

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

UMA COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS *HESITANT FUZZYTOPSIS*
NO APOIO À TOMADA DE DECISÃO PARA SELEÇÃO DE
FORNECEDORES

IGOR MANSUR BELESKI

CURITIBA

2022

IGOR MANSUR BELESKI

**UMA COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS *HESITANT FUZZY* TOPSIS NO
APOIO À TOMADA DE DECISÃO PARA SELEÇÃO DE FORNECEDORES**

**A comparison between hesitant fuzzy TOPSIS methods in supporting
decision-making for supplier selection**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Administração, do Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Prof. Dr. Francisco Rodrigues Lima Junior.

CURITIBA

2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



IGOR MANSUR BELESKI

**UMA COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS HESITANT FUZZY TOPSIS NO APOIO À TOMADA
DE DECISÃO PARA SELEÇÃO DE FORNECEDORES**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Administração da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Organizações E Tecnologia.

Data de aprovação: 02 de Setembro
de 2022

Dr. Francisco Rodrigues Lima Junior, Doutorado - Universidade Tecnológica
Federal do Paraná

Dr. Lauro Osiro, Doutorado - Universidade Federal do Triângulo Mineiro (Ufmg)

Dr. Rodrigo Alves Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 05/09/2022.

Agradecimentos

Agradeço aos professores da UTFPR e PPGA que foram fundamentais na minha formação acadêmica.

Agradeço especificamente aos professores Prof. Dr. Rodrigo Alves Silva e Prof. Dr. Lauro Osiro, que aceitaram participar das bancas de qualificação e defesa dessa dissertação, contribuindo com o avanço do mesmo por meio de muitas recomendações.

Agradeço em especial ao Prof. Dr. Francisco Rodrigues Lima Junior, que me acompanhou desde a iniciação científica até o término da dissertação, mostrando-se indispensável ao longo de todo o trabalho realizado.

Agradecimentos à UTFPR, CAPES (código de financiamento 001) e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPQ (processo 409529/2021-4) pelo financiamento desta pesquisa.

RESUMO

A seleção de fornecedores é central às atividades de compra das organizações, sendo fundamental na constituição de uma cadeia de suprimentos efetiva. Uma das maneiras de lidar com esse processo é o uso de métodos de tomada de decisão multicritério. Entre estes, o *Hesitant Fuzzy TOPSIS* (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) se destaca por ser um método emergente capaz de apoiar processos decisórios em situações de incerteza e hesitação. Nesse contexto, este estudo realiza uma comparação entre duas versões do método *Hesitant Fuzzy TOPSIS* considerando o problema de seleção de fornecedores. Os dois métodos foram selecionados a partir de um mapeamento das diferentes versões do *Hesitant Fuzzy TOPSIS* na literatura científica. A realização de uma revisão sistemática da literatura de estudos comparativos entre métodos de decisão multicritério norteou o estabelecimento de fatores para a comparação entre os modelos construídos a partir dos métodos selecionados. Os dois modelos foram implementados e aplicados em um caso ilustrativo de seleção de fornecedores. Os modelos foram comparados quanto ao ranqueamento das alternativas; consistência dos resultados; similaridades e diferenças; adequação no suporte à tomada de decisão em grupo; e capacidade para modelar incerteza e hesitação. Os resultados obtidos evidenciaram as características dos métodos, demonstrando sua capacidade em lidar com incertezas e hesitação no contexto de um problema de decisão no apoio à seleção de fornecedores, e podem auxiliar pesquisadores e gestores na escolha de um método adequado para outros problemas de decisão multicritério.

Palavras-chave: Seleção de fornecedores. Apoio à decisão multicritério. *Hesitant Fuzzy TOPSIS*. Estudo comparativo.

ABSTRACT

Supplier selection is central to the purchasing activities of organizations, being fundamental in the constitution of an effective supply chain. One of the ways to deal with this process is the use of multicriteria decision-making methods. Among these, the Hesitant Fuzzy TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) stands out as an emerging method capable of supporting decision-making processes in situations of uncertainty and hesitation. In this context, this study performs a comparison between two versions of the Hesitant Fuzzy TOPSIS method considering the supplier selection problem. The two methods were selected from a mapping of the different versions of the Hesitant Fuzzy TOPSIS in the scientific literature. A systematic review of the literature of comparative studies between multicriteria decision methods guided the establishment of factors for the comparison between the built models from the selected methods. Both models were implemented and applied in an illustrative case of supplier selection. The methods were compared regarding the ranking of the alternatives; consistency of results; similarities and differences; adequacy in support of group decision making; and ability to model uncertainty and hesitancy. The results obtained evidenced the characteristics of the models, demonstrating their ability to deal with uncertainties and hesitancy in the context of a decision problem in supplier selection, and can help researchers and managers in choosing a suitable method for other multicriteria decision problems.

Keywords: Supplier Selection. Support for Multicriteria Decision. *Hesitant Fuzzy TOPSIS*. Comparative Study.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Processo de seleção de fornecedores	26
Figura 2 - Processo de seleção e avaliação de fornecedores	27
Figura 3 - Framework para gestão de fornecedores sustentáveis.....	28
Figura 4 - Quantidade de estudos por ano de publicação	36
Figura 5 - Quantidade de estudos por país de origem	37
Figura 6 - Quantidade de estudos por periódico de origem	38
Figura 7 - Frequência de uso de técnicas de decisão	39
Figura 8 - Quantidade de estudos de acordo com setor de aplicação	42
Figura 9 - Quantidade de estudos de acordo com tipo de problema de decisão ..	43
Figura 10 - Número fuzzy triangular	51
Figura 11 - Representação de um HFLTS com 7 termos.....	52

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Fatores de comparação aplicados neste estudo	24
Quadro 2 – Critérios para seleção de fornecedores	31
Quadro 3 – Quantidade de artigos resultante das etapas de busca.....	34
Quadro 4 – Técnicas de decisão mais utilizadas na literatura	39
Quadro 5 – Estudos que utilizam fatores de comparação entre técnicas de decisão	44
Quadro 6 – Fatores de comparação entre técnicas de decisão	45
Quadro 7 – Mapeamento das abordagens Hesitant Fuzzy TOPSIS	54
Quadro 8 – Termos e expressões linguísticas e representação HFLTS para avaliação das alternativas	65
Quadro 9 – Fatores de comparação aplicados neste estudo	72
Quadro 10 – Análise das características dos modelos comparados	77
Quadro 11 – Vantagens e limitações dos métodos analisados	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Julgamentos do Decisor 1 em relação ao desempenho dos fornecedores	65
Tabela 2 – Julgamentos do Decisor 2 em relação ao desempenho dos fornecedores	65
Tabela 3 – Julgamentos agregados dos decisores para o método 1	66
Tabela 4 – Soluções ideais positiva e negativa para o método 1	66
Tabela 5 – Matriz de separação ideal positiva (D^+)	66
Tabela 6 – Matriz de separação ideal negativa (D^-)	66
Tabela 7 – Pontuação e ranqueamento dos fornecedores avaliados para o método 1	67
Tabela 8 – Matriz de decisão normalizada para DM1	68
Tabela 9 – Matriz de decisão normalizada para DM2	68
Tabela 10 – Grau de consenso entre os decisores	68
Tabela 11 – Matriz de decisão com distribuições de possibilidades para o decisor 1	68
Tabela 12 – Matriz de decisão com distribuições de possibilidades para o decisor 2	69
Tabela 13 – Matriz de decisão agregada e normalizada - HFLWA	69
Tabela 14 – Média calculada para os elementos da matriz agregada e normalizada	69
Tabela 15 – Variância calculada para os elementos da matriz agregada e normalizada	70
Tabela 16 – Soluções ideais positiva e negativa para o método 2	70
Tabela 17 – Matriz de separação ideal positiva (D^+)	70
Tabela 18 – Matriz de separação ideal negativa (D^-)	71
Tabela 19 – Pontuação e ranqueamento dos fornecedores avaliados para o método 2	71
Tabela 20 – Pontuação e ranqueamento dos fornecedores durante o cenário 1 ..	74
Tabela 21 – Pontuação e ranqueamento dos fornecedores durante o cenário 2 ..	74
Tabela 22 – Pontuação e ranqueamento dos fornecedores durante o cenário 3 ..	75
Tabela 23 – Pontuação e ranqueamento dos fornecedores durante o cenário 4 ..	76

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AHP	<i>Analytic Hierarchy Process</i>
AHP-FGP	<i>Analytic Hierarchy Process -</i>
ANFIS	<i>Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System</i>
ANP	<i>Analytic Network Process</i>
ARAS	<i>Additive Ratio Assessment</i>
AVF	<i>Additive Value Function</i>
BWM	<i>Best Worst Method</i>
COPRAS	<i>Complex Proportional Assessment</i>
CP	<i>Compromise Programming</i>
DEA	<i>Data Envelopment Analysis</i>
DEMATEL	<i>Decision Making Trial and Evaluation Laboratory</i>
ELECTRE	<i>Elimination and Choice Translating Algorithm</i>
FMLMCDM	<i>Fuzzy Multi-Level Multi-Criteria Decision Making</i>
FUCOM	<i>Full Consistency Method</i>
GP	<i>Goal Programming</i>
GRA	<i>Grey Relational Analysis</i>
HF	<i>Hesitant Fuzzy</i>
HFL	<i>Hesitant Fuzzy Linguistic Terms</i>
HFLT	<i>Hesitant Fuzzy Linguistic Terms</i>
HFLTS	<i>Hesitant Fuzzy Linguistic Terms Set</i>
HFS	<i>Hesitant Fuzzy Set</i>
MAUT	<i>Multiple Attribute Utility Function</i>
MACBETH	<i>Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique</i>
MCAHP	<i>Monte Carlo Analytic Hierarchy Process</i>

MCDA	Método Multicritério De Apoio À Decisão
MCDM	<i>Multicriteria Decision Making</i>
MOOSRA	<i>Multi-Objective Optimization on the basis of Simple Ratio Analysis</i>
MS	<i>Median-Scaling</i>
MULTIMOORA	<i>Multi-Objective Optimization on the basis of Ratio Analysis</i>
NFM	<i>Net Flow Method</i>
OCRA	<i>Operational Competitiveness Rating</i>
PEG	<i>Pareto-Edgeworth-Grierson</i>
PHSS-TOPSIS	<i>Plithogenic Hyper Soft Sets-Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution</i>
PROMETHÉE	<i>Preference Ranking Method for Enrichment Evaluation</i>
QFD	<i>Quality Function Deployment</i>
RSM	<i>Rough Set Method</i>
RAHP	<i>Revised Analytic Hierarchy Process</i>
SAW	<i>Simple Additive Weighting</i>
SMART	<i>Simple Multiattribute Rating Technique</i>
SSM	<i>Sustainable Supply Management</i>
SWARA	<i>Stepwise Weight Assessment Ratio. Analysis</i>
TCO	<i>Total Cost of Ownership</i>
TODIM	Tomada de Decisão Interativa Multicritério
TOPSIS	<i>Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution</i>
UTA	<i>Utility Additive</i>
UTADIS	<i>Utilités Additives Discriminates</i>
VIKOR	<i>Visekriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje</i> ou Técnica Multicritério de Otimização e Solução de Compromisso

WA	<i>Weighted Average</i>
WPM	<i>Weighted Product Method</i>
WSM	<i>Weighted Sum Method</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	15
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO.....	15
1.2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	17
1.3	DEFINIÇÃO DOS OBJETIVOS DA PESQUISA.....	19
1.4	CONTRIBUIÇÕES	19
1.5	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	20
2	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	22
2.1	CARACTERIZAÇÃO DO ESTUDO	22
2.2	ETAPAS DA PESQUISA.....	22
3	REFERENCIAL TEÓRICO	25
3.1	PROCESSO DE SELEÇÃO DE FORNECEDORES.....	25
3.2	CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DE FORNECEDORES.....	29
3.3	ESTUDOS COMPARATIVOS ENTRE MÉTODOS DE DECISÃO MULTICRITÉRIO	32
3.3.1	Procedimentos de Pesquisa Bibliográfica.....	33
3.3.2	Apresentação e Discussão dos Resultados.....	36
3.3.2.1	Análise dos fatores de comparação das técnicas	43
3.4	<i>HESITANT FUZZY TOPSIS</i>	50
3.4.1	Introdução à Teoria dos Conjunto <i>Fuzzy</i>	50
3.4.2	Fundamentos dos Conjuntos <i>Hesitant Fuzzy</i>	51
3.4.2.1	<i>Hesitant Fuzzy Linguistic Term Sets</i> (HFLTS)	52
3.4.2.2	Limites superior e inferior de um HFLTS	53
3.4.2.3	Envoltório de um HFLTS.....	53
3.4.2.4	Transformação de expressões linguísticas em HFLTS.....	53
3.4.2.5	Distância entre dois HFLTS	54
3.5	MAPEAMENTO DOS MÉTODOS <i>HESITANT FUZZY TOPSIS</i>	54
4	MÉTODOS <i>HESITANT FUZZY TOPSIS</i> SELECIONADOS	57
4.1	MÉTODO 1 - <i>HESITANT FUZZY TOPSIS</i> (BEG; RASHID, 2013).....	57
4.2	MÉTODO 2 - <i>HESITANT FUZZY TOPSIS</i> (WU <i>et al.</i> , 2019).....	59
5	RESULTADOS	64
5.1	APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DE DECISÃO	64

5.2 APLICAÇÃO DO MODELO 1.....	65
5.3 APLICAÇÃO DO MODELO 2.....	67
5.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS.....	71
5.4.1 Ranqueamento final das alternativas.....	72
5.4.2 Consistência dos resultados.....	73
5.4.2.1 Cenário 1 - Inclusão de uma alternativa que corresponde à SIP obtida na aplicação real.....	73
5.4.2.2 Cenário 2 - Inclusão de uma alternativa que corresponde à SIN obtido na aplicação real.....	74
5.4.2.3 Cenário 3 - Inclusão de uma alternativa idêntica à melhor ranqueada na aplicação real.....	75
5.4.2.4 Cenário 4 - Inclusão de uma alternativa idêntica à pior ranqueada na aplicação real.....	75
5.4.3 Similaridades e diferenças.....	76
5.4.4 Adequação no suporte à tomada de decisão em grupo.....	79
5.4.5 Capacidade para modelar incerteza e hesitação.....	80
5.4.6 Síntese dos resultados.....	80
6 CONCLUSÕES.....	82
REFERÊNCIAS.....	84

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Muitas decisões precisam ser tomadas dentro das organizações, exigindo dos gestores habilidades de discernimento e capacidade de realizar escolhas mais vantajosas, a fim de atingir seus objetivos financeiros e econômicos. Em um contexto industrial, a seleção dos fornecedores com que se pretende firmar relações de compra mostra-se fundamental, tanto pelo modo como afeta diretamente os custos, resultados e qualidade dos produtos (THRULOGACHANTAR; ZAILANI, 2011; WU; BARNES, 2012), como também pela necessidade cada vez mais acentuada e crucial de se constituir uma cadeia de suprimentos efetiva (WU; BARNES, 2010; ZIMMER; FRÖHLING; SCHULTMANN, 2016).

A escolha de fornecedores é um processo complexo (WU; BARNES, 2010; WU; BARNES, 2011), que envolve uma grande gama de fatores a serem considerados para cada alternativa disponível, entre eles o alinhamento do fornecedor com os objetivos da empresa compradora (KHELJANI; GHODSYPOUR; O'BRIEN, 2009), a capacidade de desenvolvimento futuro evidenciada (ZIMMER; FRÖHLING; SCHULTMANN, 2016) e os diversos critérios relevantes à escolha propriamente dita (WU; BARNES, 2012). Para realizar a seleção de modo adequado portanto, é preciso levar em consideração todos os critérios de avaliação cabíveis ao relacionamento que se busca formar com cada fornecedor potencial.

A literatura extensivamente destaca a importância de critérios diretamente ligados à operação, como custo, qualidade, flexibilidade, preço e capacidades técnicas (WU; BARNES, 2010), porém um enfoque em qualidades sustentáveis, com foco em critérios ambientais, torna-se cada vez mais objeto de interesse de estudos e das empresas que buscam adequar-se à realidade atual de preocupações com o ambiente (HAMDAN; CHEAITOU, 2016; YU; YANG; CHANG, 2018).

Uma maneira amplamente abordada de lidar com problemas de decisão envolvendo muitos critérios, categoria na qual o processo de seleção de

fornecedores se encaixa, é o uso de métodos de tomada de decisão multicritério (*Multicriteria Decision Making Methods*) (ÖNÜT; KARA; IŞIK, 2009). Dentro do domínio de seleção de fornecedores, muitas técnicas foram utilizadas de modo a apoiar o processo de decisão, cada uma destas com diversas características particulares de uso, o que aumenta a dificuldade de escolha da técnica mais adequada para cada situação ou problema de estudo. Nesse contexto de seleção de fornecedores, técnicas que auxiliam na tomada de decisão nas diferentes etapas do processo, desde a definição inicial do problema, até a seleção final, ajudam os tomadores de decisão à alcançar uma solução satisfatória (DE BOER; LABRO; MORLACCHI, 2001).

Algumas revisões sistemáticas da literatura de métodos multicritério em seleção de fornecedores apontam o estado da produção científica na área (IGARASHI; DE BOER; FET, 2013; ZIMMER; FRÖHLING; SCHULTMANN, 2016). Igarashi, De Boer e Fet (2013) realizaram um levantamento de 60 estudos relevantes publicados entre 1991 e 2011, evidenciando que a seleção de fornecedores vem sendo amplamente explorada. O levantamento apresentado também evidencia que várias técnicas estão sendo aplicadas neste contexto, de acordo com as etapas e demandas requeridas (IGARASHI; DE BOER; FET, 2013). Zimmer, Fröhling e Schultmann (2016) realizaram um levantamento de 143 estudos publicado entre os anos de 1997 e 2014, similarmente indicando as tendências de interesse de produção acadêmica na área, além da predominância de certas técnicas de decisão em estudos previamente publicados.

Embora o processo de seleção de fornecedores se mostre bastante explorado em termos de aplicações de métodos de decisão multicritério, estudos comparativos que investigam as características, diferenças, vantagens e limitações de múltiplas técnicas quando aplicados em um mesmo problema de seleção ainda se mostram escassos na literatura. A importância de novos estudos comparativos é explicitada na medida que a escolha das técnicas mais adequadas torna-se mais acessível ao existir uma abundância de estudos que as comparam com fatores bem definidos.

1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Dentre os diversos métodos abordados na literatura de seleção de fornecedores, aqueles que incorporam a lógica *fuzzy* vem recebendo crescente atenção pela sua capacidade de lidar com incertezas. Como extensão dessas, técnicas que fazem uso da lógica *hesitant fuzzy* surgem como meio de tratar as hesitações existentes em cada processo de decisão (RODRÍGUEZ; MARTÍNEZ; HERRERA, 2012).

Rodríguez, Martínez e Herrera (2012) argumentam que problemas definidos pelas condições reais de seus contextos apresentam alto grau de incerteza, frequentemente sendo necessário a tomada de decisão com o uso de informações vagas ou pouco precisas. Além disso, os especialistas envolvidos no processo dificilmente conseguem definir uma expressão de seu conhecimento em apenas um termo simples, hesitando no momento de realização de seu julgamento (RODRÍGUEZ; MARTÍNEZ; HERRERA, 2012).

Uma das técnicas emergentes com essa lógica é o *Hesitant Fuzzy TOPSIS*. A primeira versão, elaborada por Beg e Rashid (2013), propôs o uso de *Hesitant Fuzzy Linguistic Term Sets* (HFLTS) durante as etapas do método TOPSIS, com algumas adaptações. Outros autores também descreveram o método em outros domínios de problema (ONAR; OZTAYSI; KAHRAMAN, 2014; ZENG; XIAO, 2016; SUN *et al.*, 2018; AKRAM; ADEEL; ALCANTUD, 2019; WU *et al.*, 2019). Apesar dos diversos modelos propostos, que indicam que a técnica em questão vem ganhando notoriedade na literatura acadêmica, estudos que realizam comparações entre métodos multicritério são ainda limitados.

Por meio de uma revisão sistemática da literatura realizada no presente estudo, foram identificados 64 estudos que conduziram comparações entre diferentes métodos de decisão multicritério. Apesar da variedade de problemas tratados, assim como a grande variedade de técnicas utilizadas, algumas limitações foram evidenciadas por meio deste levantamento:

- a) A maioria dos estudos analisados não apresenta fatores de comparação bem definidos, nem identifica vantagens e limitações de uso das técnicas comparadas, fazendo somente a aplicação de múltiplas

técnicas em um mesmo problema e comparando os resultados numéricos fornecidos por cada uma;

b) Embora as técnicas TOPSIS e *Fuzzy* TOPSIS estejam entre as mais aplicadas nos estudos comparativos (CEBALLOS; LAMATA; PELTA, 2016; AWASTHI; OMRANI; GERBER, 2018; AHMAD *et al.*, 2020), não foram encontrados estudos que comparem diferentes versões do método *Hesitant Fuzzy* TOPSIS em um mesmo problema de decisão. Nesse sentido, constatou-se também a ausência de estudos que analisem as características das abordagens *Hesitant Fuzzy* TOPSIS, de modo a identificar vantagens e limitações de uso quando aplicadas no problema de seleção de fornecedores.

Devido às características do *Hesitant Fuzzy* TOPSIS, tais como a possibilidade de consideração de tomada de decisão em grupo contendo múltiplos decisores, a capacidade de tratar uma quantidade de critérios e alternativas sem limitações de tamanho, o uso de expressões linguísticas no julgamento de alternativas, assim como o uso de mais de um termo linguístico como forma de lidar com as incertezas e hesitação em um processo de tomada de decisão (BEG; RASHID, 2013; ONAR; OZTAYSI; KAHRAMAN, 2014), diferentes versões deste método mostram-se adequadas para aplicação em um problema de seleção de fornecedores (AMBRIN *et al.*, 2021). Dadas estas características do *Hesitant Fuzzy* TOPSIS, e as limitações evidenciadas na literatura, evidencia-se a importância de realizar uma comparação entre diferentes versões deste método considerando o contexto de seleção de fornecedores.

De acordo com as características apresentadas e os estudos existentes na literatura, os métodos definidos por Beg e Rashid (2013) e Wu *et al.* (2019) são aplicados e comparados no presente trabalho. Os métodos foram escolhidos devido sua capacidade de apoio à tomada de decisão em grupo, compatibilidade entre os tipos de valores de entrada e pela sua simplicidade e facilidade de implementação.

1.3 DEFINIÇÃO DOS OBJETIVOS DA PESQUISA

O objetivo principal deste estudo é comparar dois métodos de decisão multicritério baseados na abordagem *Hesitant Fuzzy TOPSIS* (BEG; RASHID, 2013; WU *et al.*, 2019), por meio de sua aplicação ilustrativa no contexto de seleção de fornecedores e da análise das características dos métodos, de acordo com fatores de comparação predefinidos.

Para atingir o objetivo proposto, são definidos os seguintes objetivos específicos:

- a) Construir um referencial teórico a partir da literatura acadêmica referente à seleção de fornecedores, estudos comparativos de métodos de decisão multicritério e métodos *Hesitant Fuzzy TOPSIS*, o que inclui a realização de uma revisão sistemática de estudos comparativos entre métodos de decisão multicritério, de modo a mapear os fatores de comparação utilizados em estudos anteriores;
- b) Selecionar dois métodos *Hesitant Fuzzy TOPSIS* e implementar dois modelos computacionais baseados nestes métodos;
- c) Aplicar os modelos *Hesitant Fuzzy TOPSIS* em um caso ilustrativo do processo de seleção de fornecedores;
- d) Comparar os métodos de decisão aplicados de acordo com os fatores de comparação previamente definidos;
- e) Analisar e discutir os resultados obtidos, de modo a explicitar as diferenças, assim como benefícios e limitações dos métodos quando aplicados na seleção de fornecedores.

