

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA – DAMEC  
ENGENHARIA MECÂNICA**

**VICTOR HUGO STUSSI DE OLIVEIRA**

**ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**CORNÉLIO PROCÓPIO  
2015**

VICTOR HUGO STUSSI DE OLIVEIRA

## **ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES**

Projeto apresentado á disciplina Trabalho de Conclusão de Curso, do curso superior de Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica – DAMEC, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Edson Hideki Koroishi

CORNÉLIO PROCÓPIO  
2015



**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
**Campus Cornélio Procópio**  
**Departamento Acadêmico de Mecânica**  
**Curso de Engenharia Mecânica**



## **FOLHA DE APROVAÇÃO**

**Victor Hugo Stussi De Oliveira**

### **Absorvedor Dinâmico de Vibração**

Trabalho de conclusão de curso apresentado às 10:20hs do dia 09/06/2015 como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico no programa de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho aprovado.

---

Prof(a). Dr(a). Edson Hideki Koroishi - Presidente (Orientador)

---

Prof(a). Dr(a). Fabian Andres Lara Molina - (Membro)

---

Prof(a). Dr(a). Adailton Silva Borges - (Membro)

Dedico este trabalho à minha família, amigos, e pessoas que me incentivaram.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Edson Hideki Koroishi, pela sabedoria com que me guiou nesta trajetória, a amizade e companheirismo que tido para comigo até o momento, a qual desde a sua chegada à instituição, vem me agregando conhecimento, maturidade e abrindo novas portas.

Aos professores que se mostraram muito mais que simples professores, mas sim amigos Henrique Razuk, José Carlos Pinto, Sartori, e muitos outros que mostraram amizade a cima de serem professores.

Aos meus colegas de sala, aos meus companheiros de diretório que mesmo que pouco, pudemos juntos acrescentar algo dentro da instituição, mostrando que podemos fazer a diferença dentro dela.

Aos meus companheiros de Republica Ritiery Sezefredo, Fernando Zolin, Wilian Keniti, Danilo Lotto, que com muita paciência tivemos uma grande convivência e criamos uma amizade incrível, apesar de brigas e discussões, passamos por várias coisas juntos, problemas dentro e fora da faculdade, sabendo que um sempre pode contar com o outro para o problema que for que estivermos passando, não tenho palavras suficiente para a convivência com estas pessoas.

Aos meus grandes amigos que estão comigo há muitos anos, a qual crescemos, viajamos, e acabamos virando uma grande família, meu sincero agradecimento pela paciência e amizade durante todos esses anos, Rubens Bertolaso, Rafael Bertolaso, Neto De Vecchi, aos que se uniram a nós depois de um tempo e ganharam uma importância enorme dentro da vida um do outro, Flavia Netto, Isadora Fernandes, Ana Soares, Lucas Favaro, Lucas Killer, Luan Castilho, Gabriel Ghellere.

Gostaria de deixar registrado também, o meu reconhecimento à minha família, pois acredito que sem o apoio deles seria muito difícil vencer esse desafio, e todos os outros que já passei, acredito que sem o apoio de minha família eu nunca conseguiria chegar á este trabalho de conclusão de curso, as quais com muito carinho, amor, paciência, dedicação, conseguimos juntos vencer várias batalhas e mostras que somos uma família unida, e muito feliz, a qual eu agradeço a Deus todos os dias por nascer nesta família, um muito obrigado do fundo do meu coração.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

Seja você quem for, seja qual for a posição social que você tenha na vida, a mais alta ou a mais baixa, tenha sempre como meta muita força, muita determinação e sempre faça tudo com muito amor e com muita fé em Deus, que um dia você chega lá. De alguma maneira você chega lá.

[Ayrton Senna](#)

## RESUMO

STUSSI, Victor Hugo Stussi De Oliveira. **Absorvedor Dinâmicos de Vibrações.** 2015. 65 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2015.

Com o avanço das indústrias, mais máquinas rotativas começaram a ser usadas para melhorar suas produções, e para essa melhora foram elaborados métodos de manutenção procurando achar maneiras de evitar falhas. E um grande problema dentro das máquinas são as vibrações mecânicas, os quais podem acontecer falhas catastróficas se as vibrações entrarem na faixa de sua frequência natural acontecendo à ressonância na mesma. Para minimizar este fenômeno, foram criados inúmeros instrumentos para atenuação da vibração, e um destes são os Absorvedores Dinâmicos de Vibrações, que têm objetivo de evitar que um sistema entre na sua faixa de frequência natural, evitando assim a possibilidade de falhas catastróficas. O ADV em estudo neste caso é para um sistema massa, mola e absorvedor, com simulações variando cada parâmetro para perceber as mudanças para cada caso. O resultado final, comprando este sistema com o amortecimento e sem amortecimento, vendo suas diferenças, mostrando as vantagens da utilização do ADV, para com o sistema sem o mesmo. Provando as vantagens da aplicação deste sistema dentro de indústrias, para evitar falhas, aumentando com isso o tempo de vida dos maquinários, aumentando a lucratividade da mesma.

**Palavras-chave:** Absorvedor Dinâmico de Vibrações, Vibrações Mecânicas, ADV, Engenharia, Monitoramento.

## ABSTRACT

STUSSI, Victor Hugo Stussi De Oliveira. **Dynamic Vibration Absorber**.2015. 65 f. Undergrate Course (Graduation) –Mecanical Engineering. Paraná Tecnologic Federal University. Cornélio Procópio, 2015.

With the advances of industries, more rotating machines began to be used to improve their production, and for this improvement maintenance methods were developed so as to avoid failures. A big problem in machines are mechanical vibrations, where catastrophic failures can happen if the vibrations get into the natural frequency band, which is the resonance phenomenon. To minimize this problem a lot of instruments were created to attenuate vibrations, and one of these instruments is the Dynamic Vibration Absorber, whose aim is to stop a system from entering the natural frequency band, which avoids the possibility of failure.

The DVA instudy is one for a mass, spring and absorber system, with simulations that vary parameters in order to see the changes in each case, and, in the end, show a final result, comparing this system with and without absorber, evaluating their differences, showing the advantages when using DVA, proving the advantages of using this system in the factory, to avoid failures, increasing then the lifetime and the profitability of the machines.

**Keywords:** Dynamic Vibration Absorber, DVA, Mecanical Vibration, Engeniering, Checkin.

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Análise de Sistema de 2g.d.l Sem Amortecimento.....	40
Gráfico 2 – Análise de Sistema De 2g.d.l Sem Amortecimento.....	40
Gráfico 3 – Análise De Sistema De 2g.d.l ComAmortecimento.....	41
Gráfico 4 – Análise de Sistema De 2g.d.l Com Amortecimento.....	42
Gráfico 5 – Análise de Sistema De 2g.d.l Com Amortecimento.....	42
Gráfico 6 – Análise Dinâmica de Sistema De 2g.d.l Com Amortecimento.....	43
Gráfico 7 – Análise Dinâmica De Sistema De 2g.d.l Com Amortecimento.....	43
Gráfico 8 – Análise Dinâmica De Sistema De 2g.d.l Com Amortecimento.....	44
Gráfico 9–Análise De Sistema De 1g.d.lSem Amortecimento.....	45
Gráfico 10–Análise De Sistema De 2g.d.lCom Amortecimento.....	48
Gráfico 11–Analise De Sistema, comparando resultados para um sistema com amortecimento para com o sistema sem amortecimento.....	48



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>15</b>
1.1 OBJETIVOS.....	15
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRAFICA.....</b>	<b>16</b>
2.1 HISTÓRIA DAS VIBRAÇÕES MECÂNICAS.....	16
2.2 IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DA VIBRAÇÃO.....	18
<b>3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>21</b>
3.1 CONCEITOS BÁSICOS DE VIBRAÇÃO.....	21
3.2 ELEMENTOS DENTRO DA VIBRAÇÃO.....	21
3.2.1 Tipos de vibração.....	22
3.3 ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÕES.....	23
3.4 IMPORTÂNCIA DOS ADV.....	23
3.5 ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO PASSIVO.....	25
3.6 ADVSSEMI-ATIVOS OU ADAPTIVOS.....	26
3.7 ADV ATIVO.....	29
<b>4. TÉCNICAS DE CONTROLE.....</b>	<b>30</b>
4.1 CONTROLES ATIVO DE VIBRAÇÃO.....	30
4.2 CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÃO.....	30
4.2.1 Absorvedor dinâmico de vibração não amortecido.....	30
4.2.2 Absorvedor dinâmico de vibração amortecido.....	34
4.3 EQUAÇÕES DE ESTADO.....	37
4.4 ANÁLISE DE RESULTADOS.....	38
4.4.1 Resultados.....	38
4.4.2 Análise de resultados específicos.....	44
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>51</b>
<b>6 REFERÊNCIAS.....</b>	<b>52</b>

## 1 INTRODUÇÃO

As vibrações mecânicas têm grande importância, por suas características as quais podem acabar sendo destrutivas dentro do setor industrial, em função de sua frequência natural, assim são feitos inúmeros trabalhos procurando atenuar essas vibrações, permitindo o aumento da eficiência e da vida útil do equipamento em estudo, assim estudamos o Absorvedor Dinâmico de Vibrações – ADV, com o objetivo de diminuir a vibração de um sistema massa, mola, absorvedor, colocando a frequência de vibração em uma faixa segura longe de sua frequência natural.

### 1.1 Objetivos

Um dos objetivos específicos do trabalho é a verificação dos resultados ao se utilizar um Absorvedor Dinâmico de Vibrações em um sistema massa, mola, amortecedor, e mostrar a vantagem para a proteção do sistema em relação á frequência natural, deixando o sistema longe de uma possível falha catastrófica que poderia o levar a danos severos.

Objetivos específicos voltados ao projeto :

Executar um trabalho de conclusão de curso, conforme as normas técnicas da UTFPR.

Aumentar os conhecimentos na área de vibrações mecânicas, e suas possíveis utilizações dentro do mercado atual.

Melhorar os conhecimentos do software Matlab®.

Aprender fazer simulações de ADV.

Criar a responsabilidade e deveres para a elaboração do trabalho, participando ativamente de reuniões, correções, e apresentando o trabalho para a banca examinadora.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRAFICA

### 2.1 História das vibrações mecânicas

Segundo o livro do Rao a maioria das atividades humanas envolve algum tipo de vibração mecânica. Nós conseguimos utilizar a nossa audição porque os nossos tímpanos vibram, nós conseguimos utilizar a visão pelo motivo de ondas de luz se propagam, a nossa respiração tem ligação direta com a vibração dos pulmões, os batimentos cardíacos são movimentos vibratórios do coração, a fala só acontece através das vibrações das cordas vocais, além disso, as vibrações têm enorme importância no campo tecnológico, e grandes aplicações na engenharia atual, em projetos de maquinários, estruturas, motores, turbinas, sistemas de controle, manutenção de equipamentos, como se pode observar, trata-se de uma área muito importante desde a antiguidade.

As pessoas começaram a se interessar pela vibração quando foram descobertos os primeiros instrumentos musicais, provavelmente apitos ou tambores. Desde então, elas vem se dedicando ao estudo do fenômeno da vibração. Embora certas regras muito definidas fossem observada em relação á arte da musica já na antiguidade, eles dificilmente poderiam ser consideradas uma ciência. A musica era muito desenvolvida e muito apreciada pelos chineses, hindus, japoneses e, talvez, pelos egípcios, desde 4000 a.C.

