

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CÂMPUS CORNÉLIO PROCÓPIO
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DA ELÉTRICA
ENGENHARIA ELÉTRICA

OTAVIO TARUMOTO

**SÍNTESE DE CONTROLADORES POR REALIMENTAÇÃO ESTÁTICA DE SAÍDA:
APLICAÇÃO EM UM SISTEMA TORCIONAL COM 2-DOF**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO
2019

OTAVIO TARUMOTO

**SÍNTESE DE CONTROLADORES POR REALIMENTAÇÃO ESTÁTICA DE SAÍDA:
APLICAÇÃO EM UM SISTEMA TORCIONAL COM 2-DOF**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação do curso de Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel.

Orientador: Prof. Dr. Cristiano Marcos Agulhari

CORNÉLIO PROCÓPIO
2019



Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Cornélio Procópio
Departamento de Engenharia Elétrica
Curso de Engenharia Elétrica



FOLHA DE APROVAÇÃO

Otavio Tarumoto

Síntese de um compensador dinâmico: Torcional com 2-DOF

Trabalho de conclusão de curso apresentado às 15:00hs do dia 10/02/2020 como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista no programa de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho aprovado.

Prof(a). Dr(a). Cristiano Marcos Agulhari - Presidente (Orientador)

Prof(a). Dr(a). Emerson Ravazzi Pires da Silva - (Membro)

Prof(a). Dr(a). Kleber Romero Felizardo - (Membro)

Dedico este trabalho a todos que me apoiaram nessa jornada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Cristiano Marcos Agulhari, por toda a ajuda e apoio fornecido durante esse trajeto.

Ao Prof. Dr. Adriano Silva Borges, por ter me recebido de braços abertos quando precisei de uma luz sobre o que trabalhar.

Aos meus colegas de classe Anderson, Takeo, Vicente, Yuri, João Pedro e Guilherme, por todo apoio e cooperação nessa escalada.

André, Caio, Tadashi, Gustavo, Carioca, Yuri, Raul, Mineiro e Duda agradeço por uma calorosa recepção que engatou todo esse percurso.

Meus amigos Makoto, Bertolini, Henrique, Reginato, Tulio, Pamela, Jady, Raquel, Maioli, Raphael, Yuji, Teles e Fabricio, que apesar da distância, foram e serão muito presentes em minha vida.

Aos meus amigos também ex-colegas de classe Letícia, Gabriela, Amanda, Daniela, Maria, Pedro e Hector, por todo o apoio desde a decisão tomada de realizar esse curso quanto durante o mesmo.

Bianchi, Felipe e Michael, que atuaram como modelos de engenheiros eletricitistas desde que eu conheci.

À minha família Lígia, Gilberto, Seu Manoel, Jacqueline, Sandra, João, Gabriel, Anne, Pedro, Adelia e outros membros, pelo apoio incessante durante o curso, mesmo com todas as dificuldades.

Marcelo, que considero como meu pai, compartilhou todo seu conhecimento, e me guiou desde que o conheci, e também Lucas, que me acompanhou por toda essa jornada e confiou em mim até o último segundo.

Togava, Dennis, Marcos e Giovanna, por todo o apoio emocional e moral, sem vocês eu não chegaria onde cheguei.

Midori Sensei, Keiji Sensei e Shoko Sensei, por todo o apoio em meus planos futuros, e Celly, Fumio, Murilo, Yudi, Bruno, Carla, Hideki, Omar, Rie, Kioshi, André e todo o grupo de Taiko de Cornélio Procópio, pelas atividades que apesar do esforço, aliviaram os nervos.

A universidade como um todo, pela cooperação e a oportunidade.

E a todos que não foram citados, mas por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa, obrigado.

“You cannot eat money, oh no.”
Aurora Asknes

RESUMO

TARUMOTO, Otavio. **Síntese de Controladores por Realimentação Estática de Saída**: Aplicação em um Sistema Torcional com 2-DOF. 2019. 22 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Elétrica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2019.

O principal objetivo deste trabalho é realizar a síntese de controladores para um sistema torcional com dois graus de liberdade. A síntese será realizada através de duas técnicas de estabilização via realimentação estática de saída, e os resultados serão analisados a fim de comparar o desempenho dos controladores sintetizados por cada uma das técnicas. As técnicas utilizadas são baseadas na resolução de desigualdades matriciais lineares.

Palavras-chave: Realimentação estática de saída. Desigualdades matriciais lineares. Controle moderno. Sistema torcional.

ABSTRACT

TARUMOTO, Otavio. **Synthesis of controllers by static output feedback:** Application in a Torsional System with 2-DOF. 2019. 22 f. Proposed Monography (Graduation) – Electrical Engineering. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2019.

The main objective of this thesis is the synthesis of static controllers to control a torsional system with two degrees of freedom. The synthesis will be realized with two techniques of stability through static output feedback, and the results will be analyzed in order to compare the performance of the controllers synthesized by each technique. The utilized techniques are based on the resolution of linear matrix inequalities.

Keywords: Static output feedback. Linear matrix inequalities. Modern control. Torsional system.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Planta do sistema torcional com 2-DOF sem estar fixado.....	11
Figura 2 – Diagramas de corpo livre dos discos 1 e 2.....	13
Figura 3 – Torsional ECP 205a configurado para a identificação do sistema.....	15
Figura 4 – Foto do sistema torcional.....	16
Figura 5 – Diagrama de Blocos: Controle por realimentação estática de saída.....	20
Figura 6 – Diagrama de Blocos: Sistema torcional com realimentação de saída.....	28
Figura 7 – Simulação da saída do sistema torcional com o ganho L_1	29
Figura 8 – Simulação da saída do sistema torcional com o ganho L_2	30
Figura 9 – Supervisório do ECP 205a: Definição dos ganhos do controlador.....	31
Figura 10 – Saída do sistema torcional com o ganho L_1	32
Figura 11 – Saída do sistema torcional com o ganho L_2	32

LISTA DE SIGLAS

LMI	<i>Linear Matrix Inequalities</i>
DOF	<i>Degree of Freedom</i>
ECP	<i>Educational Control Products</i>
RL	<i>Root-Locus</i>
PID	Proporcional Integrativo Derivativo

LISTA DE SÍMBOLOS

$\omega_{n_{d31}}$	Frequência natural do disco superior com os pesos
$\omega_{n_{d32}}$	Frequência natural do disco superior sem os pesos
$\omega_{n_{d11}}$	Frequência natural do disco inferior com os pesos
$\omega_{n_{d12}}$	Frequência natural do disco inferior sem os pesos
ζ_{d32}	Relação de amortecimento do disco superior
ζ_{d12}	Relação de amortecimento do disco inferior
J_m	Inércia da massa
J_{d3}	Inércia do disco superior
J_{d1}	Inércia do disco inferior
k_{d3}	Constante elástica da mola do disco superior
k_{d1}	Constante elástica da mola do disco inferior
c_{d3}	Coefficiente de amortecimento do disco superior
c_{d1}	Coefficiente de amortecimento do disco inferior
$\ddot{\theta}_{1e}$	Aceleração do disco inferior
J_1	Inércia do disco inferior com os pesos
J_2	Inércia do disco superior com os pesos
k_a	Ganho do servo amplificador
k_t	Constante do torque servo motor
k_p	Relação da polia de acionamento
k_e	Ganho do codificador
k_{hw}	Ganho do <i>hardware</i>

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
1.1 Delimitação do tema	10
1.2 Problemas e premissas	10
1.3 Objetivos Gerais	10
1.4 Objetivos Específicos	10
2 IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA DO SISTEMA	11
3 DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES	17
3.1 Teorema de Lyapunov	17
4 CONTROLE POR REALIMENTAÇÃO DE SAÍDA	19
4.1 Realimentação estática de saída	19
4.2 Metodologia	20
4.2.1 Técnica 1	20
4.2.2 Técnica 2	21
5 RESULTADOS	23
5.1 Identificação do sistema	23
5.2 Controladores	25
5.2.1 Técnica 1	25
5.2.2 Técnica 2	26
5.2 Simulação	27
5.3 Aplicação no sistema físico	30
6 CONCLUSÃO	33

1 INTRODUÇÃO

Os sistemas de controle são uma parte integrante da sociedade moderna. Inúmeras aplicações estão à nossa volta: os foguetes são acionados, e o ônibus espacial decola para orbitar a Terra; envolta em jatos de água de resfriamento, uma peça metálica é usinada automaticamente; um veículo autônomo distribuindo materiais para estações de trabalho em uma oficina de montagem aeroespacial desliza ao longo do piso buscando seu destino (NISE, 2012).

