

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

SAMARA SCHRENK

**AS PRODUÇÕES DOS PROFESSORES PDE PARA O ENSINO DE FRAÇÕES
COMO MEDIDA NA RETA NUMÉRICA: POSSIBILIDADES PARA O APOIO
PEDAGÓGICO NO ENSINO FUNDAMENTAL**

TOLEDO

2021

SAMARA SCHRENK

**AS PRODUÇÕES DOS “PROFESSORES PDE” PARA O ENSINO DE FRAÇÕES
COMO MEDIDA NA RETA NUMÉRICA: POSSIBILIDADES PARA O APOIO
PEDAGÓGICO NO ENSINO FUNDAMENTAL**

**The productions of “PDE Teachers” for the teaching of fractions as a
measurement on the number straight: possibilities for pedagogical support in
Elementary Education**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como requisito parcial à obtenção do título de
Licenciado em Matemática, da Coordenação do
Curso de Licenciatura em Matemática, da
Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientadora: Profa. Dra. Barbara Winiarski Diesel
Novaes.

Coorientadora: Profa. Me. Heloisa Cristina da
Silva.

TOLEDO

2021



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Ponta Grossa



SAMARA SCHRENK

**AS PRODUÇÕES DOS “PROFESSORES PDE” PARA O ENSINO DE FRAÇÕES COMO MEDIDA
NA RETA NUMÉRICA: POSSIBILIDADES PARA O APOIO PEDAGÓGICO NO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do
título de Licenciado em Matemática da
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
(UTFPR).

Data de aprovação: 10 de agosto de 2021.

Barbara Winiarski Diesel Novaes
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Emerson Tortola
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Vanessa Largo
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**TOLEDO
2021**

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar à Deus por mais essa etapa concluída em minha vida, por me dar forças e me acalmar em momentos que senti desespero e insegurança.

Aos meus pais, pelos quais sou eternamente grata por tê-los em minha vida, que de tudo fizeram para sempre me ajudar e me oferecer o melhor, principalmente nessa fase como acadêmica. Também ao meu pequeno irmão, minha fonte de equilíbrio, saudade diária que incentivava meus estudos para alcançar aquilo que eu almejava.

Gratidão ainda por todos os momentos de apoio que recebi do meu noivo, que sempre compreendeu as minhas ocupações, e à minha tia que por dois anos fez de sua casa o meu lar, de sua família a minha família, meu coração resplandece de alegria em saber que existem pessoas tão especiais como vocês.

Meus colegas de turma que tornaram o fardo da caminhada mais leve, agradeço a todos que me auxiliaram quando necessitei, em especial aquelas que estiveram mais próximas, minhas queridas amigas.

Na lembrança ficam todos os professores, deixo aqui minha admiração a todos vocês pelo esforço e dedicação, e o reconhecimento pelo bom trabalho que fazem, obrigado por tudo àquilo que ensinaram, que vai muito além de conteúdos matemáticos e estratégias pedagógicas.

Em especial nesse momento, saliento a Profa. Heloísa que iniciou a orientação do meu trabalho de conclusão de curso, que sempre se mostrou disposta, auxiliou na construção inicial do projeto, suas indicações e correções enriqueceram a produção deste trabalho. Ressalto ainda a Profa. Barbara que contribuiu para a continuação do trabalho, ajudando nas tomadas de decisões que foram necessárias e em todos os aspectos nos quais surgiam incertezas, agradeço pela paciência e disposição.

Prof. Emerson e Profa. Vanessa, meu muito obrigado por aceitarem fazer parte da banca examinadora do meu trabalho, suas ricas indicações contribuíram muito para o aprimoramento do trabalho.

Termino agradecendo, de forma geral, a todos que de maneira direta ou indireta fizeram parte desse momento.

SCHRENK, Samara. **As produções dos “professores PDE” para o ensino de frações como medida na reta numérica: possibilidades para o apoio pedagógico no Ensino Fundamental.** Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Curso Superior de Licenciatura em Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, p. 63. 2021.

RESUMO

O presente estudo objetivou investigar as produções didático-pedagógicas dos professores da rede estadual de ensino do estado do Paraná resultantes da participação do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) no que tange ao ensino de frações como medida utilizando a reta numérica como suporte. Como pano de fundo estabelecemos os principais aspectos relacionados ao fracasso escolar dos alunos da Educação Básica, bem como os subsídios que são criados para auxiliar no enfrentamento e superação das dificuldades dos estudantes, apontando programas de apoio pedagógico vigentes na educação brasileira ao decorrer do tempo. Na pesquisa de cunho qualitativo, foram mapeadas 13 produções disponíveis no Portal Dia a Dia Educação e elencadas 6 categorias de análise. O estudo destaca que propostas produzidas pelos “professores PDE” para o ensino e aprendizagem do conteúdo em questão, podem contribuir tanto para a aprendizagem dos alunos da sala de aula regular quanto dos alunos que frequentam as Salas de Apoio à Aprendizagem, destacando que foram identificadas diferentes formas para trabalhar com esse conteúdo que auxiliam a compreensão sobre vários aspectos do conjunto dos números racionais em sua forma fracionária com interpretação medida. Ressalta-se a importância da divulgação e melhor organização destes materiais, com intuito de atingir mais indivíduos que possam estar interessados em usar como referência essas produções, principalmente professores da Educação Básica, visto a importância da troca de experiências entre professores.

Palavras-chave: Fracasso Escolar. Apoio Pedagógico. Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE). Fração como medida na reta numérica. Sala de Apoio à Aprendizagem.

SCHRENK, Samara. **The productions of “PDE teachers” for the teaching of fractions as a measure in the number line: possibilities for pedagogical support in Elementary School.** Course Conclusion Paper (Graduate) - Degree in Mathematics, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, p. 63. 2021.

ABSTRACT

This study aimed to investigate the didactic-pedagogical productions of teachers from the state education system in the state of Paraná resulting from the participation of the Educational Development Program (PDE) regarding the teaching of fractions as a measure using the number line as support. As a background, we establish the main aspects related to the school failure of Basic Education students, as well as the subsidies that are created to help in facing and overcoming the students' difficulties, pointing out pedagogical support programs in force in Brazilian education over time. In the qualitative research, 13 productions available on the Dia a Dia Educação Portal were mapped and 6 categories of analysis were listed. The study highlights that proposals produced by "PDE teachers" for the teaching and learning of the content in question can contribute both to the learning of students in the regular classroom and students who attend the Learning Support Rooms, highlighting that they were identified different ways to work with this content that help to understand various aspects of the set of rational numbers in their fractional form with measured interpretation. The importance of disseminating and better organizing these materials is highlighted, in order to reach more individuals who may be interested in using these productions as a reference, especially Basic Education teachers, given the importance of exchanging experiences between teachers.

Keywords: School Failure. Pedagogical Support. Educational Development Program (PDE). Fraction as measured on the number line. Learning Support Room.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	7
2 REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1 EDUCAÇÃO BRASILEIRA E OS ÍNDICES DE FRACASSO ESCOLAR	12
2.2 PERCURSO HISTÓRICO DOS PROGRAMAS DE “REFORÇO ESCOLAR” NO BRASIL.....	15
2.3 PROGRAMAS RECENTES DE APOIO PEDAGÓGICO NO BRASIL.....	19
2.4 RELAÇÕES ENTRE FRACASSO ESCOLAR E “REFORÇO ESCOLAR”	21
2.5 PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL (PDE).....	27
2.6 O ENSINO DE FRAÇÕES COMO MEDIDA: AUXÍLIO DA RETA NUMÉRICA	28
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	35
3.1 COLETA E ORGANIZAÇÃO DOS DADOS	36
4 PROPOSTAS PARA A APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE FRAÇÕES COMO MEDIDA COM AUXÍLIO DA RETA NUMÉRICA: PRODUÇÕES DOS PROFESSORES PDE	42
4.1 REPRESENTAÇÃO DAS FRAÇÕES NA RETA NUMÉRICA.....	42
4.2 REPRESENTAÇÃO DAS FRAÇÕES ENTRE DOIS NÚMEROS	45
4.3 REPRESENTAÇÃO DAS FRAÇÕES POR MEIO DE CÁLCULO APROXIMADO.....	47
4.4 REPRESENTAÇÃO DO NÚMERO RACIONAL NA FORMA FRACIONÁRIA: INFINIDADE DO CONJUNTO.....	48
4.5 REPRESENTAÇÃO DA FRAÇÃO $\frac{1}{2}$ NA RETA NUMÉRICA	49
4.6 ASSOCIAÇÃO AO SIGNIFICADO DE FRAÇÃO COMO PARTE-TODO.....	51
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	53
REFERÊNCIAS	56

1 INTRODUÇÃO

Quando tratamos do cotidiano escolar, é comum, segundo Lourenzini (2012), nos depararmos com alunos que possuem dificuldades de aprendizagem, independente do ano escolar que eles frequentam, e assim não conseguem acompanhar de forma satisfatória as atividades propostas em sala. Como consequência a essas dificuldades, ocorre o fracasso escolar desses alunos, que na maioria das vezes acarreta aprovação com baixo índice de aprendizagem, reprovação ou desistência. Além disso, outros aspectos são decorrentes dessas limitações, esses estudantes sentem-se “inferiores, incapazes, adquirindo traumas, baixa autoestima, em relação ao ritmo e ao processo de aprendizagem do qual fazem parte” (LOURENZINI, 2012, p. 15).

Navarro *et al.* (2016) destaca que o fracasso escolar é um assunto muito discutido atualmente por educadores, buscando reconhecer as principais causas e consequências. Além disso, essas discussões também procuram por possíveis teorias que possam fornecer explicações sobre o tema, para que se possa pensar em susídios para combater o fracasso escolar¹, com intuito de controlar e reduzir esse problema no cotidiano escolar.

Decorrente disso, são criados pelo governo ou pela instituição de ensino, programas de políticas educacionais que visam auxiliar os alunos que possuem dificuldades de aprendizagem na sala de aula regular, proporcionando outro momento de ensino, com objetivo de que estes alunos consigam superar as dificuldades enfrentadas em sala. Esses programas são os conhecidos “programas de apoio pedagógico” ou “programas de reforço escolar”, que acontecem em horários distintos ao da aula regular, no contraturno.

Portanto, a implantação destes programas proporciona aos alunos uma nova oportunidade de conhecer e aprender aquilo que não foi possível acompanhar eficazmente em sala de aula regular, sendo na maioria das vezes um número

¹ Nas palavras de Forgiarini e Silva (2008, p. 4): “Fracasso escolar seria o mau êxito na escola, caracterizado, na compreensão de muitos, como reprovação e evasão escolar. Consideramos essa expressão em seu sentido mais amplo: além da reprovação e da evasão, a aprovação com baixo índice de aprendizagem, retratado nas escolas pela aprovação por Conselho de Classe”.

reduzido de alunos na sala, facilitando o trabalho do professor, principalmente o atendimento individualizado.

No Brasil existem programas que foram implantados pelo governo federal, enquanto outros foram planejados pelos governos de níveis estaduais ou municipais, cada qual com suas características específicas. No estado do Paraná, por exemplo, até o ano de 2019 esteve em vigor o programa intitulado como Sala de Apoio à Aprendizagem, o qual foi substituído por um novo programa chamado Mais Aprendizagem. Já em nível federal, desde 2016 está em funcionamento o programa Novo Mais Educação, implantado pelo MEC, além de plataformas e aplicativos que são pensados e disponibilizados de forma online e gratuita para ajudar os alunos que procuram atividades extras que podem auxiliá-lo na compreensão dos conhecimentos adquiridos em sala.

De maneira geral, todos estes subsídios possuem como objetivo principal atender os estudantes que possuem dificuldades de aprendizagem, necessitando de outros momentos de ensino além do que é proposto em sala de aula regular, para que assim tenham oportunidade de recuperar aquilo que permanece incompreensível durante o processo de ensino em sala, evitando baixos níveis de aprendizagem e até mesmo reprovação e evasão escolar destes alunos.

A matemática é a disciplina vista por grande parte dos alunos como a mais complicada, é possível perceber nos estudantes um certo temor aos conteúdos que precisam ser estudados ao decorrer da vida escolar, e, segundo Zacarias (2008), é a disciplina na qual alunos apresentam menor desempenho e que ocasiona maiores índices de reprovação. A boa relação entre professor e aluno e a busca por fortalecer a relação entre a matemática e o cotidiano dos alunos, são fatores que podem auxiliar na superação do medo existente apresentado pelos alunos e conseqüentemente contribuir para a diminuição das dificuldades enfrentadas.

A autora relata que o fracasso em matemática não atinge apenas a vida escolar dos estudantes, resulta também na incapacidade desses sujeitos em conseguir entender e resolver questões básicas e necessárias do cotidiano, ocasionando frustração, já que a matemática é uma ciência com inúmeras aplicações presentes no dia a dia das pessoas. O medo pré-estabelecido pelos alunos os levam a sentirem-se incapazes de compreender a matemática que, por sua vez, é constituída de etapas que os assustam, e este sentimento faz com que

os alunos desistam dos desafios propostos na disciplina, sendo perceptível, a partir disso, que o medo seja superado para que em seguida ocorra a construção do conhecimento, para isso “o professor deverá ajudar os alunos a saírem do estado de bloqueio, propondo atividades compreensíveis, prazerosas e relacionadas com o cotidiano” (ZACARIAS, 2008, p. 23).

Na transição do Quinto para o Sexto Ano, o conteúdo que abrange os números racionais é considerado por Graça, Ponte e Guerreiro (2021) como um dos mais difíceis de ser compreendido pelos alunos, sendo apontado como possível razão, a existência de diferentes representações relacionadas a uma variedade de conceitos. Por exemplo, as frações, porta de entrada para os números racionais, possuem cinco diferentes interpretações - parte-todo, operador, quociente, razão e medida.

Pesquisas recentes (BALALLANOS; ROMERO, 2021; GRAÇA; PONTE; GUERREIRO, 2021; MAGINA; CAMPOS, 2008; POWELL, 2018) vêm alertando para o conhecimento limitado dos significados das frações por parte dos alunos, já que os professores costumam tomar como principais contextos as percepções como parte-todo e operador (procedimental). Ressaltam com isso a importância dos alunos conhecerem todas as interpretações das frações e que para a compreensão é importante passar por várias experiências e usos variados.

Os números fracionários é um tópico muito importante a ser compreendido no ensino básico, pois posteriormente servirá como suporte para a construção do conhecimento de outros aspectos da disciplina (POWELL, 2018). Dentre as diferentes interpretações das frações, aquela que os alunos demonstram mais dificuldade, devido principalmente à pouca ênfase dada a essa interpretação na abordagem dos números racionais, é a fração como medida, que pode ser melhor compreendida por meio do suporte com a reta numérica (CHARALAMBOUS; PITTA-PANTAZI, 2007 *apud* GRAÇA; PONTE; GUERREIRO, 2021).

Por conta desses fatores apontados em pesquisas recentes, e tendo como pano de fundo aspectos relacionados às dificuldades enfrentadas por alunos da Educação Básica e as estratégias criadas para contribuir com a aprendizagem

destes alunos², esta pesquisa visa a análise de atividades propostas por professores de matemática que participaram do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE)³ do Estado do Paraná, no que tange a utilização da reta numérica como recurso para auxiliar o ensino e a aprendizagem de frações como medida.