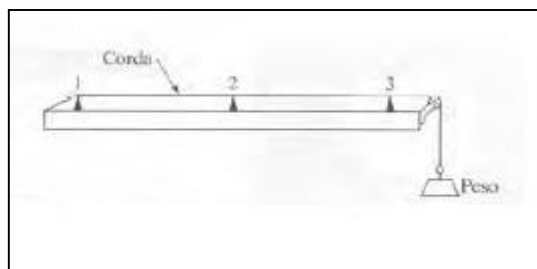
Desde aproximadamente 3000 a.C., instrumentos de corda semelhantes, a harpas apareciam nas paredes das tumbas egípcias. Na realidade, o Museu Britânico (*British Museum*) exibe uma harpa com uma caixa de ressonância em forma de cabeça de touro encontrada em um painel esculpido em uma tumba real na cidade de Ur, datada de 2600 a.C. É provável que os instrumentos de corda tenham-se originado do arco do caçador, uma das armas preferidas pelos exércitos do antigo Egito. Um dos instrumentos de corda mais primitivos, denominado Nanga, datado de 1500 a.C., pode ser visto pelo *British Museum*. Nosso sistema musical atual é baseado na antiga civilização grega. Desde a antiguidade, músicos e filósofos pesquisavam as regras da produção de som, usavam-nas para aperfeiçoar instrumentos musicais e transmitindo-as de geração em geração.

O filósofo e matemático grego Pitágoras ( 528 – 507 a.C.) é considerado o primeiro a investigar sons musicais com base científica. Entre outras coisas, Pitágoras realizou experimentos com uma corda vibratória utilizando um instrumento simples denominado monocórdio. No monocórdio mostrado na Figura 1, os cavaletes de madeira denominados 1 e 3 são fixos. O cavalete 2 é móvel, e a tensão na corda é mantida constante pelo peso pendurado em suas extremidades. Pitágoras observou que, se as duas cordas iguais de comprimentos diferentes forem sujeitas a mesma tensão, a mais curta emite uma nota mais aguda, além disso, se o comprimento da corda for a metade do seu comprimento da mais longa, a mais curta emitirá uma nota uma oitava acima da outra. Todavia Pitágoras não deixou nenhum registro escrito do seu trabalho. Embora os conceitos de tonalidade já estivesse desenvolvido na época de Pitágoras, sua relação com frequência não foi entendida até a época de Galileu no século XVI d.C.

Por volta de 350 a.C., Aristóteles escreveu tratados sobre música e som, fazendo observações como a “voz é mais doce que o som dos instrumentos” e “o som da flauta é mais doce do que o som da lira”. Em 320 a.C. Aristóteles, aluno de Aristóxenes também musicista escreveu uma obra em três volumes tituladas Elementos da Harmonia. Esses livros talvez sejam os mais antigos disponíveis sobre o assunto da música escritos diretamente pelo autor. Euclides por volta de 300 a.C. escreveu brevemente sobre a música sem qualquer referência a natureza física do som em tratado chamado introdução aos harmônicos. Nenhuma outra contribuição científica foi feita pelos gregos, com exceção de Vitruvius, famoso arquiteto romano que, por volta do 20 a.C., escreveu sobre as propriedades acústicas de teatros. Seu trabalho intitulado *De ArchitecturalibriDecem* ficou extraviado durante séculos e só foi redescoberto no século XVI d.C. aparentemente não houve nenhum desenvolvimento nas teorias do som e da vibração durante cerca de dezesseis séculos após Vitruvius.

A China sofreu muitos terremotos na antiguidade, Zhang Heng que trabalhou como historiador e astrônomo no segundo século, percebeu a necessidade de desenvolver um instrumento para medir terremotos com precisão. Em 132 d.C. ele inventou o primeiro sismógrafo do mundo para medir a intensidade de terremotos. Esse sismógrafo foi fabricado em fino bronze fundido, tinha um diâmetro de cinto ( um chi é igual á 0,237m) e o formato de uma jarra de vinho. Dentro da jarra havia um mecanismo que consistia em pêndulos cercados por um

grupo de oito mecanismos de alavanca apontados para oito direções. Oito figuras de dragão, cada um com uma bola na boca, estavam posicionados ao redor do sismógrafo. Embaixo de cada dragão havia sapos com a boca aberta. Um forte terremoto em qualquer direção inclinaria o pêndulo nessa mesma direção e acionaria a alavanca na cabeça do dragão. Isso abriria a boca do animal e liberava a bola de bronze, que caía dentro da boca do sapo com um som metálico. Assim o sismógrafo permitia que o pessoal da monitoração soubesse a hora e a direção em que o terremoto ocorreu. (RAO, 2009).



**Figura 1: Monocórdio**  
**Fonte: (RAO, 2009)**



**Figura 2: O primeiro sismógrafo do mundo, inventado na China em 132 d.C (Reproduzido com a permissão de R. Taton[Editor RAO], History of Science, Nova York, Basic Books, Inc.. 1957).**  
**Fonte: (RAO,2009)**

## 2.2 Importância do estudo da vibração

A maioria dos motores de acionamento têm problemas de vibração em razão do desbalanceamento inerente aos motores. O desequilíbrio é causado por falha do projeto ou manutenção ruim. O desbalanceamento de motores a diesel, por exemplo, pode causar vibrações com potencia suficiente para causar incomodam

em áreas urbanas. As rodas de algumas locomotivas podem afastar-se mais de um centímetro do trilho devido ao desbalanceamento. Vibrações em turbinas causam espetaculares falhas mecânicas. Os engenheiros ainda não conseguiram evitar as falhas que resultam na destruição de pás do rotor das turbinas. Naturalmente, as estruturas projetadas para apoiar máquinas centrífugas pesadas como motores e turbinas, ou máquinas alternativas como motores a vapor e a gás e bombas recíprocas, também estão sujeitas a vibrações. Em todas essas situações, a estrutura ou componente da máquina sujeito à vibração pode falhar devido à fadigado material resultante da variação cíclica da tensão induzida. Além do mais, a vibração causa desgaste mais rápido de peças de máquinas como rolamentos e engrenagens e também gera ruído excessivo. Em máquinas, a vibração pode afrouxar ou soltar elementos de fixação como porcas. Em processos de corte de metais, a vibração pode causar trepidação, o que resulta em mau acabamento superficial.

Sempre que a frequência natural de vibração de uma máquina ou estrutura coincidir com a frequência de excitação externa, ocorre um fenômeno conhecido como ressonância, que resulta em deflexões excessivas e falha. A literatura está repleta de relatos de sistemas causados pela ressonância e vibrações excessivas dos sistemas. Figura 3. Devido ao efeito devastador que as vibrações podem causar às máquinas e estruturas, o teste de vibrações tornou-se um procedimento padrão no projeto e desenvolvimento da maioria dos sistemas de engenharia.



**Fotografia 3 – Ponte de Tacoma Narrows**

**Fonte:** <http://www.ahmlk.org/wp-content/uploads/2013/09/Ponte-Tacoma-Narrows.jpg>

Em muitos sistemas de engenharia, um ser humano age como parte integral do sistema. A transmissão de vibração a seres humanos gera desconforto e perda de eficiência. A vibração e o ruído gerado por motores causam aborrecimento às pessoas e, às vezes a propriedade. A vibração de painéis de instrumentos pode provocar mal funcionamento ou dificultar a leitura dos medidores. Assim uma das finalidades de estudar vibração e reduzia-la por meio de projetos adequados de máquinas e de seus suportes. Por isso, o engenheiro mecânico projeta o motor ou máquina de modo a minimizar o desbalanceamento, ao passo que o engenheiro de estruturas tenta projetar a estrutura do suporte de modo a assegurar que o efeito do desbalanceamento não seja danoso.(RAO, 2009).

### 3. Fundamentação Teórica

#### 3.1 Conceitos básicos de vibração

Qualquer movimento que se repita após um intervalo de tempo é denominado vibração ou oscilação. O balançar de um pêndulo e o movimento de uma corda dedilhada são exemplos típicos de vibração. A teoria de vibração trata do estudo de movimentos oscilatórios de corpo e as forças associadas a eles. As vibrações mecânicas começaram a causar interesses nas pessoas desde a antiguidade, quando as mesmas começaram a ser estudadas em instrumentos que emitiam sons, como, por exemplo, a corda tensionada de um arco, quando excitada emitia um som, sendo que este apresentava diferentes comportamentos de acordo com o tamanho das cordas, tais comportamentos também foram observados em outros instrumentos, tal como as arpas que usavam a mesma ideia. (RAO, 2009).

#### 3.2 Elementos dentro da vibração

##### 3.2.1 Tipos de vibração

Vibração Livre é aquela onde o sistema só necessita de uma primeira excitação após isso ele vibra livremente, onde o sistema mecânico vibra em um ou mais “frequências naturais” tendendo a zero. Um exemplo disso é uma criança em um balanço, onde se puxa o balanço e depois solta a criança e o movimento continuam até tender a zero, onde ele para o movimento.

Vibração Forçada é aquela onde o sistema recebe contínua excitação para ter o movimento vibratório, através de acionadores, onde esta excitação é contínua até o que aciona esta vibração é parada ou desligada. Um exemplo são os motores elétricos, um carro ligado, um maquinário acionado.



### 3.2.2 Graus de liberdade

Sistemas de um grau de liberdade são sempre sistemas idealizados, com poder de representar aspectos do mundo real em parte reduzida e simplificada, podendo depois ser aplicadas para sistemas mais complexos. Com isso podendo analisar basicamente vários sistemas.

Através do sistema de um grau de liberdade fazer um estudo de ressonância, e outros problemas para tentar minimizar o mesmo, pela sua simplicidade.

O número de graus de liberdade (gdl) usado na análise de um sistema mecânico é o número de coordenadas cinematicamente independentes necessárias para descrever completamente (localizar e orientar) o movimento espacial de toda partícula de um sistema em qualquer instante de tempo. (SILVA, 2009)

### 3.2.3 Elementos de vibração

Mola é o elemento que relaciona a força com os deslocamentos que acontecem no sistema vibratório. Se considerar a mola como um elemento com massa desprezível, a qual atua em uma extremidade equilibrando-se com outra força de igual magnitude, com a capacidade se alongar ou deformar. A força elástica é conhecida como força de restauração.

Amortecedor é o elemento que relaciona as forças com as velocidades do sistema como um todo. Sendo este um elemento onde é considerada a massa desprezível para sistemas ideais, onde ele fica em uma das extremidades para que se possa ser equilibrada outra força de mesma magnitude, que esta em outra extremidade. Este elemento tem a função de representar a capacidade que o sistema tem de dissipar a energia.

Massa é o elemento que relaciona força com a aceleração, fazendo a representação da inércia do sistema, considerando as leis estabelecidas pela física à força é relacionada diretamente com a aceleração, a qual é proporcional com a

massa. Este elemento representa a capacidade física de armazenar energia cinética.