1.4 CONTRIBUIÇÕES

O presente estudo tem o potencial de contribuir com o avanço teórico e prático do tema de pesquisa, de modo que apresenta os seguintes resultados potenciais:

- a) Realização de uma revisão sistemática sobre estudos comparativos entre métodos de decisão multicritério, estes aplicados em diversos contextos e problemas, identificando em trabalhos anteriores as técnicas

abordadas e fatores de comparação existentes na literatura. De acordo com o levantamento realizado, não foram encontrados estudos de revisão sistemática sobre estudos comparativos entre métodos de apoio à decisão. Dessa forma, o mapeamento desses fatores tem o potencial de subsidiar pesquisadores no desenvolvimento de estudos comparativos entre diferentes métodos de decisão multicritério;

b) Desenvolvimento de dois modelos computacionais baseados em *Hesitant Fuzzy TOPSIS* para apoio à seleção de fornecedores. Esses modelos serão publicizados na base de dados *mendeley data*, de modo a contribuir com a disseminação de conhecimento sobre os métodos em questão e incentivar o seu uso em aplicações potenciais;

c) Aplicação e comparação das técnicas *Hesitant Fuzzy TOPSIS* em um problema de seleção de fornecedores adaptado de Oliveira (2022), que é um contexto ainda pouco explorado com técnicas deste tipo, evidenciando a necessidade de testá-las no auxílio à tomada de decisão neste domínio;

d) Identificação das vantagens de uso e limitações das técnicas comparadas, o que pode servir de orientação para gestores e pesquisadores na escolha de técnicas adequadas para cada aplicação, assim como auxiliar desenvolvedores de soluções computacionais na área de tomada de decisão para seleção de fornecedores.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho apresenta a seguinte estrutura:

- a) Seção 1: a seção inicial do trabalho apresenta uma introdução ao tema abordado, definição do problema e objetivos de pesquisa, as contribuições desta, e uma apresentação da estrutura da dissertação;
- b) Seção 2: os procedimentos metodológicos são delineados, assim como a caracterização do estudo e etapas de pesquisa realizadas;
- c) Seção 3: a terceira seção do trabalho é composta por um referencial teórico sobre o tema pesquisado. O referencial aborda o processo de seleção de fornecedores e seus critérios de seleção, um levantamento de estudos

- comparativos entre técnicas multicritério, os preceitos do método *Hesitant Fuzzy TOPSIS* e um mapeamento de estudos que utilizam esta técnica,
- d) Seção 4: é realizada a apresentação e descrição dos modelos implementados;
 - e) Seção 5: nessa seção, o problema de decisão é apresentado, e os métodos comparados são aplicados. Seus resultados são discutidos e comparados de acordo com os fatores delimitados;
 - f) Seção 6: na última seção as conclusões do trabalho são discutidas. Também são apontadas algumas oportunidades para a realização de estudos futuros.

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta seção da dissertação apresenta os procedimentos metodológicos seguidos ao longo do trabalho. Inicialmente, o estudo é caracterizado, e em sequência, suas etapas são delineadas. Por fim, os procedimentos de seleção e análise de dados são descritos.

2.1 CARACTERIZAÇÃO DO ESTUDO

Este estudo pode ser caracterizado como uma pesquisa quantitativa empírica descritiva. É quantitativa pois aborda modelos quantitativos que exibem relações de causa e efeito entre suas variáveis de entrada e saída (BERTRAND; FRANSOO, 2002). É uma pesquisa empírica descritiva pois pretende analisar, compreender e descrever as características de um objeto de estudo específico (SOUZA; DIESEL, 2008).

Além disso, é um estudo baseado em modelos matemáticos e simulação computacional. Quanto à simulação, é classificada como estática, visto que o fator temporal não influencia na simulação; e determinística, pois os valores das variáveis dos modelos não apresentam flutuações aleatórias (LAW, 2015).

O estudo ainda aborda uma revisão sistemática da literatura, categorizada como uma metodologia de pesquisa com rigor científico e de grande transparência, visando minimizar o enviesamento da literatura ao realizar uma recolha exaustiva dos textos publicados sobre o tema em questão (RAMOS; FARIA; FARIA, 2014). Essa revisão é um estudo secundário, realizado sobre estudos primários que servem como sua fonte de dados (GALVÃO; PEREIRA, 2014).

2.2 ETAPAS DA PESQUISA

Com o intuito de alcançar os objetivos definidos na seção 1.3, as seguintes etapas de pesquisa foram definidas:

- a) revisão bibliográfica da literatura: um levantamento teórico sobre o processo de seleção de fornecedores e seus critérios de seleção foi realizado de forma a embasar o estudo. Também foi realizada uma revisão

sistemática de estudos comparativos entre técnicas multicritério, procurando estabelecer o estado da literatura quanto ao tema, assim como fundamentar a escolha dos fatores de comparação centrais à análise realizada nesse estudo. Além disso, foi feita uma revisão dos fundamentos do método *Hesitant Fuzzy* TOPSIS, assim como um mapeamento de estudos que utilizam esta técnica ajudaram a fundamentar a escolha dos métodos a serem implementados para a comparação a ser realizada;

b) Implementação computacional dos modelos: os dois modelos baseados nos métodos *Hesitant Fuzzy* TOPSIS elaborados em Beg e Rashid (2013) e Wu *et al.* (2019) foram implementados com o uso do *software Microsoft Excel*. A ferramenta foi escolhida devido à facilidade de uso e rapidez para implementação, além da ampla utilização para métodos de tomada de decisão;

c) Seleção de dados: os dados utilizados na aplicação dos modelos, referentes ao desempenho dos fornecedores, foram adaptados de Oliveira (2022) como fonte secundária. Esses foram coletados por Oliveira (2022) em uma empresa de serviços elétricos, inserida em uma cadeia de suprimentos, com o propósito de realizar a aplicação de dois métodos *Hesitant Fuzzy* VIKOR (*Visekriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje*). Os dados desse estudo atenderam os requisitos para aplicação dos métodos comparados, pois a empresa originária dos dados realiza a seleção de fornecedores frequentemente, e dispõe de ao menos dois tomadores de decisão para fornecer os julgamentos necessários, o que é necessário para aplicar os métodos em um problema de decisão em grupo. Além disso, cada julgamento de um decisor é expresso por um ou mais termos linguísticos, o que torna os dados de entrada compatíveis com os métodos comparados neste estudo;

d) Aplicação dos modelos: os dados coletados foram utilizados em uma aplicação ilustrativa de um processo de seleção de fornecedores. O problema foi resolvido com ambos os métodos *Hesitant Fuzzy* TOPSIS implementados, sendo os dados de entrada idênticos em ambos os casos, para efeito de comparação;

- e) Análise e comparação dos modelos: os resultados das aplicações foram comparadas, e os métodos foram analisados conforme os fatores de comparação mostrados no Quadro 1, a fim de evidenciar as vantagens, limitações e características de cada método, bem como similaridades e diferenças nas aplicações e resultados obtidos com eles;
- f) Discussão dos resultados e conclusão: por fim, os resultados obtidos com a pesquisa foram discutidos, explicitando as contribuições de um estudo de caráter comparativo entre técnicas de decisão multicritério.

Quadro 1 – Fatores de comparação aplicados neste estudo

Fatores de comparação	Autor(es) utilizado(s) como referência
Ranqueamento das alternativas.	Kayaa e Kahraman (2012).
Consistência dos resultados.	Mahmoud e Garcia (2000) e Lima Junior e Carpinetti (2015).
Similaridades e diferenças entre as técnicas.	Ertuğrul e Karakaşoğlu (2008) e Lima Junior e Carpinetti (2015).
Adequação no suporte à tomada de decisão em grupo.	Ghaleb <i>et al.</i> (2020).
Capacidade para modelar incerteza e hesitação.	Rodríguez, Martínez e Herrera (2013) e Lima Junior, Osiro e Carpinetti (2014).

Fonte: Elaborado pelo autor

3 REFERENCIAL TEÓRICO

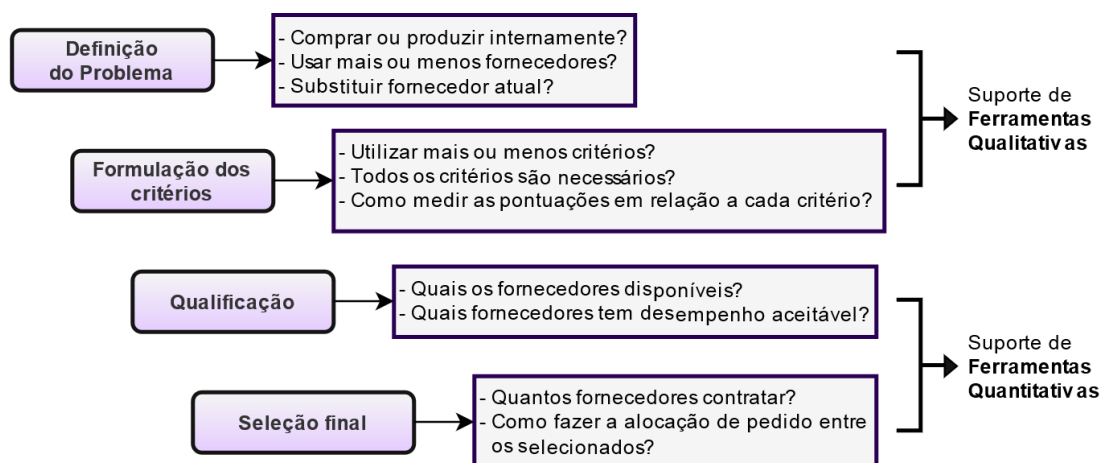
Esta seção da dissertação apresenta o referencial teórico utilizado para embasar a realização do trabalho. Inicialmente, o processo de seleção de fornecedores e os critérios utilizados são abordados. Em sequência, as etapas da pesquisa bibliográfica sobre estudos comparativos realizada são apresentadas, e seus resultados são discutidos. Além disso, são apresentados os preceitos básicos das teorias referentes aos conjuntos *fuzzy* e *hesitant fuzzy*, e as equações que embasam os modelos *Hesitant Fuzzy TOPSIS*. Por fim, um mapeamento de estudos que fazem uso dessa técnica é realizado.

3.1 PROCESSO DE SELEÇÃO DE FORNECEDORES

A escolha dos fornecedores é uma decisão a ser tomada que implica em variações nos custos de produção, na qualidade do produto oferecido e efetivamente no valor a ser entregue ao consumidor final (CARRERA; MAYORGA, 2008), justificando-se assim a relevância e o cuidado dados à essa seleção. Os fornecedores escolhidos para se fazer negócios afetam continuamente o processo de compras de uma organização (KANNAN; TAN, 2002). Muitas empresas buscam também estabelecer relacionamentos longevos de cooperação com seus fornecedores (KHELJANI; GHODSYPOUR; O'BRIEN, 2009), procurando colher benefícios em termos de desenvolvimento da cadeia de suprimento como um todo.

De Boer, Labro e Morlacchi (2001) estruturam o processo de seleção de fornecedores de acordo com as decisões a serem tomadas em quatro etapas, apresentadas na figura 1.

Figura 1 - Processo de seleção de fornecedores



Fonte: De Boer, Labro e Morlacchi (2001)

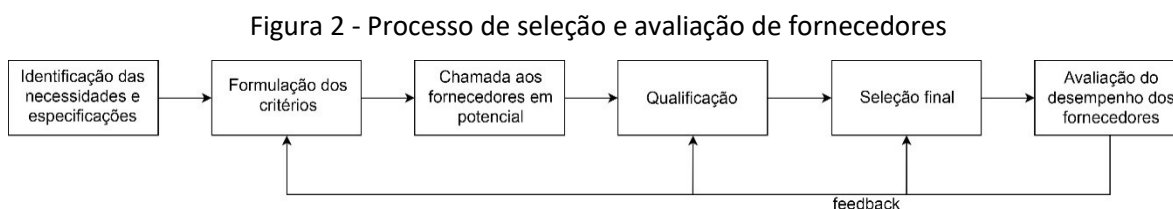
O processo de seleção de fornecedores se inicia com a identificação das necessidades da organização, seguida da formulação de critérios que as atendem, sendo esses utilizados também nos demais processos da gestão de fornecedores. É realizada então uma avaliação e qualificação preliminar dos fornecedores disponíveis, após a qual serão avaliados e finalmente selecionados fornecedores dentre os qualificados (DE BOER; LABRO; MORLACCHI, 2001).

Outros modelos similares foram estruturados por Wu e Barnes (2011) e Igarashi, De Boer e Fet (2013), explicitando também as etapas do processo de seleção de fornecedores com maior ou menor detalhamento.

Para o modelo de Wu e Barnes (2011), após as etapas de formulação de critérios, qualificação e seleção final, um *feedback* da aplicação é reconhecido como necessário, consistindo em um incremento ao modelo de seleção de fornecedores. Essa etapa mostra-se fundamental à seleção ao realizar o monitoramento dos fornecedores escolhidos. É um processo relacionado aos anteriores, no qual é feita a análise e avaliação contínua do desempenho dos fornecedores e das informações da cadeia de suprimentos, a fim de melhorar aplicações futuras do modelo.

Igarashi, De Boer e Fet (2013) similarmente decompõem o processo de seleção de fornecedores em várias atividades, separadas em etapas e ilustradas na figura 2. O processo começa na identificação de necessidades e especificações que precisam ser atendidas pelo potencial fornecedor, seguida da determinação dos critérios de avaliação que serão utilizados, formulando-os com

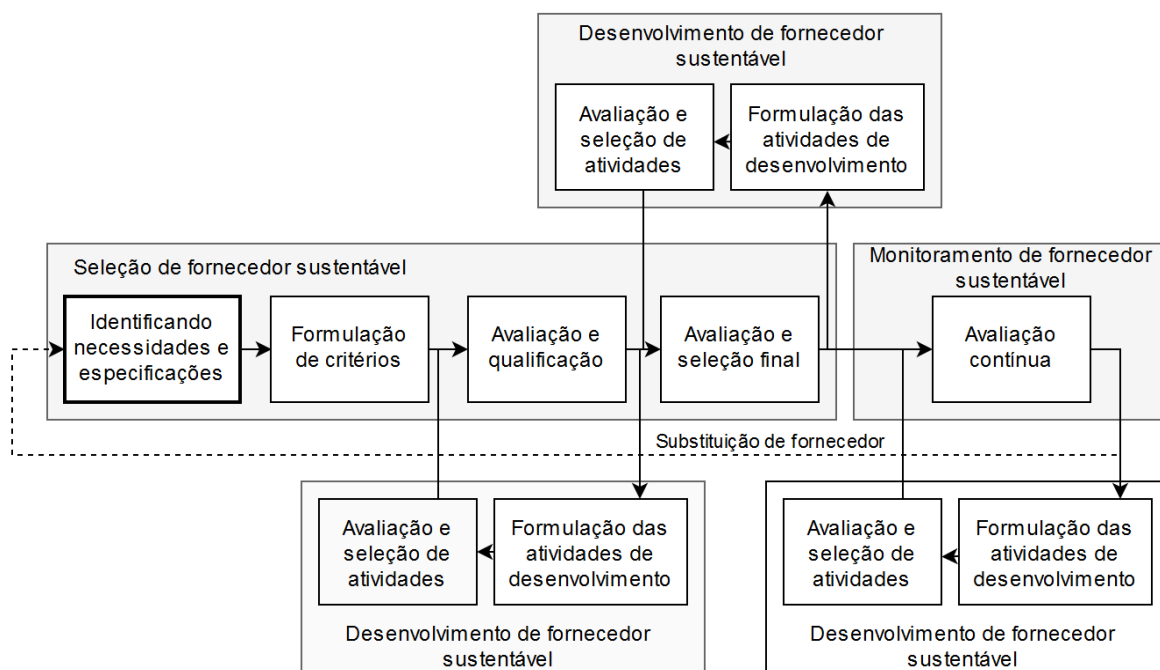
base no que foi determinado na etapa anterior. Após essa etapa, a empresa procura aqueles que podem atender os critérios dentre os potenciais fornecedores. Ao analisar as informações recebidas, os fornecedores são qualificados e selecionados, possivelmente após múltiplas rodadas de refinamento da seleção, resultando na escolha final. Ao final, este modelo também incorpora uma avaliação contínua do desempenho do fornecedor, habilitando o uso de feedbacks para melhorias futuras. O modelo de Igarashi, De Boer e Fet (2013) acrescenta aos anteriores ao considerar avaliações de desempenho pós-seleção, expandindo os modelos anteriores sem alterar suas estruturas centrais.



Fonte: Igarashi, De Boer e Fet (2013)

Zimmer, Fröhling e Schultmann (2016) também contribuem à estrutura ao descrever o processo de gestão de fornecedores sustentável (SSM) de forma mais ampla que os modelos anteriores, representado como uma combinação de três processos centrais, independentes entre si, porém interrelacionados (Figura 3). Além de considerar os processos de seleção e monitoramento de fornecedores, o modelo proposto destaca o processo de desenvolvimento do fornecedor, que é estabelecido a partir do alcance dos requisitos mínimos durante a qualificação, ou a partir de melhoras de desempenho durante as etapas de seleção final ou de avaliação contínua. Nessa etapa, atividades de desenvolvimento apropriadas são estipuladas, tendo seu desempenho esperado avaliado para que possam ser escolhidas e implementadas as melhores dentre elas. Após a implementação das atividades, o desempenho do fornecedor e da cadeia de suprimentos é reavaliado, com intuito de qualificação, seleção final, ou melhoria contínua.

Figura 3 - Framework para gestão de fornecedores sustentáveis



Fonte: Zimmer, Fröhling e Schultmann (2016)

Além da necessidade de se atentar às qualificações dos potenciais parceiros, a complexidade do ambiente e especificidades do processo de compra fazem necessário também a consideração de fatores estratégicos para a organização durante a seleção de fornecedores. Castro, Gómez e Franco (2009) elucidam três aspectos contextuais que exercem influência na seleção e portanto devem ser analisados: relação com fornecedores; situação de compra; tamanho da base de fornecedores.

A proximidade das companhias com seus fornecedores como forma de ampliar sua vantagem competitiva é amplamente reconhecida na literatura (HA; PARK; CHO, 2011; THRULOGACHANTAR; ZAILANI, 2011; WU; BARNES, 2011). O fortalecimento da relação com fornecedores, a comunicação aberta dentro da cadeia de suprimentos e o desenvolvimento de relações estratégicas de longo prazo proporcionam vantagem competitiva duradoura para a organização (CHEN; CHEN; LI, 2005). A gestão de fornecedores apresenta então como propósito adicional a construção de relacionamentos de confiança que aumentam o nível de atividade cooperativa, firmando o fornecedor como sócio chave para a competitividade da empresa (CASTRO; GÓMEZ; FRANCO, 2009).

De Boer, Labro e Morlacchi (2001) baseiam-se no trabalho de Faris, Robinson e Wind (1967) para apresentar três situações distintas de compra que envolvem diferentes complexidades e níveis de incerteza. A situação de compra pela primeira vez acontece quando procura-se um produto ou serviço totalmente novo, onde a empresa desconhece algum fornecedor, resultando em alto nível de incerteza quanto ao cumprimento das especificações. A recompra modificada é caracterizada pela compra de um novo produto ou serviço de um fornecedor conhecido, ou pela compra de produtos existentes, modificados ou não, de novos fornecedores, e possui nível moderado de incerteza quanto às especificações. A situação de recompra de rotina é definida pela existência de total conhecimento sobre os fornecedores e as especificações, na qual o pedido de compra é efetuado dentro dos contratos e acordos existentes.

Em relação ao tamanho da base de fornecedores, apresentam-se duas alternativas possíveis de compra: abastecimento com fonte única e abastecimento com fonte múltipla (GHODSYPOUR; O'BRIEN, 1998). Quando um único fornecedor detém monopólio ou exclusividade na distribuição de um produto, ou se esse fornecedor é capaz de suprir totalmente as necessidades da empresa compradora de forma satisfatória, então a primeira alternativa é recomendada. No caso de um único fornecedor não possuir capacidade de satisfazer todas as necessidades do cliente, ou ainda, caso a empresa compradora opte por contratar dois ou mais fornecedores para reduzir o risco relacionado a problemas de abastecimento, pode-se realizar a distribuição de seus requisitos de compra entre múltiplas fontes de abastecimento (CASTRO; GÓMEZ; FRANCO, 2009).

Esses requisitos relacionados à estratégia de compra devem ser destrinchados e expressados na forma de critérios de decisão. Os especialistas responsáveis colaboram na etapa de formulação de critérios de seleção que serão considerados na escolha dos fornecedores.

3.2 CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DE FORNECEDORES

Para avaliar as alternativas dentro do processo de seleção de fornecedores, é necessário o uso de critérios que descrevam precisamente os aspectos quantitativos e qualitativos que permitem identificar quais fornecedores em

potencial melhor se adequam às especificações do comprador. Esses critérios possuem propósito estratégico, e portanto precisam estar relacionados com os processos do negócio e com as necessidades dos diversos *stakeholders* envolvidos, como a gestão e os departamentos de compra, produção, qualidade e marketing (DEY; BHATTACHARYA; HO, 2015). Critérios econômicos de seleção comumente utilizados na literatura envolvem custo, qualidade, serviço, flexibilidade e entrega (HLIOUI; GHARBI; HAJJI, 2017; ZIMMER; FRÖHLING; SCHULTMANN, 2016).

As dimensões sociais e ambientais vêm sendo cada vez mais abordadas na elaboração de critérios para seleção de fornecedores, devido a crescente preocupação com sustentabilidade (IGARASHI; DE BOER; FET, 2013) e a necessidade de formar uma cadeia de fornecimento sustentável. Zimmer, Fröhling e Schultmann (2016) destacam que os critérios sustentáveis ainda são pouco representados em estudos da área. Alguns critérios ambientais frequentemente adotados são: materiais, energia, emissões, capacidades ambientais e comprometimento com sustentabilidade (HAMDAN; CHEAITOU, 2016). No aspecto social, os critérios salário, diversidade, envolvimento com a sociedade e comprometimento social são utilizados para avaliar potenciais fornecedores (ZIMMER; FRÖHLING; SCHULTMANN, 2016).

Outro fator a ser considerado durante a avaliação de fornecedores é a importância dada a cada critério utilizado, representada pelos pesos que lhe são conferidos. Na medida em que se procura identificar as melhores opções, a escolha dos critérios corretos com pesos bem definidos é fundamental para o alinhamento dos objetivos estratégicos e de desempenho com as decisões de compra (LIMA JUNIOR; CARPINETTI, 2016). A fim de melhor definir os pesos dos critérios, a maioria dos modelos envolve múltiplos participantes no processo de ponderação (ZIMMER; FRÖHLING; SCHULTMANN, 2016). Além disso, para que o desempenho em relação a esses critérios seja medido efetivamente, a empresa compradora deve adotar uma quantidade balanceada de critérios, evitando tornar a decisão muito complexa (ZEYDAN; ÇOLPAN; ÇOBANOGLU, 2011). A quantidade de critérios envolvidos dependem, portanto, do produto ou serviço específico em questão (WU; BARNES, 2011).

O quadro 2 lista alguns dos critérios frequentemente adotados na seleção de fornecedores, de acordo com a literatura científica (KAHRAMAN; CEBECI; ULUKAN, 2003; LIN; CHENG; TING, 2011; GOVINDAN *et al.*, 2015; ZIMMER; FRÖHLING; SCHULTMANN, 2016; BÜYÜKÖZKAN; GÖÇER, 2018; LIAO; WEN; LIU, 2019).

Quadro 2 – Critérios para seleção de fornecedores

Critérios	Kahraman, Cebeci e Ulukan (2003)	Lin, Cheng e Ting (2011)	Govindan <i>et al.</i> (2015)	Zimmer, Fröhling e Schultmann (2016)	Büyüközkan e Göçer (2018)	Liao, Wen e Liu (2019)
Qualidade	X	X	X	X	X	X
Custo		X		X		
Entrega	X	X	X			
Logística	X		X	X		
Comunicação	X	X	X	X		
Localização	X	X	X			
Flexibilidade			X		X	X
Finanças	X				X	X
Relacionamento	X	X	X			
Resposta à mudanças	X		X			
Tecnologia			X	X	X	X
Desempenho Ambiental	X		X	X		
Serviços				X		X
Reputação		X		X	X	
Compartilhamento de informações					X	X
Colaboração digital					X	X
Engajamento digital					X	X
Privacidade					X	

Fonte: Elaborado pelo autor

Outro aspecto a ser considerado é a dificuldade de avaliação dos critérios escolhidos. A importância de cada critério varia a cada nova compra (ZEYDAN; ÇOLPAN; ÇOBANOGLU, 2011), com diferentes ênfases necessárias devido aos ambientes de negócio dinâmicos (LIN; CHEN, 2004). Esses critérios podem ter dimensões quantitativas ou qualitativas, ocasionalmente sendo conflitantes (WU; BARNES, 2011). O uso inadequado de critérios ocasiona na perda de recursos como tempo e dinheiro, além de influenciar negativamente na seleção do fornecedor correto (LIN; CHEN, 2004).

Devido a alta importância e complexidade do processo de seleção de fornecedores, a tomada de decisão é tomada em grupo. Decisores e especialistas das mais diversas áreas relevantes de uma empresa contribuem com a decisão, podendo inclusive ter pesos distintos entre si.