Sem sistemas de controle poderia não existir manufatura, veículos, computadores, ambientes regulatórios – resumindo, não existiria tecnologia. Sistemas de controle são o que fazem máquinas, no sentido mais amplo do termo, funcionarem como desejado pelo usuário (DOYLE; FRANCIS; TANNENBAUM; 2009).

Nos dias atuais qualquer área da tecnologia não pode avançar sem o uso do controle, já que possuir um sistema controlado garante sua operação adequada nas condições previstas, o que pode evitar problemas resultantes da instabilidade, como falhas, defeitos ou comportamentos perigosos.

Existem diversas aplicações na indústria para um sistema torcional, como por exemplo eixos de transmissão de máquinas rotativas, sistemas que utilizem de correias e engrenagens e até mesmo brocas de perfuração. O sistema utilizado no presente trabalho é um sistema torcional com dois discos, para que possua dois graus de liberdade. Alguns trabalhos que utilizam o sistema torcional: (SINGH; RATTAN, 2003), (PARKS, 1999) e (OLOOMI, 2004).

Em muitas aplicações, não é prático mensurar todos os estados diretamente e podemos mensurar somente as saídas correspondentes aos sensores disponíveis (MURRAY; ÅSTRÖM, 2009).

Quando for necessário projetar um compensador para um sistema, é interessante se utilizar uma técnica que utilize a saída do sistema caso não se tenha acesso a todos os estados por medida direta ou estimação. Porém ao se trabalhar com realimentação de saída, deve se levar em conta que o trabalho se torna mais complexo de ser realizado, como pode ser visto em (LEME, 2017), (OLIVEIRA, 1999) e (PEAUCELLE; ARZELIER, 2001).

Para a síntese dos controladores duas técnicas foram selecionadas, onde uma delas se baseia em transformar todo o sistema para facilitar o cálculo do ganho, enquanto a outra se baseia em encontrar um ganho de realimentação de estados que será utilizado para calcular o ganho de saída. Ambas as técnicas são baseadas na resolução de LMIs.

1.1 Delimitação do tema

Neste trabalho serão utilizadas duas técnicas de síntese de controladores por realimentação estática da saída, sendo uma delas a técnica de dois estágios e a outra a técnica de transformação de similaridade.

1.2 Problemas e premissas

As técnicas que utilizam da realimentação de saída não são tão utilizadas porque requerem um cálculo mais avançado do que a realimentação de estados. O maior problema de quando se utiliza esse método é a validação dos dados na realimentação de saída.

1.3 Objetivos Gerais

Realizar a síntese de controladores para o torcional com dois graus de liberdade, utilizando duas metodologias diferentes e comparando-as.

1.4 Objetivos Específicos

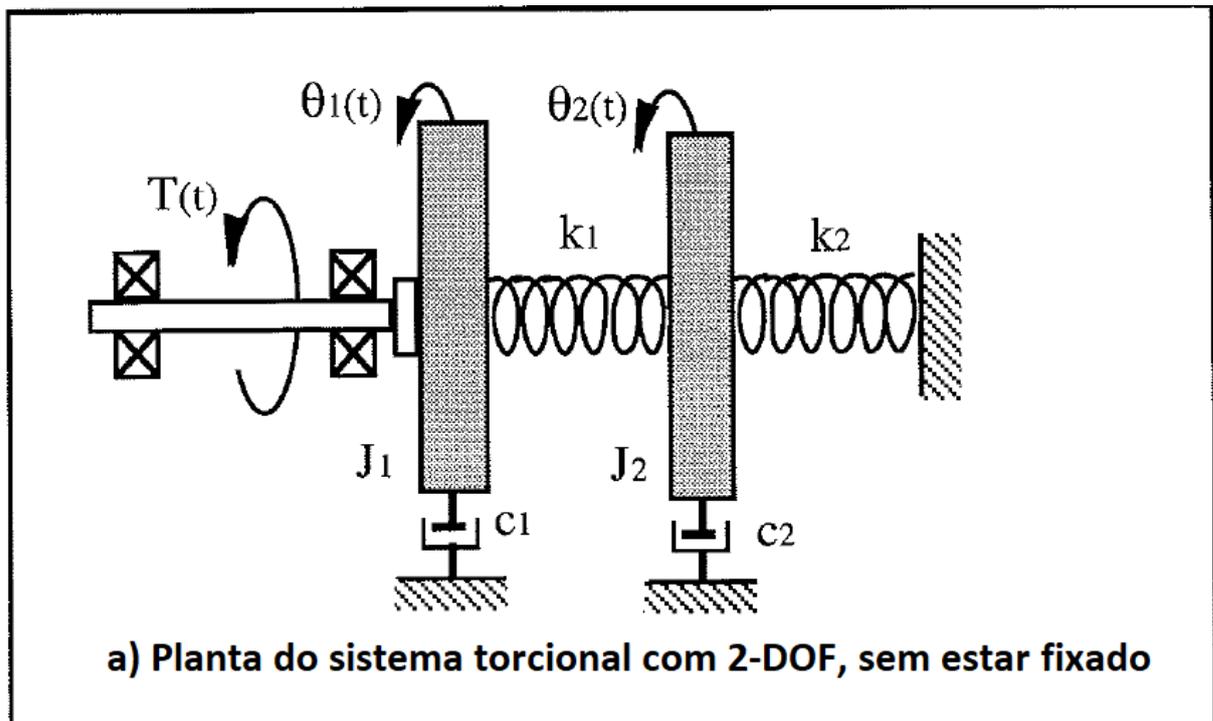
- Calcular os parâmetros do sistema torcional para analisar o mesmo;
- Com auxílio do *software* MATLAB, realizar a síntese dos controladores através de duas técnicas distintas;
- Simular o sistema com os controladores sintetizados com a ajuda do Simulink;
- Implementar os controladores no sistema físico;
- Comparar o resultado obtido entre os controladores sintetizados.

2 IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA DO SISTEMA

O sistema torcional é composto por três discos que estão ligados através de uma haste flexível no centro de cada disco, e há um servo motor que aplica um torque no disco inferior, possibilitando o controle das posições ou velocidades angulares. O sistema pode ser configurado como o usuário desejar, por exemplo os discos podem ser retirados ou mesmo fixados, e é possível também colocar massas sobre eles, modificando o momento de inércia do sistema.

A configuração que será utilizada neste trabalho será com 2 graus de liberdade (DOF). Importante ressaltar que a configuração utilizada para o equacionamento é o visto na Figura 1, por ser a forma mais genérica com 2-DOF, onde o atrito é idealizado como viscoso (PARKS, 1999).

Figura 1 – Planta do sistema torcional com 2-DOF, sem estar fixado



Fonte: *Manual for Model 205a Torsional Control System* (p. 69) - Editado

Onde k_1 e k_2 são as constantes elásticas de mola dos discos 1 e 2, J_1 e J_2 são a inércia dos discos 1 e 2, c_1 e c_2 são as constantes de amortecimento dos discos 1 e 2, $\theta_1(t)$ e $\theta_2(t)$ são as posições dos discos 1 e 2, e por fim $T(t)$ é o torque aplicado no disco 1.