### 3.3 Absorvedor dinâmico de vibrações

Um absorvedor dinâmico de vibrações (ADV) é um mecanismo ou sistema que pode experimentar vibração excessiva se a frequência de oscilação de uma força de excitação quase coincidir com a frequência natural da máquina ou do sistema (o sistema pode vir a entrar em ressonância). Em casos assim, as vibrações mecânicas podem ser reduzidas com a utilização de sistemas capazes de neutralizá-las que são os ADVs, que podem ser simplesmente um sistema massa-mola. O princípio do absorvedor é que a frequência natural do sistema fique sempre longe da frequência de excitação. Assim protegendo o maquinário de futuros danos e podendo estender a vida do mesmo (FERNANDES, 2008).

O ADV é um sistema que pode ser aplicado em sistemas de N graus de liberdade, já que as vibrações acontecem em direções distintas. Mas inicialmente vai ser considerado um absorvedor dinâmico de vibração com uma máquina simplificada, ou seja, com um único grau de liberdade. A partir das análises em um sistema de grau de liberdade já se pode iniciar as simulações do sistema massa-mola, para a obtenção de resultados. O ADV pode ser classificado em três categorias: Passivos, Semi-Ativos(ou Adaptivos) e Ativos.

### 3.4 Importância dos ADV

Os absorvedores dinâmicos de vibrações são dispositivos mecânicos que são acoplados a um sistema primário com a finalidade de diminuir a vibração deste. Este conceito é bastante empregado em linhas de transmissão de energia elétrica onde se tem a necessidade de absorver as vibrações nos cabos para se evitar um desgaste por fadiga em seus pontos de fixação com as torres.

Quando o cabo condutor de energia é submetido a ação de ventos em velocidade em torno de 1m/s a 10m/s ocorre a formação de regiões de baixa pressão na proximidade do cabo condutor. Estas regiões de baixa pressão são ocasionadas devido aos vórtices de Von Karman. Von Karman foi o primeiro a observar a formação de uma esteira de vórtices atrás de um condutor quando este é submetido a um vento frontal. Devido a estas regiões de baixa pressão, surgem forças verticais no cabo que começa a vibrar com frequências que variam entre 1Hz a 150Hz e amplitudes que variam de 1% a 100% do seu diâmetro. Dessa forma surgem esforços nas regiões de fixação dos cabos, as quais podem levar o cabo a se romper por fadiga.

Procurando minimizar os efeitos dessa vibração, George H Stockbridge desenvolveu ainda em 1921 o primeiro absorvedor dinâmico de vibração para as linhas de transmissão de energia elétrica. Este dispositivo mecânico contava com um cabo mensageiro, formado por uma alma de aço e um ou mais tentos, duas massas e grampo fixador. O atrito gerado entre os tentos quando o cabo mensageiro é flexionado pelo vento é o responsável pela dissipação de energia nesses dispositivos. Atualmente existem diferentes tipos de *stockbridges*, no entanto, todos apresentam esses mesmos componentes básicos.

Vários fatores interferem na capacidade de dissipação de energia de um *stockbridges*, entre os quais podemos citar a sua posição ao longo do condutor, o comportamento dinâmico e a frequência com a qual o condutor esta sendo excitado pelo vento. "Dependendo" destes fatores o *stockbridges* ao invés de proteger o cabo condutor pode acabar aumentando as tensões geradas nos pontos de fixação.

Para se imaginar importância de tais dispositivos basta levar em conta que em 2001, quando ocorreu a ruptura por fadiga de um cabo de transmissão de energia que atravessava o rio Paraná, 67 milhões de pessoas ficaram sem o fornecimento de energia nas regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste. O tempo necessário para que houvesse a recuperação da linha foi cerca de 10 horas e o prejuízo que a empresa teve só pela energia que deixou de vender aos consumidores foi de mais de 68 milhões de reais. "Tirando" os processos que podem ter sido movidos contra ela por lucro cessante de outras empresas e as multas da ANEEL. ( Absorvedor Dinâmicos De Vibração, 2010 )

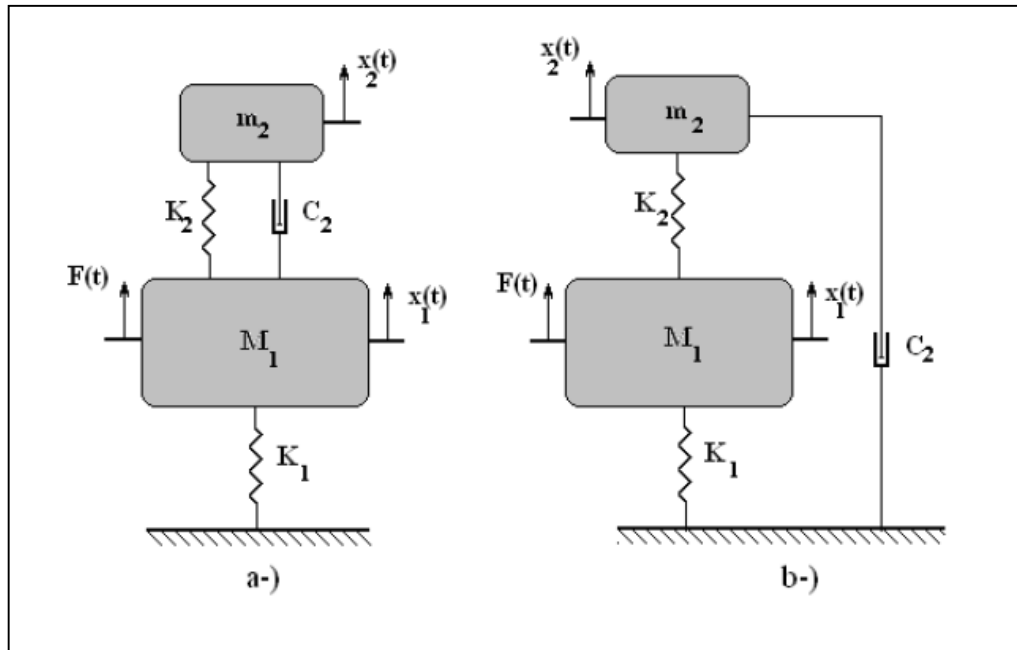
Outro exemplo de aplicação que utiliza amortecedores de massa para controle de vibração acontece na Ponte Rio-Niterói, onde foram instalados 32

amortecedores dentro das vigas do vão central da ponte com o objetivo de redução das oscilações em até 80% garantindo assim mais segurança e tranquilidade aos motoristas. O ADS, como foi denominado o projeto, tem características únicas, comparados aos poucos instalados no mundo. Trata-se de caixas de aço presas por molas a uma estrutura metálica. Quando a ponte começar a balançar devido à ação do vento sobre a estrutura, o ADS entra de imediato em operação, produzindo forças de inércia que irão contrabalançar as forças produzidas pela estrutura. Uma lista de aplicações de amortecedores de massa sintonizados tem sido desenvolvida pelo grupo de proteção de sistemas do Centro de Pesquisa Sísmica da Universidade da Califórnia em Berkeley. (Dos Santos, 2012)

### 3.5 Absorvedor dinâmico de vibração passivo

ADVs Passivos são os mais simples, consistem em ADVs projetados para minimizar as vibrações em certa frequência, pois não são capazes de modificar a estrutura estudada, desta forma os ADVs passivos tem as suas propriedades físicas invariáveis.

DenHartog (1956) e Ren (2001) apresentaram um estudo que utilizava a otimização dos parâmetros do ADV, obtendo amplitudes de vibração mínima em uma banda de frequência a mais larga possível. Ambos utilizaram um sistema de dois graus de liberdade, ou seja, uma estrutura primária excitada por forças externas sujeitas a altos níveis de vibrações acopladas a um ADV. A diferença entre os estudos realizados é o ponto de ancoragem do ADV. Enquanto DenHartog ancorou o amortecedor de seu ADV na estrutura primária, Ren ancorou-o no solo. Essa diferença pode ser observada na figura 4. (FERNANDES, 2008)



**Figura 4 - Sistema de 2 Graus de Liberdade.**

Fonte: Adaptado de DenHartog (1956) e Ren(2001).

### 3.6 ADVs Semi-Ativos ou adaptivos

ADV's Semi-Ativos ou Adaptivos (ADVA) são os amortecedores que são capazes de alterar seus parâmetros, principalmente os de rigidez e os de amortecimento, sendo objeto de estudos de algumas pesquisas. Os absorvedores dinâmicos adaptivos (ADVAs) são aqueles nos quais os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento podem ser alterados de forma a possibilitar ao ADV operar em uma faixa de frequência mais ampla. Nos ADVAs os parâmetros físicos podem ser alterados automaticamente ou através de um operador. Se as taxas envolvidas forem suficientemente baixas, o sistema pode ser modelado como um sistema passivo de parâmetros constantes, garantindo a estabilidade do sistema. (Marques, 2000).

Em alguns ADVAs, o parâmetro associado à rigidez é alterado em tempo real para garantir a sintonização do absorvedor na frequência desejada. O dispositivo pode ser ajustado de forma rápida e fácil e com gasto de energia bem menor possível (FRANCHEK et al., 1995). Bonello et al. (2005) e Brennan(2006) apresentam um ADVA em que se controla a curvatura das vigas usando atuadores

piezoelétricos, de forma a alterar a rigidez do absorvedor em tempo real. O protótipo *Smart Spring* faz uso de atrito de um atuador piezoelétrico com a estrutura. A diferença entre os amortecedores por atrito e o aparato ativo é que o atrito gerado, no caso da *Smart Spring*, chega a valores extremos “travando” as partes deslizantes. A figura 5 apresenta a foto de um *Smart Spring* construída por seus inventores. Nota-se a existência de duas molas em paralelo, porém a extremidade de uma das molas (primária) é acoplada a um atuador piezoelétrico que por sua vez está em contato com a estrutura que oferece suporte a outra mola (secundária). Assim, quando o atrito, gerado entre o atuador e a estrutura é máximo, o suporte da mola primária “trava” juntamente com o da secundária somado à rigidez de ambas.



**Figura 5 – SmartSprig, aparato usado para controle ativo em sistemas mecânicos.**

**Fonte:Galavotti (2010)**

A figura 6 apresenta o modelo e uma foto do protótipo desenvolvido de uma ADVA usando vigas curvas. Este dispositivo apresenta um tempo de resposta bastante curto. Uma das desvantagens deste dispositivo é que os atuadores piezoelétricos precisam gerar uma grande força para alterar a rigidez das vigas, necessitando de altos valores de tensão aplicados nos atuadores piezoelétricos. (AGUIAR, 2011).

