

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

FÁBIO PACHOLOK DOS SANTOS

**OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS ESTRUTURAIS DA
PLATAFORMA STEWART PARA UMA TAREFA DETERMINADA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO

2015

FÁBIO PACHOLOK DOS SANTOS

**TRABALHO DA OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS
ESTRUTURAIS DA PLATAFORMA STEWART PARA UMA
TAREFA DETERMINADA**

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado à
Coordenação de Engenharia Mecânica
(DAMEC), da Universidade Tecnológica
Federal do Paraná – UTFPR.

Orientador: Prof. Dr. Fabian Andres Lara Molina.



Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Cornélio Procópio
Departamento Acadêmico de Mecânica
Curso de Engenharia Mecânica



FOLHA DE APROVAÇÃO

Fábio Pacholok dos Santos

TRABALHO DA OTIMIZAÇÃO DOS PARÂMETROS ESTRUTURAIS DA PLATAFORMA STEWART PARA UMA TAREFA DETERMINADA

Trabalho de conclusão de curso apresentado às 17:00hs do dia 12/06/2015 como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico no programa de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho aprovado.

Prof(a). Dr(a). Fabian Andres Lara Molina - Presidente (Orientador)

Prof(a). Dr(a). Edson Hideki Koroishi - (Membro)

Prof(a). Dr(a). Adailton Silva Borges - (Membro)

A folha de aprovação assinada encontra-se na coordenação do curso.

AGRADECIMENTO

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, que permitiu que eu concretizasse esse trabalho e a tudo que ele me proporcionou na vida.

Reverencio meus pais que apesar de todas dificuldades sempre me fortaleceram e apoiaram com muito amor e carinho nas horas mais difíceis, são os maiores exemplos que alguém poderia ter.

Agradeço meus irmãos que por mais distantes estavam, sempre me ajudaram e apoiaram a essa conquista, meu irmão um exemplo de dedicação e determinação que sempre me mostrou que quanto maior o objetivo, maior é a recompensa e à minha irmã por todo seu carinho e amor.

Muito obrigado mais do que especial à minha namorada por toda compreensão e apoio, nunca mediu esforços para eu concluir essa etapa da minha vida.

Ao meu professor Dr. Fabian Andres Lara Molina por ter me orientado para a realização desse trabalho.

Aos meu amigos e colegas de faculdade que sempre estiveram presentes, em especial ao Daniel Frederico Mazari e Rodolpho Cordeiro Garcia.

Ao meu padrinho Me. Mariano Pacholok e minha madrinha Sandra que me ajudaram e auxiliaram no início da minha graduação.

Obrigado a todos que de alguma forma me ajudaram e contribuíram para concretização desse trabalho.

RESUMO

Santos, Fábio Pacholok. **Otimização dos parâmetros estruturais da Plataforma Stewart para um tarefa determinada.** 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2014.

O presente trabalho visa apresentar uma metodologia para o projeto ótimo de um manipulador paralelo de seis graus de liberdade. Foram estudados na literatura trabalhos relacionado ao tema para estabelecer a modelagem cinemática do manipulador através das equações matemáticas, que relacionam as velocidades nas variáveis articulares com a plataforma móvel do manipulador. Posteriormente realizaram-se simulações do modelo cinemático no MATLAB e programou-se a otimização para maximizar a destreza cinemática com Algoritmos Genéticos. Finalmente, os resultados obtidos utilizando esta metodologia de projeto foram analisados. A metodologia demonstrou ser efetiva para determinar os parâmetros estruturais do manipulador que melhoram o desempenho cinemático do mecanismo no rastreamento de uma trajetória.

Palavras-chave: Plataforma Stewart, otimização, algoritmo genético, cinemática.

ABSTRACT

Santos, Fábio Pacholok. **Optimization of Steward Platform structural parameters to a determined trajectory**, 2015. Term Paper (bachelor). mechanic engineer. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2014.

This work aims at reporting a methodology of optimal design of a parallel manipulator with six degrees of freedom. Several research papers related to the topic of this work were studied in order to establish the kinematic modeling of manipulator. Then, the simulation of the kinetics modeling was implemented in the software MATLAB. The optimization to maximize the kinematic dexterity of the manipulator was solved by using Genetic Algorithm. The structural parameters of the Stewart-Gough platform were obtained and these results were analyzed. The introduced in this work demonstrated to be effective to determine the structure parameters to improve the kinematic performance of the parallel mechanism.

Key words: Stewart-Gough Platform, Optimization, Genetic Algorithm, kinematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Primeiro projeto de um manipulador paralelo	11
Figura 2 - Protótipo de uma plataforma de Gough.....	12
Figura 3 – Projeto do primeiro simulador de voo.....	13
Figura 4 - Cappel no primeiro simulador de voo.	13
Figura 5 – Sistema de movimento do simulador de voo SIMONA.	15
Figura 6 - Sistema de locomoção bípede WL-16RII	16
Figura 7 – Manipulador fixo em microscópio.....	16
Figura 8 - Plataforma de Stewart para neuroendoscopia	17
Figura 9 – Manipulador Plataforma de Stewart	19
Figura 10 – Classificação do MPS quanto a sua geometria (a) 3-3 SPM (b) 6-3 SPM (c) 6-6 SPM.....	20
Figura 11 — Plataforma espacial de Stewart-Gough.....	21
Figura 12 – Geometria da Plataforma de Stewart-Gough.....	23
Figura 13 - Representação Vetorial da Cadeia Cinemática do Manipulado.....	24
Figura 14 – Condicionamento de matrizes (a) Matriz singular (b) Matriz não-singular (c) Matriz próxima à singularidade	31
Figura 15 – Esquema de um algoritmo genético.....	35
Figura 16 - Trajetória da plataforma móvel x.	37
Figura 17 - Evolução dos parâmetros de projeto para otimização ICT com algoritmos genéticos.....	38
Figura 18 - Índice de condicionamento da trajetória otimizado com algoritmos genéticos.....	39

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros da geometria selecionada.....	14
Tabela 2 - Parâmetros utilizados para rodar o AG.....	28

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
1.1	OBJETIVO	10
1.2	PROCEDIMENTO METODOLÓGICO	10
1.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	11
1.3.1	Aplicações da Plataforma Stewart-Gough	14
1.3.2	Simuladores de Voo	14
1.3.3	Sistemas de Locomoção Bípede	15
1.3.4	Manipuladores Cirúrgicos	16
1.4	Otimização de Mecanismos Paralelos	17
2	MODELAGEM CINEMÁTICA	19
2.1	GEOMETRIA DO MANIPULADOR.....	20
2.2	CINEMÁTICA INVERSA.....	23
2.3	JACOBIANO	25
2.4	MODELO ESTÁTICO.....	27
3	OTIMIZAÇÃO DA PLATAFORMA STEWART GOUGH	29
3.1	NÚMERO DE CONDICIONAMENTO DE UMA MATRIZ.....	29
3.2	SINGULARIDADES CINEMÁTICAS	31
3.3	ÍNDICE DE CONDICIONAMENTO DE TRAJETÓRIA	31
3.4	FORMULAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO DO MANIPULADOR PARALELO	32
3.5	ALGORITMOS GENÉTICOS.....	34
4	SIMULAÇÃO E RESULTADOS.....	36
4.1	OTIMIZAÇÃO DO ÍNDICE DE CONDICIONAMENTO DA TRAJETÓRIA.....	36
5	CONCLUSÃO.....	40
6	REFERÊNCIAS.....	41

1 INTRODUÇÃO

A Plataforma de Stewart-Gough é um manipulador paralelo que possui seis pernas extensíveis que ligam uma base fixa com uma plataforma móvel. As pernas extensíveis possuem juntas passivas esféricas nas duas extremidades ou junta esférica em uma extremidade e junta universal na outra. Esta configuração cinemática permite uma maior precisão e uma velocidade de operação mais elevada. A movimentação de um corpo rígido no espaço é descrita por movimentos de translação e rotação, sendo conhecido como Graus De Liberdade (GDL) do sistema.

Os manipuladores paralelos apresentam as seguintes características: alta rigidez, posicionamento preciso, deslocamento de altas cargas e bom desempenho dinâmico (DASGUPTA E MRUTHYUNJAYA, 1998).

Os robôs mais conhecidos tanto na indústria quanto na área acadêmica, são geralmente os manipuladores em forma de braço antropomórfico, conhecidos como robôs seriais. Estes são construídos por uma sucessão de elos conectados ao seu antecessor e sucessor por meio de juntas ativas, podem ser de um ou mais GDL, para executar tarefas e movimentação de objetos ao seu redor. Os manipuladores seriais foram projetados para executar tarefas realizadas por humanos e por isso possuem um bom espaço de trabalho e locomoção, mas possuem uma baixa relação da sua capacidade de carga/peso. Quando submetidos a carregamentos, os robôs seriais têm tendência a apresentar vibrações e flambagem dos seus elos, comprometendo o desempenho dinâmico do sistema. Embora os robôs seriais sejam predominantes, os robôs paralelos vêm ganhando espaço e conquistando interesse a cada vez mais da comunidade científica (MELLO, 2011).