Com propósito de contribuir na busca de alternativas para a diminuição do fracasso escolar dos alunos do Ensino Fundamental na disciplina de matemática, especificamente a compreensão das frações como medida com utilização da reta numérica, o presente trabalho de conclusão de curso tem por objetivo mapear as produções didático-pedagógicas dos professores participantes do PDE do Estado do Paraná, no que tange a utilização da reta numérica como recurso para auxiliar na aprendizagem de frações como medida.

Contudo, para alcançar o objetivo deste trabalho, será necessário compreender aspectos sobre o fracasso escolar e suas relações com o reforço escolar, investigar os materiais disponíveis no site do governo estadual pertencentes aos trabalhos produzidos durante o PDE, especificar as produções didático-pedagógicas resultantes da pesquisa, classificando-as de acordo com suas propostas e seu público-alvo, além de caracterizar o modo como as atividades foram propostas quando a intenção é utilizar a reta numérica como recurso. A partir disso, essa pesquisa busca responder “Quais produções didático-pedagógicas dos ‘professores PDE’ do Estado do Paraná, abordam o conteúdo de frações com interpretação medida utilizando como recurso a reta numérica, para auxiliar na aprendizagem dos alunos que frequentam as Salas de Apoio à Aprendizagem?”.

² Inicialmente a pesquisa tinha por objetivo o estudo sobre fracasso e reforço escolar dos alunos da Educação Básica, em que os pesquisadores iriam entrevistar professores de matemática que atuam com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental de uma determinada escola, cujo objetivo era conhecer suas percepções sobre o assunto e o funcionamento do programa de apoio pedagógico nesta escola. Porém, em função da pandemia da Covid-19, o trabalho de conclusão de curso sofreu alterações substanciais para que fosse possível a sua execução, optando então pelo trabalho com as produções didático-pedagógicas dos professores PDE do Paraná.

³ Programa de formação continuada para professores da educação básica do Paraná, objetivando proporcionar aos professores subsídios para a qualificação de sua prática docente. O programa teve sua primeira turma no ano de 2007 e a última concluída em 2016, após isso, estava previsto o início de uma nova turma para o segundo semestre de 2019. No site da Secretaria de Educação do Paraná, há uma enormidade de trabalhos de matemática disponíveis, com importantes contribuições para o ensino e aprendizagem dos mais variados temas e abordagens, que podem ser acessados no seguinte link:

<http://www.gestoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=623>

Este trabalho é composto por cinco capítulos, incluindo introdução e considerações finais. No segundo capítulo, apresenta-se uma abordagem teórica dos principais aspectos relacionados ao tema da pesquisa, ressaltando os índices de fracasso escolar ao decorrer das últimas décadas na educação brasileira, possíveis fatores e teorias que podem explicar o fracasso dos estudantes, além dos programas mais recentes de apoio pedagógico e outros já existentes no Brasil para atender esses alunos que apresentavam ou apresentam dificuldades na aprendizagem. Ainda neste capítulo, descrevemos alguns aspectos e características do PDE, cujo programa é destinado a professores atuantes na Educação Básica do Paraná e, também, uma abordagem relacionada ao ensino e à aprendizagem do conteúdo de frações como medida, utilizando como recurso a reta numérica, enaltecendo algumas formas de trabalho e aspectos importantes sobre esse conteúdo.

No capítulo posterior, é descrito como aconteceu a coleta dos dados, a partir de uma busca online, indicando os termos e filtros de pesquisas utilizados para encontrar os materiais que eram de interesse para o estudo, e a maneira como organizou-se os dados, que foram classificados em três modalidades, sendo utilizadas duas dessas modalidades para as análises e conclusões.

Por fim, no quarto capítulo é a exposição das análises, cujas produções elencadas para análise puderam ser classificadas considerando a maneira como o(a) autor(a) propôs as atividades com a reta numérica. Assim, são exibidas algumas comparações entre as atividades, relacionando-as à teoria referenciada anteriormente, com objetivo de determinar se as atividades propostas estão de acordo com os aspectos postos pelos autores referenciados.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Dentre os objetivos deste capítulo, pretende-se apresentar dados históricos de nosso país que levam a refletir sobre as mudanças nos índices educacionais ao passar dos anos, que aconteceram por meio da criação de subsídios, principalmente programas de apoio pedagógico aos alunos com dificuldades, com intuito de proporcionar melhorias na educação. Além disso, elencamos fatores e teorias que possam justificar o fracasso dos alunos, cujas consequências perceptíveis, está a elevação dos índices de reprovação e desistência de alunos por conta do baixo nível de aprendizagem.

Em seguida abordamos aspectos relacionados aos alunos que precisam frequentar salas de apoio pedagógico, desde a fase de indicação do professor até a maneira como acontecem os trabalhos como estes alunos durante sua frequência no reforço, ressaltando os benefícios que ocorrem durante o processo de ensino e aprendizagem desses programas.

Para dar suporte a este estudo, criou-se uma seção que aborda características do PDE, explicitando do que se trata esse programa, visto que os materiais utilizados para as análises são produções elaboradas por professores da Educação Básica que participaram deste programa e que elaboraram atividades usando como recurso a reta numérica para trabalhar com frações, já que uma fase do programa é a prática em sala de aula.

Buscou-se também compreender as frações e suas diferentes interpretações, particularmente a aprendizagem das frações com significado de medida, apontada por Graça, Ponte e Guerreiro (2021) como sendo o que os alunos demonstram maior dificuldade.

2.1 EDUCAÇÃO BRASILEIRA E OS ÍNDICES DE FRACASSO ESCOLAR

Dados históricos comprovam que a educação brasileira apresentava indícios indesejáveis já no século XX. Patto (1999) traz dados de que a escola, na década de 1940, era insatisfatória para as camadas populares, sendo possível comprovar essa afirmação ao analisar os altos índices de repetência e evasão escolar na época,

para ser mais preciso apenas 4% dos alunos matriculados nessa época conseguiram concluir o ensino primário sem reprovações e dos 96% restantes, metade desses não conseguiram nem terminar o primeiro ano. Dentre as causas do abandono escolar já no primeiro ano, na concepção de Kimball (1959 *apud* PATTO, 1999), estão o

(...) grande número de professores leigos, desinteresse do homem rural pela escola (...), orientação deficiente no lar com relação aos estudos (...), a subversão da função da escola, que a transformou em instituição meramente alfabetizadora, a falta de adaptação das modernas técnicas pedagógicas às classes inferiores e o despreparo de professores de classe média para educarem crianças de classe baixa (KIMBALL, 1959 *apud* PATTO, 1999, p.137).

Schultz (1968 *apud* Patto, 1999) apresenta dados relacionados ao censo educacional de 1964, o qual afirma que 34% das crianças entre 7 e 14 anos estavam fora da escola, sendo que apenas 10% poderiam ser justificados pela falta de escolas, enquanto o restante provavelmente não se matriculou devido à pobreza, necessidade de trabalhar, deficiências físicas e mentais, doenças e desinteresse pela escola.

O fracasso atinge principalmente as classes sociais menos privilegiadas, e isso ocorre desde as últimas décadas do século XX, quando grande parte da população, formada por trabalhadores, teve acesso à escola pública e gratuita, devido à criação da Lei 5692/71 que em seu Art. 20 torna obrigatório o ensino de 1º grau dos 7 a 14 anos (BRASIL, 1971). Dessa forma, como o acesso à escola passou a ser obrigatório a partir de 1971, o exame de admissão para ingressar no ensino ginásial⁴ foi extinto do sistema educacional brasileiro. Porém, de acordo com Gama e Almeida (2018), a partir de 1965 com a Circular nº 973 ocorreram mudanças, sendo possível outra possibilidade de acesso ao ginásio além da realização do exame. Esta, por sua vez, se limitava à autenticidade do certificado de aprovação no curso primário, reconhecido por autoridade competente e com duração mínima de quatro anos.

Soares (1989) mostra números ainda insatisfatórios referentes à década de 1980, época em que ainda não havia escola para todos, na qual mais de 30% das

⁴ O Ginásio correspondia ao primeiro ciclo do ensino secundário, ou seja, as quatro séries posteriores ao ensino primário.

crianças entre 7 e 14 anos estavam fora da escola, o que mostra que quase duas décadas depois, o índice de crianças fora da escola teve redução quase que insignificante. Além disso, nessa mesma década, a cada 1000 estudantes que ingressaram na primeira série menos de 20% concluíram o primeiro grau e, ainda, muitos brasileiros que entravam na escola não conseguiam frequentá-la por muito tempo, cerca de metade desistia já na primeira série.

Segundo Dourado (2005), esse cenário não permanece o mesmo no início de 2000. O autor revela que sobe para 97,2% o número de crianças entre 7 e 14 anos que estão na escola, mas cerca de 24,8% dos estudantes do Ensino Fundamental reprovam e 19,5 % abandonam a escola. Esse aumento do número de crianças que frequentam a escola está relacionado à Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB 9394/96) que tornou obrigatória a frequência de crianças maiores de quatro anos na escola e, segundo o Art. 6º, é dever dos pais ou responsáveis efetuar a matrícula. Além disso, o Art. 5º também discorre sobre a educação básica obrigatória, ressaltando que “é direito público subjetivo, podendo qualquer cidadão, grupo de cidadãos, associação comunitária, organização sindical, entidade de classe ou outra legalmente constituída e, ainda, o Ministério Público, acionar o poder público para exigi-lo” (BRASIL, 1996, p. 10). Portanto, sendo as matrículas dessas crianças obrigatórias, caso não haja vagas disponíveis é dever do Estado procurar alternativas para resolver o problema.

Dados recentes transparecem a quase universalização da escolarização no Ensino Fundamental (faixa etária entre 6 e 14 anos) no ano de 2016, sendo 99,2 % de crianças frequentando a escola (IBGE, 2016). Houve também avanços em relação às taxas de abandono escolar e reprovação, diminuindo para 1,9% e 8,3%, respectivamente, ainda no ano de 2016 (IBGE, 2019).

Analisando essas estatísticas, é possível perceber que as mudanças e melhorias no panorama educacional brasileiro foram acontecendo lentamente década após década e como salienta Patto (1999, p. 138), “inúmeras passagens levam à sensação de que o tempo passa, mas alguns problemas básicos do ensino público brasileiro permanecem praticamente intocados”, o que significa que durante vários anos perduraram índices indesejáveis na educação brasileira.

2.2 PERCURSO HISTÓRICO DOS PROGRAMAS DE “REFORÇO ESCOLAR” NO BRASIL

Considerando os altos índices de reprovação no Brasil durante as primeiras décadas do século XX, buscou-se soluções para o problema. O Rio Grande do Sul

[...] dando os primeiros passos nesse sentido, adotou em 1958 uma modalidade de progressão continuada, criando classes de recuperação, destinadas a alunos com dificuldades, que quando recuperados poderiam voltar às suas turmas de origem, ou, caso contrário, continuar a escolarização em seu próprio ritmo (MORAIS, 1962 *apud* BARRETTO, MITRULIS, 2001, p. 106).

Em meados da década de 1970, com mais intensidade na década de 1980, chegam no Brasil programas de educação compensatória, descritos por Soares (1989) como sendo

(...) programas especiais que compensassem suas deficiências, geradas pela “privação cultural” de seu meio familiar e social, fornecendo-lhes aquilo que as outras crianças já trazem, naturalmente, para a escola, como resultado de suas condições materiais e culturais de vida. A lógica é, pois, a seguinte: se a causa do fracasso da criança está em suas deficiências e carências culturais e linguísticas, será necessário, para que ela não fracasse, compensar essas deficiências e carências; cabe à escola incumbir-se dessa compensação, oferecendo programas especiais de educação compensatória (SOARES, 1989, p.31).

A educação compensatória, segundo Soares (1989), voltava-se para crianças de classes menos favorecidas que ainda estavam em idade pré-escolar, pois pretendia-se uma intervenção precoce para evitar problemas futuros, ou seja, o objetivo deste programa era trabalhar com os alunos que pudessem apresentar dificuldades, antes mesmo de frequentarem a escola, pois dessa forma estariam reduzindo ou até eliminando as deficiências linguísticas e cognitivas e, conseqüentemente, prevenindo o fracasso do sujeito.

Mesmo sendo destinada à pré-escola, a educação compensatória invadiu também as primeiras séries escolares, destinando-se aos alunos que já estavam inseridos no sistema escolar. Um exemplo de como isso ocorreu, foi a separação dos alunos em turmas fortes, fracas e especiais, pois assim o sujeito estaria em uma sala na qual seus colegas possuíam um ritmo bem parecido com o seu, diminuindo as chances de um ou outro não conseguir acompanhar o restante da classe.

Esses programas já haviam obtido resultados negativos nos Estados Unidos uma década antes de serem implantados no Brasil e, assim, não superaram as

expectativas e acabaram por fracassar em nosso país também. Para Patto (1999), a educação compensatória já nasceu condenada por considerar que seus alunos são menos aptos à aprendizagem que os demais. Além disso, outros motivos são postos por Soares (1989) como possíveis causadores desse fracasso, dentre eles estão algumas características do programa, por exemplo, sua ocorrência tardia, se aproximando muito do início da vida escolar da criança e a postura dos professores, que já trazem consigo expectativas negativas em relação a esses alunos considerados “deficientes”, apoiando assim a ideia de Patto (1999). Outro fator é por atribuírem a “culpa” do fracasso ao aluno, quando na verdade deveria ser atribuída à escola, pois é ela quem repudia a linguagem e a cultura carregada por eles. Contudo, vale ressaltar que para conseguir eliminar a discriminação sofrida pelas crianças provenientes das camadas populares mais pobres, as mudanças das condições destas crianças precisam ser disseminadas na sociedade como um todo e não apenas na escola.

Nas últimas décadas, de acordo com Heckert e Barros (2007), o principal objetivo do governo com as políticas governamentais implantadas foi de transformar o fracasso dos estudantes em sucesso, utilizando para isso muitas estratégias que ficaram conhecidas, por exemplo, como programas de correção de fluxo escolar. Para isso foi necessário valer-se de alguns procedimentos para melhorar a qualidade do ensino público e aumentar a produtividade, dentre eles estão “reduzir custos, otimizar recursos públicos, corrigir piques no fluxo de entrada e saída de alunos, planificar os currículos por meio de parâmetros nacionais, descentralizar a administração dos sistemas de ensino, instituir procedimentos de avaliação do produto escolar” (HECKERT, BARROS, 2007, p.116).

O fluxo escolar há muito tempo vem sendo discutido como grande problema relacionado ao fracasso escolar, já que corresponde aos alunos que, por ingresso tardio, sucessivas repetências ou abandono temporário da escola, se distanciaram de sua devida turma, considerando a faixa etária de cada série. Dessa forma, muitos sistemas educacionais procuram adotar medidas para lidar com a correção do fluxo escolar, dentre elas, as principais a serem destacadas são a promoção automática, o regime de ciclos e as classes de aceleração.

