ppgmat

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FELIPE APARECIDO BALDIM BARROS

DEMANDAS COGNITIVAS DE PROBLEMAS COM NÚMEROS DECIMAIS: UM ESTUDO COM ALUNOS DE 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

LONDRINA

2023

UTFPR

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

FELIPE APARECIDO BALDIM BARROS

DEMANDAS COGNITIVAS DE PROBLEMAS COM NÚMEROS DECIMAIS: UM ESTUDO COM ALUNOS DE 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

COGNITIVE DEMANDS OF PROBLEMS WITH DECIMAL NUMBERS: A STUDY WITH 5TH GRADE ELEMENTARY SCHOOL STUDENTS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campi Cornélio Procópio e Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Andresa Maria Justulin

LONDRINA

2023

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina

FELIPE APARECIDO BALDIM BARROS

DEMANDAS COGNITIVAS MOBILIZADAS POR ALUNOS DE 5º ANO AO RESOLVEREM PROBLEMAS COM NÚMEROS DECIMAIS

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 30 de Março de 2023

Andresa Maria Justulin, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Andre Luis Trevisan, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Gilberto Vieira, Doutorado - Faculdade Inesp - Instituto Nacional de Ensino e Pesquisa (Inesp)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 30/03/2023.

Este trabalho é dedicado primeiramente a Deus, por ter me provido de saúde, sabedoria e disposição para enfrentar os desafios advindos desta trajetória.

Dedico também a minha mãe, dona Nair, que mesmo não percebendo as lutas, rezou pelo seu filho, para que seu caminho seja brilhantemente inspirador.

Dedico à Juliana, minha noiva, que mesmo nos momentos difíceis, esteve junto de mim, me apoiando nos momentos necessários.

AGRADECIMENTOS

Agradeço grandemente a minha ilustre orientadora, Profa. Dra. Andresa Maria Justulin, pela colaboração em todo trabalho realizado e que desde a graduação, vem contribuindo com a minha formação.

Agradeço aos Profs. Doutores André Luis Trevisan e Gilberto Vieira por se disporem a participar da minha banca, trazendo valiosas contribuições.

Agradeço aos colegas de trabalho que, em todos os momentos, estavam sempre dispostos a ajudar no necessário.

Finalmente, agradeço de coração a todos que de alguma maneira se fizeram presentes e contribuíram com este trabalho.

"O que os alunos aprendem resulta de dois fatores principais: a atividade que realizam e a reflexão que sobre ela efetuam"

(PONTE, 2005, p. 1).

BARROS, Felipe Aparecido Baldim. **Demandas cognitivas de problemas com Números Decimais:** um estudo com alunos de 5º ano do Ensino Fundamental. 2023. 94 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo analisar as demandas cognitivas de problemas envolvendo Números Decimais, propostos a alunos de 5º. ano do Ensino Fundamental. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, cujos participantes foram 18 alunos de uma escola municipal, localizada no norte do Paraná. Os dados foram obtidos por meio de um instrumento de pesquisa contendo três problemas que envolvem operações com Números Decimais e da transcrição dos áudios coletados dos grupos, bem como das anotações do pesquisador. A análise dos dados faz uma relação entre as possíveis demandas cognitivas dos problemas propostos e os dados produzidos. Os resultados mostraram que as demandas cognitivas dos problemas apresentados aos alunos foram, em sua maioria, de alto nível cognitivo. É possível destacar a importância do professor em seu papel de mediador, que possibilitou o desenvolvimento desses níveis. O Produto Educacional resultante deste Mestrado Profissional é um e-book para professores, com orientações e discussões acerca dos problemas trabalhados em relação às demandas cognitivas. A utilização da Resolução de Problemas como metodologia enriqueceu a comunicação entre os alunos e o pesquisador e possibilitou a manutenção de elevados níveis de demanda cognitiva dos problemas.

Palavras-chave: Anos iniciais. Demandas Cognitivas. Resolução de Problemas. Ensino de Matemática.

BARROS, Felipe Aparecido Baldim. **Cognitive demands of problems with Decimal Numbers:** a study with 5th grade elementary school students. 2023. 94 f. Dissertation (Master's degree in Mathematics Education) – Federal Technological University of Paraná, Londrina, 2023.

ABSTRACT

This research aims to analyze the cognitive demands of problems involving Decimal Numbers, proposed to 5th grade elementary school students. This is a qualitative research, whose participants were 18 students from a municipal school, located in the north of Paraná. The data were obtained through a research instrument containing three problems involving operations with decimal numbers and the transcription of the audios collected from the groups, as well as the researcher's notes. The data analysis makes a relationship between the cognitive demands of the proposed problems and the data produced. The results showed that the cognitive demands of the problems presented to the students were, for the most part, of a high cognitive level. It is possible to highlight the importance of the teacher in his role as a mediator, which enabled the development of these levels. The Educational Product resulting from this Professional Master's Degree is an e-book for teachers, with guidelines and discussions about the problems worked on in relation to cognitive demands. The use of Problem Solving as a methodology enriched the communication between the students and the researcher and made it possible to maintain high levels of cognitive demand of the problems.

Keywords: Early years. Cognitive Demands. Problem solving. Teaching Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Os anos iniciais do Ensino Fundamental são marcantes na vida escolar dos alunos, pois tratam de conteúdos elementares e necessários para a continuação dos estudos. Em relação à Matemática, as aprendizagens desta etapa servem de base nos anos posteriores. Neste intuito, os professores precisam estar atentos à aprendizagem dos alunos e ao modo como ela ocorre.

Em relação aos Números Racionais, os alunos de quarto ano já começam a ter algumas noções de sua representação na forma decimal, conforme aponta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em seu objetivo (EF04MA10)[1]. No entanto, Muniz, Batista e Silva (2008) destacam que:

> Historicamente podemos perceber que há uma ênfase muito grande no ensino de frações, enquanto que o ensino de decimais e medidas quase sempre fica relegado a um segundo plano, de tal forma que chegamos a destinar dois ou três meses do ano letivo para frações e quando chega lá, no finalzinho do ano, destinamos algumas poucas semanas para decimais e medidas (MUNIZ; BATISTA; SILVA; 2008, p. 16).

Por esse motivo, a temática foi escolhida como pano de fundo para investigar as demandas cognitivas evidenciadas pelos alunos participantes ao resolverem problemas. Além do mais, os Números Racionais podem ser reconhecidos em diversas situações do cotidiano, especialmente por meio de sua representação decimal. Atividades rotineiras, como medir, pesar e lidar com dinheiro, expõem os alunos a situações em que há a necessidade de compreensão de operações com Números Decimais. Antes mesmo de aprenderem formalmente a operar com os Números Decimais, os alunos, intuitivamente, já os envolvem em operações e o professor tem um papel relevante para que compreendam verdadeiramente as operações com decimais (RIBEIRO, 2011).

A Resolução de Problemas[2] vista como uma metodologia de ensino oportuniza aos alunos a melhoria na comunicação e na expressão de seus pensamentos, além de estabelecer relações do que ele já conhece com o que vai aprender (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014). Ademais, a resolução de problemas como processo é considerada uma atividade cognitiva de alto nível (HENNINGSEN; STEIN, 1997). Nesta pesquisa, a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMARP) será utilizada para o desenvolvimento das aulas, mas o objeto de estudo está centrado nas demandas cognitivas dos problemas e o aluno ao resolver problemas.

---

[1] (EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro (BRASIL, 2018, p. 291).

[2] Será utilizada a escrita com RP maiúsculos quando se referir à metodologia de ensino e com rp minúsculo quando se tratar da prática de resolver problemas.

Sou[3] professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental desde o ano 2015. É o momento em que a criança desenvolve seus primeiros raciocínios e pensamentos matemáticos, tendo fortemente seu professor como incentivador e espelho. Devido a essa gama de experiências novas que permeiam as crianças nesta etapa do ensino e por já conhecer e utilizar a Resolução de Problemas (BARROS, 2018), surgiu a inquietação por analisar as demandas cognitivas dos problemas, especificamente, ao trabalhar com os Números Decimais.

O meu contato com a cognição surgiu na Pós-Graduação, no âmbito da disciplina de Cognição, Metacognição e Formação de Conceitos e por meio dela houve a percepção de que não basta apresentar uma tarefa bem elaborada (ou problema, como será explicitado na seção seguinte), mas o professor também precisa mediar ou apoiar os alunos enquanto eles estão trabalhando. Conforme Stein *et al.* (2001), é possível que ocorra um declínio da atividade cognitiva por parte do aluno diante de suas tentativas para que o professor facilite ou apresente dicas de como resolver o problema.

Além disso, na busca por pesquisas que investigaram as "demandas cognitivas" das tarefas nas aulas de Matemática, especificamente na Resolução de Problemas, notou-se uma lacuna nas pesquisas acadêmicas em âmbito nacional. Esse tema, geralmente, é foco de pesquisas comportamentais e na área da saúde mental.

Uma demanda cognitiva, nesta pesquisa, é entendida como uma exigência cognitiva da tarefa, conforme Stein et al. (2001, p. 18), mas sua implementação depende das ações do professor para que, satisfatoriamente, os alunos possam desenvolvê-la na direção do "fazer matemática".

Nesse cenário, o objetivo desta pesquisa é analisar as demandas cognitivas de problemas envolvendo Números Decimais, propostos a alunos de 5º. ano do Ensino Fundamental. Além do mais, desenvolveu-se um ebook, como Produto Educacional, com orientações para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre as demandas cognitivas de problemas envolvendo Números Decimais.

Este trabalho está organizado em cinco seções. Inicialmente, traz-se a introdução que apresenta o objetivo de pesquisa, bem como o modo como a dissertação está estruturada. A seção 2 aponta o referencial teórico da pesquisa, que contempla a Resolução de Problemas, os processos cognitivos que ocorrem na aprendizagem e os Números Racionais (com destaque para sua representação decimal).

[3] Será utilizada a escrita em primeira pessoa por se tratar das experiências do autor.

Na seção 3 são explicitados a metodologia da pesquisa, os participantes, o instrumento utilizado para a produção de dados e os procedimentos adotados para a elaboração da análise. Aqui também é apresentado um plano sobre as possíveis demandas cognitivas de cada problema. Ao fim desta seção, descreve-se o Produto educacional vinculado à pesquisa.

A seção 4 traz a análise dos dados, cujas subseções são separadas pelos problemas contidos no instrumento de pesquisa. Em seguida, são tecidas as considerações finais e apresentadas as referências utilizadas, bem como o anexo e o apêndice da pesquisa, a ficha de avaliação do produto educacional e o instrumento de pesquisa, respectivamente.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E ENSINO DE MATEMÁTICA

O ensino de Matemática, no início do século XX, se pautou na repetição e memorização de conceitos, e sua prática se baseou no treino de procedimentos ensinados pelo professor (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009). A Resolução de Problemas começa a ser vista como possibilidade no ensino de Matemática em trabalhos como o de George Polya, em seu livro *A Arte de Resolver Problemas*[4] (1944), que estabeleceu quatro passos necessários para se resolver um problema. São eles: (1) compreensão do problema, que se baseia na leitura para entender o enunciado e identificar os dados relevantes; (2) estabelecimento de um plano, ou seja, deve-se realizar um levantamento sobre o que é preciso para resolver a situação, de quais operações e estratégias utilizar; (3) execução do plano, que leva em conta os aspectos mencionados no passo dois e se resolve o problema, e (4) retrospecto, que é o momento de avaliar se a solução encontrada está de acordo com o que é solicitado no problema.

Na década de 1960, a Matemática Moderna foi um movimento que "[...] valorizava uma Matemática apoiada na teoria dos conjuntos, destacando as propriedades e as abstrações matemáticas, por meio de uma linguagem precisa e concisa. O ensino de Matemática se distanciava das questões práticas" (JUSTULIN, 2014, p. 51). Assim, apesar da influência das heurísticas de Polya, com o advento da Matemática Moderna na década de 60, as discussões sobre a resolução de problemas perderam força, segundo Vieira e Allevato (2021).

Na década de 1980, com o documento *Uma agenda para a ação: Recomendações para a Matemática escolar dos anos 1980*[5], do NCTM[6] *(National Council of Teachers of Mathematics),* o cenário da Resolução de Problemas começa a ser alterado nos Estados Unidos, ao propor que ela seja o foco do ensino de Matemática. No entanto, em sala de aula, os usos da resolução de problemas foram distintos, o que levou autores como Hatfield (1978) e Schroeder e Lester (1989) a discutirem três maneiras de abordar a resolução de problemas:

(1) Ensinar *sobre* resolução de problemas, que se baseia no ensino dos passos de Polya (1944), com enfoque no modo de resolver problemas;

---

[4] Traduzido da versão em inglês "*How to solve it: A New Aspect of Mathematical Method".*

[5] O documento original tem o título "*An agenda for action: recommendations for school mathematics of the 1980s*".

[6] Traduzido como Conselho Nacional de professores de Matemática.

(2) Ensinar *para* resolver problemas, ficando subentendido que o professor ensina o conteúdo matemático e, depois, apresenta os problemas. Allevato e Onuchic (2009, p. 137) ressaltam que "ao ensinar para resolver problemas, o professor se concentra na maneira como a matemática é ensinada e o quê dela pode ser aplicado na resolução de problemas rotineiros e não rotineiros". Para melhor clarificar, Onuchic *et al.* (2014) retratam que a Resolução de Problemas não é o eixo de sustentação da abordagem, mas sim, a Matemática, uma vez que a resolução de problemas se torna um apêndice, um acessório;

(3) Ensinar Matemática *através* da Resolução de Problemas, se pauta na construção do conhecimento matemático que ocorre durante o processo de resolução e a aula tem como ponto de partida um problema gerador[7]. Allevato e Onuchic (2009, p. 139) discorrem que, através da Resolução de Problemas, o "problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento far-se-á através de sua resolução".

No fim da década de 1980, a Resolução de Problemas passa a ser pensada como uma metodologia de ensino, tornando-se o ponto de partida e um meio para o ensino de matemática. Ela acaba se tornando um dos padrões de processo de ensino, sendo fortemente recomendada. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009).

Van de Walle (2001) enfatiza que a Resolução de Problemas deve ser vista como a principal estratégia de ensino e que o trabalho de ensinar comece sempre onde estão os alunos, com o foco na aprendizagem, ao contrário de outras formas em que o ensino começa onde estão os professores, ignorando o que os alunos trazem consigo para a sala de aula.

Esta metodologia promove "o desenvolvimento de processos de pensamento de nível superior [...] e o trabalho de ensino de matemática acontecerá num ambiente de investigação orientada em resolução de problemas" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p. 142). Já o papel do professor é fundamental, visto que cabe a ele "diversificar as tarefas que propõe aos alunos, no sentido de incrementar uma educação matemática que facilite o desenvolvimento do pensamento matemático" (SERRAZINA; RIBEIRO, 2012, p. 1369), levando em conta o interesse e as característica de aprendizagem que busca desenvolver nos alunos.

2.1.1 A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP)

[7] O problema gerador é aquele que visa "[...] à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para a resolução do problema ainda não foi trabalhado em sala de aula" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 13).

Nesta metodologia, o problema "[...] é ponto de partida para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 44). Nesta perspectiva, a Resolução de Problemas é vista como uma metodologia de ensino e desenvolve:

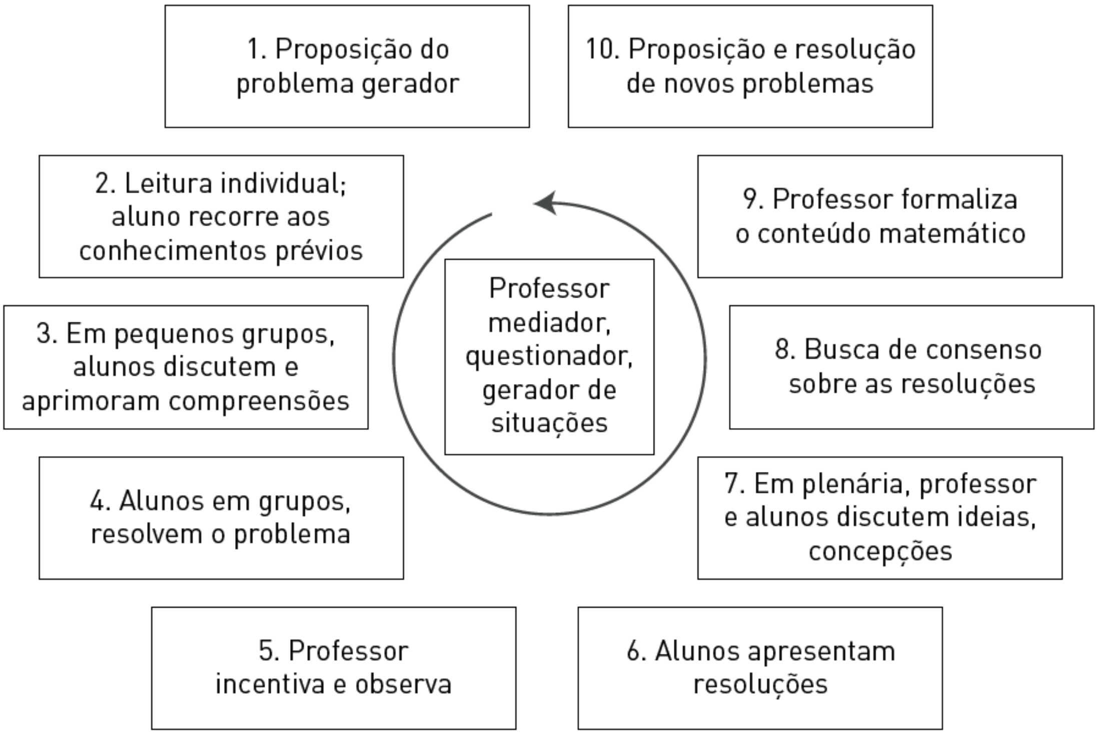
> [...] o poder de comunicação da criança, quando trabalhadas oralmente, e valorizam o conhecimento prévio do aluno, uma vez que dão a oportunidade de ele mesmo explorar, organizar e expor seus pensamentos, estabelecendo uma relação entre suas noções informais ou intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática (DANTE, 2010, p.12).

Esta metodologia possibilita o desenvolvimento de novos conhecimentos por meio da exploração e exposição do pensamento matemático. Por meio dela os alunos concebem a Matemática de maneira diferente, com problemas que se relacionem aos conhecimentos prévios, buscando desenvolver raciocínio frente a um problema.

O professor tem um papel fundamental de escolher criteriosamente o problema. Para isso, Van de Walle (2009) estabelece três características para um bom problema: a primeira é que ele deve considerar os conhecimentos que os alunos têm e deve partir deste ponto; a segunda característica relaciona-se ao conteúdo que se quer que os alunos aprendam, tendo cuidado para que questões secundárias não desviem o foco da Matemática que se quer trabalhar em determinado problema, por fim, o problema deve exigir justificativas e explicações para as respostas e métodos apresentados.

À medida que o aluno resolve o problema, ele possibilita a construção própria de seu conhecimento. Tornar o aluno protagonista de sua aprendizagem, tendo o professor como mediador, eleva sua autonomia, raciocínio e criatividade. Esta prática caracteriza a MEAAMaRP (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021), cujo roteiro de atividades foi organizado pelas autoras para orientar os professores, conforme Figura 1.

Figura 1: Esquema da Metodologia



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51).

Na etapa de *proposição do problema* o professor seleciona o chamado problema gerador de um conteúdo ainda não estudado pelos alunos, logo se torna apropriado ressaltar que o conteúdo matemático necessário para resolver o problema ainda não tenha sido estudado. A *leitura individual* é feita para que os alunos estabeleçam uma própria compreensão sobre o assunto, seguida a *leitura em grupo*, com apontamentos de outros alunos e do professor, caso necessário. A *resolução do problema* parte dos conhecimentos prévios dos alunos, sem critérios e em grupos, estabelecendo colaboração entre os colegas.

No momento de *observar e incentivar*, o professor mediador incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios para a resolução do problema, não possuindo mais o papel de transmissor do conhecimento, que corrobora as ideias de Allevato e Onuchic (2009, p. 141) que evidenciam o papel do professor como aquele que "incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem".

Em seguida, é feito o *registro na lousa* das possíveis respostas encontradas para o problema (painel de soluções) e segue a *plenária,* em que os alunos são convidados a compartilharem suas ideias na *busca pelo consenso*, através do qual há uma discussão em relação à resolução mais apropriada, se houver. Ao final, o professor *formaliza o conteúdo*, apresentando e sistematizando os conceitos e, então, *propõe aos alunos a realização de novos problemas* para aplicar os novos conhecimentos construídos.

2.1.2 Sobre exercícios, problemas e seus tipos e as tarefas no ensino de Matemática

Dante (2010) distingue problemas de exercícios. Ele relata que exercícios são atividades cujo objetivo é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou relembre algum conceito aprendido. Van de Walle (2001) salienta que um problema é qualquer tarefa ou atividade para a qual os alunos não tenham métodos ou regras memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta. Para Onuchic (1999, p. 215), "problema é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em resolver". Esta é a definição adotada neste trabalho.

De modo mais procedimental, Dante (2010, p. 30), considera que o problema "[...]é a descrição de uma situação em que se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução" e os classifica em: (1) Problemas Padrão; (2) Problemas Heurísticos; (3) Problemas de Aplicação; e (4) Problemas de Quebra-Cabeça.

Os Problemas Padrão envolvem, em sua resolução, o emprego direto de algoritmos já conhecidos pelos alunos. São utilizados pela maioria dos professores, já que não exigem nenhuma estratégia, pois o necessário para sua resolução, na maioria das vezes, está contido no seu enunciado e o conteúdo já foi apresentado pelo professor. Os Problemas Heurísticos são situações que necessitam de uma atenção, pois é preciso pensar em como resolver, visto que as operações não são dispostas nos enunciados. Estes se tornam mais eficazes para o desenvolvimento de estratégias e procedimentos. Os Problemas de Aplicação, também conhecidos como "problemas contextualizados", representam situações do dia a dia e exigem diversos procedimentos matemáticos em sua resolução. Por fim, os Problemas de Quebra-Cabeça, como seu próprio nome retrata, consistem na interpretação e na resolução de quebra-cabeças, possibilitando uma matemática recreativa e desafiadora.

Serrazina e Ribeiro (2012, p. 3) ressaltam que a diferença entre um problema e um exercício é bem sutil, e que

> Uma tarefa pode ser um problema para um indivíduo e não o ser para outro. Também, pode acontecer que a mesma tarefa seja um problema para um indivíduo, num dado momento e, à posteriori, apenas um exercício. Tudo depende dos conhecimentos que cada um possui no momento em que lhe é apresentada a tarefa ou do interesse que a mesma lhe suscita.

Ponte *et al.* (2015, p. 119) considera que “o que distingue exercício de problema é essencialmente o facto de o aluno dispor ou não de um método de resolução imediato”. Ponte *et al.* (2015) classifica uma tarefa não somente como problemas e exercícios, mas também as explorações e investigações. Estas são consideradas tarefas de natureza aberta, que favorecem o desenvolvimento da capacidade de lidar com situações mais complexas e mobiliza conhecimentos matemáticos anteriores.

2.2 PROCESSOS COGNITIVOS NA APRENDIZAGEM

Ao relacionar os processos cognitivos e a resolução de problemas, do ponto de vista cognitivo, Zuffi e Onuchic (2007, p. 85) consideram que “o desempenho em Matemática está associado à ativação, por parte do aprendiz, de processos intelectuais de ordem superior demandados por tarefas próprias desta disciplina (especialmente a resolução de problemas) e a tomada de consciência de tais processos”. As autoras, entendem tais processos cognitivos de ordem superior como pensamentos metacognitivos e autorreguladores, que serão retomados no decorrer do trabalho. Para melhor compreensão, far-se-á uma distinção entre processos cognitivos e metacognitivos.

> O termo cognição é, consequentemente, sinônimo de “acto ou processo de conhecimento”, ou “algo que é conhecido através dele”, o que envolve a coativação integrada e coerente de vários instrumentos ou ferramentas mentais, tais como: atenção; percepção; processamento (simultâneo e sucessivo); memória (curto termo, longo termo e de trabalho); raciocínio, visualização, planificação, resolução de problemas, execução e expressão de informação. Naturalmente que tais processos mentais decorrem por um lado da transmissão cultural intergeracional, e por outro, da interação social entre seres humanos que a materializam (FONSECA, 2014, p. 4).

Zuffi e Onuchic (2007) destacam os seguintes processos cognitivos na resolução de problemas: a codificação, o armazenamento, a recuperação e a transformação de informações. Com relação aos processos metacognitivos, as autoras se referem como usados para planejar, ativar, monitorar, avaliar e modificar os pensamentos anteriores. Levine (1994), citado por Pedroso (2008), explora a compreensão do termo metacognição a partir do seguinte exemplo:

> Um jornal é melhor que uma revista. Um cume ou encosta é melhor que uma rua. No início parece que é melhor correr do que andar. É preciso experimentar várias vezes. Prega várias partidas, mas é fácil de aprender. Mesmo as crianças podem achá-lo divertido. Uma vez com sucesso, as complicações são minimizadas. Os pássaros raramente se aproximam. Muitas pessoas, às vezes, fazem ao mesmo tempo, contudo isso pode causar problemas. É preciso muito espaço. É necessário ter cuidado com a chuva, pois destrói tudo. Se não houver complicações, pode ser muito agradável. Uma pedra pode servir de âncora. Se alguma coisa se partir, perdemo-lo e não teremos uma segunda chance (LEVINE, 1994, apud PEDROSO, 2008, p. 9).

Ao realizar a leitura inicial, é aceitável que uma pessoa já elabore uma hipótese. Vertuan (2013) destaca que, ao ler a primeira frase, *"um jornal é melhor que uma revista"*, é possível que o leitor pense na possibilidade de o jornal ser mais atual com relação às notícias, visto que suas edições são diárias. Lendo as outras frases, *"um cume ou encosta é melhor que uma rua"* e *"no início parece que é melhor correr do que andar",* é provável que o leitor já descarte ou adapte sua hipótese inicial, que, por sua vez, certamente será alterada conforme a leitura contínua. Eventualmente, o leitor pode terminar a leitura e ainda não reconhecer do que se trata.

Durante essa leitura, podem surgir algumas ações elaboradas pelo indivíduo, como ler, elaborar hipóteses, avaliar os resultados, validar as ideias, refinar as ideias, questionar sobre como proceder, monitorar a leitura, refletir sobre como realizou a leitura, decidir reler e, até mesmo desistir, por julgar não ser possível realizá-la (VERTUAN, 2013). Ao fazer releituras, monitorando e avaliando as ideias alcançadas, o leitor pode concluir que o pequeno texto faz menção a um "papagaio"[8] ou "pipa".

De todas essas ações empregadas na leitura, algumas como ler, elaborar hipóteses, validar e refinar ideias, visam solucionar diretamente o problema, tratando-se de ações cognitivas. As outras visam supervisionar as primeiras, como monitorar a leitura, refletir como realizou a leitura e, questionar sobre como proceder, que tratam de ações de caráter metacognitivo. Segundo Vertuan (2013, p. 53), "[...] todas essas ações, no entanto, remetem à estrutura cognitiva do sujeito e são, ao mesmo tempo, resultado de aprendizagens vivenciadas em seu entorno social e cultural e instrumentos de intervenção".