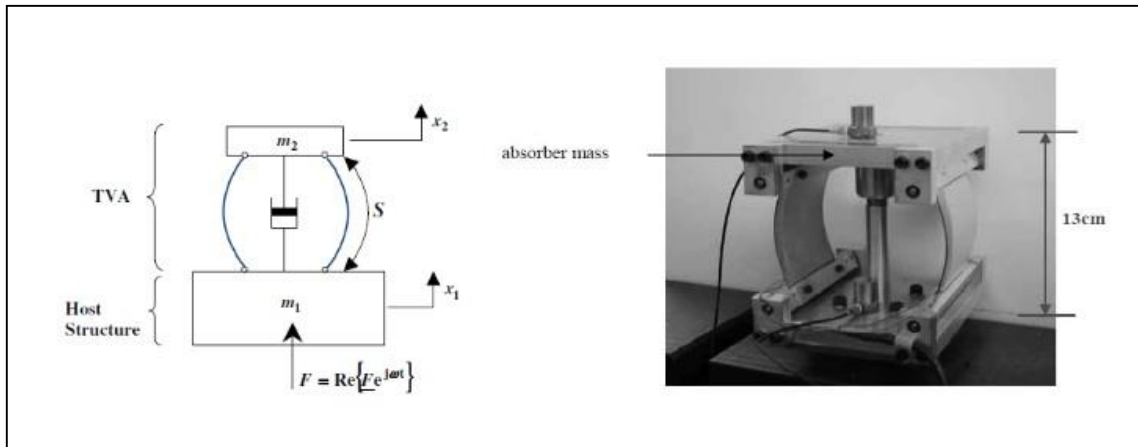


Figura 6 – Protótipo de uma ADVA usando vigas curvas.

Fonte: BONELLO (et al., 2005) e BRENNAN (2006).

Buhnret (1997) propuseram um controle para a sintonia do ADV baseado na diferença de fase entre este e o ponto de interesse na estrutura primária,

Nagayaet (1999) utilizaram um ADV passivo com amortecimento, para o controle dos modos de frequência elevada e um ADVA sem amortecimento, para o controle do primeiro modo de vibração de uma estrutura.

Cunha Junior. (1999), em sua dissertação de mestrado, também apresentou alguns métodos para a otimização dos parâmetros dos ADVs, incluindo o uso de algoritmos genéticos.

Rade e Steffen publicaram um trabalho em 2000. Para se obter os parâmetros ótimos de várias ADVs acoplados a uma estrutura com vários g.d.l, através de técnicas de acoplamento modal, utilizaram métodos clássicos de otimização.

Marques (2000) realizou o estudo teórico e numérico de ADVs adaptativos, fazendo comparações entre os resultados obtidos.

Carnealet (2004) minimizaram, através da utilização de um ADVA, a emissão de som proveniente de estruturas com chapas metálicas.

Já Willians (2005) partiram para outro caminho utilizando materiais com memória de forma na construção de um ADVA.

### 3.7 ADV Ativo

ADV's Ativos são os absorvedores que se necessário são capazes de aplicar força na estrutura através de atuadores, eles mantêm o princípio de utilização da estrutura secundária de um sistema principal sujeito à ação de uma força oscilatória, de forma que a estrutura secundária tenha frequência natural igual a frequência de excitação, gerando o fenômeno da antirressonância. Os ADV's ativos são aqueles em que um elemento ativo (atuador) é adicionado paralelamente aos elementos de rigidez do amortecimento do ADV passivo tradicional, permitindo atenuar as vibrações em faixas de frequência. A vantagem apresentada por este absorvedor é que a sintonização pode ser realizada ajustando a força aplicada pelo atuador, sem a necessidade de se alterar os parâmetros físicos (massa, rigidez e amortecimento) do absorvedor. Uma revisão das principais contribuições à teoria e prática dos ADV's ativos é apresentada por Sun et al. (1991) e por Marques (2000).

Olac e Holm-Hansen (1995) e Olgak e Hakan (2000) propõem um novo conceito de ADV ativo, o ressonador defasado (*Delayed Resonator*), que usa um atuador realimentado pelo sinal de deslocamento de massa do absorvedor defasado no tempo. Filipovic e Schorder (1998) desenvolveram um ADV ativo chamado *Bandpass Vibration Absorber* (BVA), que é capaz de suprimir todas as vibrações em uma determinada faixa de frequência. Alkhatib e Golnaraghi (2003) apresentam uma revisão dos aspectos essenciais dos ADV's ativos como: modelagem da estrutura/equipamento, utilização de estratégias de controle de vibrações, atuadores e iterações atuador-estrutura (AGUIAR, 2011).



## 4. Técnicas de Controle

### 4.1 Controles ativo de Vibração

Sistemas de controle ativo podem ser implementados de inúmeras maneiras, as quais podem diferenciar-se pela arquitetura, pelo algoritmo de controle, pelos tipos de sensores e atuadores, em virtude da aplicação, dos sinais disponíveis, das condições de trabalho (tempo de processamento, função objetivo...) etc. Via de regra, são implementados através da técnica e redução de vibrações. (Marra, 2010)

### 4.2 Controle passivo De vibração

O controle passivo de vibrações em estruturas busca atenuar os níveis de vibrações excessivos sem utilização de qualquer fonte externa de energia, contribuindo para melhorar o desempenho estrutural sob ações dinâmicas e para um aumento de conforto para seus utilizadores.

Vários dispositivos podem ser utilizados para o efeito, tais como amortecedores adicionais, isolamento de base, amortecedores de massa sintonizada ou amortecedores de coluna sintonizados. (Moutinho, 1998)

#### 4.2.1 Absorvedor dinâmico de vibração não amortecido

Segundo RAO, quando ligamos uma massa auxiliar  $m_2$  a uma máquina de massa  $m_1$  por uma mola de rigidez  $k_2$ , o sistema com dois ou mais graus de liberdade resultante será parecido com o mostrado na Figura 7. As equações de movimento das massas  $m_1$  e  $m_2$  são:

$$m(\ddot{x}_1 + k_2(x_1 - x_2)) = F_o \text{ sen } wt \quad (1)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) = 0 \quad (2)$$

Supondo uma solução harmônica:

$$x_f(t) = x_j \text{ sen } \omega t, \quad (3)$$

Para  $j=1,2$

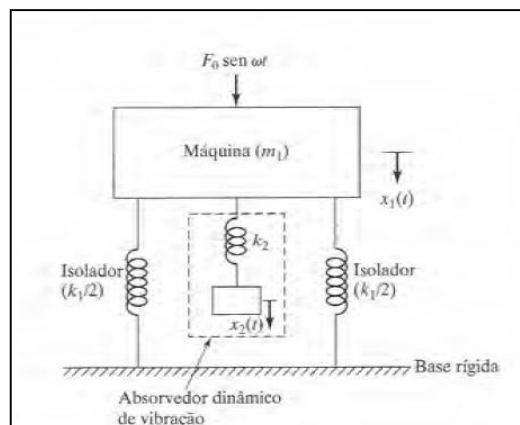
Pode-se obter as amplitudes de regime permanente das massas  $m_1$  e  $m_2$  como:

$$x_1 = \frac{(k_2 - m_2 \omega^2) F_0}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2} \quad (4)$$

$$x_2 = \frac{k_2 F_0}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2} \quad (5)$$

O interesse primordial é reduzir a amplitude da máquina ( $x_1$ ). Para que a amplitude de  $m_1$  seja zero, o numerador da Equação 4 deve ser igualado a zero, o que dá :

$$\omega^2 = \frac{k_2}{m_2} \quad (6)$$



**Figura 7: Absorvedor dinâmico de vibração não amortecido**  
**Fonte: (RAO,2009)**

Se a máquina, antes da adição do absorvedor dinâmico de vibração, funcionar perto de sua ressonância,  $\omega^2 \approx \omega_1^2 = k_1/m_1$ . Assim o absorvedor foi projetado de modo tal que:

$$w^2 = \frac{k_2}{m_2} = \frac{k_1}{m_1} \quad (7)$$

A amplitude de vibração da máquina, ao operar à sua frequência de ressonância original, será zero. Definido:

$$\delta_{st} = \frac{F_0}{k_1}, \quad w_1 = \left(\frac{k_1}{m_1}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

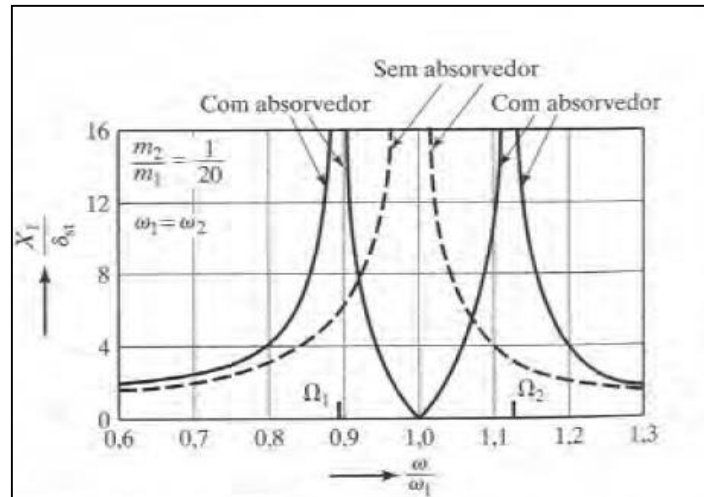
Como a frequência natural do absorvedor ou sistema auxiliar, as equações 4 e 5 podem ser reescritas como:

$$\frac{x_1}{\delta_{st}} = \frac{1 - \left(\frac{w}{w_2}\right)^2}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{w}{w_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{w}{w_2}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (9)$$

$$\frac{x_2}{\delta_{st}} = \frac{1}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{w}{w_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{w}{w_2}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (10)$$

A Figura 8 mostra a variação da amplitude de vibração da máquina ( $x_1/\delta_{st}$ ) em relação à velocidade da máquina ( $w/w_1$ ). Os dois picos correspondem às duas frequências naturais do sistema composto. Como vimos antes,  $x_1 = 0$  em  $w = w_1$ . Nessa frequência a Equação 10 dá:

$$x_2 = -\frac{k_1}{k_2} \delta_{st} = -\frac{F_0}{k_2} \quad (11)$$



**Figura 8: Efeito de um absorvedor de vibração não amortecido sobre a resposta da máquina.**

**Fonte: (RAO, 2009)**

Isso mostra que a força exercida pela mola auxiliar é oposta à força aplicada ( $k_2 x_2 = m_2 w^2 x_2 = -F_0$ ) e a neutraliza, reduzindo, desse modo,  $x_1$  a zero. O tamanho do absorvedor dinâmico de vibrações pode ser determinado pelas equações 11 e 8:

$$k_2 x_2 = m_2 w^2 x_2 = -F_0 \quad (12)$$

Assim, os valores de  $k_2$  e  $m_2$  dependem do valor permissível de  $x_2$ . Podemos ver pela figura 8, que o absorvedor dinâmico de vibração, embora elimine a vibração na frequência aplicada conhecida como  $w$ , introduz duas frequências de ressonância  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$ , nas quais a amplitude da máquina é infinita. Portanto, na prática, a frequência de operação  $w$  deve ser mantida longe das frequências  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$ . Os valores de  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$ , podem ser determinados igualando o denominador da Equação 9 a zero. Observando que :

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{k_2 m_2 m_1}{m_2 m_1 k_1} = \frac{m_2}{m_1} \left( \frac{w_2}{w_1} \right)^2 \quad (13)$$

E igualando o denominador da Equação 9 a zero obtemos :

$$\left(\frac{w}{w_2}\right)^4 \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 - \left(\frac{w}{w_2}\right)^2 \left[1 + \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 + 1\right] = 0 \quad (14)$$

As duas raízes dessas equações são dadas por:

$$\left\{ \left[1 + \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2\right] \frac{\left(\frac{\Omega_1}{w_2}\right)^2}{\left(\frac{\Omega_2}{w_2}\right)^2} \right\} = \frac{-\left\{ \left[1 + \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)^2\right]^2 - 4 \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}{2 \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2} \quad (15)$$