Os manipuladores de cadeia cinemática paralela têm melhor desempenho em comparação com manipuladores seriais em termos de alto grau de precisão, alta velocidade e alta rigidez. Um dos manipuladores paralelos mais conhecidos é a Plataforma Stewart, proposto Stewart em 1965, como um mecanismo para um simulador de voo. A plataforma de Stewart emprega o mesmo mecanismo de Gough sendo também conhecida como plataforma Stewart-Gough na literatura.

1.1 OBJETIVO

O objetivo geral deste trabalho é determinar os parâmetros estruturais ótimos do manipulador Plataforma Stewart-Gough (PSG) para uma tarefa determinada.

Para se alcançar o objetivo geral serão necessários os seguintes objetivos específicos:

- Revisar a bibliografia apresentada nos estudos de acordo com o tema do trabalho;
- Definir o modelo cinemático do manipulador Plataforma Stewart-Gough;
- Implementar a simulação computacional do modelo da Plataforma Stewart-Gough no MATLAB;
- Implementar a Otimização através de Algoritmos Genéricos para encontrar os parâmetros estruturais ótimos da Plataforma de Stewart Gough;
- Analisar os resultados obtidos nas simulações numéricas

1.2 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

Para realizar este trabalho serão seguidos os seguintes passos:

1. Revisão da Literatura: Estudar na literatura todos os trabalhos relacionados ao tema de manipuladores Plataforma Stewart.
2. Modelagem Cinemática da Plataforma Stewart-Gough: Estabelecer a modelagem cinemática do manipulador através das equações matemáticas, que relacionam a velocidade nas variáveis articulares com a velocidade na plataforma móvel, o modelo cinemático inverso, a matriz Jacobiana e desempenho cinemático.
3. Simulação da Plataforma Stewart-Gough: Implementar as simulações do modelo cinemático no Matlab.
4. Implementar a otimização com Algoritmos Genéticos para poder encontrar os parâmetros ótimos da estrutura do mecanismo e maximizar o índice de condicionamento ao longo de uma trajetória.
5. Análise de Resultados: Analisar os resultados obtidos na otimização.

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O registro do primeiro projeto de um manipulador paralelo em 1931 (GWINNETT, 1931) consistiu em uma plataforma móvel projetada para a indústria de entretenimento (ver Figura 1). O objetivo do mecanismo era movimentar-se enquanto filmes eram exibidos.

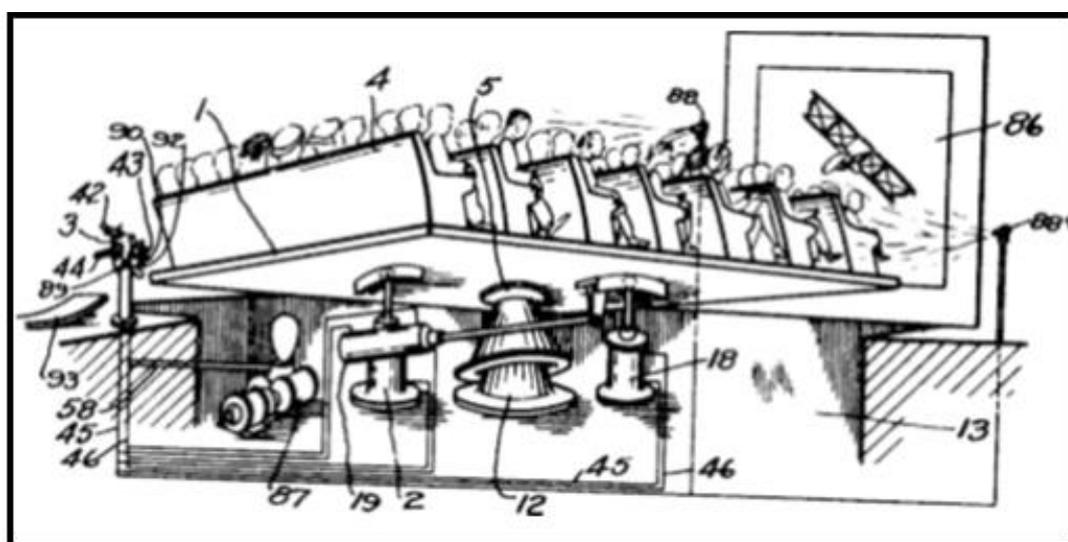


Figura 1 - Primeiro projeto de um manipulador paralelo
FONTE: GWINNETT, 1931

Em 1947, Gough estabeleceu os princípios básicos de um mecanismo com uma estrutura cinemática hexápode (ver a Figura 2). Este mecanismo permite o posicionamento e a orientação de uma plataforma em movimento, com intuito de testar o desgaste dos pneus. Para esta estrutura, o elemento móvel é uma plataforma hexagonal cujos vértices estão todos ligados a uma junta esférica. A outra extremidade da ligação está ligada à base por uma junta universal. Um atuador linear permite a modificação do comprimento total da ligação, este mecanismo é uma estrutura cinemática em circuito fechado, acionado por seis atuadores lineares. Este dispositivo foi usado ainda até 2000, ano em que foi colocado em reforma (MERLET, 2006).



Figura 2 - Protótipo de uma plataforma de Gough
FONTE: Adaptado de Merlet, 2006.

O primeiro simulador de voo foi construído na década de 60, devido ao crescimento da indústria aeronáutica, com intuito de treinar pilotos sem levantar voo (ver Figura 3), Stewart publicou um artigo em 1965 que causou grande repercussão no assunto, sendo ele o responsável pelo desenvolvimento de plataformas paralelas com seis GDL para simuladores de voo (MERLET, 2006).

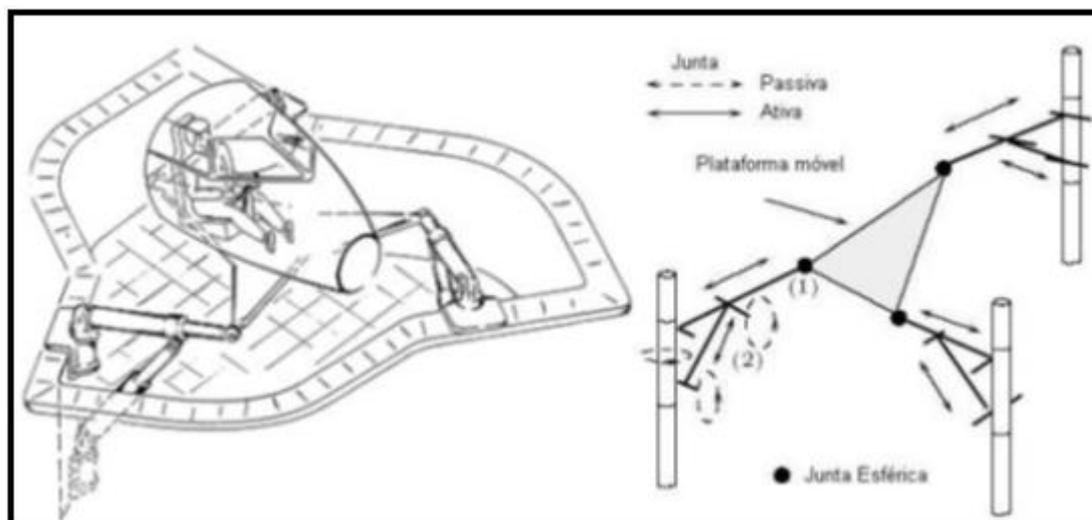


Figura 3 – Projeto do primeiro simulador de voo
 FONTE: Merlet, 2006

Posteriormente foi apresentada por Klaus Cappel em 1971, um simulador de movimentos baseado num hexápode apresentado na Figura 4 e sendo da mesma configuração utilizada por Gough (CAPEL, 1967). Segundo (MOLINA, 2008) esse simulador de movimentos foi o primeiro simulador de vôo baseado na estrutura de um hexápode octaedro, sendo resultante de um requisito da *Sikorsky Aircraft Division* dos Estados Unidos especificado para projetar e construir um simulador de voo de um helicóptero de seis graus de liberdade.