O monitoramento ativo consiste em compreender o processo cognitivo durante uma atividade, com o propósito de conduzir o planejamento de ações e metas, ou seja, ele analisa e controla as ações, além de comparar os resultados com base nos objetivos estabelecidos. A regulação dos processos cognitivos é a busca em sua estrutura cognitiva (atenção, compreensão, memória, raciocínio, entre outros) pela maneira como pensa o indivíduo sobre uma atividade à qual seja exposto. Em outras palavras, é a procura, principalmente em sua memória, por conhecimentos anteriores que resolva o problema.

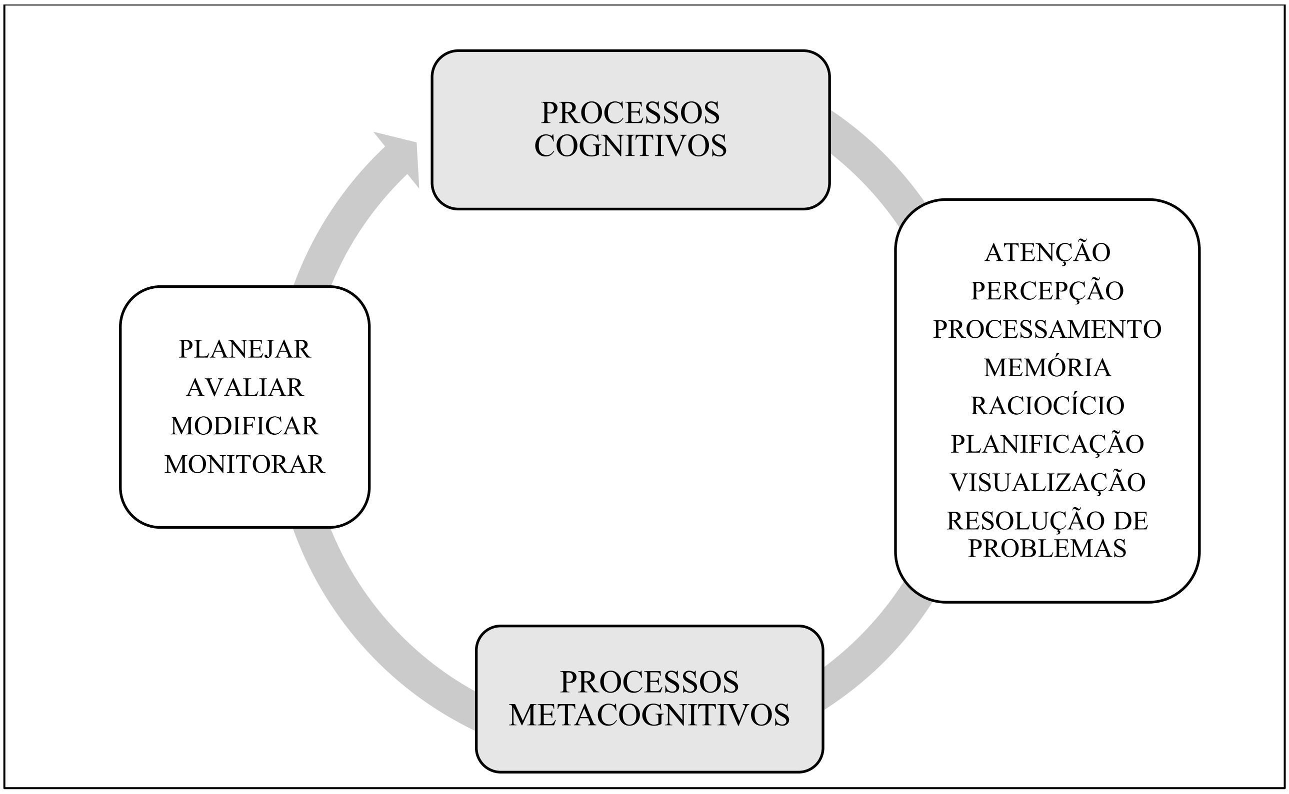
Tais ideias que compõem a metacognição, estão fortemente alinhadas às demandas cognitivas de alto nível, especificamente, com o *fazer matemática,* que exige este pensamento mais complexo, com automonitoramento e autorregulação.

Na Figura 2, ilustra-se o modo como os processos cognitivos e metacognitivos se relacionam:

---

[8] Brinquedo de papel ou de tecido preso geralmente a uma linha e que voa ao ser lançado contra o vento. Quando composta de papel, tem a função de asas que sustenta o brinquedo no ar.

Figura 2: Esquema dos processos cognitivos e metacognitivos, conforme Vertuan (2013)



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os processos cognitivos atenção, percepção, processamento, memória, raciocínio, planificação, visualização, resolução de problemas, entre outros, são mobilizados pelos alunos, e podem ser modificados pelos processos metacognitivos (planejar, avaliar, modificar e monitorar) ao longo da resolução da tarefa.

2.2.1 Demandas cognitivas de tarefas matemáticas

O nível de demanda cognitiva de um problema (ou de uma tarefa) refere-se aos tipos de raciocínios matemáticos que serão exigidos para sua realização e ao tipo de aprendizagem que proporcionará aos alunos. Henningsen e Stein (1997) propõem uma classificação das tarefas matemática pelas demandas cognitivas, a saber, memorização, aplicação de procedimentos sem conexões, aplicação de procedimentos com conexões e o fazer matemática.

Nesta perspectiva, a *memorização* se resume à utilização das operações, em forma de algoritmos ou não, ordenadamente e no uso das fórmulas. A aplicação de *procedimentos sem conexões* se baseia, por exemplo, nos procedimentos da soma de frações e da multiplicação de números inteiros, entre outros algoritmos, sem conexões com conceitos ou significados que estão por trás dos procedimentos usados inicialmente e, geralmente, estão focados na produção de respostas corretas, sem uma exigência de explicação ou justificação. Os *procedimentos com conexão* exigem um esforço cognitivo e algoritmos podem ser seguidos, mas exigem a compreensão das ideias conceituais envolvidas. Já o *fazer matemática*, por sua vez, exige "um tipo de pensamento" do aluno, em que tanto o questionamento quanto o procedimento não são reconhecidos de imediato, por exemplo,

> [...] explicar por que qualquer número com 5 no valor posicional da unidade, quando elevado ao quadrado, resulta com o número 25 na dezena e na unidade. $25^2 = 625$; $35^2 = 1225$, etc. Para muitos alunos esse problema vai exigir que ele pense criativamente, como faria um matemático (D'AMBRÓSIO, 2008, p. 5).

Stein e Smith (1998, 2009) ressaltam que, diante da classificação das tarefas matemáticas propostas por Henningsen e Stein (1997), as duas primeiras demandas cognitivas (memorização e procedimentos sem conexões) são consideradas de baixo nível cognitivo, enquanto as outras duas (procedimentos com conexões e fazer matemática) são de alto nível cognitivo.

No Quadro 1, Stein *et al.* (2001) sistematiza as características das tarefas matemáticas e os níveis de demandas cognitivas.

Quadro[9] 1: As características de tarefas matemáticas e os níveis de demandas cognitivas

MEMORIZAÇÃO **(BAIXO NÍVEL)**	PROCEDIMENTOS COM CONEXÕES **(ALTO NÍVEL)**
• Envolve a reprodução de fatos, regras, fórmulas ou definições previamente aprendidas ou a memorização de fatos, regras, fórmulas ou definições. • Não pode ser resolvido usando procedimentos porque não existe um procedimento ou porque o período em que a tarefa está sendo concluída é muito curto para usar um procedimento. • Não são ambíguos – tais tarefas envolvem a reprodução exata do material visto anteriormente e o que deve ser reproduzido é declarado de forma clara e direta. • Não têm conexão com os conceitos ou significados que fundamentam os fatos, regras, fórmulas ou definições que estão sendo aprendidas ou reproduzidas.	● Concentra a atenção dos alunos no uso de procedimentos com o propósito de desenvolver níveis mais profundos de compreensão de conceitos e ideias matemáticas. ● Sugere caminhos a serem seguidos (explícita ou implicitamente) que sejam procedimentos gerais amplos e tenham conexões estreitas com ideias subjacentes, em oposição a algoritmos estreitos que são opacos em relação aos conceitos subjacentes. ● Geralmente são representados de várias maneiras (por exemplo, diagramas visuais, situações-problema manipuláveis). ● Requer algum grau de esforço cognitivo. Embora os procedimentos gerais possam ser seguidos, eles não podem ser seguidos sem pensar. Os alunos precisam se envolver com as ideias conceituais que fundamentam os procedimentos para completar com sucesso a tarefa e desenvolver a compreensão.
PROCEDIMENTOS SEM CONEXÕES **(BAIXO NÍVEL)**	FAZER MATEMÁTICA **(ALTO NÍVEL)**
● São algorítmicos. O uso do procedimento é especificamente solicitado ou seu uso é evidente com base em instrução prévia, experiência ou colocação da tarefa. ● Exige demanda cognitiva limitada para conclusão bem-sucedida. Há pouca ambiguidade sobre o que precisa ser feito e como fazê-lo. ● Não tem conexão com os conceitos ou significados que fundamentam o procedimento que está sendo usado. ● Estão focados em produzir respostas corretas em vez de desenvolver compreensão matemática. ● Não requerem explicações, ou explicações que se concentram apenas na descrição do procedimento que foi usado.	● Requer pensamento complexo e não-algorítmico (ou seja, não há uma abordagem ou caminho previsível e bem ensaiado explicitamente sugerido pela tarefa, instruções da tarefa ou um exemplo elaborado). ● Exige que os alunos explorem e compreendam a natureza dos conceitos, processos ou relacionamentos matemáticos. ● Exige automonitoramento ou autorregulação dos próprios processos cognitivos. ● Exige que os alunos acessem conhecimentos e experiências relevantes e façam uso adequado deles ao trabalharem na tarefa. ● Exige que os alunos analisem a tarefa e examinem ativamente as restrições da tarefa, que podem limitar possíveis estratégias e soluções. ● Requer um esforço cognitivo considerável e pode envolver algum nível de ansiedade para o aluno devido à natureza imprevisível do processo de solução exigido.

Fonte: Stein *et al.* (2001, p. 18), tradução nossa.

[9] Este quadro foi organizado em uma folha no formato paisagem para melhor visualização e comparação das demandas cognitivas de baixo e alto nível cognitivo de tarefas matemáticas.

Hsu (2013) aponta que, para situações matemáticas de baixa demanda cognitiva, a apresentação do conteúdo, geralmente, é feita pelo professor, e o foco da aprendizagem está no desenvolvimento de técnicas de resolução de problemas, ou, como podemos dizer, uma ideia parecida com "ensinar *para* resolver problemas". Já a alta demanda cognitiva baseia-se, principalmente, na discussão e na resolução cooperativa de problemas pelos alunos.

Nunes *et al.* (2022) destacam alguns motivos para utilizar a Resolução de Problemas em sala de aula, que, estão fortemente alinhados a problemas (tarefas) de alto nível cognitivo:

> (i) a Resolução de Problemas concentra a atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e em dar sentido às mesmas;
> (ii) a Resolução de Problemas pode desenvolver nos alunos a convicção de que eles são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido;
> (iii) a Resolução de Problemas possibilita um ponto de partida para uma ampla gama de alunos e;
> (iv) a Resolução de Problemas desenvolve o potencial matemático (NUNES *et al.,* 2022, p. 58).

Ao utilizar a MEAAMaRP em suas aulas, o professor poderá propor a seus alunos problemas de alto nível cognitivo, uma vez que valoriza o processo de ensino e aprendizagem, desenvolve ideias conceituais, motivação e a compreensão de conceitos matemáticos.

Ao escolher um problema, o professor terá expectativas que podem ou não se mostrar em sala de aula, pois sua resolução sofre influências das ações e interações com alunos que a realizam.

> Para que o estudante consiga resolver alguma atividade proposta, precisa usar conhecimentos já adquiridos durante experiências de aula, ou em contextos externos à escola, e para isso deve usar caminhos que demandam certa cognição. Algumas atividades vão demandar raciocínios rápidos e de baixo nível, chegando-se à resposta sem grandes dificuldades. Existem outras atividades em que a exigência, quanto ao raciocínio matemático, vai ser mais complexa, fazendo com que o estudante se depare com atividades de alto nível (ALMEIDA; MACHADO; JANUARIO, 2021, p. 5).

Após compreender os níveis de demandas cognitivas dos problemas e a influência que eles têm sobre a aprendizagem dos alunos, o professor pode optar, com mais frequência, por aqueles de alto nível. No entanto, é preciso que esteja ciente que, ao selecionar este tipo de problema, não é garantia de engajamento dos alunos em formas complexas de raciocínio. Na sequência, realiza-se uma revisão bibliográfica sobre o tema, tendo como foco as demandas cognitivas em um contexto da Resolução de Problemas no ensino de matemática.

2.2.2 Revisão bibliográfica sobre o tema

Para buscar resultados de pesquisas que investigaram as demandas cognitivas nas aulas de Matemática, utilizou-se a Biblioteca Digital de Dissertações e Teses (BDTD) e o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. As palavras-chaves utilizadas foram “demandas cognitivas”. Tais palavras, juntas, com foco no ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e, especificamente, na Resolução de Problemas, não retornaram nenhum trabalho no âmbito nacional. Tal expressão se encontra em muitas pesquisas comportamentais e na área da saúde mental. Buscou-se por pesquisas em outros contextos, como a formação de professores ou o Ensino Superior, encontrando também uma quantidade limitada de trabalhos que são apresentados a seguir.

Jesus (2011), em sua dissertação, investigou como um grupo de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais lidam com a análise e, com a proposição e a implementação de tarefas. No decorrer de sua coleta de dados, os professores participantes tiveram que resolver tarefas matemáticas, classificá-las e analisá-las de acordo com os níveis de demandas cognitivas, evidenciando dois pontos: a relevância das tarefas de alto nível e de conhecer os níveis de demanda cognitiva. Concluiu-se que as professoras participantes da pesquisa lidaram com os objetivos de modo comprometido, responsável e com olhar voltado para os processos de ensino e aprendizagem.

Fonseca (2017), buscou em sua dissertação, organizar tarefas que integrem um ambiente educacional e que antecedem o estudo de derivadas, numa disciplina de Cálculo Diferencial Integral (CDI). Para isso, elencou uma proposta de sequência de atividades pautadas em episódios de resolução de tarefas, selecionando/criando/adaptando tarefas para aulas de CDI e depois apresentando uma proposta de tarefas para anteceder o estudo de derivadas. Por fim, propõe uma nova ordem de estudo de conteúdos e um caderno de tarefas como produto educacional como sugestão para professores que lecionam esta disciplina. Esta pesquisa foi considerada por conter, em sua estrutura, conceitos sobre demandas cognitivas, que fazem parte de nossa pesquisa.

Bispo, Ramalho e Henriques (2008) em seu trabalho “Tarefas matemáticas e desenvolvimento do conhecimento matemático no 5.º ano de escolaridade”, analisaram as tarefas enquanto objeto de trabalho de professores no processo de ensino/aprendizagem da Matemática, caracterizando-as como potenciais veículos de desenvolvimento do conhecimento matemático. Para isso, as relacionaram com três níveis de demandas cognitivas, “elevado, baixo e sem atividade matemática”, que requerem, respectivamente, a matematização ou o uso de procedimentos com conexão aos conceitos, o uso de procedimentos sem conexão aos conceitos ou atividades que não implicam pensamento matemático. Concluíram que as tarefas matemáticas propostas por professores de 1º e 2º ciclos se caracterizam, majoritariamente, por aquelas de baixo nível de demanda cognitiva.

Tekkumru Kisa e Stein (2015), em seu trabalho, tiveram como objetivo examinar as mudanças na aprendizagem dos professores no que diz respeito ao ensino de ciências e ao pensamento dos alunos. Com base em uma intervenção em vídeo, investigaram o que os professores compreendiam sobre as demandas cognitivas com relação ao ensino de ciências e quando eram indagados sobre o nível ou tipo de pensamento que o aluno desenvolveu. Nesta perspectiva, os professores analisaram pequenos videoclipes que ilustravam encenações de tarefas cognitivamente desafiadoras em salas de aula e discutiam. O estudo forneceu exemplos de novas maneiras de estudar a aprendizagem dos professores e concluiu que a natureza da tarefa que é proposta nas salas de aula estabelece as maneiras pelas quais o professor e os alunos interagem em torno dela.

De maneira peculiar, todos os trabalhos apresentados investigaram as demandas cognitivas com professores dos anos iniciais/finais ou estudantes de graduação, e apresentaram contribuições a fim de considerá-las na elaboração e/ou implementação da tarefa. Localizando a presente pesquisa nesse cenário, o foco encontra-se nas demandas cognitivas de problemas envolvendo Números Decimais apresentadas por alunos do 5º. Ano do Ensino Fundamental.

2.3 NÚMEROS RACIONAIS

Os Números Racionais, em sua representação decimal, são explorados na BNCC (BRASIL, 2018), na unidade temática “Números”. A principal expectativa deste documento para os anos iniciais do Ensino Fundamental é que:

- “Os alunos resolvam problemas com Números Naturais e Números Racionais cuja representação decimal é finita” (BRASIL, 2018, p. 268), e
- “Os alunos desenvolvam habilidades no que se refere à leitura, escrita e ordenação de Números Naturais e Números Racionais por meio da identificação e compreensão de características do Sistema de Numeração Decimal, sobretudo o valor posicional dos algarismos” (BRASIL, 2018, p. 268).

Em relação ao 5º ano, foco desta pesquisa, a BNCC indica os objetos de conhecimento e as habilidades que norteiam os professores atuantes nesta etapa, conforme Quadro 2.

Quadro 2: Objetos de conhecimento e habilidades em relação a Números Racionais (5º. ano)

UNIDADE TEMÁTICA	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Números	Números Racionais expressos na forma decimal e sua representação na reta numérica.	**(EF05MA02)** Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.
	Representação fracionária dos Números Racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica.	**(EF05MA03)** Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.
	Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária, utilizando a noção de equivalência.	**(EF05MA04)** Identificar frações equivalentes. **(EF05MA05)** Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.
	Problemas: adição e subtração de Números Naturais e Números Racionais, cuja representação decimal é finita.	**(EF05MA07)** Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com Números Naturais e com Números Racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
	Problemas: multiplicação e divisão de Números Racionais, cuja representação decimal é finita por Números Naturais.	**(EF05MA08)** Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com Números Naturais e com Números Racionais, cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Fonte: Brasil (2018).

A BNCC apresenta tais habilidades com o objetivo de trabalhar os Números Racionais e suas representações. Geralmente, professores focam em trabalhar as frações, dando pouca ou nenhuma atenção para os números decimais (MUNIZ; BATISTA; SILVA; 2008).

Quaresma e Ponte (2012) julgam que o conceito dos Números Racionais é um dos mais importantes e complexos que os alunos aprendem nos anos iniciais. Retratam ainda, que o conceito de Número Racional é multifacetado, ou seja, se apresenta de cinco maneiras diferentes.

> i. *parte-todo* – caso em que existe uma comparação entre a parte de um todo contínuo ou discreto, ou seja, o número racional representa a relação entre o numerador que indica o número de partes que se tomam do todo e o denominador que é o número de partes em que o todo está dividido, a compreensão deste significado é fundamental para a compreensão dos restantes significados;
> ii. *razão* – designa uma comparação entre duas quantidades da mesma natureza ou de natureza distinta;
> iii. *operador* – transforma o cardinal de um conjunto discreto, pode ser partitivo (no caso da fracção $\frac{1}{b}$) ou multiplicativo partitivo (no caso da fracção $\frac{a}{b}$, com $a \neq 0$);
> iv. *quociente* – um número racional visto como resultado de uma divisão entre dois números naturais, onde o numerador e o denominador representam o todo; e
> v. *medida* – situação que se traduz na comparação entre duas grandezas, em que uma delas é considerada a unidade (QUARESMA; PONTE, 2012, p. 40).

Dentre as várias ideias de representação do Número Racional, *quociente* e *medida,* destacados por Quaresma e Ponte (2012), resultam em Números Decimais, ou seja, se tornam uma representação dos Números Racionais.

Pode-se dizer que "as frações cujos denominadores são 10 ou 100 (10 x 10) ou 1000 (10 x 10 x 10) etc., são denominadas frações decimais" (CENTURIÓN, 1994, p. 266), ou seja, tem sua representação em uma notação decimal, como Números Decimais. Isso se deve ao "[...] fato de nosso sistema de numeração ser posicional e ter base dez" (IBIDEM, p. 270). A autora ainda esclarece que foi necessário estabelecer uma maneira de diferenciar a parte inteira de um número de sua parte fracionária, não existindo apenas um símbolo para isto, como o ponto (.) e a vírgula (,) por exemplo.

Sobre o modo de abordar as frações e os decimais, "[...] podemos fazê-lo conjuntamente ou de forma isolada" (RIBEIRO, 2011, p. 414). Uma abordagem em conjunto melhora a compreensão das relações existentes entre ambos e permite que os alunos se apropriem de conceitos de equivalência presentes na relação entre frações e decimais. O referido autor recomenda que

> [...] devemos, como facilitadores das aprendizagens dos alunos, facultar-lhes a possibilidade de utilizarem materiais manipuláveis, modelos e situações do mundo real (por exemplo, o dinheiro, nomeadamente por meio de folhetos de supermercado, compra de bilhetes de transporte e de espetáculos etc.) (RIBEIRO, 2011, p. 414).

Os Números Racionais integram muitas atividades do cotidiano, especialmente por meio de sua representação decimal. Atividades rotineiras, como medir, pesar e lidar com dinheiro, expõem os alunos a situações em que há a necessidade de compreensão de operações com Números Decimais. Antes mesmo de aprenderem formalmente a operar com os Números Decimais, os alunos, intuitivamente, já os envolvem em operações e o professor tem um papel fundamental para que passem a compreender verdadeiramente as operações com decimais (RIBEIRO, 2011).

Uma definição para os Números Decimais pode ser apresentada como um "conjunto $\mathbb{D}$, [...], cujos elementos são representados na forma $a,b_1b_2b_3...b_k...$ com $a \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{N}$ e $0 \leq b_i \geq 9$, $i \in \mathbb{N}$" (SOUSA, 2017, p. 9), ou seja, tome o conjunto dos decimais ($\mathbb{D}$), em que seus elementos representados por Números Decimais ($a,b_1b_2b_3...b_k...$), com a pertencente ao conjuntos dos números inteiros ($\mathbb{Z}$), k pertencente ao conjuntos dos números naturais ($\mathbb{N}$), b_i estando entre 0 e 9 e i pertencendo ao conjunto dos números naturais. Assim, uma fração decimal, conforme Centurión (1994), cujo denominador tem base 10, é definida como um Número Decimal por Sousa (2017).

Nesta pesquisa, os Números Decimais são considerados como uma forma de representação dos Números Racionais, conforme Quaresma e Ponte (2012).

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Esta pesquisa teve seu cadastro realizado na Plataforma Brasil, na Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), sob número de protocolo 56180122.1.0000.5547e sob parecer favorável, com número de parecer 5.285.143, emitido em 10/03/2022.

Considerando a pergunta da pesquisa: "Quais níveis de demandas cognitivas de problemas envolvendo Números Decimais são apresentadas por alunos de um quinto ano do Ensino Fundamental ao resolvê-los?", a abordagem utilizada é a pesquisa qualitativa, abrangendo interpretações que dependem da experiência do pesquisador e das pessoas que farão parte da pesquisa. Neste sentido, na

> [...] pesquisa qualitativa, [...] o próprio pesquisador é um instrumento ao observar ações e contextos e, com frequência, ao desempenhar intencionalmente uma função subjetiva no estudo, utilizando sua experiência pessoal em fazer interpretações (STAKE, 2011, p. 30).

A observação, no que se refere ao procedimento de pesquisa qualitativa, implica uma atividade em que um pesquisador observa pessoalmente e de maneira prolongada situações e comportamentos pelos quais se interessa, sem se limitar a conhecer o contexto somente por meio da indicação daqueles que vivem essas situações. Flick (2009) retrata que a pesquisa qualitativa busca entender, descrever e até mesmo explicar fenômenos sociais de diversas maneiras diferentes.

Como características da pesquisa qualitativa, Pires *et al.* (2008) ressaltam que

> Trata-se de uma técnica direta, já que há um contato com informantes. Trata-se, também, de uma observação não-dirigida, na medida em que a observação da realidade continua sendo o objetivo final e, habitualmente, o pesquisador não intervém na situação observada. Trata-se, ainda, de uma análise qualitativa, uma vez que entram em jogo anotações para descrever e compreender uma situação, mais do que números para enumerar as frequências de comportamentos (PIRES *et al.*, 2008, p. 255).

Considerando as características da pesquisa qualitativa descritas por Pires *et al.* (2008) e Flick (2009), entende-se que a presente pesquisa é qualitativa pelo contato direto com alunos, pela observação da realidade e diante do interesse em descrever e compreender quais níveis de demandas cognitivas de problemas envolvendo Números Decimais são apresentadas pelos participantes da pesquisa.

3.1 PARTICIPANTES

Os participantes da pesquisa foram 18 alunos de 5º ano de uma escola pública do estado do Paraná, de um total de 27, com idade que varia de 9 a 12 anos. Assim, nove alunos da turma não concordaram em participar da pesquisa, mas participaram normalmente da aula, sem o uso de seus dados.

A implementação da pesquisa ocorreu durante o mês de junho de 2022, em uma turma em que o pesquisador não era o professor regente. Apesar de trabalhar na mesma escola, em 2022, ele não assumiu aulas no 5º. ano. Outro aspecto a ser destacado é que os alunos, devido à Pandemia de Covid-19 permaneceram no ensino remoto em 2020 e, em 2021, passaram para o modo híbrido. Em 2022, eles retornaram presencialmente.

3.2 INSTRUMENTOS

O instrumento de pesquisa se constituiu em uma sequência de três problemas geradores[10], que utiliza as quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) para trabalhar as habilidades EF05MA07 e EF05MA08, do Referencial Curricular do Paraná (RCP) (PARANÁ, 2018). Este documento é estruturado a partir da BNCC (BRASIL, 2018), mas algumas habilidades foram subdivididas e denominadas de "objetivos de aprendizagem". No caso do EF05MA02, ele aparece com a mesma escrita e numeração no RCP (2018) e na BNCC (2018). Os registros escritos produzidos pelos grupos, o diário de campo do professor-pesquisador, bem como a transcrição das gravações das aulas constituíram os dados da pesquisa.

O RCP estabelece que

> Os estudantes do Ensino Fundamental – anos iniciais, em geral, para desenvolver, sistematizar e consolidar os conhecimentos matemáticos precisam fazer uso de recursos didáticos pedagógicos; negociar significados; sistematizar conceitos por meio dos diálogos que estabelecem no espaço de comunicação (PARANÁ, 2018, p. 809).