A partir do diagrama de corpo livre dos discos 1 e 2, representados na Figura 2, ao realizar o somatório dos torques atuando em J_1 e J_2 :

$$J_1\ddot{\theta}_1 + c_1\dot{\theta}_1 + k_1\theta_1 - k_1\theta_2 = T(t) \quad (1)$$

$$J_2\ddot{\theta}_2 + c_2\dot{\theta}_2 + (k_1 + k_2)\theta_2 - k_1\theta_1 = 0 \quad (2)$$

Através da Equação (1) e Equação (2) é possível representar o sistema em espaço de estados:

$$\dot{x} = Ax + Bu(t) \quad (3)$$

$$y = Cx \quad (4)$$

Onde a entrada $u(t)$ é o torque aplicado no disco 1 $T(t)$ e as variáveis de estado são as posições e velocidades dos discos 1 e 2, conforme a Equação 5. Com as variáveis de estado definidas e com as Equação 1 e Equação 2, as matrizes A , B e C são definidas na Equação 5.

$$x = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_{d1}/J_1 & -c_{d1}/J_1 & k_{d1}/J_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ k_{d1}/J_2 & 0 & -(k_{d1} + k_{d3})/J_2 & -c_{d3}/J_2 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

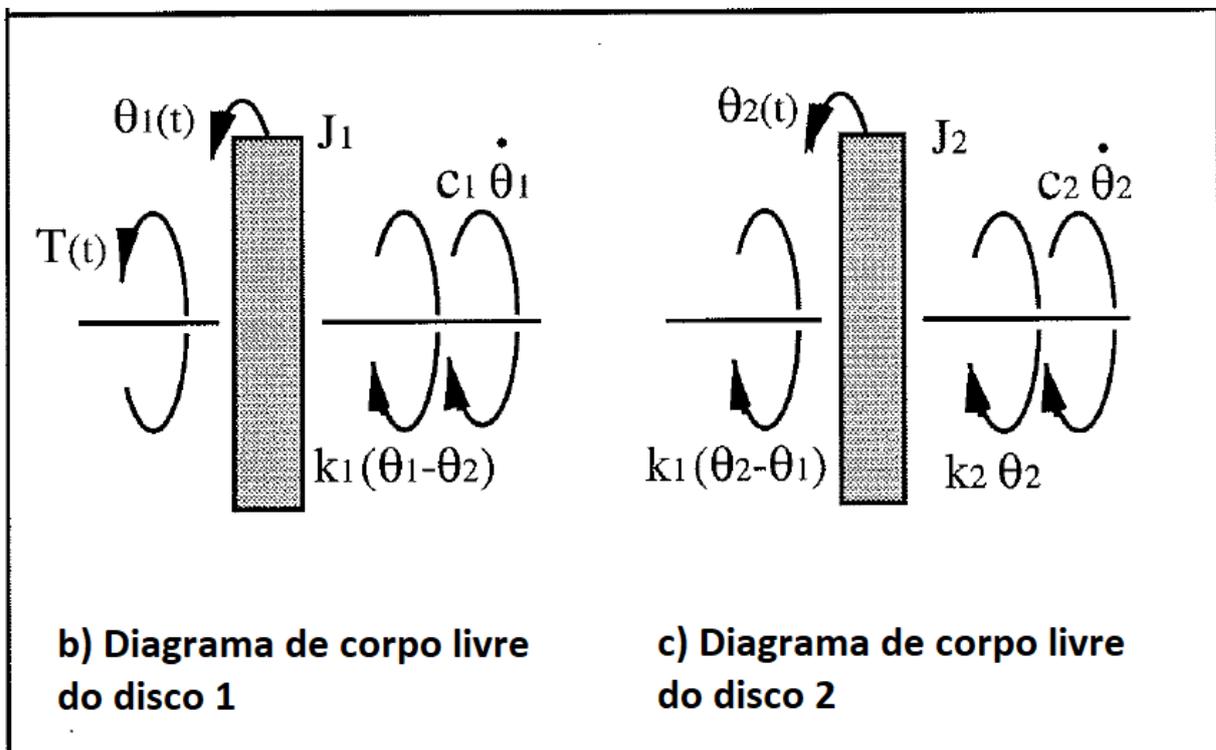
$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/J_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix}$$

Onde $c_{d1} = c_1$, $c_{d3} = c_2$, $k_{d1} = k_1$ e $k_{d3} = k_2$.

O sistema torcional conta com *encoders* que realizam a leitura nos discos, e nesse caso θ_i são os ângulos referente a cada disco. Neste sistema C_i ($i = 1,2,3,4$) = 1 caso x_i seja uma saída, senão o valor deste será nulo. Para este trabalho será utilizado as saídas referentes à posição dos discos ($i = 1$ e 3), o que resulta na seguinte matriz C .

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Figura 2 – Diagramas de corpo livre dos discos 1 e 2



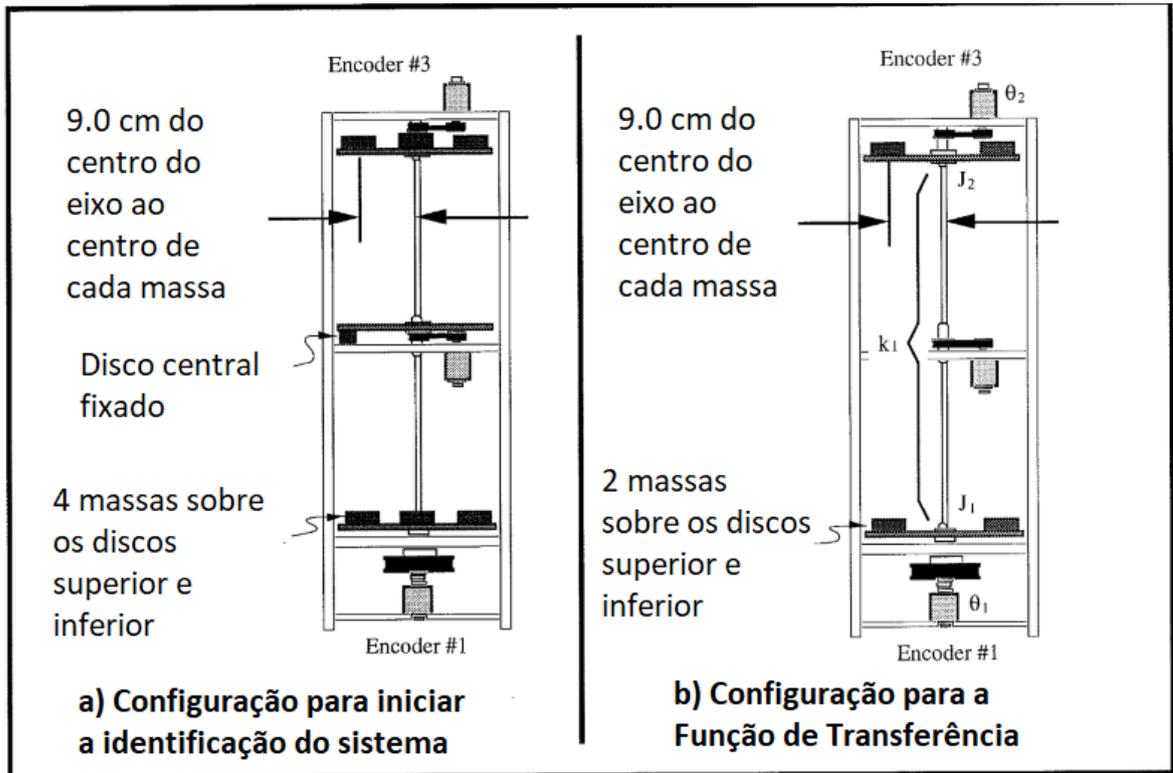
Fonte: *Manual for Model 205a Torsional Control System* (p. 69) - Editado

Para realizar a síntese dos compensadores, antes é necessário determinar a dinâmica do sistema que se deseja aplicar os controladores, e para isso é necessário realizar a identificação do sistema. Essa identificação é realizada seguindo à risca o manual do aparelho *Torsional Control System ECP 205a*.

Para a identificação completa do sistema é utilizada a configuração apresentada na Figura 3. A identificação do sistema é realizada utilizando os 3 discos, para que se possa calcular todos os possíveis parâmetros do sistema torcional. O segundo disco permanece preso à estrutura enquanto os discos 1 e 3 se mantêm soltos com dois pesos de 500g, localizados à 9 centímetros do centro sobre os discos.