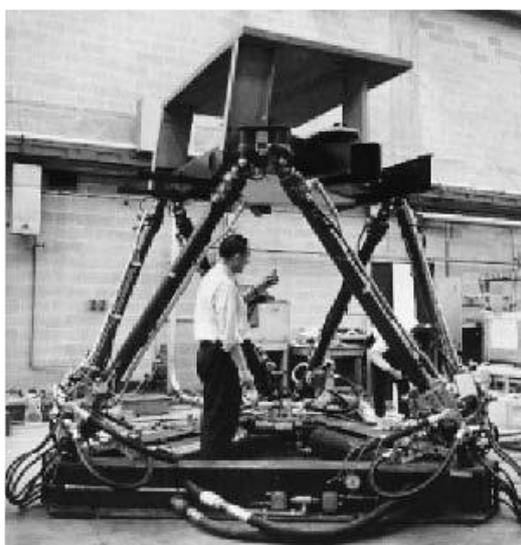


Figura 4 - Cappel no primeiro simulador de voo.
 FONTE: Merlet, 2006

1.3.1 Aplicações da Plataforma Stewart-Gough

Existem diversas aplicações modernas para os manipuladores Plataforma Stewart-Gough, dentre elas podem-se destacar: simuladores de voo, sistemas de locomoção, manipuladores cirúrgicos entre outros.

1.3.2 Simuladores de Voo

Simuladores de voo são muito utilizados para treinamento de novos pilotos onde é possível expor para eles a situações perigosas e assim serem testados caso aconteça uma emergência durante um voo real. Esses simuladores também podem ser utilizados para pesquisa e desenvolvimento de novos aviões sendo possível testar a dinâmica de voo.

Um estudo muito conhecido na área é o simulador de voo SIMONA (ver Figura 5). O mecanismo para reproduzir os movimentos baseia-se na Plataforma de Stewart-Gough. Este possui um sistema hidráulico de movimento com seis graus de liberdade que pode proporcionar acelerações lineares realistas e taxas de rotação, para obter o máximo de potência e precisão com atuadores hidráulicos (DELFT UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, 2015).



Figura 5 – Sistema de movimento do simulador de voo SIMONA.
FONTE: DELFT UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, 2015

1.3.3 Sistemas de Locomoção Bípede

O sistema de locomoção Bípede da Figura 6 permite a locomoção de modo semelhante ao ser humano. Existem muitos estudos relacionados à locomoção humana por meio desses sistemas. Os robôs bípedes podem se locomover em vários tipos de terrenos (HASEGAWA et al., 2000).

SUGAHARA ET AL(, 2005) apresentaram o desenvolvimento de um sistema de locomoção para robô bípede WL-16RII a partir da utilização de um mecanismo de pernas composto de duas Plataformas de Stewart invertidas. O sistema possui uma massa total de aproximadamente 70 Kg incluindo baterias, atuadores lineares com servo-motores e sistema de frenagem eletromagnético. O sistema ainda conta com um mecanismo de redução de torque constituído de uma mola de gás comprimido, que tem a função de suportar as cargas axiais, para não transmiti-las para os atuadores.

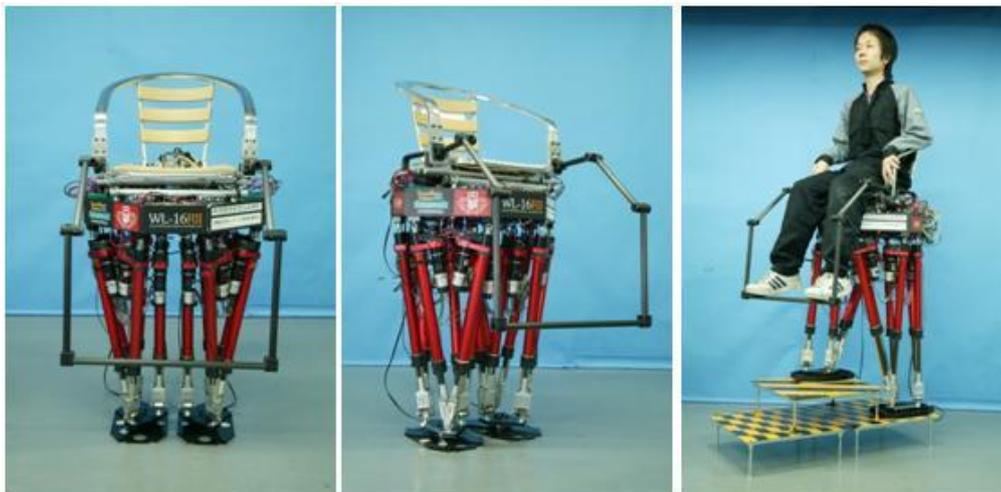


Figura 6 - Sistema de locomoção bípede WL-16RII
FONTE: SUGAHARA et al. , 2005

1.3.4 Manipuladores Cirúrgicos

Segundo Merlet 2006 os manipuladores paralelos estão entrando no campo da medicina e exercem grande importância em diferentes áreas da medicina. A busca por novos procedimentos médicos tende a aumentar cada vez mais a aplicação dos manipuladores paralelos. Podemos citar o exemplo do robô usado como suporte de microscópio da Figura 7.



Figura 7 – Manipulador fixo em microscópio
FONTE: Merlet, 2006

O mecanismo da plataforma Stewart-Gough é utilizado para o desenvolvimento de procedimentos médicos em cirurgias complexas realizadas no cérebro. Wapler et al. (2003) propuseram um mecanismo para neuroendoscopia (ver Figura 8) o qual é composto por uma plataforma de Stewart que proporciona alta precisão.

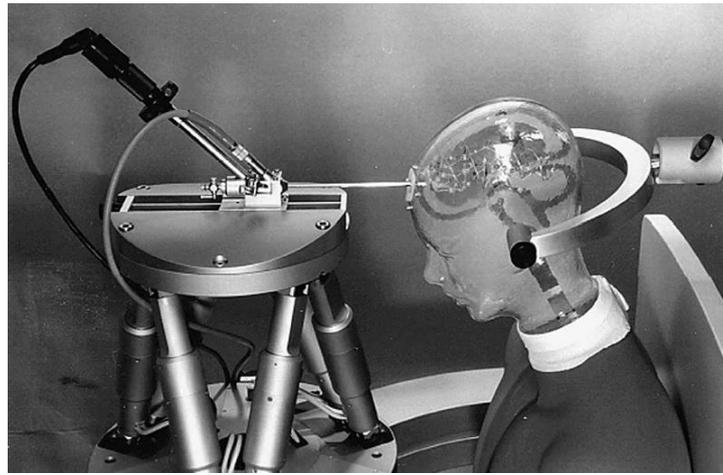


Figura 8 - Plataforma de Stewart para neuroendoscopia
FONTE: WAPLER et. al., 2003.

1.4 Otimização de Mecanismos Paralelos

Existem diversos trabalhos de otimização de mecanismos paralelos e especificamente da Plataforma Stewart que foram aplicados em diversas áreas. Alguns exemplos de trabalhos como, controle da plataforma Stewart para simulação de transferência de carga portuária (MELLO, 2011), a plataforma de Stewart acionada por cabos (BACK, 2009), o ambiente de simulação de manipuladores paralelos: modelagem, simulação e controle de uma plataforma Stewart (Molina, 2008) e entre outros.

A dissertação de mestrado desenvolvida por (MOLINA, 2008) estudou a modelagem cinemática e dinâmica da plataforma de Stewart com o objetivo de simular o sistema completo para fins de projeto. Este autor sugeriu a importância de utilizar técnicas de otimização nos manipuladores paralelos.

Outro estudo na área foi desenvolvido por Back (BACK, 2009) foi estudada uma plataforma de seis graus de liberdade acionada por cabos. Neste estudo foi abordada a modelagem cinemática e dinâmica com o objetivo de projetar o sistema de atuadores.

2 MODELAGEM CINEMÁTICA

Para encontrar os parâmetros ótimos no manipulador da Plataforma Stewart, será indispensável o desenvolvimento de um modelo cinemático completo, com um destaque para o modelo cinemático inverso, Jacobiano direto e inverso. A Figura 9 ilustra a plataforma de Stewart-Gough.