Ainda, o RCP (PARANÁ, 2018) apresenta como objetivo de aprendizagem do 5º ano, com relação aos Números Racionais:

> (EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando

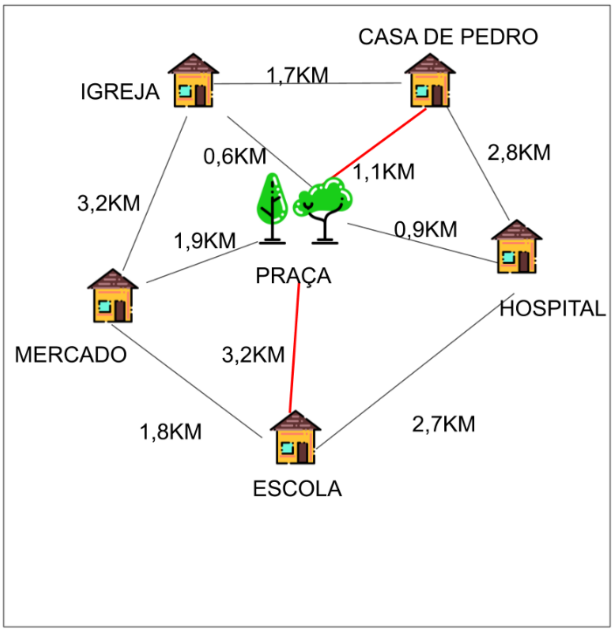
---

[10] Um problema gerador é aquele "(...) que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado" (ALLEVATO, ONUCHIC, 2009, p. 142). Os problemas selecionados foram consideras geradores, no contexto em que foram implementados, visto que os Números Decimais não haviam sido trabalhados com os alunos desta turma.

> estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos (PARANÁ, 2018, p. 849).
>
> (EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos (PARANÁ, 2018, p. 849).

Considerando os documentos oficiais, o instrumento de pesquisa trouxe três problemas. No Quadro 3, na coluna à direita, são destacadas possíveis demandas cognitivas do problema, conforme esperadas pelo pesquisador. O problema 1 apresenta um mapa, que mostra a casa de Pedro e a distância entre outros pontos da cidade:

Quadro 3: Possíveis demandas cognitivas do problema 1

Problema 1: Mapa do bairro de Pedro	
Observe o mapa do bairro de Pedro. Todo dia ele sai de casa para ir à escola:  ***a)*** Quantos quilômetros Pedro leva para ir e voltar, considerando que seu caminho corresponde à CASA-PRAÇA-ESCOLA? ***PROCEDIMENTO COM CONEXÃO*** b) De quais maneiras Pedro poderia ir de sua casa até a escola? Escreva todas as maneiras que você perceber. ***FAZER MATEMÁTICA*** c) Qual seria o caminho mais curto e o mais longo para ir da casa de Pedro até a escola? Justifique. ***FAZER MATEMÁTICA***	• A letra “a” do Problema 1 possibilita: “PROCEDIMENTO COM CONEXÃO”, pois sugere o caminho a ser seguido de maneira a levar os alunos a se concentrarem no uso de procedimentos com o propósito de desenvolver níveis mais profundos de compreensão de conceitos e ideias matemáticas. • Na letra “b” e “c”, os alunos podem “FAZER MATEMÁTICA”, pois requer um pensamento mais complexo e não algorítmico. Como não há um caminho explicitamente sugerido nos enunciados, exige uma maior demanda cognitiva devido à natureza imprevisível do processo de solução exigido.

Fonte: Adaptado de NOVA ESCOLA (Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/5ano/matematica/problemas-de-adicao-com-numeros-decimais/1093. Acesso em 10 jun. 22)	

Fonte: Elaborado pelo autor.

O problema 2, descrito no Quadro 4, pode ser encaminhado para "PROCEDIMENTOS SEM CONEXÃO" ao envolver uma instrução prévia indicada no enunciado pela palavra "dividida". No entanto, ao realizar o procedimento ou a operação necessária para resolver o problema, o aluno se depara com a dificuldade de não conhecer o algoritmo de divisão entre dois números inteiros, cujo quociente seja um número decimal.

Quadro 4: Possíveis demandas cognitivas do problema 2

Problema 2: Aniversário de Luiza	
Luiza e seus quatro amigos foram comemorar o aniversário dela em uma pizzaria e gastaram ao todo R$90,00. A conta foi dividida apenas entre os amigos, pois ela era a aniversariante e não pagou. Quanto cada um pagou? (Explique como você pensou). ***FAZER MATEMÁTICA*** Fonte: Adaptado de NOVA ESCOLA (Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-deaula/fundamental/5ano/matematica/elaboracao-de-problemas-de-divisao-de-numeros-naturais-com-quociente-decimal/1054. Acesso em 10 jun. 22)	• O problema 2 possibilita o "FAZER MATEMÁTICA", a partir de uma abordagem mais aberta, exigindo que os alunos explorem e compreendam seus processos cognitivos e suas experiências.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O Quadro 5 apresenta as demandas cognitivas possibilitadas pelo desenvolvimento do problema 3.

Quadro 5: Possíveis demandas cognitivas do problema 3

Problema 3: Compras na loja Vista Bonita	
Na Loja Vista Bonita tem a seguinte tabela de preços: Blusa — R$17,90 Calça — R$35,80 Short — R$23,60 Meia[11] — R$2,20	• No problema 3, a letra "a" possibilita o desenvolvimento de "PROCEDIMENTOS COM CONEXÃO", com propósitos de adicionar Números Decimais. • A letra "b" requer um pensamento mais complexo, um esforço cognitivo mais

[11] Refere-se ao par de meias (conjunto de duas meias).

a) Quanto Bia pagou ao comprar três blusas e um short? ***PROCEDIMENTO COM CONEXÃO*** b) Magali foi comprar roupas para seus filhos e gastou R$224,20 comprando quatro blusas, seis shorts e algumas meias. Quantas meias ela comprou? ***FAZER MATEMÁTICA*** Fonte: Adaptado de ATIVEATABUADA. (Disponível em https://www.ativeatabuada.com.br/menu-das-atividades-de-matematica/6-02-operacoes-com-numeros-decimais/. Acesso em 15 jun 22).	alto. Neste sentido, este item permite que seja mobilizado o "FAZER MATEMÁTICA".

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.3 PROCEDIMENTOS PARA A PRODUÇÃO DOS DADOS

Após a escolha e adaptação dos problemas, contatou-se a escola e a professora regente da turma e foram enviados aos responsáveis o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e o Termo de Consentimento para Uso de Imagem e Som de Voz (TCUISV). No dia da implementação dos problemas, os alunos foram orientados sobre a realização da atividade e assinaram o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE).

Nesse momento, foi realizada a distribuição dos alunos em quatro grupos de quatro pessoas e um grupo com duas pessoas, que autorizaram e assentiram em participar. Os demais alunos, que optaram em não participar, foram dispostos em outros três grupos, dois deles contando com quatro participantes e um com apenas dois participantes. Tal distribuição ocorreu de forma aleatória. Para manter a identidade dos participantes, eles serão chamados ao longo da pesquisa como A1, A2, A3, sequencialmente, para o aluno 1, aluno 2, aluno 3, e assim por diante, até o fim dos alunos participantes, A18, para o aluno 18.

Quadro 6: Composição dos grupos

G1	A1, A2, A3 e A4
G2	A5, A6, A7 e A8
G3	A9, A10, A11 e A12
G4	A13, A14, A15 e A16
G5	A17 e A18

Fonte: Elaborado pelo autor.

Conseguinte foi distribuído os gravadores de áudio nos grupos participantes da pesquisa, seguidos do instrumento de pesquisa contendo os problemas, ou seja, um gravador por grupo e uma folha para registro por aluno. Nesta ocasião o roteiro da MEAAMaRP (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021), foi utilizado pelo professor pesquisador, com algumas adaptações.

Primeiramente, foi-lhes pedido para que realizassem a leitura inicial individual dos problemas, seguida de uma leitura coletiva. Após os esclarecimentos de dúvidas, os alunos puderam, então, iniciar as resoluções. O pesquisador acompanhou os grupos durante a realização, explorando-os no intuito de observar e incentivar tais raciocínios que viessem a surgir.

Por se tratar de uma coleta de dados, optou-se por não dar sequência no roteiro para a prática da metodologia, a pedido da professora da turma. Toda esta experiência descrita para coleta de dados, teve ainda como complemento anotações no diário do pesquisador.

A professora da turma optou por dar continuidade no roteiro da MEAAMaRP por se tratar da formalização do conteúdo, relatando que realizou a discussão (plenária e registro na lousa) em que os alunos exibiram os modos como fizeram e qual seria o mais adequado de cada problema, formalizando o conteúdo e propondo novos problemas. Tal situação ocorreu logo em seguida à produção de dados pelo pesquisador.

3.4 PLANO PARA A ANÁLISE DOS DADOS

Para realizar a análise de dados, optou-se por considerar como categorias de análise prévias as demandas cognitivas dos problemas que compõem o instrumento de pesquisa.

Quadro 7: Possíveis demandas cognitivas dos problemas do instrumento de pesquisa

PROBLEMA	ITEM	DEMANDA COGNITIVA POSSÍVEL
PROBLEMA 1	a	Procedimento com conexão
	b	Fazer matemática
	c	Fazer matemática
PROBLEMA 2	-	Fazer matemática
PROBLEMA 3	a	Procedimento com conexão
	b	Fazer matemática

Fonte: Autoria própria.

3.5 A ELABORAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Os mestrados profissionais na área de ensino vêm se constituindo como um espaço de qualificação profissional à formação docente. Pasqualli, Vieira e Castaman (2018) ressaltam que o professor amplia suas possibilidades de refletir a respeito das práticas e dos desafios enfrentados na rotina educacional, na concepção de construir e consolidar uma postura inovadora à atividade educativa.

A Área de Ensino, Área 46, foi criada em 6 de junho de 2011, por meio da Portaria CAPES nº 83/2011, constituindo-se a partir da nuclearização da antiga Área de Ensino de Ciências e Matemática. Ela "busca construir pontes entre conhecimentos acadêmicos gerados na pesquisa em educação e ensino para sua aplicação em produtos e processos educativos voltados às demandas da sociedade e às necessidades regionais e nacionais" (BRASIL, 2019, p.3).

Neste sentido, o Produto Educacional (PE) pode ser definido como

> [...] um processo ou produto educativo e aplicado em condições reais de sala de aula ou outros espaços de ensino, em formato artesanal ou em protótipo. Esse produto pode ser, por exemplo, uma sequência didática, um aplicativo computacional, um jogo, um vídeo, um conjunto de vídeo-aulas, um equipamento, uma exposição, entre outros (BRASIL, 2019, p.15).

Conforme Rizzatti *et al.* (2020, p. 2), "a função de um PE desenvolvido em determinado contexto sócio-histórico é servir de produto interlocutivo à professores e professoras que se encontram nos mais diferentes contextos do nosso país". Ainda, os professores dispõem da liberdade de usar, adaptar, modificar e compartilhar sobre diferentes produtos gerados nos Mestrados Profissionais de modo crítico, de maneira que adapte às necessidades de suas diferentes turmas (RIZZATTI et al., 2020).

Para proporcionar aos professores a construção ou seleção de problemas para implementação nas aulas, com base em teóricos desta pesquisa e aliados às habilidades sugeridas pela BNCC (BRASIL, 2018), propõe-se a apresentação de um Ebook que auxilie a prática docente do Ensino Fundamental.

O produto educacional resultante desta pesquisa, intitulado "Demandas cognitivas e o ensino de Números Decimais", é um e-book destinado a professores dos anos iniciais da Educação Básica. Nele, são discutidos três problemas que foram utilizados para compor o instrumento de produção de dados. Lá estão descritas as possíveis respostas que os professores podem esperar de seus alunos, bem como a identificação da demanda cognitiva possível de ser mobilizada em cada problema. Os problemas foram resolvidos e validados pelos participantes desta pesquisa. Stein e Kaufman (2010) esclarecem que os professores devem não apenas se esforçar para entender como os alunos estão entendendo o problema, mas também começar a alinhar suas ideias e abordagens com o conhecimento matemático.

Os três problemas foram organizados de modo que fosse possível a utilização em sua resolução de, pelo menos, três operações, como adição, multiplicação e divisão envolvendo os Números Decimais.

Espera-se que este material possa auxiliar os professores de Matemática em suas aulas ao possibilitar a mobilização de demandas cognitivas de alto nível - seja ao propor os problemas sugeridos, seja ao selecionar novos problemas.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Os dados da pesquisa foram produzidos por meio da resolução dos problemas pelos alunos, da transcrição dos áudios coletados dos grupos e, das anotações do pesquisador.

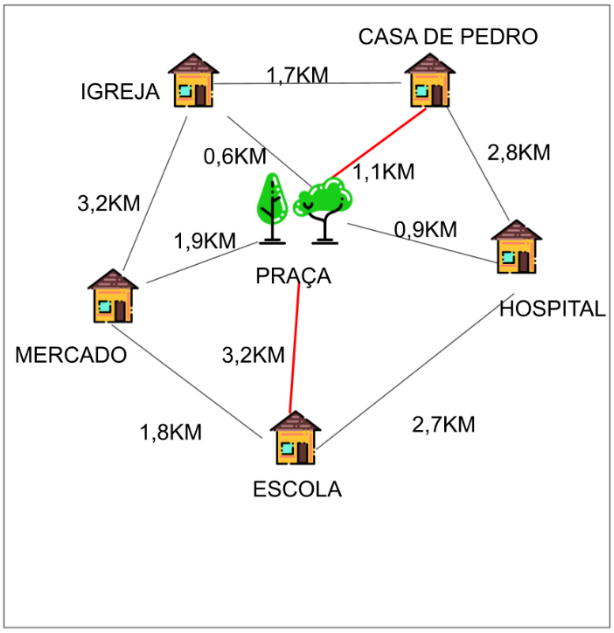
Durante a aula de Matemática, foram formados quatro grupos com quatro participantes e um grupo com dois participantes para a realização da atividade. Foi utilizado o roteiro proposto na MEAAMaRP na aplicação, com algumas adaptações, sendo os momentos de “registro na lousa”, “formalização do conteúdo” e “proposição de novos problemas” realizados pela professora da turma, e não pelo pesquisador.

4.1 PROBLEMA 1

O problema 1 visa analisar as demandas cognitivas do problema 1, em que os alunos deveriam observar um mapa, com possíveis caminhos de Pedro (personagem fictício) à escola. Nos caminhos, há pontos de referência como praça, hospital, mercado e igreja, além da casa de Pedro e da escola.

4.1.1 Item “a”: Quantos quilômetros Pedro leva para ir e voltar a escola, levando em consideração o caminho Casa-Praça-Escola?

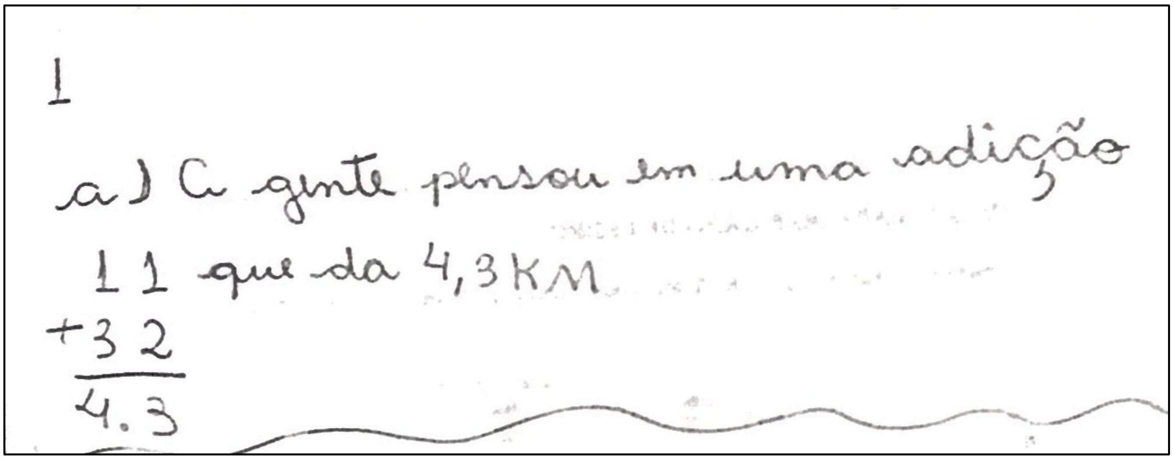
Figura 3: Mapa do problema 1a



Fonte: Dados da pesquisa.

No item “a” deste problema, era necessário realizar a operação de adição com os valores demarcados no mapa (Figura 3) para encontrar a distância que Pedro percorreria de sua casa até a escola, passando pela praça. Poderia ser realizada outra operação de adição ou até mesmo uma multiplicação para descobrir o total percorrido por Pedro para ir e voltar. A dificuldade que os alunos poderiam encontrar seria no uso dos Números Decimais e no trato das grandezas e medidas, já que os valores estavam dados em quilômetros (km).

Figura 4: Resposta ao problema 1a apresentada pelo grupo 1



Fonte: Dados da pesquisa.

O grupo 1 utilizou a adição como recurso para resolver o problema 1a, porém, ao estruturar o algoritmo, indicou a vírgula na resposta e um ponto no algoritmo. Destaca-se também que este valor representa apenas uma parte do problema. A conversa entre dois membros do grupo 1 foi decisiva e com pouca participação dos demais alunos do grupo:

A1: (Fazendo a leitura da letra a) Então, pelo caminho da praça, ele gasta 4,3 km. Vamos escrever assim, a gente pensou em uma adição.
A2: Então não precisa fazer conta?
A1: Precisa sim, e vamos escrever assim: a gente pensou em uma adição, que dá 4,3 km.

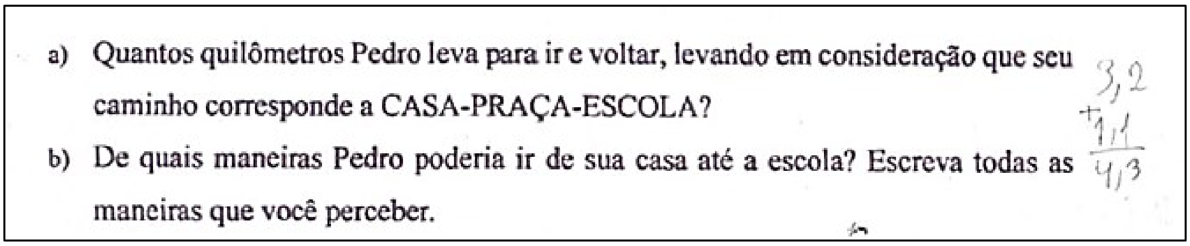
Nota-se que A1 possui domínio em sua fala, sempre ressaltando que a resposta é “4 vírgula 3” para os colegas que concordam, mas sem saber o porquê neste momento. Então A2 tenta argumentar:

A2: 11 e 32 né. O meu deu 43**.**
A1: Isso, mas é 4,3 km.

Os números 11 e 32, descritos por A2, fazem referência às distâncias apresentadas no mapa, entre a casa de Pedro e a praça (1,1 km) e entre a praça e a escola (3,2 km). Não houve questionamentos pelos demais participantes por que o resultado teria essa vírgula, visto que estavam adicionando 11 e 32, números naturais.

O grupo 2, ao estruturar o algoritmo, realizou a inserção dos valores contendo a vírgula, conforme a operação de adição com decimais, entretanto, também não percebeu que se tratava de uma parte do caminho (Figura 5).

Figura 5: Resolução do problema 1a apresentada pelo grupo 2


a) Quantos quilômetros Pedro leva para ir e voltar, levando em consideração que seu caminho corresponde a CASA-PRAÇA-ESCOLA?

b) De quais maneiras Pedro poderia ir de sua casa até a escola? Escreva todas as maneiras que você perceber.

$$\begin{array}{r} 3,2 \\ +\ 1,1 \\ \hline 4,3 \end{array}$$

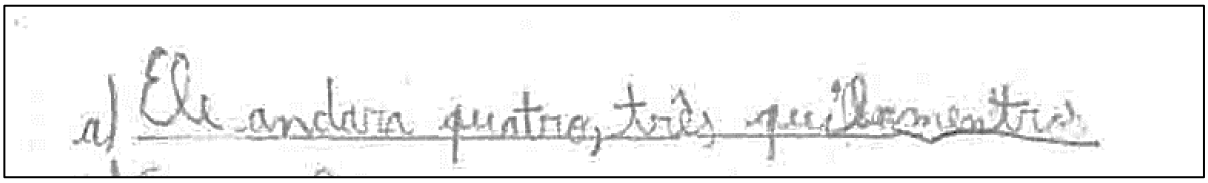
Fonte: Dados da pesquisa.

Nas conversas em grupo, pode-se perceber o mesmo uso da vírgula do grupo 1. Por mais que os números sejam decimais, nas falas e operações, a vírgula aparece somente na resposta, conforme transcrição a seguir:

A5: Pessoal, já sei. Vai dar 43 km até a escola.
A6: É isso mesmo, 43!
A7: Não, e essa vírgula? Acho que é 4,3km.

Isto pode indicar que não compreendem o que estavam fazendo, bem como não conheciam o tipo de número que estavam lidando, ou seja, operaram utilizando o mesmo procedimento realizado com os números naturais. O grupo 2 realizou a justificativa do problema 1a, escrevendo por extenso sua resposta e indicando a vírgula como símbolo, ou seja, “quatro vírgula três quilômetros, conforme Figura 6.

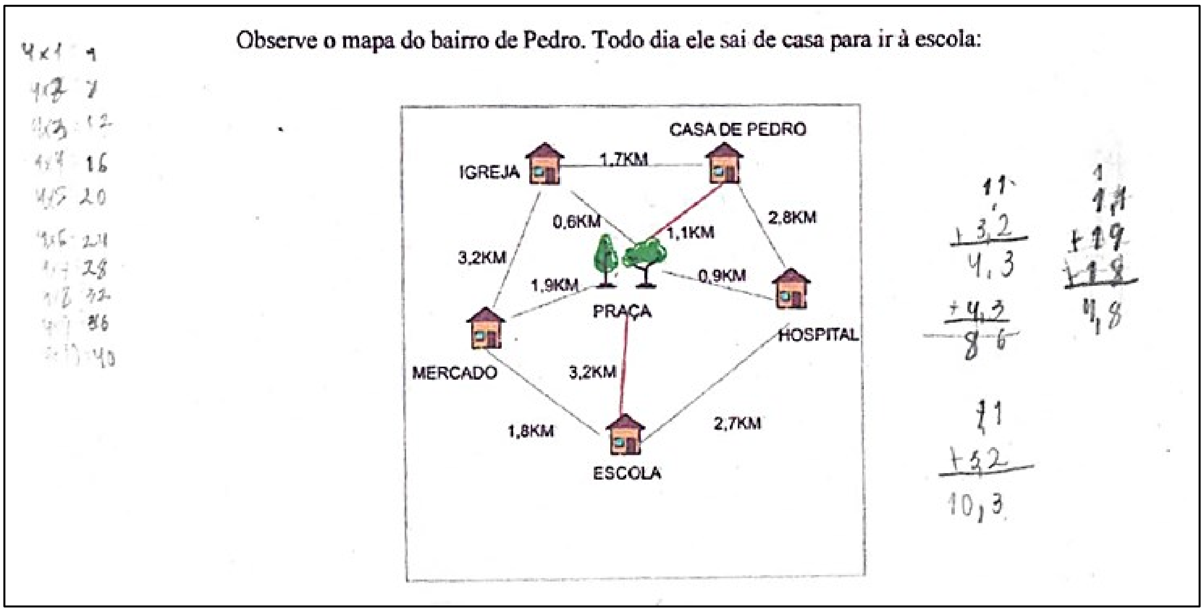
Figura 6: Resposta ao problema 1a apresentada pelo grupo 2


a) Ele andara quatro, três quilomentros

Fonte: Dados da pesquisa.

O grupo 3 foi o único que identificou corretamente o que o problema pedia, ou seja, qual a distância percorrida por Pedro para “ir e voltar” da escola. A Figura 7 traz os algoritmos realizados pelo grupo 3.

Figura 7: Resposta ao problema 1a apresentada pelo grupo 3



Fonte: Dados da pesquisa.

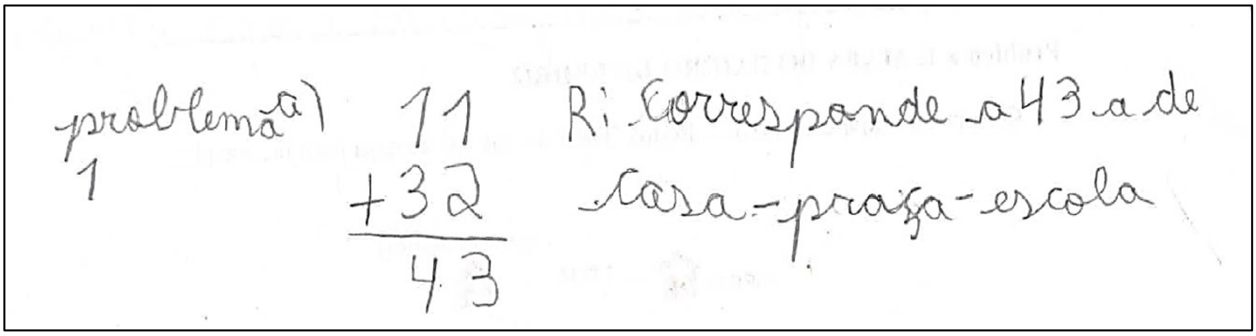
É possível observar que o grupo 3 realizou duas vezes a operação de adição. Além do mais, a Figura 5 traz alguns cálculos que representam a letra “b”, que será discutida a seguir. Nota-se que também foi realizada a construção da tabuada do número 4 para possível conferência, mas não foi realizada a operação de multiplicação.

Nos diálogos, é possível perceber que os alunos fazem as operações individualmente e depois conversam sobre o problema. No grupo, o aluno A9 representa ter um domínio com relação aos Números Decimais, revelando logo todo o processo para obter a resposta. O aluno A10 concorda com a ideia do colega, assim como os demais que não se pronunciam:

A9: Vamos para a primeira. Vamos somar 1,1 km e 3,2 km... O meu deu 4,3 km pra ir. Pra ir e voltar então dá 8,6 km.
A10: O meu também.