Onde é possível ver que são funções de  $\left(\frac{m_2}{m_1}\right)$  e  $\left(\frac{w_2}{w_1}\right)$ . (RAO,2010)

#### 4.2.2 Absorvedor dinâmico de vibração amortecido

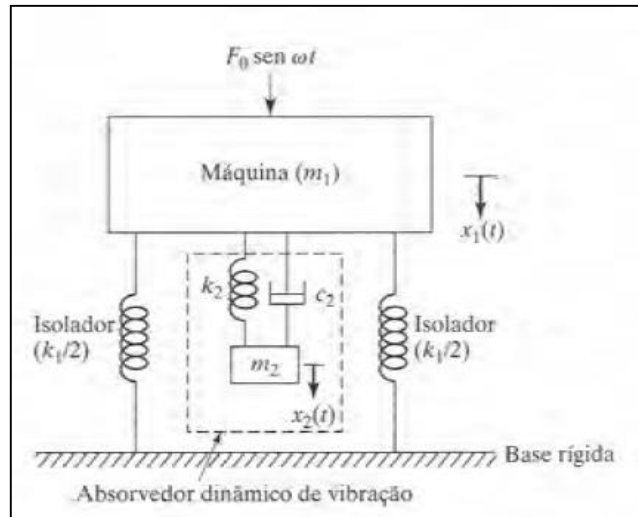
O absorvedor dinâmico de vibração descrito na secção anterior elimina o pico de ressonância original na curva de resposta da máquina, mas introduz dois novos picos. Assim a máquina experimenta grandes amplitudes quando passa pelo primeiro pico durante a partida e a parada. A amplitude da máquina pode ser reduzida com a adição de absorvedores de vibração amortecido, assim como mostra a figura 9. As equações de movimento das duas massas são dadas por:

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = F_0 \sin wt \quad (16)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \quad (17)$$

Consideramos que a solução seja:

$$x_j(t) = x_j e^{iwt}, \quad j = 1,2 \quad (18)$$



**Figura 9: Absorvedor Dinâmico de vibração**

Fonte: (RAO,2009)

A solução de regime permanente das equações 16 e 17 pode ser obtida:

$$x_1 = \frac{F_0(k_2 - m_2\omega^2 + ic_2\omega)}{[(k_1 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - m_2k_2\omega^2] + i\omega c_2(k_1 - m_1\omega^2 - m_2\omega^2)} \quad (19)$$

$$x_2 = \frac{x_1(k_2 + i\omega c_2)}{(k_2 - m_2\omega^2 + i\omega c_2)} \quad (20)$$

Definindo:

$$\mu = m_2/m_1 = \text{razão de massas}$$

$$\delta_{st} = \frac{F_0}{k_1} = \text{deflexão estática do sistema}$$

$$\omega_a^2 = k_2/m_2 = \text{quadrado da frequência natural do absorvedor}$$

$$\omega_n^2 = \frac{k_1}{m_1} = \text{quadrado de frequência natural do sistema}$$

$$f = \omega_a/\omega_n = \text{razão de frequências naturais}$$

$g = w/w_n =$  razão de frequência forçada

$c_c = 2m_2w_n =$  constante de amortecimento crítico

$\tau = \frac{c_2}{c_c} =$  fator de amortecimento

As magnitudes  $x_1$  e  $x_2$  podem ser expressas como:

$$\frac{x_1}{\delta_{st}} = \left[ \frac{(2\tau g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\tau g)^2 (g^2 - 1 + ug^2)^2 + \{uf^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)\}^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

E

$$\frac{x_2}{\delta_{st}} = \left[ \frac{(2\tau g)^2 + f^4}{(2\tau g)^2 (g^2 - 1 + ug^2)^2 + \{uf^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)\}^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

A equação 21 mostra que a amplitude de vibração da massa principal é função de  $\mu, f, g$  e  $\tau$ . O gráfico de:

$$\left[ \frac{x_1}{\delta_{st}} \right] \quad (23)$$

Em relação à razão de frequência forçada  $g=w/w_n$  é mostrado na figura 9 para  $f=1$  e  $u=1/20$  para alguns valores de  $\tau$ .

Se o amortecimento for zero ( $C_2 = \tau = 0$ ), então a ressonância ocorre nas duas frequências de ressonância não amortecidas do sistema, um resultado indicado na figura 8. Quando o amortecimento se torna infinito ( $\tau = \infty$ ), as duas massa  $m_1$  e  $m_2$  ficam praticamente presas á uma a outra, e o sistema comporta-se, em essência, como um sistema com um grau de liberdade com uma massa  $(m_1 + m_2) = \left(\frac{21}{20}\right)m$  e rigidez  $k_1$ . Também nesses casos, a ressonância ocorre com  $X_1 \rightarrow \infty$  em

$$g = \frac{w}{w_n} = \frac{1}{\sqrt{1+u}} = 0,9759 \quad (24)$$

Assim o pico de  $X_1$  é infinito para  $c_2 = 0$ , bem como para  $c_2 = \infty$ . Em algum lugar entre esses limites, o pico de  $X_1$  será mínimo.

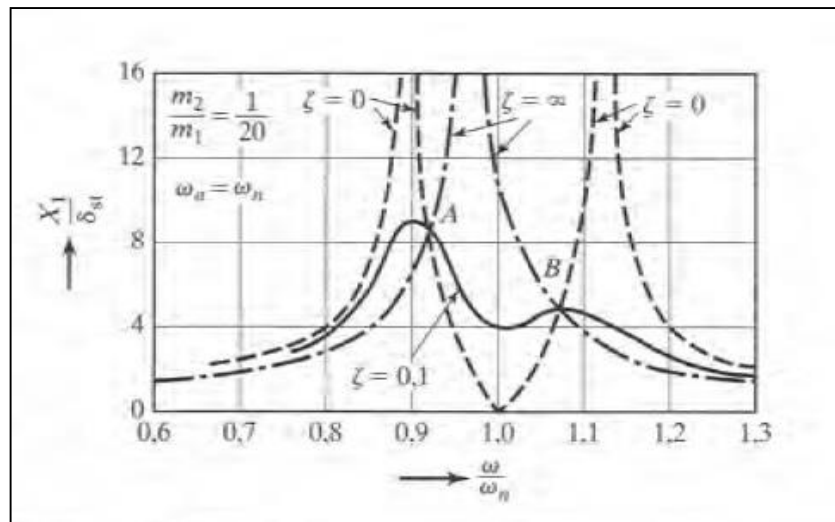


Figura 10: Efeito do absorvedor de vibração amortecido sobre a resposta da máquina

Fonte: (RAO,2009)

### 4.3 Equações de estado

A equação de movimento abaixo representada, a qual é representada em um espaço de estados.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [D]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (25)$$

$[M]$  = Matriz de Massa 2x2

$\{\ddot{x}\}$  = Vetor de Aceleração 2x1

$[D]$  = Matriz de Amortecimento 2x2

$\{\dot{x}\}$  = Vetor de Velocidade 2x1

$[K]$  = Matriz de rigidez 2x2

$\{x\}$  = Vetor de Deslocamento 2x1



Abrimos a equação principal em um Espaço de estados:

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + [B]\{u\}$$

$$\{Y\} = [C]\{x\}$$

Mostrando que:

$$\{X\} = \begin{bmatrix} \{x\} \\ \{\dot{x}\} \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[D] \end{bmatrix} \text{ Matriz } 4 \times 4$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [0] \\ [M]^{-1} \end{bmatrix} \quad \text{BB = Utilizado apenas a primeira coluna de B } 4 \times 2,$$

excitando a massa 1

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{CC = Utilizando apenas a primeira linha de B } 4 \times 4,$$

resposta da massa 1

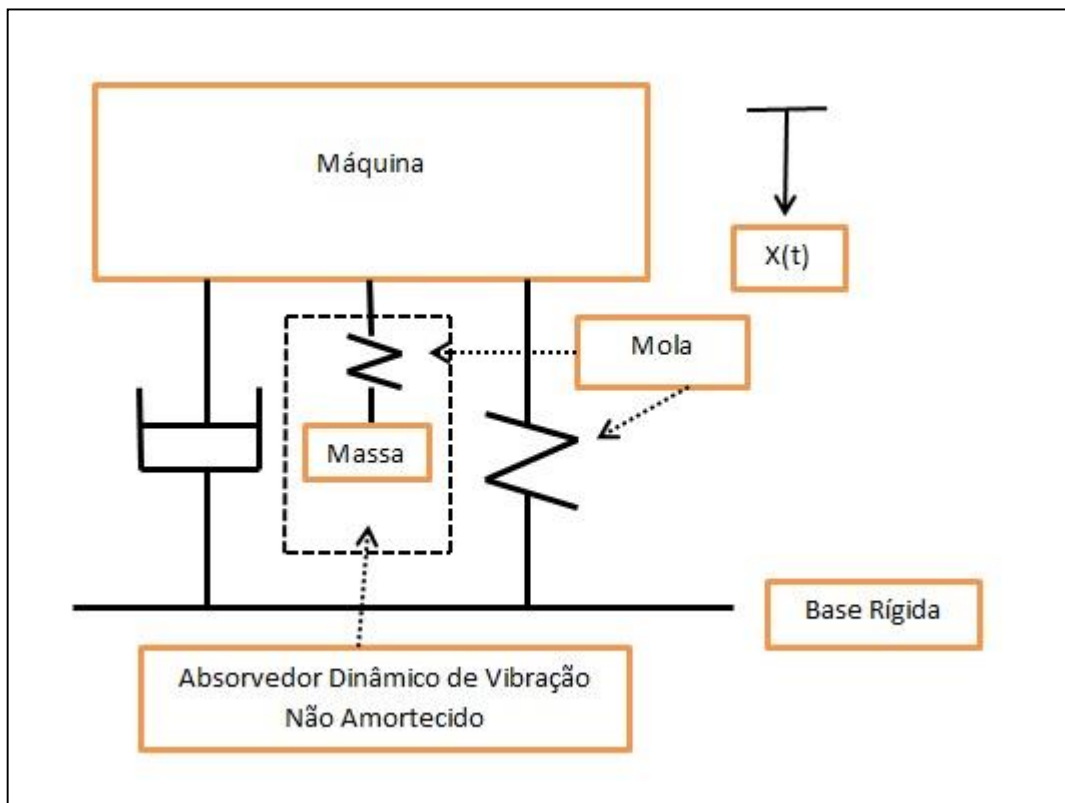
#### 4.4 Análise de resultados

##### 4.4.1 Resultados

Após serem feitas as simulações do problema utilizando o software do Matlab®, foram obtidos resultados para a análise do sistema de estudo, analisando os resultados da simulação sem amortecimento apenas variando os valores de massa e rigidez, a análise deste mesmo sistema com variação no valor de

amortecimento, rigidez e massa, e por último foram feitas análises dinâmicas, onde foram fixados os valores da Amplitude e da frequência de excitação e varia-se os valores de massa, rigidez e amortecimento, onde foi analisada a influência de cada um destes parâmetros.