A promoção automática começou a ser empregada pelas escolas em meados de 1960, com objetivo principal de resolver problemas de reprovação, que

tinha como consequências, segundo Viégas e Souza (2012, p. 502), “a superlotação de classes, a falta de vagas e a evasão, além de problemas administrativos, pedagógicos e psicológicos”. Portanto, nessa política educacional, os estudantes tinham a garantia de permanecer na escola por pelo menos quatro anos. As classes eram organizadas em agrupamentos de alunos segundo suas possibilidades e rendimento, sendo desenvolvido por cada turma um trabalho diferente e específico devido às características dos seus alunos. As avaliações não serviam para promover o aluno, mas para verificar a aprendizagem ou possíveis dificuldades, revisar conteúdos e reagrupar as classes (VIÉGAS, SOUZA, 2012).

Ainda segundo Viégas e Souza (2012), a classe do 1º ano era organizada por meio de relatórios da pré-escola ou testes e as classes do 2º, 3º e 4º anos segundo as avaliações anteriores. Além dessas classes, existiam também o ano intermediário ou de transição, para crianças que não conseguiam alcançar os objetivos de aprendizagem durante o 1º ano e assim não era possível cursarem o 2º ano e, também, a classe de ensino emendativo, para os alunos que ao final do 4º ano não conseguissem atingir aprendizagem mínima para sua formação elementar.

No início de 1990 foram criados os ciclos de aprendizagem para substituir o regime seriado, com intuito de resolver problemas relacionados principalmente à evasão e repetência escolar, tornando-se possível regularizar o fluxo de alunos. Ao desenvolverem as diretrizes de funcionamento do regime de ciclos em determinado município ou estado, os governos estabelecem, dentre outras especificações, a duração de cada ciclo. Por esse motivo, não é possível determinar com precisão qual é a duração de determinado ciclo, pois variam entre as diferentes instituições que aderem a esse regime.

Segundo Barreto e Mitrulis (2001, p. 117) estes ciclos “contemplaram, de um lado, o trabalho com as especificidades de cada aluno e, de outro, permitiram organizar com maior coerência a continuidade da aprendizagem a partir de uma perspectiva interdisciplinar, bem como integrar os professores que neles atuavam”.

Esse regime ocorre por meio da progressão continuada, que é um procedimento que permite os avanços dos estudantes sem interrupções, isto é, a reprovação não acontece, pois se acredita que reprovações sucessivas não contribuem para a aprendizagem do aluno (GOMES, 2016). As avaliações ocorrem de forma contínua, constante e cumulativa, mas pelo fato de não ocorrer reprovação

e os alunos estarem acostumados a estudar para “passar de ano”, muitos problemas foram enfrentados em relação à frequência dos estudantes às aulas, pois passaram a faltar sem preocupações, por não se sentirem pressionados (BARRETO, MITRULIS, 2001).

A classe de aceleração, o último dos programas de correção de fluxo escolar, foi um programa instituído pelo MEC no ano de 1997, voltado para alunos que possuem dois anos ou mais de repetência, enfrentando assim a distorção idade/série. O principal objetivo consiste em alcançar a reinserção desses alunos no percurso regular, isto é, passarem a frequentar séries compatíveis com sua faixa etária.

Essa alternativa é conhecida também como Ensino por Etapas pois os alunos trabalham com conteúdos de duas séries em uma única etapa, da seguinte maneira: a primeira etapa corresponde a 1ª e 2ª séries, a segunda etapa seria a 3ª e 4ª séries, a terceira etapa por sua vez, condiz a 5ª e 6ª séries e, por fim, seguindo a sucessão, a quarta etapa refere-se a 7ª e 8ª séries. Para que isso seja possível, devido ao tempo disponível ser curto, esse tipo de programa é caracterizado por três aspectos, redução, condensação e aceleração, pois estão relacionados ao corte dos conteúdos previstos no currículo, as aulas são intensivas, priorizando os conteúdos considerados mais importantes e necessários para o desenvolvimento de habilidades básicas (FALABELLO, 2002).

Essas características, se analisadas, se tornam um tanto quanto contraditórias, pois os alunos que apresentam dificuldades, que não conseguem acompanhar o ritmo de seus colegas são postos em classes em que o ritmo de aprendizagem será ainda mais acelerado e por isso esse é um dos motivos pelos quais muitos acreditam que as classes de aceleração não oferecem educação de qualidade. Conforme Falabelo (2002, p. 123), “os educandos, formalmente, vão avançando as séries, mas, na prática, apenas transportam para mais adiante as suas dificuldades, os seus problemas de aprendizagem, angústias e inseguranças”.

Essas propostas, dentre outras, possuem como objetivo, além de regularizar o fluxo escolar, conter os problemas relacionados ao fracasso dos alunos. Assim surge outro programa voltado principalmente para auxiliar alunos com dificuldades, conhecido como reforço escolar, definido por Silva (2010, p.1) como, “práticas pedagógicas a partir das quais os alunos com dificuldades de rendimento escolar

são agrupados em horários específicos para receber um atendimento ‘quase individual’, caracterizando-se, portanto, como atos dissociados das salas de aula”, isto é, um projeto extracurricular que visa recuperar os conhecimentos e habilidades que não foram possíveis de serem alcançadas e desenvolvidas pelo educando somente com as horas-aula frequentadas regularmente.

Sobre isso, Luckesi (2011 *apud* CUNHA, 2013) em entrevista, se manifesta propondo que o ideal seja que a própria escola realize a prestação de serviços de compensação e aceleração da aprendizagem, visto que o principal foco da escola está em ensinar, portanto, é necessário que a instituição busque outras maneiras de alcançar o saber dos alunos, caso estes não tenham aprendido nas aulas regulares.

2.3 PROGRAMAS RECENTES DE APOIO PEDAGÓGICO NO BRASIL

Alguns programas foram criados pelos governos, federal ou estadual, para auxiliar neste trabalho do reforço escolar. Dentre eles, o programa Novo Mais Educação, lançado em 2016, que se trata de uma estratégia do MEC para melhorar a aprendizagem de alunos do Ensino Fundamental nas disciplinas de língua portuguesa e matemática, ampliando a jornada escolar através do contraturno das aulas regulares. O programa prioriza alunos que tenham mais dificuldades e escolas com baixos indicadores educacionais (MEC, 2016).

Além disso, outros objetivos deste programa, segundo o site do Governo do Brasil, são ampliar a permanência dos alunos na escola e, também, reduzir o abandono, a reprovação e a distorção idade e ano. O desenvolvimento do programa acontece através de acompanhamento pedagógico e atividades nos campos de artes, cultura, esporte e lazer, intencionando melhorias no desempenho educacional dos alunos.

Uma segunda proposta inovadora do MEC foi o lançamento de uma plataforma online para apoiar alunos, o Banco Internacional de Objetos Educacionais (BIOE), que disponibiliza recursos educacionais de reforço escolar gratuitamente, “por meio de áudio, vídeo, animação, simulação, software educacional, imagem, mapa, hipertexto e muito mais, tornando o ato de estudar menos monótono e mais prazeroso” (FREIRE, 2018).

A proposta, segundo Freire (2018), busca auxiliar alunos que possuem dificuldades de aprendizagem, de forma a despertar o interesse desses alunos em temas e conteúdos que enfrentam mais dificuldades, ajudando na fixação dos conhecimentos já adquiridos em sala de aula.

Além desse repositório, Freire (2018) apresenta outros aplicativos e sites sem custos que estão disponíveis para auxiliar alunos que necessitam de reforço, disponibilizando exercícios, vídeo-aulas, jogos educativos, dentre outros materiais. O *Math x Math* é uma dessas plataformas, um jogo de aritmética que estimula a mente, sendo possível escolher o nível de dificuldade. Outro site disponível é o Só Português que traz diversos conteúdos e pontos importantes, e se estende também a versões que tratam de outras disciplinas.

Em 2004 a Secretaria da Educação e do Esporte do Estado do Paraná (SEED) instituiu o programa Salas de Apoio à Aprendizagem, que atende alunos de 6º e 7º anos que apresentam dificuldades de aprendizagem nas disciplinas de matemática e língua portuguesa, buscando reduzir índices de reprovação e evasão. É criada uma turma de sala de apoio a cada três turmas de ensino regular e acontece no turno contrário ao qual os alunos estão matriculados (OLIVEIRA *et al.*, 2009).

Dentre as funções dos professores, Oliveira *et al.* (2009) ressaltam que cabe ao professor regente de turma diagnosticar as dificuldades e encaminhar o aluno para participação do programa, enquanto o professor da sala de apoio deve elaborar e desenvolver o plano de trabalho, bem como ajudar na decisão sobre a permanência ou não do aluno no programa.

O mais recente projeto implantado pelo governo do Paraná nas escolas estaduais é o programa Mais Aprendizagem⁵, criado para substituir as salas de apoio, atendendo alunos de todos os anos do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Implantado no segundo semestre de 2019 e desenvolvido no contraturno das aulas regulares, o programa tem como foco o trabalho com quatro áreas, leitura, interpretação de textos, escrita e resolução de problemas, buscando atender os estudantes que enfrentam dificuldades nos estudos, além de auxiliá-los no avanço de série (PARANÁ, 2020).

⁵ No momento, o programa está suspenso em função da pandemia da Covid-19.

Ainda segundo Paraná (2020) os alunos participantes são divididos em três níveis de necessidades pedagógicas, sendo atendidos no nível I aqueles com mais dificuldades e no nível III os que necessitam apenas de um amparo pontual. Já o nível II é intermediário entre os dois anteriores, ou seja, recebe os alunos que apresentam nível médio de dificuldades. A partir dessa forma de organização é possível atendimento com mais qualidade, sendo possível perceber com mais facilidade o que precisa ser trabalhado com cada aluno.

2.4 RELAÇÕES ENTRE FRACASSO ESCOLAR E “REFORÇO ESCOLAR”

Ao analisar a realidade do cotidiano das salas de aulas de escolas públicas brasileiras, é comum, conforme Lourenzini (2012), deparar-se com vários fatores que interferem no processo de ensino e aprendizagem, ocasionando as dificuldades dos estudantes que por conta disso necessitam frequentar os programas de reforço. Dentre esses fatores, estão “o desinteresse em aprender, o desinteresse familiar, a desmotivação e a falta de atenção” (LOURENZINI, 2012, p. 22).

Outra variável envolvida é em relação às salas de aulas lotadas, nas quais um único professor não consegue desempenhar sua função com qualidade de forma a ensinar todos os alunos adequadamente, principalmente por motivos relacionados à aprendizagem de cada sujeito, isto porque cada qual possui capacidades e dificuldades próprias. Dessa forma, torna-se um desafio ensinar os conteúdos do currículo de forma satisfatória e realizar atendimentos individualizados, principalmente com aqueles que necessitam de mais atenção.

Com essa sobrecarga, muitos professores podem deixar de criar métodos ou estratégias que possam auxiliar seus alunos. Dessa forma, os problemas só aumentam e são levados ano após ano, até o momento em que o estudante, já desgastado e desmotivado, sofrendo pressão de sua família, amigos e a própria auto-cobrança, chega ao seu limite e acaba por optar pela desistência (LOURENZINI, 2012). Muitas vezes, por conhecerem as limitações de seus alunos e desacreditarem em seu potencial, os professores apresentam as respostas aos alunos. Apesar de ser um caminho mais rápido, não contribui para o desenvolvimento dos alunos, pois muitos deles acabam se acomodando e

esperando que o professor sempre lhe forneça a resposta. Essa atitude do professor pode, muitas vezes, piorar o desempenho de seus alunos, pois não os auxilia na construção do seu próprio conhecimento.

Como dito anteriormente, o desinteresse da família também é visto como possível influenciador no desenvolvimento escolar de seus filhos e, para Lourenzini (2012), esse desinteresse está relacionado principalmente à pouca afetividade e participação na vida escolar dos filhos, pela falta de tempo ou por pensarem ser obrigação somente da escola educar e ensinar as crianças.

São muitos os fatores que podem ser considerados como influenciadores no fracasso escolar dos estudantes, sendo difícil detectar todos eles ou um único responsável por tal problema. Ora a responsabilidade recai sobre o aluno, ora sobre a família, outras vezes se deve ao funcionamento do sistema educacional ou ainda recai a outros fatores. Sendo assim, conclui-se que o fracasso escolar pode ocorrer como consequência de um conjunto de diversos fatores vinculados ao contexto social, escolar e familiar do aluno.

Considerando todos esses aspectos e fatores apresentados como os responsáveis pelo baixo rendimento escolar, Soares (1989) elenca três teorias que trazem consigo explicações relacionadas ao fracasso: a ideologia do dom, a ideologia da deficiência cultural e a ideologia das diferenças culturais.

A ideologia do dom traz consigo uma explicação que atribui responsabilidade pelo insucesso ao próprio indivíduo, pelo fato de que “a escola oferece ‘igualdade de oportunidades’; o bom aproveitamento dessas oportunidades dependerá do dom - aptidão, inteligência, talento - de cada um” (SOARES, 1989, p. 10). Dessa forma, acredita-se que são as características dos alunos que irão definir os futuros resultados de cada um, sendo as diferenças entre eles a explicação do baixo rendimento escolar dos desfavorecidos. Essas diferenças são mensuradas através de testes que buscam avaliar as aptidões intelectuais de aprendizagem, de inteligência ou de quociente intelectual.

Nesse caso, a escola não seria a responsável pelo fracasso do aluno, a verdadeira causa estaria na ausência de algumas condições básicas e necessárias para bom aproveitamento daquilo que a escola oferece, ou seja, o fracasso está na incapacidade do sujeito de adaptar-se ao que lhe é oferecido. Com isso, fica sob responsabilidade da escola o tratamento específico para atender as supostas

diferenças individuais de cada criança e ajustá-la na sociedade segundo suas aptidões, dons e características.

A ideologia da deficiência cultural, por sua vez, busca responder as indagações relacionadas ao motivo do fracasso escolar estar concentrado nos alunos provenientes da classe popular dominada, pois se considerarmos os princípios da ideologia anterior, alunos das camadas dominantes poderiam, de forma igualitária, fracassar também, visto que defendem a ideia das causas estarem agregadas às aptidões naturais.

A ideologia da deficiência cultural busca explicações nas desigualdades sociais existentes entre as camadas populacionais. Nessa concepção, as condições de vida das crianças das altas classes permitem o desenvolvimento de características que auxiliem essa criança a ter mais possibilidade de sucesso na escola, dentre essas características estão os hábitos, atitudes, conhecimentos, habilidades e interesses. Por outro lado,

(...) as condições de vida das classes dominadas e as formas de socialização da criança no contexto dessas condições não favoreceriam o desenvolvimento dessas características e, assim, seriam responsáveis pelas dificuldades de aprendizagem dos alunos delas provenientes (SOARES, 1989, p. 13).

A explicação para o fracasso é dada pelas desvantagens que os alunos das classes dominadas apresentam devido a problemas de deficiência, carência ou privação cultural, o meio no qual elas vivem é pobre não somente do ponto de vista econômico, como também do ponto de vista cultural, pobreza essa relacionada à falta de estímulo, oportunidade, experiência, interação e comunicação. Assim, a incapacidade de aprender está ligada a deficiências afetivas, cognitivas e linguísticas que são consequências do meio social e familiar do qual o aluno provém.

Em ambas as teorias já citadas, é possível perceber que a culpa ao fracasso escolar é posta sob responsabilidade dos alunos, mas com uma diferença, na primeira, o aluno é portador de desvantagens intelectuais, e na segunda, de déficits socioculturais. Já na próxima ideologia a situação é outra, os encargos de culpa em relação ao fracasso escolar são colocados sobre a instituição de ensino, e não mais no aluno.