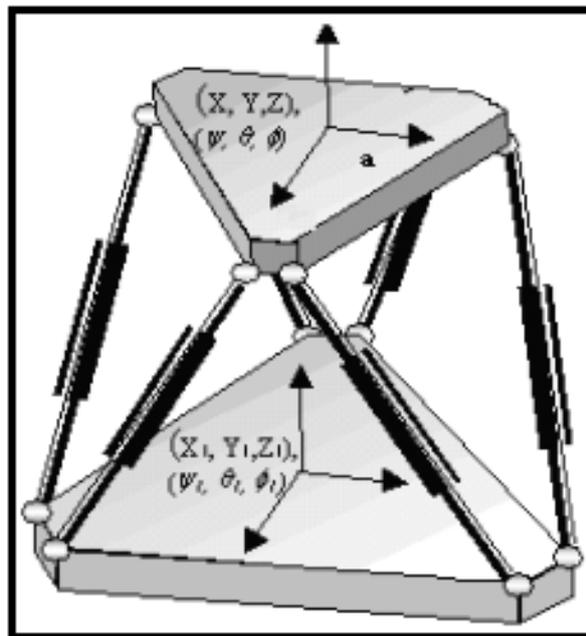


Figura 9 – Manipulador Plataforma de Stewart
 FONTE: Lara-Molina, 2010

KANG, KIM LEE (1996) destacam que é necessário definir a geometria do manipulador para resolver o problema cinemático inverso, sendo que o modelo cinemático inverso do MPS é direto e o equacionamento é formulado através do estudo das cadeias cinemáticas fechadas.

2.1 GEOMETRIA DO MANIPULADOR

A Plataforma de Stewart tem diferentes configurações quanto à forma da plataforma móvel e da base. A Figura 10 representa a classificação geométrica do manipulador classificada segundo a distribuição das articulações.

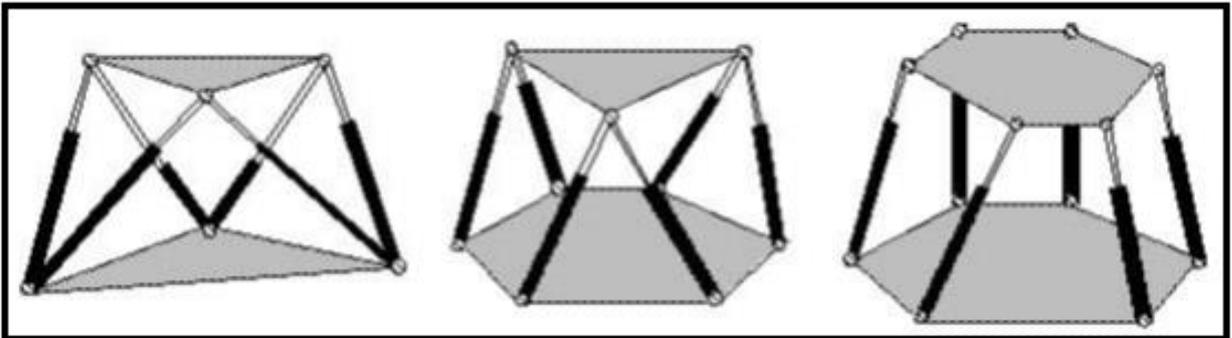


Figura 10 – Classificação do MPS quanto a sua geometria (a) 3-3 SPM (b) 6-3 SPM (c) 6-6 SPM

FONTE: Molina, 2008

A plataforma de Stewart-Gough na Figura 11 possui seis pernas idênticas que ligam a plataforma móvel para a base fixa por pernas extensíveis indicados por l_i em pontos B_i e articulações esféricas denotadas por S em pontos de A_i , $i = 1, 2, \dots, 6$, respectivamente. Cada perna possui um membro superior e inferior ligados por um conjunto prismático denotado por P . Na junta prismática, que é usada para extensão/retração da perna, é possível substituir a junta universal por uma junta esférica sem alterar o movimento da plataforma móvel.

Os seis graus de liberdade que a plataforma possui permitem movimentos lineares e angulares, os movimentos angulares são movimentos longitudinais dos eixos- xyz . Os movimentos angulares são expressos como ângulos de Euler que diz respeito à eixos xyz . Dois sistemas de coordenadas $\{A\}$ e $\{B\}$ estão ligados às plataformas móvel e base fixa, respectivamente.

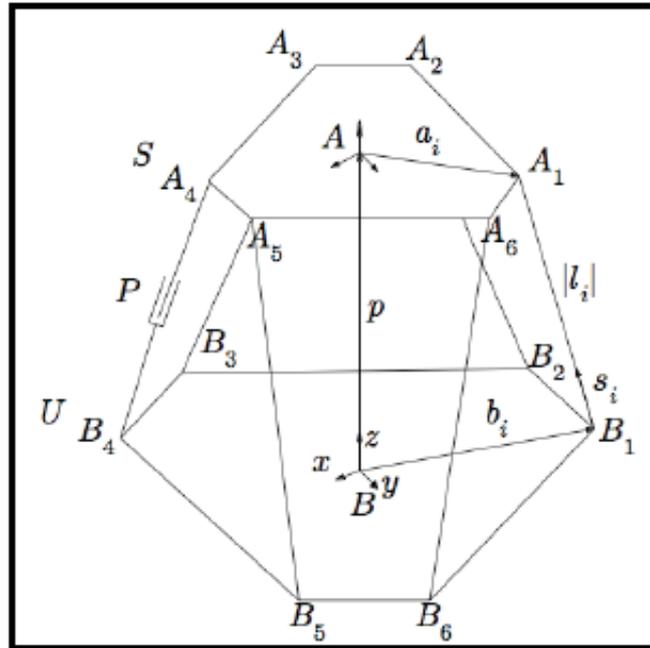


Figura 11 — Plataforma espacial de Stewart-Gough
 FONTE: Lara-Molina, 2010

O manipulador tem a base e a plataforma definidos por polígonos inscritos em circunferências com raio r_a e r_b , respectivamente.

O vetor $\vec{B}_i = [b_{ix} \ b_{iy} \ b_{iz}]^T$ descreve a posição do ponto de referência \vec{B}_i com respeito à $\{B\}$ assim o vetor \vec{B}_i é expressa como:

$$\vec{B}_i = \begin{bmatrix} r_b \cos(\psi_i) \\ r_b \sin(\psi_i) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ix} \\ B_{iy} \\ B_{iz} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\psi_i = \frac{i\pi}{3} - \frac{\varphi_b}{2} \quad i = 1,2,5$$

$$\psi_i = \psi_{i-1} + \varphi_b \quad i = 2,4,6$$

O vetor de $\vec{A}_i [a_{ix} \ a_{iy} \ a_{iz}]^T$ apresenta a posição do ponto de referência \vec{A}_i em relação ao quadro de referência $\{A\}$; em seguida, \vec{A}_i é expressa como:

$$\vec{A}_i = \begin{bmatrix} r_a \cos(\psi_i) \\ r_a \sin(\psi_i) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ix} \\ A_{iy} \\ A_{iz} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\psi_i = \frac{i\pi}{3} - \frac{\varphi_a}{2} \quad i = 1,2,5$$

$$\psi_i = \psi_{i-1} + \varphi_a \quad i = 2,4,6$$

A geometria da plataforma Stewart-Gough da Figura 12 é definida com dois hexágonos semirregulares coplanares; o primeiro corresponde ao hexágono base e o segundo a plataforma móvel. A plataforma de Stewart-Gough pode ser definida de acordo com as equações (1) e (2), com cinco parâmetros de concepção cinemática: r_b é o raio da base fixa, r_a é o raio da plataforma móvel, φ_b é o ângulo de afastamento dos vetores \vec{B}_i , φ_a é o ângulo de afastamento dos vetores \vec{A}_i e, finalmente, z_0 que é o centro z-eixos de coordenadas do espaço de trabalho constante. A Tabela 1 representa os parâmetros que definem a geometria do manipulador. Com isso é definido um vetor com os parâmetros de projeto da plataforma, conforme a equação (3).

$$\lambda = [r_a \ r_b \ \varphi_a \ \varphi_b \ z_0]^T \quad (3)$$

Tabela 1: Parâmetros da geometria selecionada

Símbolos	Parâmetro
r_a	Raio da plataforma móvel
φ_b	Ângulo de afastamento dos vetores b_i
r_b	Raio da base fixa
φ_a	Ângulo de afastamento dos vetores a_i
z_0	Centro z-eixos de coordenadas do espaço de trabalho

Fonte: Autoria própria

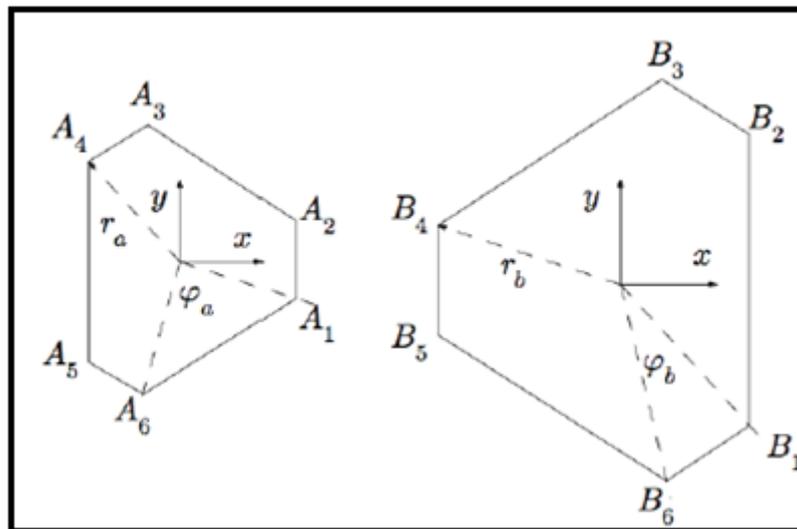


Figura 12 – Geometria da Plataforma de Stewart-Gough
 FONTE: Lara-Molina, 2010)

A representação do centróide $\{A\}$ da plataforma de movimentos respeita a estrutura $\{B\}$ é descrita com seis coordenadas generalizadas.