O Grupo 4 também realizou uma adição com números inteiros, sem a inserção da vírgula. Eles não perceberam que foi solicitado o total de quilômetros percorridos do caminho que era para ir e voltar da escola, indicando somente uma parte (Figura 8):

Figura 8: Resposta ao problema 1a apresentada pelo grupo 4



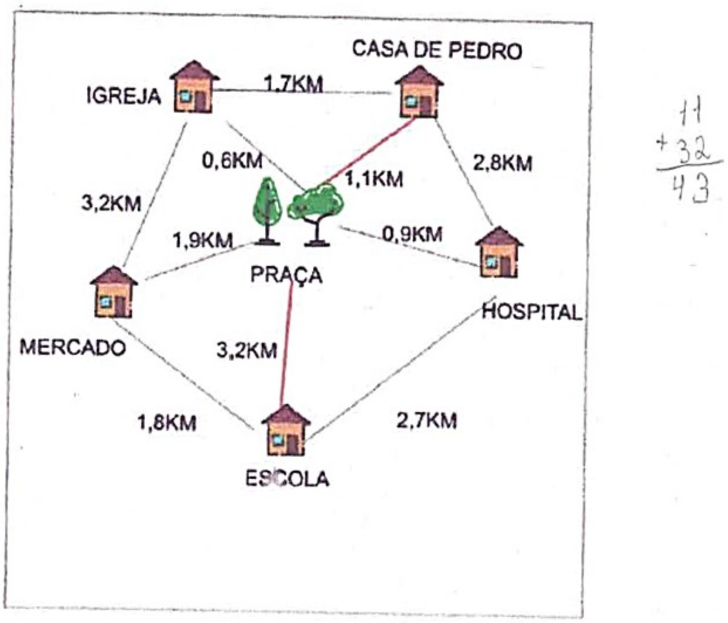
Fonte: Dados da pesquisa.

No diálogo do grupo 4, há uma discordância em relação ao valor do resultado. Dois alunos encontraram o valor 43 como resposta, e outro, 53. O aluno A14 tenta se justificar, mas, na atividade vem descrevendo o que a maioria encontrou. Ressalta-se que em nenhum momento utilizaram a vírgula e trabalharam como se fossem números inteiros.

A13: Quanto que deu o resultado da letra a? Do primeiro problema?
A13: O meu deu 43!
A14: O meu deu 53.
A13: O meu e do A15 deu 43.
A14: Mas tem que somar o da escola também. Olha, tem que passar pela praça e pela escola!

O grupo 5, do mesmo modo, realizou uma adição com números inteiros, sem o uso das vírgulas. Em sua resposta, no entanto, indicaram a vírgula, mas não observaram que era somente parte do caminho de Pedro.

Figura 9: Resposta ao problema 1a apresentada pelo grupo 5



a) Quantos quilômetros Pedro leva para ir e voltar, levando em consideração que seu caminho corresponde a CASA-PRAÇA-ESCOLA? 4,3KM Pedro leva.

Fonte: Dados da pesquisa.

No diálogo do grupo 5, a seguir, o aluno A17 vai indicando ao grupo como é preciso realizar o algoritmo do problema 1a, bem como indica o local na folha. Em nenhum momento, ele destaca o uso da vírgula, indicando que possivelmente não compreende sua necessidade:

A17: 43 quilômetros 43 quilômetros, põe 11...põe11 mais 32, resultado 43 quilômetros até a casa.
A17: Pronto?
A17: Faz a conta aqui, melhor. Daí depois você só responde aqui.
A17: Aqui é 2, no lugar do 4 é 2, e aqui é 3. Aqui tem que ser 2 e aqui 3.

O Quadro 8 sintetiza as demandas cognitivas do problema 1a e as ações dos grupos.

Quadro 8: Níveis de demandas cognitivas do problema 1a e as ações dos grupos

GRUPO	DEMANDA COGNITIVA	NÍVEL DA DEMANDA COGNITIVA	JUSTIFICATIVA
G1	Procedimentos com conexões	Alto	Realizaram uma adição como procedimento, e algum integrante do grupo (A1) compreendeu que o resultado se baseia num número decimal.
G2	Procedimentos com conexões	Alto	Realizaram uma adição indicando decimais e seus diálogos mostram que observaram que a vírgula precisava vir no contexto da resposta.
G3	Procedimentos com conexões	Alto	Realizaram duas adições com a certeza em seus diálogos, de se tratar de decimais.
G4	Memorização	Baixo	Realizaram uma adição sem a percepção de se tratar de decimais, indicando suas respostas como números inteiros, como estão habitualmente acostumados.
G5	Memorização	Baixo	Realizaram uma adição sem a percepção de se tratar de decimais, indicando suas respostas como números inteiros, como estão habitualmente acostumados.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Embora, três dos grupos (G1, G2 e G3) apresentaram demandas cognitivas conforme o esperado, dois deles não apresentaram a resposta correta, a distância de ida e volta de Pedro à escola ou 8,6 km. O grupo (G3) realizou a operação de adição duas vezes e encontrou a resposta correta. Os outros dois grupos (G4 e G5) realizaram a operação esperada, mas com números inteiros, indicando que não compreendem o sentido da vírgula num número.

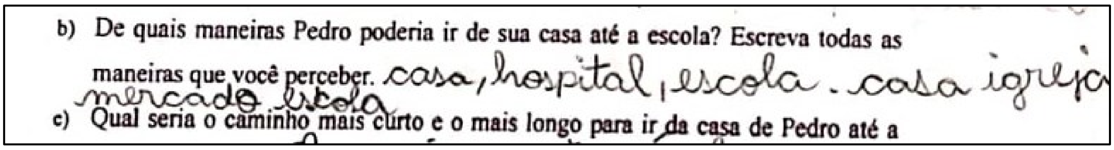
4.1.2 Item “b”: De que maneiras Pedro poderia ir de sua casa até a escola?

No problema 1b, era necessário que os alunos indicassem os possíveis caminhos que Pedro percorreria de sua casa até a escola. Alguns dos caminhos possíveis seriam:

- ➔ Casa-Praça-Escola;
- ➔ Casa-Igreja-Praça-Escola; ou
- ➔ Casa-Hospital-Escola.

O grupo 1 indicou dois caminhos, que diferem do apresentado no item anterior (Casa-Praça-Escola), que foram: Casa-Hospital-Escola e Casa-Igreja-Mercado-Escola (Figura 10) Tais caminhos, visualmente, contornam a praça, tomada como centro do mapa.

Figura 10: Resposta ao problema 1b apresentada pelo grupo 1


b) De quais maneiras Pedro poderia ir de sua casa até a escola? Escreva todas as maneiras que você perceber. casa, hospital, escola. casa igreja mercado escola

c) Qual seria o caminho mais curto e o mais longo para ir da casa de Pedro até a

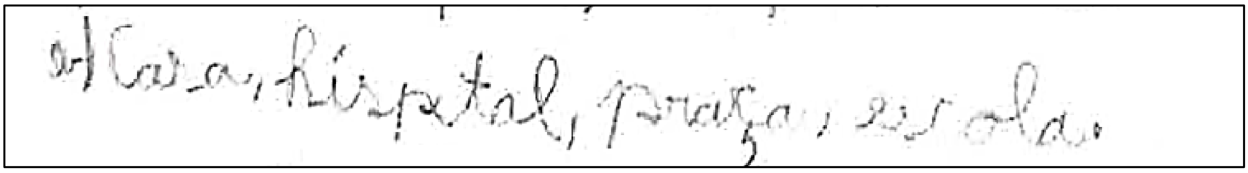
Fonte: Dados da pesquisa.

Em seus diálogos, o grupo 1 indica que compreendeu o que pedia o problema 1b, sendo que o aluno A1 sentiu necessidade de indicar todos os caminhos percebidos ao aluno A2, os demais integrantes do grupo não se pronunciaram.

A1: Letra B agora (fazendo leitura) quais maneiras que ele pode ir? Mercado, hospital e igreja.
A2: O que a gente vai fazer então?
A1: Escrever todas que você percebeu, pela igreja, pelo mercado, pelo hospital, pela praça.

O grupo 2 indicou apenas um caminho, no entanto, foi diferente do apresentado pelo grupo 1 (passando pela praça, um ponto central no mapa), sendo Casa-Hospital-Praça-Escola.

Figura 11: Resposta ao problema 1b apresentada pelo grupo 2


b) Casa, hospital, praça, escola.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nos trechos de seus diálogos, é possível perceber que o aluno A5, corrigindo a interpretação do colega, indicou o que o problema 1b pedia. O aluno A6, imediatamente, observou um caminho e indicou ao colega. A8 sugere a distância do caminho indicado pelo aluno A6. O outro integrante do grupo (A7) não se pronunciou.

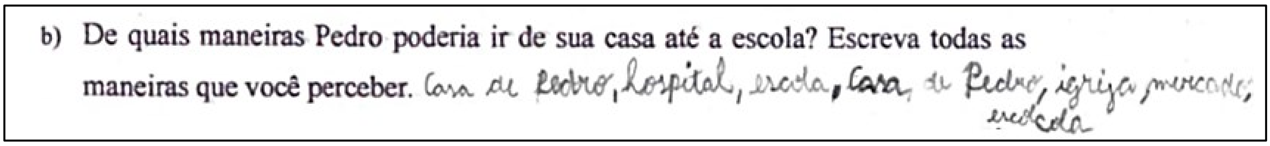
A6: Vamos para a letra B. Eu acho que é a maneira mais fácil!
A5: Não, está pedindo as maneiras possíveis.
A8: Dá para gente fazer assim, igreja...
A5: Não A8, é da casa dele, para o hospital e a escola.
A6: Uma maneira, então, é da casa-hospital-escola.
A8: Isso vai dar 5,2km.

Ao acompanhar a discussão, o pesquisador interveio para auxiliar o pensamento dos alunos do grupo 2. Com isso, o grupo pôde perceber outro caminho indicado pelo aluno A5, Casa-Igreja-Mercado-Escola. Logo, ao comparar suas respostas indicadas nos diálogos com a resposta indicada na atividade na Figura 11, conclui-se que este grupo encontrou três possíveis caminhos que Pedro poderia percorrer até a escola.

Pesquisador: E então pessoal, estão com alguma dúvida?
A6: Professor, não estamos entendendo a letra B (problema 1).
Pesquisador: Olhem, na letra A, está indicado de vermelho o caminho que Pedro percorreu, mas e aí, ele pode e precisa ir só por este caminho?
A5: Ah! Ele pode ir pela casa-igreja-mercado-escola.
Pesquisador: Ok. Teria algum outro diferente destes?
A8: Sim, ele pode ir pela casa-hospital-escola.

O grupo 3, assim como o grupo 1, também indicou dois caminhos que contornam a praça, conforme Figura 12.

Figura 12: Resposta ao problema 1b apresentada pelo grupo 3


b) De quais maneiras Pedro poderia ir de sua casa até a escola? Escreva todas as maneiras que você perceber. Casa de Pedro, hospital, escola, Casa, de Pedro, igrija, mercado, escola

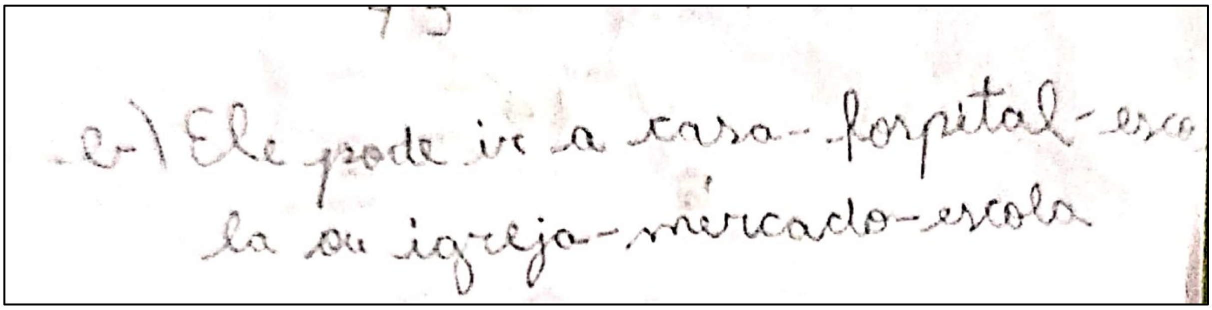
Fonte: Dados da pesquisa.

No trecho do diálogo do grupo 3, pode-se perceber a segurança nas falas dos alunos A9 e A12. O aluno A9 indica que compreendeu o enunciado do problema, já relatando a resposta percebida aos colegas, e ressalta que não acha necessário indicar o caminho foco do item “a”, apesar de ser um possível caminho para Pedro chegar à escola.

A11: Agora é a letra B?
A9: Ah! Esse a gente precisa escrever as maneiras que Pedro pode ir à escola, tipo casa-igreja-mercado-escola ou casa-hospital-escola.
A12: Eu só percebi esses caminhos também.
A9: Ah, acho que não precisa indicar o da letra a, casa-praça-escola!

O grupo 4 indicou, na atividade, dois caminhos, conforme Figura 13.

Figura 13: Resposta ao problema 1b apresentada pelo grupo 4


b) Ele pode ir a casa-horpital-esco
la ou igreja-mercado-escola

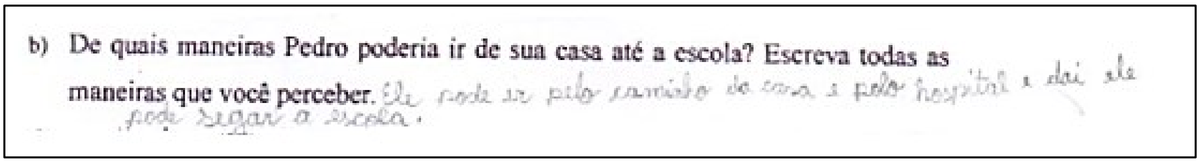
Fonte: Dados da pesquisa.

No trecho do diálogo do grupo 4, os alunos tiveram dúvidas e foram mediados pelo pesquisador. Em suas respostas, eles indicaram os mesmos caminhos descritos na atividade do grupo anterior (Figura 12).

A15: Professor, estou com uma dúvida.
Pesquisador: Diga!
A15: Na letra B do número 1.
Pesquisador: Aqui pergunta por qual caminho Pedro poderia ir até a escola.
A15: Por esse (Casa-praça-escola)
Pesquisador: Sim, mas este é o caminho marcado em vermelho que você utilizou na letra a. Vamos lá, em vez dele ir até a praça, ele poderia ir por outro caminho?
A15: Pelo hospital.
Pesquisador: E será que tem somente esse caminho?
A15: Não.
Pesquisador: Então pense em todos os outros caminhos que ele pode fazer.
A13: Eu achei duas maneiras. Uma é casa-hospital-escola.
A14: Eu achei casa-igreja-mercado-praça-escola.

O grupo 5 indicou apenas um caminho, Casa-Hospital-Escola como mostra na Figura 14.

Figura 14: Resposta ao problema 1b apresentada pelo grupo 5


b) De quais maneiras Pedro poderia ir de sua casa até a escola? Escreva todas as maneiras que você perceber. Ele pode ir pelo caminho da casa e pelo hospital e daí ele pode segar a escola.

Fonte: Dados da pesquisa.

O grupo 5 expressa, por meio de seu diálogo com o pesquisador, que há mais de uma possibilidade de Pedro ir até a escola como indicaram na atividade. Ainda assim, permanecem, como o grupo 1, tomando a igreja como ponto central e indicando caminhos que a contornem.

Pesquisador: Conseguiram a letra B? O que fizeram?
A17: Sim, ele pode sair da casa, ir para o hospital e depois até a escola.
Pesquisador: Certo, só tem este caminho?
A17: Não.
Pesquisador: E qual seriam os outros?
A17: Ah! Ele também pode ir para cá (igreja), depois pelo mercado e a escola.
Pesquisador: Só tem esses dois?
A18: Não.

O Quadro 9 sintetiza as demandas cognitivas observadas nas discussões dos grupos com relação ao problema 1b.

Quadro 9: Níveis de demandas cognitivas do problema 1b e as ações dos grupos

GRUPO	DEMANDA COGNITIVA	NÍVEL DA DEMANDA COGNITIVA	JUSTIFICATIVA
G1	Memorização	Baixo	Tomaram a praça como centro de referência no mapa, observando somente dois caminhos, pela praça e outro contornando pelo lado oposto.
G2	Procedimentos com conexões	Alto	Conseguiram por meio de mediação, observar um caminho diferente do grupo anterior, que fugia do padrão de referência da praça.
G3	Memorização	Baixo	Tomaram a praça como centro de referência no mapa, observando somente dois caminhos, um pela praça e outro contornando pelo lado oposto.
G4	Memorização	Baixo	Tomaram a praça como centro de referência no mapa, observando somente dois caminhos, um por um lado da praça e outro contornando pelo lado oposto.
G5	Memorização	Baixo	Tomaram a praça como centro de referência no mapa, observando somente dois caminhos, pela praça e outro contornando pelo lado oposto.

Fonte: Elaborado pelo autor.

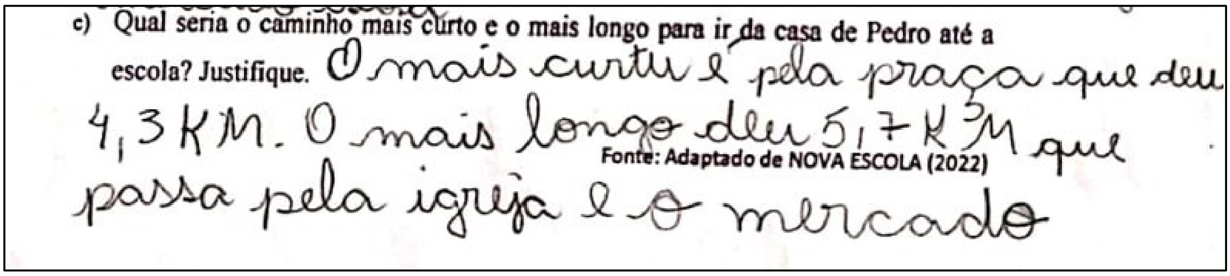
Foi possível observar que a maioria dos grupos teve como percepção visual a praça como centro de referência do mapa. Isto pode ter ocasionado as várias indicações de caminhos que a contornam, ou seja, a praça não foi utilizada como ponto de passagem por Pedro.

4.1.3 Item “c”: Qual o caminho mais curto e o mais longo?

No problema 1c, que questionava qual o caminho mais curto e o mais longo que Pedro poderia percorrer, havia a necessidade de o aluno indicar tais caminhos e justificá-los.

O grupo 1 indicou o caminho mais curto como o mesmo do problema 1a, justificando que daria 4,3 quilômetros. Como mais longo, sugeriu o caminho que passa pela igreja e pelo mercado, que totaliza 5,7 quilômetros.

Figura 15: Resposta ao problema 1c apresentada pelo grupo 1



c) Qual seria o caminho mais curto e o mais longo para ir da casa de Pedro até a escola? Justifique. O mais curto é pela praça que deu 4,3 KM. O mais longo deu 5,7 KM que passa pela igreja e o mercado

Fonte: Adaptado de NOVA ESCOLA (2022)

Fonte: Dados da pesquisa.

O grupo 1 tentou entrar em um consenso sobre os caminhos que encontraram. Enquanto o aluno A2 disse que o caminho que passa pelo hospital seria o mais curto, o aluno A1 discordou, dizendo ser o que passa pela praça como o mais curto. O aluno A2 ainda ressaltou que a distância da casa de Pedro até o hospital é a mesma que da praça para o hospital, não observando que são distâncias diferentes. A1 mostrou que, pela praça, seria o caminho mais curto e o da igreja, passando pelo mercado, o mais longo.

A2: Na letra c vamos escrever assim “o caminho mais curto passa pelo hospital e pela escola”.
A3: O caminho mais longo seria o da casa-igreja-mercado-escola e o mais curto é casa-hospital-escola!
A1: O mais longo seria da casa-igreja-mercado-escola, que daria 7 km. E mais curto seria casa-praça-escola!
A2: Da casa até o hospital vai dar a mesma coisa da praça para o hospital.
A1: Não, vai dar 4,3 km passando pela praça. E, pelo hospital, vai dar 5,5 km. E o da igreja, passando pelo mercado, vai ficar 5,7 km.
A2: Então o mais perto é pela praça?
A1: É, o mais curto é pela praça, que deu 4,3km e o mais longo pela igreja e pelo mercado, que dá 5,7 km.

Quando indagado pelo pesquisador, o aluno A2 mostrou outra possibilidade, mas foi interrompido pelo aluno A1, que prefere não alterar o que já fizeram:

Pesquisador: E então pessoal? Chegaram à conclusão de (caminho) mais longo e mais curto?

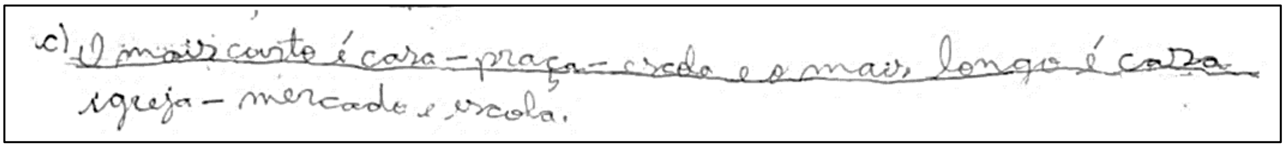
A1: Sim, o mais longo é pela igreja e pelo mercado. E o mais curto é pela praça.
Pesquisador: Será? E se antes dele ir para igreja ele passar por outro lugar?
A2: É mesmo, olha aqui: ele vai para o hospital, daí ele vai para igreja, depois mercado e escola.
A1: Vamos deixar assim mesmo gente...

Em outro momento do diálogo, o aluno A2 indicou o caminho mais curto como Casa-Praça-Escola e o aluno A1 considerou Casa-Igreja-Mercado-Escola como sendo o mais longo, o que foi aceito pelos outros integrantes do grupo. O aluno A2 ainda tentou argumentar se o caminho mais curto não seria Casa-Praça-Hospital-Escola:

Pesquisador: E então pessoal, tem dúvidas?
A1: Estamos fazendo a letra c (problema 1).
A2: Vamos colocar assim, o caminho mais curto é casa-praça-escola.
A1: O caminho mais longo passa pela igreja e pelo mercado, pois daria 5,7km
A4: Verdade.
A1: E o mais curto seria pela praça até a escola.
A3: É isso mesmo.
A1: Mas você somou? Ou só está olhando no meu...
A2: O mais curto não é pela casa-praça-hospital-escola?
A1: Não A2, o mais curto é casa-praça-escola que dá 4,3km. Esse que passa pelo hospital dá 5,5km.

O grupo 2 trouxe sua resposta sem uma justificativa. No entanto, consideraram como mais curto o caminho Casa-Praça-Escola e o mais longo Casa-Igreja-Mercado-Escola.

Figura 16: Resposta ao problema 1c apresentada pelo grupo 2


c) O mais curto é casa - praça - escola e o mais longo é casa
igreja - mercado e escola.

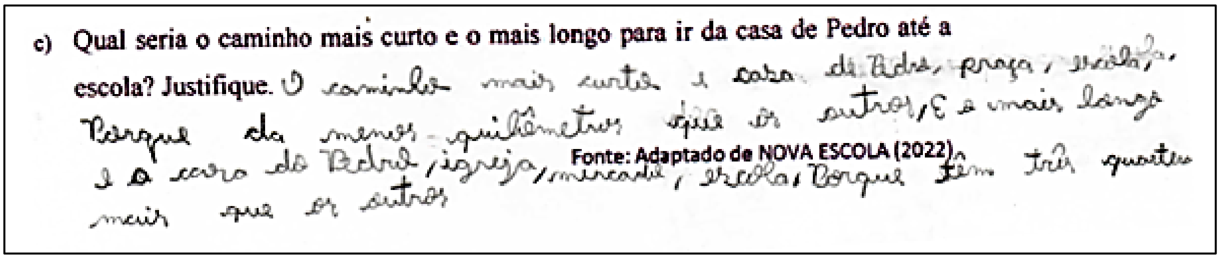
Fonte: Dados da pesquisa.

Em seus diálogos, também não foi possível encontrar uma justificativa, pois simplesmente foi tomada como resposta pelo grupo a primeira opção apresentada por um dos integrantes:

A6: Pronto! Agora vamos para a letra C.
A8: Nós sabemos que o caminho mais longo é casa-igreja-mercado-escola.
A7: E o mais curto é o mesmo da letra A, casa-praça-escola.

O grupo 3 deu sua resposta ao problema 1c e justificou. Os caminhos indicados foram os mesmos dos já apresentados pelos grupos anteriores, justificando que o mais curto possui menos quilômetros e o mais longo porque apresenta mais quadras até a escola. Este último, possivelmente, foi escolhido por uma percepção visual do mapa.

Figura 17: Resposta ao problema 1c realizada pelo grupo 3


c) Qual seria o caminho mais curto e o mais longo para ir da casa de Pedro até a escola? Justifique. O caminho mais curto é casa de Pedro, praça, escola, Porque da menos quilômetros que os outros, E o mais longo é a casa de Pedro, igreja, mercado, escola, Porque tem três quartos mais que os outros

Fonte: Adaptado de NOVA ESCOLA (2022)

Fonte: Dados da pesquisa.

Em seus diálogos, o grupo 3 confirma sua hipótese do caminho mais curto, porém, são ligeiramente mediados pelo pesquisador:

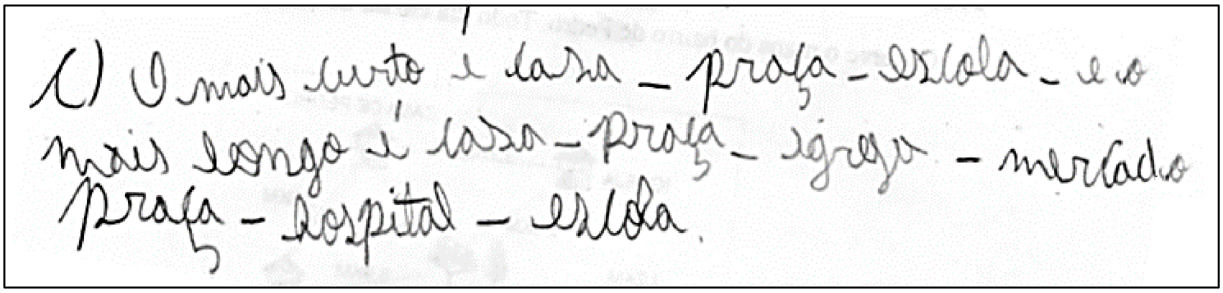
A10: Na letra c eu acho que casa-praça-escola é o caminho mais curto!
A9: Também acho!
Pesquisador: Então pessoal, tudo certo?
A10: Nós achamos que o caminho mais curto é casa-praça-escola.
Pesquisador: Ok! Mas porque escolheram esse?
A10: Porque esse é o mais curto, tem 4,3 km.
Pesquisador: Beleza! Mas só tem esse caminho curto?

Ao serem instigados pelo pesquisador, logo se colocam a investigar tal fato. Após algumas contas, concluem que o caminho mais curto permanece o mesmo e o mais longo teria 4,8 quilômetros:

A9: Vamos ver as outras... (contas depois). Esse é o mais curto mesmo que dá 4,3 km (casa-praça-escola).
A10: Nós fizemos outro caminho, casa-praça-mercado-escola e deu 4,8 km.
A9: Então, 4,8 é maior que 4,3!

O grupo 4 também indicou o mesmo caminho curto apresentado pelos grupos anteriores, no entanto, trouxe um caminho mais longo diferente, que representa o mais longo a ser percorrido por Pedro dentre as respostas dos demais grupos. Este caminho percorre a praça em dois momentos, quando ele vai sentido à igreja e depois sentido ao hospital, conforme Figura 18.

Figura 18: Resposta ao problema 1c realizada pelo grupo 4


c) O mais curto é casa – praça – escola – e o mais longo é casa – praça – igreja – mercado praça – hospital – escola.