3.3 ESTUDOS COMPARATIVOS ENTRE MÉTODOS DE DECISÃO MULTICRITÉRIO

A literatura acadêmica apresenta diversos estudos que contemplam uma comparação entre métodos de decisão multicritério. A aplicação de múltiplas técnicas em um mesmo problema de decisão é uma estratégia frequente quando existe o intuito de compará-las em questão de utilidade, eficiência ou qualquer outro fator de comparação desejado.

Evidenciada a necessidade de sistematizar o estado da literatura conforme as pesquisas que contém esse caráter comparativo, um levantamento bibliográfico foi realizado com o objetivo de traçar o panorama dos estudos comparativos entre técnicas multicritério.

O método de revisão sistemática da literatura utilizado foi desenvolvido conforme orientações evidenciados em modelos para uso de tal método. O levantamento exige a necessidade de se passar por etapas devidamente delineadas e definidas de acordo com os objetivos metodológicos, além de se caracterizar-se pela transparência e rigor científico que visam minimizar o enviesamento da literatura (RAMOS; FARIA; FARIA, 2014).

Indica-se que o método para elaboração de revisões sistemáticas incorpore minimamente em si uma busca na literatura, a seleção de artigos de interesse, a extração e análise de seus dados e também a redação e publicação dos resultados encontrados (GALVÃO; PEREIRA, 2014).

Apesar da ampla existência de estudos de revisão sistemática sobre métodos de decisão no contexto de seleção de fornecedores na literatura acadêmica, não foram encontrados artigos anteriores que realizaram revisões sistemáticas sobre estudos comparativos entre métodos de decisão multicritério.

A seção a seguir detalha os procedimentos da pesquisa bibliográfica realizada.

3.3.1 Procedimentos de Pesquisa Bibliográfica

Para efetuar o levantamento, seis etapas de busca foram definidas, de forma a sistematizar o processo de busca. Os procedimentos para pesquisa bibliográfica em etapas são listados em sequência: (1) Inclusão das strings “*multicriteria AND comparison*” e “*multicriteria AND comparative*” nos campos de busca das bases de dados *Science Direct* (www.sciencedirect.com), *Emerald Insight* (www.emeraldinsight.com), *Springer* (link.springer.com), *IEEE Xplore* (ieeexplore.ieee.org), *Scopus* (www.scopus.com), MDPI (<https://www.mdpi.com/>), e Scielo (<https://scielo.org/>); (2) Utilizar filtros para selecionar somente artigos publicados em periódicos científicos; (3) Ordenar os resultados de acordo com a relevância e selecionar os 100 primeiros; (4) Selecionar apenas estudos publicados em inglês ou português; (5) Selecionar apenas os resultados que contemplam estudos comparativos entre métodos multicritério; e (6) Eliminação dos estudos que se repetem em mais de uma base de dados ou em pesquisas anteriores.

O Quadro 3 apresenta a quantidade de artigos resultante da aplicação das etapas de busca definidas.

Quadro 3 – Quantidade de artigos resultante das etapas de busca

Bases de dados	Número de estudos após cada etapa					
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Science Direct	10141	8263	200	200	12	10
Emerald Insight	1709	1448	200	200	7	5
Springer	11716	5307	200	200	1	1
IEEE Xplore	348	61	61	61	4	4
Scopus	2332	1889	200	200	15	12
MDPI	148	148	148	148	15	11
Scielo	14	14	14	11	3	2
Outros Artigos						19
Total de estudos selecionados						64

Fonte: Elaborado pelo autor

Durante a primeira etapa, o uso de termos compostos permitiu a busca de resultados relevantes ao tema de estudo nas diversas bases de dados pesquisadas. As palavras-chave foram selecionadas de acordo com o objetivo inicial de agregar aqueles estudos que haviam realizado algum tipo de comparação entre técnicas multicritério.

As etapas dois, três e quatro serviram para a triagem dos estudos mais relevantes frente ao grande número de resultados encontrados inicialmente. Apenas artigos científicos publicados em periódicos eram de interesse, e a ordenação por relevância, assim como a seleção de apenas textos em inglês e português, permitiram limitar a pesquisa àqueles estudos que mais correspondem ao tema desejado.

Em sequência, a etapa cinco possibilitou a eliminação de todos os artigos que não contemplavam o tema de pesquisa, ou seja, não eram relevantes no contexto de comparação de técnicas de decisão multicritério. Em relação aos artigos eliminados, aqueles que apresentavam apenas aplicações ou modelagens

de técnicas multicritério isoladas, ou seja, sem realizar comparações com outras abordagens foram considerados fora do escopo da revisão. Outros estudos encontrados, que realizavam revisões sistemáticas ou simplesmente descreviam técnicas também foram eliminados de acordo com esse critério. Os estudos restantes pertenciam ao tema de pesquisa levantado. Houve ainda a necessidade de remover artigos que se repetiam nas buscas em bases de periódicos diferentes, ou que eram resultantes de ambos os termos de busca utilizados.

As buscas sistematizadas de acordo com as etapas definidas resultaram em 45 artigos para análise. Além destes, 19 outros artigos com alto grau de relevância ao tema foram coletados a partir de outros estudos ou de buscas especializadas na plataforma *research gate*. Os 64 artigos selecionados foram analisados conforme diferentes fatores, sendo realizada a extração das seguintes informações:

- a) Ano de publicação: o ano em que o estudo foi publicado. Forma encontrados artigos publicados entre 1994 e 2020;
- b) País de publicação: o país no qual o artigo teve origem, de acordo com os autores responsáveis;
- c) Periódico de origem: apresenta o título do periódico em que o estudo foi publicado, tais como *Symmetry* ou *Journal of Operational Research*, e diversos outros;
- d) Setor: identifica o setor econômico das empresas envolvidas em estudos com aplicações reais, podendo ser setor de energia, infraestrutura ou automotivo, por exemplo;
- e) Tipo de aplicação: a forma de aplicação dos modelos é analisada, podendo ser aplicações reais, com dados originados em uma situação real, ou simuladas, nas quais os dados são criados pelo autor do estudo;
- f) Técnicas multicritério aplicadas: são listadas todas as técnicas utilizadas pelos autores nos estudos comparativos analisados, tais como AHP ou TOPSIS. Devido à natureza comparativa do estudos analisados, minimamente duas técnicas são observadas em cada um deles;
- g) Tipo de problema de decisão abordado: refere-se ao tipo de problema tratado pelas técnicas de decisão. Os estudos apresentam problemas de seleção de alternativas, nos quais a solução com maior

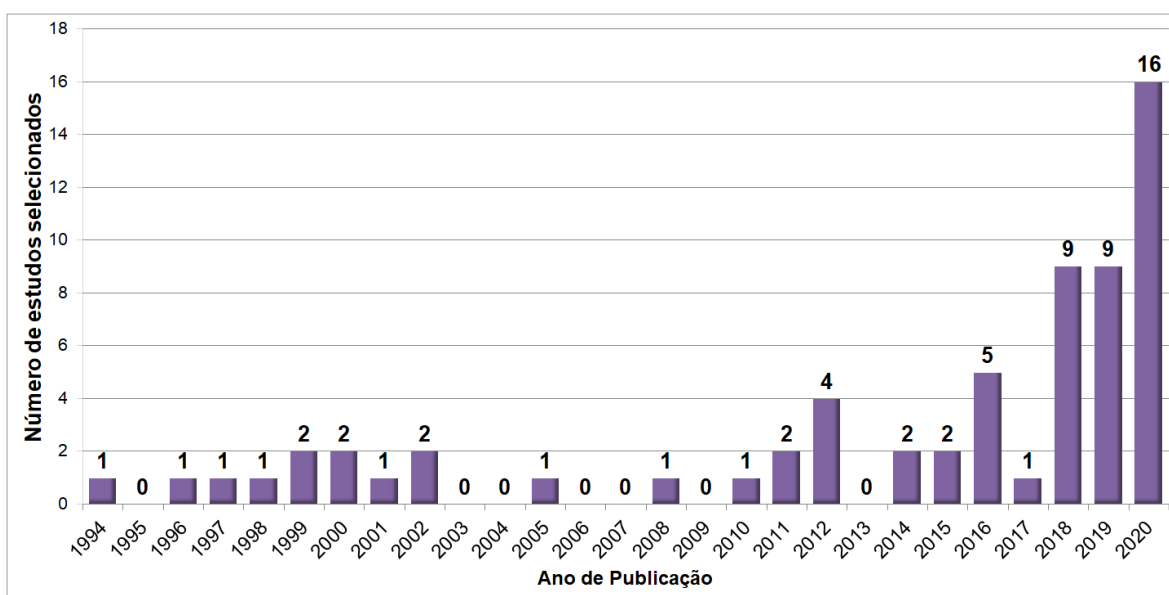
pontuação é selecionada, problemas de avaliação de alternativas, nos quais todas as alternativas são testadas conforme determinados critérios, e problemas de ordenação, nos quais as alternativas são ordenadas de acordo com uma pontuação, entre outros.

Os dados coletados foram organizados em uma planilha eletrônica, e os resultados obtidos são apresentados e discutidos na seção 3.3.2.

3.3.2 Apresentação e Discussão dos Resultados

A figura 4 apresenta a quantidade de estudos selecionados de acordo com o ano de publicação. Devido à preocupação central em agregar os artigos com relevância ao tema pesquisado, não houve limitação quanto ao ano de publicação dos trabalhos buscados. Nesse sentido, os estudos analisados foram publicados entre 1994 e 2020. Nota-se, porém, que grande parte deles são oriundos de anos mais recentes, com 34 dos 64 artigos (53,1%) sendo publicados entre 2018 e 2020. A relevância atual dos modelos contemplados nos trabalhos e o fato de muitos terem origem recente, assim como a priorização existente nos mecanismos de ordenação das plataformas de busca de periódicos se apresentam como possíveis causas do foco em estudos mais recentes.

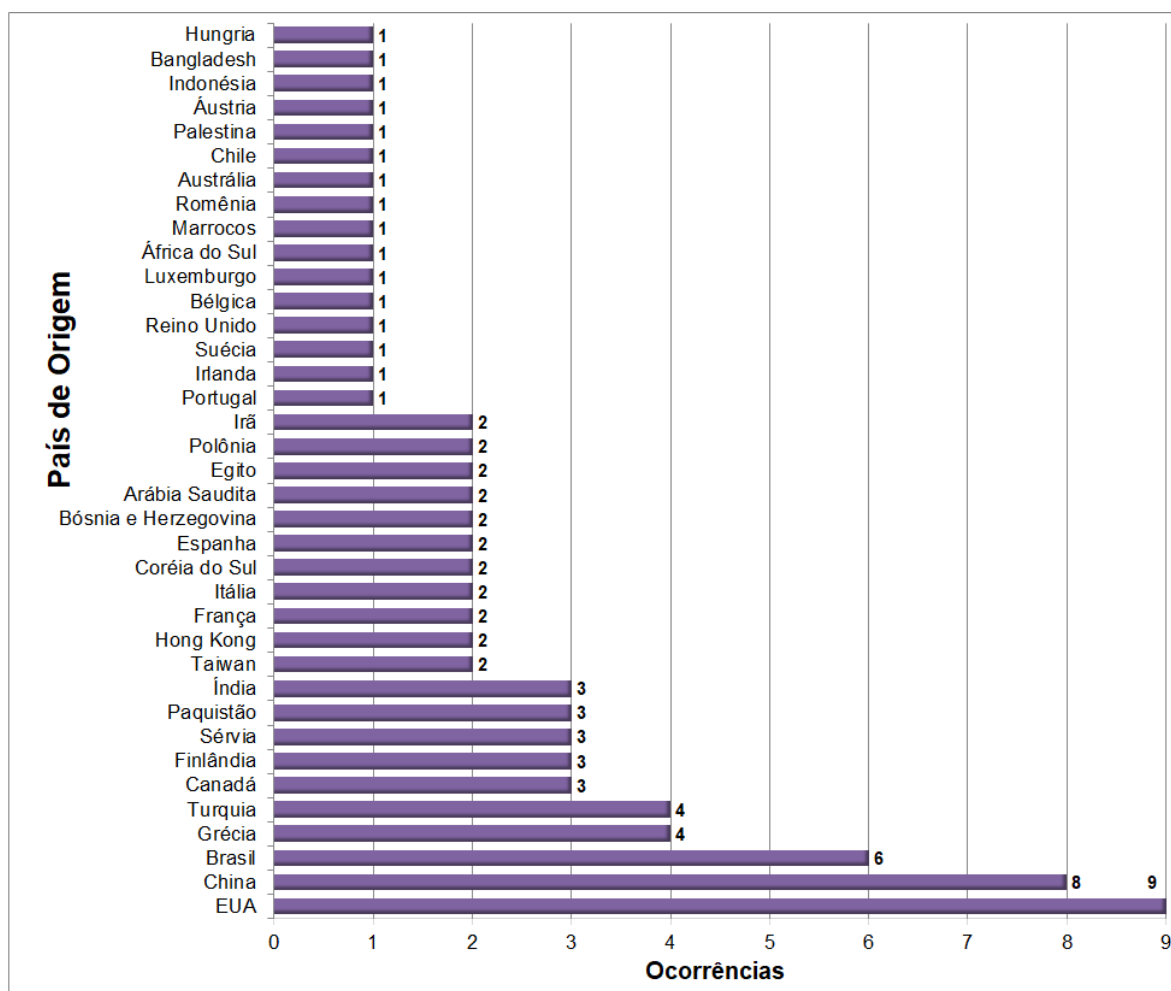
Figura 4 - Quantidade de estudos por ano de publicação



Fonte: Elaborado pelo autor

Quanto ao local de origem dos trabalhos analisados, a Figura 5 mostra a quantidade de estudos por país de origem. Percebe-se que o país com maior número de publicações são os EUA, com 9 (10,7%) dos estudos, seguidos da China com 8 (9,5%) estudos, e Brasil, com 6 (7,1%). Destacam-se ainda Grécia e Turquia, com 4 (4,8%) estudos cada, e Canadá, Finlândia, Sérvia e Paquistão, com 3 (3,6%) artigos cada. No total, trabalhos de 37 diferentes países foram identificados. Nota-se que o total de ocorrências (84) é maior que o número total de estudos analisados (64), visto que diversos trabalhos contaram com a colaboração de autores de diferentes países de origem.

Figura 5 - Quantidade de estudos por país de origem

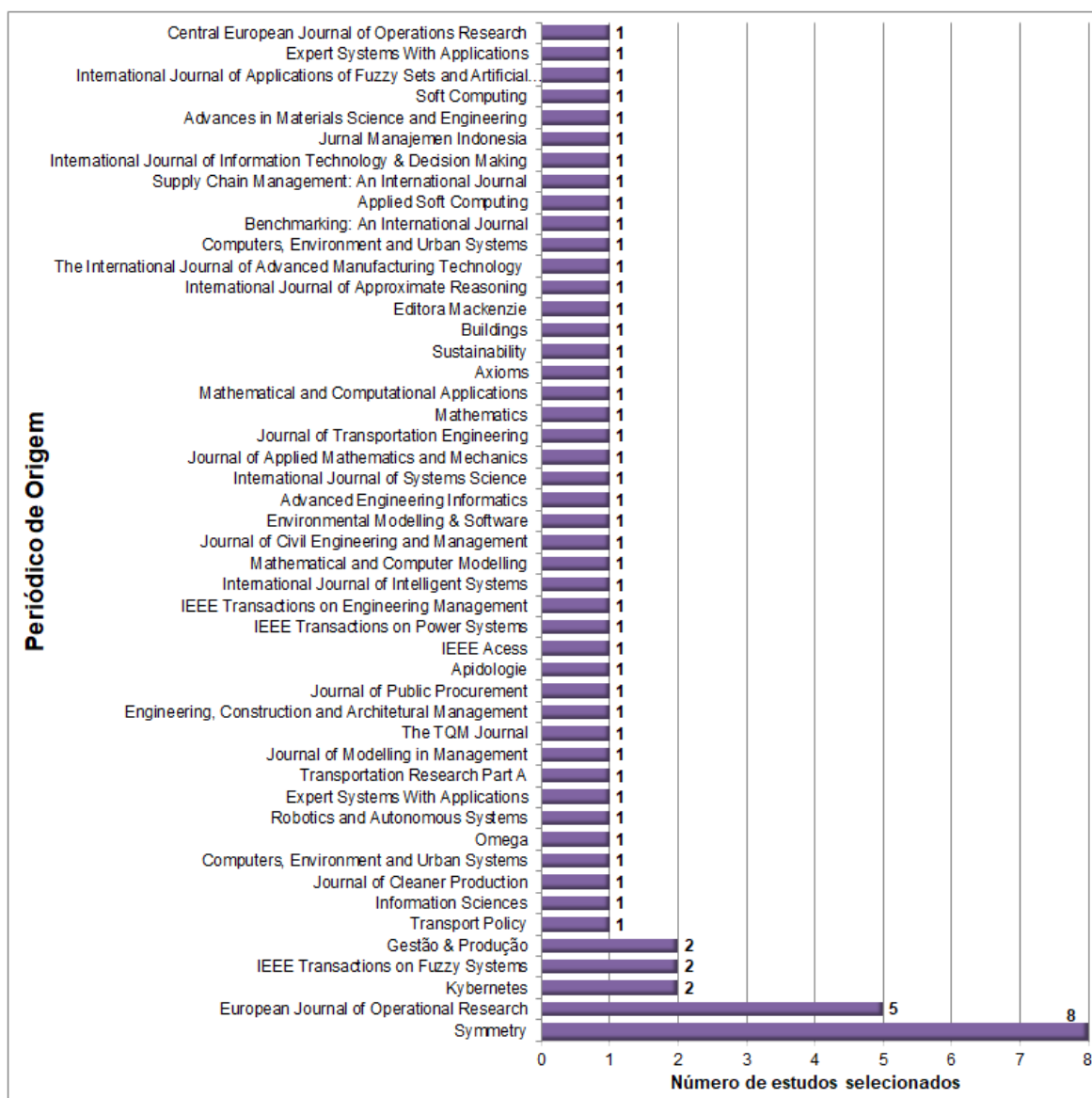


Fonte: Elaborado pelo autor

Quanto à fonte das publicações identificadas, a Figura 6 apresenta a quantidade de estudos por periódico de origem. Os resultados evidenciaram uma grande variedade em relação aos periódicos de origem, sendo identificados 48

periódicos diferentes entre os 64 artigos analisados. Os periódicos *Symmetry* (12,5%) e *European Journal of Operational Research* (7,8%) apresentaram o maior número de ocorrências.

Figura 6 - Quantidade de estudos por periódico de origem

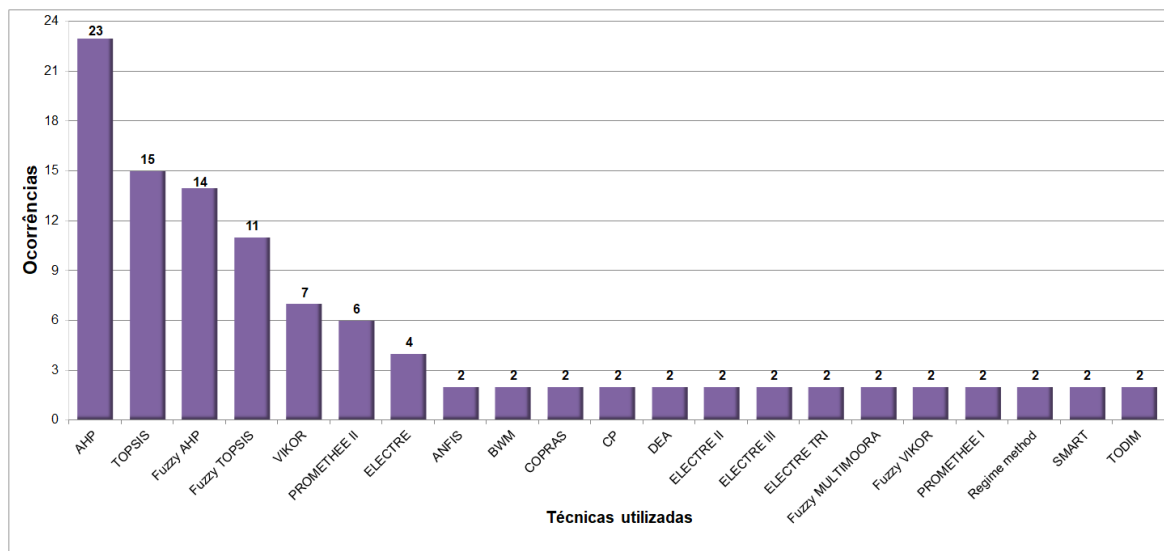


Fonte: Elaborado pelo autor

Quanto aos resultados observados em relação às técnicas utilizadas, é importante ressaltar que algumas das técnicas listadas não se categorizam estritamente como métodos MCDM, porém foram aplicadas e comparadas dentro de um contexto de um problema de decisão e utilizadas de forma equivalente, portanto sendo aqui consideradas por fins de relevância e simplificação. A Figura 7 apresenta a frequência de uso das diferentes técnicas de decisão nos estudos

contemplados. As técnicas com apenas uma ocorrência foram omitidas do gráfico para melhor visualização dos resultados.

Figura 7 - Frequência de uso de técnicas de decisão



Fonte: Elaborado pelo autor

De acordo com as informações observadas, um total de 76 técnicas de decisão foram utilizadas nos artigos analisados. Esse número evidencia uma alta pluralidade de métodos em uso na literatura acadêmica. Os métodos aplicados mais frequentemente foram o AHP, com 23 ocorrências, o TOPSIS, com 15 ocorrências, o *Fuzzy AHP*, com 14 observações, e o *Fuzzy TOPSIS*, aparecendo em 11 pesquisas.

Outros métodos em destaque são o VIKOR, presente em 7 estudos, o PROMETHEE II, observado em 6 estudos, e o ELECTRE, com 4 ocorrências.

Diversos métodos apareceram como objeto de comparação 2 vezes, entre eles ANFIS, COPRAS, CP, ELECTRE II, ELECTRE III, ELECTRE TRI, *Fuzzy MULTIMOORA*, *Fuzzy VIKOR*, PROMETHEE I, *Regime Method*, SMART e TODIM. As técnicas mais utilizadas são apresentadas no quadro 4.