2.2 CINEMÁTICA INVERSA

Segundo Molina (2008) o objetivo da cinemática inversa é encontrar os valores das variáveis articulares lineares que correspondem ao comprimento do atuador l_i , para as seis pernas extensíveis. O problema pode ser resolvido através da descrição vetorial das cadeias cinemáticas do manipulador.

A placa móvel apresenta rotações em seus eixos x_a, y_a, z_a em relação ao sistema coordenado fixo (B) quando percorre um trajeto. Determinado pelos ângulos γ, β, α as rotações obtidas são as seguintes: $\underline{R}(z, \alpha); \underline{R}(y, \beta); \underline{R}(x, \gamma)$. A matriz de orientação (4) é obtida pela multiplicação das sucessivas rotações $\underline{R} = \underline{R} = (\alpha, \beta, \gamma) = \underline{R}(z, \alpha)\underline{R}(y, \beta)\underline{R}(x, \gamma)$. Na equação (4) temos s e c sendo como seno e cosseno respectivamente.

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix} \quad (4)$$

A cinemática inversa do manipulador é resolvida para valores conhecidos de \vec{p} e a orientação da plataforma \underline{R} , que são os dados de entrada para solução do problema. Os vetores $\vec{A}_i = [\vec{A}_{ix} \vec{A}_{iy} \vec{A}_{iz}]^T$ e $\vec{B}_i = [\vec{B}_{ix} \vec{B}_{iy} \vec{B}_{iz}]^T$ são os vetores correspondentes à geometria do manipulador definida anteriormente.

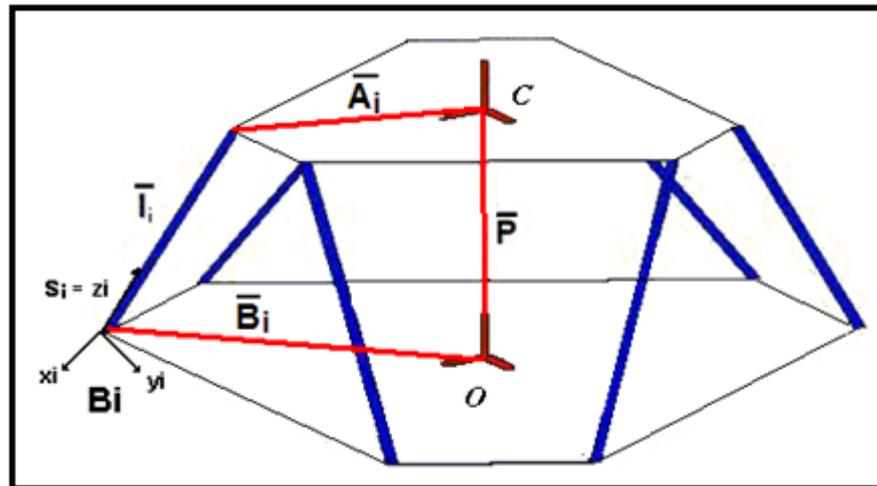


Figura 13 - Representação Vetorial da Cadeia Cinemática do Manipulado
 FONTE: Lara-Molina, 2008

A representação vetorial dada pela Figura 13 para cada cadeia cinemática do manipulador é dado por:

$$\vec{l} = \underline{R} \cdot \vec{A}_i^T + \vec{p}^T - \vec{B}_i^T \quad (5)$$

Onde, $\vec{l} = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5 \ l_6]^T$ é o vetor, que corresponde aos comprimentos dos atuadores. Para obter o comprimento do atuador e necessário efetuar o produto ponto do vetor \vec{l} com ele mesmo, substituindo os valores,

$$l_i^2 = x^2 + y^2 + z^2 + r_a^2 + r_b^2 + 2(r_{11}A_{ix} + r_{12}A_{iy})(x - B_{ix}) + 2(r_{21}A_{ix} + r_{22}A_{iy})(y - B_{iy}) + 2(r_{31}A_{ix} + r_{23}A_{iy})(y - B_{iy}) + 2z(r_{31}A_{iy}) - 2(xB_{ix} + yB_{iy}), \text{ para } i = 1, \dots, 6 \quad (6)$$

O movimento da plataforma móvel em relação à base fixa é representado conforme a equação (6), escrevendo seis vezes uma para cada atuador.

2.3 JACOBIANO

Para obter a relação entre a velocidade nos atuadores \dot{l}_i em função da plataforma móvel \vec{P} , será utilizado a matriz do Jacobiano, que corresponde a equação (7).

$$\vec{l} = [J]\vec{P} \quad (7)$$

Onde,

$l = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5 \ l_6]^T$ - velocidade de entrada dos atuadores.

$\vec{P} = [x \ y \ z \ \gamma \ \beta \ \alpha]$ - velocidade de saída no centroide da plataforma móvel.

Fazendo a descrição vetorial das cadeias cinemáticas de cada perna extensível e derivando, obtém-se para cada perna extensível:

$$\vec{p} + R\vec{A}_i = \vec{B}_i + \overrightarrow{B_i A_i} \quad (8)$$

Onde,

\vec{p} - posição da plataforma móvel.

$\vec{B_iA_i}$ - vetor correspondente à perna extensível do manipulador, a norma de este vetor é l_i .

Diferenciando a equação anterior:

$$V_c + \omega_c \times \vec{A_i} = l_i \omega_i \times s_i + l_i s_i, \text{ para } i = 1, \dots, 6 \quad (9)$$

Onde,

s_i – vetor unitário na direção de l_i

ω_i – velocidade angular de cada perna respeito ao marco de referência B

Antes de obter a equação do Jacobiano para cada perna, será feita a simplificação do ω_i efetuando o produto escalar nos dois membros da equação por s_i .

$$s_i \cdot V_c + (\vec{B_i} \times s_i) \omega_c = l_i, \text{ para } i = 1, \dots, 6 \quad (10)$$

A equação 10 pode ser escrita da seguinte forma:

$$[J] \vec{P} = \vec{l} \quad (11)$$

Escrevendo a equação jacobiana para cada perna, temos:

$$[J] = \begin{bmatrix} s1^T & \dots & (b1xS1)^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s6^T & \dots & (b6xS6)^T \end{bmatrix} \quad (12)$$

2.4 MODELO ESTÁTICO

Segundo (Molina 2008) a força F e o momento total resultante M na plataforma são respectivamente dados pelas equações (13) e (14).

$$F = \sum_{i=1}^6 s_i F_i \quad (13)$$

$$M = \sum_{i=1}^6 (b_i \times S_i) F_i \quad (14)$$

Onde F_i corresponde à força de cada perna extensível. A relação que existe entre as forças de saída F e M na plataforma e as forças de entrada nos atuadores F_i pode ser expressa como:

$$\begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} = \tau = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 s_i F_i \\ \sum_{i=1}^6 (b_i \times S_i) F_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

Ou,

$$\tau = H F_i \quad (16)$$

$$F_i = H^{-1} \tau \quad (17)$$

Onde,

$$H = \begin{bmatrix} S_1 & \cdots & S_6 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_1 \times S_1 & \cdots & b_6 \times S_6 \end{bmatrix} = j^T \quad (18)$$

Em alguns casos a matriz H sofre singularidades, não suportando as cargas da plataforma (F e M) e com isso a força dos atuadores F_i não pode ser suportada pelos atuadores. Com isso ocorre a perda de uma restrição ou ganho de um grau de liberdade na plataforma, esse é o conceito de singularidades estáticas, abaixo está expresso esse conceito:

$$\det[H(\vec{P})] = 0 \quad (19)$$

3 OTIMIZAÇÃO DA PLATAFORMA STEWART GOUGH

A otimização da Plataforma Stewart-Gough visa determinar os parâmetros geométricos ideais da estrutura do mecanismo. A otimização será feita utilizando Algoritmos Genéticos, com intuito de maximizar a destreza cinemática correspondente ao Índice de Condicionamento na Trajetória (ICT).