Primeiramente foi feito uma análise para o sistema com um grau de liberdade com todos os valores fixados de massa, amortecimento e rigidez e é obtido que a frequência natural do sistema estava em 20Hz. Assim, realizou-se a análise do mesmo, mas sem amortecimento e utilizando dois graus de liberdade, sendo que o segundo grau de liberdade inserido no sistema correspondia ao absorvedor dinâmico de vibrações, seguindo o esquema apresentado na Figura 11.



**Figura 11: Absorvedor Dinâmico de Vibração Sem Amortecimento**

**Fonte: Autoria Própria**

Primeiramente foi variada a massa numa faixa de 1,5 a 100 kg e sendo observado que quanto mais foi elevado o valor desta, os dois picos se deslocaram para esquerda, e o primeiro pico diminuiu e o segundo aumentou, conforme observado no gráfico 1.

Gráfico De Análise de Sistema De 2 g.d.I Sem Amortecimento					
M2(Kg)	W1(Hz)	Y1(m)	W2(Hz)	Y2(m)	Valor Fixo em C2 = 0
4,62	13,49	0,000354	31,48	0,000203	Valor Fixo em K2 = 8.4e+4(N/m)
1,5	16,99	0,000321	37,48	1,24E-07	
8	10,99	0,000327	28,99	0,00023	
10	9,995	0,000306	28,49	0,000257	
15	8,496	0,000221	27,99	0,000239	
30	5,997	0,000177	26,99	0,000259	
50	4,498	9,85E-05	26,99	0,000271	
100	3,498	8,52E-05	26,49	0,000248	

**Gráfico 1 –Análise de Sistema de 2 g.d.I Sem Amortecimento**

Fonte: Aatoria Própria

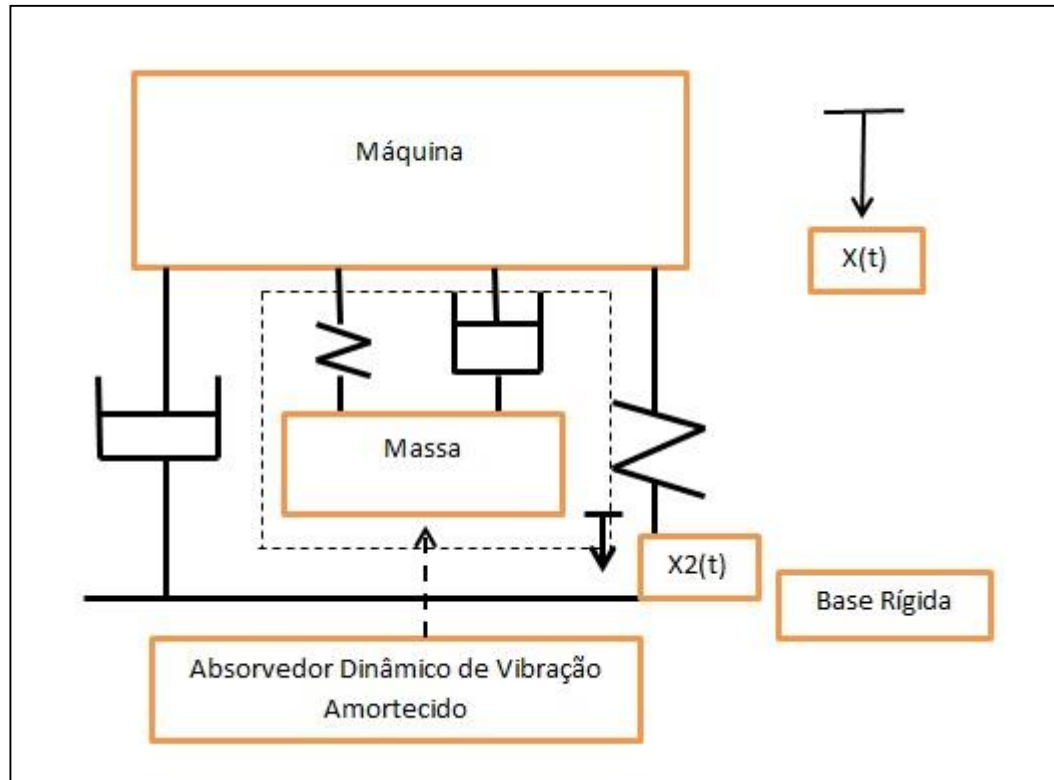
Numa segunda análise, foi fixado o valor de massa e os valores de rigidez foram variados em uma faixa de 10 a 100000 N/m, onde só podemos perceber mudanças com grandes variações do parâmetro, onde o valor começa indo para a esquerda e depois de um tempo volta a ir para direita assim como o segundo pico, e ambos vemos picos menos. Os resultados são apresentados no gráfico 2.

Gráfico De Análise de Sistema De 2 g.d.I Sem Amortecimento					
K2(N/m)	W1(Hz)	Y1(m)	W2(Hz)	Y2(m)	Valor Fixo em C2 = 0
10	19,49	0,000403	0	0	Valor Fixo em M2 = 4,62(Kg)
100	19,49	0,000402	0	0	
350	19,49	0,000396	0	0	
1000	19,49	0,000371	0	0	
5000	4,998	2,32E-05	19,99	0,000389	
10000	6,997	5,22E-05	20,49	0,000355	
50000	12,49	0,000214	26,49	0,000265	
100000	13,49	0,000366	33,48	0,00019	

**Gráfico 2–Análise de Sistema De 2 g.d.I Sem Amortecimento**

Fonte: Aatoria Própria

Na sequência, foram realizados estudos considerando absorvedor dinâmico de vibrações amortecido, apresentado pela figura 12.



**Figura 12: Absorvedor Dinâmico de Vibração Amortecido**

Fonte: Autoria Própria

Na análise variando a massa numa faixa de 1 a 18 kg e o comportamento da simulação é o mesmo, com a frequência se deslocando para a esquerda, mostrando a redução de seus valores numéricos e sua amplitude sendo reduzida. Estes resultados são apresentados no gráfico 3.

Gráfico De Análise de Sistema De 2g.d.l Com Amortecimento					
M2(Kg)	W1(Hz)	Y1(m)	W2(Hz)	Y2(m)	Valor Fixo em C2 = 12.8(Ns/m)
1	17,99	0,000417	50,47	5,36E-06	Valor Fixo em K2 = 8.4e+4(N/m)
3	14,99	0,000353	34,48	4,47E-05	
5	12,99	0,000348	30,98	8,30E-05	
8	10,99	0,000292	28,99	0,000113	
10	9,998	0,000275	28,49	0,000128	
11	9,495	0,000254	28,49	0,000127	
15	8,496	0,000203	27,99	0,000138	
18	7,496	0,000169	27,49	0,00015	

**Gráfico 3--Análise De Sistema De 2 g.d.l Com Amortecimento**

Fonte: Autoria Própria

Na sequência foi analisada a variação no parâmetro de rigidez entre 10000 a 15000N/m, onde os dois picos se deslocam para a direita, o primeiro pico muito mais que o segundo, mostrando assim um padrão muito diferente do que acontece quando o amortecimento era nulo, conforme pode ser observado comparando os resultados no gráfico 4 em relação ao gráfico 2.

<b>Gráfico De Análise de Sistema De 2 g.d.I Com Amortecimento</b>					
K2(Ns/m)	W1(Hz)	Y1(m)	W2(Hz)	Y2(m)	Valor Fixo em M2 = 4.62(Kg)
10000	6,997	2,45E-05	20,49	0,000207	Valor Fixo em C2 = 12.8(N/m)
10500	6,997	2,51E-05	20,49	0,000206	
11000	6,997	2,41E-05	20,49	0,000185	
12000	7,496	3,28E-05	20,99	0,000198	
12500	7,496	3,17E-05	20,99	2,03E-04	
13500	7,996	3,62E-05	20,99	0,0002	
14000	7,996	4,06E-05	20,99	0,000193	
15000	8,496	3,16E-05	20,99	0,000173	

**Gráfico 4–Análise de Sistema De 2 g.d.I Com Amortecimento**

Fonte: Autoria Própria

Com a variação no amortecimento em 2 até 24Ns/m, observa-se a mesma frequência para todas as análises variando apenas sua amplitude (resultados apresentados pelo no gráfico 5), o que permite visualizar que com o amortecimento é mais fácil analisar e evitar a frequência natural.

<b>Gráfico De Análise de Sistema De 2 g.d.I Com Amortecimento</b>					
C2(N/m)	W1(Hz)	Y1(m)	W2(Hz)	Y2(m)	Valor Fixo em M2 = 4.62(Kg)
2	13,49	0,000348	31,48	0,000164	Valor Fixo em K2 = 8.4e+4(Ns/m)
4	13,49	0,000342	31,48	0,000165	
6	13,49	0,000336	31,48	0,000116	
10	13,49	0,000325	31,48	8,29E-05	
14	13,49	0,000315	31,48	7,21E-05	
18	13,49	0,000305	31,48	6,05E-05	
20	13,49	0,0003	31,48	5,95E-05	
24	13,49	0,000291	31,48	4,86E-05	

**Gráfico 5–Análise de Sistema De 2 g.d.I Com Amortecimento**

Fonte: Autoria Própria

Por último foi feito uma análise dinâmica, para obter resultados mais próximos da realidade, para obter dados não tão teóricos, para aumentar a credibilidade da simulação, e logo percebemos que com a variação de massa entre 1 a 18kg (gráfico 6), o primeiro pico teve o mesmo tipo de resposta porem o segundo pico foi mantido e um valor de frequência natural para todas as simulações, e amplitude, mostrando a diferença de uma simulação estática para uma simulação dinâmica, onde foi inseridos os parâmetros de amplitude e os parâmetros de frequência de excitação.

<b>Gráfico De Análise Dinâmica de Sistema De 2 g.d.I Com Amortecimento</b>					
M2(Kg)	W1(Hz)	Y1(m)	W2(Hz)	Y2(m)	Valor Fixo em C2 = 12.8(N/m)
1	13,49	1,54E-05	20,99	5,86E-05	Valor Fixo em K2 = 8.4e+4(Ns/m)
3	7,996	9,72E-05	20,49	1,04E-04	
5	5,997	9,39E-06	20,49	1,11E-04	
8	4,998	7,67E-06	20,49	0,000113	
10	4,498	6,93E-06	20,49	0,000114	
11	3,998	8,98E-06	20,49	0,000114	
15	3,498	9,08E-06	20,49	0,000114	
18	2,999	7,14E-06	20,49	0,000115	

**Gráfico 6–Análise Dinâmica de Sistema De 2 g.d.I Com Amortecimento**

Fonte: Aatoria Própria

Na sequência, foi realizado o estudo da análise dinâmica com a rigidez sendo variada num range de 10000 a 15000N/m (gráfico 7), assim como nos outros casos, e a frequência obtida foi a mesma com variação de amplitude. Com os resultados dos estudos estáticos com os dinâmicos podemos validar os resultados, pela sua proximidade e proximidade dos resultados ou comportamento.