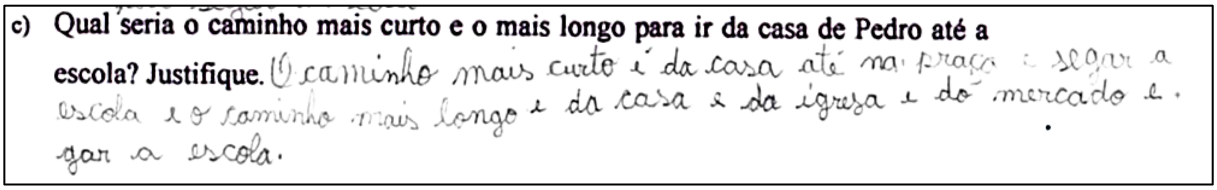
Fonte: Dados da pesquisa.

No diálogo do grupo, é possível observar que eles realizaram a operação de adição do caminho mais longo e indicam um número inteiro como resposta. Levanta-se a hipótese que, por mais que não haja indicações sobre a compreensão de Números Decimais, a representação de um caminho alternativo, fora dos padrões observados nos grupos anteriores, o grupo pode ter elaborado um pensamento mais complexo, como uma demanda cognitiva de mais alto nível ou indicaram, por acidente tal caminho.

A15: Indo pela casa-igreja-praça-escola dá o caminho mais curto.
A13: Não, eu acho que o caminho mais curto é casa-praça-escola.
A15: E o caminho mais longo é casa-praça-igreja-mercado-praça-hospital-escola.
A13: Então vamos fazer a conta.
A13: O meu deu 104 e o de vocês?
A15: O meu também.

O grupo 5 apresenta a mesma resposta ao problema 1c que os grupos 1, 2 e 3, tanto no que diz respeito ao caminho longo, quanto ao curto (Figura 19). No diálogo, o aluno A17 mostra ter a palavra decisiva no grupo, e não foi contestado pelo A18, que não se pronunciou.

Figura 19: Resposta ao problema 1c realizada pelo grupo 5


c) Qual seria o caminho mais curto e o mais longo para ir da casa de Pedro até a escola? Justifique. O caminho mais curto é da casa até na praça e segui a escola e o caminho mais longo é da casa e da igresa e do mercado e chegar a escola.

Fonte: Dados da pesquisa.

A17: O caminho mais curto é da casa, da praça e até a escola.
A17: O caminho mais longo é da casa, da igreja, do mercado e chega à escola.

O Quadro 10 sintetiza as demandas cognitivas apresentadas nas discussões dos grupos com relação ao problema 1c.

Quadro 10: Níveis de demandas cognitivas do problema 1c e as ações dos grupos

GRUPO	DEMANDA COGNITIVA	NÍVEL DA DEMANDA COGNITIVA	JUSTIFICATIVA
G1	Procedimentos com conexões	Alto	O grupo até observou outras possibilidades como caminhos mais longo sob mediação, mas preferiram continuar com a ideia principal.
G2	Memorização	Baixo	Tomaram apenas um caminho como mais longo, ainda permanecendo na ideia da praça como centro do mapa, e com a hipótese de que os intervalos entre um ponto e outro representavam uma “quadra” de distância.
G3	Memorização	Baixo	Tomaram apenas um caminho como mais longo, ainda permanecendo na ideia da praça como centro do mapa, e com a hipótese de que os intervalos entre um ponto e outro representavam uma “quadra” de distância.
G4	Fazer Matemática	Alto	Com relação aos Números Decimais, pôde-se observar que não houve a compreensão necessária para realização da operação de adição. Entretanto, a indicação de um caminho mais longo, que percorria um caminho ocasional, leva a uma demanda cognitiva de alto nível.
G5	Memorização	Baixo	Tomaram apenas um caminho como mais longo, ainda permanecendo na ideia da praça como centro do mapa.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O problema 1c mostrou o quão importante é a atuação do professor como mediador da aprendizagem. O grupo 4 mostrou originalidade ao indicar um caminho longo que Pedro deveria percorrer para chegar à escola distinto do apresentado pelos demais grupos. As demandas cognitivas percebidas nos grupos G1 e G4 ou em alguns de seus integrantes, indicam demandas de alto nível cognitivo, exigindo um pensamento complexo, de maneira que os alunos explorem e compreendam o problema que precisam resolver.

Após a análise dos dados, as demandas cognitivas, foram evidenciados a partir de cada problema em cada um dos grupos, conforme Quadro 11.

Quadro 11: Síntese dos níveis de demandas cognitivas do problema 1 apresentados pelos grupos

Problema 1	Item a	G1	Procedimentos com conexões – Nível alto
		G2	Procedimentos com conexões – Nível alto
		G3	Procedimentos com conexões – Nível alto
		G4	Memorização – Nível baixo
		G5	Memorização – Nível baixo
	Item b	G1	Memorização – Nível baixo
		G2	Procedimentos com conexões – Nível alto
		G3	Memorização – Nível baixo
		G4	Memorização – Nível baixo
		G5	Memorização – Nível baixo
	Item c	G1	Procedimentos com conexões – Nível alto
		G2	Memorização – Nível baixo
		G3	Memorização – Nível baixo
		G4	Fazer Matemática – Nível alto
		G5	Memorização – Nível baixo

Fonte**:** Elaborado pelo autor.

4.2 PROBLEMA 2

O problema 2 envolve uma divisão de dois Números Inteiros, que resulta em um Número Racional, a ser representado na forma decimal, por se tratar do sistema monetário brasileiro.

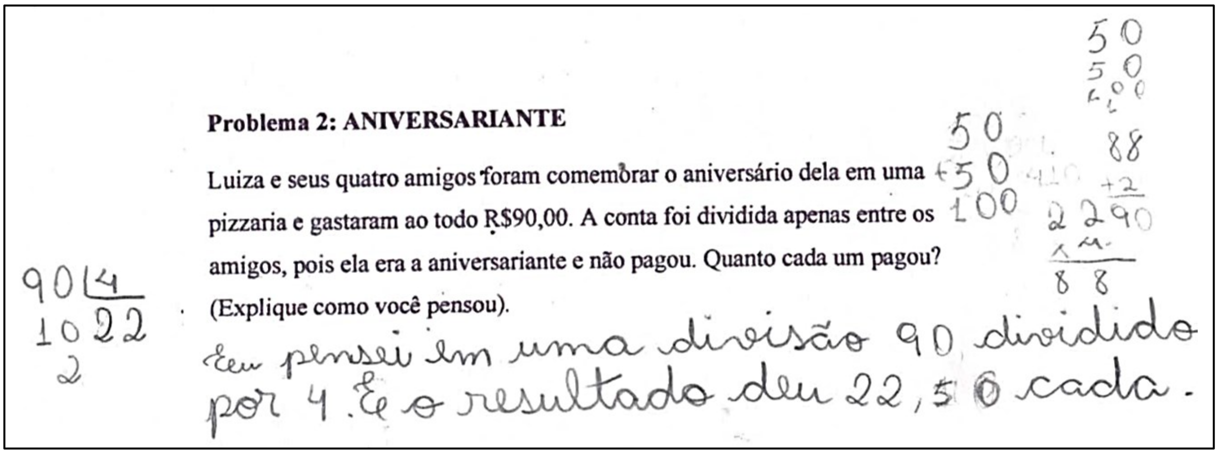
> Luiza e seus quatro amigos foram comemorar o aniversário dela em uma pizzaria e gastaram ao todo R$ 90,00. A conta foi dividida apenas entre os amigos, pois ela era a aniversariante e não pagou. Quanto cada um pagou?

Este problema retrata uma comemoração de aniversário entre amigos em uma pizzaria. O gasto na pizzaria, no entanto, deveria ser dividido entre os amigos, sem contar com a aniversariante, resultando assim em uma divisão de R$ 90,00 por apenas 4 pessoas. A Figura

20 apresenta a resposta do grupo 1. Nela, é possível observar o uso do algoritmo de divisão que indica resto 2. Noutra parte, eles trazem o algoritmo de multiplicação e adição, representando que:

- Cada um dos 4 amigos paga R$ 22,00, totalizando R$ 88,00; e
- Juntando esses 2 reais de resto, encontrado no primeiro algoritmo, obtém-se o valor total da conta (R$90,00).

Figura 20: Resposta ao problema 2 realizada pelo grupo 1



Problema 2: ANIVERSARIANTE

Luiza e seus quatro amigos foram comemorar o aniversário dela em uma pizzaria e gastaram ao todo R$90,00. A conta foi dividida apenas entre os amigos, pois ela era a aniversariante e não pagou. Quanto cada um pagou? (Explique como você pensou).

Eu pensei em uma divisão 90 dividido por 4. E o resultado deu 22,50 cada.

Fonte: Dados da pesquisa.

A1: Vamos direto no problema 2? Está mais fácil...
A1: Eu acho que é de dividir, porque se é 90 e seus 4 amigos, ela não pagou. Eu tinha pensado em pegar 90 e dividir por 4 pessoas.
A3: Acho que é de dividir mesmo.
A1: Não é de mais, porque olha...
A2: Acho que é de dividir mesmo, porque aqui está falando isso.
A1: Eu pensei numa conta de divisão por 4 e o resultado deu 22 reais.

No diálogo do grupo 1, o aluno A1 conversa com seus colegas sobre a divisão dos Números Inteiros 90 por 4, e já apresenta o resultado encontrado, também um Número Inteiro, 22. Nesse momento do diálogo, o pesquisador interfere:

Pesquisador: OK, se os amigos pagassem 22 reais cada, (eles) pagariam toda a conta?
A1: Não, sobrou 2 reais de resto.
Pesquisador: Então quem pagará esse valor?
A2: Então, acho que é de vezes.
A1: Não é, se não dobraria o preço. E 2 não dá para dividir. Só se 2 pessoas pagassem esses dois reais!
Pesquisador: Seria justo com os amigos se só dois pagassem a mais?
A3: Será que a gente tem de adicionar o resto como a tia (professora) fala?
A4: Gente, deu certo! Coloquei o resto 2 e deu 90!

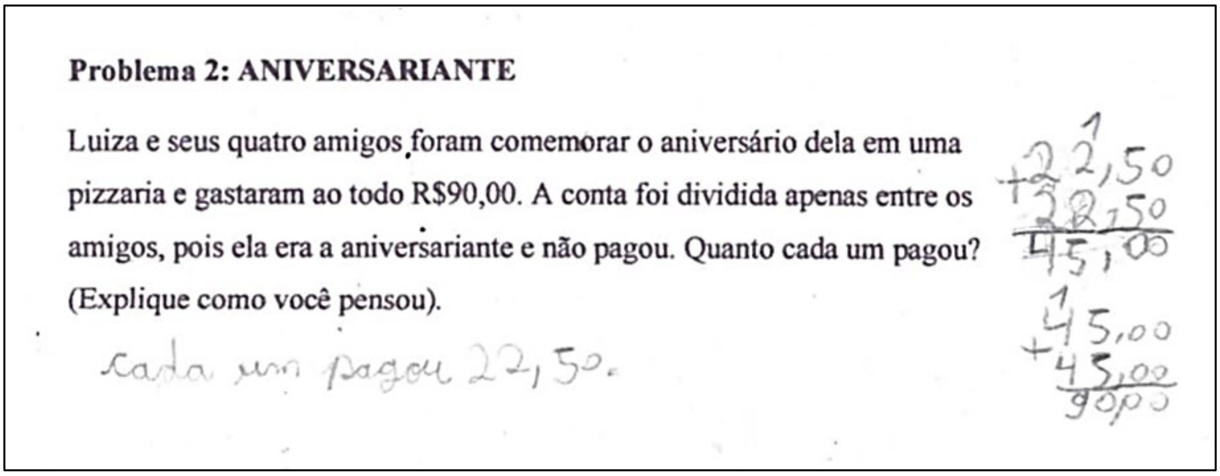
O aluno A2 afirmou se tratar da utilização do algoritmo da multiplicação, sendo corrigido simultaneamente pelo aluno A1, que justifica sua resposta dizendo que a multiplicação “dobraria o preço”. A2 ainda ressalta que “2 não dá para dividir” entre os 4 amigos. Destaca-se que os alunos estão operando, nesse momento, com o conjunto dos Números Inteiros, e o resto da divisão também seria um Número Inteiro e, assim, consideram dividir apenas entre 2 amigos, para obter resto zero. Com a interferência do pesquisador, o aluno A4 relembra a fala de sua professora, dizendo que é preciso adicionar o resto, para que se completasse o valor do problema.

A Figura 20 indica ainda duas adições de 50 e 50, que totalizam 100. Essa operação é justificada nos diálogos seguintes:

A1: Mas isso é só a prova real A4, a gente precisa descobrir quem vai pagar os 2 reais.
A1: Acho que teremos que dividir em centavos. Fiz um aqui para gente ter uma noção. Pensei em 40 centavos.
A2: Dá para ver 10 centavos também.
A1: Não, é 50 centavos! 50 mais 50 centavos, dá 1 real, e de novo 50 mais 50 centavos, somam 2 reais. Então cada amigo vai pagar 22,50 reais.

Diante da sugestão de adicionar o resto, A1 afirma que isso apenas é a realização da prova real, alguns algoritmos que confirmam, ou não, a realização correta das operações. Então, A1 sugere a seu grupo a utilização de centavos, indicando 40 centavos como uma opção, mas logo obtém como uma alternativa 50 centavos, justificando seus cálculos.

Figura 21: Resposta ao problema 2 realizada pelo grupo 2


Problema 2: ANIVERSARIANTE

Luiza e seus quatro amigos foram comemorar o aniversário dela em uma pizzaria e gastaram ao todo R$90,00. A conta foi dividida apenas entre os amigos, pois ela era a aniversariante e não pagou. Quanto cada um pagou? (Explique como você pensou).

cada um pagou 22,50.

22,50 + 22,50 = 45,00

45,00 + 45,00 = 90,00

Fonte: Dados da pesquisa.

A Figura 21 apresenta a resposta do grupo 2. Eles retratam duas operações de adição, uma com resultado de R$ 45,00 e, outra, de R$90,00. Em seus diálogos, A5 e A6 conversam sobre duas pessoas pagarem 45 reais cada. A8 conclui que cada amigo de Luiza pagará R$25,00, tentando justificar seus cálculos.

A6: Duas pessoas pagam 45 reais…
A5: Aí fica 45 mais 45, igual a 90.
A6: Não, daí vai dar cento e poucos reais.
A8: É 25 mesmo. Olha, 20 com 20 dá 40, mais 5 dá 45, mais 40 dá 80, mais 5 dá 90! Eu fiz de cabeça!

O pesquisador intervém questionando A8 sobre sua resposta. Todos os alunos do grupo, conforme diálogo a seguir, começam a tentar deduzir, por tentativa e erro, a solução para o problema. Primeiramente, tentaram com 25 reais e o valor obtido (100 reais) foi maior que a conta total da pizzaria; testaram, então, com 22 reais resultando 88 reais, e faltou dinheiro para pagar a conta. Tentaram também com 23 e 24 reais, concluindo que ambos os valores resultariam em um total maior do que foi gasto.

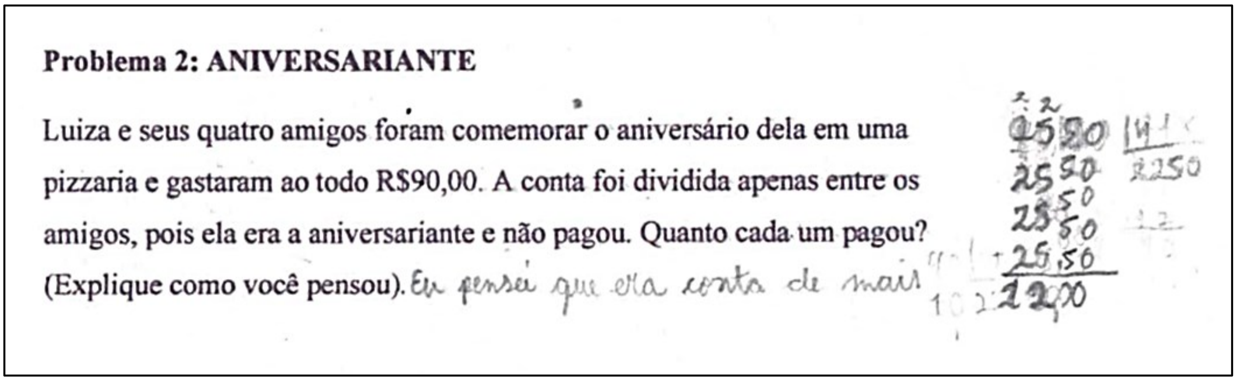
Pesquisador: Certo, se cada amigo pagar 25 daria quanto todos juntos?
A8: 100 reais.
Pesquisador: Mas em quanto ficou a conta?
A8: 90 reais, está sobrando dinheiro.
A6: Dá para pagar menos... E se fosse 22 reais?
A8: Daria 88 reais, agora está faltando. Vamos tentar 24, então?
A5: 24 com 24 dá 48. 8 com 8 dá 16. 40 com 40 dá 80 mais 16 dá 96.
Pesquisador: 22 reais faltaram, 24 passou, e agora?
A8: Vamos tentar o 23 então.
A7: 23 dá 92.

Na sequência de tentativas, A8 se dispõe a tentar com centavos, iniciando seus cálculos com R$22,30.

Pesquisador: E, então, pessoal?
A8: Vamos tentar 22,30 reais.
A6: 44,60 mais 44,60... Deu 89, faltou 1 real...
A8: Vamos tentar então 22,50 reais.
A6: 22,50 mais 22,50 dá 45. E 45 mais 45 dá 90! É isso.

Fica evidente que na busca pela resposta, o grupo foi testando os valores, até encontrar um que se adequasse ao problema. O uso da operação de adição apresentada pelo grupo e, seus diálogos, indicam que o uso da vírgula para separar a parte inteira dos números não foi um problema para eles. O aluno A6 não considerou a parte decimal ao somar duas vezes R$ 44,60, indicando R$ 89,00 em sua fala. É possível que este aluno realizou um cálculo mental, fazendo aproximações, ou, caso tenha escrito o algoritmo (em outra folha que não foi entregue) tenha arredondado o valor, ao dialogar com seus colegas.

Figura 22: Resposta ao problema 2 realizada pelo grupo 3



Problema 2: ANIVERSARIANTE

Luiza e seus quatro amigos foram comemorar o aniversário dela em uma pizzaria e gastaram ao todo R$90,00. A conta foi dividida apenas entre os amigos, pois ela era a aniversariante e não pagou. Quanto cada um pagou? (Explique como você pensou). Eu pensei que era conta de mais

Fonte: Dados da pesquisa.

A resposta do grupo 3 ao problema 2 é expressa na Figura 22. É possível observar as tentativas em resolver alguns algoritmos de divisão que, posteriormente, foram apagados. No dividendo o grupo repetiu quatro vezes o valor de 25,50, como se fosse uma adição, mas obtiveram de modo equivocado o valor final de 22,00.

A9: Essa aqui (problema 2) vai ser fácil. É só fazer de dividir... 90 dividido por 4!
A12: Não é por 5? (90 dividido por 5)
A9: Não, é só 4 pessoas que vai pagar a conta!
A10: O meu deu 22.
A9: Mas não tem como cada um pagar 22 reais e dar 90! Vamos fazer a prova real.
Pesquisador: E aí pessoal?
A9: A gente achou que é 22 reais de cada pessoa, olha a conta aqui! (mostrando a conta para o pesquisador)
Pesquisador: Sua conta deu resto 2. O que isso quer dizer?
A9: Na prova real dessa conta deu 88 reais, esse resto é o que falta para dar 90.
Pesquisador: Ok! E quem vai pagar esses 2 reais?
A9: Não sabemos.

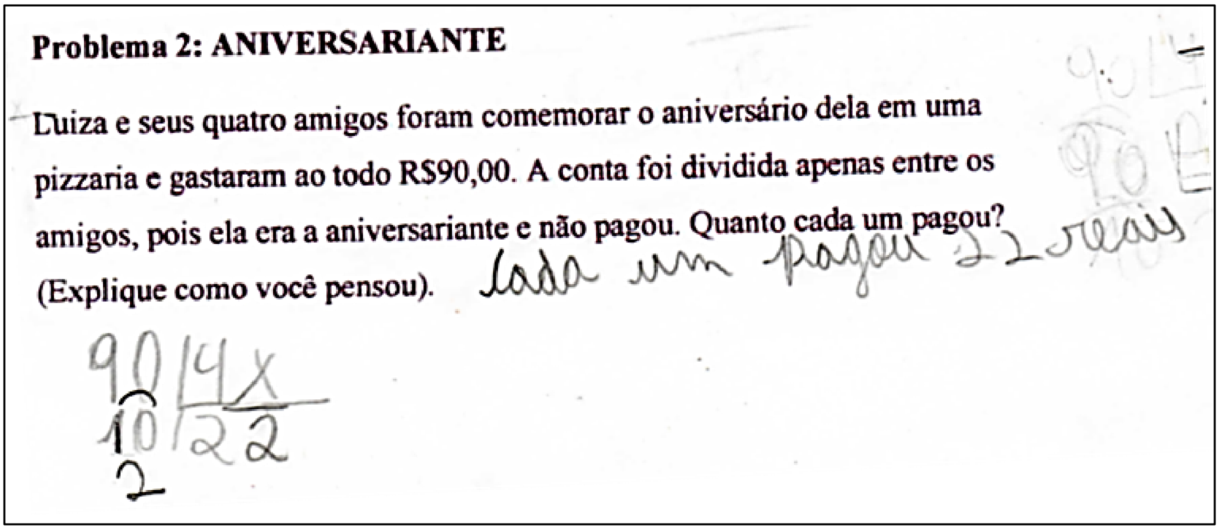
Em seus diálogos, o aluno A9 do grupo 3 mostra compreender o caminho para chegar à solução do problema. Em conversa com os demais alunos do grupo após a intervenção do pesquisador, ele levanta uma questão:

A10: Voltando na 2 aqui, é noventa dividido por 4 ou 5?
A9: É por 4, pois a aniversariante não paga.
A11: mas não tem como fazer essa divisão.
A9: Vocês sabem que lá na divisão tem como fazer sem sobrar! Acho que é isso que o Professor quer!
A10: Se fosse por 3 daria 30 de cada.

A9 indica a possibilidade de realizar a operação de divisão sem o resto, ou seja, realizar a divisão até o que resto seja zero. Para isso, a divisão deveria ser realizada no conjunto dos Números Racionais, o que mostra que A9 tem conhecimentos prévios sobre isso. Do modo como ele se dirige aos colegas do grupo, possivelmente, já foi lhes apresentado o algoritmo da divisão com Números Decimais, mas no contexto do problema, eles ainda não operam nesse conjunto numérico. Em outro ponto do diálogo, o aluno A10, assim como A12 anteriormente, ainda tem dúvidas sobre a divisão ser por 4 ou 5 pessoas:

A9: Professor, por favor...
A10: Nós fizemos essa daqui (problema 2) e deu 22 reais para cada., aí sobrou 2.
A9: Nós fizemos a prova real e deu 88.
Pesquisador: Ok, e quem vai pagar esses 2 reais?
A12: Eu fiz aqui e vai dar 22,25.
A9: Mas isso ainda não dá!
A10: Ah! Vai dar 22 e alguma coisa.
Pesquisador: Beleza, e quanto é essa alguma coisa?
A11: Eu pensei numa coisa aqui, e ser fizermos R$22,50?
Pesquisador: O que vocês acham pessoal do grupo?
A9: Vamos fazer as contas para ver.
A10: Deu certo, é isso mesmo!

Figura 23: Resposta ao problema 2 realizada pelo grupo 4


Problema 2: ANIVERSARIANTE

Luiza e seus quatro amigos foram comemorar o aniversário dela em uma pizzaria e gastaram ao todo R$90,00. A conta foi dividida apenas entre os amigos, pois ela era a aniversariante e não pagou. Quanto cada um pagou? (Explique como você pensou). Cada um pagou 22 reais

90 | 4
10 | 22
2

Fonte: Dados da pesquisa.

O grupo 4, conforme marcas na folha, fez algumas tentativas de realizar a divisão de 90 por 4 e deixou indicado como resposta um algoritmo com quociente 22 e resto 2. No início do diálogo, A13 e A14 conversam sobre a divisão ser por 4 ou 5 pessoas.

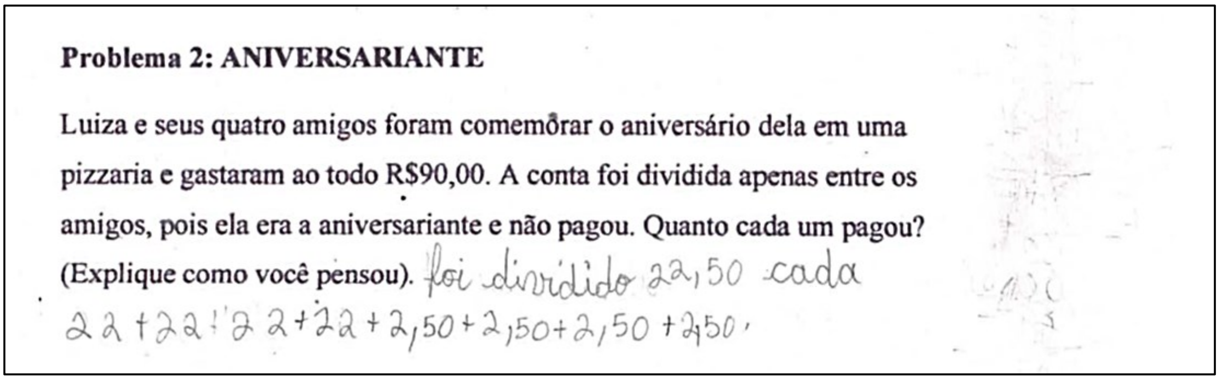
A13: Eu acho que é assim...90 dividido por quatro amigos.
A14: É 90 dividido por 5, não é?
A13: Mas a aniversariante não conta, pois ela não vai pagar, está escrito aqui...

A discussão continua em outro momento. A13 obtém 22 como quociente da operação de divisão, que é confirmado posteriormente por A16. A13 ainda destaca a prova real para confirmar a realização correta do algoritmo:

A13: Esse número 2, é só fazer 90 dividido por 4.
A14: Não, é por 90 dividido por 5.
A13: Não é por 5, porque a aniversariante não pagou. O meu deu 22.
A16: O meu tinha dado 21, daí eu fiz de novo e deu 22 também.
A13: É só a gente fazer o que a tia (professora) falou para ver se está certo, é só pôr 22 vezes 4!... Está certo. Lembra que ela falou que, quando sobra, é só colocar mais 2.
A13: Não faz a justificativa na folha (prova real), a gente fez só para ver se estava certo!

Em nenhum momento o grupo comentou sobre a parte decimal (centavos), que não conseguiu apontar a solução correta ao problema. O aluno A15 não se pronunciou nos diálogos.