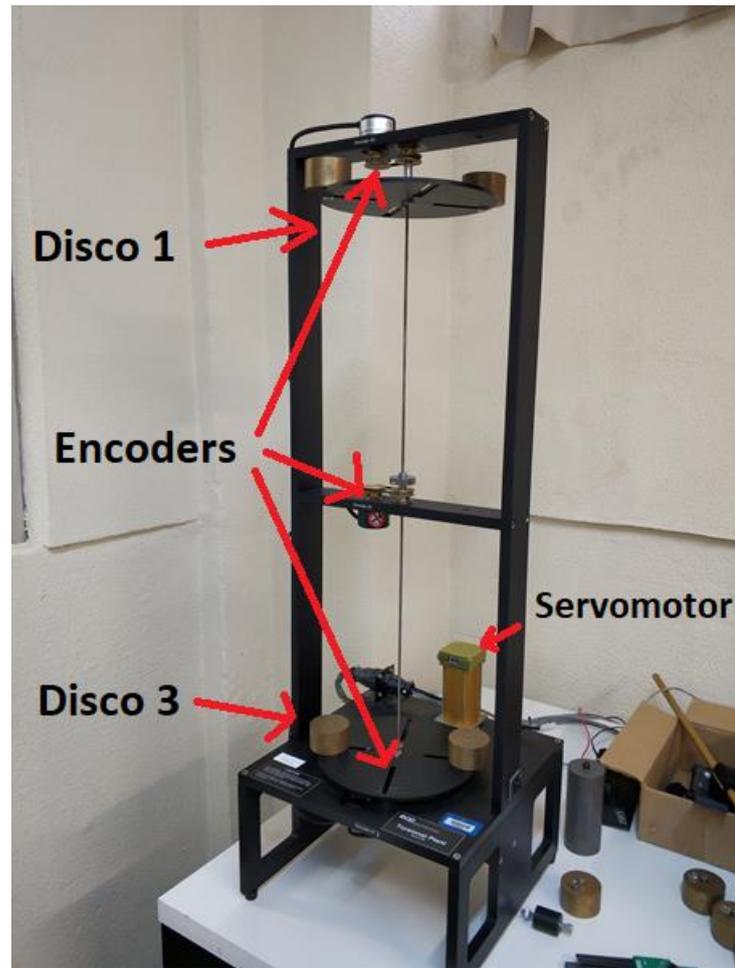
Os dados para os cálculos são encontrados com o auxílio do supervisor do sistema torcional, analisando as respostas dos discos 1 e 3 a uma entrada manual e a uma entrada enviada pelo computador, ambas do tipo degrau, com a presença e a ausência dos pesos em cada disco. Quando se utiliza a entrada manual, é gerada uma resposta sub-amortecida, e desta resposta se analisa os valores de sobressinal, frequência de oscilação e o valor em regime permanente na saída, para calcular os parâmetros já indicados na Equação 1 e Equação 2. Os cálculos se encontram no manual do sistema torcional. É importante ressaltar que, apesar da identificação do sistema considerar a presença de três discos, o controle será sintetizado considerando apenas os dois discos inferiores.

Figura 3 – Torsional ECP 205a configurado para a identificação do sistema



Fonte: *Manual for Model 205a Torsional Control System* (p. 74) – Editado

Figura 4 – Foto do sistema torcional



Fonte: Autoria própria

3 DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES

As desigualdades matriciais lineares, também chamadas de LMIs (em inglês, *Linear Matrix Inequalities*), são utilizadas com frequência para a solução de problemas convexos, podendo ser utilizadas em técnicas de síntese de compensadores.

De acordo com (BOYD,1994), uma desigualdade matricial linear possui o seguinte formato:

$$F(x) \triangleq F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (7)$$

Onde $x \in \mathbb{R}^m$ são as variáveis e as matrizes simétricas $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 0, \dots, m$ são dadas. O símbolo de desigualdade em (7) representa que $F(x)$ é definida positiva. A LMI (7) também é equivalente a um conjunto de n desigualdades polinomiais em x (BOYD,1994).

3.1 Teorema de Lyapunov

Um sistema é assintoticamente estável se, e somente se, existir uma função de Lyapunov $v(x)$ que satisfaça as seguintes inequações:

$$\begin{aligned} v(x) &> 0, \forall x \neq 0 \\ \dot{v}(x) &< 0, \forall x \neq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Onde $\dot{v}(x)$ é a derivada temporal da função de Lyapunov $v(x)$.

Quando se utiliza o Teorema de Lyapunov, encontrar uma função de Lyapunov que permita a análise da estabilidade do sistema é considerado a maior dificuldade (GREEN, 2012). Sendo $\dot{x} = Ax$ um sistema linear e invariante no tempo, onde A provém do espaço de estados desse sistema linear, este será considerado assintoticamente estável se, e somente se, a seguinte função de Lyapunov satisfizer o teorema de Lyapunov:

$$v(x) = x^T P x \quad (9)$$

Onde P é uma matriz simétrica. Aplicando (9) nas inequações (8), são obtidas as seguintes LMIs:

$$\begin{aligned} P &> 0, \\ A^T P + P A &< 0. \end{aligned} \quad (10)$$

As condições de síntese de controladores são desenvolvidas a partir das LMIs (10), sendo estas as condições de análise de estabilidade. Há várias técnicas disponíveis para a síntese de controladores (por exemplo (GEROMEL, 2008), (SHIMIZU, 2016) e (MANESCO, 2013)), mas neste trabalho são consideradas duas técnicas para a síntese de ganhos de realimentação de saída, que são explicadas com mais detalhes no Capítulo 4.

4 CONTROLE POR REALIMENTAÇÃO DE SAÍDA

Controle com realimentação refere-se a uma operação que, na presença de distúrbios, tende a diminuir a diferença entre a saída de um sistema e alguma entrada de referência e atua com base nessa diferença (OGATA, 2010). Na realimentação de saída, um ganho é aplicado na saída do sistema e utilizado para compor o sinal de controle.

Com a realimentação de saída, é possível estabilizar sistemas instáveis. Essa vantagem aparece devido ao uso de um sensor para observar a saída, e pelo uso da saída para a gerar a entrada (NYGREN, 2014).

4.1 Realimentação estática de saída

Considere o sistema dado por:

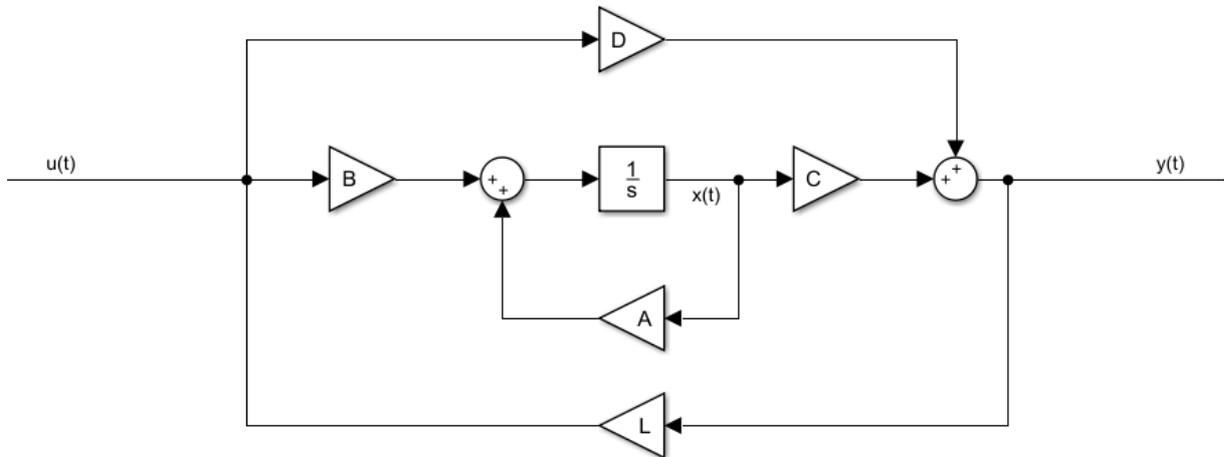
$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (11)$$

$$y = Cx + Du \quad (12)$$

Onde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ e $D \in \mathbb{R}^{p \times p}$ são as matrizes representantes do espaço de estados do sistema. O controle por realimentação estática de saída é realizado ao utilizar uma matriz de ganho L tal que a equação $u(t) = Ly(t)$ estabilize o sistema a ser controlado, onde $u(t)$ é a entrada do sistema e $y(t)$ a saída do sistema.