3.1 NÚMERO DE CONDICIONAMENTO DE UMA MATRIZ

O condicionamento de uma matriz pode ser definido pelo sistema linear abaixo:

$$Ax = b \quad (20)$$

Caso seja suposto a hipótese que o vetor independente \underline{b} seja alterado por $\underline{b} + \delta b$ e A conserva-se imperturbado. Com isso tem-se a solução correta do problema alterado, é dado por: $A(x + \delta x_b) = b + \delta b$ e com $Ax = b$, é possível estabelecer um limite para δx_b .

$$\|\delta x_b\| \leq \|A^{-1}\| \|\delta b\| \quad (21)$$

A relação $Ax = b$ implica em:

$$\|b\| \leq \|A\| \|x\| \quad (22)$$

Fazendo a multiplicação das relações obtidas anteriormente é possível obter a seguinte relação:

$$\frac{\|\delta x_b\|}{\|x\|} \leq \|A^{-1}\| \|A\| \frac{\|\delta b\|}{\|b\|} \quad (23)$$

Caso a matriz A seja perturbada enquanto b é mantido constante, tem-se a solução:

$$(A + \delta A)(x + \delta x_A) = b \quad (24)$$

Fazendo o processo análogo, obtém-se a equação para o erro relativo:

$$\frac{\|\delta x_A\|}{\|x + \delta x_A\|} \leq \|A^{-1}\| \|A\| \frac{\|\delta A\|}{\|A\|} \quad (25)$$

Com isso temos $\|A^{-1}\| \|A\|$ como a máxima mudança relativa possível na solução exata.

O condicionamento de uma matriz é muito mais eficaz que o determinante para realizar a verificação. A figura 14 mostra exemplo de matrizes ilustradas geometricamente, sendo que o primeiro exemplo se trata de duas funções iguais, são chamadas de matrizes singulares.



Figura 14 – Condicionamento de matrizes (a) Matriz singular (b) Matriz não-singular (c) Matriz próxima à singularidade

FONTE: Aatoria Própria

3.2 SINGULARIDADES CINEMÁTICAS

O manipulador Plataforma de Stewart apresenta configurações singulares no interior do seu volume de trabalho, as singularidades cinemáticas ocorrem quando em certas direções não é possível realizar o movimento da plataforma móvel. Normalmente as singularidades cinemáticas ocorrem no limite do volume de trabalho. No MPS as singularidades que mais acontecem, são as singularidades estáticas ou de força (MOLINA, 2008).

As singularidades na Plataforma Stewart podem ser classificadas como, singularidades do tipo I e singularidades de tipo II, onde:

- I. Singularidades cinemáticas são quando o manipulador alcança fronteiras do volume de trabalho, onde os atuadores podem atingir o comprimento máximo ou mínimo.
- II. Quando a força dos atuadores do manipulador não suporta a carga e o momento total que atua no centroide da plataforma móvel, perde-se o controle da plataforma móvel, conhecida como singularidades estáticas ou singularidades de força.

3.3 ÍNDICE DE CONDICIONAMENTO DE TRAJETÓRIA

Índice de condicionamento de Trajetória (ICT) normalmente é utilizado para avaliar a destreza cinemática do manipulador ao longo de uma trajetória determinada. O

número de condição de uma matriz Jacobiana é usado como medida da destreza local, assim, varia de 0 (condição singular) para 1 (estado isotrópico). Podemos definir o índice de condicionamento de trajetória como na equação (26) sendo a trajetória definida como x .

$$ICT \cong \frac{\int_x \frac{1}{k(J)} dx}{\int_x dx} \quad (26)$$

Onde $k(J)$ é o número de condição da matriz Jacobiana. O ICT pode ser aproximado a uma soma discreta, sendo que a trajetória x deve ser discretizado em pontos de N_x , assim

$$ICT \cong \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} \frac{1}{k_i(J)} \quad (27)$$

Onde i é um dos pontos de discretização da trajetória. Quanto maior o índice de condicionamento na trajetória (ICT), maior será a destreza ao longo da trajetória, portanto o ICT deve ser maximizado.

3.4 FORMULAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO DO MANIPULADOR PARALELO

O projeto de otimização do manipulador paralelo visa determinar os parâmetros estruturais para maximizar a destreza cinemática e que definem a geometria do manipulador levando em consideração as restrições geométricas. A otimização será feita maximizando o ICT para uma trajetória determinada.

Com isso o problema do projeto ótimo torna-se um problema de otimização para uma trajetória determinada.

O limite de comprimento máximo e mínimo das pernas do manipulador para uma trajetória determinada é dada por:

$$v_i^{\min}(x, \lambda) \leq l_i \leq v_i^{\max}(x, \lambda) \quad (28)$$

No qual, v_i é a cinemática inversa da equação (6). Além disso, as restrições nas variáveis de projeto que são os parâmetros da geometria do mecanismo como funções das dimensões da trajetória determinada são formulados pela seguinte restrição:

$$\sum_{i=2}^m \lambda_i = x_x \quad (29)$$

Com isso, o problema de otimização é formulado a seguir:

$$\max_{\lambda} \{ICT(\lambda)\} \quad (30)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} \sum_{i=2}^m \lambda_i &= x_x \\ r_a, r_b &\in [r_{\max}, r_{\min}] \\ \varphi_a, \varphi_b &\in [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}] \\ z_0 &\in [z_{\min}, z_{\max}] \\ \forall X &\in x \end{aligned} \quad (31)$$

Para solucionar o problema de otimização da equação (31) será utilizado Algoritmos Genéticos.

3.5 ALGORITMOS GENÉTICOS

Os Algoritmos genéticos (AGs) são uma área dos algoritmos evolucionários. Os algoritmos evolucionários consistem em usar modelos computacionais dos processos para resolver problemas de otimização. Existem muitos modelos computacionais sendo que todos eles têm um conceito em comum que é a simulação da evolução das espécies pelo meio da seleção, mutação e reprodução, todos esses processos dependem do “desempenho” dos indivíduos desta espécie dentro do “ambiente”. Uma técnica que define os algoritmos genéticos é a busca baseada em uma metáfora do processo biológico de evolução natural.

Podemos considerar Algoritmos Genéticos como técnicas heurísticas de otimização global, sendo que essa otimização global restringe os AGs aos métodos como gradiente, esse método tem objetivo de encontrar o máximo de uma função através da derivada de uma função (LINDEN RICARDO, 1972).

Os algoritmos genéticos podem ser definidos como algoritmos de busca baseados nas estruturas de seleção natural e genética. Os AGs fazem a combinação de sobrevivência entre os melhores indivíduos com troca de informação genética entre dois indivíduos com objetivo de formar um mecanismo de busca heurística. Os GAs podem ser comparados como a evolução natural, porque mesmo após terem encontrado um máximo local eles continuam a busca por um grupo de indivíduos ainda melhores. Devemos ressaltar que os AGs não são um algoritmo de busca da solução ótima de um problema, mas sim uma heurística que encontra boas soluções a cada execução.

Os métodos de otimização tradicionais usam busca local por procedimentos sequenciais, como gradiente de Hesse, que compara os valores dos pontos seguintes e em seguida examina os pontos relativos ótimos. Os métodos convencionais podem falhar, uma vez que eles convergem para um ótimo local. Os Algoritmos Genéticos têm um alto desempenho em comparação aos métodos de otimização robusta para resolver problemas de engenharia. Eles têm sido utilizados numa variedade de campos de engenharia (LARA-MOLINA, 2010).

É possível mostrar o funcionamento dos algoritmos genéticos através da Figura 15, podendo resumir o algoritmo genético aos seguintes passos:

1. Inicialize a população de cromossomos.
2. Avalie cada cromossomo na população.

3. Selecione os pais para gerar novos cromossomos
4. Aplique os operadores de recombinação e mutação a estes pais de forma a gerar os indivíduos da nova geração.
5. Apague os velhos membros da população.
6. Avalie todos os novos cromossomos e insira-os na população.
7. Se o tempo acabou, ou o melhor cromossomo satisfaz os requerimentos e desempenho, retorne-o, caso contrário, volte para o passo 3.