A ideologia das diferenças culturais se contrapõe à ideologia da deficiência, pois considera e defende que nenhuma cultura é deficiente ou pobre, considerando que cada grupo cultural possui suas características próprias, portanto, não há carência cultural, o que existe é diversidade de culturas. O grande problema, na concepção desta teoria, é que a escola assume e valoriza a cultura das classes dominantes, prejudicando os alunos das classes mais pobres, que quando chegam à escola se deparam com uma cultura distante da que estão acostumados, mas que são os padrões culturais apresentados como “certos”, ignorando e desprezando os padrões já adquiridos, pois são considerados “errados”.

Por considerar apenas a cultura das classes altas, o aluno proveniente de classes sociais mais pobres é avaliado segundo os comportamentos que a escola considera por ser o modelo correto, “os testes e provas a que é submetido são culturalmente preconceituosos, construídos a partir de pressupostos etnocêntricos, que supõem familiaridade com conceitos e informações próprios do universo cultural das classes dominantes” (SOARES, 1989, p. 15). Esse aluno fracassa não por ser menos capaz ou não possuir aptidões necessárias, mas pelo fato dele estar acostumado a conviver com uma cultura diferente, é a escola quem nega e repudia todas as suas condições já adquiridas.

Diante das dificuldades de aprendizagem presentes entre os alunos, é preciso que a escola adote algumas estratégias para conseguir controlar ou sanar esses problemas. Assim, são criados pelo governo inúmeros programas ou políticas educacionais para auxiliar os alunos que mais necessitam. Porém, Lourenzini (2012) discorre ser importante ressaltar que

(...) não basta estabelecer leis, projetos, ou apenas consolidar políticas, é preciso implantá-los de forma precisa de acordo com a realidade e objetivos de cada município e cada instituição de ensino, bem como investir em recursos para que o programa possa atender e alcançar os objetivos propostos engajados na qualidade da educação de sua instituição e consequentemente do município (LOURENZINI, 2012, p. 14).

Isso significa que a implantação de programas político-educacionais não é um processo simples, pelo contrário, deve ser muito cauteloso em identificar as reais necessidades dos alunos em questão, para que não seja um trabalho desperdiçado, mas um trabalho que oportunize aos educandos a aprendizagem de acordo com seu ritmo e necessidades, ampliando seus conhecimentos e facilitando cada vez mais o processo de aprendizagem em sala.

Uma proposta político-educacional muito conhecida e praticada nas escolas públicas para afrontar o fracasso, é o conhecido “reforço escolar”, proposta que conta com diversos outros programas, implantados ou pelo governo federal ou pelos governos estaduais e municipais, possuindo o mesmo objetivo, combater ou minimizar o fracasso dos alunos e melhorar a qualidade do ensino. Para Cunha (2013),

(...) o reforço escolar tem por finalidade a aprendizagem dos educandos que apresentam dificuldades em acompanhar o ritmo da turma, que são causadas por diversos fatores. Dessa forma o propósito desse espaço de aprendizagem diferenciado deve ser o de auxiliar o professor a fazer com que os educandos adquiram as competências esperadas para a sua faixa etária de forma que supra essas deficiências apresentadas nas aulas regulares (CUNHA, 2013, p. 44).

Portanto, o planejamento dessa proposta deve ser pensado de forma que seja possível trabalhar competências e habilidades que não foram adquiridas nas aulas regulares, cabendo aos docentes identificarem quais as principais dificuldades que os alunos apresentam, bem como os conteúdos que não conseguiram assimilar, para em seguida iniciar as aulas de reforço, que por sua vez devem ser dinâmicas e atrativas de forma a promover nesse aluno socialização com os demais colegas (CUNHA, 2013).

Para obtenção de bons resultados “é necessário preparar metodologias adequadas para que os alunos que frequentam o programa estejam sempre motivados e estimulados a aprender continuamente e progressivamente” (LOURENZINI, 2012, p. 14). E assim, para Cunha (2013), o ambiente do reforço escolar é um espaço propício para o professor desenvolver metodologias variadas e estratégias de ensino por meio de atividades diferenciadas, para que haja superação das dificuldades observadas na sala de aula regular, visto que é um momento privilegiado para recuperação de estudos, atendimento e acompanhamento especializado, devido, principalmente, à quantidade menor de alunos. Porém, mesmo sendo importante o trabalho de forma individual, a socialização em grupo não deve ser ignorada, pois é um grande meio de torná-los participantes atuantes do processo de ensino e aprendizagem.

É importante também que o professor consiga identificar qual metodologia é mais adequada para ensinar cada conteúdo, ressaltando que cada discente é diferente e seu tempo de aprendizagem também. Por isso, a sistematização dos

conteúdos deve ocorrer de forma significativa, associada, sempre que possível, à realidade da criança, aproximando a escola da vida social dos alunos e assim as chances das dificuldades serem amenizadas e as habilidades aprimoradas, são ainda maiores, contribuindo no desempenho escolar desses sujeitos (CUNHA, 2013).

Durante o desenvolvimento do reforço escolar, Silva (2010) propõe quatro etapas que se remetem ao longo de todo o processo, iniciando com o diagnóstico e, logo em seguida, o encaminhamento. Estas duas primeiras etapas acontecem simultaneamente, pelo fato de que geralmente esse processo ocorre de dentro da sala de aula para fora dela, ou seja, são os professores que realizam o diagnóstico no decorrer das aulas, repassando à coordenação pedagógica que comunica a família do aluno e o encaminha para frequentar as aulas de reforço.

Depois de comprovado que o sujeito apresenta dificuldades, inicia-se o processo de trabalho junto dele, sendo esta a terceira etapa. Esse trabalho pode acontecer no período de contraturno com a mediação de um professor regente do programa ou em horários vagos no mesmo turno das aulas regulares, acompanhados, nesse caso, de professores auxiliares. Nessa segunda situação, “cabe ressaltar que uma vez que o aluno não tem horário vago costuma receber o reforço durante horários nos quais são desenvolvidas atividades esportivas, artísticas ou culturais” (SILVA, 2010, p. 4).

Por fim, é muito importante que aconteça o diálogo entre a classe de reforço e a classe do aluno no ensino regular.

Isso requer que a organização do trabalho escolar preveja espaços de debate, tempos específicos para encontros entre os profissionais, capacitação dos docentes das classes regulares para compreensão do processo pelo qual seus alunos estão submetidos e para que possam dar continuidade ao trabalho já iniciado, bem como colaborar para a elevação da autoestima do aluno com dificuldades (SILVA, 2010, p. 5).

As práticas dos dois professores precisam caminhar juntas de forma contínua, onde seja possível a troca de informações em relação à aprendizagem do aluno, possivelmente constatadas diante de observações e percepções dos professores durante o desenvolvimento de atividades. Além disso, o diálogo e a discussão das práticas metodológicas que estão sendo usadas por ambos, a fim de constatar quais estão obtendo melhores resultados, são outros aspectos importantes, podendo ocorrer a partir disso troca de sugestões de trabalho.

Contudo, é necessário ressaltar o cuidado que a equipe pedagógica deve ter para que os alunos que frequentam essas propostas de reforço não sejam sobrecarregados com mais conteúdos, mais atividades e mais trabalhos além dos propostos pelo professor regente de turma, precisa ser um processo contínuo e vagaroso, desenvolvido com muita atenção e cuidado para não prejudicar ainda mais os estudantes, mas pelo contrário, é preciso oportunizar a superação de suas dificuldades (CUNHA, 2013). Além do mais, para que os objetivos sejam alcançados com sucesso, é necessário não apenas empenho e consciência por parte do professor e seu aluno que são os principais envolvidos nesse processo, da mesma forma, é indispensável que

(...) todos os envolvidos no processo conheçam os objetivos e o funcionamento do reforço escolar, para que esse espaço de aprendizagem torne-se um ambiente atrativo e com diversas possibilidades de atividades contextualizadas, associadas à vida familiar e ao seu cotidiano, favorecendo a compreensão e a aprendizagem dos alunos (CUNHA, 2013, p.46).

Portanto, Cunha (2013) destaca a preocupação que deve acontecer por parte da equipe gestora quanto à participação e ao acompanhamento na vida escolar dos alunos por parte dos pais, para que estes possam auxiliar seus filhos em atividades e momentos particularizados na busca da superação de suas dificuldades e ampliação de seus conhecimentos. Esse monitoramento aos pais dos alunos, realizado pela equipe da instituição, pode acontecer por meio de reuniões periódicas, visitas domiciliares, comunicação frequente ou preparação de eventos.

2.5 PROGRAMA DE DESENVOLVIMENTO EDUCACIONAL (PDE)

O Programa de Desenvolvimento Educacional foi instituído pelo governo do Estado do Paraná como uma política pública de formação continuada que visa proporcionar ao professor da Educação Básica oportunidade de desenvolver ações educacionais sistematizadas, que o façam refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem de sua disciplina, acontecendo por meio de uma parceria com professores da educação superior de universidades públicas, fortalecendo a articulação entre Educação Básica e Ensino Superior (PARANÁ, 2014).

Ainda de acordo com Paraná (2016), este programa foi “idealizado durante a elaboração do Plano de Carreira do Magistério (Lei Complementar nº 103/04) e

implementado inicialmente pelo Decreto nº. 4.482, de 14/03/05”, tendo início da primeira turma no ano de 2007, porém consolidado como política de Estado apenas em 2010, por meio da Lei Complementar n.º 130/2010.

Foi permitida a participação de professores do quadro próprio do magistério (QPM), que se encontravam no nível II, classe 8 a 11, da tabela de vencimentos do plano de carreira, com duração de dois anos divididos em quatro períodos (semestres), acontecendo as atividades, de acordo com Bergmann (2012), da seguinte maneira:

No primeiro período, o professor PDE elabora, com a orientação de professor das universidades e faculdades parceiras, seu projeto de intervenção pedagógica, e, no segundo, apresenta sua proposta de material didático. No terceiro período, implementa o projeto na escola e, no quarto, produz um artigo, com formato acadêmico, que reflete teoricamente o processo de implementação. Além dessas atividades, o professor participa de eventos acadêmicos e outras atividades formativas, presenciais e a distância, que visam formação e socialização de conhecimento adquirido pela participação no Programa (BERGMANN, 2012, p. 13).

Para realizar as atividades do PDE o professor, no primeiro ano, é liberado 100% de suas atividades para realização dos estudos teóricos, enquanto no segundo ano, recebe liberação de 25% de suas atividades, visando a implementação de um projeto de pesquisa que surge a partir de um problema diagnosticado na escola em que atua.

2.6 O ENSINO DE FRAÇÕES COMO MEDIDA: AUXÍLIO DA RETA NUMÉRICA

De acordo com Ananias (2019), o ensino de frações tem sua importância mesmo sendo restrito na vida cotidiana dos estudantes, já que grande parte das representações utilizadas nas situações cotidianas são apresentadas por números decimais ou percentuais, porém, o trabalho com os números fracionários favorece um maior suporte na aprendizagem do conceito do conjunto dos números racionais, já que fazem parte deste conjunto aqueles números que podem ser escritos em forma de fração, como também dos conteúdos que envolvem razão, proporção e porcentagem.

Considerando a representação de um número fracionário, dois inteiros escritos com um símbolo de barra entre eles ($\frac{a}{b}$), Lamon (2020) ressalta que o

número superior a dessa representação é chamado de numerador, indicando uma série de partes iguais, enquanto o número inferior b é conhecido como denominador, que por sua vez designa quantas dessas partes formam o todo, e além disso, as frações podem ser tratadas considerando diferentes interpretações, dentre elas, a fração como parte-todo, quociente, operador multiplicativo, razão e medida, caracterizadas a seguir, segundo Lamon (2020).

Primeiramente, a interpretação de fração como parte-todo significa um certo número de partes em relação a um total de partes iguais que determinada unidade foi dividida, isto é, “ a partes de b partes iguais”⁶ (LAMON, 2020, p. 154, tradução nossa), neste caso o termo “iguais” significa a mesma quantidade, o mesmo comprimento, dependendo da natureza da unidade que foi dividida.

Em seguida, a interpretação como quociente indica o resultado da divisão dos termos de uma fração, neste caso o símbolo $\frac{a}{b}$ é interpretado como o quociente da divisão do numerador (dividendo) pelo denominador (divisor). Os alunos possuem familiarização com essa interpretação desde o nível escolar básico, visto que “quocientes surgem no compartilhamento justo, uma atividade bem conhecida na pré-escola”⁷ (LAMON, 2020, p. 182, tradução nossa).

Já na fração com interpretação de operador, os números racionais são vistos como funções, relacionados à noção de encolher, aumentar, contrair, expandir, diminuir, multiplicar ou dividir. Portanto, operadores são considerados transformadores que podem, por exemplo, contrair ou aumentar uma figura mapeada em um plano geométrico, reduzir ou aumentar o número de itens em um conjunto, dentre outras possibilidades. Portanto, um operador é considerado um conjunto de instruções para realizar um processo, em que o símbolo $\frac{a}{b}$ indica a multiplicação de uma determinada unidade por a e a divisão deste resultado por b .

Em relação à interpretação da fração como razão, Lamon (2020, p. 238, tradução nossa) enaltece que “as razões nem sempre são números racionais, mas

⁶ Referência original: “ a parts out of b equal parts”.

⁷ Referência original: “quotients arise in fair sharing, an activity well known to preschool”.

parte-todo, operador, medida e frações quocientes são sempre números racionais”⁸. Algumas frações não podem ser interpretadas como razão por conta de que a razão pode assumir como segundo componente o número zero, já as frações não admitem este número como denominador. Porém, ambas são pares ordenados em que a conversão da ordem de a e b acarreta mudanças, dando origem a uma nova e diferente fração ou razão.

Em nossa pesquisa buscamos por produções que abordassem as frações como medida, em que

a ideia associada ao significado número está vinculada a fração que é transformada em um número na sua representação decimal ou anuncia um número na reta numérica na representação fracionário ou decimal. Uma vez que, a compreensão desse significado é a representação numérica da fração (LAPA, 2013, p.39).

Dessa forma, Lamon (2020) chama atenção em relação à representação das frações na reta numérica, salientando que falamos desses números como se fossem pontos da reta, mas na realidade não são pontos, são medidas de distância, isto é, a distância que um determinado ponto da reta está de zero, considerando números racionais positivos.

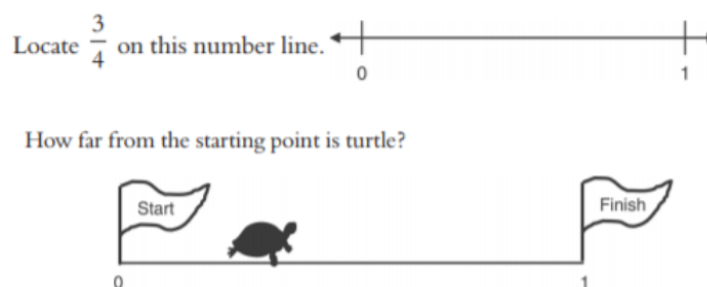
Quando um intervalo, nesse caso uma reta numérica, possui comprimento igual a l e esse comprimento é subdividido b subintervalos iguais, cada um destes subintervalos terá medida igual a $\frac{1}{b}$. A partir disso, a reta numérica sempre pode ser dividida sucessivamente em quantas subunidades forem necessárias, e com isso o número de partes iguais na reta pode variar (LAMON, 2020).