Gráfico De Análise Dinâmica de Sistema De 2 g.d.I Com Amortecimento					
K2(Ns/m)	W1(Hz)	Y1(m)	W2(Hz)	Y2(m)	Valor Fixo em M2 = 4.62(Kg)
10000	6,997	1,18E-05	20,49	0,000104	Valor Fixo em C2 = 12.8(N/m)
10500	6,997	1,29E-05	20,49	9,89E-05	
11000	6,997	1,12E-05	20,49	9,27E-05	
12000	7,496	1,59E-05	20,99	0,0001	
12500	7,496	1,50E-05	20,99	1,02E-04	
13500	7,996	1,80E-05	20,99	0,000101	
14000	7,996	1,98E-05	20,99	9,71E-05	
15000	8,496	1,63E-05	20,99	8,64E-05	

**Gráfico 7–Análise Dinâmica De Sistema De 2 g.d.I Com Amortecimento**

**Fonte: Autoria Própria**

E por último, foi analisado a influência do parâmetro de amortecimento variando de 2 a 24Ns/m (gráfico 8), observa-se que sua frequência natural não se altera em nenhum dos dois picos obtidos na simulação computacional, apenas sua amplitude varia, assim como sua análise estática apenas com valor na frequência sendo drasticamente diferente.

Gráfico De Análise Dinâmica de Sistema De 2 g.d.I Com Amortecimento					
C2(N/m)	W1(Hz)	Y1(m)	W2(Hz)	Y2(m)	Valor Fixo em M2 = 4.62(Kg)
2	6,497	1,66E-05	20,49	0,001728	Valor Fixo em K2 = 8.4e+4(Ns/m)
4	6,497	1,43E-05	20,49	0,000157	
6	6,497	1,26E-05	20,49	0,000143	
10	6,497	1,02E-05	20,49	1,22E-04	
14	6,497	8,62E-06	20,49	1,06E-04	
18	6,497	7,64E-06	20,49	9,32E-05	
20	6,497	7,29E-06	20,49	8,80E-05	
24	6,497	6,76E-06	20,49	7,91E-05	

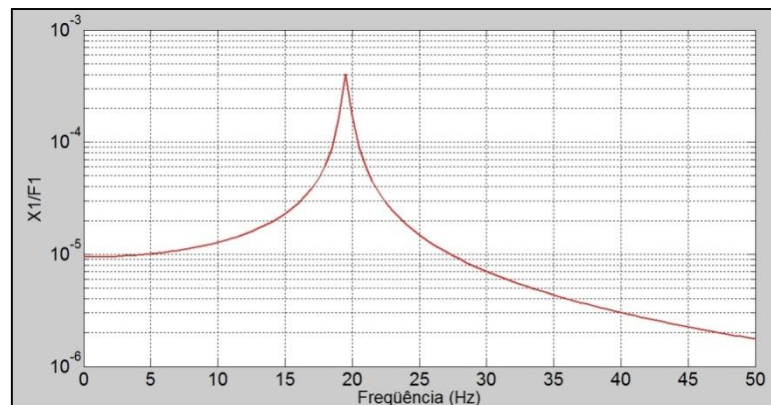
**Gráfico 8–Análise Dinâmica De Sistema De 2 g.d.I Com Amortecimento**

**Fonte: Autoria Própria**

#### 4.4.2 Análise de resultados específicos

Utilizando o software, foram obtidos os resultados nos gráficos 1 a 8, que foi apresentando, e fica claramente perceptível os resultados e suas diferenças.

Uma primeira simulação com um g.d.l é feita para encontrar a frequência natural do sistema, onde foram utilizados parâmetros que seriam as bases de todas as simulações, com valores pré-estabelecidos, obtidos do projeto de observador do estado usando restrições LMI da taxa de decaimento para detecção de falhas em sistemas mecânicos (Koroishi,2010), utilizando os valores para os parâmetros que são massa de 6,64Kg o amortecimento 18,76Ns/m e a rigidez,  $10^5$  N/m, resultando em um gráfico de um pico apenas, onde sua frequência natural foi de 19,49Hz com amplitude de 0,0004035m, sendo este um valor base do trabalho. Com isso se procura uma maneira de deixar os picos fora da zona da frequência natural, onde esta poderia acarretar um dano permanente no sistema. Onde esta simulação teve sua resposta representada pelo gráfico abaixo.



**Gráfico 9—Análise De Sistema De 1g.d.I Sem Amortecimento**

**Fonte: Aatoria Própria**

Este sistema inicial foi analisado em um grau de liberdade.

Iniciando a primeira simulação, variou-se a massa do ADV não amortecido, fixando a rigidez do ADV em  $8,4 \cdot 10^4$  N/m. Na primeira simulação, utilizou-se o valor de 4,62Kg para o ADV, resultando no primeiro pico com frequência de 13,49Hz e amplitude de 0,000354m, e o segundo, com frequência de 31,48Hz e amplitude de 0,000203m. Ao diminuir a massa para 1,5Kg as frequências foram 16,99Hz e 37,48Hz com amplitudes, respectivamente, de 0,000321m e  $1,24 \cdot 10^{-7}$ m, pode-se assim reparar que com a redução da massa os picos se deslocaram para direita, e sua amplitude também foi reduzida. Em outra simulação foi utilizada a massa 8Kg, aumentando a partir do valor base de massa e resultando em picos com frequência 10,99Hz e 28,99Hz e amplitude 0,000327m e 0,00023m, observa-se que



a frequência deslocou para a esquerda com o aumento da massa e a amplitude do pico diminuiu. E é concluído que conforme se aumenta a massa os picos mantem o mesmo padrão de se deslocarem para esquerda e diminuir sua amplitude. Na sequencia, foram feitas simulações com valores de (8,10,15,30,50)Kg e por último foi utilizado uma massa de 100Kg a qual resultou em dois picos com valores de frequência de 3,498Hz e 26,49Hz mostrando o deslocamento para a esquerda da frequência natural e amplitudes menores.

Seguindo as análises sem amortecimento, fixou-se o valor de massa em 4,62Kg e variou-se a rigidez de (10 a 100000)N/m, uma diferença expressiva, pois com pouca variação de rigidez, as frequências naturais e os picos da FRF continuavam os mesmos, onde as simulações apresentaram apenas um pico com valor de frequência de 19,49Hz para todos, não sendo verificado o segundo pico. A partir da rigidez com valor de 5000N/m os dois picos voltam a ser observados com valores diminuindo no primeiro pico com valor de frequência em 4,998Hz e amplitude de 0,000214, e o segundo pico com frequência de 19,99Hz e amplitude de 0,000389m. Depois que se utilizou o valor base da rigidez, a frequência começa aumentar assim como a amplitude, para os valor de rigidez de (10000,50000 e 100000)Nm/m onde a frequência natural foi 13,49Hz e amplitude 0,000366m e o segundo pico com frequência de 33,48Hz e amplitude de 0,00019m.

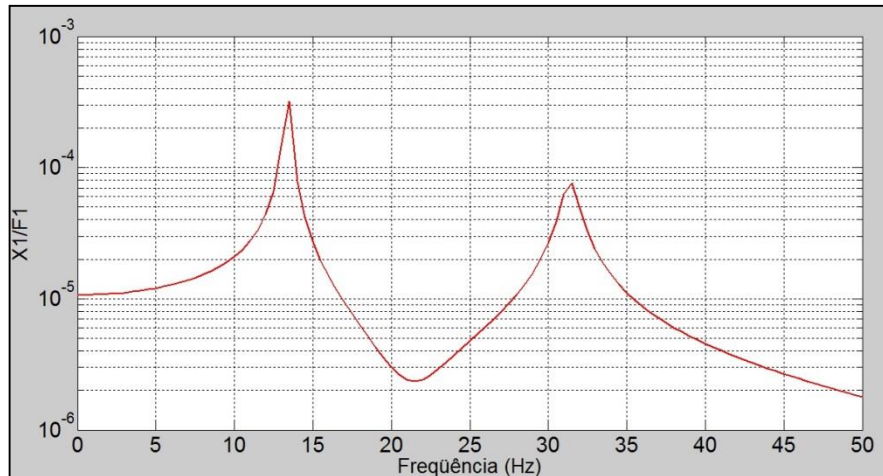
Após estas simulações, foram feitas análises utilizando ADV amortecido, cujos valores base são massa 4,62Kg, amortecimento 12,8Ns/m e rigidez 8,4e4 N/m. A primeira simulação foi feita com variação da massa, fixando amortecimento e rigidez e variando de (1 a 18)Kg, onde utilizando uma massa com valor numérico de 1kg, foram dois picos com a primeira frequência de 17,99Hz e amplitude 0,000417m e o segundo pico 50,47Hz e 5,36e-6m. A próxima simulação foi com massa de 3Kg, resultando em frequência de 14,99Hz e amplitude de 0,000353m e o segundo pico 34,48Hz e amplitude 4,47e-5m, observa-se que a frequência natural se desloca para a esquerda reduzindo seu valor numérico, e sua amplitude diminui, e este padrão continua em todas as analises. Na sequência, foram utilizadas valores de massa de (3,5,8,10,11,15,18)Kg e foi verificado o padrão citado anteriormente, por exemplo para massa de valor 10Kg foi obtida uma frequência com o primeiro pico com frequência de 9,998Hz e amplitude de 0,000275m, e o segundo, com frequência de 28,49Hz e amplitude de 0,000128m.

As análises considerando variação de amortecimento entre (2 a 24) Ns/m, e a massa fixada em 4,62Kg e rigidez de 8,4e4N/m, e observou-se que as frequências são iguais em nestas análises, com valor de 13,49Hz para o primeiro pico obtido e 31,48Hz para todos os segundo pico, e as amplitudes, por sua vez, vão diminuindo conforme o amortecimento aumenta, quando utilizado um valor de 2Ns/m por exemplo as amplitudes são de 0,000348m e 0,000164m, o valor 10Ns/m é obtido as amplitudes de 0,000325m e 8,29e-5m, e o maior valor utilizado foi 24Ns/m, com resultado da amplitude 0,000291m e 4,86e-5m.

Outra análise realizada consistiu em fixar os valores de massa e amortecimento do ADV, variando apenas a rigidez do ADV entre (10000 e 15000)N/m. A primeira rigidez foi de 10000N/m e os resultados foram 6,997Hz e amplitude de 2,45e-5m e no segundo pico 20,49Hz e amplitude 0,000207m, utilizando uma rigidez com valor de 10500N/m verificou-se que a frequência continua a mesma para ambos os picos, mas a amplitude varia para 2,51e-5m e o segundo pico 0,000206m, para a rigidez de 11000N/m a frequência natural continua a mesma para ambos os picos só com alteração na amplitude, para a rigidez com valor 12000N/m a frequência natural é de 7,496Hz para o primeiro pico com amplitude 3,28e-5m, e para o segundo pico os valores de 20,99Hz e amplitude 0,000198m, mostrando um deslocamento da frequência para a direita, o maior valor analisado foi de 15000N/m para a rigidez e os resultados foram 8,496Hz com amplitude 3,16e-5m e o segundo pico com 20,99Hz e 0,000173m mostrando os efeitos da alteração dos parâmetros.