Figura 24: Resposta ao problema 2 realizada pelo grupo 5



Problema 2: ANIVERSARIANTE

Luiza e seus quatro amigos foram comemôrar o aniversário dela em uma pizzaria e gastaram ao todo R$90,00. A conta foi dividida apenas entre os amigos, pois ela era a aniversariante e não pagou. Quanto cada um pagou? (Explique como você pensou). foi dividido 22,50 cada

22 +22 + 22 +22 + 2,50 + 2,50 + 2,50 + 2,50.

Fonte: Dados da pesquisa.

O grupo 5 indicou a resposta ao problema de R$ 22,50 para cada amigo de Luiza conforme Figura 22. Sua resposta, ainda, se pautou em uma adição sucessiva de valores de maneira linear, não montando um algoritmo como os demais grupos. Entretanto, o grupo indicou os valores 22 +22 + 22 + 22 + 2,50 + 2,50 + 2,50 + 2,50, cujo total resultaria em 98. Nesse caso, o correto seria a utilização do valor 20 no lugar de 22, ou 0,50 no lugar de 2,50.

A17: 90 dividido para quatro pessoas. Daí eu não entendi, vou chamar o professor.
Pesquisador: Leitura do problema... A conta ficou em 90 reais e só 4 amigos vão pagar a conta, pois Luiza a aniversariante não vai pagar. Quanto cada amigo vai pagar dessa conta então?
A18: 45 reais.
Pesquisador: Porque 45?
A18: Ah! Achei que eram dois amigos.

O grupo necessitou da intervenção do pesquisador para compreender o problema. Embora fosse um grupo com somente dois participantes, o aluno A18 indica um possível resultado para o problema e A17 outra possibilidade do resultado.

A17: 25 reais.
Pesquisador: Se 4 pessoas pagassem 25 reais daria quanto? O que acha A18?
A18: 22,50 reais.
Pesquisador: Como chegou a essa conclusão?
A18: 20 por 4 dá 80. Aí faltou 10 reais, que dá mais 2,50 reais, daí dá 22,50 reais de cada.
A17: O que você fez A18?
A18: 20 reais para 4 pessoas dão 80, mais 2,50 para 4 pessoas, dá 10 e 80 mais 10 dá 90 reais.

Com a intervenção do pesquisador novamente, o aluno A18 apresenta outra resposta e se justifica. Com cálculos mentais, agrupou 20 reais para cada pessoa pagante, depois, observando a falta de 10 reais para fechar a conta, voltou a dividir os 10 reais por 4 amigos, chegando a R$ 2,50. Em resumo, ele considera R$ 20,00 mais R$ 2,50 por pagante (amigo), totalizando os R$ 90,00, ou seja, cada amigo deve pagar R$ 22,50.

O Quadro 12 sistematiza as demandas cognitivas observadas nos grupos ao realizarem o problema 2.

Quadro 12: Níveis de demandas cognitivas do problema 2 e ações dos grupos

GRUPO	DEMANDA COGNITIVA	NÍVEL DA DEMANDA COGNITIVA	JUSTIFICATIVA
G1	Procedimentos com conexões	Alto	O grupo sob mediação do pesquisador, encontrou a resposta correta com base em algoritmos realizados com números inteiros. No entanto, foi necessário compreenderem que se tratava de decimais, ou seja, um número não inteiro.
G2	Procedimentos com conexões	Alto	O grupo sob mediação do pesquisador, associou conceitos pertinentes para resolver o problema e trabalharam com a parte decimal do número conforme diálogo.
G3	Procedimentos com conexões	Alto	O grupo sob mediação do pesquisador, associou conceitos pertinentes para resolver o problema e trabalharam com a parte decimal do número conforme diálogo.
G4	Memorização	Baixo	O grupo não revelou compreender o sistema monetário, especialmente a parte decimal, realizando apenas uma divisão com números inteiros.
G5	Procedimentos com conexões	Alto	O grupo sob mediação do pesquisador, elaborou sucessivas adições de números inteiros e decimais para encontrar a resposta.

Fonte: Elaborado pelo autor.

No problema 2 os grupos necessitaram pensar numa utilização prática dos centavos. Foi possível identificar a demanda cognitiva *procedimentos com conexões* em quase todos os grupos, em que alguns solicitaram a intervenção do pesquisador.

4.3 PROBLEMA 3

O problema 3 se baseia em uma situação de compra de roupas, que está atrelada ao cotidiano dos alunos. Nele, são apresentados os valores de peças de roupas individuais (blusa, calça, short e meia), e é solicitado ao aluno o gasto necessário para comprar algumas peças e, perguntava-se quantas peças foram compradas com determinado valor. O enunciado traz uma tabela com os valores das peças e dados (como o valor da calça) que não são utilizados no problema.

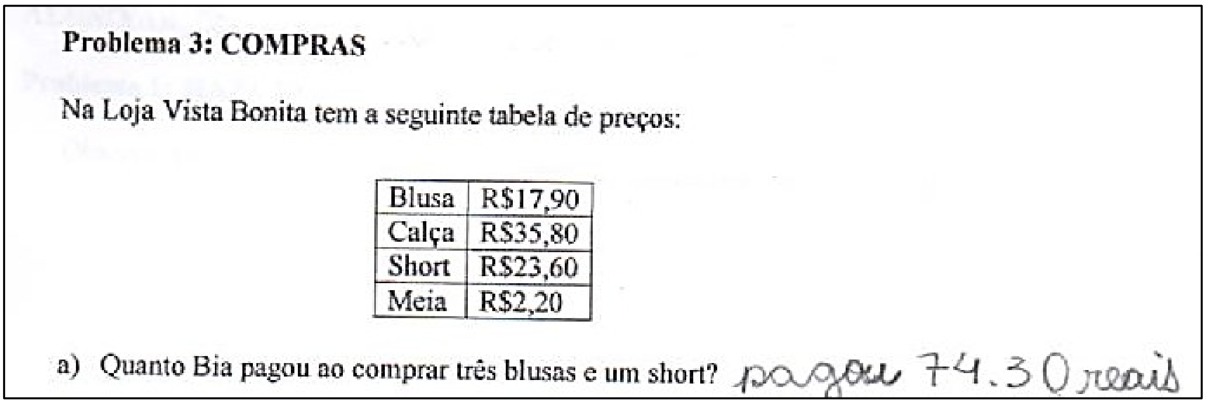
Na Loja Vista Bonita tem a seguinte tabela de preços:

Blusa	R$17,90
Calça	R$35,80
Short	R$23,60
Meia	R$2,20

4.3.1 Item “a”: Quanto Bia pagou ao comprar três blusas e um short?

Para resolver o item “a” do problema 3, o aluno precisa indicar o valor correspondente a três blusas e um short. Para isso, ele poderia utilizar a adição e/ou a multiplicação e os valores das roupas são dispostos em reais, ou seja, são Números Decimais.

Figura 25: Resposta ao problema 3a realizada pelo grupo 1



Problema 3: COMPRAS

Na Loja Vista Bonita tem a seguinte tabela de preços:

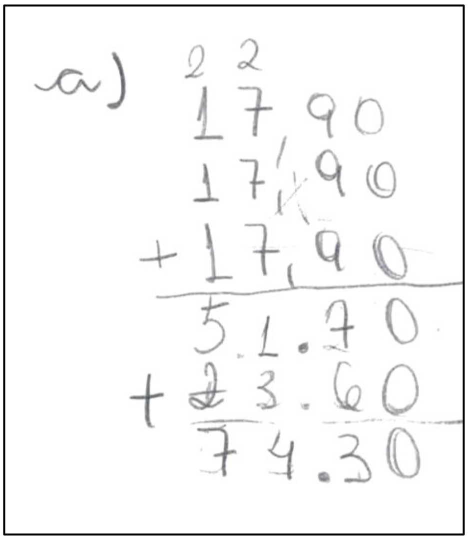
Blusa	R$17,90
Calça	R$35,80
Short	R$23,60
Meia	R$2,20

a) Quanto Bia pagou ao comprar três blusas e um short? pagou 74.30 reais

Fonte: Dados da pesquisa.

O grupo 1 apresentou a resposta para este item, o valor de R$ 74,30. Em sua escrita, ao invés da vírgula, trouxeram um ponto para separar a parte inteira da decimal. Este grupo utilizou duas adições para encontrar esta resposta, conforme Figura 26.

Figura 26: Resposta ao problema 3a realizada pelo grupo 1



Fonte: Dados da pesquisa.

Na Figura 26, nota-se a utilização simultânea de vírgula e de ponto para separar a parte decimal. Também é possível observar que o grupo não fez a “reserva da operação” ao adicionar 7+7+7 unidades com 2 (obtido da adição de 9+9+9 décimos, que resulta em 2 unidades e 7 décimos), ocasionando na resposta equivocada. A resolução foi realizada em duas etapas: a primeira consistiu na adição dos valores de três blusas, e a segunda, adicionando ao resultado da primeira, o valor de um short. Como o primeiro valor não estava correto, o valor total já não seria correto e, novamente, o grupo não fez a “reserva da operação” (adicionou 1+3 e não considerou 1 unidade, obtida da adição de 7+6 décimos, que resulta em 1 unidade e 3 décimos).

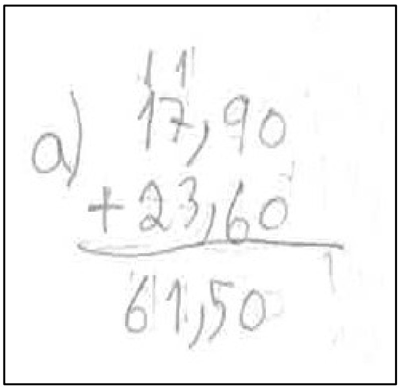
A3: Então tá, vamos para o problema 3.
A2: Dá pra gente fazer uma conta “de mais” na letra a.
A1: Acho que se fazer uma multiplicação, é mais fácil.
A2: Olha, aqui diz que “Bia comprou 3 blusas e um shorts, então tem que fazer 17, mais 17, mais 17...
A1: Isso, mais o short.

Na sequência, o grupo discute a utilização do ponto (usado no lugar da vírgula para separar as casas decimais), observado na Figura 26, em que o aluno A2 questiona o ponto entre os números 5 e 1. A resposta apresentada trouxe os números 5.170 e 51.70, com o ponto conforme indicado. A1, na sequência do diálogo destaca o valor da resposta, R$ 51,70. Tem-se a hipótese, então, que o ponto entre 5 e 1 não foi considerado pelo grupo, se apresentando apenas como um erro (ou possível dúvida) na construção do algoritmo. A4 não se pronunciou neste item.

A2: (Observando as contas de A1) Mas por que aqui tem um ponto?
A1: É para separar os centavos.
A2: Mas porque colocou o ponto entre o 5 e o 1?
A3: É para separar os centavos...
A1: Olha, ficou 51 reais e 70 centavos.
A3: Então a gente vai escrever assim, "pagou 74 e 30 centavos".

A Figura 27 apresenta a resposta do grupo 2 ao item "a" deste problema. Nela é possível perceber um algoritmo de adição em que consideraram o valor de um short e de uma blusa apenas. Tal resposta não está de acordo com o que o problema solicita. A6 e A7 tentam justificar a compra de três blusas nos diálogos, mas logo foram confrontados pela afirmação de A5, que diz para colocarem apenas "um valor" no algoritmo, mesmo o problema solicitando o valor de três blusas. Após, não houve mais diálogos sobre o problema.

Figura 27: Resposta ao problema 3a realizada pelo grupo 2

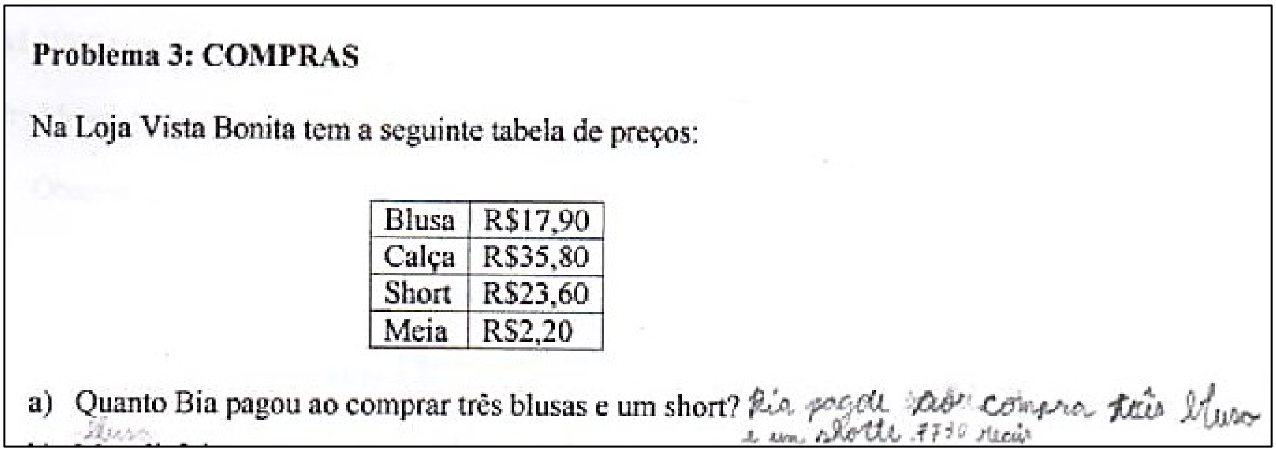


Fonte: Dados da pesquisa.

A7: Ei, este aqui está errado (problema 3a). Essa conta é de vezes.
A6: Ela comprou 3 blusas, tem que colocar o valor de 3!
A5: Não precisa, é só colocar um valor!

A Figura 28 apresenta a resposta do grupo 3 ao problema 3a. Eles escrevem que "Bia pagou ao comprar três blusas e um short 7730 reais" (G3). Pode-se perceber que a resposta não traz uma indicação de casa decimal. Apenas A9 apresentou a resposta com a vírgula (Figura 29).

Figura 28: Resposta ao problema 3a realizada pelo grupo 3



Problema 3: COMPRAS

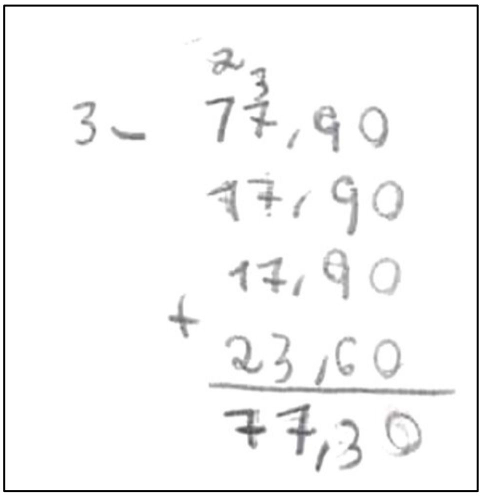
Na Loja Vista Bonita tem a seguinte tabela de preços:

Blusa	R$17,90
Calça	R$35,80
Short	R$23,60
Meia	R$2,20

a) Quanto Bia pagou ao comprar três blusas e um short?

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 29: Resposta ao problema 3a realizada pelo A9 do G3



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao realizar o algoritmo, A9 usou corretamente a vírgula em todas as parcelas da adição, inclusive indicando a parte decimal na resposta, conforme a Figura 29. No diálogo, os alunos discutiram, primeiramente, sobre qual algoritmo resolveria o problema, e o aluno A9 deixou claro aos seus colegas a necessidade de colocar a vírgula na resposta final, o que não ocorreu na Figura 28. O aluno A12 não se pronunciou.

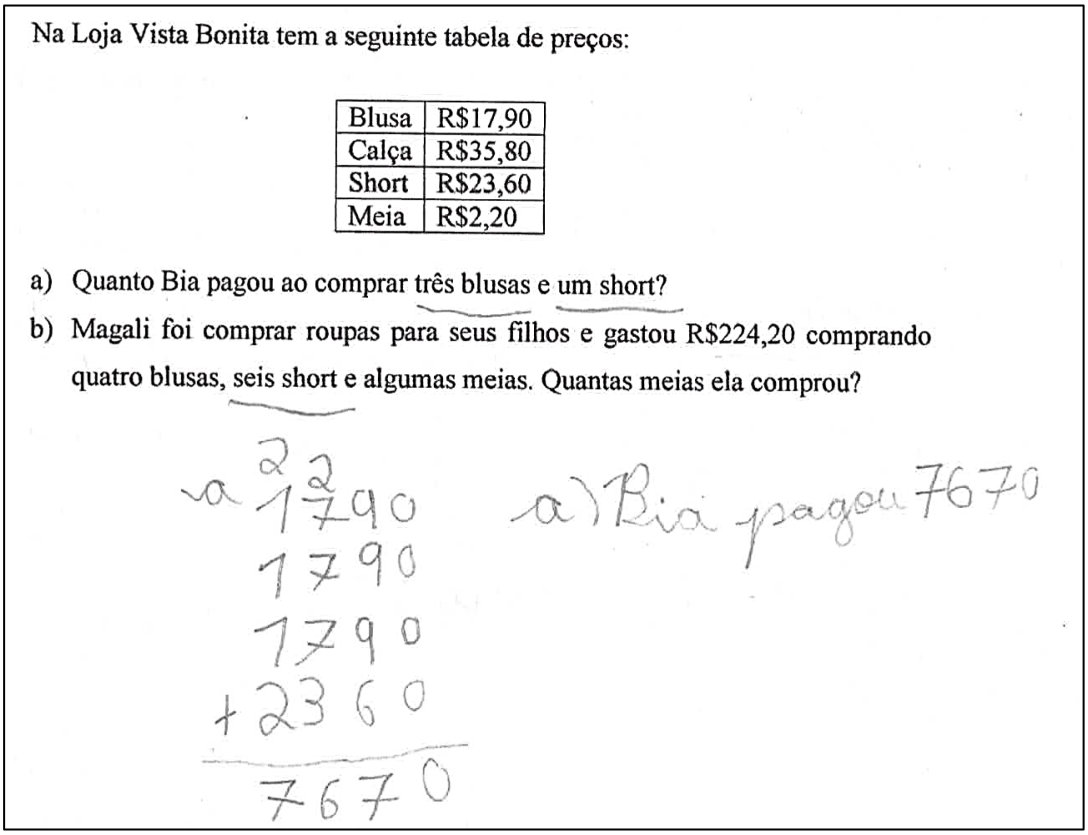
A9: (leitura da letra A) ... É só colocar 3 blusas e um short.
A10: E fazer de vezes?
A9: Não, é de mais! É só colocar 3 vezes o valor da blusa e um short, aí você soma.
A9: O meu deu 77,30 reais.
A11: Beleza!
A9: Aí vocês colocam que Bia pagou 77 reais e 30 centavos. Só que para colocar... aí coloca 77 "vírgula" 30 reais.

Neste trecho do diálogo do G3, A9, em suas falas, mostra conhecer o uso da vírgula, o que fez com que a tarefa fosse para ele um exercício, conforme distinguem Serrazina e Ribeiro

(2012). Já os alunos A10 e A11 estão frente a um problema, por estarem diante de a uma situação que não sabem como resolver.

Um dos integrantes do G4 (A15) também apresentou sua resposta sem a utilização da vírgula. Em seu algoritmo de adição, também não foi separada a parte decimal da parte inteira, fazendo uma adição no conjunto dos números inteiros.

Figura 30: Resposta ao problema 3a realizada por A15 do G4



Na Loja Vista Bonita tem a seguinte tabela de preços:

Blusa	R$17,90
Calça	R$35,80
Short	R$23,60
Meia	R$2,20

a) Quanto Bia pagou ao comprar três blusas e um short?

b) Magali foi comprar roupas para seus filhos e gastou R$224,20 comprando quatro blusas, seis short e algumas meias. Quantas meias ela comprou?

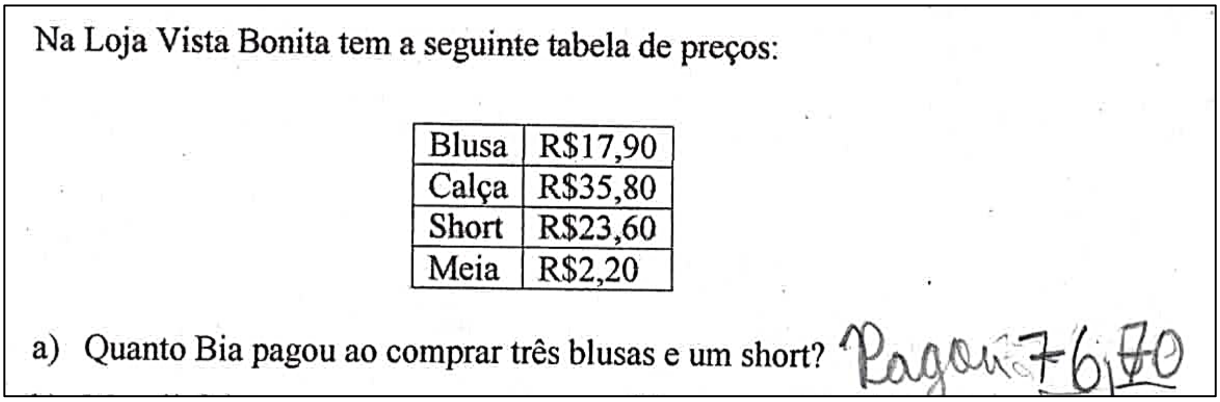
a 1790
1790
1790
+2360
7670

a) Bia pagou 7670

Fonte: Dados da pesquisa.

Na Figura 31, no entanto, G4 trouxe a resposta com a vírgula. Em seu algoritmo (Figura 32), há a separação da parte decimal em algumas parcelas e no resultado. Em ambas as resoluções foi utilizada a adição como operação.

Figura 31: Resposta ao problema 3a realizada pelo grupo 4



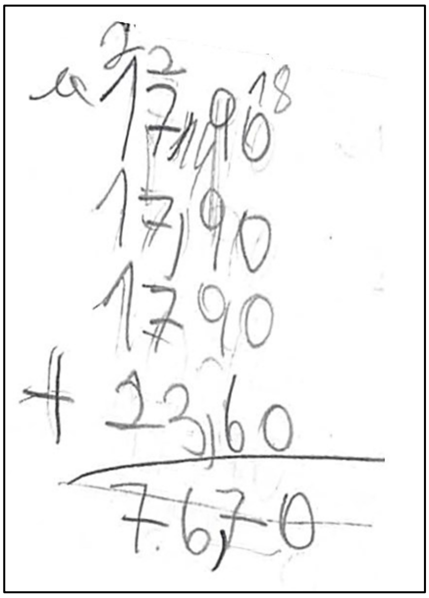
Na Loja Vista Bonita tem a seguinte tabela de preços:

Blusa	R$17,90
Calça	R$35,80
Short	R$23,60
Meia	R$2,20

a) Quanto Bia pagou ao comprar três blusas e um short? Pagou 76,70

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 32: Resposta ao problema 3a realizada pelo grupo 4



Fonte: Dados da pesquisa.

Nos diálogos do grupo, eles discutem sobre se a operação seria de multiplicação ou de adição. Ainda com dúvidas, com a intervenção do pesquisador, A13 acredita que é uma operação de multiplicação, mas acaba fazendo uma adição e explica a seus colegas, mas não convence A14:

A13: Quanto Bia gastou ao comprar 3 blusas?
A14: A13, acho que é de mais.
A13: Não, você vai por 17,90 vezes 3, depois você vai lá e soma o short.
A13: Professor, será que está certo? Eu não estou dando muita confiança se está certo.
Pesquisador: Me explique!
A13: Ah! Eu fiz essas contas aqui...
Pesquisador: Mas porque você fez vezes 3?
A13: Porque Bia comprou 3 blusas, então eu acho é o preço da blusa vezes 3.
Pesquisador: Ok, e você acha que isto está certo?
A13: Ah! Eu acho.
Pesquisador: Explique para seu grupo e vejam se concordam!

A13: 22, 23, 24, 25, 26... (realizando uma conta durante a realização do algoritmo)
A14: Não, é 24.
A13: Você colocou o preço dos shorts juntos?
A14: Coloca depois.
A13: Vejam se vocês concordam... Eu coloquei 17,90, mais 17,90, mais 17,90 e mais 23,60. Vocês acham que é desse jeito?
A14: Eu somei e deu 24.
A13: Ou vocês acham melhor fazer 2 contas?
A14: A13, você está fazendo errado.
A13: Então tá, vamos fazer a ideia dela. Vamos fazer só a blusa e depois soma o short.

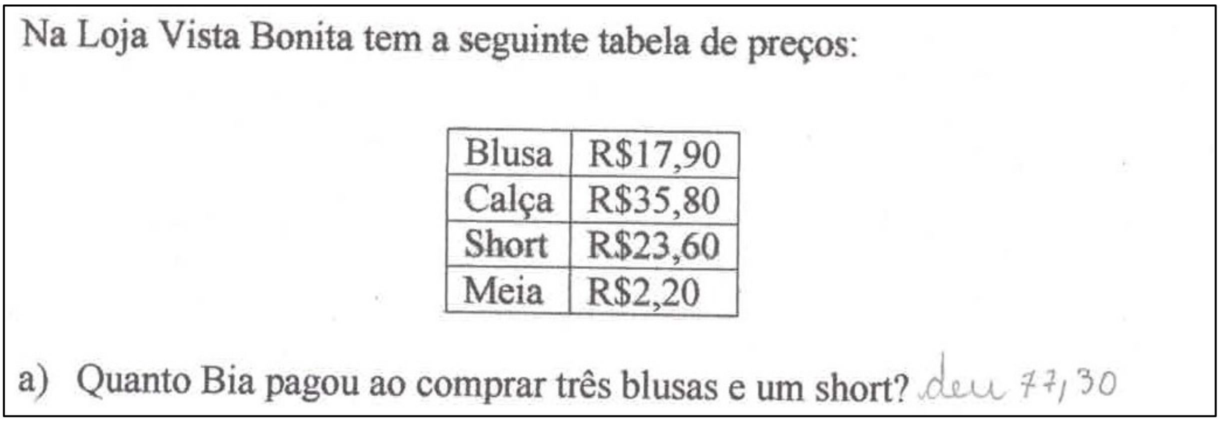
Em outro ponto, continuando a discussão, ao realizarem os cálculos em conjunto, os integrantes do grupo confirmam seus resultados. A14 quer trocar de operação, realizar um cálculo de subtração, mas logo é rebatido por A13, que já indica a resposta final (7.731):

A13: Quanto deu o seu? O meu deu 5.370
A14: O meu também.
A13: E o seu A15?
A15: Ainda estou fazendo...
A14: Agora é de menos.
A13: Não, continua de mais. Olha, aqui fala "quanto Bia pagou ao comprar 3 blusas e 1 short", então é mais um short, é para somar.
A13: Então a resposta vai ficar assim, Bia pagou 7.731.

O grupo 4, não conseguiu chegar a um consenso na resposta deste problema, visto que duas respostas foram obtidas, conforme Figura 30 e conforme Figuras 31 e 32, dos quatro alunos que compunham o grupo.

O grupo 5 apresentou sua resposta conforme a Figura 33, com a vírgula para separar a parte decimal. Utilizou a adição como operação para resolver o problema, adicionando as três parcelas do valor da blusa e uma do short (Figura 34) e obtiveram corretamente R$77,30.