Quadro 4 – Técnicas de decisão mais utilizadas na literatura

Número de ocorrências	Técnica(s)	Autor(es)
23	AHP	(LOMBARDI, 1997; TSAMBOULAS; YIOTIS; PANOU, 1999; MAHMOUD; GARCIA, 2000; PARKAN; WU, 2000; BHUTTA; HUQ, 2002; CHO, 2002; KORDI; BRANDT, 2012; YARAGI et al, 2014; MOSADEGHI et al, 2015; PASSOS; AUTRAN; GOMES, 2016; ABDEL-BASSET; MOHAMED; SMARANDACHE, 2018;

		PAMUCAR; STEVIC; SREMAC, 2018; PÄTÄRI et al, 2018; PHAM et al, 2018; MARCARELLI; NAPPI, 2019; NESTICÒ; SOMMA, 2019; OGRODNIK, 2019; ZYOUN; FUCHS-HANUSCH, 2019; ADOR et al, 2020; GHALEB et al, 2020; KURNIAWAN; HAMALI; GUNAWAN, 2020; SARI et al, 2020; SARRAF; MCGUIRE, 2020; ZHANG et al, 2020)
15	TOPSIS	(SRDJEVIC, 2011; MELA; TIAINEN; HEINISUO, 2012; LIMA JUNIOR; CARPINETTI, 2015; CHEN; CHENG; LAN, 2016; AKRAM; SHUMAIZA; SMARANDACHE, 2018; PÄTÄRI et al, 2018; DHIMAN et al, 2019; NESTICÒ; SOMMA, 2019; PELEGRINA; DUARTE; ROMANO, 2019; GHALEB et al, 2020; LIU; LUO; LIU, 2020; MABKHOT et al, 2020; SALABUN; WATRÓBSKI; SHEKHOVTSOV, 2020; SARI et al, 2020; SARRAF; MCGUIRE, 2020; SOUSA; ALMEIDA; COUTINHO-RODRIGUES, 2020)
14	<i>Fuzzy</i> AHP	(TRANTAPHYLLOU; LIN, 1996; ERTUĞRUL; KARAKAĞOĞLU, 2008; KAYAA; KAHRAMAN, 2012; KORDI; BRANDT, 2012; LIMA JUNIOR; OSIRO; CARPINETTI, 2014; MOSADEGHI et al, 2015; EL-SAPPAGH et al, 2018; PHAM et al, 2018; OGRODNIK, 2019; ZYOUN; FUCHS-HANUSCH, 2019; ADOR et al, 2020; LIMA JUNIOR; CARPINETTI, 2020; SARRAF; MCGUIRE, 2020; ZHANG et al, 2020)
11	<i>Fuzzy</i> TOPSIS	(TRANTAPHYLLOU; LIN, 1996; ERTUĞRUL; KARAKAĞOĞLU, 2008; KAYAA; KAHRAMAN, 2012; LIMA JUNIOR; OSIRO; CARPINETTI, 2014; LIMA JUNIOR; CARPINETTI, 2015; CEBALLOS; LAMATA; PELTA, 2016; MATAWALE; DATTA; MAHAPATRA, 2016; AWASTHI; OMRANI; GERBER, 2018; PEHLIVAN; GÜRISOY, 2019; AHMAD et al, 2020; SARRAF; MCGUIRE, 2020)
7	VIKOR	(MELA; TIAINEN; HEINISUO, 2012; SHEN; WANG, 2018; FU et al, 2019; NESTICÒ; SOMMA, 2019; GHALEB et al, 2020; SALABUN; WATRÓBSKI; SHEKHOVTSOV, 2020; SARI et al, 2020)
6	PROMETHEE II	(SALMINEN; HOKKANEN; LAHDELMA, 1998; OLSON, 1999; MAHMOUD; GARCIA, 2000; MELA; TIAINEN; HEINISUO, 2012; NIKOLOUDIS; ARAVOSSIS; CHRYSANTHOPOULOS, 2020; SALABUN; WATRÓBSKI; SHEKHOVTSOV, 2020)
4	ELECTRE	(SALMINEN; HOKKANEN; LAHDELMA, 1998; TSAMBOULAS; YIOTIS; PANOU, 1999; CHO, 2002; NESTICÒ; SOMMA, 2019)
2	ANFIS, COPRAS,	(ASGARI; ABBASI; ALIMOHAMADLOU, 2016; EL-SAPPAGH et al, 2018; PAMUCAR; STEVIC; SREMAC, 2018; ZOLFANI;

CP, ELECTRE II, ELECTRE III, ELECTRE TRI, <i>Fuzzy</i> MULTIMOO RA, <i>Fuzzy</i> VIKOR, PROMETHE E I, <i>Regime</i> <i>Method</i> , SMART, e TODIM	CHATTERJEE, 2019; DHIMAN et al, 2019; SALABUN; WATRÓBSKI; SHEKHOVTSOV, 2020; MAHMOUD; GARCIA, 2000; SRDJEVIC, 2011; PARKAN; WU, 2000; DOBOS; VÖRÖSMARTY, 2020; MAHMOUD; GARCIA, 2000; FU et al, 2019; CLIVILLÉ; BERRAH; MAURIS, 2011; NIKOLOUDIS; ARAVOSSIS; CHRYSANTHOPOULOS, 2020; ANDRIOSPOULOS et al, 2012; SOUSA; ALMEIDA; COUTINHO-RODRIGUES, 2020; CEBALLOS; LAMATA; PELTA, 2016; PEHLIVAN; GÜRISOY, 2019; CEBALLOS; LAMATA; PELTA, 2016; AWASTHI; OMRANI; GERBER, 2018; SALMINEN; HOKKANEN; LAHDELMA, 1998; OLSON, 1999; LOMBARDI, 1997; TSAMBOULAS; YIOTIS; PANOU, 1999; SALMINEN; HOKKANEN; LAHDELMA, 1998; OLSON, 1999; PASSOS; AUTRAN; GOMES, 2016; LIU; LUO; LIU, 2020)
--	--

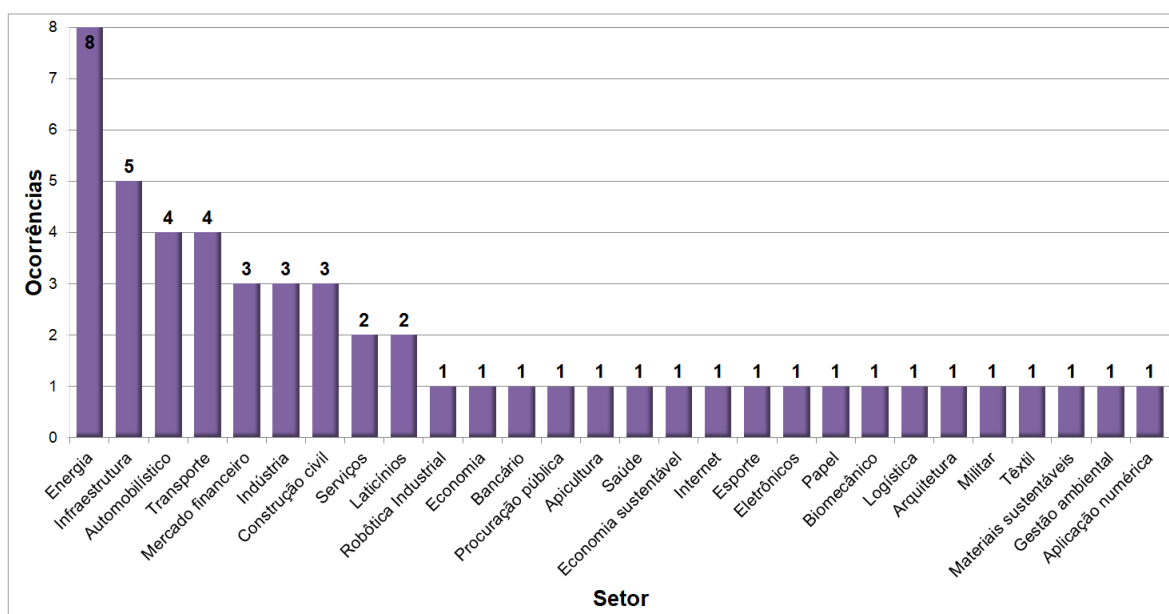
Fonte: Elaborado pelo autor

Além disso, outros métodos tiveram apenas uma ocorrência dentre os estudos analisados, são eles ADAM Type (TSAMBOULAS; YIOTIS; PANOU, 1999), add.DEA (PÄTÄRI et al., 2018), *Additive value model* (NIKOLOUDIS; ARAVOSSIS; CHRYSANTHOPOULOS, 2020), *AHP-assisted mFuzzy PROMETHEE* (AKRAM; SHUMAIZA; ALCANTUD, 2020), *AHP-TOPSIS* (KURNIWAN; HAMALI; GUNAWAN, 2020), ANP (ABDEL-BASSET; MOHAMED; SMARANDACHE, 2018), ANP-TOPSIS (ABDEL-BASSET; MOHAMED; SMARANDACHE, 2018), AVF (HOBBS; MEIER, 1994), *Bayesian Analysis* (CHO, 2002), *Centroid* (OLSON, 1999), *Concordance-Discordance Analysis* (LOMBARDI, 1997), DEMATEL (PRIBICEVIC et al., 2020), ELECTRE I (AKRAM; SHUMAIZA; SMARANDACHE, 2018), ELECTRE IV (MABKHOT et al., 2020), FMLMCDM (MATAWALE; DATTA; MAHAPATRA, 2016), FUCOM (PAMUCAR; STEVIC; SREMAC, 2018), *Fuzzy AHP-FGP* (ASGARI; ABBASI; ALIMOHAMADLOU, 2016), *Fuzzy ARAS* (PEHLIVAN; GÜRISOY, 2019), *Fuzzy DEMATEL-D* (PRIBICEVIC et al., 2020), *Fuzzy GP* (SILVA et al., 2018), *Fuzzy GRA* (AWASTHI; OMRANI; GERBER, 2018), *Fuzzy MOORA* (MATAWALE; DATTA; MAHAPATRA, 2016), *Fuzzy RAHP* (TRANTAPHYLLOU; LIN, 1996), *Fuzzy WASPAS* (CEBALLOS; LAMATA; PELTA, 2016), *Fuzzy WSM* (TRANTAPHYLLOU; LIN, 1996), GP (HOBBS; MEIER, 1994), *Hesitant Fuzzy Linguistic TOPSIS* (REN; KONG; PEI, 2020), *Hesitant Fuzzy Linguistic VIKOR* (REN; KONG; PEI, 2020), MACBETH (CLIVILLÉ; BERRAH; MAURIS, 2011), MAU(V)T (CHO, 2002), MAUT (TSAMBOULAS; YIOTIS; PANOU, 1999), MCAHP (YARAGI et al., 2014), *mFuzzy*

ELECTRE I (AKRAM; SHUMAIZA; ALCANTUD, 2020), MOORA (ABDEL-BASSET; MOHAMED; SMARANDACHE, 2018), MOOSRA (ABDEL-BASSET; MOHAMED; SMARANDACHE, 2018), MS (PĂTĂRI *et al.*, 2018), NFM (RENAUD *et al.*, 2005), OCRA (PARKAN; WU, 2000), PEG-*procedure* (MELA; TIAINEN; HEINISUO, 2012), PHSS-TOPSIS (AHMAD *et al.*, 2020), PROMETHEE (SARRAF; MCGUIRE, 2020), QFD-AHP-ANP (KAMVYSI *et al.*, 2010), QFD-DEAHP-DEANP (KAMVYSI *et al.*, 2010), RSM (RENAUD *et al.*, 2005), SAW (DHIMAN *et al.*, 2019), SWARA (ZOLFANI; CHATTERJEE, 2019), TCO (BHUTTA; HUQ, 2002), UTA (BEUTHE; SCANNELLA, 2001), UTADIS (ANDRIOSOPOULOS *et al.*, 2012), WA (MAHMOUD; GARCIA, 2000), WGP (SILVA *et al.*, 2018), WPM (MELA; TIAINEN; HEINISUO, 2012), WSM (MELA; TIAINEN; HEINISUO, 2012), WSP (MARCARELLI; NAPPI, 2019), e Z-VIKOR (SHEN; WANG, 2018).

Em relação ao tipo de aplicação realizada, 33 (51,6%) dos estudos fizeram uso de dados reais, originados de empresas, ou de aplicações para solução de casos reais, enquanto os 31 artigos restantes (48,4%) apresentaram aplicações numéricas com dados simulados. Quanto ao setor de atuação das empresas com dados utilizados pelos estudos, a Figura 8 mostra a quantidade de ocorrências por setor.

Figura 8 - Quantidade de estudos de acordo com setor de aplicação



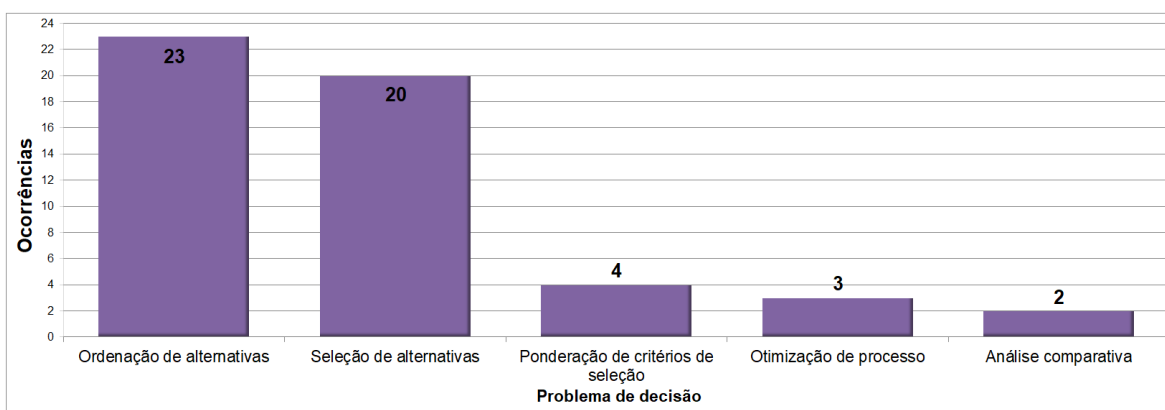
Fonte: Elaborado pelo autor

Os resultados demonstram grande variedade no setor de atuação das empresas que forneceram dados às pesquisas. Destacam-se os setores de

energia, com 8 ocorrências, infraestrutura, com 5 casos, e os setores de transporte e automobilístico, ambos com 4 ocorrências. Diversos outros setores como serviços, construção civil, laticínios e industrial mostraram-se presentes como fonte de dados para problemas de decisão abordados na literatura.

Por fim, quanto ao tipo de problema de decisão, a Figura 9 ilustra as diferentes categorias de problema de decisão em que as técnicas multicritério foram aplicadas. Os problemas de decisão mais comumente evidenciados foram a ordenação de alternativas, em que essas são avaliadas e ordenadas conforme os critérios estabelecidos pelos autores, aparecendo em um total de 23 estudos, seguido da seleção de alternativas, nos quais essas são analisadas com o uso de uma técnica a fim de determinar a melhor solução para o problema tratado conforme o contexto de cada artigo, presente em 20 trabalhos. Problemas de ponderação de critérios por meio do uso de métodos de decisão multicritério, e outros casos mais específicos, tais como otimização de processos, nos quais a melhor maneira de realização de um processo é definida com o auxílio de técnicas multicritério, ou artigos em quais é feita apenas a análise comparativa das técnicas também foram encontrados entre os estudos analisados.

Figura 9 - Quantidade de estudos de acordo com tipo de problema de decisão



Fonte: Elaborado pelo autor

3.3.2.1 Análise dos fatores de comparação das técnicas

Com o objetivo de realizar uma análise dos fatores de comparação de técnicas multicritério adotados por esses estudos, foram selecionados aqueles que utilizam fatores de comparação bem definidos, e não apenas comparam os resultados obtidos por meio da aplicação das técnicas em um mesmo problema de

decisão. Enquanto 42 dos trabalhos analisados focaram simplesmente na aplicação de múltiplas técnicas em um mesmo problema a fim de comparar os resultados, os demais 22 estudos apresentaram uma comparação mais detalhada, com parâmetros de comparação claramente explicitados, tendo o caráter comparativo no centro de sua pesquisa.

Os estudos selecionados para essa análise adicional são apresentados no quadro 5.

Quadro 5 – Estudos que utilizam fatores de comparação entre técnicas de decisão

Autor(es)	Título
Salminen, Hokkanen e Lahdelma (1998)	<i>Comparing multicriteria methods in the context of environmental problems</i>
Mahmoud e Garcia (2000)	<i>Comparison of different multicriteria evaluation methods for the Red Bluff diversion dam</i>
Parkan e Wu (2000)	<i>Comparison of three modern multicriteria decision-making tools</i>
Ertuğrul e Karakaşoğlu (2008)	<i>Comparison of fuzzy AHP and fuzzy TOPSIS methods for facility location selection</i>
Srdjevic (2011)	<i>Comparison of different multicriteria methods in selecting optimal biomechanical model parameters</i>
Kayaa e Kahraman (2012)	<i>A comparison of fuzzy multicriteria decision making methods for intelligent building assessment</i>
Mela, Tiainen e Heinisuo (2012)	<i>Comparative study of multiple criteria decision making methods for building design</i>
Lima Junior, Osiro e Carpinetti (2014)	<i>A comparison between Fuzzy AHP and Fuzzy TOPSIS methods to supplier selection</i>
Lima Junior e Carpinetti (2015)	Uma comparação entre os métodos TOPSIS e Fuzzy-TOPSIS no apoio à tomada de decisão multicritério para seleção de fornecedores
Mosadeghi, Warnken, Tomlinson e Mirfenderesk (2015)	<i>Comparison of Fuzzy-AHP and AHP in a spatial multi criteria decision making model for urban land-use planning</i>
Asgari, Abbasi e Alimohamadlou (2016)	<i>Comparison of ANFIS and FAHP-FGP Methods for Supplier Selection</i>
Ceballos, Lamata e Pelta (2016)	<i>Fuzzy Multicriteria Decision-Making Methods: A Comparative Analysis</i>
Matawale, Datta e Mahapatra (2016)	<i>Supplier Selection in Agile Supply Chain: Application Potential of FMLMCDM Approach in Comparison with Fuzzy-TOPSIS and Fuzzy-MOORA</i>

Pätäri, Karell, Luukka e Yeomans (2018)	<i>Comparison of the multicriteria decision-making methods for equity portfolio selection: The U.S. evidence</i>
Nesticò e Somma (2019)	<i>Comparative Analysis of Multi-Criteria Methods for the Enhancement of Historical Buildings</i>
Zyoud e Fuchs-Hanusch (2019)	<i>Comparison of Several Decision Making Techniques: A Case of Water Losses Management in Developing Countries</i>
Ador et al. (2020)	<i>Comparison of Fuzzy-AHP and AHP Approach for Supplier Evaluation and Selection in a Cement Manufacturing Company</i>
Ghaleb et al. (2020)	<i>Assessment and Comparison of Various MCDM Approaches in the Selection of Manufacturing Process</i>
Kurniawan, Hamali e Gunawan (2020)	<i>Comparative Study of AHP and AHP-TOPSIS in Analyzing Supplier Priority (A Case Study of Diesel Fuel Supplier at PT. X)</i>
Sari, Ceylan, Özcan e Özcan (2020)	<i>A comparison of multicriteria decision analysis techniques for determining beekeeping suitability</i>
Sarraf e McGuire (2020)	<i>Integration and comparison of multi-criteria decision making methods in safe route planner</i>
Zhang, Li, Dong e Pedrycz (2020)	<i>A Comparative Study Between Analytic Hierarchy Process and Its Fuzzy Variants: A Perspective based on Two Linguistic Models</i>

Fonte: Elaborado pelo autor

Um dos aspectos centrais aos artigos comparativos são os fatores de comparação utilizados para tal. Por meio de alguns deles, é possível evidenciar os benefícios e limitações do uso de diferentes técnicas de decisão quando aplicadas em determinados contextos, como seleção de fornecedores, seleção de local para uma indústria ou seleção de melhores práticas de gerenciamento. O quadro 6 apresenta os fatores de comparação identificados na literatura e sua frequência de uso.

Quadro 6 – Fatores de comparação entre técnicas de decisão

Fatores de comparação	Utilizados por	Frequência
Diferenças no ranqueamento de alternativas	Salminen, Hokkanen e Lahdelma (1998); Kayaa e Kahraman (2012); Mela, Tiainen e Heinisuo (2012); Mosadeghi, Warnken, Tomlinson e Mirfenderesk (2015);	9

	Ceballos, Lamata e Pelta (2016); Matawale, Datta e Mahapatra (2016); Nesticò e Somma (2019); Zyoud e Fuchs-Hanusch (2019); Kurniawan, Hamali e Gunawan (2020)	
Resultados obtidos com a aplicação	Parkan e Wu (2000); Srdjevic (2011); Pätäri, Karell, Luukka e Yeomans (2018); Nesticò e Somma (2019); Ador <i>et al.</i> (2020); Sari, Ceylan, Özcan e Özcan (2020); Sarraf e McGuire (2020)	7
Número de alternativas e critérios	Lima Junior, Osiro e Carpinetti (2014); Ceballos, Lamata e Pelta (2016); Nesticò e Somma (2019); Ghaleb <i>et al.</i> (2020)	4
Performance dos métodos	Mela, Tiainen e Heinisuo (2012); Pätäri, Karell, Luukka e Yeomans (2018); Zhang, Li, Dong e Pedrycz (2020)	3
Similaridades e diferenças entre as técnicas	Parkan e Wu (2000); Ertuğrul e Karakaşoğlu (2008); Ceballos, Lamata e Pelta (2016)	3
Adição ou remoção de critérios	Srdjevic (2011); Lima Junior, Osiro e Carpinetti (2014); Ghaleb <i>et al.</i> (2020)	3
Consistência dos resultados	Mahmoud e Garcia (2000); Lima Junior e Carpinetti (2015)	2
Complexidade Computacional	Lima Junior, Osiro e Carpinetti (2014); Ghaleb <i>et al.</i> (2020)	2
Uso de pesos	Mela, Tiainen e Heinisuo (2012); Zyoud e Fuchs-Hanusch (2019)	2
Agilidade no processo de decisão	Mahmoud e Garcia (2000); Lima Junior, Osiro e Carpinetti (2014); Lima Junior e Carpinetti (2015); Ghaleb <i>et al.</i> (2020)	4
Adequação no suporte à tomada de decisão	Lima Junior, Osiro e Carpinetti (2014); Ghaleb <i>et al.</i> (2020)	2
Vantagens e desvantagens de uso	Lima Junior e Carpinetti (2015); Kurniawan, Hamali e Gunawan (2020)	2

Limitações dos métodos	Lima Junior e Carpinetti (2015); Kurniawan, Hamali e Gunawan (2020)	2
Método de cálculo das distâncias	Lima Junior e Carpinetti (2015)	1
Modo de composição das soluções ideais	Lima Junior e Carpinetti (2015)	1

Fonte: Elaborado pelo autor

Os fatores de comparação mostrados no Quadro 6 são descritos a seguir:

- a) Diferenças no ranqueamento das alternativas: os métodos são comparados de acordo com o resultado de ranqueamento final de alternativas que avaliam, identificando diferenças e similaridades (MATAWALE; DATTA; MAHAPATRA, 2016);
- b) Resultados obtidos com a aplicação: múltiplos métodos de decisão são aplicados em um mesmo problema, evidenciando os resultados que a aplicação de cada um possibilita, por exemplo na determinação de índices de rendimento ou áreas aceitáveis (PÄTÄRI; KARELL; LUUKKA; YEOMANS, 2018; SARI *et al.*, 2020);
- c) Número de alternativas e critérios: alguns métodos aplicados não possuem a mesma capacidade de lidar com um grande número de alternativas ou critérios necessários para solucionar determinados problemas de decisão. Logo, esse fator avalia se as técnicas apresentam limitações quanto à quantidade de critérios e alternativas que podem ser considerados em um mesmo problema de decisão (LIMA JUNIOR; OSIRO; CARPINETTI, 2014);
- d) Performance dos métodos: a capacidade de cada método de solucionar o problema de decisão apresentado é discutida qualitativamente frente as particularidades de cada um (MELA; TIAINEN; HEINISUO, 2012). O desempenho de cada método na solução do problema é discutido de acordo com suas características (PÄTÄRI *et al.*, 2018);
- e) Similaridades e diferenças na aplicação: a forma como o método é aplicado, como tratam os critérios e seus respectivos pesos, em qual situação se destacam, e outras comparações pontuais são observadas (ERTUĞRUL; KARAKAĞOĞLU, 2008);

- f) Adição ou remoção de critérios: realiza testes envolvendo a adição ou remoção de critérios dos modelos analisados para comparar os efeitos sobre os resultados de cada método (SRDJEVIC, 2011);
- g) Consistência dos resultados: os métodos são analisados conforme a consistência dos resultados apresentados frente a incertezas ou variações, como por exemplo a aplicação com diferentes grupos de alternativas (MAHMOUD; GARCIA, 2000);
- h) Complexidade computacional: a complexidade computacional de um método é avaliada de acordo com o número de operações necessárias para processamento de seu algoritmo de cálculo (GHALEB *et al.*, 2020);
- i) Uso de pesos: diferentes métodos são avaliados quanto ao uso de pesos para os critérios do problema de decisão. Sua forma de ponderação e implementação é comparada entre os modelos. Diferentes cálculos de ponderação podem causar distorções nos resultados, e algumas técnicas não suportam o uso de diferentes pesos para os critérios (MELA; TIAINEN; HEINISUO, 2012; ZYOUD; FUCHS-HANUSCH, 2019);
- j) Agilidade no processo de decisão: avalia a quantidade de dados de entrada necessários para a aplicação da técnica, indicando os métodos que tem implementação mais complexa por requerem mais dados (LIMA JUNIOR; CARPINETTI, 2015). A quantidade de informações a serem fornecidas pelos envolvidos na aplicação do método servem para estimar a necessidade de interação com o usuário (MAHMOUD; GARCIA, 2000);
- k) Adequação no suporte à tomada de decisão em grupo: a capacidade de cada método de lidar com os julgamentos de múltiplos tomadores de decisão é analisada (GHALEB *et al.*, 2020);
- l) Vantagens e desvantagens de uso: os pontos positivos e negativos observados na aplicação de cada método são descritos, de forma a evidenciar as vantagens e desvantagens de uso em um mesmo problema de decisão (KURNIAWAN; HAMALI; GUNAWAN, 2020);
- m) Limitações dos métodos: de modo similar ao item anterior, esse fator avalia as limitações de uso de cada técnica, de modo a comparar a aplicabilidade de diferentes métodos frente a um problema de decisão (KURNIAWAN; HAMALI; GUNAWAN, 2020);

- n) Método de cálculo das distâncias: identifica os métodos utilizados por algumas técnicas para o cálculo de distâncias entre valores que fazem parte do problema de decisão (LIMA JUNIOR; CARPINETTI, 2015);
- o) Modo de composição das soluções ideais: no caso de métodos que fazem uso de soluções ideais na sua implementação, como por exemplo TOPSIS e VIKOR, esse fator compara como é feita a composição dessas soluções por cada técnica (LIMA JUNIOR; CARPINETTI, 2015).