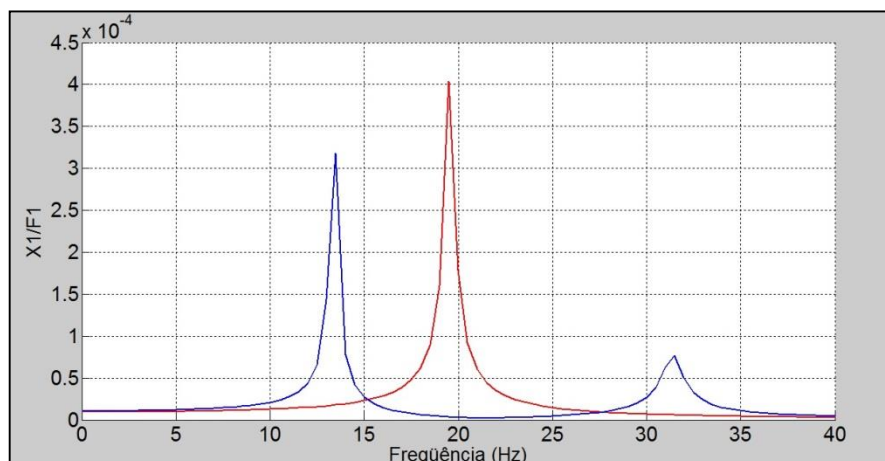
A fim de ilustrar uma comparação das respostas do sistema sem e com ADV amortecido, foram realizadas simulações com valores fixos para o sistema, as quais os resultados são apresentados a seguir.

Os valores utilizados nesta análise foram: para o sistema principal, massa de 6,64Kg, amortecimento de 18,76Ns/m e rigidez de 1e+5N/m; enquanto que para o ADV amortecido são massa de 4,62Kg, amortecimento de 12,8Ns/m e rigidez de 8,4e+4N/m. Os resultados obtidos foram para o primeiro pico 13,49Hz e amplitude 0,0003178m e o segundo pico 31,48Hz e a amplitude 7,66e-5m, mostrando o distanciamento da frequência natural de 20Hz do sistema sem ADV, conforme pode ser observado no Gráficos 10 e 11.



**Gráfico 10–Análise De Sistema De 2g.d. Com Amortecimento**

**Fonte: Aatoria Própria**



**Gráfico 11–Análise De Sistema, comparando resultados para o sistema com (linha azul) e sem (linha vermelha) ADV amortecido.**

**Fonte: Aatoria Própria**

Para a maior veracidade dos resultados, e aumentar sua credibilidade foram feitos análises dinâmicas do sistema, para obter um resultado mais próximo da realidade, onde são considerados os parâmetros da amplitude e a frequência de excitação. Na análise dinâmica, foram mantidos os valores dos parâmetros do sistema principal e do ADV amortecido, já os parâmetros da força de excitação foi amplitude de 40 N e frequência de excitação 84 rad/s numa primeira análise, e de 70 N e de 300 rad/s.

Como em outras simulações foram feitos variações dos parâmetros para ver os efeitos no resultado do sistema, o primeiro estudo foi variando a massa do

ADV de (1 até 18)Kg e fixando os valores de amortecimento e rigidez, a primeira simulação utilizou a massa com valor de 1kg, e o resultado do primeiro pico foi 13,49Hz e uma amplitude de  $1,54e-5m$ , o segundo pico teve uma resposta de 20,99Hz e uma amplitude de  $5,86e-5m$ , para a análise com valor de massa de 8Kg os resultados dos picos foram 4,998Hz e 20,49Hz respectivamente e amplitudes de  $7,67e-6m$  e  $0,000113m$ ; para a maior massa analisada (18Kg), os resultados foram frequência de 2,99Hz e amplitude  $7,41e-6m$  e 20,49Hz com a amplitude aumentando com valor de  $0,000115m$ . Percebendo assim sua característica de diminuir a frequência conforme a massa aumenta, porém com aumento de amplitude.

Um novo estudo de parâmetro foi feito variando o amortecimento entre (2 até 24)Ns/m, onde percebe-se que todas as frequências obtidas foram iguais, com o primeiro pico com valor de 6,497Hz e o segundo pico com valor de 20,49Hz para todos os casos. Somente o que mudou foi a sua amplitude que ficou menor à proporção que aumentava o amortecimento, quando utilizado o amortecimento com valor numérico de 2Ns/m, a resposta da amplitude foi  $1,66e-5m$  e  $0,001728m$ , dobrando este amortecimento para 4Ns/m a resposta foi de  $1,43e-5m$  e  $0,000157m$ , o maior amortecimento utilizado foi o de 24Ns/m que resultou em amplitudes de  $6,76e-6m$  e  $7,91e-5m$  mostrando o padrão mantido dentro do estudo.

Variando os valores de rigidez entre (10000 e 15000)N/m, com os valores fixos de massa e amortecimento, obteve-se para 10000N/m, a resposta do sistema teve o primeiro pico com frequência de 6,997Hz e amplitude de  $1,18e-50m$  e o segundo pico com frequência de 20,49Hz e amplitude de  $0,000104m$ ; não foram observadas variações nas frequências para rigidez de (10500 e 11000)N/m para ambos os picos, já com rigidez de 12000N/m os resultados da frequência aumentaram para 7,496Hz para o primeiro pico e 20,99Hz no segundo pico, a amplitude foi para  $1,59e-5m$  e  $0,0001m$ ; já para a maior rigidez (15000N/m), obtiveram-se frequências de 8,496Hz e 20,99Hz e as amplitudes respectivas de  $1,63e-5m$  e  $8,64e-5m$ . Resultados que demonstram que aumentando a rigidez, a frequência também aumenta.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com as análises realizadas, foi possível observar a influência dos parâmetros do ADV no comportamento dinâmico do sistema resultante. Quando se reduz a massa, por exemplo, em ambos os sistemas é reduzida, a frequência e a amplitude aumentam, e a massa é aumentada, as frequências dos picos diminuem assim como suas amplitudes, mostrando a grande influência que a variação de massa pode fazer dentro do sistema. O parâmetro da rigidez mostra suas alterações em uma escala numérica maior, e pelas análises foi perceptível que com um valor de rigidez muito baixo num sistema sem amortecimento só acontece um pico, a partir de certo ponto os picos tem uma característica que diminuindo a rigidez se reduz a frequência e amplitude, assim como através do sistema amortecido, observa-se que aumentando a rigidez aumenta a frequência e a amplitude, mantendo este padrão específico até mesmo para a simulação de um sistema dinâmico. Com relação a variação nos valores do amortecimento do ADV, observa-se que não ocorreram alterações nos valores das frequências, ocorrendo apenas redução nas amplitudes dos picos da resposta.

O sistema de ADV é de grande importância em certos sistemas mecânicos, auxiliando a atenuar suas vibrações e a amplitude das mesmas, tirando os sistemas de uma zona de risco de vibrações, aumentando a vida útil de alguns sistemas ou até mesmo evitando falhas catastróficas no mesmo, mostrando a importância do sistema de absorção de vibração, para indústrias.

Com a execução e trabalho elaborados, percebe-se a importância e a eficiência da absorção de vibrações, protegendo o sistema das frequências naturais que poderiam estar em estado destrutivo causando danos irreversíveis ao mesmo. E este trabalho auxiliou no aprendizado de assuntos extraclasse, como vibrações mecânicas e aumentou minhas capacidades de utilização do software do MatLab. Criou-se a responsabilidade de participar de várias reuniões para atender o andamento do trabalho com o orientador do trabalho, aumentando responsabilidade, e melhorando a divisão de tempo. E foi feita a realização do trabalho dentro das normas técnicas do UTFPR.

## REFERÊNCIAS

<<http://ocoxambra.blogspot.com.br/2010/11/absorvedores-dinamicos-de-vibracao.html>> . Acesso em: 28 mar de 2015

<<http://www3.ufpa.br/gva/Apostilas/Fundamentos%20de%20%20Vibracao.pdf>>  
Acesso em: 15 mar de 2015

**Absorvedores Dinâmicos De Vibração.** Disponível em:

AGUIAR, Ricardo Alexandre Amar de Aguiar. **Análise da redução de vibrações em sistemas mecânicos utilizando ligas com memória de forma.** 2011. 157 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal Do Rio De Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.

BUHR, C. et al. **Non- collocated adaptative-passive vibration control.** Journal of Sound and Vibration, London, v. 206, n.3, p. 371-398, 1997.

CARNEAL, J.P. **Minimization of sound radiation from plates using adaptive tuned vibration absorbers.** Journal of Sound Vibration, London, v.270, n.1, p. 781-792, 2004.

CUNHA JUNIOR, S.S. **Estudo teórico e numérico de absorvedores dinâmicos de vibrações.** 1999. 99f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)- Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 1999.

DEN HARTOG, J.P. **Mechanical vibrations.** 4. ed. New York: McGraw-Hill, 1956. p.

DOS SANTOS, Fernando dos Santos. **Critério de Projeto Para Amortecedor Tipo Pêndulo Para Controle De Vibrações Em Edifícios Altos.** 2012. 87f. Tese (Mestrado em Estruturas E Construção Civil) – Pós Graduação em Estruturas e Construção Civil, Faculdade Tecnológica Universidade de Brasília

FERNANDES, Fernando Vitoriano Fernandes. **Diagnose de falhas via observadores de estado em sistemas mecânicos com absorvedores dinâmicos de vibrações tipo lâmina vibrante.** 2008. 167 f. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2008.

GALAVOTTI, Thiago Vianna Galavotti. **Sistemas dinâmicos com amortecedores ativos controlados por atuadores piezélétricos.** 2010. 165 f. Tese (Mestrado em

Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2010.

KOROISHI, Edson Hideki Koroishi. **PROJETO DE OBSERVADOR DO ESTADO USANDO RESTRIÇÕES LMI DE TAXA DE DECAIMENTO PARA DETECÇÃO DE FALHAS EM SISTEMAS MECÂNICOS**. 2010. 13f. Ciências & Engenharia ( Science & Engineering Journal), Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2010.

MARQUES, Rodrigo França Alves Marques. **Estudo teórico e numérico de absorvedores dinâmicos de vibrações ativos e adaptativos**. 2000. 120 f. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal De Uberlândia, Uberlândia, 2000.

MARRA, José Carlos de Oliveira, **Sistema Mimo De Controle Ativo-Adaptivo De Vibrações Aplicado Em Estrutura Aeronáutica**. 9th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, 2010.

NAGAYA, K. et. al. **Vibration control of a structure by using a tunable absorber and an Optimal vibration absorber under auto-tuning control**. Journal of Sound and Vibration, Japan, v.228, n.4, p.773-792, 1999.

#### **Notas de Aula**

RADE, D.A.; STEFFEN JR., V. **Optimisation of dynamic vibration absorbers over a Frequency band**. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Federal University of Uberlândia, v.14, n.4, p. 679-690, 2000

RAO, Singrisseu Rao. **Vibrações mecânicas**. 4. ed. São Paulo: Pearson, 2009

REN, M.Z. **A Variant design of the dynamic vibration absorber**. Journal of Sound and

SILVA, Prof. Dr. Samuel da Silva. **Notas de Aula – 2 Versão**. Unioste – Campus Foz Do Iguaçu, 2009

Vibration, Yokohama, v. 245, n. 4, p. 762-770, 2001.

WILLIAMS, K.A. et. al. **Dynamic mode lling of a shapememory alloy adaptative tuned vibration absorber**. Journal of Sound and Vibration, Tuscaloosa, v.280,n.1, p.211-234, 2005.