Figura 33: Resposta ao problema 3a realizada pelo grupo 5

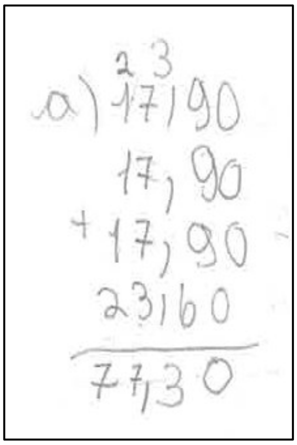

Na Loja Vista Bonita tem a seguinte tabela de preços:

Blusa	R$17,90
Calça	R$35,80
Short	R$23,60
Meia	R$2,20

a) Quanto Bia pagou ao comprar três blusas e um short? deu 77,30

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 34: Resposta ao problema 3a realizada pelo grupo 5



Fonte: Dados da pesquisa.

Nos diálogos e conforme o algoritmo montado na Figura 34, A17 sugere adicionar os valores de três blusas, sendo lembrada por A18 também do valor do short.

A17: Na "a" (problema 3) você vai colocar 3 blusas, as 3 blusas a 17,90 reais, 3 vezes.
A18: E o short?
A17: Você coloca também!

O Quadro 13 sistematiza as demandas cognitivas apresentadas pelos grupos ao realizarem o problema 3a.

Quadro 13: Níveis de demandas cognitivas do problema 3a e as ações dos grupos

GRUPO	DEMANDA COGNITIVA	NÍVEL DA DEMANDA COGNITIVA	JUSTIFICATIVA
G1	Memorização	Baixo	O grupo não apresentou indícios de compreensão da parte decimal do número, apenas representou reproduzir fielmente as regras da operação de adição.
G2	Procedimentos sem conexões	Baixo	O grupo possivelmente, não compreendeu o enunciado, e não apresentou justificativa na tarefa escrita ou em seus diálogos para justificar o resultado ou os valores utilizados. Dessa forma, G2 adicionou dois valores e não efetuou corretamente o algoritmo, apresentando uma resposta incorreta.
G3	Procedimentos com conexões	Alto	A resposta final do grupo indica que eles operaram com a parte decimal do número (ao tratar dos centavos). Houve no diálogo um destaque para a colocação da vírgula, separando a

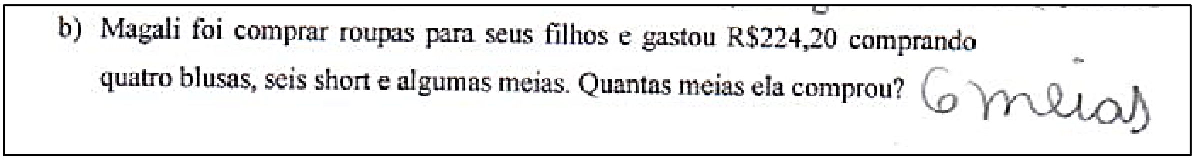
			unidade (em reais) dos decimais (centavos).
G4	Procedimentos com conexões	Alto	Neste grupo houve divergências em como proceder para chegar à resposta final (se deveriam realizar a adição dos valores das três blusas e depois do valor do short ou se deveriam multiplicar o valor de uma blusa por três e, depois, adicionar o valor do short). A princípio separaram a unidade da parte decimal e operaram corretamente, mas, ao revisar, confundiram-se.
G5	Procedimentos com conexões	Alto	O grupo realizou o algoritmo de maneira correta e nota-se que eles reconheciam a parte decimal ao tratarem da representação dos centavos.

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3.2 Item "b": Magali foi comprar roupas para seus filhos e gastou R$224,20 comprando quatro blusas, seis short e algumas meias. Quantas meias ela comprou?

O item "b", traz a informação do gasto total com a compra de algumas peças de roupas. "Magali" (personagem fictícia) gastou um total de R$ 224,20 comprando quatro blusas, seis shorts e meias. Ao fim, os alunos precisam descobrir qual a quantidade de meias que foram compradas. Espera-se que os alunos encontrem o valor correspondente às peças citadas, descontando do valor total gasto e dividam o restante obtido pelo valor unitário da meia para então encontrar a quantidade comprada. Para isso, os alunos poderiam utilizar as quatro operações fundamentais.

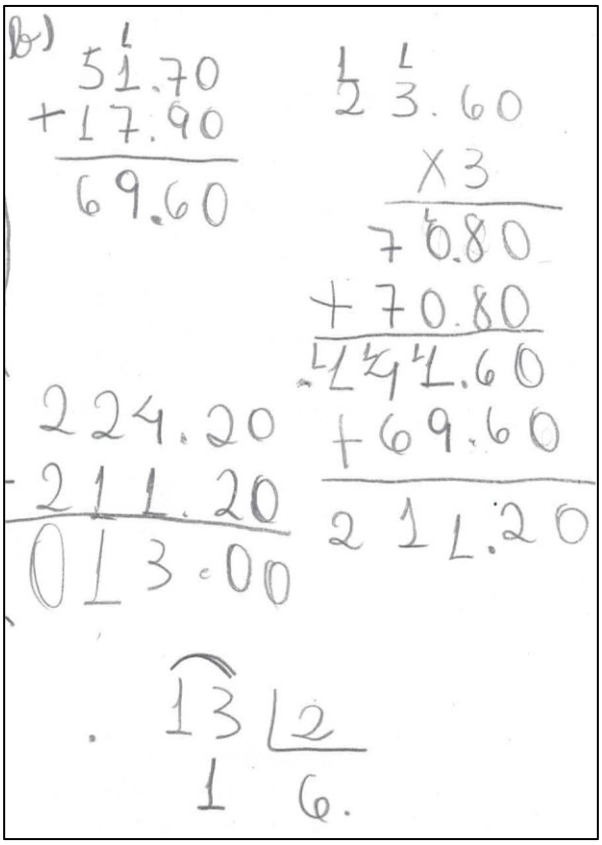
Figura 35: Resposta ao problema 3b realizada pelo grupo 1


b) Magali foi comprar roupas para seus filhos e gastou R$224,20 comprando quatro blusas, seis short e algumas meias. Quantas meias ela comprou? 6 meias

Fonte: Dados da pesquisa.

O grupo 1 apresentou o resultado “6 meias” (Figura 35) como resposta ao problema 3b. Na Figura 36 nota-se que o grupo utilizou as quatro operações para obtê-lo. Utilizaram o resultado do item anterior (valor pago por 3 blusas), adicionando o valor de mais uma blusa, para encontrar o valor pago por 4 blusas. Foi realizada a multiplicação do valor de um short por 3, para encontrar o valor pago por três shorts, R$ 70,80 e, posteriormente, tal valor foi adicionado para obter valor de seis shorts. Na sequência, os valores dos shorts e das blusas foram adicionados, e descontou-se do valor total gasto por “Magali” (R$224,20). Encontrado o resultado dessa subtração, realizaram a divisão por 2, possivelmente pelo valor da meia ser dois inteiros, e encontraram a resposta final 6 meias. O grupo utilizou o ponto para separar a parte inteira da decimal. Nota-se que, no algoritmo de divisão (Figura 36), nem o divisor e nem o quociente estão com a parte decimal, o que indica, possivelmente, que o grupo ainda não tenha conhecimento para continuar a divisão, não saiba lidar com um divisor decimal ou reconhece não ser necessário.

Figura 36: Resposta ao problema 3b realizada pelo grupo 1



Fonte: Dados da pesquisa.

Nos diálogos, o grupo discute, inicialmente, sobre os algoritmos que irão utilizar, bem como os resultados encontrados. O aluno A1 sugere a utilização do resultado anterior para dar sequência ao algoritmo. Ainda, A1 corrige A2 destacando a vírgula para separar reais (unidades) de centavos (parte decimal).

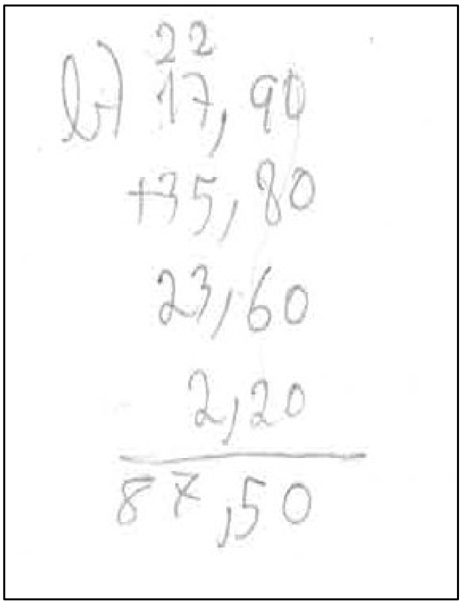
A4: Ela comprou 4 blusas e 6 shorts...
A2: A gente vai ter que fazer uma conta de vezes.
A1: Ou a gente adiciona esse valor e o resto seria das meias. Eu já sei quanto é 3 blusas. A gente faz 51,70 mais 17,90.
A1: Agora eu já sei quanto é (são) 4 blusas. Isso deu R$ 69,60.
A3: Deu quanto?
A2: O meu deu 70,80.
A1: Eu fiz uma conta de vezes e deu 70 reais e 80 centavos.

Em outro momento do diálogo, A1 toma a liderança e realizando os cálculos, encontra o possível valor correspondente às meias. A2 parece se incomodar diante da necessidade de realizar vários cálculos. A2 representa não ter o monitoramento ativo às questões relacionadas ao problema, conforme Levine (1994), e a metacognição, em que sua preocupação está apenas na quantidade de cálculos que precisará realizar. Nota-se também uma planificação e visualização do resultado na fala de A1, ao dizer "ou a gente adiciona esse valor e o resto seria das meias", que remete aos processos cognitivos (FONSECA, 2014) empenhados na resolução do problema.

A1: Deixa eu fazer outra conta aqui... olha, ela comprou 13 reais de meias. Agora precisamos fazer uma conta de dividir.
A2: Então a gente vai precisar fazer outra conta?
A1: Sim! Eu fiz tudo isso para a gente saber quantas meias. 13 dividido por 2 dá 6, então ela comprou 6 meias!

O grupo 2 apresentou como sua resposta ao problema 3b uma adição dos valores de cada uma das peças de roupas, conforme Figura 37. Provavelmente, eles não tenham compreendido o enunciado ou não souberam como operar com os dados. De modo semelhante ao o que aconteceu no item "a", A5 tornou a dar a resposta final, sugerindo uma adição com os valores de cada peça, inclusive de R$ 35,80 de uma calça, trazida na tabela de preços, mas que não foi citada no enunciado do item b.

Figura 37: Resposta ao problema 3b realizada pelo grupo 2



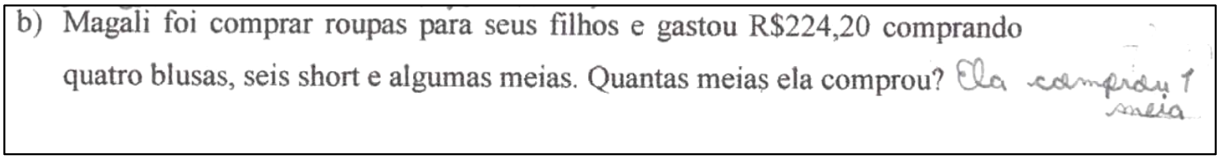
Fonte: Dados da pesquisa.

A7: E a letra B?
A5: É só somar também.
A6: O meu deu 25.
A7: Vamos fazer de novo!
A6: É para somar todos?
A7: Sim!
A6: Eu fiz agora e deu 87.
A7: O meu também!

O grupo, mesmo montando o algoritmo, não realizou corretamente a operação de adição. Neste momento, se confundiram ao somar as unidades da parte inteira escrevendo 27, ou invés de 19.

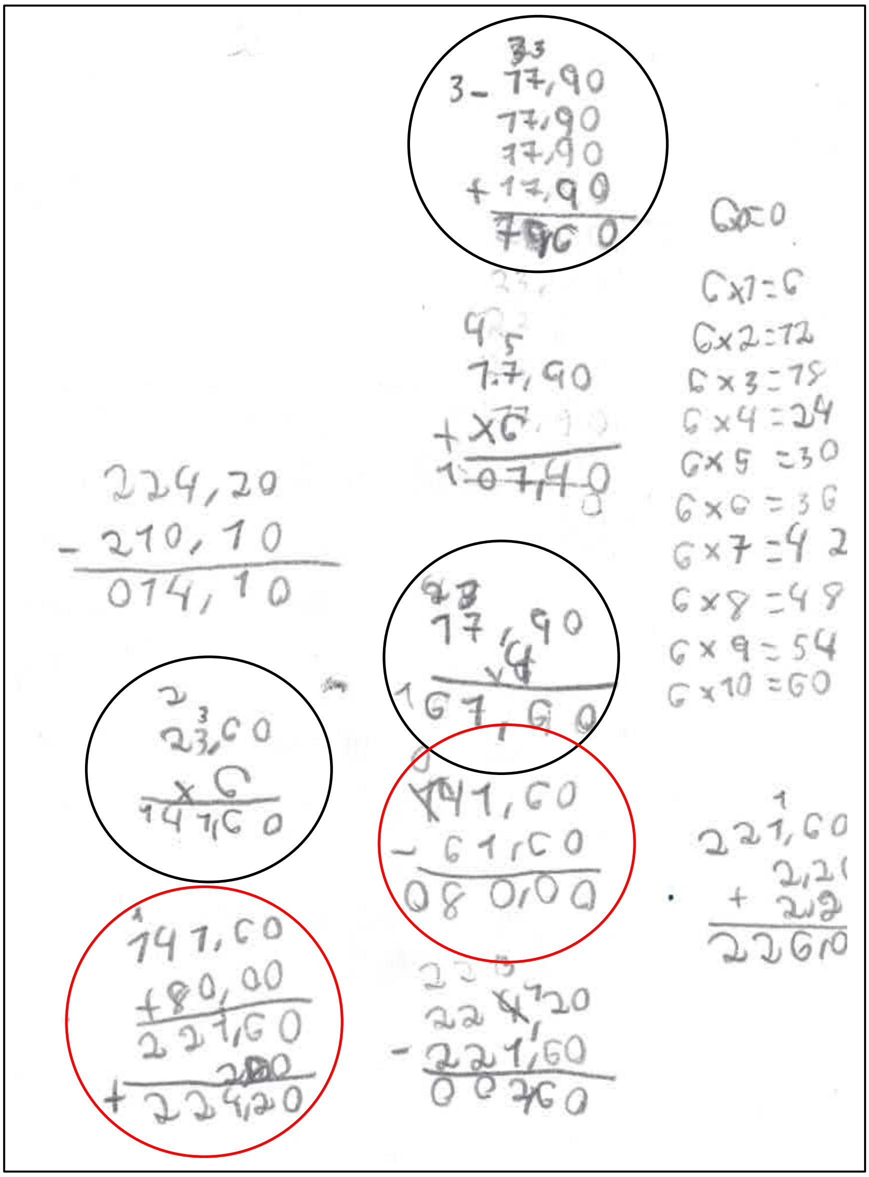
A resposta do grupo 3, exibida na Figura 38, é que “Magali” comprou apenas uma meia. Já a Figura 39 apresenta os cálculos do grupo 3. Nela é possível perceber que o grupo utilizou três operações diferentes (adição, subtração e multiplicação). Começou adicionando o valor da blusa quatro vezes, mas realizou, na sequência, a multiplicação por quatro (não chegou ao mesmo resultado) e uma multiplicação do valor do short por seis (conforme destaque em preto).

Figura 38: Resposta ao problema 3b realizada pelo grupo 3


b) Magali foi comprar roupas para seus filhos e gastou R$224,20 comprando quatro blusas, seis short e algumas meias. Quantas meias ela comprou? Ela comprou 1 meia

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 39: Resposta ao problema 3b realizada pelo grupo 3



Fonte: Dados da pesquisa.

Em seguida, o grupo subtraiu o valor encontrado na multiplicação de seis shorts (141,60) por quatro blusas (considerou o valor 61,60, obtido na multiplicação) encontrando R$ 80,00. O valor das quatro blusas (61,60) não está correto, o grupo se equivocou com a reserva que colocaram na dezena da parte inteira do número, que realizando os cálculos, deveria ser 3 ao invés de 2, ou seja, o resultado deste algoritmo deveria ser 71,60. Conforme destaque em vermelho da Figura 39, o valor de R$61,60 foi subtraído ao valor de 6 shorts ~~n~~ovamente (141,60) e, posteriormente, o grupo voltou a adicionar o resultado do cálculo anterior (80,00) ao valor de 6 shorts (141,60), mais o possível valor de uma meia, resultando em R$ 224,20. Outros dois cálculos foram realizados R$ 224,20 menos R$ 221,60 e R$ 221,60 mais duas vezes o valor da meia. O segundo cálculo, respectivamente, ultrapassou o valor gasto por "Magali" e o primeiro, um valor aproximado do valor da meia, sugerindo assim, a resposta final de apenas uma meia.

Conforme os diálogos apresentados a seguir, A9 afirmou que o valor de quatro blusas seria de R$79,60 e foi indagado por A11 por este problema necessitar de muitos cálculos. Devido a utilização da multiplicação por 6 construíram na própria folha uma tabuada para consulta:

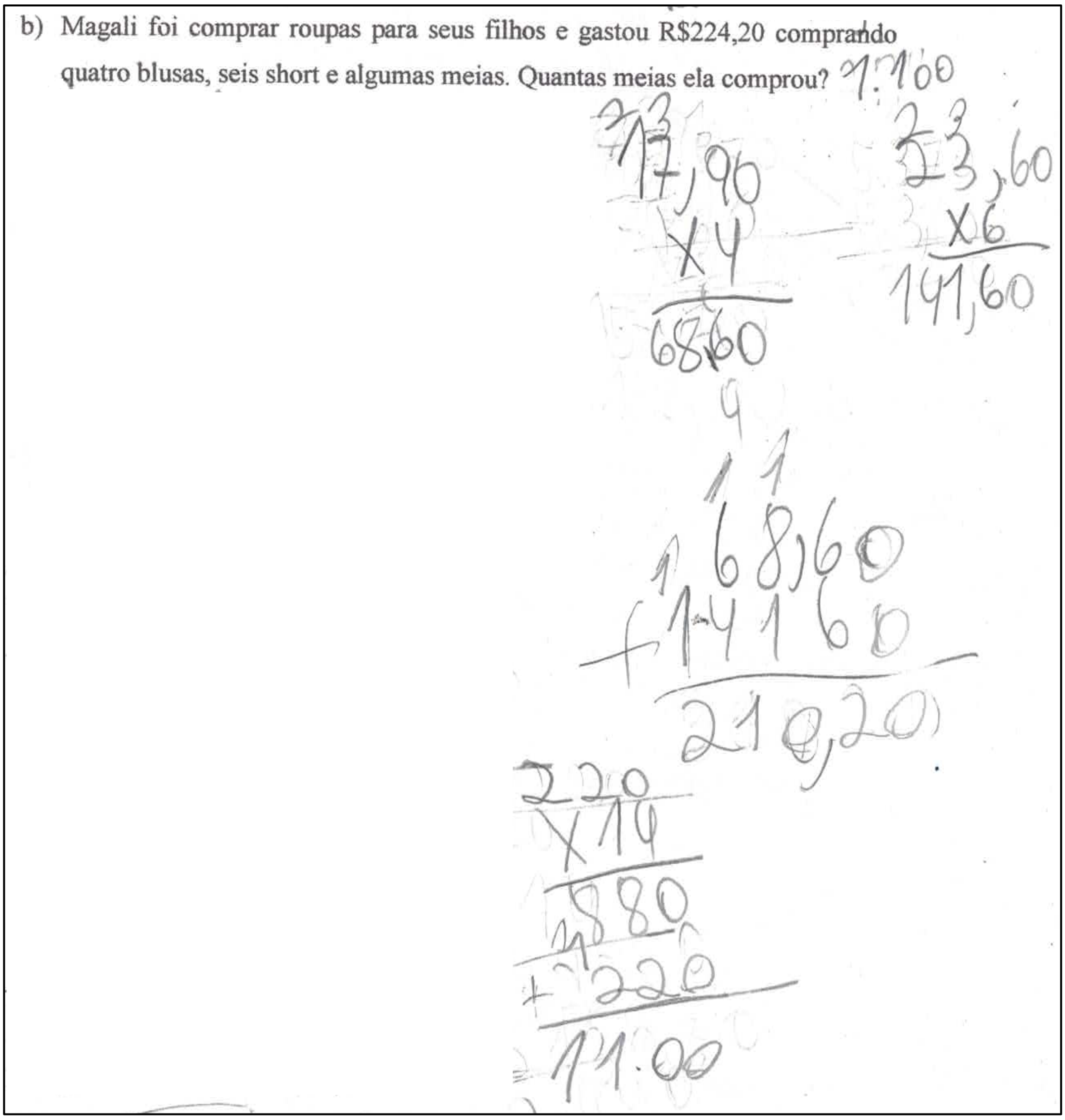
A9: Vamos na letra b então... (fazem as contas)... O valor de 4 blusas deu 79,60 reais.
A11: Nossa, vai dar muita conta!
A9: Precisava da tabuada agora, seria mais fácil.
A11: Ah, eu faço a tabuada aqui.

Em outro momento, o pesquisador questiona sobre dúvidas e A10 relatando sobre seus cálculos é interrompido por A9 com a resposta.

Pesquisador: E aí pessoal?
A10: A gente fez essas contas aqui na 3, olha!
Pesquisador: Ok, e vocês conseguiram descobrir quantas meias ela comprou?
A9: Ela comprou só uma meia.

Para resolver o problema 3b, o grupo 4 realizou as operações de adição e multiplicação. Inicialmente, multiplicaram o valor da blusa por 4 e o valor do short por 6, encontrando os respectivos valores para o conjunto de peças, sendo que apenas a multiplicação por 6 estava correta. Na sequência, eles os adicionaram a fim de encontrar o total gasto por "Magali". Então, multiplicaram 220 (e não 2,20), supostamente o valor da meia, por 14 (que surgiu no diálogo, porém, sem justificativa de que operação foi realizada para obter esse valor), encontrando por meio de seus cálculos, "11.00", conforme Figura 40.

Figura 40: Resposta ao problema 3b realizada pelo grupo 4



b) Magali foi comprar roupas para seus filhos e gastou R$224,20 comprando quatro blusas, seis short e algumas meias. Quantas meias ela comprou?

Fonte: Dados da pesquisa.

O diálogo do grupo esclarece:

A13: Acho que essa é de vezes, né gente?
A14: É.
A13: A segunda você vai pôr 17,90 vezes 4... o meu deu 6.870. Professor, acho que o nosso tá errado, porque ela gastou 224 reais.
Professor: Mas e aí? O que será que aconteceu? O que dá para gente fazer?
A13: Ah! Eu já sei o que aconteceu, eu acho que é 68,70 reais. Agora vamos fazer o preço do short... vai ser 23,60 vezes 6.
A14: Deu 14.160.
A13: Não é isso, é 141,60 reais.
A14: Mas você não lembra que a tia (professora) disse que tem que olhar unidade, dezena e centena... (unidade de milhar)?
A13: Agora vamos somar 68,60 mais 141,60 para saber quantas meias... deu 210,20 centavos. E agora, como vamos saber quantas meias tem?
A13: Professor, não estamos conseguindo saber quantas meias tem?
Pesquisador: Mas é isso mesmo que precisam descobrir, o que daria para fazer?

A13: Vamos fazer uma conta de dividir[12]. Sobra 14 reais. Será que nós dividimos 14 por 220? Ou 220 dividido por 14? Acho que dá pra comprar 13 meias.
A14: Tem que ser 2,20 reais 14 vezes (...)
A13: Verdade, vamos fazer 2,20 vezes 14...deu 1.100 meias.

Nos diálogos desse grupo, é possível perceber que o aluno A13 identifica a função da vírgula no número, corrigindo algumas vezes A14. Mesmo com a intervenção do pesquisador, o grupo acredita, que ao multiplicar 2,20 reais por 14 encontraram a resposta ao problema. Diante da resposta do grupo, apresentada desta maneira, pode-se dizer que os alunos não fazem retrospecto da resposta, conforme as etapas de Polya (1944). Destaca-se que quando A14 relembra uma fala de sua professora com relação à unidade, dezenas, centenas e unidade de milhar, essa é uma característica do "fazer matemática" que exige que os alunos acessem conhecimentos e experiências relevantes e façam uso adequado deles ao trabalharem na tarefa.

As Figuras 41 e 42 trazem a resolução do grupo 5, cuja resposta foi 4 meias. Os alunos utilizaram a adição dos valores de 4 blusas e de 6 shorts, encontrando R$ 212,40. Na sequência, adicionaram ao resultado, 6 unidades, depois 4 unidades e mais 2 unidades (levanta-se duas hipóteses sobre como os alunos podem ter pensado: (1) somaram 6 unidades referentes aos shorts do enunciado, 4 unidades pelas quatro blusas e 2 unidades que representaria o valor da meia (ou o valor faltante para fechar a conta) ou (2) possivelmente utilizaram a estratégia de adicionar parcelas consecutivas até conseguirem atingir o resultado ao valor gasto de "Magali"), indicando o valor R$ 224,40.

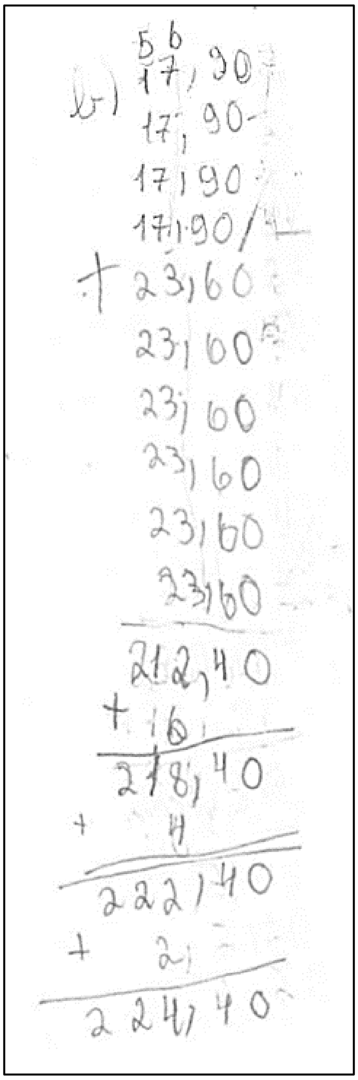
Figura 41: Resposta ao problema 3b realizada pelo grupo 5

b) Magali foi comprar roupas para seus filhos e gastou R$224,20 comprando quatro blusas, seis short e algumas meias. Quantas meias ela comprou? 4 meias.

Fonte: Dados da pesquisa.

[12] Essa conta de dividir que resulta em 14 reais foi apagada da folha em que se registraram as respostas.

Figura 42: Resposta ao problema 3b realizada pelo grupo 5



Fonte: Dados da pesquisa.