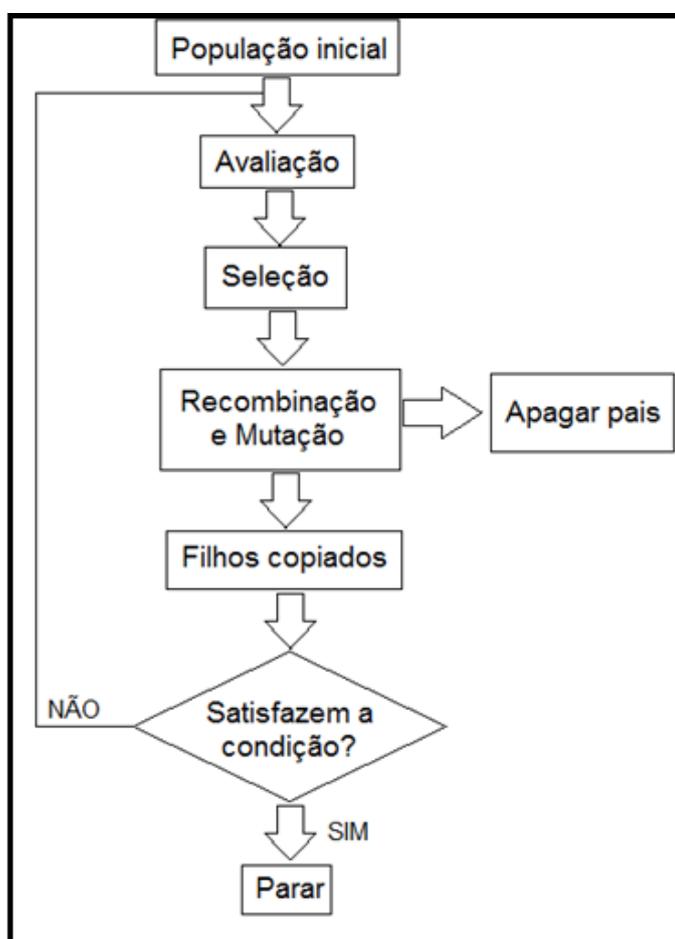


Figura 15 – Esquema de um algoritmo genético

FONTE: Adaptado, Linden Ricardo, 1972

4 SIMULAÇÃO E RESULTADOS

As simulações realizadas para otimizar a plataforma Stewart-Gough foram realizadas através de algoritmos genéticos utilizando o Optimization Toolbox do MATLAB. O intuito das simulações é maximizar o índice de condicionamento da trajetória (ICT) e obter a otimização dos parâmetros ideais da plataforma.

4.1 OTIMIZAÇÃO DO ÍNDICE DE CONDICIONAMENTO DA TRAJETÓRIA

Primeiramente foi feita a otimização dos cinco parâmetros de concepção do vetor λ da Tabela 1. A otimização tem como objetivo maximizar o ICT para máxima a destreza cinemática da plataforma Stewart-Gough mostrada nas figuras (11 e 12). A otimização nesse caso será feita pela equação (30) já apresentada anteriormente e respeitando as restrições abaixo:

$$\max_{\lambda} \{ICT(\lambda)\} \quad (32)$$

Sujeito a:

$$-r_a + r_b = 0.1m$$

$$r_a, r_b \in [0.05m, 0.2m]$$

$$\varphi_a, \varphi_b \in [3.117]$$

$$z_0 \in [0.05m, 0.25m]$$

$$\forall X \in x$$

A trajetória x que a plataforma percorre está com orientação constante é mostrada na figura 16.

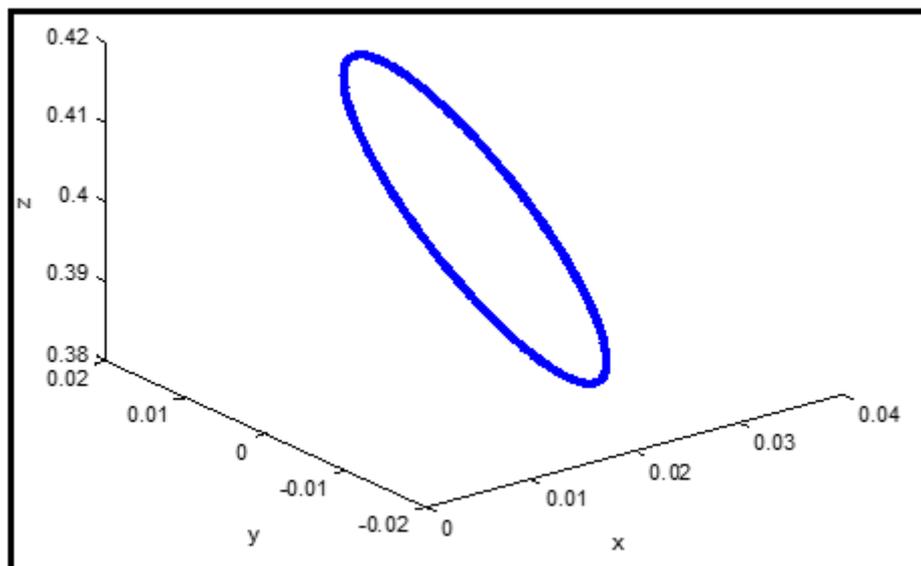


Figura 16 - Trajetória da plataforma móvel x.

Para executar o AG foram utilizados os parâmetros da tabela 2 e assim realizar as simulações.

Tabela 2: Parâmetros utilizados para rodar o GA

Parâmetro	Parâmetros
Tamanho da população	50
Máximo de gerações	52
Tipo de codificação	Real
Estratégia de seleção	Amostragem Randômica
Tipo de crossover	Disperso
Tipo de mutação	Adaptativo

Fonte: Autoria própria

A figura 17 mostra a representação da evolução dos parâmetros de projeto para otimização ICT, com algoritmos genéticos. Foi obtido os cinco parâmetros da plataforma com o ajuste simultâneo para todos eles, os parâmetros convergiram e seus valores são apresentados na equação (33). Após 5 gerações os parâmetros geométricos λ que são

as variáveis de projeto convergiram. Com isso foram obtido os cinco parâmetros de concepção do vetor λ para plataforma que seguem abaixo:

$$\lambda = [0,0913m \quad 0,1916m \quad 3,0 \quad 117,0 \quad 0,0894m]^T \quad (33)$$

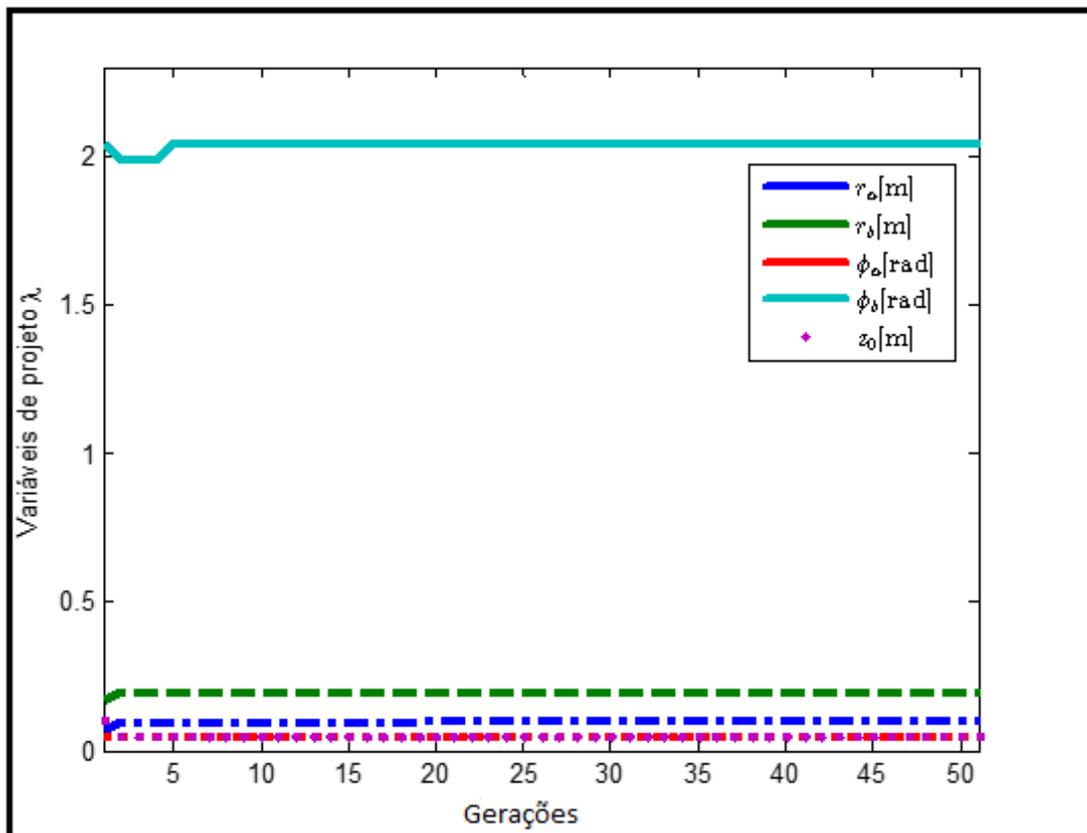


Figura 17 - Evolução dos parâmetros de projeto para otimização ICT com algoritmos genéticos.