A autora chama atenção para duas formas de exercícios (Figura 1), em que mesmo sendo ambas atividades de medição na reta numérica, possuem distinção na forma como os alunos vão desenvolver a solução. No primeiro, em que o aluno é convidado a localizar a fração $\frac{3}{4}$ na reta, percebe-se uma semelhança muito grande com exercícios que trabalham com a interpretação da fração como parte-todo, pois os alunos são levados a dividir o intervalo dado em quatro partes iguais e demarcar o fim do terceiro intervalo, representando assim três partes do todo, o mesmo que

⁸ Referência original: “ratios are not always rational numbers, but part–whole, operator, measure, and quotient fractions are always rational numbers”.

realizam para representar a forma gráfica da fração por meio de uma pizza, por exemplo, dividindo-a em quatro partes e pintando três delas. Já no segundo exercício, os estudantes são levados a dividir a reta por sucessivas subdivisões até o momento que consigam, por meio da construção de suas marcas, demarcar a posição em que a tartaruga está disposta.

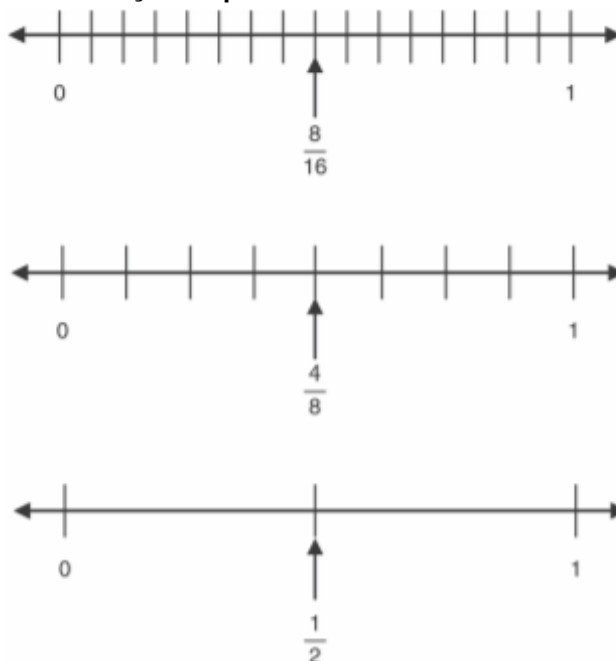
Figura 1 – Representação de frações na reta numérica



Fonte: Lamon (2020, p. 221-222)

Ao realizar as partições da reta numérica é perceptível que quanto menor for o tamanho do subintervalo, maior será a quantidade necessária desses subintervalos para dividir toda a reta numérica disposta, e da mesma forma, quanto maior for o subintervalo, menos deles serão necessários para abranger toda a reta. Em razão disso, os alunos podem se deparar com duas ou mais subdivisões diferentes para demarcar uma mesma distância, porém existe somente um número racional que pode estar relacionado a esta distância de zero, logo as duas frações encontradas na realidade são números iguais, as conhecidas frações equivalentes, isso pode ser observado na representação abaixo, em que as frações $\frac{8}{16}$, $\frac{4}{8}$ e $\frac{1}{2}$ representam a mesma distância de zero até o ponto, portanto, todas as três são frações equivalentes.

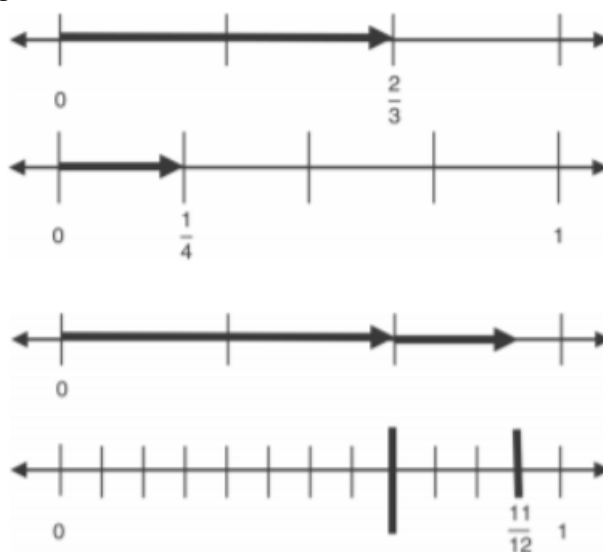
Figura 2 – Frações equivalentes na reta numérica



Fonte: Lamon (2020, p. 225)

A interpretação da fração como medida, além de auxiliar na construção da aprendizagem em relação às frações equivalentes, demonstra também potencial para que os alunos tenham uma primeira ideia de como somar ou subtrair frações, por meio da visualização na reta numérica.

Figura 3 – Soma de frações na reta numérica



Fonte: Lamon (2020, p. 228)

Este é um exemplo para a soma de duas frações que primeiramente são dispostas cada qual em uma reta numérica, na qual por meio de uma seta representa-se a distância de zero até o ponto em que a fração está representada. Posteriormente, essa representação auxilia o aluno na soma das frações, por meio da junção das duas setas representadas em cada uma das retas em uma única reta numérica, já que o intuito é somar uma mais a outra. Feito isso, basta o aluno demarcar algumas subdivisões até alcançar a marcação que representa o fim das setas, descobrindo com isso qual a fração resultante da soma das duas anteriores.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que traça os conteúdos necessários a serem trabalhados durante cada um dos anos escolares dos alunos, bem como as habilidades e competências que devem ser desenvolvidas ao decorrer da aprendizagem, aponta já para o Quarto Ano do Ensino Fundamental o uso da reta numérica como suporte para auxiliar na aprendizagem do conteúdo de frações, enaltecendo em uma de suas habilidades a importância de “Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, $1/10$ e $1/100$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso (EF04MA09)” (BRASIL, 2018, p. 291).

Continuando com a construção dessa ideia, o documento aponta no Quinto Ano três habilidades cujo objetivo é continuar o trabalho com a representação na reta numérica de números racionais na forma decimal e fracionária, ressaltando a necessidade do aluno

(EF05MA02) Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica; (EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso; (EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica (BRASIL, 2018, p. 295).

Da mesma forma, nas indicações para o Sexto Ano também é encontrada uma habilidade semelhante a essas, “(EF06MA08) Compreender, reconhecer que os números racionais não negativos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal e estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica” (BRASIL, 2018, p. 301)”, portanto, é perceptível que os alunos já devem começar a familiarizar-se

com a representação de números racionais na reta numérica desde o Quarto Ano, um suporte construído ano após ano com intuito de facilitar seu entendimento de fração como medida no Sexto Ano, em que é importante o uso da reta numérica como recurso para a aprendizagem do conteúdo.

No Referencial Curricular do Paraná, documento a nível de estado que aponta princípios, direitos e orientações considerando a realidade educacional do estado, também está presente estas mesmas indicações para o uso da reta numérica para auxiliar a aprendizagem dos estudantes, iniciando o desenvolvimento destas mesmas habilidades no Quarto Ano até alcançar o Sexto Ano, assim como indica também a BNCC.

Contudo, por meio dessas indicações tanto na BNCC quanto no currículo do Paraná, assegura-se o presente trabalho, considerando que o conteúdo de frações como medida utilizando como recurso para a aprendizagem a reta numérica, relacionando uma fração a um ponto da reta, ou seja, a fração resultando em um número, está previsto nos documentos oficiais.

Neste capítulo julgamos necessário fazer uma construção histórica sobre a educação brasileira e os índices de fracasso escolar ao longo dos tempos. Seguimos para as ações governamentais que década após década tentaram minimizar o problema. Com o objetivo de contribuir para a diminuição do fracasso escolar em matemática voltamos nosso olhar para os trabalhos dos professores PDE que muito tem a contribuir com práticas inovadoras no que tange as frações como medida com suporte a reta numérica e que podem contribuir nas salas de apoio à aprendizagem e nas turmas regulares. No próximo capítulo apresentaremos o percurso metodológico da pesquisa.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

A pesquisa selecionada para ser desenvolvida é de cunho qualitativo na qual buscamos reconhecer e interpretar os dados coletados e atribuir significado à problemática abordada, visto que as abordagens qualitativas

(...) se fundamentam numa perspectiva que concebe o conhecimento como um processo socialmente construído pelos sujeitos nas suas interações cotidianas, enquanto atuam na realidade, transformando-a e sendo por ela transformados. Assim, o mundo do sujeito, os significados que atribui às suas experiências cotidianas, sua linguagem, suas produções culturais e suas formas de interações sociais constituem os núcleos centrais de preocupação dos pesquisadores (ANDRÉ, 2013, p. 97).

Triviños (1987) acrescenta que na pesquisa qualitativa é necessário acontecer a escolha do tema ou problema, bem como a coleta e análise de dados. Ressalta também que mesmo o pesquisador iniciando sua investigação apoiado em fundamentações teóricas que auxiliarão nas interrogativas que surgirem, a maior parte do trabalho acontece no momento de seu desenvolvimento. Além disso, Triviños discorre as seguintes características da pesquisa qualitativa postas por Bogdan:

1ª) A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta dos dados e o pesquisador como instrumento-chave; (...) 2ª) A pesquisa qualitativa é descritiva; (...) 3ª) Os pesquisadores qualitativos estão preocupados com o processo e não simplesmente com os resultados e o produto; (...) 4ª) Os pesquisadores qualitativos tendem a analisar seus dados indutivamente; (...) 5ª) o significado é a preocupação essencial na abordagem qualitativa (BODGAN *apud* TRIVIÑOS, 1987, p. 128).

Inicialmente realizamos uma busca exploratória no site da Secretaria da Educação do Paraná com objetivo de conhecer e entender os materiais, relacionados às Salas de Apoio Pedagógico, que estão disponíveis para uso. Ao perceber que os materiais elaborados no PDE estavam todos à disposição, escolhemos um conteúdo matemático para posteriormente realizar uma pesquisa minuciosa daquilo que poderia ser utilizado para nossas análises. Devido ao vínculo da professora orientadora com o conteúdo de frações e, também, por ser do interesse da orientanda, optou-se pela pesquisa sobre o ensino de fração como medida, utilizando a reta numérica como auxílio.

3.1 COLETA E ORGANIZAÇÃO DOS DADOS

Dois termos de pesquisa foram utilizados, frações e reta numérica, o que resultou em 173 trabalhos, subdivididos em produção didático-pedagógica na escola e artigo. Estes possuíam relação com as disciplinas de matemática, geografia, gestão escolar, pedagogia, ciências, educação especial e história.

Como a pesquisa ainda estava muito abrangente, selecionamos alguns filtros que pudessem apresentar resultados mais específicos para nossa pesquisa. Primeiramente, filtramos a disciplina de matemática, restando então 136 trabalhos e em seguida, utilizamos o filtro que permitia apenas os trabalhos do tipo produção didático-pedagógica na escola, diminuindo então para 106 resultados, atividade esta que é prevista para acontecer no segundo período do programa, devendo estar relacionada ao projeto de intervenção que fará em um momento posterior, para tanto “o professor precisa ter clareza quanto à intencionalidade de sua produção, buscando a fundamentação teórica e os encaminhamentos metodológicos a serem apresentados, de forma a garantir a sua aplicabilidade na realidade escolar” (PARANÁ, 2016, p. 7).

Esses resultados também estavam organizados por ano de publicação, que variaram entre 2007 e 2016: 2007 (6 resultados), 2008 (5 resultados), 2009 (16 resultados), 2010 (17 resultados), 2012 (10 resultados), 2013 (16 resultados), 2014 (26 resultados) e 2016 (10 resultados).

A partir destes resultados, trabalhamos de maneira mais precisa, analisando cada uma das 106 produções, a fim de demarcar quais trabalhos que pudessem estar relacionados ao ensino de frações com a reta numérica para alunos que frequentavam a sala de apoio, considerando que tanto o PDE como a Sala de Apoio à Aprendizagem são ambos programas implantados pelo governo do Paraná e aconteceram de forma simultânea durante alguns anos (2007-2016). Conforme o andamento da pesquisa, percebemos muitas produções que não tinham como público-alvo os alunos que frequentam a sala de apoio, porém apresentavam propostas de atividades que utilizavam a reta numérica como recurso para o trabalho com o conteúdo de frações, assim, pudemos classificar os materiais de nosso interesse em três modalidades:

- Modalidade I: Vínculo com a sala de apoio à aprendizagem (6 produções);

- Modalidade II: Vínculo com o conteúdo de frações na reta numérica (11 produções);
- Modalidade III: Vínculo tanto com a sala de apoio, quanto com o ensino de frações na reta numérica (2 produções);

Como nosso interesse está no ensino do conteúdo de frações utilizando como recurso a reta numérica, utilizaremos para nossas análises e reflexões os trabalhos que fazem parte das modalidades II e III, especificados nos quadros 1 e 2 respectivamente.

Quadro 1 - Produções didático-pedagógicas – frações na reta numérica

Identificação	Título / Ano	Autor (a) / Orientador (a)	Público-alvo	Palavras-chave	Link para a publicação
Produção 1	O uso do laboratório do ensino de matemática para o ensino de frações (2008)	Edna Aparecida Silvestre Leonardi / João Roberto Gerônimo (UEM)	7ª série		http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portais/cadernospede/pdebusca/producoes_pde/2008_uem_mat_md_edna_aparecida_silvestre_leonardi.pdf
Produção 2	AValiação: uma possibilidade de apoio na ação pedagógica do professor de Matemática, no estudo dos números decimais (2009)	Jaqueline de Fatima Ruhmke Vazzoller (Colégio Estadual Padre Cirilo - Capanema) / Carlos Roberto Calssavara (Unioeste - Campus Cascavel)	5ª série		http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portais/cadernospede/pdebusca/producoes_pde/2009_unioeste_matematica_md_jaqueline_de_fatima_ruhmke_vazzo.pdf
Produção 3	Frações: da aversão à compreensão (2010)	Josenilva Arenas Périco (Colégio Estadual Santo Inácio de Loyola -	5ª série (6º ano)	Números fracionários; História da Matemática; Tangram.	http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portais/cadernospede/pdebusca/producoes_pde/

