: Autoria própria.

Acomodação, cujo valor retornado na função *spa_equal* foi 0.9914, mas nas Figuras 19 e 21 é possível observar que elas são muito diferentes. Mostrando-se ineficiente para os fins comparativos.

Em relação às políticas de construção, é clara a diferença entre as áreas das regiões *plateau*. Para uma mesma política de *fuzzificação*, a região obtida na etapa de construção utilizando a política de polígonos de Voronoi é sempre maior que a área usando a política de triangulação Delaunay. Isso ocorre pelo motivo já visto no experimento com dados sintéticos, onde valores próximos com variações bruscas acabam sendo perdidos com a aplicação da t-norma. Outro fator que influencia nessa questão, é o fato do algoritmo de triangulação *Delaunay* obter uma área cujos pontos fazem parte da borda, enquanto no algoritmo de *Voronoi* os mesmos pontos fazem parte do interior da região resultante e a fronteira é mais externa.

5 Diretrizes para a Construção de Objetos Espaciais Plateau

O desenvolvimento do experimento, assim como seus resultados, possibilitaram a extração de informações relevantes para a definição de diretrizes para o uso dos hiperparâmetros. As diretrizes estão organizadas neste capítulo pelas diferentes políticas utilizadas na abordagem sistêmica da criação do objeto espacial *plateau*.

A política de conjuntos *fuzzy* pode ser utilizada em situações cujo fenômeno analisado já foi explorado e as classes com as respectivas funções de pertinência estão definidas. Como exemplo, é possível citar a análise de um conjunto de dados com os moradores de uma região contendo a localização e a idade de cada um. O fenômeno a se analisado poderia ser a aposentadoria e existiriam duas classes: pessoas aposentadas e pessoas não aposentadas. Assim, a função de pertinência seria criada de acordo com a idade mínima de aposentadoria.

Já a política clusterização *fuzzy* pode ser utilizada em dois cenários: um deles é quando existem classes bem definidas mas por alguma razão não foi possível determinar as suas funções de pertinência. Nesse caso, depois realizar o agrupamento, é necessário um estudo para definir qual grupo corresponde a cada classe.

O outro cenário é quando não se conhecem as classes e nem as funções de pertinência, os dados que ainda não foram explorados e o algoritmo de agrupamento servirá como uma ferramenta de apoio para estudar o fenômeno. Esse caso é mais demorado, visto que necessita de tempo para a análise e para a execução das diversas tentativas de agrupamento.

Um exemplo de problema utilizando a política agrupamento *fuzzy*: têm-se uma grande base de dados com a informação da localização de várias espécies de árvores com a sua altitude e deseja-se agrupá-las por espécie. Caso seja conhecido o número de espécies, é possível agrupar por esse número e fazer uma análise para determinar qual espécie se enquadraria em cada grupo.

De acordo com [Davis \(1999b\)](#), o algoritmo triangulação Delaunay pode ser utilizado quando se necessita mostrar uma variável física, como a altitude, temperatura ou índice de chuvas, sendo necessário produzir um mapeamento contínuo da variável para toda uma região de interesse. Nos experimentos realizados, essa afirmação foi confirmada, pois observou-se que ao utilizar a política de triangulação *Delaunay* sobre pontos próximos que possuem valores muito diferentes, a informação pode ser perdida em função da t-norma que é aplicada sobre os pontos do triângulo. Portanto, é indicado que se use essa política em fenômenos cuja variação dos valores associados aos pontos seja gradativa.

Outro motivo que pode levar a optar pela política de triangulação de *Delaunay* é fato dos pontos fazerem parte da borda da região *plateau* resultante. Para algumas aplicações, a informação dos pontos na fronteira da região pode ser importante.

É possível exemplificar o uso da política triangulação *Delaunay* com uma região que contém informações de temperatura e essas temperaturas mudam de maneira suave. Nesse

contexto, caso houvesse alguma mudança de temperatura brusca, ela seria um ruído nos dados e seria corretamente eliminada com a aplicação da t-norma.

A política de polígonos de *Voronoi* define as regiões ao redor de um ponto e, conforme [Davis \(1999a\)](#), o algoritmo de *Voronoi* pode se muito útil em resolver problemas que envolvam proximidade. Portanto, essas são as principais indicações de uso dessa política.

Como exemplo, tem-se o seguinte problema: é necessário fechar algumas escola de uma região e os alunos precisam ser realocados. Como as escolas possuem crianças e adolescentes, é possível criar classificações de acordo com as etapas: educação infantil, ensino fundamental e ensino médio. Para analisar as regiões resultantes construídas com a política de polígonos de *Voronoi*.

6 Conclusões e Trabalhos Futuros

O uso da teoria de conjuntos *fuzzy* aliada às informações espaciais tem se mostrado uma solução muito poderosa para a resolução de problemas em diversos contextos. O pacote *fsr* com a implementação da álgebra espacial *plateau* possibilitou que o público de maneira geral pudesse utilizar essa solução em seus projetos.

Porém, a escassez de trabalhos relacionados a esse tema poderia fazer com que não ocorresse o entendimento do uso dos objetos espaciais *plateau* construídos a partir desse pacote e que não fossem utilizados da maneira mais adequada. Por essa razão que nesse trabalho foram criadas as diretrizes. Dessa forma, esse público que busca uma maneira eficiente de resolver seus problemas de tomada de decisão utilizando objetos espaciais *fuzzy* pode usufruir das funcionalidades do *fsr*.