Por meio da aplicação de múltiplas técnicas em certos domínios de pesquisa e da análise utilizando alguns dos fatores apresentados, torna-se possível indicar quais modelos podem ser aplicados mais efetivamente, ou de acordo com as necessidades específicas da situação em que a decisão será tomada.

Diversos estudos analisados permitiram evidenciar a capacidade de lidar com situações em que é necessária a tomada de decisão com o uso de diferentes técnicas multicritério, com as quais foi possível alinhar as características destas com as do problema tratado. A comparação de diferentes técnicas em diversos tipos de problemas de decisão elucida a capacidade de solução destes com diferentes métodos disponíveis na literatura, facilitando a escolha das técnicas mais adequadas ao processo de decisão considerado. O auxílio na tomada de decisão, a consideração de múltiplos critérios e alternativas e o desempenho dos vários métodos abordados na literatura são algumas das características que explicitam a utilidade destas técnicas em situações tais como a seleção de fornecedores, planejamento urbano ou seleção de projetos (MAHMOUD; GARCIA, 2000; MOSADEGHI *et al.*, 2015; MATAWALE; DATTA; MAHAPATRA, 2016).

A comparação de técnicas com fatores bem definidos permite uma maior facilidade no alinhamento das características e vantagens de determinado método com os requerimentos específicos do problema que deseja resolver. Uma das técnicas com características particulares, e que se mostra adequada para auxiliar a tomada de decisão sob incerteza é o *Hesitant Fuzzy* TOPSIS, apresentado na seção seguinte.

3.4 HESITANT FUZZY TOPSIS

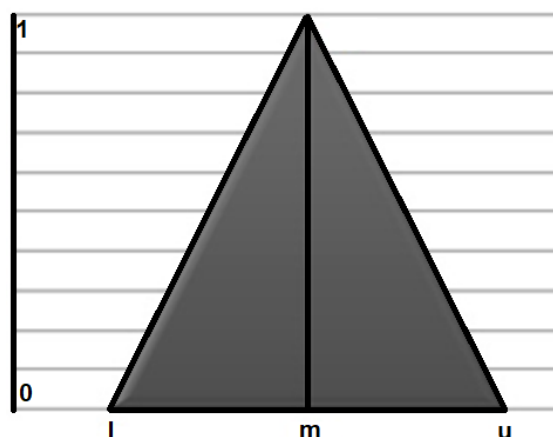
Nessa seção são apresentados os preceitos básicos das teorias referentes aos conjuntos *fuzzy* e *hesitant fuzzy*, bem como um levantamento das diferentes versões do método *hesitant fuzzy* TOPSIS. Também são apresentadas as equações que servirão de base para os modelos *hesitant fuzzy* TOPSIS a serem comparados.

3.4.1 Introdução à Teoria dos Conjunto *Fuzzy*

A teoria dos conjuntos *fuzzy* foi desenvolvida por Zadeh (1965), tendo como objetivo permitir a modelagem de sistemas com categorias de elementos cujas fronteiras são consideradas incertas (LIMA JR.; CARPINETTI, 2015). Um conjunto *fuzzy* é modelado por uma função de pertinência $\mu_A(x): X \rightarrow [0,1]$, que possibilita níveis parciais de pertinência. Diferentemente da teoria dos conjuntos clássica, onde cada conjunto é definido usando uma função $\mu_A(x): X \rightarrow \{0,1\}$, na lógica *fuzzy* a função $\mu_A(x)$ inclui valores no intervalo contínuo $[0, 1]$. Nessa definição, um conjunto *fuzzy* é caracterizado por uma função de pertinência, cuja a transição de não pertinência para pertinência é gradual e não abrupta, dentro de um intervalo entre zero e um (ZADEH, 1965).

Um caso específico de conjunto *fuzzy* são os números *fuzzy*. Estes atendem às condições de normalidade e convexidade, sendo frequentemente representados em formatos triangulares ou trapezoidais. Esses números *fuzzy* podem ser utilizados para representar termos linguísticos de acordo com o formato escolhido. No caso de número *fuzzy* triangular, é representado pelos seus vértices (l, m, u) , onde l e u , representam os limites inferior e superior respectivamente, e m , o valor *crisp* central. A figura 10 apresenta um exemplo de número *fuzzy* triangular (PEDRYCZ; GOMIDE, 2007).

Figura 10 - Número fuzzy triangular



Fonte: Adaptado de Pedrycz e Gomide (2007)

3.4.2 Fundamentos dos Conjuntos *Hesitant Fuzzy*

Diversas extensões da teoria dos conjuntos *fuzzy* originada em Zadeh (1965) surgiram como modo de lidar com diferentes níveis de incertezas presentes no processo de tomada de decisão (SENVAR; OTAY; BOLTURK, 2016). Uma dessas abordagens são os conjuntos *hesitant fuzzy* (*Hesitant Fuzzy Sets – HFS*) desenvolvidos por Torra (2010), e que permitem modelar incertezas decorrentes da hesitação presente no processo decisório. Segundo Torra (2010), a dificuldade abordada por essa teoria é decorrente do processo de definição da associação de um elemento, pois para se estabelecer o grau dessa associação, existe um conjunto de valores possíveis. Torra (2010) restringe o grau de adesão de um elemento a um conjunto de múltiplos valores possíveis entre zero e um.

O julgamento com base em um único termo linguístico (como na lógica *fuzzy*) pode se mostrar limitado para os especialistas quando existem incertezas e consequentemente hesitação no momento de representar suas preferências. Nesses casos, o uso de técnicas que possibilitem adotar dois ou mais termos na representação de seus julgamentos é mais indicado (RODRÍGUEZ; MARTINEZ; HERRERA, 2012).

Com base no conceito de conjuntos *hesitant fuzzy* (TORRA, 2010), Rodriguez, Martinez e Herrera (2012) elaboraram a abordagem *Hesitant Fuzzy Linguistic Term Set* (HFLTS), que permite o uso de múltiplos termos linguísticos para expressar os julgamentos dos decisores. Com essa abordagem, os

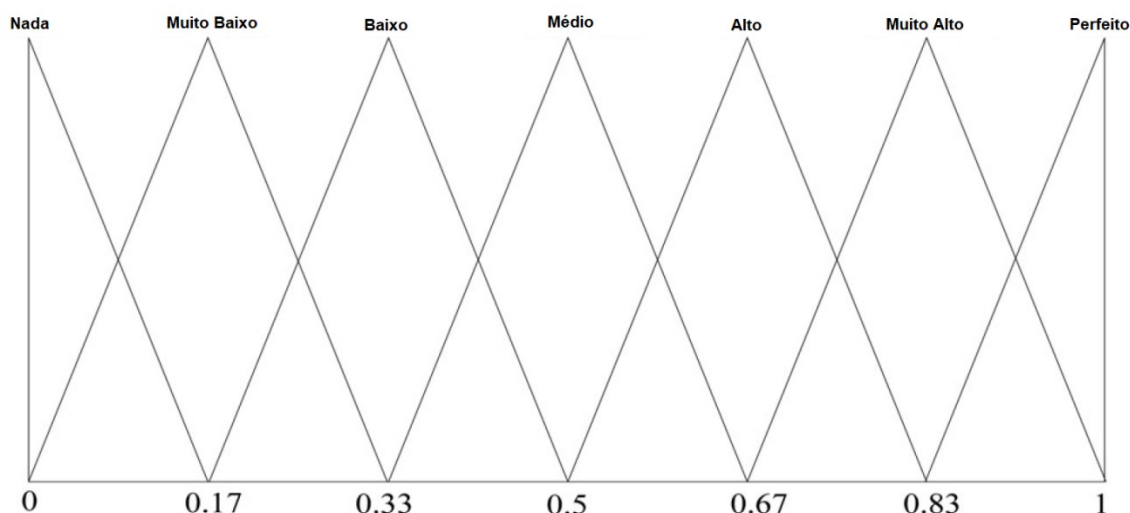
juízos dos decisores podem ser representados por um intervalo linguístico, tais como “entre médio e bom”, ou “pelo menos bom”.

Um dos modelos que será implementado nesse estudo faz uso da abordagem HFLTS, a qual tem suas principais definições apresentadas na sequência.

3.4.2.1 Hesitant Fuzzy Linguistic Term Sets (HFLTS)

A figura 11 apresenta um conjunto HFLTS, com a seguinte definição: seja S um conjunto de termos linguísticos, sendo $S = \{s_0, \dots, s_g\}$, H_s é um subconjunto ordenado finito dos termos linguísticos consecutivos de S . Um HFLTS vazio e um HFLTS completo para uma variável linguística (ϑ) podem ser definidos da seguinte forma (RODRÍGUEZ; MARTÍNEZ; HERRERA, 2012; BEG; RASHID, 2013):

Figura 11 - Representação de um HFLTS com 7 termos



Fonte: Adaptado de Rodriguez, Martinez e Herrera (2012)

1. HFLTS vazio: $H_s(\vartheta) = \{\}$
2. HFLTS completo: $H_s(\vartheta) = S$

Rodrigues, Martinez e Herrera (2012) propuseram uma gramática livre de contexto (*context-free grammar*) para extrair o HFLTS de expressões linguísticas humanas, devido ao fato de que tomadores de decisão frequentemente realizam juízos utilizando expressões linguísticas, e não somente um termo linguístico.

Um exemplo de HFLTS pode ser definido da seguinte maneira: considerando S como um conjunto de termos linguísticos tais que, $S = \{s_0: \text{Muito Ruim}, s_1: \text{Ruim}, s_2: \text{Médio}, s_3: \text{Bom}, s_4: \text{Muito Bom}\}$, alguns dos subconjuntos possíveis de S podem ser expressos como: $Hs(\vartheta) = \{s_1: \text{Ruim}, s_2: \text{Médio}, s_3: \text{Bom}\}$ ou $Hs(\vartheta) = \{s_3: \text{Bom}, s_4: \text{Muito Bom}\}$. O método *Hesitant Fuzzy TOPSIS* utiliza subconjuntos como estes para representar os julgamentos de um decisor em relação ao desempenho das alternativas em cada critério (BEG; RASHID, 2013).

3.4.2.2 Limites superior e inferior de um HFLTS

Seja S um conjunto de termos linguísticos, $S = \{s_0, \dots, s_g\}$, e Hs um HFLTS. O limite superior Hs^+ e o limite inferior Hs^- de Hs são definidos pelas respectivas equações 1 e 2 (RODRÍGUEZ; MARTÍNEZ; HERRERA, 2012), definidas como:

1. $Hs^+ = (s_i) = s_j, s_i \in Hs \text{ e } s_i \leq s_j \forall i;$
2. $Hs^- = (s_i) = s_j, s_i \in Hs \text{ e } s_i \geq s_j \forall i.$

3.4.2.3 Envoltório de um HFLTS

O envoltório de um HFLTS, $env(Hs)$, é um intervalo linguístico cujos limites são obtidos por meio dos termos superior (*max*) e inferior (*min*) do subconjunto. Logo, $env(Hs) = [Hs^-, Hs^+]$ (RODRÍGUEZ; MARTÍNEZ; HERRERA, 2012).

Um envoltório é definido no seguinte exemplo: seja $S = \{s_0: \text{Muito Ruim}, s_1: \text{Ruim}, s_2: \text{Médio}, s_3: \text{Bom}, s_4: \text{Muito Bom}\}$ um conjunto de termos linguísticos, e $Hs = \{s_1: \text{Ruim}, s_2: \text{Médio}, s_3: \text{Bom}\}$ um HFLTS de S , então o envoltório será (BEG; RASHID, 2013):

$$Hs^- = \min (s_1: \text{Ruim}, s_2: \text{Médio}, s_3: \text{Bom})$$

$$Hs^- = s_1: \text{Ruim}$$

$$Hs^+ = \max (s_1: \text{Ruim}, s_2: \text{Médio}, s_3: \text{Bom})$$

$$Hs^+ = s_3: \text{Bom}$$

$$e(Hs) = [s_1, s_3] = [s_1: \text{Ruim}, s_3: \text{Bom}].$$

3.4.2.4 Transformação de expressões linguísticas em HFLTS

A função $E_{GH}: \mathcal{L} \rightarrow Hs$ permite transformar as expressões linguísticas em um HFLTS (Hs) (RODRÍGUEZ; MARTINEZ; HERRERA, 2012), conforme seu significado, da seguinte forma:

- 1) $EGH(s_i) = \{s_i \mid s_i \in S\}$;
- 2) $EGH(\text{no máximo } s_i) = \{s_j \mid s_j \in S \text{ and } s_j \leq s_i\}$;
- 3) $EG(\text{menor que } s_i) = \{s_j \mid s_j \in S \text{ and } s_j < s_i\}$;
- 4) $EG(\text{pelo menos } s_i) = \{s_j \mid s_j \in S \text{ and } s_j \geq s_i\}$;
- 5) $EG(\text{maior que } s_i) = \{s_j \mid s_j \in S \text{ and } s_j > s_i\}$;
- 6) $EG(\text{entre } s_i \text{ e } s_j) = \{s_k \mid s_k \in S \text{ and } s_i \leq s_k \leq s_j\}$;

3.4.2.5 Distância entre dois HFLTS

A distância entre dois HFLTS pode ser definida da seguinte maneira: Sejam H_{S1} e H_{S2} dois HFLTS, com $env(H_{S1}) = [Sp, Sq]$ e $env(H_{S2}) = [Sp', Sq']$. Então, a distância entre H_{S1} e H_{S2} é dada pela seguinte equação (BEG; RASHID, 2013):

$$(H_{S1, S2}) = |q' - q| + |p' - p|$$

3.5 MAPEAMENTO DOS MÉTODOS *HESITANT FUZZY TOPSIS*

Desde que a Teoria dos conjuntos *Hesitant Fuzzy* foi proposta por Torra (2010) para apoiar situações de decisão sob incerteza e hesitação, diferentes combinações foram feitas envolvendo essa teoria, suas extensões e o método TOPSIS. O Quadro 7 detalha os diferentes métodos *Hesitant Fuzzy TOPSIS* encontrados na literatura, destacando a forma de representação das pontuações das alternativas, a capacidade de suportar ou não processos de decisão em grupo, a possibilidade de atribuição de pesos aos critérios, bem como a possibilidade de utilizar expressões linguísticas. O mapeamento das características dessas abordagens (mostradas nas colunas) foi desenvolvido pelo autor desse estudo e forneceu subsídios para a escolha dos métodos a serem comparados.

Quadro 7 – Mapeamento das abordagens Hesitant Fuzzy TOPSIS

Autores	Forma de Representação das pontuações das alternativas	Suporte à decisão em grupo	Atribuição de pesos aos critérios	Uso de expressões linguísticas
Beg e Rashid (2013)	<i>Hesitant Fuzzy Linguistic Term Sets</i> (HFLTS)	Sim. Utiliza um procedimento de cálculo para gerar uma matriz de decisão	Não permite.	O uso de HFLTS possibilita essas expressões, embora os autores não

		agregada.		tenham aplicado.
Xu e Zhang (2013)	<i>Hesitant Fuzzy Sets</i> (HFS)	Sim. A junção dos valores de pertinência dados por cada decisor determina os valores da matriz agregada.	Não permite, mas apresenta um procedimento de programação matemática para determinar os pesos.	Não permite.
Xu e Zhang (2013)	<i>Interval-valued Hesitant Fuzzy Sets</i> (IVHFS)	Sim. A junção dos valores de IVHFS dados por cada decisor determina os valores da matriz agregada.	Não permite, mas apresenta um procedimento de programação matemática para determinar os pesos.	Não permite.
Liu e Rodriguez (2014)	<i>Hesitant Fuzzy Linguistic Term Sets</i> (HFLTTS)	Não.	Sim, em formato <i>crisp</i> .	Sim.
Onar, Oztaysi e Kahraman (2014)	<i>Hesitant Fuzzy Sets</i> (HFS)	Sim. A junção dos valores de pertinência dados por cada decisor determina os valores da matriz agregada. Valores repetidos são eliminados.	Sim. Os autores sugerem o uso de <i>Trapezoidal Interval Type-2 fuzzy AHP</i> , que produzem valores em formato <i>crisp</i> .	Não permite.
Liao e Xu (2015)	<i>Hesitant Fuzzy Linguistic Term Sets</i> (HFLTTS)	Não.	Sim, em formato <i>crisp</i> .	Sim.
Senvar, Otay e Bolturk (2016)	<i>Triangular Fuzzy Hesitant Fuzzy Sets</i> (TFHFS)	Sim.	Sim, em formato de TFHFS.	Não permite.
Wu, Xu, Jiang e Zhong (2019)	<i>Possibility Distribution Hesitant Fuzzy Linguistic Term Sets</i> (PDHFLTTS)	Sim.	Sim. Possibilita o uso de valores desfuzzificados (na forma de números reais).	Sim.

Fonte: Elaborado pelo autor

Para escolher os métodos comparados neste estudo, foram considerados os seguintes critérios:

- a) **Apoio à decisão em grupo:** como a seleção de fornecedores requer a participação de especialistas de diferentes áreas funcionais da empresa compradora, é desejável que o método permita considerar os julgamentos de múltiplos decisores. Com a aplicação desse critério, foram excluídos os métodos propostos por Liu e Rodríguez (2014) e Liao e Xu (2015);
- b) **Compatibilidade entre os tipos de valores de entrada:** para garantir a consistência da comparação, deve-se atestar que os mesmos valores de entrada (pontuações dos fornecedores) possam ser usados em ambos os métodos comparados. A partir da aplicação desse critério, excluiu-se os métodos propostos por Senvar, Otay e Bolturk (2016) e Xu e Zhang (2013);
- c) **Simplicidade do método e facilidade de implementação:** esse critério levou em conta a facilidade de entendimento do método, a quantidade de operações e a complexidade destas na aplicação. Considerando esse fator, dentre as opções restantes, foram escolhidos os estudos propostos por Beg e Rashid (2013) e Wu *et al.* (2019), os quais são detalhados na próxima seção.

4 MÉTODOS HESITANT FUZZY TOPSIS SELECIONADOS

4.1 MÉTODO 1 - HESITANT FUZZY TOPSIS (BEG; RASHID, 2013)

O método *Hesitant Fuzzy* TOPSIS desenvolvido por Beg e Rashid (2013) é baseado no mesmo princípio do método TOPSIS, que consiste em priorizar as alternativas de acordo com sua proximidade em relação à solução ideal positiva (SIP) e à solução ideal negativa (SIN). Enquanto a SIP é formada pelas melhores pontuações alcançadas pelas alternativas em cada critério, a SIN é composta pelas piores pontuações. Os passos desse método são detalhados a seguir com base em Beg e Rashid (2013):

- a) **Passo 1:** seja $\tilde{X}^l = [H_{Sij}^l]_{m \times n}$ uma matriz de decisão *fuzzy*; $E = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ é o conjunto de especialistas envolvidos no processo decisório; $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ é o conjunto das alternativas consideradas; e $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ é o conjunto dos critérios utilizado para avaliar as alternativas. O desempenho da alternativa A_i em relação ao critério C_j é denotado como x_{ij} . A matriz de decisão agregada $X = [x_{ij}]$, com $X_{ij} = [S_{pij}, S_{qij}]$, é calculada considerando as diversas opiniões dos decisores $(\tilde{X}^1, \tilde{X}^2, \dots, \tilde{X}^k)$, de acordo com as equações 1 e 2;

$$s_{pij} = \min \left\{ \min_{l=1}^k (\max H_{Sij}^l), \max_{l=1}^k (\min H_{Sij}^l) \right\} \quad (1)$$

$$s_{qij} = \max \left\{ \min_{l=1}^k (\max H_{Sij}^l), \max_{l=1}^k (\min H_{Sij}^l) \right\} \quad (2)$$

- b) **Passo 2:** seja Ω_b uma coleção de critérios de benefício (ou seja, quanto maior o desempenho em C_j , maior será a pontuação final) e Ω_c seja uma coleção de critérios de custo (quanto menor o desempenho em C_j , maior será a pontuação final). A SIP é representada como $\tilde{A}^+ = (\tilde{V}_1^+, \tilde{V}_2^+, \dots, \tilde{V}_n^+)$ e a SIN é definida como $\tilde{A}^- = (\tilde{V}_1^-, \tilde{V}_2^-, \dots, \tilde{V}_n^-)$. As equações 3 e 4 orientam a composição das SIP e SIN para critérios de benefício e de custo. Nessas equações, $\tilde{V}_j^+ = [v_{pj}, v_{qj}]$, ($j = 1, 2, \dots, n$) e ($i = 1, 2, \dots, m$);

$$\tilde{A}^+ = \left[\left(\left(\max_{l=1}^k \left(\max_j H_{Sj}^l \right) \right) \middle| j \in \Omega_b, \left(\min_{l=1}^k \left(\min_j H_{Sj}^l \right) \right) \middle| j \in \Omega_c \right), \right. \\ \left. \left(\left(\max_{l=1}^k \left(\max_j H_{Sj}^l \right) \right) \middle| j \in \Omega_b, \left(\min_{l=1}^k \left(\min_j H_{Sj}^l \right) \right) \middle| j \in \Omega_c \right) \right] \quad (3)$$

$$\tilde{A}^- = \left[\left(\left(\min_{l=1}^k \left(\min_j H_{Sj}^l \right) \right) \middle| j \in \Omega_b, \left(\max_{l=1}^k \left(\max_j H_{Sj}^l \right) \right) \middle| j \in \Omega_c \right), \right. \\ \left. \left(\left(\min_{l=1}^k \left(\min_j H_{Sj}^l \right) \right) \middle| j \in \Omega_b, \left(\max_{l=1}^k \left(\max_j H_{Sj}^l \right) \right) \middle| j \in \Omega_c \right) \right] \quad (4)$$

c) **Passo 3:** construir uma matriz de separação ideal positiva (D^+) e uma matriz de separação ideal negativa (D^-) conforme as equações 5 e 6. Cada elemento dessas matrizes é calculado por meio da expressão 7, na qual p e q são os limites do envoltório do conjunto H_S^1 , e p' e q' são os limites do envoltório de H_S^2 ;

$$D^+ = \begin{pmatrix} d(x_{11}, \tilde{V}_1^+) + d(x_{12}, \tilde{V}_2^+) + \dots + d(x_{1n}, \tilde{V}_n^+) \\ d(x_{21}, \tilde{V}_1^+) + d(x_{22}, \tilde{V}_2^+) + \dots + d(x_{2n}, \tilde{V}_n^+) \\ \vdots + \vdots + \vdots + \vdots \\ d(x_{m1}, \tilde{V}_1^+) + d(x_{m2}, \tilde{V}_2^+) + \dots + d(x_{mn}, \tilde{V}_n^+) \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$D^- = \begin{pmatrix} d(x_{11}, \tilde{V}_1^-) + d(x_{12}, \tilde{V}_2^-) + \dots + d(x_{1n}, \tilde{V}_n^-) \\ d(x_{21}, \tilde{V}_1^-) + d(x_{22}, \tilde{V}_2^-) + \dots + d(x_{2n}, \tilde{V}_n^-) \\ \vdots + \vdots + \vdots + \vdots \\ d(x_{m1}, \tilde{V}_1^-) + d(x_{m2}, \tilde{V}_2^-) + \dots + d(x_{mn}, \tilde{V}_n^-) \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$d(H_S^1, H_S^2) = |q' - q| + |p' - p| \quad (7)$$

d) **Passo 4:** calcular a proximidade relativa (*relative closeness*, RC) de cada alternativa para a solução ideal usando a equação 8, na qual $D_i^- = \sum_{j=1}^n d(x_{ij}, \tilde{V}_j^-)$ e $D_i^+ = \sum_{j=1}^n d(x_{ij}, \tilde{V}_j^+)$;

$$RC(A_i) = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-} \quad (8)$$

- e) **Passo 5:** Classificar todas as alternativas A_i ($i = 1, 2, \dots, m$) de acordo com o coeficiente de proximidade $RC(A_i)$. Quanto maior o valor de $RC(A_i)$, melhor é o desempenho final da alternativa A_i .