A Figura 5 representa o diagrama de blocos de um controle por realimentação de saída do sistema composto pelas Equação 11 e Equação 12.

Figura 5 – Diagrama de blocos: Controle por realimentação estática de saída



Fonte: Autoria própria

4.2 Metodologia

Para o seguinte trabalho serão utilizadas duas técnicas de estabilização por realimentação de saída (LEME, 2017), na qual a técnica de transformação será nomeada como Técnica 1, e a técnica de dois estágios será nomeada como Técnica 2.

4.2.1 Técnica 1

A técnica de transformação de similaridade consiste em aplicar, em todo o sistema, uma matriz de transformação de similaridade T , encontrada da seguinte forma:

$$T = \begin{bmatrix} C \\ Q \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (13)$$

Sendo Q uma matriz arbitrária que garanta que T seja invertível. Com a equação $x = T^{-1}\hat{x}$ é possível reescrever o sistema composto pelas Equação 11 e Equação 12 da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} (T^{-1}\dot{\hat{x}}) &= AT^{-1}\hat{x} + Bu \\ y &= CT^{-1}\hat{x} + Du \end{aligned} \quad (14)$$

Assim a dinâmica do sistema transformado depende de $\hat{A} = TAT^{-1}$ e $\hat{B} = TB$. Utilizando a transformação (13), a matriz \hat{C} é igual a $[I \ 0]$, sendo, portanto, possível modelar o problema da síntese de um ganho de realimentação de saída como um problema de síntese de realimentação de estados. O ganho L_1 para a realimentação de saída é encontrado através da resolução das seguintes LMIs:

$$W_0 = \begin{bmatrix} W_{11} & 0 \\ 0 & W_{22} \end{bmatrix} > 0, \quad (15)$$

$$Z_0 = [Z_{11} \ 0], \quad (16)$$

$$\hat{A}W_0 + W_0\hat{A}^T + \hat{B}Z_0 + Z_0^T\hat{B}^T < 0, \quad (17)$$

Onde $W_0 = W_0^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Z_0 \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $W_{11} \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $W_{22} \in \mathbb{R}^{(n-p) \times (n-p)}$ e $Z_{11} \in \mathbb{R}^{m \times p}$. Com isso, o ganho estabilizante da realimentação de saída para o sistema é encontrado como $L_1 = Z_{11}W_{11}^{-1}$ (LEME, 2017).

4.2.2 Técnica 2

Esta técnica é composta por duas etapas, onde a primeira etapa consiste em encontrar um ganho estabilizante de realimentação de estados K do sistema, sendo que a técnica utilizada para encontrar esse ganho pode afetar o resultado. Já a segunda etapa utiliza o ganho K encontrado na primeira etapa e aplica nas seguintes LMIs:

$$P > 0, \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \Pi_{13} \\ \Pi_{21} & -G - G^T & GB \\ \Pi_{31} & B^T G^T & -H - H^T \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

Sendo:

$$\Pi_{11} = A^T F^T + FA + K^T B^T F^T + FBK,$$

$$\Pi_{12} = P - F + A^T G^T + K^T B^T G^T,$$

$$\Pi_{13} = FB + C^T J^T - K^T H^T,$$

$$\Pi_{21} = P - F^T + GA + GBK,$$

$$\Pi_{31} = B^T F^T + JC - HK,$$

Onde $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $F \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $G \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $H \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $J \in \mathbb{R}^{m \times p}$. Com isso, o ganho estabilizante da realimentação de saída para o sistema é encontrado como $L_2 = H^{-1}J$. Mais detalhes da demonstração podem ser encontrados em (LEME, 2017).

5 RESULTADOS

A identificação do sistema é realizada através de algumas propriedades de um sistema sub-amortecido de segunda ordem. Assim, é possível medir indiretamente o momento de inércia, constante de amortecimento e coeficiente de mola, aferindo medidas do sistema configurada como um sistema massa-mola.

5.1 Identificação do sistema

Na Tabela 1 estão indicados todos os parâmetros identificados do sistema. Estes dados foram encontrados realizando o experimento 1 do Manual ECP 205a.

Tabela 1 – Parâmetros identificados do Torcional 205a

Parâmetro	Valor
ω_{nd31}	11,85506662 rads/s
ω_{nd32}	39,26990817 rads/s
ω_{nd11}	12,31997119 rads/s
ω_{nd12}	33,06939635 rads/s
ζ_{d32}	$5,470081733 \times 10^{-3}$
ζ_{d12}	0,028232479
J_m	$0,016657541 \text{ Kg} \times \text{m}^2$
J_{d3}	$1,670321452 \times 10^{-3} \text{ Kg} \times \text{m}^2$
J_{d1}	$2,684541314 \times 10^{-3} \text{ Kg} \times \text{m}^2$
k_{d3}	$2,575845618 \text{ N} \times \text{m/rads}$
k_{d1}	$2,935774045 \text{ N} \times \text{m/rads}$
c_{d3}	$0,000717602 \text{ N} \times \text{m} \times \text{s/rads}$
c_{d1}	$0,005012742 \text{ N} \times \text{m} \times \text{s/rads}$
$\ddot{\theta}_{1e}$	85000 counts/s ²
J_1	$0,019342082 \text{ Kg} \times \text{m}^2$
J_2	$0,018327862 \text{ Kg} \times \text{m}^2$
$'k_a \times k_t \times k_p \times k_e$	$1644,07697 \text{ N} \times \text{m} \times \text{counts}/(\text{rads} \times \text{V})$
k_{hw}	$16,05543916 \text{ N} \times \text{m/rads}$

Fonte: Autoria própria.

Com os parâmetros identificados, pode-se encontrar a representação do espaço de estados deste sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu(t) \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{20}$$

5.2 Controladores

5.2.1 Técnica 1

Ao utilizar a Técnica 1, foram eliminadas as linhas nulas da matriz C , para se construir a matriz T de transformação. Assim, a matriz C , a matriz Q selecionada arbitrariamente e a matriz T construída obtiveram a seguinte forma:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Através da matriz T , foi possível encontrar as matrizes \hat{A} , \hat{B} e \hat{C} . Como visto anteriormente, a matriz \hat{C} tomou a forma $[I \ 0]$, e as matrizes \hat{A} e \hat{B} obtiveram os seguintes valores:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -151.7817 & 151.7817 & -0.2592 & 0 \\ 160.1809 & -300.7235 & 0 & -0.0392 \end{bmatrix},$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 51.7007 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Vale ressaltar que apesar do sistema estar transformado, o ganho calculado será utilizado para estabilizar o sistema antes da transformação, logo a matriz de malha fechada será representada por $A + BLC$, sendo $L = L_1$ que foi calculado conforme apresentado no Capítulo 4.

Agora com todos os parâmetros, as LMIs (13)-(15) foram construídas no MATLAB e solucionadas com o *parser* YALMIP e *solver* SeDuMi. Porém após vários testes com diferentes valores de Q , o sistema dava infactível. A matriz Q selecionada apresentou apenas um primal negativo para a segunda saída.