Com relação aos trabalhos que podem ser desenvolvidos futuramente, tem-se diversos parâmetros que não foram explorados e que podem ser testados e analisados para melhorar ainda mais a precisão e qualidade do objeto espacial *plateau* resultante. Além de outras funções dos diversos módulos do pacote *fsr*, que podem contribuir para solucionar problemas nos mais variados tipos de aplicação.

Referências

- BEZDEK, J. C.; EHRLICH, R.; FULL, W. Fcm: The fuzzy c-means clustering algorithm. **Computers Geosciences**, v. 10, n. 2, p. 191–203, 1984. ISSN 0098-3004. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0098300484900207>>. Citado na página 13.
- CARNIEL, A. C. Spatial information retrieval in digital ecosystems: A comprehensive survey. In: **Proceedings of the 12th International Conference on Management of Digital EcoSystems**. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2020. (MEDES '20), p. 10–17. ISBN 9781450381154. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/3415958.3433038>>. Citado na página 10.
- CARNIEL, A. C.; CIFERRI, R. R.; CIFERRI, C. Dutra de A. Handling fuzzy points and fuzzy lines using the fuzzygeometry abstract data type. v. 7, p. 35, Oct. 2016. Disponível em: <<https://sol.sbc.org.br/journals/index.php/jidm/article/view/1575>>. Citado na página 16.
- CARNIEL, A. C. et al. Handling fuzzy spatial data in R using the fsr package. In: **Proceedings of the 29th International Conference on Advances in Geographic Information Systems**. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 2021. (SIGSPATIAL '21), p. 526–535. ISBN 9781450386647. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/3474717.3484255>>. Citado 4 vezes nas páginas 9, 14, 16 e 18.
- CARNIEL, A. C.; SCHNEIDER, M. A conceptual model of fuzzy topological relationships for fuzzy regions. In: **2016 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)**. [S.l.: s.n.], 2016. p. 2271–2278. Citado na página 8.
- CARNIEL, A. C.; SCHNEIDER, M. Coverage degree-based fuzzy topological relationships for fuzzy regions. In: CHRISTIANSEN, H. et al. (Ed.). **Flexible Query Answering Systems**. Cham: Springer International Publishing, 2017. p. 112–123. ISBN 978-3-319-59692-1. Citado na página 8.
- CARNIEL, A. C.; SCHNEIDER, M. Fuzzy inference on fuzzy spatial objects (FIFUS) for spatial decision support systems. In: IEEE. **2017 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)**. [S.l.], 2017. p. 1–6. Citado na página 8.
- CARNIEL, A. C.; SCHNEIDER, M. Spatial plateau algebra: An executable type system for fuzzy spatial data types. In: IEEE. **2018 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)**. [S.l.], 2018. p. 1–8. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 11.
- CARNIEL, A. C.; SCHNEIDER, M. A systematic approach to creating fuzzy region objects from real spatial data sets. In: IEEE. **2019 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)**. [S.l.], 2019. p. 1–6. Citado 3 vezes nas páginas 8, 12 e 16.
- CARNIEL, A. C.; SCHNEIDER, M. A survey of fuzzy approaches in spatial data science. In: **2021 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)**. [S.l.: s.n.], 2021. p. 1–6. Citado na página 8.
- CASANOVA, M. A. et al. **Banco de dados Geográficos**. [S.l.]: MundoGEO, 2005. Citado na página 10.

- DAVIS, C. **O Diagrama de VORONOI e suas aplicações em GIS**. 1999. Disponível em: <<https://mundogeo.com/1999/04/15/geobytes-9/>>. Citado na página 31.
- DAVIS, C. **A triangulação de DELAUNAY e suas aplicações em GIS**. 1999. Disponível em: <<https://mundogeo.com/1999/06/02/geobytes-8/>>. Citado na página 30.
- DILO, A.; BY, R. A. de; STEIN, A. A system of types and operators for handling vague spatial objects. **International Journal of Geographical Information Science**, Taylor Francis, v. 21, n. 4, p. 397–426, 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/13658810601037096>>. Citado na página 16.
- DILO, A.; de By, R. A.; STEIN, A. A system of types and operators for handling vague spatial objects. **Int. Journal of Geographical Information Science**, v. 21, n. 4, p. 397–426, 2007. Citado na página 8.
- DUDA, R. O.; HART, P. E. Pattern classification and scene analysis. In: **A Wiley-Interscience publication**. [S.l.: s.n.], 1973. Citado na página 13.
- GÜTING, R. H. An introduction to spatial database systems. **The VLDB Journal**, v. 3, p. 357–399, 1994. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 10.
- PANDEY, V. et al. How good are modern spatial libraries? **Data Science and Engineering**, v. 6, p. 192–208, 2020. Citado na página 10.
- SCHNEIDER, M. Spatial plateau algebra for implementing fuzzy spatial objects in databases and gis: Spatial plateau data types and operations. **Applied Soft Computing**, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 16.
- SCHNEIDER, M.; BEHR, T. Topological relationships between complex spatial objects. **ACM Trans. Database Syst.**, v. 31, n. 1, p. 39–81, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1145/1132863.1132865>>. Citado na página 10.
- VERSTRAETE, J. Implementable representations of level-2 fuzzy regions for use in databases and gis. In: . [S.l.: s.n.], 2012. v. 297. ISBN 978-3-642-31708-8. Citado na página 16.
- ZADEH, L. Fuzzy sets. **Information and Control**, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965. ISSN 0019-9958. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001999586590241X>>. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 11.
- ZIMMERMANN, H.-J. **Fuzzy Set Theory - And Its Applications**. Fourth. New Jersey: Kluwer Academic, 2001. Citado na página 11.