4.2 MÉTODO 2 - *HESITANT FUZZY TOPSIS* (WU *et al.*, 2019)

O segundo método *Hesitant Fuzzy TOPSIS* a ser comparado neste estudo foi proposto por Wu, Xu, Jiang e Zhong (2019), e também prioriza as alternativas de acordo com sua proximidade em relação à SIP e SIN. Assim como o método anterior, ele utiliza a abordagem HFLTS (RODRÍGUEZ, MARTÍNEZ E HERRERA, 2012), permitindo o uso de termos linguísticos para definir o desempenho de cada alternativa. Os passos dos métodos são apresentados a seguir, com base em Wu *et al.* (2019)

- a) **Passo 1:** cálculo das matrizes de decisão individuais normalizadas. As matrizes são determinadas de acordo com as avaliações das alternativas em relação a critérios de benefício e critérios de custo. Nesse método, critérios de custo são transformados de acordo com o operador *Neg*, definido pela equação 9. Seja $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ o conjunto dos termos linguísticos, $\vartheta = \{s_L, s_{L+1}, \dots, s_U\}$ um HFLTS, então:

$$Neg(\vartheta) = \{Neg(s_L), Neg(s_{L+1}), \dots, Neg(s_U)\} = \{s_U, \dots, s_{L+1}, s_L\} \quad (9)$$

- b) **Passo 2:** é realizada a definição dos pesos diferenciados para cada tomador de decisão envolvido no processo, os quais são calculados por meio do uso de distâncias geodésicas entre dois HFLTS (equação 10). Sejam dois HFLTS $H_S^1 = \{h_{i1}, \dots, h_{j1}\}$ e $H_S^2 = \{h_{i2}, \dots, h_{j2}\}$, a distância geodésica é dada por:

$$d_{geo}(H_S^1, H_S^2) = d_{geo}(\{h_{i1}, \dots, h_{j1}\}, \{h_{i2}, \dots, h_{j2}\}) = |i1 - i2| + |j1 - j2| \quad (10)$$

A partir da equação 10 é possível obter os pesos das importâncias dos decisores, que são normalizados por meio da equação 11:

$$\lambda_k = \frac{GCI_k}{\sum_{i=1}^k GCI_i} \quad (11)$$

onde k é o número de decisores, e GCI_k é dado pela equação 12:

$$GCI_k = \sum_{\substack{l=1, \\ l \neq k}}^t \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m d_{geo}(H_l^1, H_k^2) \quad (12)$$

onde l e k são os números correspondentes dos decisores, i é o número de alternativas e j o número de critérios do problema de decisão.

- c) **Passo 3:** realiza-se o cálculo de matrizes de decisão individuais com distribuições de possibilidades para cada HFLTS, denominadas de PDHFLTS (*Possibility Distributions Hesitant Fuzzy Linguistic Term Sets*). O valor de cada elemento das distribuições de possibilidade (p_l) é calculado por meio da equação 13. Seja $S = \{s_1, s_2, \dots, s_g\}$ o conjunto de termos linguísticos e $H_s^1 = \{s_L, s_{L+1}, \dots, s_U\}$ um HFLTS em S , a distribuição de possibilidade correspondente a H_s^1 em S é $P = (p_0, p_1, \dots, p_l, \dots, p_g)$, onde p_l denota a possibilidade que a alternativa tem numa avaliação s_l tal que $\sum_{l=L}^U p_l = \sum_{l=0}^g p_l = 1$ e $0 \leq p_l \leq 1$, $l = 0, 1, \dots, g$. Esses valores das distribuições de possibilidade estão associados ao nível de hesitação do decisor. Por exemplo, considerando o conjunto de termos definidos na Figura 11, para um julgamento linguístico definido como $H_s = \{s_1: \text{Ruim}, s_2: \text{Médio}, s_3: \text{Bom}\}$, a distribuição será $P = (0; 0,33; 0,33; 0,33; 0; 0; 0; 0)$. Para $H_s = \{s_3: \text{Bom}, s_4: \text{Muito Bom}\}$, a distribuição será $P = (0; 0; 0,5; 0,5; 0; 0; 0)$. Dessa forma, quando o decisor seleciona uma quantidade maior de termos linguísticos ao exprimir um julgamento, o peso (p_l) atribuído a cada termo individualmente será menor.

$$p_l = \begin{cases} 0 & l = 0, 1, \dots, L - 1, \\ \frac{1}{U - L + 1} & l = L, L + 1, \dots, U, \\ 0 & l = U + 1, \dots, g \end{cases} \quad (13)$$

Passo 4: é utilizada a função de agregação HFLWA (*Hesitant Fuzzy Linguistic Weighted Average*) que une as matrizes PDHFLTS, normalizando as matrizes com o peso dos decisores e gerando uma matriz HFLWA única. Seja $S = \{s_1, s_2, \dots, s_g\}$ o conjunto de termos linguísticos, $A_H = \{H_1, \dots, H_n\}$ um conjunto PDHFLTS, onde $\omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ é o vetor de pesos dos decisores, tal que $0 \leq \omega_i \leq 1$ e $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$. Cada H_k tem sua distribuição de possibilidade denotada como $P^k = (p_0^k, \dots, p_l^k, \dots, p_g^k)$. O operador *Hesitant Fuzzy Linguistic Weighted Average* (HFLWA) é definido por uma distribuição de possibilidade $P = (p_0, \dots, p_l, \dots, p_g)$ em S , conforme a Equação 14.

$$HFLWA(H_1, \dots, H_n) = HFLWA(P^1, \dots, P^n) \triangleq HFLWA(p_0, \dots, p_l, \dots, p_g) \quad (14)$$

onde $p_l = \sum_{k=1}^n \omega_k p_l^k$, p_l é a possibilidade de que $s_l \in S$ possa ser usada como valor de avaliação dada pelo grupo.

A partir da matriz HFLWA são calculadas a média e variância de cada um dos seus elementos. Seja $S = \{s_0, s_1, \dots, s_g\}$ o conjunto de termos linguísticos, $\vartheta \in H_s$. A distribuição de possibilidade correspondente para ϑ é $P = (p_0, \dots, p_l, \dots, p_g)$. A média $E(\vartheta)$ para ϑ indicado por P pode ser definida pela equação 15:

$$E(\vartheta) = \sum_{l=0}^g NS(s_l) p_l \quad (15)$$

onde $NS(s_l)$ é a escala numérica para o termo linguístico s_l . A variância $Var(\vartheta)$ para ϑ indicado por P pode ser definida pela equação 16:

$$Var(\vartheta) = \sum_{l=0}^g (NS(s_l) - E(\vartheta))^2 p_l \quad (16)$$

onde $NS(s_l)$ é a escala numérica para o termo linguístico s_l

e) **Passo 5:** definição das soluções ideais positiva (SIP) e negativa (SIN) por meio das equações 17 e 18, respectivamente:

$$f_j^+ = \max_i r_{ij}^c, j = 1, 2, \dots, m, \quad (17)$$

$$f_j^- = \min_i r_{ij}^c, j = 1, 2, \dots, m \quad (18)$$

- f) **Passo 6:** cálculo da distância das alternativas quanto às soluções ideais positiva e negativa. Essa distância, definida com *m-dimensional Euclidean distance*, pode ser calculada pelas equações 19 e 20:

$$d_{i,Euc}^+ = \left\{ \sum_{j=1}^m w_j (d(r_{ij}^c, f_j^+))^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, i = 1, 2, \dots, n, \quad (19)$$

$$d_{i,Euc}^- = \left\{ \sum_{j=1}^m w_j (d(r_{ij}^c, f_j^-))^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (20)$$

A distância entre dois PDHFLTS é definida a seguir. Seja S o conjunto dos termos linguísticos, ϑ e η . Sejam $P = (p_0, \dots, p_l, \dots, p_g)$ e $Q = (q_0, \dots, q_l, \dots, q_g)$ as distribuições de possibilidades para ϑ e η , respectivamente. Então, a distância entre ϑ e η baseada em P e Q é definida por meio da equação 21:

$$d_{pd}(\vartheta, \eta) = \frac{1}{g} |E(\vartheta) - E(\eta)| = \frac{1}{g} \left| \sum_{l=0}^g NS(s_l) p_l - \sum_{l=0}^g NS(s_l) q_l \right| \quad (21)$$

onde $NS(s_l)$ é a escala numérica para o termo linguístico s_l .

- g) **Passo 7:** calcular a proximidade relativa (*relative closeness*, RC) de cada alternativa para a solução ideal usando a equação 22, de modo similar ao método de Beg e Rashid (2013):

$$RC(A_i) = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-} \quad (22)$$

- h) **Passo 8:** classificar todas as alternativas A_i ($i = 1, 2, \dots, m$) de acordo com o coeficiente de proximidade $RC(A_i)$. Quanto maior o valor de $RC(A_i)$, melhor é o desempenho final da alternativa A_i .

5 RESULTADOS

Nesta seção, o problema de decisão abordado neste estudo é apresentado. Em sequência, os métodos escolhidos para comparação são aplicados no problema. Por fim, os métodos são comparados de acordo com os fatores de comparação definidos.

5.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DE DECISÃO

Para fins de aplicação dos modelos apresentados, um problema de seleção de fornecedores adaptado de Oliveira (2022) foi utilizado como fonte de dados. Esses dados são oriundos de uma empresa de serviços elétricos em que a necessidade de seleção de fornecedores é constante. Para a aplicação dos métodos *Hesitant Fuzzy TOPSIS*, foram considerados então 4 alternativas (A1, A2, A3, A4), 4 critérios de decisão (C1, C2, C3, C4), 7 termos linguísticos, e 2 tomadores de decisão (DM1, DM2).

Os critérios de decisão definidos para o problema de seleção de fornecedores foram os seguintes (OLIVEIRA, 2022):

- a) C1 – Qualidade do produto (critério de benefício). Refere-se à habilidade de um produto ou serviço de consistentemente alcançar ou exceder as expectativas do cliente;
- b) C2 – Preço (critério de custo). Refere-se aos preços dos produtos e serviços oferecidos pelos fornecedores;
- c) C3 – Prazo (critério de custo). Refere-se ao prazo necessário para entregas por parte do fornecedor;
- d) C4 – Serviço de entrega (critério de benefício). Refere-se a existência de serviço de entrega por parte do fornecedor, bem como a excelência e flexibilidade quanto a esse serviço.

Para a representação das avaliações das alternativas em relação aos critérios foram utilizados *Hesitant Fuzzy Linguistic Terms Sets*. O quadro 8 apresenta os termos utilizados.

Quadro 8 – Termos e expressões linguísticas e representação HFLTS para avaliação das alternativas

Termo / expressão linguística	Abreviatura	Representação utilizada
Péssimo	P	s_0
Muito Ruim	MR	s_1
Ruim	R	s_2
Médio	M	s_3
Bom	B	s_4
Muito Bom	MB	s_5
Excelente	E	s_6
Entre Muito Bom e Excelente	Entre MB e E	s_5, s_6
Entre Médio e Bom	Entre M e B	s_3, s_4
Entre Bom e Muito Bom	Entre B e MB	s_4, s_5
Entre Ruim e Médio	Entre R e M	s_2, s_3

Fonte: Adaptado de Oliveira (2022)

As avaliações realizadas pelos decisores 1 e 2, em expressões linguísticas, são apresentadas nas tabelas 1 e 2, respectivamente.

Tabela 1 – Julgamentos do Decisor 1 em relação ao desempenho dos fornecedores

	Qualidade de produto	Preço	Prazo	Serviço de entrega
	C1	C2	C3	C4
A1	B	E	B	M
A2	MB	MB	E	E
A3	E	B	MB	B
A4	B	MB	B	M

Fonte: Adaptado de Oliveira (2022)

Tabela 2 – Julgamentos do Decisor 2 em relação ao desempenho dos fornecedores

	Qualidade de produto	Preço	Prazo	Serviço de entrega
	C1	C2	C3	C4
A1	Entre M e B	Entre MB e E	Entre M e B	Entre R e M
A2	Entre B e MB	Entre B e MB	Entre MB e E	Entre MB e E
A3	Entre MB e E	Entre M e B	Entre MB e E	Entre B e MB
A4	Entre MB e E	B	Entre M e B	MB

Fonte: Adaptado de Oliveira (2022)

5.2 APLICAÇÃO DO MODELO 1

Para a aplicação do método *Hesitant Fuzzy TOPSIS* de Beg e Rashid (2013), denominado de “modelo 1”, considerou-se o conjunto $S = \{s_0 = \text{péssimo}, s_1 = \text{muito ruim}, s_2 = \text{ruim}, s_3 = \text{médio}, s_4 = \text{bom}, s_5 = \text{muito bom}, s_6 = \text{excelente}\}$ para a representação da avaliação de desempenho das alternativas por parte dos decisores.

Com a aplicação das equações 1 e 2, foi determinada a matriz de julgamentos agregados dos decisores, apresentada na tabela 3.

Tabela 3 – Julgamentos agregados dos decisores para o método 1

Alternativas	C1		C2		C3		C4	
	p ₁	q ₁	p ₂	q ₂	p ₃	q ₃	p ₄	q ₄
A1	4	4	6	6	4	4	3	3
A2	5	5	5	5	6	6	6	6
A3	6	6	4	4	5	5	4	4
A4	4	5	4	5	4	4	3	5

Fonte: Elaborado pelo autor

Dada a matriz de julgamentos agregados, a aplicação das equações 3 e 4 permitiu a definição das soluções ideais positiva (SIP) e negativa (SIN), apresentadas na tabela 4.

Tabela 4 – Soluções ideais positiva e negativa para o método 1

Alternativas	C1		C2		C3		C4	
	p ₁	q ₁	p ₂	q ₂	p ₃	q ₃	p ₄	q ₄
SIP	6	6	3	4	3	4	6	6
SIN	3	4	6	6	6	6	2	3

Fonte: Elaborado pelo autor

Fazendo uso das equações 5, 6 e 7, a distância entre a matriz de julgamentos agregados e as soluções ideais foi determinada, permitindo a construção das matrizes de separação ideal positiva (D^+) e negativa (D^-), evidenciadas nas tabelas 5 e 6.

Tabela 5 – Matriz de separação ideal positiva (D^+)

Alternativas	$d(x_1, D^+)$	$d(x_2, D^+)$	$d(x_3, D^+)$	$d(x_4, D^+)$	Σ
A1	4	5	1	6	16
A2	2	3	5	0	10
A3	0	1	3	4	8
A4	3	2	1	4	10

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 6 – Matriz de separação ideal negativa (D^-)

Alternativas	$d(x_1, D^-)$	$d(x_2, D^-)$	$d(x_3, D^-)$	$d(x_4, D^-)$	Σ
A1	1	0	4	1	6

Alternativas	$d(x_1, D^+)$	$d(x_2, D^+)$	$d(x_3, D^+)$	$d(x_4, D^+)$	Σ
A2	3	2	0	7	12
A3	5	4	2	3	14
A4	2	3	4	3	12

Fonte: Elaborado pelo autor

Calculada as distâncias, o uso da equação 8 permitiu a definição das pontuações finais de cada alternativa, representadas pelo coeficiente de proximidade $RC(A_i)$. Os coeficientes encontrados, bem como o ranqueamento final das alternativas de acordo com o método *Hesitant Fuzzy* TOPSIS de Beg e Rashid (2013) são descritos na tabela 7.

Tabela 7 – Pontuação e ranqueamento dos fornecedores avaliados para o método 1

Modelo 1		
	Pontuação final $RC(A_i)$	Classificação
A1	0,273	4º
A2	0,545	2º
A3	0,636	1º
A4	0,545	2º

Fonte: Elaborado pelo autor

Em relação ao modelo 1, a alternativa A3 apresentou a maior pontuação final (0,636), enquanto as alternativas A2 e A3 tiveram pontuações iguais (0,545), ficando empatadas em segundo lugar. Por fim, a alternativas A1 teve a menor pontuação (0,273), ocupando a última posição, sendo assim a alternativa menos adequada.

5.3 APLICAÇÃO DO MODELO 2

Para a aplicação do método *Hesitant Fuzzy* TOPSIS de Wu *et al.* (2019), denominado de “modelo 2”, da mesma forma que o anterior, considerou-se o conjunto $S = \{s_0 = \text{péssimo}, s_1 = \text{muito ruim}, s_2 = \text{ruim}, s_3 = \text{médio}, s_4 = \text{bom}, s_5 = \text{muito bom}, s_6 = \text{excelente}\}$ para a representação da avaliação de desempenho das alternativas por parte dos decisores.

Inicialmente foram definidas as matrizes de decisão individuais normalizadas, sendo os critérios de custo (C2 e C3) transformados em critérios de

benefício de acordo com a equação 9. As matrizes de decisão dos dois decisores são apresentadas nas tabelas 8 e 9.

Tabela 8 – Matriz de decisão normalizada para DM1

Alternativas	C1		C2		C3		C4	
	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
A1	4	4	0	0	2	2	3	3
A2	5	5	1	1	0	0	6	6
A3	6	6	2	2	1	1	4	4
A4	4	4	1	1	2	2	3	3

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 9 – Matriz de decisão normalizada para DM2

Alternativas	C1		C2		C3		C4	
	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
A1	3	4	0	1	2	3	2	3
A2	4	5	1	2	0	1	5	6
A3	5	6	2	3	0	1	4	5
A4	5	6	2	2	2	3	5	5

Fonte: Elaborado pelo autor

Após essa etapa, os pesos de importância para cada decisor são definidos por meio da distância geodésica, aplicada de acordo com as equações 10, 11 e 12, de modo a definir o grau de consenso entre os decisores. O resultado do grau de consenso entre eles é apresentado na tabela 10.

Tabela 10 – Grau de consenso entre os decisores

Alternativas	C1	C2	Σ	$\lambda 1$	$\lambda 2$
A1	4	4	8	0,5	0,5
A2	4	4	8	0,5	0,5
A3	4	4	8	0,5	0,5
A4	10	10	20	0,5	0,5

Fonte: Elaborado pelo autor

Em seqüência, as matrizes de decisão individuais com distribuições de possibilidades (PDHFLTS) são calculadas por meio da equação 13. As matrizes resultantes para os respectivos decisores são apresentadas nas tabelas 11 e 12.

Tabela 11 – Matriz de decisão com distribuições de possibilidades para o decisor 1

Alternativas	C1	C2	C3	C4
A1	$\{s_4(1,0)\}$	$\{s_0(1,0)\}$	$\{s_2(1,0)\}$	$\{s_3(1,0)\}$
A2	$\{s_5(1,0)\}$	$\{s_1(1,0)\}$	$\{s_0(1,0)\}$	$\{s_6(1,0)\}$
A3	$\{s_6(1,0)\}$	$\{s_2(1,0)\}$	$\{s_1(1,0)\}$	$\{s_4(1,0)\}$
A4	$\{s_4(1,0)\}$	$\{s_1(1,0)\}$	$\{s_2(1,0)\}$	$\{s_3(1,0)\}$

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 12 – Matriz de decisão com distribuições de possibilidades para o decisor 2

Alternativas	C1	C2	C3	C4
A1	$\{s_3(0,5), s_4(0,5)\}$	$\{s_0(0,5), s_1(0,5)\}$	$\{s_2(0,5), s_3(0,5)\}$	$\{s_2(0,5), s_3(0,5)\}$
A2	$\{s_4(0,5), s_5(0,5)\}$	$\{s_1(0,5), s_2(0,5)\}$	$\{s_0(0,5), s_1(0,5)\}$	$\{s_5(0,5), s_6(0,5)\}$
A3	$\{s_5(0,5), s_6(0,5)\}$	$\{s_2(0,5), s_3(0,5)\}$	$\{s_0(0,5), s_1(0,5)\}$	$\{s_4(0,5), s_5(0,5)\}$
A4	$\{s_5(0,5), s_6(0,5)\}$	$\{s_2(1,0)\}$	$\{s_2(0,5), s_3(0,5)\}$	$\{s_5(1,0)\}$

Fonte: Elaborado pelo autor

As matrizes PDHFLTS são então agregadas de acordo com o operador HFLWA determinado na equação 14, que normaliza as matrizes com os respectivos pesos dos decisores e gera uma matriz de decisão agregada, definida na tabela 13.

Tabela 13 – Matriz de decisão agregada e normalizada - HFLWA

Alternativas	C1	C2	C3	C4
A1	$\{s_3(0,25), s_4(0,75)\}$	$\{s_0(0,75), s_1(0,25)\}$	$\{s_2(0,75), s_3(0,25)\}$	$\{s_2(0,25), s_3(0,75)\}$
A2	$\{s_4(0,25), s_5(0,75)\}$	$\{s_1(0,75), s_2(0,25)\}$	$\{s_0(0,75), s_1(0,25)\}$	$\{s_5(0,25), s_6(0,75)\}$
A3	$\{s_5(0,25), s_6(0,75)\}$	$\{s_2(0,75), s_3(0,25)\}$	$\{s_0(0,25), s_1(0,75)\}$	$\{s_4(0,75), s_5(0,25)\}$
A4	$\{s_4(0,5), s_5(0,25), s_6(0,25)\}$	$\{s_1(0,5), s_2(0,5)\}$	$\{s_2(0,75), s_3(0,25)\}$	$\{s_3(0,5), s_5(0,5)\}$

Fonte: Elaborado pelo autor

A média e a variância de cada elemento da matriz agregada e normalizada são calculadas de acordo com as equações 15 e 16 respectivamente, e apresentadas nas tabelas 14 e 15.

Tabela 14 – Média calculada para os elementos da matriz agregada e normalizada

Alternativas	C1	C2	C3	C4
A1	3,75	0,25	2,25	2,75
A2	4,75	1,25	0,25	5,75
A3	5,75	2,25	0,75	4,25
A4	4,75	1,50	2,25	4,00

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 15 – Variância calculada para os elementos da matriz agregada e normalizada

Alternativas	C1	C2	C3	C4
A1	0,1875	0,1875	0,1875	0,1875
A2	0,1875	0,1875	0,1875	0,1875
A3	0,1875	0,1875	0,1875	0,1875
A4	0,6875	0,25	0,1875	1

Fonte: Elaborado pelo autor

As soluções ideais positiva (SIP) e negativa (SIN) relativas são determinadas de acordo com as equações 17 e 18, e são descritas na tabela 16. Os valores são selecionados de acordo com as médias exibidas nas tabelas 14. Por exemplo, o valor da SIP para C1 $\{s_5(0,25), s_6(0,75)\}$ é igual ao valor de A3, visto que esta alternativa obteve a maior média (5,75). A alternativa A1 com menor média (3,75) é utilizada para formar a SIN em C1 $\{s_3(0,25), s_4(0,75)\}$. Em caso de médias iguais, o valor da variância é checado, sendo a alternativa com variância menor escolhida para a SIP, e a com maior variância para a SIN.

Tabela 16 – Soluções ideais positiva e negativa para o método 2

Alternativas	C1	C2	C3	C4
SIP	$\{s_5(0,25), s_6(0,75)\}$	$\{s_2(0,75), s_3(0,25)\}$	$\{s_2(0,75), s_3(0,25)\}$	$\{s_5(0,25), s_6(0,75)\}$
SIN	$\{s_3(0,25), s_4(0,75)\}$	$\{s_0(0,75), s_1(0,25)\}$	$\{s_0(0,75), s_1(0,25)\}$	$\{s_2(0,25), s_3(0,75)\}$

Fonte: Elaborado pelo autor

Em seguida, é realizado o cálculo da distância das alternativas quanto às soluções ideais relativas delimitadas por meio das equações 19 e 20. As distâncias para cada critério e alternativa são apresentadas nas tabelas 17 (D^+) e 18 (D^-).

Tabela 17 – Matriz de separação ideal positiva(D^+)

Alternativas	C1	C2)	C3	C4
A1	0,2857	0,2857	0	0,4286
A2	0,1429	0,1429	0,2857	0
A3	0	0	0,2143	0,2143
A4	0,1429	0,1071	0	0,25

Fonte: Elaborado pelo autor

Tabela 18 – Matriz de separação ideal negativa (D^-)

Alternativas	C1	C2	C3	C4
A1	0	0	0,2857	0
A2	0,1429	0,1429	0	0,4286
A3	0,2857	0,2857	0,0714	0,2143
A4	0,1429	0,1786	0,2857	0,1786

Fonte: Elaborado pelo autor

Por fim, é feita a definição das pontuações finais de cada alternativa ($RC(A_i)$) por meio do uso da equação 21. Os coeficientes encontrados, bem como o ranqueamento final das alternativas de acordo com o método *Hesitant Fuzzy TOPSIS* de Wu *et al.* (2019) são descritos na tabela 19.

Tabela 19 – Pontuação e ranqueamento dos fornecedores avaliados para o método 2

Modelo 2		
	Pontuação final $RC(A_i)$	Classificação
A1	0,327	4º
A2	0,575	2º
A3	0,604	1º
A4	0,570	3º

Fonte: Elaborado pelo autor

Em relação ao modelo 2, a alternativa A3 apresentou a maior pontuação final (0,604), enquanto as alternativas A2 e A3 tiveram pontuações com valores bastante próximos (0,570 e 0,575), ficando em segundo e terceiro lugar respectivamente. Por fim, a alternativa A1 teve a menor pontuação (0,327) e ocupou a última posição.