		Terra Rica) / Lucineide Keime Nakayama de Andrade (UNESPAR - Campus de Paranavaí)			2010/2010_fafipa_mat_pdp_josenilva_arenas.pdf
Produção 4	Como trabalhar frações partindo do concreto para a abstração (2012)	Edicleuza Morais Prates (Colégio Estadual Maria de Lourdes R. Morozowski - Paranaguá) / Solange Maria Gomes dos Santos (FAFIPAR)	6º ano	Aprendizagem ; Concreto; Abstração; Frações; Jogos matemáticos.	http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospd/pdebusca/prducoes_pde/2012/2012_fafipar_mat_pdp_edicleuza_morais_prates.pdf
Produção 5	Um olhar na avaliação externa: trajetórias para a Prova Brasil (2012)	Angela Maria Martins (Colégio Estadual Almirante Barroso - Rondon) / Alexandra de Oliveira Abdala Cousin (UEM)	9º ano	Avaliação em Matemática; Prova Brasil; Resolução de Problemas.	http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospd/pdebusca/prducoes_pde/2012/2012_uem_mat_pdp_angela_maria_martins.pdf
Produção 6	O <i>software Jclíc</i> como ferramenta pedagógica para se explorar os cinco significados de fração: uma intervenção com alunos de 6ºAno do Ensino Fundamental (2013)	Aparecida de Araújo (Colégio Estadual Antônio Lacerda Braga - Goioerê) / Veridiana Rezende (FECILCAM)	6ºAno	Cinco significados de fração; <i>Software Jclíc</i> ; Teoria dos Campos conceituais.	http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospd/pdebusca/prducoes_pde/2013/2013_fecilcam_mat_pdp_aparecida_de_araujo.pdf
Produção 7	As diferentes representações de um número	Celina Maria Negro (Colégio Estadual	6ºAno	Investigação Matemática; Número Racional;	http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospd

	racional por meio da investigação matemática com estudantes do 6º ano (2013)	Marcelino Champagnat - Londrina) / Magna Natalia Marin Pires (UEL)		Educação Matemática.	e/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uem_mat_pdp_celina_maria_negro.pdf
Produção 8	A Resolução de Problemas como Estratégia para Interpretar Enunciados e Cálculos Fundamentais com Números Racionais (2013)	Fernanda Cristina Salamí (Colégio Estadual São Pedro - São Pedro do Iguaçu) / Susimeire Vivien Rosotti de Andrade (UNIOESTE - Campus Foz do Iguaçu)	8º ano	Resolução de problemas; Interpretação de enunciados; Números Racionais; Operações Fundamentais	http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portais/cadernospd/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_unioeste_mat_pdp_fernanda_cristina_salami.pdf
Produção 9	Aprendizagem significativa matemática com estratégias consolidadas nas tendências matemáticas (2014)	Leila Carla Machado da Silva (Colégio Estadual Duque de Caxias - Maringá) / João Cesar Guirado (UEM)	8º ano	Educação; Matemática; Aprendizagem Significativa; Tendências Matemáticas.	http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portais/cadernospd/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uem_mat_pdp_leila_carla_machado_da_silva.pdf
Produção 10	O Jogo como Recurso Metodológico para o Ensino de Frações nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental (2014)	Juliane Parcianello (Colégio Estadual Pe. José de Anchieta - São Jorge D'Oeste) / Franklin Angelo Krukoski (UNIOESTE)	Curso de Formação de Docentes	Jogo; Ensino; Frações; Aprendizagem	http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portais/cadernospd/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unioeste_mat_pdp_juliane_parcianello.pdf
Produção 11	A resolução de problemas nas avaliações externas como ferramenta de aprendizagem em	Eliana Provenci (Colégio Estadual Presidente Abraham Lincoln - Colombo) /	Alunos e professores do 9º ano, e pedagogos	Aprendizagem; Avaliação; Resolução de Problemas.	http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portais/cadernospd/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_utfpr_mat_pdp_e

	matemática (2014)	Gilberto Manoel Alves (UTFPR)			liana_provenci.pdf
--	-------------------	-------------------------------	--	--	------------------------------------

Fonte: Autoria própria.

Quadro 2 - Produções didático-pedagógicas – frações na reta numérica/sala de apoio à aprendizagem

Identificação	Título / Ano	Autor (a) / Orientador (a)	Público-alvo	Palavras-chave	Link para a publicação
Produção 12	2008	Patricia Aparecida de Oliveira Drechmer /	Professores atuantes na Sala de Apoio		http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospd/pdebusca/producoes_pde/2008_unioest_e_mat_md_patricia_aparecida_de_oliveira_drechmer.pdf
Produção 13	A transição dos educandos da quarta para a quinta série do ensino fundamental: implicações para o processo de ensino e aprendizagem da matemática (2009)	Vilma Rinaldi Bisconsini (Núcleo Regional da Educação de Assis Chateaubriand) / Renata Camacho Bezerra (UNIOESTE)	Professores atuantes na 4ª série e professores de matemática atuantes na 5ª série e no Programa Sala de Apoio à Aprendizagem		http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospd/pdebusca/producoes_pde/2009_unioest_e_matematica_md_vilma_rinaldi_bisconsini.pdf

Fonte: Autoria própria.

Após classificar as produções do interesse da nossa pesquisa, exploramos cada uma destas produções observando a maneira como o autor propunha o trabalho com a reta numérica relacionado ao conteúdo de fração. Dessa forma, selecionamos todas as atividades apresentadas relacionadas a este critério, e após descrever e analisar estas propostas, criamos algumas categorias que permitiram estabelecer as diferentes maneiras e possibilidades de usar a reta numérica,

agrupando àquelas propostas que percebemos serem semelhantes por abordarem uma mesma forma de ensino.

Com isso, foi possível a criação de 6 categorias: a representação das frações na reta numérica; a representação entre dois números; a representação por cálculo aproximado; a representação da fração $\frac{1}{2}$ na reta numérica; os números racionais na forma fracionária, relacionando a infinitudes de termos no conjunto desses números; e associação ao significado das frações como parte-todo por meio da utilização de régua, retratando uma reta numérica; as quais serão abordadas no próximo capítulo.

4 PROPOSTAS PARA A APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE FRAÇÕES COMO MEDIDA⁹ COM AUXÍLIO DA RETA NUMÉRICA: PRODUÇÕES DOS PROFESSORES PDE

No presente capítulo olharemos para cada uma das produções¹⁰ didático-pedagógicas com o intuito de descrever e discutir as propostas dos autores(as), para uso da reta numérica como recurso na aprendizagem do conteúdo de frações como medida.

4.1 REPRESENTAÇÃO DAS FRAÇÕES NA RETA NUMÉRICA

A abordagem mais recorrente nas atividades propostas foi solicitar que o aluno representasse frações na reta numérica. Apresentamos a seguir 6 produções para elucidar esse tipo de exercício.

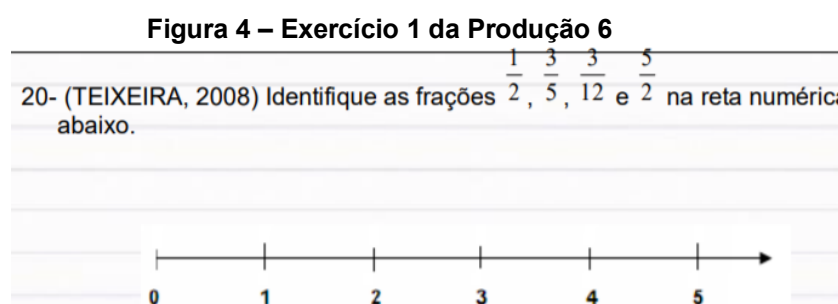
- Produção 1: A atividade proposta foi de confeccionar uma reta numérica de -10 a 10 ou de -15 a 15 em tamanho grande para disponibilizar na frente da sala, e após distribuição de frações e números decimais que estavam entre esses valores, os alunos foram convidados a irem até a frente para indicarem qual é a localização do valor recebido na reta disponibilizada pela professora, explicando qual foi o raciocínio utilizado para sua análise e descoberta. Segundo a autora, esta atividade ajuda o aluno a relembrar, comparar e organizar alguns números racionais e, ainda, relacionar valores fracionários, inteiros ou decimais equivalentes, localizando-os na reta.
- Produção 2: Para realizar a atividade foi confeccionada uma reta numérica em madeira de 2 m de comprimento, numerada 0 a 10 e com dez subdivisões entre cada número. Após dividir a turma em dois grupos, cada aluno recebeu um cartão com um número, podendo ser decimal ou fracionário, sendo que cada aluno, um de cada vez, deveria posicionar o número escrito em seu

⁹ Apesar de algumas produções trazerem a expressão “frações com significado número” optamos por seguir as cinco interpretações definidas por Lamon (2020) e já abordadas no capítulo 2.

¹⁰ Consideramos produções as questões criadas pelos professores, mas também as adaptadas dos livros didáticos e avaliações externas.

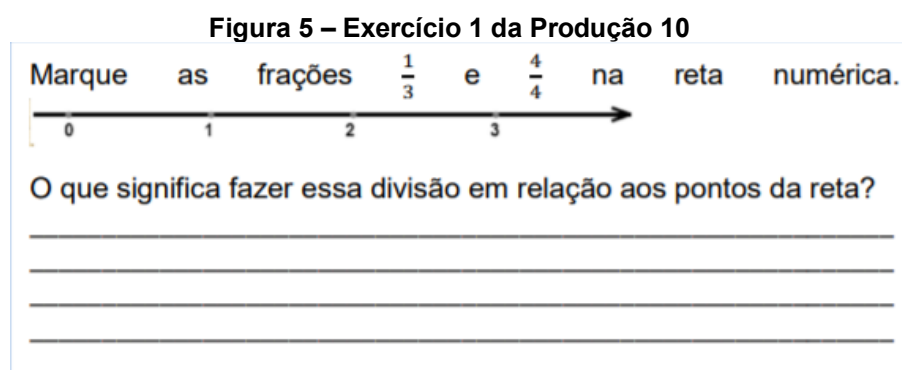
cartão na reta numerada, o grupo pontuava se o número fosse posicionado de forma correta.

- Produção 4: Neste trabalho, a autora apresentou um exercício solicitando que o aluno representasse uma fração na reta numérica: “Represente a fração $\frac{2}{5}$ na reta numérica” (PRATES, 2012, p. 25).
- Produção 6: Um dos exercícios apresentados por esta autora pedia para que o aluno identificasse algumas frações, dadas no enunciado, na reta numérica, como mostra na figura 4.



Fonte: Araújo (2013, p. 25)

- Produção 8: A autora desta produção trouxe um exercício em que os alunos deveriam localizar na reta numérica alguns números, dentre eles, duas frações, uma com valor positivo e outra com valor negativo: “Localize na reta anterior os seguintes números: 3,2; -0,5; $\frac{1}{2}$; $-\frac{2}{5}$; 0,9 e 1,9” (SALAMÍ, 2013, p. 15).
- Produção 10: A autora apresentou duas atividades utilizando reta numérica ao decorrer do texto, sendo ambas relacionadas com a representação de frações na reta numérica, conforme figura 5 e figura 6.

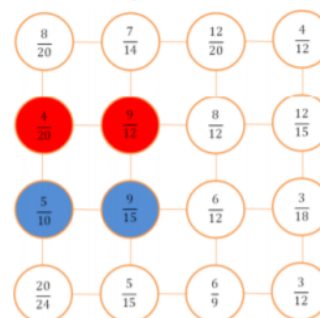


Fonte: Parcianello (2014, p. 9)

Figura 6 – Exercício 2 da Produção 10

- ❖ Talita jogava as peças azuis e sua adversária com as peças vermelhas. Na sua vez de jogar, o tabuleiro estava assim:

Ela tirou nos dados os números 2 e 3, montou a fração $\frac{20}{24}$. Você considera que foi uma boa escolha? Por quê? _____



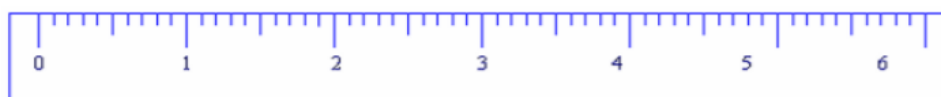
- ❖ Quando terminar de jogar, escolha a linha na qual você pintou mais frações e marque essas frações na reta numerada.

Fonte: Parcianello (2014, p. 27)

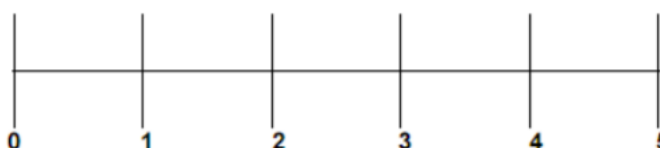
- Na produção 12, em que o público-alvo foram alunos que frequentavam a sala de apoio, as atividades também solicitaram que os alunos representassem na reta as frações sugeridas no enunciado, abordagem essa, como já visto, considerada a mais comum que encontramos dentre as propostas analisadas.

Figura 7 – Atividades da Produção 12

10. (TEIXEIRA, 2008) Identifique as frações $\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{5}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{5}{2}$ na reta numérica abaixo.



11. (MERLINI, 2005) Represente e identifique as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$ na reta numérica abaixo.



Fonte: Drechmer (2008, p. 20)

Isso significa a percepção do uso de exercícios similares tanto para o ensino na sala de aula regular, quanto para o trabalho com alunos que frequentavam a sala de apoio, ou seja, nessa produção didático-pedagógica cujo público-alvo são alunos que necessitam de apoio para auxiliar em suas dificuldades de aprendizagem, as atividades propostas são as mesmas elaboradas pelas produções em que as

atividades foram pensadas para a sala regular. Desta forma, entendemos que todas as 13 produções analisadas podem ser trabalhadas tanto na sala de aula regular quanto na sala de apoio à aprendizagem, considerando a abordagem das frações como medida utilizando a representação na reta numérica.

Comparando com as demais atividades apresentadas, percebe-se uma diferença do modo como as atividades das duas primeiras produções deveriam ser desenvolvidas com os alunos, já que nas produções 1 e 2 foram distribuídos os números aos alunos e eles deveriam localizar o valor que receberam em uma única reta juntamente com os demais alunos, enquanto nas demais produções as propostas foram exercícios que o aluno resolveria em seu próprio caderno.

Essa categoria pertence à primeira forma de exercício apresentada por Lamon (2020) na Figura 1, em que o aluno deve apresentar determinada fração $\frac{a}{b}$ na reta numérica. A autora indica como provável resolução do aluno a divisão da reta numérica em subintervalos iguais e, em seguida, a marcação do ponto que aponta o fim de a subintervalos.

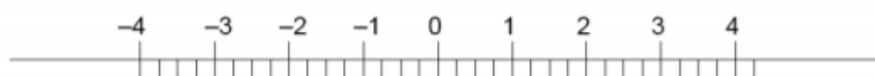
4.2 REPRESENTAÇÃO DAS FRAÇÕES ENTRE DOIS NÚMEROS

Um segundo agrupamento perceptível em produções dos professores são atividades com objetivo do aluno analisar entre quais números da reta numérica uma fração deverá ser representada. A seguir seguem exemplos:

- Produção 5: a figura 8 mostra que o objetivo do exercício era que o aluno conseguisse identificar em que local da reta a fração dada deveria ser posicionada, considerando dois valores, ou seja, precisaria ser maior que um número da reta e menor do que outro, isto é, representado entre dois números consecutivos da reta numérica.

Figura 8 – Exercício da Produção 5

10-Observe o desenho abaixo.



O número $1\frac{1}{4}$, na reta numérica, está localizado entre

- (A) -4 e -3
- (B) -2 e -1
- (C) 3 e 4
- (D) 2 e 3

Fonte: Martins (2012, p. 47)

- Produção 6: Outra atividade, proposta por Araújo (2013), foi que o aluno conseguisse perceber entre quais números inteiros encontra-se a fração apresentada, como mostra a figura 9.