Como o primal negativo estava na ordem de 10^{-12} , foi criado um ganho L_1 conforme a técnica descrita anteriormente, com o seguinte valor:

$$L_1 = [2.0133 \quad -1.2644] \quad (23)$$

Para provar que o ganho de fato estabiliza o sistema, foi calculado os autovalores da matriz de malha fechada, apresentados na Equação (24):

$$\lambda = \begin{bmatrix} -0.0343 + 18.6270i \\ -0.0343 - 18.5270i \\ -0.1149 + 1.1967i \\ -0.1149 - 1.1967i \end{bmatrix} \quad (23)$$

Todos os polos estavam localizados no semiplano esquerdo, garantindo a estabilidade do sistema. Vale ressaltar que o uso de diferentes matrizes de transformação T poderia gerar ganhos factíveis.

5.2.2 Técnica 2

Assim como na Técnica 1, a matriz C teve suas linhas nulas retiradas também, já que irá trabalhar com apenas duas saídas. Para encontrar o ganho K de realimentação de estados, a técnica utilizada foi a Fórmula de Ackermann, devido à sua praticidade no MATLAB. O uso de outros ganhos K é possível, gerando diferentes ganhos L_2 , logo o controlador pode ser aprimorado de acordo com os polos de malha fechada.

O ganho K possui o seguinte valor:

$$K = [3.5891 \quad -0.5165 \quad -4.3305 \quad 0.8518] \quad (25)$$

Com esse ganho, as LMIs (16)-(17) foram construídas e solucionadas com as mesmas ferramentas utilizadas para a Técnica 1. O sistema se tornou factível o que tornou possível a criação do ganho L_2 que obteve o seguinte valor:

$$L_2 = [3.4288 \quad -4.05] \quad (26)$$

Para provar que o ganho de fato estabiliza o sistema, foi calculado os autovalores da matriz de malha fechada, apresentados na Equação 27.

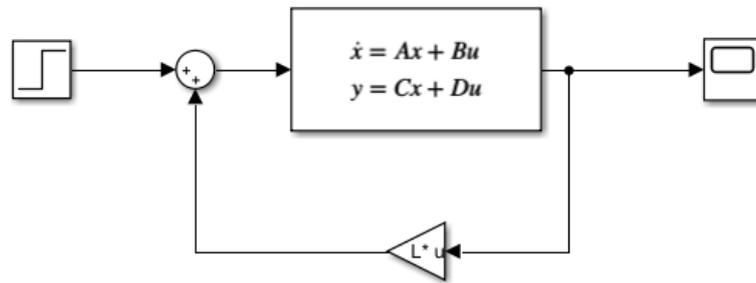
$$\lambda = \begin{bmatrix} -0.0065 + 16.4147i \\ -0.0065 - 16.4147i \\ -0.1426 + 2.4036i \\ -0.1426 - 2.4036i \end{bmatrix} \quad (27)$$

Assim como na Técnica 1, os polos também se localizaram no semiplano esquerdo, garantindo a estabilidade do sistema.

5.2 Simulação

Com os ganhos encontrados, antes de se realizar o teste no sistema físico, foi realizado uma simulação com a ajuda do SIMULINK. O sistema para a simulação é bem simples, sendo alimentado por um degrau unitário, conforme a Figura 5:

Figura 6 – Diagrama de blocos: Sistema torcional com realimentação de saída

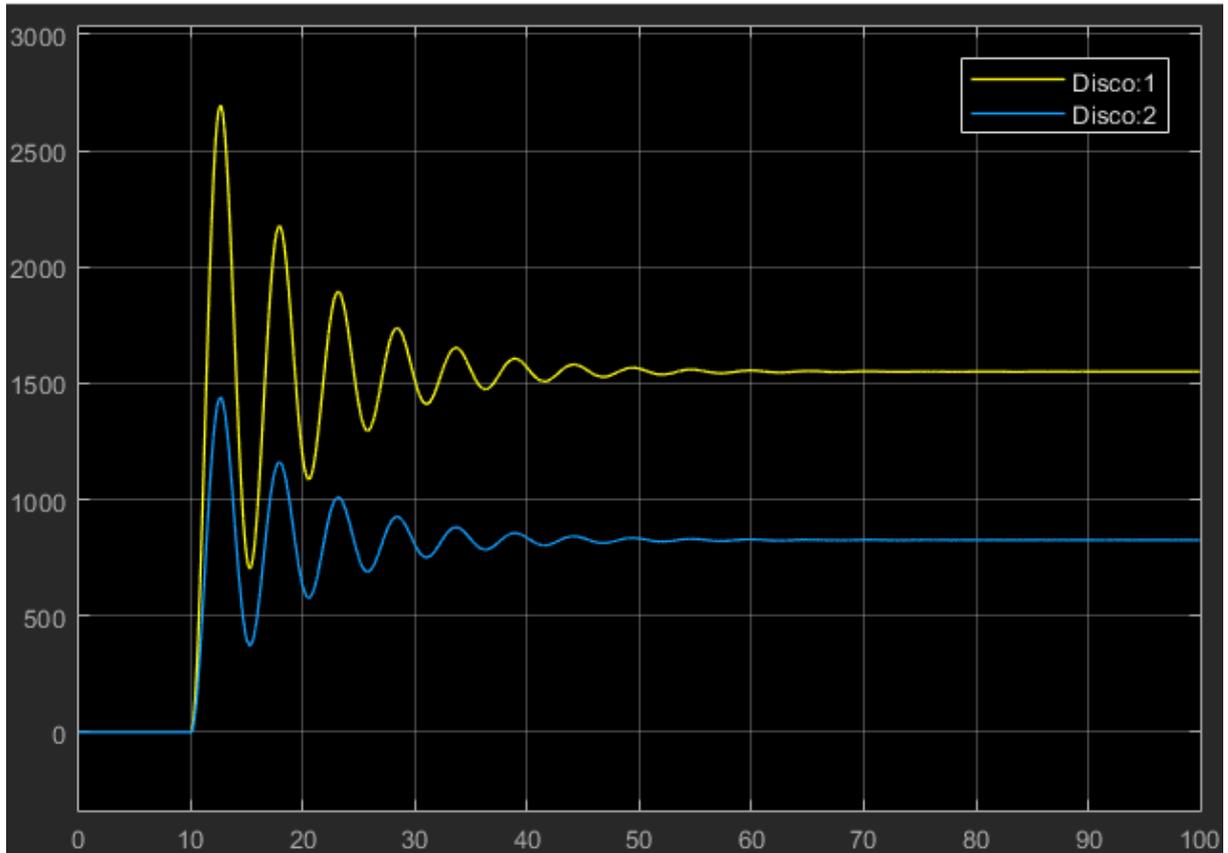


Fonte: Autoria própria

Onde o ganho da Figura 6 pode ser qualquer um dos ganhos encontrados com as duas técnicas.

Com o sistema montado no SIMULINK, ao usar o valor do ganho na Figura 6 como L_1 , resulta em uma saída com o comportamento da Figura 7, onde Disco 1 representa a posição do disco inferior e Disco 2 a posição do disco superior:

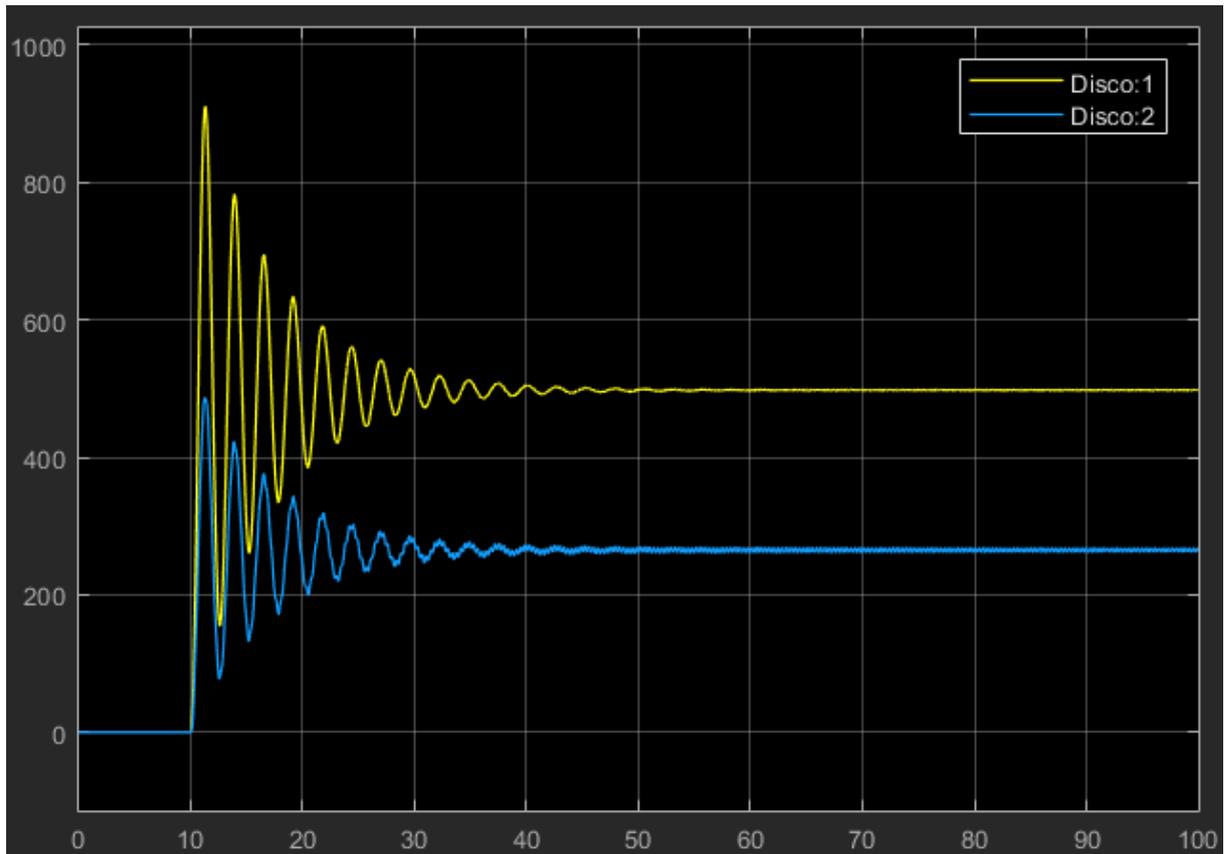
Figura 7 – Simulação da saída do sistema torcional com o ganho L_1



Fonte: Autoria própria

Apesar do sistema ter resultado infactível, o controlador teve um desempenho bem desejável, onde as posições dos discos foram estabilizadas em torno dos 60 segundos de simulação, apresentando uma oscilação mínima.

Agora substituindo o ganho L_1 pelo ganho L_2 , é possível analisar o comportamento do ganho obtido pela outra técnica. Este ganho resulta em uma saída conforme a Figura 8:

Figura 8 – Simulação da saída do sistema torcional com o ganho L_2 

Fonte: Autoria própria

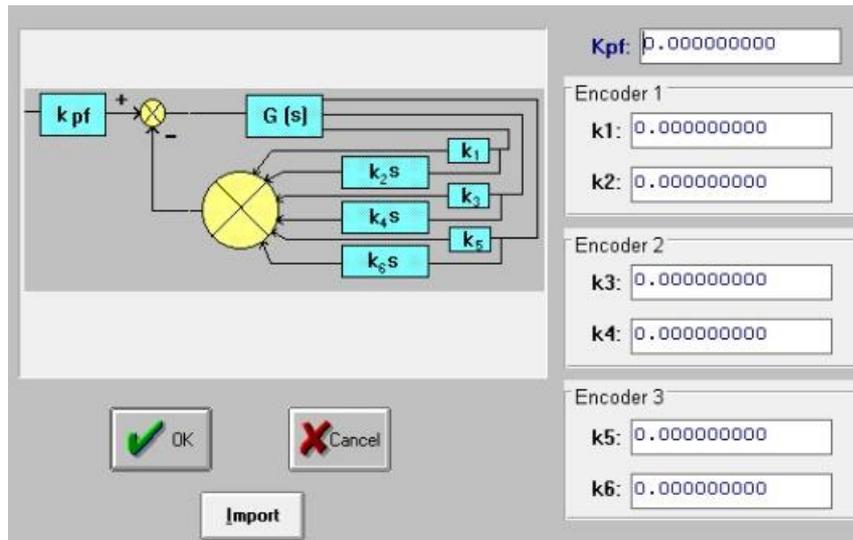
Ao comparar com o ganho da Técnica 1, esta saída apresentou uma oscilação maior, mesmo que o tempo para que o sistema estabilize seja também em torno de 60 segundos. Ambas as técnicas almejam somente a estabilidade do sistema, então de acordo com as Figuras 7 e 8, nenhuma das duas técnicas foram insuficientes.

5.3 Aplicação no sistema físico

Após realizar a simulação, pode-se utilizar o sistema real para a verificação dos resultados. Para isto, será utilizado o supervisor do sistema torcional, no computador acoplado ao sistema real. O supervisor permite aplicar a entrada que se deseja, além de conseguir retirar os dados de posição, velocidade e aceleração dos discos.

A Figura 9 demonstra como foi implementado o controlador no sistema físico:

Figura 9 – Supervisório do ECP 205a: Definição dos ganhos do controlador

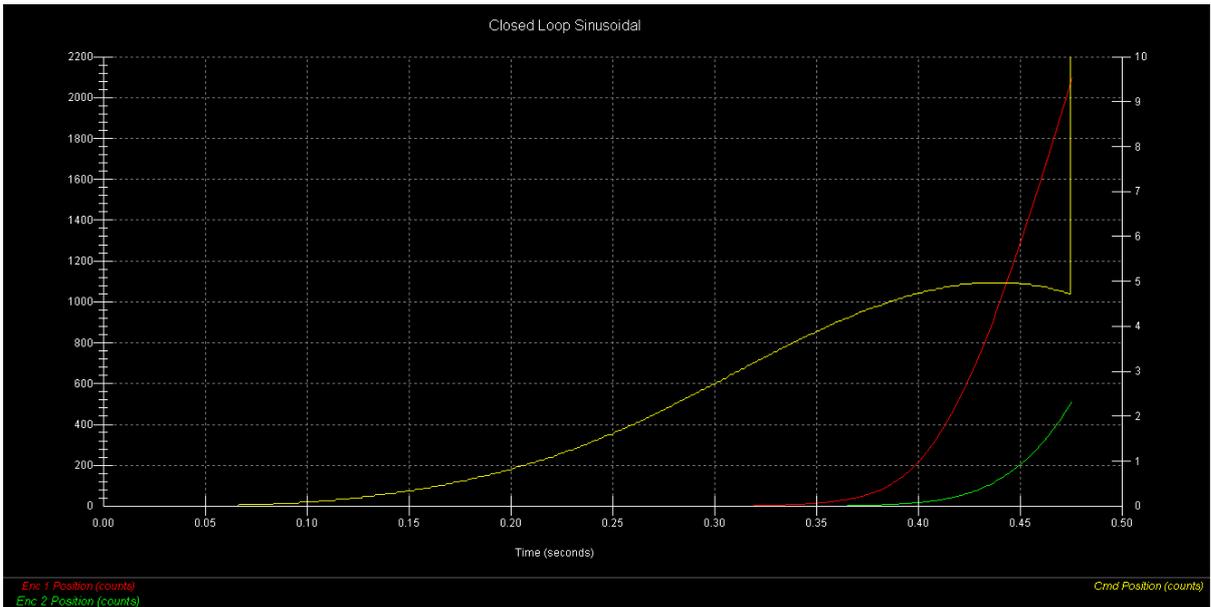


Fonte: Autoria Própria

Através do supervisor não há a opção de realimentação de saída, então foi selecionado a realimentação de estados e esse foi adaptado utilizando somente os ganhos referentes às posições dos discos 1 e 2.