Com a intervenção do pesquisador, A17 e A18 retomam resultados da tabuada e a construção do algoritmo, obtêm o resto de 12 reais e indicam 4 meias como resposta ao problema. Possivelmente, o grupo aproxima os valores e não trabalha com as casas decimais. Assim, se Magali gastou R$224,20, usou-se R$225; como o grupo obteve o gasto de R$213,00 sem considerar as meias, a diferença (e não o resto) seria de R$12,00. Arredondando o valor de uma meia R$2,20 para R$3,00, seria possível comprar 4 meias.

A17: O professor, não estou conseguindo encontrar quantas meias...
Pesquisador: O que você colocou aí? 4 valores da blusa e 6 valores de shorts, e quanto deu isso?
A17: 230 reais.
Pesquisador: Será isso mesmo? Ela gastou somente 224,20 reais...
A17: Realizando a conta novamente... Não estou conseguindo.
Pesquisador: Vamos lá, na realização do algoritmo (temos 4 números 9, então podemos pensar quanto é 4X9?)
A18: 4X9 é 36.
A17: Tá! e 6x6 é 36, então vai dar 73.

Professor: E então? Quanto deu?
A17: 213 reais
Professor: Ok, agora deu menor que o valor que ela gastou, e agora?
A17: Sobrou 12 reais.
Professor: E quantas meias ela comprou?
A17: 4 meias.
Professor: Tem certeza de que são 4 meias?
A17: Sim.

O Quadro 14 sistematiza as demandas cognitivas do problema 3b e o que foi apresentado nos grupos:

Quadro 14: Níveis de demandas cognitivas do problema 3b e as ações dos grupos

GRUPO	DEMANDA COGNITIVA	NÍVEL DA DEMANDA COGNITIVA	JUSTIFICATIVA
G1	Fazer matemática	Alto	O grupo realizou uma multiplicação para encontrar o valor de três shorts. Posteriormente dobrou o valor para encontrar o valor de seis shorts e os diálogos mostram que os alunos diferenciaram a parte decimal do número ao operar com ele.
G2	Procedimentos com conexões	Alto	Por mais que o grupo não tenha realizado o algoritmo corretamente, eles mostraram que diferenciam a parte decimal ao realizar a operação.
G3	Fazer matemática	Alto	O grupo sob mediação do pesquisador, com base na realização dos algoritmos e seus diálogos, compreendeu a natureza dos conceitos envolvidos, examinando uma possibilidade de seguir um caminho (equivocado) para resolver o problema.
G4	Fazer matemática	Alto	Apesar de um dos integrantes apresentar dúvidas, os diálogos indicam que o grupo examinou uma possibilidade de seguir um caminho (equivocado) para resolver o problema.
G5	Procedimentos com conexões	Alto	Seus diálogos e algoritmos indicam a compreensão e diferenciação da parte inteira e decimal dos números apresentados no problema., visto que as adições consecutivas de números inteiros estavam corretamente posicionadas na unidade da parte inteira do algoritmo.

Fonte: Dados da pesquisa.

Após a análise dos dados, as demandas cognitivas de cada problema foram evidenciadas em cada um dos grupos, conforme Quadro 15.

Quadro 15: Síntese dos níveis de demandas cognitivas do problema 3 apresentados pelos grupos

Problema 3	Item a	G1	Procedimentos com conexões – Nível alto
		G2	Procedimentos com conexões – Nível alto
		G3	Procedimentos com conexões – Nível alto
		G4	Procedimentos com conexões – Nível alto
		G5	Memorização – Nível baixo
	Item b	G1	Fazer Matemática – Nível alto
		G2	Memorização – Nível baixo
		G3	Fazer Matemática – Nível alto
		G4	Fazer Matemática – Nível alto
		G5	Procedimentos com conexões – Nível alto

Fonte: Autoria própria.

As demandas cognitivas e as resoluções apresentadas pelos alunos mostraram que os problemas possibilitaram, na prática, o que foi previsto para cada um deles na seção 3.2. Na análise do problema 1, nos grupos, por seis vezes foram percebidas demandas cognitivas consideradas de alto nível e nove de baixo nível. No item 1a. foram 3 demandas de alto nível e 2 de baixo; no item 1b. foram 4 de baixo nível e 1 de alto nível e no item 1c. foram 2 de alto nível e 3 de baixo nível cognitivo.

O problema 2 possibilitou o desenvolvimento da demanda cognitiva de nível alto "procedimentos com conexões" em 4 grupos e em apenas um houve o uso da "memorização", considerada uma demanda cognitiva de nível baixo. Para este problema era esperado o "fazer matemática", visto que os alunos precisariam buscar compreender uma divisão de números inteiros, cujo quociente era um número decimal, conforme Quaresma e Ponte (2012).

O problema 3 possibilitava, conforme planejado, o desenvolvimento de demandas cognitivas de alto nível (procedimentos com conexões e fazer matemática, respectivamente, para os itens "a" e "b"). Conforme o quadro 13, obteve-se oito demandas cognitivas de alto nível (4 em cada um dos itens) e duas de nível baixo (uma em cada item).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal da pesquisa foi analisar as demandas cognitivas de problemas envolvendo Números Decimais, propostos a alunos de 5º. ano do Ensino Fundamental. A priori, tais demandas, conforme Henningsen e Stein (1997), estão ligadas às tarefas matemáticas, e cada uma possui características distintas: de alto nível (Procedimento com conexões e o Fazer Matemática) ou baixo nível (Procedimentos sem conexões e a memorização). No caso dos problemas, conforme Serrazina e Ribeiro (2012), Ponte *et al* (2015), Ponte (2005) e Van de Walle (2001), se diferenciam de exercícios, e podem possibilitar que demandas cognitivas de alto nível sejam mobilizadas. No entanto, a mediação e a experiência do professor, à medida em que prepara e desenvolve a aula, podem alterar (ainda que não intencionalmente) o nível de demanda cognitiva, conforme Stein e Kaufman (2010).

No problema 1, os alunos mantiveram demandas cognitivas esperadas de acordo com o problema, como "procedimentos com conexões" e o "fazer matemática", ambos consideradas de alto nível cognitivo. Nesse sentido, embora a "memorização" conste nove vezes ao longo das respostas dos grupos para os itens do problema, em seis situações as respostas dos alunos indicaram que o problema possibilitou a manutenção de demandas cognitivas de alto nível.

No problema 2, quatro dos cinco grupos utilizaram "procedimentos com conexões", com a intervenção do pesquisador. O modo como se apresentou nos diálogos, os centavos dos valores do problema e, a atenção que este tenha ocasionado nos alunos, para que conseguissem encontrar uma resposta foi primordial para tal. Apenas um grupo apresentou uma demanda cognitiva de baixo nível (memorização), por terem se utilizado apenas da reprodução de fatos e regras anteriores, conforme Stein *et al* (2001).

Já no problema 3, que também explorava o sistema monetário, foram apresentados "procedimentos com conexões" (4 no item a e 2 no item b) e o "fazer matemática" em 2 grupos (no item b) e "memorização" (2, sendo um em cada item).

De maneira geral, os problemas propiciaram a mobilização de demandas cognitivas de alto nível, que de certa maneira, predizem uma aprendizagem com sentido, como o esperado no ensino *através* da resolução de problemas, proposto por Allevato e Onuchic (2009). A utilização da Resolução de Problemas como metodologia, enriqueceu a comunicação entre os alunos e o pesquisador. Este último, com seu papel de mediador, foi extremamente importante nas situações que os alunos pareciam perdidos em seus pensamentos, conforme Serrazina e Ribeiro (2012), no que diz respeito ao papel do professor em sala de aula.

O uso da MEAAMaRP favoreceu uma aprendizagem com mais sentido para os participantes e os problemas evidenciaram demandas cognitivas de alto nível. O trabalho em grupo, as discussões entre os alunos e a intervenção do professor foram ações que possibilitaram proporcionou a construção do conteúdo matemático pelos alunos.

A BNCC (BRASIL, 2018) elenca habilidades com relação aos Números Decimais para o 5º ano, e pode-se concluir que os alunos participantes conseguem resolver problemas de adição, subtração e multiplicação que envolvam a parte decimal do número. Com relação operação de divisão com Números Decimais, no Problema 2 três grupos tentaram utilizar a operação, mas não apresentaram a resposta correta que seria um Número Decimal. Assim, somente na divisão eles não foram capazes de elaborar e resolver o algoritmo com decimais no contexto. Essa dificuldade precisa ser considerada no planejamento do professor, a fim de propor novas tarefas que melhorem a compreensão dos alunos nesta operação.

Conforme Dante (2010), as situações problemas propostas no instrumento de pesquisa, podem ser classificadas como “problemas de aplicação” ao relacionarem situações do cotidiano; uma parte do caminho até a escola (problema 1), uma confraternização com amigos (problema 2) e até uma situação de compras (problema 3). Estes problemas também apresentam as características recomendadas por Van de Walle (2009), de que o problema: (1) deve levar em consideração os conhecimentos que os alunos tem (por isso os problemas foram elaborados conforme a BNCC), (2) relacionar o conteúdo do problema com o que se pretende que os alunos aprendam (neste caso os Números Decimais) e (3) deve exigir justificativas e explicações, que além de estarem presentes no enunciado (que foram incentivadas durante a aula e recolhidas por meio dos diálogos gravados).

Hsu (2013) destaca que para um problema proporcionar uma demanda cognitiva de alto nível, os alunos precisariam se envolver na discussão e na resolução cooperativa de problemas, que foi apresentada nesta pesquisa pela utilização da MEAAMaRP. Diante das respostas apresentadas nos problemas, foi possível perceber que a dificuldade dos alunos está mais voltada aos procedimentos e aos cálculos, do que trabalharem com Números Decimais.

Durante o desenvolvimento desta pesquisa notou-se uma lacuna de referencial teórico sobre demandas cognitivas em relação ao ensino de matemática em âmbito nacional. Já em relação aos Números Racionais seria de grande valia identificar como a Resolução de Problemas poderia ser trabalhada de modo a fazer com que os alunos compreendam esse tipo de número conceitualmente e não somente os procedimentos envolvidos. Além disso, o uso de problemas pensados ou elaborados com base na demanda cognitiva, principalmente as de alto nível, proporcionam uma aprendizagem mais eficaz, com a real compreensão de conceitos.

Considerando os Números Racionais como conteúdo novo a ser trabalhado pelo professor, que queira mediar seu aluno para uma aprendizagem significativa, a utilização da MEAAMaRP com a escolha do problema gerador que possibilite uma demanda cognitiva de alto nível, permitirá que os alunos construam seu próprio conhecimento e, possivelmente, se interessem pela Matemática.

A partir deste trabalho, espera-se que o professor possa escolher/desenvolver problemas que serão trabalhados com os alunos, de forma que haja predominância das demandas cognitivas de alto nível, em que foco da aprendizagem esteja no aluno. Esta pesquisa produziu um Produto Educacional (PE) que poderá ser utilizado pelo professor, para explorar problemas que possibilitem demandas cognitivas de alto nível, cujo objetivo esteja em promover a elaboração e compreensão de conceitos, com um monitoramento ativo de sua aprendizagem ao buscar a solução para o problema. Este PE poderá ser encontrado no repositório institucional do programa no endereço http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **GEPEM**, n.55, p. 133-156, 2009.

ALLEVATO, N. S. G., ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. **Resolução de problemas:** teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ALLEVATO, N. S. G., ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. **Resolução de problemas:** teoria e prática. 2ª ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021.

ALMEIDA, F. S.; MACHADO, J. S. F. D. ; JANUARIO, G. . Demandas cognitivas em materiais curriculares de Matemática: proposta de um estudo. In: VIII Encontro Catarinense de Educação Matemática, 2021, Online. **Anais do VIII ECEM**: Perspectivas da Educação Matemática catarinense no cenário atual: reflexões, ações e desafios. Florianópolis: SBEM-SC, 2021. v. 1. p. 1-11.

ATIVEATABUADA. **Operações com Números Decimais.** Disponível em: https://www.ativeatabuada.com.br/menu-das-atividades-de-matematica/6-02-operacoes-com-numeros-decimais/ . Acesso em 13, jun. 2022.

BARROS, F.A. B. **Uma análise das dificuldades e estratégias de resolução de problemas do campo conceitual aditivo de alunos do 5º ano do ensino fundamental**. 2018. 80 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2018.

BISPO, R.; RAMALHO, G.; HENRIQUES, N. Tarefas matemáticas e desenvolvimento do conhecimento matemático no 5.º ano de escolaridade. **Análise Psicológica,** v. 26, n. 1, p. 3-14, 2008.

BRASIL, CAPES. **Documento de Área – Ensino**. Brasília, 2019.

BRASIL. M. E. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF. MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Acesso em 28 out. 2022.

CENTURIÓN, M. **Números e operações:** conteúdo e metodologia da Matemática. São Paulo: Editora Scipione, 1994.

D'AMBRÓSIO, B. S. A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático. In: I Seminário de Resolução de Problemas. **Anais...** Rio Claro: UNESP. 2008.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e prática. – 1. Ed. – São Paulo: Ática, 2010.

FLICK, U. Desenho da pesquisa qualitativa. In: **Desenho da pesquisa qualitativa**. 2009. p. 164-164.

FONSECA, M. O. S. **Proposta de Tarefas para um Estudo Inicial de Derivadas**. 2017. 100 fls. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.

FONSECA, V. Papel das funções cognitivas, conativas e executivas na aprendizagem: uma abordagem neuropsicopedagógica. **Revista Psicopedagogia**, São Paulo, v. 31, n. 96, p. 236-253, 2014.

HATFIELD, L. L. Heuristical emphasis in the instrution of mathematical problem solving: Rationales and research. In: HATFIELD, L. L.; BRADBARD, D. A. (org). **Mathematical Problem Solving:** papers from a research workshop. Columbus: ERIC, 1978.

HENNINGSEN, M.; STEIN, M. K. Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, 28, 524–549. 1997.

HSU, W. Examining the Types of Mathematical Tasks Used to Explore the Mathematics Instruction by Elementary School Teachers. **Creative Education**, 4, 396-404. 2013.

JESUS, C. C. **Análise crítica de tarefas matemáticas**: um estudo com professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. 2011. 95f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.

JUSTULIN, A. M. **A formação de professores de matemática no contexto da resolução de problemas.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências, Rio Claro. 2014.

LEVINE, M. **Effective Problem Solving**. 2.ed. Prentice Hal, 1994.

MUNIZ, C. A.; BATISTA, C. O.; SILVA, E. B. D**. Matemática e Cultura:** decimais, medidas e sistema monetário, mód. VI, 2008.

NOVA ESCOLA. **Plano de aula:** Elaboração de problemas de divisão de números naturais com quociente decimal. Disponível em: https://novaescola.org.br . Acesso em 13, jun. 2022.

NUNES, C. B.; ONUCHIC, L. R. PIRONEL, M.; ANDRADE, C. P. Resolução de Problemas em sala de aula. **Com a Palavra, o Professor**, v. 7, n. 18, p. 57-59, 2022.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO N. S.; NOGUTI F. C.; JUSTULIN A. M. (Org.), **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Paco Editorial. Jundiaí. 2014.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199-220.

PARANÁ. S. E. E. **Referencial curricular do Paraná**: princípios, direitos e orientações. Curitiba, PR: SEED/PR, 2018.

PASQUALLI, R.; VIEIRA, J. A.; CASTAMAN, A. S. Produtos educacionais na formação do mestre em educação profissional e tecnológica. **Educitec - Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico**, Manaus, Brasil, v. 4, n. 07, 2018. DOI: 10.31417/educitec.v4i07.302. Disponível em: https://sistemascmc.ifam.edu.br/educitec/index.php/educitec/article/view/302. Acesso em: 6 mar. 2023.

PEDROSO, L. S. **O ensino de conceitos de eletromagnetismo:** simulações interativas em Easy Java Simulations. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 1978. Do original em inglês: *How to solve it*, 1944.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. **O professor e o desenvolvimento curricular**, p. 11-34, 2005.

PONTE, J.P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professoras num estudo de aula. **Revista Quadrante**. v.24, n. 2, 2015.

RIBEIRO, C. M. Abordagem aos números decimais e suas operações: a importância de uma eficaz navegação entre representações. **Educação e Pesquisa**, v. 37, p. 407-422, 2011.

PIRES, Á.; POUPART, J.; DESLAURIERS, J. P.; GROULX, L. H. **A pesquisa qualitativa:** enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis: Vozes, 2008.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. da. Compreensão dos números racionais, comparação e ordenação: o caso de Leonor. **Interacções**, *[S. l.]*, v. 8, n. 20, 2012. DOI: 10.25755/int.485. Disponível em: https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/485. Acesso em: 23 nov. 2022.

RIZZATTI, I.; MENDONÇA, A. P.; MATTOS, F.; RÔÇAS, G.; SILVA, M. A. B. V.; CAVALCANTI, R. D. S. Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO**: Docência em Ciência. 2020.

SCHROEDER, T.L., LESTER Jr., F.K. Developing Understanding in Mathematics via. Problem Solving. In: TRAFTON, P.R., SHULTE, A.P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics.** Reston: NCTM, 1989. (Year Book).

SERRAZINA, L.; RIBEIRO, D. As interações na atividade de resolução de problemas e o desenvolvimento da capacidade de comunicar no ensino básico. **Bolema**, v.26, n.44, p.1367-1394, 2012.

SOUSA, A. L. R. **Números reais e expansões decimais** – Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

STAKE, R. E. **Pesquisa qualitativa:** Como as coisas funcionam (K. Reis, Trad.). Penso. 2011.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S.; HENNINGSEN, M. A.; SILVER, E. S. **Implementing standards-based mathematics instruction**: a casebook for professional development. New York: Teacher College. 2001.

STEIN, M. H.; SMITH, M. S. Selecting and Creating Matemathical Tasks: From Research to Practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, vol 3, n.05, 1998, p. 344 - 350.

STEIN, M. H.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para reflexão**. Educação e Matemática**, n.105, 2009, p. 22 - 28.

STEIN, M. K.; KAUFMAN, J. H. Selecting and supporting the use of mathematics curricula at scale. **American Educational Research Journal**, v. 47, n. 3, p. 663-693, 2010.

TEKKUMRU KISA, M.; STEIN, M. K. Learning to see teaching in new ways: A foundation for maintaining cognitive demand. **American Educational Research Journal**, v. 52, n. 1, p. 105-136, 2015.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. New York: Longman, ed.4, 2001. 478 p.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre, RS: Artmed, 2009.

VERTUAN, R. E. **Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de modelagem matemática.** 2013. 247p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2013.

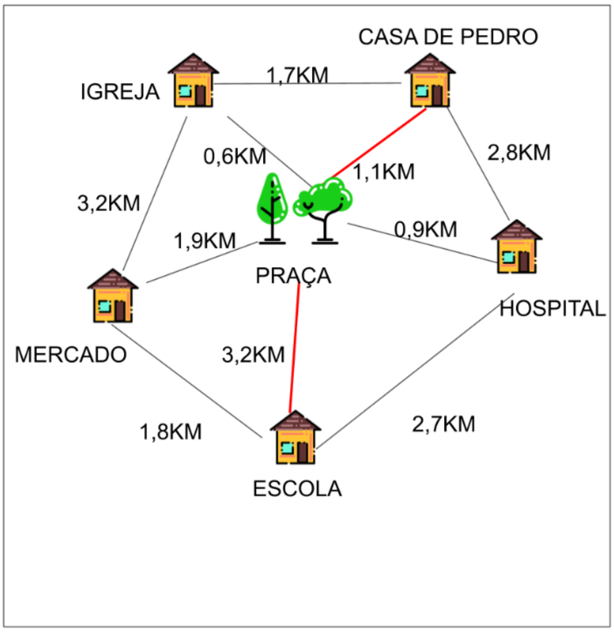
VIEIRA, G.; ALLEVATO, N. S. G. Resolução de problemas em Educação Matemática e o desenvolvimento de habilidades de pensamento de ordem superior. **REMAT: Revista Eletrônica Da Matemática**, 7(especial), e4001. 2021. Disponível em https://doi.org/10.35819/remat2021v7iespecialid5485.

ZUFFI, E. M.; ONUCHIC, L. R. O ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas e os processos cognitivos superiores. **Unión-Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v. 3, n. 11, 2007.

APÊNDICE A – INSTRUMENTO DE PESQUISA

Problema 1: MAPA DO BAIRRO DE PEDRO

Observe o mapa do bairro de Pedro. Todo dia ele sai de casa para ir à escola:



a) Quantos quilômetros Pedro leva para ir e voltar, levando em consideração que seu caminho corresponde a CASA-PRAÇA-ESCOLA?

b) De quais maneiras Pedro poderia ir de sua casa até a escola? Escreva todas as maneiras que você perceber.

c) Qual seria o caminho mais curto e o mais longo para ir da casa de Pedro até a escola? Justifique.

Fonte: Adaptado de NOVA ESCOLA (2022)

Problema 2: Aniversário de Luiza

Luiza e seus quatro amigos foram comemorar o aniversário dela em uma pizzaria e gastaram ao todo R$90,00. A conta foi dividida apenas entre os amigos, pois ela era a aniversariante e não pagou. Quanto cada um pagou? (Explique como você pensou).

Fonte: Adaptado de NOVA ESCOLA (2022)

Problema 3: Compras na loja Vista Bonita

Na Loja Vista Bonita tem a seguinte tabela de preços:

Blusa	R$17,90
Calça	R$35,80
Short	R$23,60
Meia	R$2,20

a) Quanto Bia pagou ao comprar três blusas e um short?
b) Magali foi comprar roupas para seus filhos e gastou R$224,20 comprando quatro blusas, seis short e algumas meias. Quantas meias ela comprou?

Fonte: Adaptado de ATIVEATABUADA (2022)

ANEXO A – FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO EDUCACIONAL

Adaptado de: Rizzatti, I. M. *et al*. Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12657. Acesso em 14 de dezembro de 2020.

Instituição de Ensino Superior	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Programa de Pós-Graduação	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT)
Título da Dissertação	Demandas cognitivas de problemas com Números Decimais: um estudo com alunos de 5º. ano do Ensino Fundamental
Título do Produto/Processo Educacional	Demandas cognitivas e o ensino de números decimais
Autores do Produto/Processo Educacional	**Discente**: Felipe Aparecido Baldim Barros
	Orientador/Orientadora: Andresa Maria Justulin
	Outros (se houver):
Data da Defesa	30 de março de 2023

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE)	
Esta ficha de avaliação deve ser preenchida pelos membros da banca do exame de defesa da dissertação e do produto/processo educacional. Deve ser preenchida uma única ficha por todos os membros da banca, que decidirão conjuntamente sobre os itens nela presentes.	
Aderência: avalia-se se o PE apresenta ligação com os temas relativos às linhas de pesquisas do Programa de Pós-Graduação. *Apenas um item pode ser marcado. Linhas de Pesquisa do PPGMAT: *L1: Formação de Professores e Construção do Conhecimento Matemático* (abrange discussões e reflexões acerca da formação inicial e em serviço dos professores que ensinam Matemática, bem como o estudo de tendências em Ensino de Matemática, promovendo reflexões críticas e analíticas a respeito das potencialidades de cada uma no processo de construção do conhecimento matemático nos diferentes níveis de escolaridade);	( ) Sem clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT. (X) Com clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.

L2: Recursos Educacionais e Tecnologias no Ensino de Matemática (trata da análise e do desenvolvimento de recursos educacionais para os processos de ensino e de aprendizagem matemática, atrelados aos aportes tecnológicos existentes).	
Aplicação, aplicabilidade e replicabilidade: refere-se ao fato de o PE já ter sido aplicado (mesmo que em uma situação que simule o funcionamento do PE) ou ao seu potencial de utilização e de facilidade de acesso e compartilhamento para que seja acessado e utilizado de forma integral e/ou parcial em diferentes sistemas. *Apenas um item pode ser marcado. A propriedade de aplicação refere-se ao processo e/ou artefato (real ou virtual) e divide-se em três níveis: 1) aplicável – quando o PE tem potencial de utilização direta, mas não foi aplicado; 2) aplicado – quando o PE foi aplicado uma vez, podendo ser na forma de um piloto/protótipo; 3) replicável – o PE está acessível e sua descrição permite a utilização por outras pessoas considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação. Para o curso de Mestrado Profissional, o PE deve ser aplicável e é recomendado que seja aplicado.	( ) PE tem características de aplicabilidade, mas não foi aplicado durante a pesquisa. ( ) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e não tem potencial de replicabilidade. (X) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação). ( ) PE foi aplicado em diferentes ambientes/momentos e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).
Abrangência territorial: refere-se a uma definição da abrangência de aplicabilidade ou replicabilidade do PE (local, regional, nacional ou internacional). Não se refere à aplicação do PE durante a pesquisa, mas à potencialidade de aplicação ou replicação futuramente. *Apenas um item pode ser marcado e a justificativa é obrigatória.	( ) Local ( ) Regional (X) Nacional ( ) Internacional Justificativa (*obrigatória*): Contempla as habilidades da BNCC, que é um documento de abrangência nacional. ____ ____
Impacto: considera-se a forma como o PE foi utilizado e/ou aplicado no sistema relacionado à prática profissional do	( ) PE não utilizado no sistema relacionado à prática profissional do discente (esta opção inclui a situação

discente (não precisa ser, necessariamente, em seu local de trabalho). *Apenas um item pode ser marcado.	em que o PE foi utilizado e/ou aplicado em um contexto simulado, na forma de protótipo/piloto). (X) PE com aplicação no sistema relacionado à prática profissional do discente.
Área impactada *Apenas um item pode ser marcado.	( ) Econômica; ( ) Saúde; (X) Ensino; ( ) Cultural; ( ) Ambiental; ( ) Científica; ( ) Aprendizagem.
Complexidade: compreende-se como uma propriedade do PE relacionada às etapas de elaboração, desenvolvimento e/ou validação do PE. *Podem ser marcados nenhum, um ou vários itens.	(X) O PE foi concebido a partir de experiências, observações e/ou práticas do discente, de modo atrelado à questão de pesquisa da dissertação. (X) A metodologia apresenta clara e objetivamente, no texto da dissertação, a forma de elaboração, aplicação (se for o caso) e análise do PE. (X) Há, no texto da dissertação, uma reflexão sobre o PE com base nos referenciais teóricos e metodológicos empregados na dissertação. (X) Há, no texto da dissertação, apontamentos sobre os limites de utilização do PE.
Inovação: considera-se que o PE é inovador, se foi criado a partir de algo novo ou da reflexão e modificação de algo já existente revisitado de forma inovadora e original. A inovação não deriva apenas do PE em si, mas da sua metodologia de desenvolvimento, do emprego de técnicas e recursos para torná-lo mais acessível, do contexto social em que foi utilizado ou de outros fatores. Entende-se que a inovação (tecnológica, educacional e/ou social) no ensino está atrelada a uma mudança de mentalidade e/ou do modo de fazer de educadores.	( ) PE de alto teor inovador (desenvolvimento com base em conhecimento inédito). (X) PE com médio teor inovador (combinação e/ou compilação de conhecimentos preestabelecidos). ( ) PE com baixo teor inovador (adaptação de conhecimentos existentes).

Membros da banca examinadora de defesa

Nome	**Instituição**
Andresa Maria Justulin	UTFPR
André Luis Trevisan	UTFPR
Gilberto Vieira	INESP