Figura 9 - Exercício 2 da Produção 6

24-(EF SARESP, 2005) Localizando o número $\frac{3}{2}$ na reta numérica, representada pela figura abaixo, ele vai estar no intervalo ente os números:

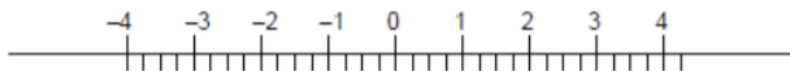
- a) 3 e 4 b) 2 e 3 c) 1 e 2 d) 0 e 1

Araújo (2013, p. 26)

- Produção 11: Da mesma forma que as atividades anteriores, a autora solicitou que o aluno identificasse entre quais valores da reta numérica encontra-se a fração dada, conforme figura 10.

Figura 10 - Exercício Produção 11

ÍTEM 7: Em uma aula de Matemática, o professor apresentou aos alunos uma reta numérica como a da figura a seguir.



O professor marcou o número $\frac{4}{11}$ nessa reta. Esse número foi marcado entre que pontos da reta numérica?

Fonte: Adaptado de QUESTÕES DIVULGADAS PROVA BRASIL 2011.

Fonte: Provenci (2014, p. 30)

Essa forma de exercício é interessante para que o aluno se familiarize com a fração como número, pois como precisará indicar entre quais números inteiros dada fração deve ser representada, será necessário compreender o seu valor numérico. Esta forma não foi citada por Lamon (2020) mas a consideramos importante para a construção do significado de fração como medida, levando em conta, além disso, que encontramos propostas similares desta atividade em diferentes produções, como especificadas anteriormente.

Outro ponto observado foi que os autores Araújo (2013) e Provenci (2014) utilizaram como referência em suas propostas exercícios de provas externas, EF SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) e Prova Brasil, ambas avaliações cujo objetivo é verificar o rendimento e aprendizagem dos alunos da Educação Básica, sendo uma desenvolvida pelo governo federal e outra pelo governo estadual de São Paulo. Portanto, vemos que provas importantes como estas que vêm sendo aplicadas aos alunos, estão buscando compreender o nível de aprendizagem sobre os diferentes significados de fração, mais um ponto a ser considerado pelos professores na busca de alternativas de ensino para trabalhar com esse conteúdo.

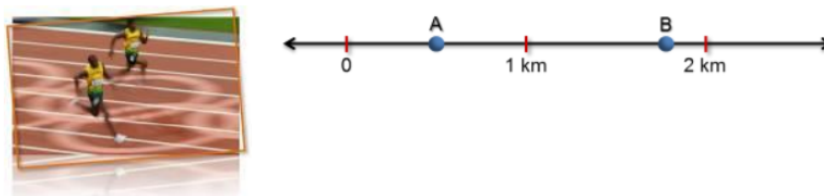
4.3 REPRESENTAÇÃO DAS FRAÇÕES POR MEIO DE CÁLCULO APROXIMADO

Uma terceira forma que encontramos de trabalhar com a representação de frações na reta numérica é na Produção 9, em que os pontos já estavam

representados na reta, logo, o aluno deveria descobrir quais valores estes pontos estavam representando, conforme figura 11.

Figura 11 - Exercício da Produção 9

A posição dos dois corredores durante uma competição foi assinalada pelos pontos A e B em um determinado instante.



Segundo a reta, os pontos A e B, representam o que os corredores já haviam percorrido, respectivamente, em quilômetros. Assinale a alternativa que apresenta os números associados a esses pontos.

- a) 0,5 e $1\frac{1}{4}$
- b) 0,25 e $10/4$
- c) $1/4$ e 2,75
- d) $1/2$ e 2,38

Resposta: Alternativa a.

Fonte: Silva (2014, p. 57)

Perceba que o ponto B é representado por um número misto, ou seja, um valor inteiro mais um valor fracionário, interessante para que o aluno consiga fazer o caminho inverso das atividades anteriores, em que o valor era dado para posteriormente ser representado.

Essa forma de exercício também é apresentada na Figura 1 por Lamon (2020), enfatizando que os alunos podem realizar sucessivas divisões da reta numérica em subintervalos, até o momento em que percebam a marcação de um dos subintervalos sobreposta ao ponto representado, encontrando com isso a fração que representa a distância que o ponto está de zero.

4.4 REPRESENTAÇÃO DO NÚMERO RACIONAL NA FORMA FRACIONÁRIA: INFINIDADE DO CONJUNTO

Além destas formas de representação, na produção 7, a autora sugeriu que a reta numérica fosse usada como um recurso quando os alunos não conseguissem responder e interagir com os questionamentos realizados pela professora. Portanto, essa proposta é uma possibilidade planejada pela professora caso os alunos tenham

dificuldades de entender a representação do conjunto dos números racionais (Figura 12). A partir disso, a reta numérica os ajudará a compreender o conteúdo.

Figura 12 - Atividade da Produção 7 (parte 1)

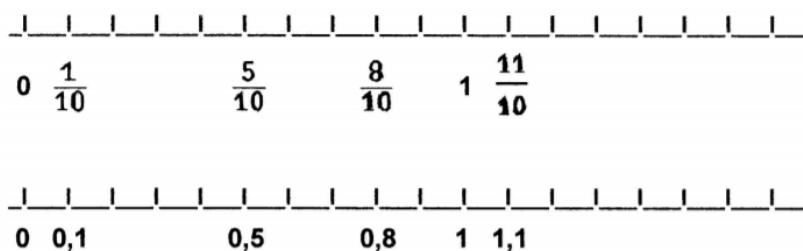
CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

$$Q = \{ \dots, 0, \dots, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{4}, \dots \}$$

Fonte: Negro (2013, p. 29)

A autora chama atenção à forma como o conjunto dos números racionais são representados, com reticências (pontinhos) entre os números, sugerindo que seja realizada aos alunos a pergunta do que isso significa e é neste momento que a reta numérica é tida como um recurso para o entendimento dos alunos.

Figura 13 - Atividade da Produção 7 (parte 2)



Fonte: Negro (2013, p. 29)

Depois de construída uma reta numérica com alguns valores (Figura 13), a autora solicitou que os alunos representassem nesta reta os números 0,01, 0,001 e 0,0001, a fim de que percebam que entre dois números racionais sempre existem infinitos números racionais, por este motivo, para facilitar a representação do conjunto destes números, utiliza-se reticências (pontinhos) entre os números, que significam a existência de outros vários números entre os representados.

4.5 REPRESENTAÇÃO DA FRAÇÃO $\frac{1}{2}$ NA RETA NUMÉRICA

Nas Produções 3 (figura 14) e 6, ambas as autoras propunham um trabalho em que o professor pudesse discutir com os alunos se é possível e como se deve

prossequir para representar a fração $\frac{1}{2}$ na reta numérica. Na produção 3, a autora ressalta a importância de explicar aos alunos que se pode dividir a unidade em partes iguais, facilitando a representação do número na reta, portanto, para marcar $\frac{1}{2}$ podemos dividir a unidade em duas partes iguais. Através desse procedimento, encontra-se um novo ponto entre 0 e 1, que representa metade do comprimento da unidade, logo, este ponto do segmento é identificado com a fração $\frac{1}{2}$.

Figura 14 - Atividade da Produção 3

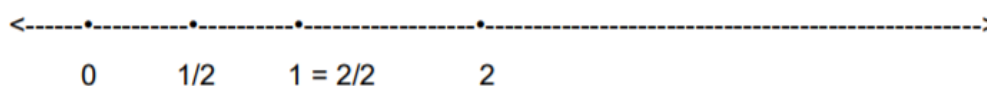


Figura 3: Reta numerada

Fonte: A autora

Fonte: Périgo (2010, p. 26)

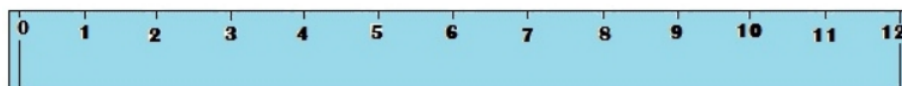
O professor também pode ensinar aos alunos a representação do número por meio do cálculo do quociente de 1 por 2, ou seja $1 \div 2 = 0,5$, e utilizando régua explicar que entre os números 0 e 1, a unidade está dividida em 10 partes iguais e que cada parte corresponde a $\frac{1}{10}$ ou 0,1 da unidade, logo, se $\frac{1}{2}$ é igual a 0,5, como a unidade está dividida em dez partes iguais, representa-se $\frac{1}{2}$ exatamente na parte correspondente a 0,5.

Da mesma forma, a autora da Produção 6 concorda em dizer que o estudante precisa entender que o número na forma fracionária não representa simplesmente um número sobre outro, além de defender a importância do aluno saber que esse número representa uma posição na reta numérica, que existem infinitos números entre dois outros números e que há duas formas para representar um número racional, a forma fracionária e a forma decimal.

4.6 ASSOCIAÇÃO AO SIGNIFICADO DE FRAÇÃO COMO PARTE-TODO

Já na produção 13, apresentada no Quadro 2, a autora trata essa abordagem de uma maneira diferente daquilo que vimos até aqui.

Figura 15 - Atividade 1 da Produção 13
A6 Considerando uma régua de 12 cm.



- Dividir a régua em três partes;
- Represente $\frac{2}{3}$ da régua;
- Represente $\frac{4}{6}$ da régua;

Fonte: Bisconsini (2009, p. 23)

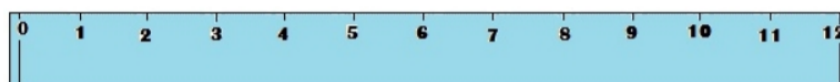
Figura 16 - Atividade 2 da Produção 13
A12 Usando uma régua de 12 cm, como posso representar, nessa régua, a metade da metade? Que fração esta divisão representa? Quantas vezes o meio

26

Caderno Pedagógico – PDE 2009

Vilma Rinaldi Bisconsini

desta régua cabe nela mesma? E $\frac{1}{4}$, quantas vezes cabe? E a metade dividido por 2, que fração representa da régua?



Fonte: Bisconsini (2009, p. 26-27)

Perceba que nestas atividades (figuras 15 e 16) o intuito não é de que o aluno identifique o ponto correto da reta numérica que determinada fração deve estar representada. A régua, que poder ser pensada como uma reta numérica, representa o todo, enquanto os valores ditos nos enunciados são representações de

uma parte desse todo, resultando num trabalho relacionado à fração como parte-todo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Inicialmente essa pesquisa possuía foco nas questões relacionadas ao fracasso escolar e quais os recursos pensados para auxiliar na aprendizagem dos alunos com dificuldades. Tendo isso em vista, realizamos um apanhado histórico da educação brasileira em relação aos programas de apoio pedagógico que já existiram e que ainda existem em nosso país, além da busca por possíveis fatores ou teorias que pudessem explicar os principais motivos pelos quais os alunos fracassam na vida escolar.

Dentre as ações políticas promovidas pelos governos de nosso país em favor dos alunos com dificuldades, descrevemos programas de apoio pedagógico, conhecidos também como programas de reforço escolar, em que reconhecemos serem uma das poucas formas ofertadas para auxiliar o desenvolvimento dos estudantes, além de perceber que infelizmente um dos principais interesses governamentais centraliza-se nos números, que possam apontar índices desejáveis à educação.

O intuito inicial foi de descobrir se haviam propostas para o trabalho com alunos que frequentam as salas de apoio no que diz respeito ao conteúdo de frações, mas no decorrer da pesquisa foi possível descobrir muito mais do que esse objetivo inicial. De antemão foi perceptível a grande quantidade de produções didático-pedagógicas e artigos de matemática que foram produzidos no Programa de Desenvolvimento Educacional. Materiais riquíssimos, que muitas vezes, são pouco utilizados pelos professores da educação básica. A pesquisa procura chamar a atenção para essas produções, particularmente no que se refere ao ensino e aprendizagem de frações.

Conseguimos mapear e agrupar as produções de acordo com o conteúdo abordado pelo professor participante, considerando o conteúdo que foi de nossa escolha, as frações como medida utilizando a reta numérica como recurso, para desenvolver as atividades, em que as categorias construídas mostraram diferentes perspectivas para o trabalho desse conteúdo.

Por meio das atividades que foram descritas ao decorrer das análises, é possível identificar que estas possuem subsídios que ajudam os alunos

compreenderem aspectos importantes. Nas três primeiras categorias, as atividades propostas auxiliam o aluno na compreensão do valor numérico de uma fração, por meio da representação da fração na reta numérica, da percepção de qual é a distância que esta representação deve estar do número zero e também da identificação entre quais números a fração está localizada. E as outras três categorias seguintes tratam de casos particulares nos quais pode ser utilizado a reta numérica como recurso para melhor compreensão de alguns fatores interligados ao conjunto dos números racionais e a sua forma de representação por meio de frações.

De maneira geral, consideramos as atividades propostas para se trabalhar as frações como medida com suporte à reta numérica diversificadas e de acordo com o que propõe Lamon (2020), mas em número reduzido, que nos faz refletir se os professores realmente estão abordando todas as interpretações das frações em suas classes. Porém, vale ressaltar que algumas alternativas interessantes que puderam ser observadas nas produções dos professores, não foram abordadas por Lamon (2020), mas de qualquer forma, são possibilidades que podem auxiliar na aprendizagem dos alunos em relação ao conteúdo em questão.

É importante apontar que os materiais desenvolvidos no PDE poderiam ser divulgados com mais vigor e frequência, com o propósito de atingir mais pessoas que possam aproveitar os resultados das pesquisas realizadas. Além disso, sugerimos a organização dos materiais dispostos no site em categorias de conteúdos para facilitar o uso deles como referência, já que no ato de nossa pesquisa os termos utilizados geraram grande número de resultados que ao final sofreram um declínio, visto que a partir de uma análise minuciosa identificamos um número menor de produções que realmente eram de interesse da pesquisa.

Uma melhor organização, em que a pesquisa por estas produções pudesse acontecer de forma mais direta, facilitaria o acesso à estes materiais e aumentaria a possibilidade de serem mais utilizados, até mesmo por outros professores da Educação Básica para o seu trabalho em sala de aula, já que é muito importante a troca de experiências entre professores, buscando sempre aquilo que é melhor para o processo de ensino e aprendizagem.

Evidenciamos que não há grande número de produções elaboradas especialmente aos alunos de salas de apoio para o ensino do conteúdo tomado

como temática para o desenvolvimento da pesquisa, mas considera-se a qualidade dos trabalhos que abordaram o conteúdo em questão cujo público-alvo foram alunos da sala de aula regular, pois acredita-se que esses materiais produzidos possam ser utilizados como referência na elaboração de atividades para alunos que frequentam programas de reforço, considerando que estão de acordo com os apontamentos identificados no referencial utilizado e são propostas que visam auxiliar o aluno num melhor entendimento dos aspectos relacionados ao conteúdo de frações com significado de medida.

Como trabalhos futuros pretendemos aprofundar as análises sobre as produções didático-pedagógicas dos professores PDE no que tange ao ensino das frações. Quais as referências teóricas que pautaram suas produções? Quais atividades potencializam a aprendizagem dos alunos para a compreensão das frações como medida? Quais livros didáticos trabalham com essa interpretação das frações? As avaliações de larga escala cobram esse conteúdo? Historicamente, quais as transformações que ocorreram no ensino das frações como medida?