5.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS

Nesta seção, os métodos *Hesitant Fuzzy TOPSIS* aplicados anteriormente (BEG; RASHID, 2013; WU *et al.*, 2019) são comparados em relação a fatores comparativos bem definidos, selecionados com base na literatura. Esses fatores permitem uma análise dos resultados obtidos com mais propriedade e subsidiam a análise das características das técnicas comparadas. Os fatores comparativos escolhidos para tal são apresentados e descritos no quadro 9.

Quadro 9 – Fatores de comparação aplicados neste estudo

Fatores de comparação	Definição
Ranqueamento final das alternativas (KAYAA; KAHRAMAN, 2012)	Os métodos são comparados de acordo com o resultado de ranqueamento final de alternativas que avaliam, identificando diferenças e similaridades nas posições das alternativas.
Consistência dos resultados (MAHMOUD; GARCIA, 2000; LIMA JUNIOR; CARPINETTI, 2015)	Os métodos de decisão aplicados em um mesmo problema são testados conforme a consistência dos resultados. Simulações com adição de alternativas são testadas em cada modelo.
Similaridades e diferenças entre as técnicas (ERTUĞRUL; KARAKAŞOĞLU, 2008; LIMA JUNIOR; CARPINETTI, 2015)	A forma como o método é aplicado, destacando o uso de pesos, o método de cálculo das distâncias, o método de composição das soluções ideais, a forma dos dados de entrada e o número de alternativas e critérios.
Adequação no suporte à tomada de decisão em grupo (GHALEB <i>et al.</i> , 2020)	A capacidade de cada método de lidar com os julgamentos de múltiplos tomadores de decisão é analisada.
Capacidade para modelar incerteza e hesitação (RODRÍGUEZ; MARTÍNEZ; HERRERA, 2013; LIMA JUNIOR; OSIRO; CARPINETTI, 2014).	A capacidade de cada método de lidar com incertezas e hesitação inerentes ao problema e aos julgamentos fornecidos pelos decisores.

Fonte: Elaborado pelo autor

Esses fatores de comparação foram escolhidos para a análise devido ao uso observado na literatura, se enquadrando no tipo de estudo comparativo realizado. Esses fatores permitem uma comparação bem embasada dos métodos selecionados em diferentes questões.

5.4.1 Ranqueamento final das alternativas

Os ranqueamentos obtidos com as aplicações de ambos os modelos podem ser comparados numericamente, de forma a evidenciar consistência ou divergência na solução do problema de seleção de fornecedores tratada. Apesar de diferenças pontuais nos valores dos coeficientes de proximidade, causadas pelos procedimentos e equações diferentes de cada modelo, ambos apontaram A3 como a melhor alternativa de fornecedor. Similarmente, os dois modelos apontaram A1 como a pior alternativa. A única diferença evidenciada nas

aplicações é referente a A2 e A4. No modelo 1 (BEG; RASHID, 2013), as duas alternativas tiveram pontuação idêntica, ocupando a segunda colocação conjuntamente. No modelo 2 (WU *et al.*, 2019), a alternativa A2 se mostrou levemente superior a A4. Na sua totalidade, os resultados de ambas as aplicações se mostraram consideravelmente próximos.

5.4.2 Consistência dos resultados

Os resultados obtidos também podem ser testados quanto à consistência do ranqueamento obtido na medida em que outras alternativas são consideradas. Na seleção de fornecedores, o problema de inversão de ranqueamento refere-se a uma mudança no ranqueamento de alternativas quando uma nova alternativa é adicionada ou removida do processo (SCHOTANUS *et al.*, 2022). Os testes mostram-se relevantes devido a ocorrências da inversão de ranqueamento em diversos métodos multicritério, incluindo o método TOPSIS (SCHOTANUS *et al.*, 2022).

Para realização desses testes quatro cenários foram realizados, em que uma alternativa denominada A5 é inserida em ambos os modelos, de forma a elucidar a consistência dos resultados. A realização de testes com diferentes cenários de adição de novos critérios é utilizada em outros estudos para verificar a consistência dos resultados no método TOPSIS e em algumas extensões deste método (DE FARIAS AIRES; FERREIRA, 2019; GARCÍA-CASCALES; LAMATA, 2012; LIMA JUNIOR; CARPINETTI, 2015).

5.4.2.1 Cenário 1 - Inclusão de uma alternativa que corresponde à SIP obtida na aplicação real

No modelo 1 (BEG; RASHID, 2013) a inserção de uma alternativa A5 com valores iguais à solução ideal positiva produziu resultados consistentes. Os novos coeficientes de proximidade e o ranqueamento atualizado dos modelos são apresentados na tabela 20. A nova alternativa resultou em um coeficiente de proximidade máximo, visto que não há distância entre duas soluções ideais positivas idênticas, assumindo assim a primeira posição. As demais alternativas não sofreram alterações quanto ao coeficiente e quanto ao seu ranqueamento.

Tabela 20 – Pontuação e ranqueamento dos fornecedores durante o cenário 1

	Modelo 1		Modelo 2	
	Pontuação final $RC(A_i)$	Classificação	Pontuação final $RC(A_i)$	Classificação
A1	0,273	5º	0,327	5º
A2	0,545	3º	0,575	3º
A3	0,636	2º	0,604	2º
A4	0,545	3º	0,570	4º
A5	1	1º	1	1º

Fonte: Elaborado pelo autor

No modelo 2 (WU *et al.*, 2019), a adição da alternativa com valores iguais à SIP também produziu resultados consistentes. A nova alternativa também resultou em um coeficiente de proximidade máximo, visto que não há distância entre duas soluções ideais idênticas, assumindo também assim a primeira posição. As demais alternativas não sofreram alterações em seus respectivos coeficientes e posições no ranqueamento.

5.4.2.2 Cenário 2 - Inclusão de uma alternativa que corresponde à SIN obtido na aplicação real

No modelo 1 (BEG; RASHID, 2013) a inserção de uma alternativa A5 com valores iguais à solução ideal negativa produziu os resultados esperados. Os novos coeficientes de proximidade e ranqueamento atualizado dos modelos são apresentados na tabela 21.

Tabela 21 – Pontuação e ranqueamento dos fornecedores durante o cenário 2

	Modelo 1		Modelo 2	
	Pontuação final $RC(A_i)$	Classificação	Pontuação final $RC(A_i)$	Classificação
A1	0,273	4º	0,327	4º
A2	0,545	2º	0,575	2º
A3	0,636	1º	0,604	1º
A4	0,545	2º	0,570	3º
A5	0	5º	0	5º

Fonte: Elaborado pelo autor

A nova alternativa resultou em um coeficiente de proximidade mínimo, já que não há distância entre duas soluções ideais negativas idênticas, assumindo

assim a última posição. As demais alternativas não sofreram alterações nos valores dos coeficientes e nas posições ranqueamento.

No modelo 2 (WU *et al.*, 2019), a adição da alternativa com valores iguais à SIN produziu resultados similares. A nova alternativa também resultou em um coeficiente de proximidade mínimo, assumindo também a última posição. As demais alternativas não sofreram alterações.

5.4.2.3 Cenário 3 - Inclusão de uma alternativa idêntica à melhor ranqueada na aplicação real

No modelo 1 (BEG; RASHID, 2013) a inserção de uma alternativa A5 com valores iguais à melhor solução (A3) demonstrou consistência no modelo aplicado. A tabela 22 apresenta os resultados obtidos para o cenário 3. A nova alternativa resultou em um coeficiente igual à alternativa A3, devido ao fato de possuir valores iguais a esta. Por esse motivo, assumiu a primeira posição juntamente à alternativa A3, previamente a melhor ranqueada. As demais alternativas não sofreram alterações quanto ao coeficiente ou quanto ao seu ranqueamento.

Tabela 22 – Pontuação e ranqueamento dos fornecedores durante o cenário 3

Modelo 1			Modelo 2	
	Pontuação final $RC(A_i)$	Classificação	Pontuação final $RC(A_i)$	Classificação
A1	0,273	5º	0,327	5º
A2	0,545	3º	0,575	3º
A3	0,636	1º	0,604	1º
A4	0,545	3º	0,570	4º
A5	0,636	1º	0,604	1º

Fonte: Elaborado pelo autor

No modelo 2 (WU *et al.*, 2019), a nova alternativa também resultou em um coeficiente idêntico à alternativa melhor ranqueada, assumindo assim a primeira posição conjunta com esta. As demais alternativas não sofreram alterações.

5.4.2.4 Cenário 4 - Inclusão de uma alternativa idêntica à pior ranqueada na aplicação real

No modelo 1 (BEG; RASHID, 2013) a adição de uma alternativa A5 com valores iguais à alternativa A1, previamente pior colocada, resultou em valores

consistentes. Os coeficientes de proximidade e o ranqueamento obtidos para o cenário 4 são apresentados na tabela 23. A nova alternativa resultou em um coeficiente de proximidade igual à A1, visto que possuem valores iguais, com ambas as alternativas assumindo a última colocação. As demais alternativas não sofreram alterações quanto nos valores de seus respectivos coeficientes e nas posições do ranqueamento.

Tabela 23 – Pontuação e ranqueamento dos fornecedores durante o cenário 4

	Modelo 1		Modelo 2	
	Pontuação final $RC(A_i)$	Classificação	Pontuação final $RC(A_i)$	Classificação
A1	0,273	5º	0,327	4º
A2	0,545	2º	0,575	2º
A3	0,636	1º	0,604	1º
A4	0,545	2º	0,570	3º
A5	0,273	5º	0,327	4º

Fonte: Elaborado pelo autor

No modelo 2 (WU *et al.*, 2019), a nova alternativa também resultou em um coeficiente de proximidade igual à alternativa A1, assumindo também assim a última posição conjunta. As demais alternativas não sofreram alterações quanto ao coeficiente ou quanto ao seu ranqueamento.

A realização dos quatro cenários de adição de alternativas permitiu evidenciar a consistência dos resultados de ambos os modelos. Destaca-se que tanto o modelo 1 (BEG; RASHID, 2013) quanto o modelo 2 (WU *et al.*, 2019), não sofreram com o problema de inversão de ranqueamento. Assim, os resultados obtidos nos cenários testados indicam a adequação de ambos os métodos em termos de prevenir a inversão de ranqueamento no problema de seleção de fornecedores, já que a inclusão de novo fornecedor não deve alterar as pontuações das demais alternativas.

5.4.3 Similaridades e diferenças

Diversas comparações pontuais podem ser realizadas de acordo com as características dos modelos, as quais apontam as similaridades e as diferenças em sua aplicação (ERTUĞRUL; KARAKAĞOĞLU, 2008). O quadro 10 apresenta

os resultados da análise das características dos métodos comparados. Essas características correspondem às mesmas características analisadas no estudo desenvolvido por Lima Junior e Carpinetti (2015), que comparou o método TOPSIS com o *Fuzzy* TOPSIS.

Quadro 10 – Análise das características dos modelos comparados

Característica comparada	Modelo 1 (BEG; RASHID, 2013)	Modelo 2 (WU <i>et al.</i>, 2019)	Similar	Diferente
Número de alternativas e critérios	Não existe limite na quantidade de alternativas e critérios utilizados.	Não existe limite na quantidade de alternativas e critérios utilizados.	X	
Uso de pesos	Não permite o uso de pesos para os critérios nem para os decisores.	Permite o uso de pesos para os critérios e para diferentes decisores.		X
Método de cálculo das distâncias	Calcula a distância entre HFLTS com uso de envoltórios, utilizando índices p e q .	Utiliza <i>m-dimensional Euclidean distance</i> , com uso de médias das opiniões.		X
Modo de composição das soluções ideais	Quando o critério é de benefício, a SIP é composta pelos valores máximos da matriz agregada, enquanto a SIN é formada pelos valores mínimos. O inverso é válido para critérios de custo.	A SIP é composta pelos valores máximos da matriz normalizada pelo operador HFLWA, e a SIN pelos valores mínimos. Todos os critérios são tratados como critérios de benefício nessa etapa, pois já foram normalizados anteriormente usando o operador de negação.		X
Modo de agregação das opiniões dos decisores	A agregação é feita de acordo com os valores máximos e mínimos dos índices p e q das opiniões	A agregação é feita de acordo com os valores e a quantidade de respostas referentes a cada alternativa, sendo		X

	dos decisores.	que o consenso entre decisores afeta a matriz agregada.		
Forma dos dados de entrada	Permite o uso de termos linguísticos representados por HFLTS.	Permite o uso de termos linguísticos quantificados por PDHFLTS.	X	

Fonte: Elaborado pelo autor

Quanto ao número de alternativas e critérios possíveis na aplicação, ambos os métodos não demonstraram problemas em lidar com os valores utilizados (4 critérios e 4 alternativas). Os dois métodos analisados são também compatíveis com a adição de mais critérios ou alternativas, fato também relacionado com a capacidade do método TOPSIS de lidar com um número não limitado de entradas.

Em relação ao uso de pesos, o modelo 1 não possibilita o uso de pesos para os critérios de decisão nem para os decisores. O modelo 2 permite o uso de julgamentos linguísticos por parte dos decisores para ponderação dos critérios de decisão. No caso aplicado, o peso dos critérios foi considerado igual para todos os critérios, de forma que os resultados pudessem ser comparados adequadamente com a aplicação do modelo 1.

A respeito do procedimento como é realizado o cálculo das distâncias, o modelo 1 faz uso dos índices p e q de cada envoltório HFLTS para cálculo da distância quanto às soluções ideais, como demonstrado na equação 7. Por sua vez, o modelo 2 utiliza a *m-dimensional Euclidean distance*, como mostram as equações 19 e 20, além de utilizar as médias (equação 15) da matriz agregada para calcular sua distância quanto às soluções ideais.

A composição das soluções ideais relativas é realizada de forma diferenciada devido ao modo como os modelos tratam critérios de benefício e de custo. No modelo 1, a SIP é formada pelos máximos valores dos índices para critérios de benefício, e pelos mínimos valores dos índices para critérios de custo, como elucidado na equação 3. O inverso acontece na SIN, como mostra a equação 4. No modelo 2, a SIP é sempre formada pelos máximos valores da matriz agregada (equação 17), visto que os critérios de custo são previamente transformados em critérios de benefício pela equação 9. Similarmente, a SIN é sempre formada pelos mínimos valores da matriz agregada, de acordo com a equação 18.

O modo de agregação das opiniões dos decisores é diferenciado nos dois modelos. Para o modelo 1, a matriz de julgamentos agregada é dependente dos maiores e menores valores apontadas por qualquer decisor, de acordo com os índices utilizados na equação 1. Já no modelo 2, a agregação é feita de acordo com os valores dos julgamentos e também a quantidade de respostas referentes a cada critério, ou seja, o consenso entre decisores afeta a matriz agregada e a repetição de julgamentos afeta os valores agregados.

Quanto à forma dos dados de entrada de ambos os modelos, a possibilidade de uso de um ou mais termos linguísticos é presente nos dois modelos, permitindo o uso de julgamentos linguísticos incertos e com hesitação por parte dos decisores. Entretanto, o modelo 1 quantifica os valores dos julgamentos utilizando HFLTS, enquanto o modelo 2 utiliza PDHFLTS.

5.4.4 Adequação no suporte à tomada de decisão em grupo

Ambos os métodos aplicados se mostraram adequados no suporte à tomada decisão em grupo. No caso tratado, dois tomadores de decisão participaram do processo de julgamento das alternativas. No contexto de seleção de fornecedores, a opinião de diversos especialistas pode ser considerada no processo, pois nenhum dos métodos limita a quantidade de decisores que podem participar do problema.

Os dois modelos possuem métodos de agregação de opiniões, porém somente o método 2 (WU *et al.*, 2019) permite a consideração de pesos a cada decisor. No entanto, os pesos são calculados de acordo com o grau de hesitação nos julgamentos, não sendo possível a atribuição de pesos de acordo com a experiência do especialista, ou proximidade com o processo de compra, por exemplo. Nesse tipo de problema, um funcionário da área de compras pode melhor julgar o desempenho de fornecedores, sendo seus julgamentos mais relevantes do que alguém não envolvido no mesmo processo (LIMA JUNIOR; OSIRO; CARPINETTI, 2014).

5.4.5 Capacidade para modelar incerteza e hesitação

Os dois métodos analisados são baseados na abordagem *hesitant fuzzy*, o que os permite lidar com incertezas e hesitação. No contexto de seleção de fornecedores, as incertezas ocorrem na medida em que são usados critérios qualitativos, julgamentos subjetivos, e tomadas decisões baseadas em valores ou escalas imprecisas. Quando não há informações suficientemente adequadas para apoiar o processo decisório, pode haver hesitação por parte dos decisores, algo que pode ser mitigado com o uso de expressões linguísticas na forma de HFLTS. A possibilidade de uso de múltiplos termos linguísticos para julgamentos de fornecedores permite, nos dois modelos comparados, que os tomadores de decisão expressem suas opiniões quanto às alternativas em situações de hesitação, ou seja, quando há dúvida na escolha de um termo dentre aqueles dispostos na escala linguística.

No modelo 2, o uso de distribuições de possibilidades (na forma de PDHFLTS) ajuda a quantificar a hesitação dos decisores em relação a cada julgamento. Por afetarem os cálculos das opiniões agregadas no desenvolvimento do método, o modelo 2 apresenta nisso uma forma adicional de lidar com a hesitação, em contrapartida ao modelo 1 de Beg e Rashid (2013).

5.4.6 Síntese dos resultados

A comparação realizada demonstrou a viabilidade de uso dos dois métodos aplicados no suporte à tomada de decisão em um processo de seleção de fornecedores. O quadro 11 mostra as vantagens e limitações dos dois métodos analisados neste trabalho.

Quadro 11 – Vantagens e limitações dos métodos analisados

Métodos	Método 1 (BEG; RASHID, 2013)	Método 2 (WU et al., 2019)
Vantagens	<ul style="list-style-type: none"> - Capaz de lidar com incerteza e hesitação em problemas de decisão multicritério; - Auxilia na tomada de 	<ul style="list-style-type: none"> - Capaz de lidar com incerteza e hesitação em problemas de decisão multicritério; - Auxilia na tomada de

	decisão em grupo; - Permite o uso de termos e expressões linguísticos na avaliação de alternativas; - Não limita a quantidade de critérios ou alternativas; - Não sofreu reversão de ranqueamento com adição de novas alternativas;	decisão em grupo; - Permite o uso de termos e expressões linguísticos na avaliação de alternativas e critérios; - Não limita a quantidade de critérios ou alternativas; - Permite atribuição de pesos aos critérios de decisão; - Permite o uso de pesos para os decisores - Não sofreu reversão de ranqueamento com adição de novas alternativas.
Limitações	- Não permite atribuição de pesos aos critérios de decisão; - Não permite atribuição de pesos aos decisores.	- Não permite atribuir pesos aos decisores de acordo com experiência ou qualificação; - Exige etapas adicionais devido ao modo de cálculo das distâncias.

Fonte: Elaborado pelo autor

O ranqueamento de alternativas obtido mostrou-se similar em ambas as aplicações, apresentando a mesma capacidade de solução do problema proposto no caso ilustrativo. Igualmente, ambos os métodos mostraram-se obter resultados consistentes na seleção de fornecedores proposta, não sofrendo alterações com adição de alternativas.

Embora as etapas de cálculo dos métodos apresentem diferenças, como no modo de cálculo de distâncias e determinação de soluções ideais, isso não afetou o desempenho quanto à resolução do problema, visto que os resultados se mantiveram próximos.

Os dois métodos foram capazes de lidar com incerteza e hesitação por parte de decisores, mas o método 2 (WU *et al.*, 2019) apresentou medidas adicionais para mitigá-las, por meio de distribuições de possibilidade.

6 CONCLUSÕES

O presente estudo apresentou uma comparação entre dois métodos *Hesitant Fuzzy TOPSIS* no contexto de seleção de fornecedores. A aplicação de ambos os métodos em um mesmo problema de decisão permitiu comparar os resultados obtidos. Também ilustrou o uso de métodos *Hesitant Fuzzy TOPSIS* em um problema de seleção de fornecedores de uma empresa de serviços, que é um contexto ainda pouco explorado com métodos deste tipo, evidenciando sua utilidade no auxílio à tomada de decisão neste domínio.

A aplicação de duas técnicas envolvendo a abordagem *Hesitant Fuzzy* permitiu evidenciar sua capacidade de lidar com incerteza e hesitação presentes em um problema de decisão multicritério. A seleção de fornecedores em particular, é um problema complexo e que envolve julgamentos de decisores em situações de incerteza, o que pode ser minimizado com o uso das técnicas apresentadas.

A realização de uma revisão sistemática sobre estudos comparativos entre métodos de decisão multicritério possibilitou a identificação dos fatores de comparação existentes na literatura. De acordo com o levantamento bibliográfico, não foram encontrados estudos prévios de revisão sistemática sobre comparações entre métodos de apoio à decisão, de forma que o mapeamento dos fatores comparativos tem o potencial de subsidiar pesquisadores no desenvolvimento de estudos de comparação entre diferentes métodos de decisão multicritério, tornando o uso de fatores de comparação bem definidos mais simples em trabalhos futuros.

A revisão realizada permitiu também elencar fatores comparativos para uso na análise dos dois modelos *Hesitant Fuzzy TOPSIS*. Por meio da comparação, foi possível destacar fatores tais como similaridades no ranqueamento das alternativas; resultados obtidos com a aplicação; similaridades e diferenças entre as técnicas; adequação no suporte à tomada de decisão em grupo; e capacidade para modelar incerteza e hesitação.

A identificação das características de uso das técnicas comparadas pode servir de orientação para gestores e pesquisadores na escolha de técnicas adequadas para cada aplicação, assim como auxiliar desenvolvedores de soluções computacionais na área de tomada de decisão para seleção de

fornecedores. Além disso, outra contribuição desse estudo consiste no desenvolvimento de dois modelos computacionais baseados em *Hesitant Fuzzy TOPSIS* para apoio à seleção de fornecedores. Esses modelos foram publicizados na base de dados *mendeley data* (BELESKI, LIMA JUNIOR, 2022a; BELESKI, LIMA JUNIOR, 2022b), de modo a contribuir com a disseminação de conhecimento sobre os métodos em questão e incentivar o seu uso em aplicações potenciais.

Em relação às limitações do trabalho, destaca-se que a aplicação dos métodos não foi exaustiva, visto que compreendeu apenas um caso particular de problema de seleção de fornecedores. Uma aplicação envolvendo mais alternativas, mais critérios ou mais tomadores de decisão pode aprimorar o entendimento sobre o uso das técnicas descritas. Também é importante realizar testes com a inclusão de novas alternativas a fim de atestar a consistência dos métodos quanto a inversões de ranqueamento.

A revisão sistemática realizada também não foi exaustiva. A seleção de artigos envolveu diversas etapas de afunilamento, existindo artigos relevantes na literatura que não foram devidamente abordados por causa de seu idioma, base de dados, ou por não ter sido identificado com estudo comparativo.

Estudos futuros podem comparar os métodos *Hesitant Fuzzy TOPSIS* em relação à outros fatores comparativos, tais como complexidade computacional. Os métodos *Hesitant Fuzzy TOPSIS* também podem ser comparados com outras técnicas no domínio de seleção de fornecedores, como por exemplo *Hesitant Fuzzy VIKOR*. Similarmente, os métodos abordados neste trabalho podem ser aplicados em outros contextos, como problemas de seleção de pessoal, *software*, ou localização.

REFERÊNCIAS

ABDEL-BASSET, M., MOHAMED, M., SMARANDACHE, F. A hybrid neutrosophic group ANP-TOPSIS framework for supplier selection problems. **Symmetry**, v. 10, n. 6, p. 226, 2018.

ADOR, Md S. H., RAHMAN, Md T., AHMED, S. Comparison of fuzzy-ahp and ahp approach for supplier evaluation and selection in a cement manufacturing company. **International Journal of Applications of Fuzzy Sets and Artificial Intelligence**, v. 10, p. 37-63, 2020.

AHMAD, M. R. *et al.* A novel MCDM method based on plithogenic hypersoft sets under fuzzy neutrosophic environment. **Symmetry**, v. 12, n. 11, p. 1855, 2020.

AISSAOUI, N., HAOUARI, M., HASSINI, E. Supplier selection and order lot sizing modeling: A review. **Computers & operations research**, v. 34, n. 12, p. 3516-3540, 2007.

AKRAM, M., ADEEL, A., ALCANTUD, J. C. R. Multi-criteria group decision-making using an m-polar hesitant fuzzy TOPSIS approach. **Symmetry**, v. 11, n. 6, p. 795, 2019.

AKRAM, M. *et al.* Decision-making with bipolar neutrosophic TOPSIS and bipolar neutrosophic ELECTRE-I. **Axioms**, v. 7, n. 2, p. 33, 2018.