A figura 17 indica que os valores de λ maximizam a destreza cinemática do manipulador para trajetória x da Figura 16.

Na figura 18 é representada a evolução do ICT em função das gerações, a qual convergiu com 5 gerações e seu valor é ICT=0,2978.

É possível observar na Figura 18 que o ICT é maximizado sendo que a cada geração o valor deste aumenta, é dizer a função objetivo aumenta a cada geração até convergir no valor máximo.

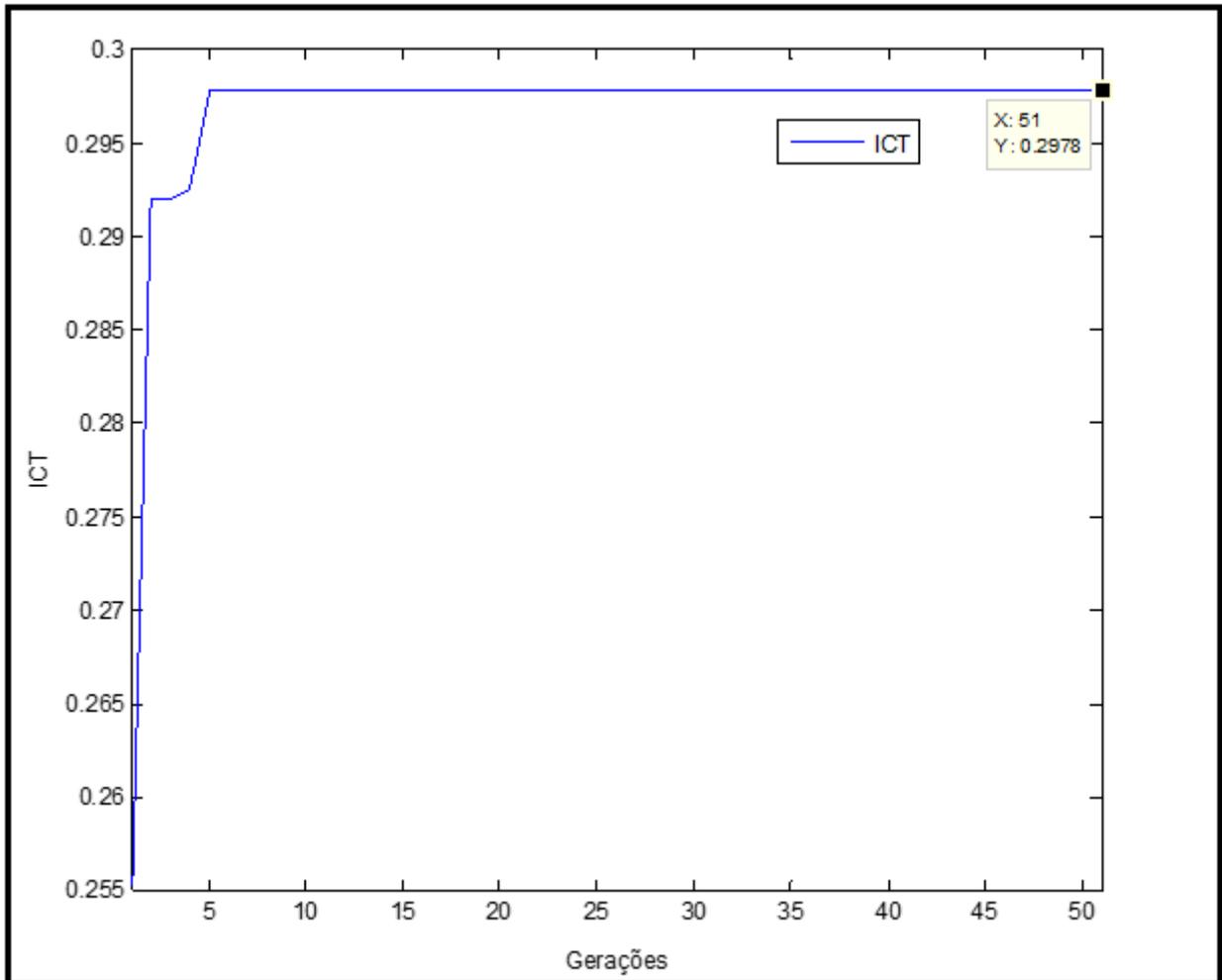


Figura 18 - Índice de condicionamento da trajetória otimizado com algoritmos genéticos

A Figura 18 demonstra como a função objetivo teve um grande aumento após a primeira geração, aumentando até a quinta geração após isso ela se torna constante e ocorre a maximização da função objetivo junto com as variáveis de projeto.

Foram realizadas 3 simulações para solucionar a otimização e obtiveram-se resultados muito próximos para o ICT e λ .

O tempo médio de execução das simulações foi 44 minutos em um computador Intel Core i7, 1,9 GHz, também a função objetivo foi executada 2599 vezes. Isto indica que a intensidade computacional da metodologia tem um custo relativamente baixo o que permite a resolução do problema desta otimização. A metodologia utilizada não é exclusivamente para essa trajetória sendo possível usar o programa de otimização para outras trajetórias diferentes.

5 CONCLUSÃO

O trabalho apresentou uma metodologia para o projeto ótimo de um manipulador paralelo com seis graus de liberdade, que proporciona uma visão do projeto, envolvendo aspectos relacionados às características cinemáticas. A otimização foi implementada com Algoritmos Genéticos que permitiram determinar os parâmetros estruturais do manipulador, isto melhora o desempenho cinemático do mecanismo.

Podemos afirmar como conclusão do trabalho apresentado, fundamentado em uma metodologia baseada em métodos do projeto ótimo, que demonstrou ser possível obter os parâmetros estruturais do mecanismo proposto da plataforma Stewart-Gough para uma trajetória determinada.

O projeto de otimização é um procedimento complexo porque é necessário otimizar os índices de desempenho e assim determinar os parâmetros estruturais da plataforma.

O presente trabalho foi possível ser concretizado com o aprendizado de diversas disciplinas cursadas durante o curso de Engenharia Mecânica, todo conhecimento adquirido foi essencial para a conclusão do trabalho.

6 REFERÊNCIAS

Alexandre Back e Travi. (Plataforma de Stewart Acionada por Cabos / Alexandre Back e Travi. - Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2009).

DASGUPTA B., MRUTHYUNJAYA, T.S., 2000, "The Stewart Platform: a Review", Mechanical and Machinery Theory, vol. 35.

Delf University of Technology. (2015), 'SIMONA'.

Gwinnett, J. (1931), 'US Patent No. 1,789,680', Amusement devices.

Gough, V.E. e Whitehall, S. (1962), 'Universal tyre test machine', Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress.

Kang, J.; Kim, D. & Lee, K. (1996), 'Robust Tracking Control of Stewart Platform', Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control 3.

Kim, D.; Chung, W. & Youm, Y. (1998), 'Analytic Singularity Expression for 6-DOF Stewart Platform-Type Parallel Manipulators' "Intl. Conference on Intelligent Robots and Systems Victoria, B.C., Canada October 1998".

Lara-Molina, Fabian A. "Multi-Objective Design of Parallel Manipulator Using Global Indices". The Open Mechanical Engineering Journal, Campinas, março 2010.

Linden, Ricardo. Algoritmos genéticos. 3. ed. Rio de Janeiro, RJ: Ciência Moderna, 2012.

Mello, C. Bacellar. Controle De Trajetória De Uma Plataforma Stewart Para Simulação De Transferência De Carga Fora De Porto, 1. 2011. Rio de Janeiro: COPPE UFRJ – Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia.

MERLET, J. P., 2006, "Solving the Forward Kinematics of a Gough-Type Parallel Manipulator with Interval Analysis", The International Journal of Robotics Research, Vol. 23, n. 3, March.

Molina, Fabian A. Lara. Modelagem do Manipulador Plataforma de Stewart. Ambiente de Simulação de Manipuladores Paralelos: Modelagem, Simulação e Controle de uma Plataforma Stewart, 1. 2008. Campinas: UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas, 2008.

Sugahara, Y.; Ohta, A.; Hashimoto, K.; Sunazuka, H.; Kawase, M.; Tanaka, C.; Lim, H. & Takanishi, A. (2005), 'Walking Up and Down Stairs Carrying a Human by a Biped Locomotor with Parallel Mechanism', Intelligent Robots and Systems International Conference.

Stewart, D. (1965), 'A platform with six degrees of freedom', Proceedings of the IMechE.

Wapler, M.; Urban, V.; Weisener, T.; Stallkamp, J.; Durr, M. & Hiller, A. (2003), 'A Stewart platform for precision surgery', Transactions of the Institute of Measurement and Control.