Como reflexão final fica o desejo que ocorra a disseminação dos materiais produzidos pelos professores PDE! Encontramos riqueza nas atividades sobre frações como medida com suporte a reta numérica e que podem contribuir para a diminuição do fracasso escolar em matemática. Vale ressaltar a importância do aumento das produções cujo objetivo seja elaborar propostas de ensino de matemática para aqueles alunos, que por conta das dificuldades enfrentadas em sala de aula, necessitam participar dos programas de apoio. O número de alunos que apresentam dificuldades em matemática é alto e é preciso subsídios capazes de auxiliar no enfrentamento e superação destas dificuldades, para que haja melhora no desempenho escolar dos estudantes.

REFERÊNCIAS

ANANIAS, I. C. C. **Transformação de frações em números: uma experiência no Ensino Fundamental**. 2019. p. 105. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2019. Disponível em: https://teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-17062019-145223/publico/DISSERTACAO_IZABELA_ANANIAS_2019.pdf. Acesso em: 19 jul. 2021.

ANDRÉ, M. O que é um estudo de caso qualitativo em educação? **FAEEBA-Educação e Contemporaneidade**, Salvador, v. 22, n. 40, p. 95-103, 2013. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/311361132_O_QUE_E_UM_ESTUDO_DE_CASO_QUALITATIVO_EM_EDUCACAO. Acesso em: 28 ago. 2020.

ARAÚJO, A de. O software Jclíc como ferramenta pedagógica para se explorar os cinco significados de fração: uma intervenção com alunos de 6º Ano do Ensino Fundamental. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE: Produção Didático-pedagógica**, 2013. Curitiba: SEED/PR., 2016. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_fecilcam_mat_pdp_aparecida_de_araujo.pdf. Acesso em: 12 jul. 2021.

BATALLANOS, V. A. Q.; ROMERO, J. G. Obstáculos en la comprensión de la fracción como medida: una mirada hermenéutica. **Revista De História Da Educação Matemática**, v. 7, p. 1-17, 2021. Disponível em: <http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/417>. Acesso em: 22 jul. 2021.

BARRETTO, E. S. de Sá.; MITRULIS, E. Trajetória e desafios dos ciclos escolares no país. **Revista Estudos avançados**, v. 15, n. 42, p. 103-140, 2001. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-40142001000200003&script=sci_arttext&tlnq=pt. Acesso em: 14 mai. 2020.

BERGMANN, S. R. **O processo de formulação e implementação do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE): reflexão sobre uma política pública de formação continuada de professores no estado do Paraná**. 2012. p. 82. Dissertação (Dissertação em políticas públicas) - Universidade Estadual de Maringá. Maringá, 2012. Disponível em: http://repositorio.uem.br:8080/jspui/bitstream/1/6142/1/Simone%20Rebello%20Bergmann_2012.pdf. Acesso em: 16 jul. 2021.

BISCONSINI, V. R. A transição dos educandos da quarta para a quinta série do ensino fundamental: implicações para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**: produção didático-pedagógica, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_unioeste_matematica_md_vilma_rinaldi_bisconsini.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit_e.pdf. Acesso em: 26 jul. 2021.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases. **Lei número 5692, 11 de agosto de 1971**. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1970-1979/lei-5692-11-agosto-1971-357752-publicacaooriginal-1-pl.html>. Acesso em: 05 out. 2020.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Lei número 9394, 20 de dezembro de 1996**. Disponível em: https://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/544283/lei_de_diretrizes_e_bases_2ed.pdf. Acesso em: 05 out. 2020.

CUNHA, E. C da. **Reforço Escolar**: o uso de jogos e materiais manipuláveis no ensino de frações. 2013. p. 122. Dissertação (Dissertação em educação escolar) - Universidade Federal de Rondônia. Porto Velho, 2013. Disponível em: http://www.mepe.unir.br/uploads/91341742/arquivos/DISSERTA_O_EDSON_CARLOS_DA_CUNHA_821945812.pdf. Acesso em: 22 abr. 2020.

DOURADO, L. F. **Fracasso escolar no Brasil**: Políticas, programas e estratégias de combate ao fracasso escolar. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO-Secretaria de Educação Infantil e Fundamental-Departamento de Políticas Educacionais. Brasília, 2005. Disponível em: https://www.oei.es/historico/quipu/brasil/sistema_nacional_formacion_profesores.pdf. Acesso em: 05 mai. 2020.

DRECHMER, P. A. de O. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**: produção didático-pedagógica, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2011. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde

e/2008_unioeste_mat_md_patricia_aparecida_de_oliveira_drechmer.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

FALABELO, R. N. de O. Classe de aceleração: uma reflexão crítica e criativa. **Comunicações**, Caderno do Programa de Pós-Graduação em Educação, a.9, n.2, p. 107-132, 2002. Disponível em: <https://www.metodista.br/revistas/revistas-unimep/index.php/comunicacoes/article/viewFile/1627/1029>. Acesso em: 30 jul. 2020.

FORGIARINI, S. A. B.; SILVA, J. C da. **Fracasso escolar no contexto da escola pública**: entre mitos e realidades, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/369-4.pdf>. Acesso em: 03 out. 2020.

FREIRE, F. Reforço escolar gratuito e online é a nova aposta do MEC. **ViaCarreira**, 2018. Disponível em: <https://viacarreira.com/reforco-escolar-gratuito-e-online/>. Acesso em: 27 ago. 2020.

GAMA, M. M; ALMEIDA, L. I. M. V de. Os exames de admissão da década de 1931 a 1971. In: SEMINÁRIO TEMÁTICO - PROVAS E EXAMES E A ESCRITA DA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, **16**. Boa Vista, 2018. Boa Vista: UFRR, 2018. Disponível em: https://xviseminariotematico.paginas.ufsc.br/files/2018/03/GAMA_ALMEIDA_T1.pdf. Acesso em: 05 out. 2020.

GOMES, J. S. Progressão Continuada ou Promoção Automática: uma Contribuição ao Debate. **Blucher Social Sciences Proceedings**, São Paulo, v. 2, n. 1, p. 43-48, 2016. Disponível em: <http://pdf.blucher.com.br.s3-sa-east-1.amazonaws.com/socialsciencesproceedings/viii-secunifesp2015/0006.pdf>. Acesso em: 05 ago. 2020.

GRAÇA, S.; PONTE, J. P da.; GUERREIRO, A. Quando As Frações Não São Apenas Partes de Um Todo...!. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 23, n. 1, p. 683-712, 2021. Disponível em: <https://www.proquest.com/openview/1a74543c71b02b65c32c2059f7595338/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2030922#:~:text=23%2C%20n.,1%2C%20p.,Apenas%20Partes%20de%20um%20Todo%E2%80%A6!&text=Multipliar%20o%20n%C3%BAmero%20inteiro%20pelo,das%20fra%C3%A7%C3%B5es%2C%20C3%A9%20um%20exemplo>. Acesso em: 22 jul. 2021.

HECKERT, A. L. C.; de BARROS, M. E. B. Fracasso escolar: do que se trata? Psicologia e educação, debates" possíveis". **Aletheia**, Canoas, n. 25, p. 109-122, 2007. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/1150/115013454009.pdf>. Acesso em: 30 jul. 2020.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Pesquisa Nacional de amostra por domicílios**: 2016. Rio de Janeiro, 2019. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/populacao/17270-pnad-continua.html?edicao=28203&t=downloads>. Acesso em: 09 set. 2020.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Séries históricas e estatísticas**: aprovação, reprovação e abandono - Ensino Fundamental, 2007 - 2016. Rio de Janeiro, 2019. Disponível em: <https://serieestatisticas.ibge.gov.br/series.aspx?no=9&op=2&vcodigo=M101&t=aprovacao-reprovacao-abandono-ensino-fundamental-serie>. Acesso em: 19 ago. 2020.

LAMON, S. J. **Teaching Fractions and Ratios for Understanding**: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers. 4 ed. New York: Fourth Edition, 2020.

LAPA, C. M. dos S. **O ensino de frações e seus diferentes significados**: Um estudo a partir do livro didático A Conquista da Matemática e dos registros dos cadernos de alunos do 7 ano da rede municipal de Aracaju/SE. 2013. p. 136. Dissertação (Dissertação em Currículo, didáticas e métodos de ensino das Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal de Sergipe. São Cristóvão, 2013. Disponível em: https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/5161/1/CLESIA_MARIA_SANTOS_LAPA.pdf. Acesso em: 19 jul. 2021.

LEONARDI, E. A. S. O uso do laboratório do ensino de matemática para o ensino de frações. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**: produção didático-pedagógica, 2008. Curitiba: SEED/PR., 2011. v.2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2008_uem_mat_md_edna_aparecida_silvestre_leonardi.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

LOURENZINI, M. L. **Reforço escolar**: uma estratégia de política permanente para auxiliar o processo ensino aprendizagem no município de Foz do Iguaçu. 2012. p. 42. Monografia de Especialização (Pós Graduação em educação) - Universidade

Tecnológica Federal do Paraná. Medianeira, 2012. Disponível em: <http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2365>. Acesso em: 15 jul. 2020.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. **Boletim de Educação Matemática**, São Paulo, vol. 21, núm. 31, p. 23-40, 2008. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221883003.pdf>. Acesso em: 22 jul. 2021.

MARTINS, A. M. Um olhar na avaliação externa: trajetórias para a Prova Brasil. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**: produção didático-pedagógica, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2014. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uem_mat_pdp_angela_maria_martins.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

MEC - Ministério da Educação. Novo programa ajudará estudantes a melhorar desempenho em matemática e língua portuguesa. **Governo do Brasil**, 2016. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/40271-novo-programa-ajudara-estudantes-a-melhorar-desempenho-em-matematica-e-lingua-portuguesa>. Acesso em: 02 set. 2020.

NAVARRO, L.; *et al.* A dificuldade de aprendizagem e o fracasso escolar. **Journal of Research in Special Educational Needs**, v. 16, n. s1, p. 46-50, 2016. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1111/1471-3802.12267>. Acesso em: 03 out. 2020.

NEGRO, C. M. As diferentes representações de um número racional por meio da investigação matemática com estudantes do 6º ano. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE**: Produção Didático-pedagógica, 2013. Curitiba: SEED/PR., 2016. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uel_mat_pdp_celina_maria_negro.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

OLIVEIRA, F. N de.; *et al.* Sala de apoio à aprendizagem: significações de dificuldades de aprendizagem para alunos e professores. In: IX CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO–EDUCERE. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, 2009. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2009/3474_1945.pdf. Acesso em: 24 ago. 2020.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do. **Documento Síntese PDE**. Paraná. SEED: Curitiba, 2016. Disponível em: http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/pde_rotatorios/2016/documento_sintese_pde_2016.pdf. Acesso em: 16 jul. 2021.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do. **Referencial curricular do Paraná: princípios, direitos e orientações**. Curitiba, PR: SEED/PR, 2018. http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/bncc/2018/referencial_curricular_parana_cee.pdf. Acesso em: 19 jul. 2021.

PARANÁ. Mais Aprendizagem vai beneficiar cerca de mil escolas. **Paraná Governo do Estado**, 2020. Disponível em: <http://www.aen.pr.gov.br/modules/noticias/article.php?storyid=105091&tit=Mais-Aprendizagem-vai-beneficiar-mais-de-mil-escolas-em-2020>. Acesso em: 26 ago. 2020.

PARCIANELLO, J. O Jogo como Recurso Metodológico para o Ensino de Frações nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE: Produção Didático-pedagógica**, 2014. Curitiba: SEED/PR., 2016. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_unioeste_mat_pdp_juliane_parcianello.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

PATTO, M. H. S. **A produção do fracasso escolar: histórias de submissão e rebeldia**. 2 ed. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1999. Disponível em: <https://idoc.pub/documents/idocpub-2nv82dmk89lk>. Acesso em: 24 abr. 2020.

PÉRICO, J. A. Frações: da aversão à compreensão. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense: produção didático-pedagógica**, 2010. Curitiba: SEED/PR., 2014. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2010/2010_fafipa_mat_pdp_josenilva_arenas.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

POWELL, A. B. Melhorando a Epistemologia de Números Fracionários: uma Ontologia Baseada na História e Neurociência. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, Newark, a. 13, n. 29, p. 78-93, 2018. Disponível em: <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/148/130>. Acesso em: 22 jul. 2021.

PRATES, E. M. Como trabalhar frações partindo do concreto para a abstração. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**: produção didático-pedagógica, 2012. Curitiba: SEED/PR., 2014. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_fafipar_mat_pdp_edicleuza_morais_prates.pdf. Acesso em: 05 jul. de 2021.

PROVENCÍ, E. A resolução de problemas nas avaliações externas como ferramenta de aprendizagem em matemática. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE**: Produção Didático-pedagógica, 2014. Curitiba: SEED/PR., 2016. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_utfpr_mat_pdp_eliana_provenci.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

SALAMÍ, F. C. A Resolução de Problemas como Estratégia para Interpretar Enunciados e Cálculos Fundamentais com Números Racionais. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE**: Produção Didático-pedagógica, 2013. Curitiba: SEED/PR., 2016. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_unioeste_mat_pdp_fernanda_cristina_salami.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

SILVA, J. M. T. Reforço pedagógico. In: OLIVEIRA, D. A.; DUARTE, A. M. C.; VIEIRA, L. M. F. **DICIONÁRIO: trabalho, profissão e condição docente**. Belo Horizonte: UFMG/Faculdade de Educação, 2010. Disponível em: <https://www.gestrado.net.br/pdf/162.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2020.

SILVA, L. C. M da. Aprendizagem significativa matemática com estratégias consolidadas nas tendências matemáticas. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE**: Produção Didático-pedagógica, 2014. Curitiba: SEED/PR., 2016. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uem_mat_pdp_leila_carla_machado_da_silva.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

SOARES, M. **Linguagem e escola**: uma perspectiva social. 7 ed. São Paulo: Ática, 1989. Disponível em: <https://idoc.pub/documents/soaresmagda-linguagem-e-escola-uma-perspectiva-socialpdf-2nv8xjg1zrlk>. Acesso em: 24 abr. 2020.

VIÉGAS, L. S.; SOUZA, M. P. R. Promoção automática nos anos 1950: a experiência pioneira do Grupo Experimental da Lapa (São Paulo). **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 38, n. 2, p. 499-514, 2012. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1517-97022012000200015&script=sci_arttext&tling=pt. Acesso em: 05 ago. 2020.

TRIVIÑOS, A, N, S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987. Disponível em: <https://www.hugoribeiro.com.br/biblioteca-digital/Trivinos-Introducao-Pesquisa-em-Ciencias-Sociais.pdf>. Acesso em: 28 ago. 2020.

VAZZOLLER, J. de F. R. AVALIAÇÃO: uma possibilidade de apoio na ação pedagógica do professor de Matemática, no estudo dos números decimais. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**: produção didático-pedagógica, 2009. Curitiba: SEED/PR., 2012. V.2. (Cadernos PDE). Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2009_unioeste_matematica_md_jaqueline_de_fatima_ruhmke_vazzo.pdf. Acesso em: 05 jul. 2021.

ZACARIAS, S. M. Z. **A matemática e o fracasso escolar**: medo, mito ou dificuldade. 2008. p. 111. Dissertação (Dissertação em Instituição Educacional e Formação do Educador) - Universidade do Oeste Paulista. Presidente Prudente SP, 2008. Disponível em: <http://bdtd.unoeste.br:8080/tede/bitstream/tede/830/1/Dissertacao.pdf>. Acesso em: 30 jul. 2021.