AKRAM, M. *et al.* An m-polar fuzzy PROMETHEE approach for AHP-assisted group decision-making. **Mathematical and Computational Applications**, v. 25, n. 2, p. 26, 2020.

AMBRIN, R. *et al.* Extended TOPSIS method for supplier selection under picture hesitant fuzzy environment using linguistic variables. **Journal of Mathematics**, v. 2021, 2021.

ANDRIOSOPOULOS, D. *et al.* An application of multicriteria decision aid models in the prediction of open market share repurchases. **Omega**, v. 40, n. 6, p. 882-890, 2012.

ARAÚJO, M. C., ALENCAR, L. H., MOTA, C. M. Project procurement management: A structured literature review. **International Journal of Project Management**, v.35, n.3, p.353-377, Abr. 2017.

ASGARI, M. S., ABBASI, A., ALIMOHAMADLOU, M. Comparison of ANFIS and FAHP-FGP methods for supplier selection. **Kybernetes**, v. 45, n. 3, p. 474-489, 2016.

AWASTHI, A., OMRANI, H., GERBER, P. Investigating ideal-solution based multicriteria decision making techniques for sustainability evaluation of urban mobility projects. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, v. 116, p. 247-259, 2018.

BEG, I., RASHID, T. TOPSIS for hesitant fuzzy linguistic term sets. **International Journal of Intelligent Systems**, v. 28, n. 12, p. 1162-1171, 2013.

BELESKI, I. M.; LIMA JUNIOR, F. R. Model 1 Hesitant Fuzzy TOPSIS to supplier selection - Excel. Mendeley Data, v.1, 2022a. doi: 10.17632/6fn2bnbc9y.

BELESKI, I. M.; LIMA JUNIOR, F. R. . Model 2 Hesitant Fuzzy TOPSIS to supplier selection - Excel. Mendeley Data, v.1, 2022b. doi: 10.17632/ycppdx6bjx.1

BERTRAND, J. W. M., FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations & Production Management**, 2002.

BEUTHE, M., SCANNELLA, G. Comparative analysis of UTA multicriteria methods. **European Journal of operational research**, v. 130, n. 2, p. 246-262, 2001.

BHUTTA, K. S., HUQ, F. Supplier selection problem: a comparison of the total cost of ownership and analytic hierarchy process approaches. **Supply Chain Management: an international journal**, 2002.

BÜYÜKÖZKAN, G.; GÖÇER, F. Digital Supply Chain: Literature review and a proposed framework for future research. **Computers in Industry**, v. 97, p. 157-177, 2018.

CASTRO, W. A. S., GÓMEZ, Ó. D. C., FRANCO, L. F. O. Selección de proveedores: una aproximación al estado del arte. **Cuadernos de Administración**, v. 22, n. 38, p. 145-167, 2009.

CARRERA, D. A., MAYORGA, R. V. Supply chain management: a modular fuzzy inference system approach in supplier selection for new product development. **Journal of Intelligent Manufacturing**, v. 19, n. 1, p. 1-12, 2008.

CAUCHICK MIGUEL, P. A., *et al.* "**Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações.**" 3. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2018.

CHAI, J., LIU, J. NK., NGAI, E. WT. Application of decision-making techniques in supplier selection: A systematic review of literature. **Expert systems with applications**, v. 40, n. 10, p. 3872-3885, 2013.

CHAI, J., NGAI, E. WT. Decision-making techniques in supplier selection: Recent accomplishments and what lies ahead. **Expert Systems with Applications**, v. 140, p. 112903, 2020.

CHEN, K. L.; CHEN, K. S.; LI, R. K. Suppliers capability and price analysis chart. **International Journal of Production Economics**, v. 98, n. 3, p. 315-327, 2005.

CHEN, S., CHENG, S., LAN, T. Multicriteria decision making based on the TOPSIS method and similarity measures between intuitionistic fuzzy values. **Information Sciences**, v. 367, p. 279-295, 2016.

CHO, K. T. Multicriteria decision methods: an attempt to evaluate and unify. **Mathematical and computer modelling**, v. 37, n. 9-10, p. 1099-1119, 2003.

CLIVILLÉ, V., BERRAH, L., MAURIS, G. Deploying the ELECTRE III and MACBETH multicriteria ranking methods for SMEs tactical performance improvements. **Journal of Modelling in Management**, 2013.

DE BOER, L.; LABRO, E.; MORLACCHI, P. A review of methods supporting supplier selection. **European Journal of Purchasing & Supply Management**, v.7, n.2, p.75- 89, Jun. 2001.

DE FARIAS AIRES, R. F.; FERREIRA, L. A new approach to avoid rank reversal cases in the TOPSIS method. **Computers & Industrial Engineering**, v. 132, p. 84-97, 2019.

DEY, P. K. *et al.* Strategic supplier performance evaluation: A case-based action research of a UK manufacturing organisation. **International Journal of Production Economics**, v. 166, p. 192-214, 2015.

DHIMAN, H. S. *et al.* Multi-criteria decision making approach for hybrid operation of wind farms. **Symmetry**, v. 11, n. 5, p. 675, 2019.

DOBOS, I., VÖRÖSMARTY, G. Supplier selection: comparison of DEA models with additive and reciprocal data. **Central European Journal of Operations Research**, v. 29, n. 2, p. 447-462, 2021.

EL-SAPPAGH, S. *et al.* Clinical decision support system for liver fibrosis prediction in hepatitis patients: A case comparison of two soft computing techniques. **IEEE Access**, v. 6, p. 52911-52929, 2018.

ERTUĞRUL, İ., KARAKAŞOĞLU, N. Comparison of fuzzy AHP and fuzzy TOPSIS methods for facility location selection. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 39, n. 7-8, p. 783-795, 2008.

FARIS, C.W., ROBINSON. P.J., WIND, Y. **Industrial Buying and Creative Marketing**. Allyn & Bacon: Boston, 1967.

FU, Y. *et al.* Industrial robot selection using stochastic multicriteria acceptability analysis for group decision making. **Robotics and Autonomous Systems**, v. 122, p. 103304, 2019.

GALVÃO, T. F., PEREIRA, M. G. Revisões sistemáticas da literatura: passos para sua elaboração. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, v. 23, p. 183-184, 2014.

GARCÍA-CASCALES, M. S.; LAMATA, M. T. On rank reversal and TOPSIS method. **Mathematical and computer modelling**, v. 56, n. 5-6, p. 123-132, 2012.

GHALEB, A. M. *et al.* Assessment and comparison of various MCDM approaches in the selection of manufacturing process. **Advances in Materials Science and Engineering**, v. 2020, 2020.

GHODSYPOUR, S. H., O'BRIEN, C. A decision support system for supplier selection using an integrated analytic hierarchy process and linear programming. **International journal of production economics**, v. 56, p. 199-212, 1998.

GOVINDAN, K. *et al.* Multi criteria decision making approaches for green supplier evaluation and selection: a literature review. **Journal of Cleaner Production**, v. 98, p. 66-83, 2015.

HA, B., PARK, Y., CHO, S. Suppliers' affective trust and trust in competency in buyers: Its effect on collaboration and logistics efficiency. **International Journal of Operations & Production Management**, 2011.

HAMDAN, S., CHEAITOU, A. Supplier selection and order allocation with green criteria: An MCDM and multi-objective optimization approach. **Computers & Operations Research**, v. 81, p. 282-304, 2017.

HLIOUI, R., GHARBI, A., HAJJI, A. Joint supplier selection, production and replenishment of an unreliable manufacturing-oriented supply chain. **International Journal of Production Economics**, v. 187, p. 53-67, 2017.

HO, W., XU, X., DEY, P. K. Multi-criteria decision making approaches for supplier evaluation and selection: A literature review. **European Journal of Operational Research**, v.202, n.1, p.16-24, Apr. 2010.

HOBBS, B. F., MEIER, P. M. Multicriteria methods for resource planning: an experimental comparison. **IEEE transactions on Power Systems**, v. 9, n. 4, p. 1811-1817, 1994.

IGARASHI, M., DE BOER, L., FET, A. M. What is required for greener supplier selection? A literature review and conceptual model development. **Journal of Purchasing and Supply Management**, v.19, n.4, p.247 263, Dez.2013

KAHRAMAN, C.; CEBECI, U.; ULUKAN, Z. Multi-criteria supplier selection using fuzzy AHP. **Logistics information management**, 2003.

KAMVYSI, K. *et al.* Integrating DEAHP and DEANP into the quality function deployment. **The TQM Journal**, 2010.

KANNAN, V. R., TAN, K. C. Supplier selection and assessment: Their impact on business performance. **Journal of supply chain management**, v. 38, n. 3, p. 11-21, 2002.

KAYA, İ., KAHRAMAN, C. A comparison of fuzzy multicriteria decision making methods for intelligent building assessment. **Journal of Civil Engineering and Management**, v. 20, n. 1, p. 59-69, 2014.

KHELJANI, J. G., GHODSYPOUR, S. H., O'BRIEN, C. Optimizing whole supply chain benefit versus buyer's benefit through supplier selection. **International Journal of Production Economics**, v. 121, n. 2, p. 482-493, 2009.

KORDI, M., BRANDT, S. A. Effects of increasing fuzziness on analytic hierarchy process for spatial multicriteria decision analysis. **Computers, Environment and Urban Systems**, v. 36, n. 1, p. 43-53, 2012.

KURNIAWAN, S., HAMALI, S., GUNAWAN, S. Comparative study of AHP And AHP-Topsis in analyzing supplier priority (A Case study of diesel fuel supplier at PT. X). **Safety, Health, and Environment (SHE)**, v. 795, p. 87, 2020.

LAW, A. M. **Simulation Modeling and Analysis**. 5th Edition Mcgraw-Hill Education, 2015.

LIAO, H.; WEN, Z.; LIU, L. Integrating BWM and ARAS under hesitant linguistic environment for digital supply chain finance supplier section. **Technological and Economic Development of Economy**, v. 25, n. 6, p. 1188-1212, 2019.

LIAO, H., XU, Z. Approaches to manage hesitant fuzzy linguistic information based on the cosine distance and similarity measures for HFLTSS and their application in qualitative decision making. **Expert Systems with Applications**, v. 42, n. 12, p. 5328-5336, 2015.

LIMA JUNIOR, F. R., OSIRO, L., CARPINETTI, L. C. R. A comparison between Fuzzy AHP and Fuzzy TOPSIS methods to supplier selection. **Applied Soft Computing**, v. 21, p. 194-209, 2014.

LIMA JUNIOR, F. R., CARPINETTI, L. C. R. Uma comparação entre os métodos TOPSIS e Fuzzy-TOPSIS no apoio à tomada de decisão multicritério para seleção de fornecedores. **Gestão & Produção**, v. 22, n. 1, p. 17-34, 2015.

LIMA JUNIOR, F. R., CARPINETTI, L. C. Ribeiro. A multicriteria approach based on fuzzy QFD for choosing criteria for supplier selection. **Computers & Industrial Engineering**, v. 101, p. 269-285, 2016.

LIMA-JUNIOR, F. R., CARPINETTI, L. C. R. Dealing with the problem of null weights and scores in Fuzzy Analytic Hierarchy Process. **Soft Computing**, v. 24, n. 13, p. 9557-9573, 2020.

LIN, C.R., CHEN, H. S. A fuzzy strategic alliance selection framework for supply chain partnering under limited evaluation resources. **Computers in industry**, v. 55, n. 2, p. 159-179, 2004.

LIN, C., CHEN, C., TING, Y. An ERP model for supplier selection in electronics industry. **Expert Systems with Applications**, v. 38, n. 3, p. 1760-1765, 2011.

LIU, D., LUO, Y., LIU, Z. The linguistic picture fuzzy set and its application in multi-criteria decision-making: An illustration to the TOPSIS and TODIM methods based on entropy weight. **Symmetry**, v. 12, n. 7, p. 1170, 2020.

LIU, H., RODRÍGUEZ, R. M. A fuzzy envelope for hesitant fuzzy linguistic term set and its application to multicriteria decision making. **Information Sciences**, v. 258, p. 220-238, 2014.

LOMBARDI, P. Decision making in urban regeneration plans. **Engineering Construction and Architectural Management**, v. 4, n. 2, p. 127-142, 1997.

M MABKHOT, M. *et al.* A Multi-Criteria Decision Framework Considering Different Levels of Decision-Maker Involvement to Reconfigure Manufacturing Systems. **Machines**, v. 8, n. 1, p. 8, 2020.

MAHMOUD, M. R., GARCIA, L. A. Comparison of different multicriteria evaluation methods for the Red Bluff diversion dam. **Environmental Modelling & Software**, v. 15, n. 5, p. 471-478, 2000.

MARCARELLI, G., NAPPI, A. Multicriteria approach to select the most economically advantageous tender: The application of AHP in Italian public procurement. **Journal of Public Procurement**, 2019.

MATAWALE, C. R., DATTA, S., MAHAPATRA, S. S. Supplier selection in agile supply chain: Application potential of FMLMCDM approach in comparison with Fuzzy-TOPSIS and Fuzzy-MOORA. **Benchmarking: An International Journal**, v. 23, n. 7, p. 2027-2060, 2016.

MELA, K., TIAINEN, T., HEINISUO, M. Comparative study of multiple criteria decision making methods for building design. **Advanced engineering informatics**, v. 26, n. 4, p. 716-726, 2012.

MOSADEGHI, R. *et al.* Comparison of Fuzzy-AHP and AHP in a spatial multi-criteria decision making model for urban land-use planning. **Computers, Environment and Urban Systems**, v. 49, p. 54-65, 2015.

NESTICÒ, A., SOMMA, P. Comparative analysis of multi-criteria methods for the enhancement of historical buildings. **Sustainability**, v. 11, n. 17, p. 4526, 2019.

NIKOLOUDIS, C. *et al.* A novel multicriteria methodology for evaluating urban development proposals. **Journal of Cleaner Production**, v. 263, p. 120796, 2020.

OGRODNIK, Karolina. Multi-Criteria Analysis of Design Solutions in Architecture and Engineering: Review of Applications and a Case Study. **Buildings**, v. 9, n. 12, p. 244, 2019.

OLIVEIRA, Mery Ellen Brandt de *et al.* Comparação entre métodos hesitante fuzzy linguístico VIKOR no contexto de seleção de fornecedores. 2022. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

OLSON, D. L. Comparison of three multicriteria methods to predict known outcomes. **European Journal of operational research**, v. 130, n. 3, p. 576-587, 2001.

ONAR, S. C., OZTAYSI, B., KAHRAMAN, C. Strategic decision selection using hesitant fuzzy TOPSIS and interval type-2 fuzzy AHP: a case study. **International Journal of Computational intelligence systems**, v. 7, n. 5, p. 1002-1021, 2014.

ÖNÜT, S., KARA, S. S., IŞIK, E. Long term supplier selection using a combined fuzzy MCDM approach: A case study for a telecommunication company. **Expert systems with applications**, v. 36, n. 2, p. 3887-3895, 2009.

PAMUČAR, D., STEVIĆ, Ž., SREMAC, S. A new model for determining weight coefficients of criteria in mcdm models: Full consistency method (fucom). **Symmetry**, v. 10, n. 9, p. 393, 2018.

PARKAN, C., WU, M. Comparison of three modern multicriteria decision-making tools. **International journal of systems science**, v. 31, n. 4, p. 497-517, 2000.

PASSOS, A. C., GOMES, L. F. A. M. MULTICRITERIA APPROACH TO PROSPECT THEORY: FUNDAMENTALS AND APPLICATION. **RAM. Revista de Administração Mackenzie**, v. 6, p. 59-77, 2020.

PÄTÄRI, E. *et al.* Comparison of the multicriteria decision-making methods for equity portfolio selection: The US evidence. **European Journal of Operational Research**, v. 265, n. 2, p. 655-672, 2018.

PEDRYCZ, W., GOMIDE, F. **Fuzzy systems engineering: toward human-centric computing**. John Wiley & Sons, 2007.

PEHLIVAN, N. Y., GÜRSOY, Z. Determination of individuals' life satisfaction levels living in Turkey by FMCDM methods. **Kybernetes**, 2019.

PELEGRINA, G. D., DUARTE, L. T., ROMANO, J. M. T. Application of independent component analysis and TOPSIS to deal with dependent criteria in multicriteria decision problems. **Expert Systems with Applications**, v. 122, p. 262-280, 2019.

PHAM, V. K. *et al.* Adopting both AHP and Fuzzy AHP to evaluate outsourcing service in the East and Southeast Asia. **Available at SSRN 3103819**, 2018.

PRIBIĆEVIĆ, I. *et al.* Novel extension of DEMATEL method by trapezoidal fuzzy numbers and D numbers for management of decision-making processes. **Mathematics**, v. 8, n. 5, p. 812, 2020.

RAMOS, A., FARIA, P. M., FARIA, Á. Revisão sistemática de literatura: contributo para a inovação na investigação em Ciências da Educação. *Revista Diálogo Educacional*, v. 14, n. 41, p. 17-36, 2014.

REN, F., KONG, M., PEI, Z. A new hesitant fuzzy linguistic TOPSIS method for group multi-criteria linguistic decision making. **Symmetry**, v. 9, n. 12, p. 289, 2017

RENAUD, J. *et al.* Comparison of two multicriteria decision aid methods: Net Flow and Rough Set Methods in a high yield pulping process. **European Journal of Operational Research**, v. 177, n. 3, p. 1418-1432, 2007.

RODRIGUEZ, R. M., MARTINEZ, L., HERRERA, F. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making. **IEEE Transactions on fuzzy systems**, v. 20, n. 1, p. 109-119, 2012

RODRÍGUEZ, R. M., MARTÍNEZ, L., HERRERA, F. A group decision making model dealing with comparative linguistic expressions based on hesitant fuzzy linguistic term sets. **Information Sciences**, v. 241, p. 28-42, 2013.

SALAUBUN, W., WAȚRÓBSKI, J., SHEKHOVTSOV, A. Are mcda methods benchmarkable? a comparative study of topsis, vikor, copras, and promethee ii methods. **Symmetry**, v. 12, n. 9, p. 1549, 2020.

SALMINEN, P., HOKKANEN, J., LAHDELMA, R. Comparing multicriteria methods in the context of environmental problems. **European Journal of Operational Research**, v. 104, n. 3, p. 485-496, 1998.

SARI, F. *et al.* A comparison of multicriteria decision analysis techniques for determining beekeeping suitability. **Apidologie**, v. 51, n. 4, p. 481-498, 2020.

SARRAF, R., MCGUIRE, M. P. Integration and comparison of multi-criteria decision making methods in safe route planner. **Expert Systems with Applications**, v. 154, p. 113399, 2020.

SCHOTANUS, Fredo *et al.* Supplier selection with rank reversal in public tenders. **Journal of Purchasing and Supply Management**, v. 28, n. 2, p. 100744, 2022.

SENVAR, O., OTAY, I., BOLTURK, E. Hospital site selection via hesitant fuzzy TOPSIS. **IFAC-PapersOnLine**, v. 49, n. 12, p. 1140-1145, 2016.

SHEN, K., WANG, J. Z-VIKOR method based on a new comprehensive weighted distance measure of Z-number and its application. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, v. 26, n. 6, p. 3232-3245, 2018.

SILVA, A. F. da *et al.* Fuzzy Goal Programming applied to the process of capital budget in an economic environment under uncertainty. **Gestão & Produção**, v. 25, p. 148-159, 2017.

SIMIC, D. *et al.* 50 years of fuzzy set theory and models for supplier assessment and selection: A literature review. **Journal of Applied Logic**, v.24, p.85-96, Nov. 2017.

SOUZA, R. S. de, DIESEL, V. **Metodologia da pesquisa**. 2008.

SOUSA, N., ALMEIDA, A., COUTINHO-RODRIGUES, J. A multicriteria methodology for estimating consumer acceptance of alternative powertrain technologies. **Transport Policy**, v. 85, p. 18-32, 2020.

SRDJEVIC, Z. Comparison of different multicriteria methods in selecting optimal biomechanical model parameters. **ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik**, v. 92, n. 2, p. 105-112, 2012.

SUN, G. *et al.* An innovative TOPSIS approach based on hesitant fuzzy correlation coefficient and its applications. **Applied Soft Computing**, v. 68, p. 249-267, 2018.

THRULOGACHANTAR, P., ZAILANI, S. The influence of purchasing strategies on manufacturing performance: An empirical study in Malaysia. **Journal of Manufacturing Technology Management**, 2011.

THRULOGACHANTAR, P., ZAILANI, S. The influence of purchasing strategies on manufacturing performance: An empirical study in Malaysia. **Journal of Manufacturing Technology Management**, 2011.

TORRA, V. Hesitant fuzzy sets. **International Journal of Intelligent Systems**, v. 25, n. 6, p. 529-539, 2010.

TRIANAPHYLLOU, E., LIN, C. Development and evaluation of five fuzzy multiattribute decision-making methods. **International Journal of Approximate reasoning**, v. 14, n. 4, p. 281-310, 1996.

TSAMBOULAS, D., YIOTIS, G. S., PANOU, K. D. Use of multicriteria methods for assessment of transport projects. **Journal of Transportation Engineering**, v. 125, n. 5, p. 407-414, 1999.

WETZSTEIN, A. *et al.* A systematic assessment of supplier selection literature—state-of-the-art and future scope. **International Journal of Production Economics**, v. 182, p. 304-323, 2016.

WETZSTEIN, A. *et al.* Uncovering the supplier selection knowledge structure: a systematic citation network analysis from 1991 to 2017. **Journal of Purchasing and Supply Management**, v. 25, n. 4, p. 100519, 2019.

WONG, W. *et al.* Simultaneous Adaptation of AHP and Fuzzy AHP to Evaluate Outsourcing Service in East and Southeast Asia. **Journal of Testing and Evaluation**, v. 48, n. 2, p. 1594-1614, 2020.

WU, C., BARNES, D. Formulating partner selection criteria for agile supply chains: A Dempster–Shafer belief acceptability optimisation approach. **International Journal of Production Economics**, v. 125, n. 2, p. 284-293, 2010.

WU, C., BARNES, D. A literature review of decision-making models and approaches for partner selection in agile supply chains. **Journal of Purchasing and Supply Management**, v.17, n.4, p.256-274, Dez. 2011.

WU, C., BARNES, D. A dynamic feedback model for partner selection in agile supply chains. **International Journal of Operations & Production Management**, 2012.

WU, Z. *et al.* Two MAGDM models based on hesitant fuzzy linguistic term sets with possibility distributions: VIKOR and TOPSIS. **Information Sciences**, v. 473, p. 101-120, 2019.

XU, Z., ZHANG, X. Hesitant fuzzy multi-attribute decision making based on TOPSIS with incomplete weight information. **Knowledge-Based Systems**, v. 52, p. 53-64, 2013.

YARAGHI, N. *et al.* Comparison of AHP and Monte Carlo AHP under different levels of uncertainty. **IEEE Transactions on Engineering Management**, v. 62, n. 1, p. 122-132, 2014.

YU, F., YANG, Y., CHANG, D. Carbon footprint based green supplier selection under dynamic environment. **Journal of cleaner production**, v. 170, p. 880-889, 2018.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. In: **Fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy systems: selected papers by Lotfi A Zadeh**. 1996. p. 394-432.

ZADEH, L. A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. **IEEE Transactions on systems, Man, and Cybernetics**, n. 1, p. 28-44, 1973.

ZENG, S., XIAO, Y. TOPSIS method for intuitionistic fuzzy multiple-criteria decision making and its application to investment selection. **Kybernetes**, 2016.

ZEYDAN, M., ÇOLPAN, C., ÇOBANOĞLU, C. A combined methodology for supplier selection and performance evaluation. **Expert systems with applications**, v. 38, n. 3, p. 2741-2751, 2011.

ZHANG, B. *et al.* A comparative study between analytic hierarchy process and its fuzzy variants: a perspective based on two linguistic models. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, v. 29, n. 11, p. 3270-3279, 2020.

ZIMMER, K., FRÖHLING, M., SCHULTMANN, F. Sustainable supplier management—a review of models supporting sustainable supplier selection, monitoring and development. **International Journal of Production Research**, v. 54, n. 5, p. 1412-1442, 2016.

ZOLFANI, S. H., CHATTERJEE, P. Comparative evaluation of sustainable design based on Step-Wise Weight Assessment Ratio Analysis (SWARA) and Best Worst Method (BWM) methods: a perspective on household furnishing materials. **Symmetry**, v. 11, n. 1, p. 74, 2019.

ZYOUD, S. H., FUCHS-HANUSCH, D. Comparison of several decision-making techniques: a case of water losses management in developing countries. **International Journal of Information Technology & Decision Making**, v. 18, n. 05, p. 1551-1578, 2019.