Adaptando o L_1 para o supervisor e aplicando-o, foi possível observar o comportamento dos discos e o sinal de comando conforme a Figura 10, representado pelas cores vermelho (posição do disco 1), verde (posição do disco 2) e amarelo (sinal de comando):

Figura 10 – Saída do sistema torcional com o ganho L_1

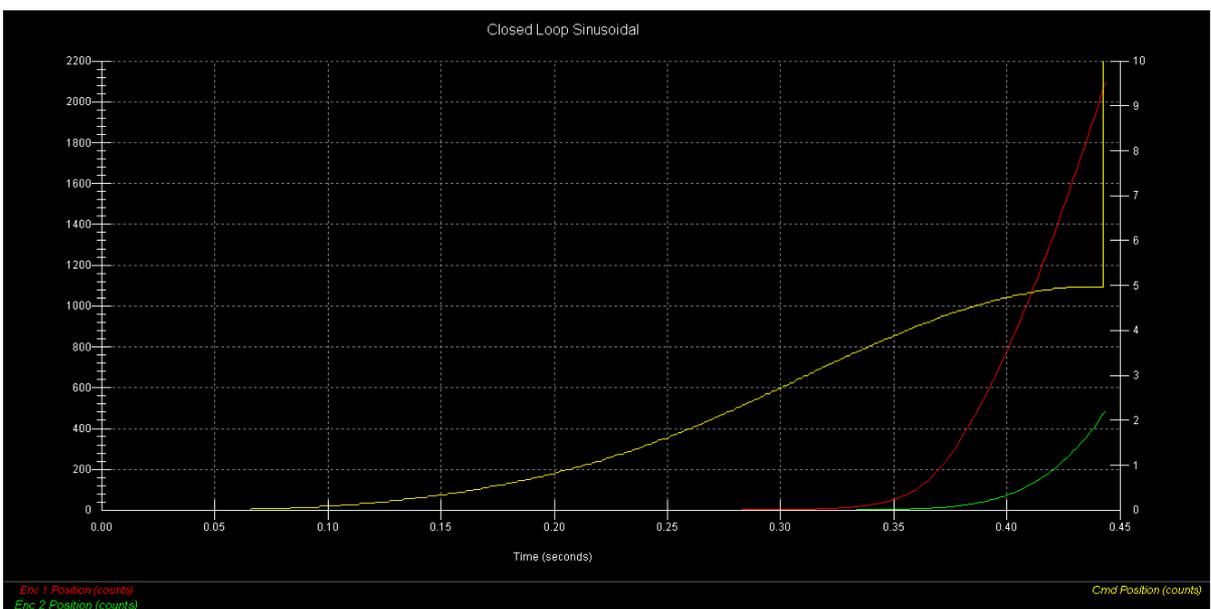


Fonte: Autoria Própria

Porém o comportamento do sistema não foi como o esperado. Isso ocorreu devido ao sistema de segurança do equipamento ter agido devido à corrente interna do sistema ter alcançado um valor máximo.

Repetindo o mesmo processo para o L_2 , foi possível observar o comportamento dos discos e o sinal de comando conforme a Figura 11.

Figura 11 – Saída do sistema torcional com o ganho L_2



Fonte: Autoria Própria

Assim como na Figura 10, o comportamento dos discos não é o previsto. Assim como no caso anterior, o comportamento indevido ocorre devido à ação do sistema de segurança do equipamento em questão.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi realizado a identificação de um sistema torcional, para a síntese de controladores por realimentação de saída, através de duas técnicas distintas. Ambas as técnicas são baseadas na solução de desigualdades matriciais lineares. Foi possível realizar simulação e testes reais dos controladores sintetizados, para averiguar a eficácia dos mesmos.

Os ganhos encontrados quando aplicados no sistema físico não foram de acordo com as expectativas, isso porque o sistema de segurança não foi considerado na síntese dos controladores, o que afetou diretamente o sinal de comando. Porém os resultados encontrados na simulação foram considerados aceitáveis, e ambas as técnicas se comprovaram eficazes, já que o sistema estabilizou.

Quanto aos problemas das técnicas, para a Técnica 1, deve se verificar o primal das LMIs antes de considerar que o sistema se tornou infactível, enquanto para a Técnica 2 um tempo considerável é perdido para encontrar um ganho de realimentação de estados que torne o sistema factível. Ambas as técnicas apresentaram vários testes exaustivos com ganhos e matrizes de transformação diferentes, porém nenhum obteve êxito na implementação prática.

Como possíveis trabalhos futuros, é possível a inserção de incertezas no sistema, podendo aplicar técnicas de controle robusto, e comparar diferentes técnicas para encontrar o ganho de realimentação de estados para a Técnica 2.

REFERÊNCIAS

- AGULHARI, Cristiano M.; OLIVEIRA, Ricardo C. L. F.; PERES, Pedro L. D. **LMI relaxations for reduced-order robust H^∞ control of continuous-time uncertain linear systems.** *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 57, no. 6, pp. 1532-1537, 2012.
- BOYD, Stephen; GHAOUI, Laurent E.; FERON, Eric; BALAKRISHNAN, Venkataramanan. **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory.** Philadelphia, SIAM, 1994.
- DOYLE, John Comstock; FRANCIS, Bruce A.; TANNENBAUM, Allen. **Feedback control theory.** Mineola, NY: Dover Publications, 2009. vi, 214 p.
- DUARTE, Thiago Gabriel de Almeida Honorato. **Controle robusto de um sistema torcional.** 57 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Engenharia de Controle e Automação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2017.
- GEROMEL, J. C.; COLANERI, P.; BOLZERN, P. **Dynamic Output Feedback Control of Switched Linear Systems.** *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53(3), 720–733, 2008.
- GREEN, M. **Linear robust control.** Mineola, NY: Dover Publications, 2012.
- HORI, Yoichi; MA, Chengbin. **Backlash Vibration Suppression in Torsional System Based on The Fractional Order Q-Filter of Disturbance Observer.** The 8th IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, Kamasaki, Japan, pp.577–582, 2004.
- LEME, Pedro Victor. **Controle por realimentação de saída de sistemas lineares a parâmetros variantes no tempo.** 44 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Engenharia de Controle e Automação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2017.
- LEWIS, Frank L. **Applied Optimal Control and Estimation.** Prentice-Hall, 1992.
- MANESCO, Rodolpho Moreira. **Projeto de controladores robustos para sistemas sujeitos a falhas estruturais usando realimentação estática de saída.** 67 f. Dissertação (mestrado) – Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista. Ilha Solteira, 2013.
- MURRAY, Richard M.; ÅSTRÖM, Karl J. **Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers.** 2. ed. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 2009.

NISE, Norman S. **Engenharia de sistemas de controle**. 6. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2012. xiv, 745 p.

NYGREN, Johannes. **Output Feedback Control – Some Methods and Applications**. 152 f. IT Licentiate Thesis – Philosophy in Electrical Engineering with Specialization in Automatic Control, Uppsala University. Uppsala, Sweden, 2014.

OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, c2010. x, 809 p.

OLIVEIRA, M. C. de. **Controle de sistemas lineares baseado nas desigualdades matriciais lineares**. [S.l.]: Biblioteca Digital da Unicamp, 1999.

OLOOMI, Hossein M. **Robust Sinusoidal Tracking of High Performance Torsional Plants**. International Conference on Control Automation and Systems, Intelligent Mechatronics Systems Research Unit – International Islamic University Malaysia, 2004.

PARKS, Thomas R. **Manual for Model 205/205a Torsional Control System**. Educational Control Products, Woodland Hills, California, 1999.

PEAUCELLE, D.; ARZELIER, D. **An efficient numerical solution for H2 static output feedback synthesis**. 2001 European Control Conference (ECC), 2001.

SHIMIZU, K. **Dynamic output feedback control and dynamic PID control for linear MIMO systems via LMI**. 2016 IEEE Conference on Control Applications (CCA), 2016.

SINGH, Sameep; RATTAN, Kuldip S. (n.d.). **Implementation of a fuzzy logic controller on an FPGA using VHDL**. 22nd International Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society, NAFIPS 2003.

SYRMOS, V. L. et al. **Static output feedback - a survey**. Automatica, Elsevier, v. 33, n. 2, p. 125–137, 1997.