

# ppgmat

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

LUANA CARVALHO DOS SANTOS

**MATEMATIZAÇÃO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NOS  
ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

LONDRINA

2021

LUANA CARVALHO DOS SANTOS

**MATEMATIZAÇÃO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NOS  
ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**MATHEMATIZATION IN MATHEMATICAL MODELLING ACTIVITIES IN THE  
FINAL YEARS OF ELEMENTARY SCHOOL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *campus* Cornélio Procópio e Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dra. Adriana Helena Borssoi

LONDRINA

2021



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



---

LUANA CARVALHO DOS SANTOS

**MATEMATIZAÇÃO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS FINAIS  
DO ENSINO FUNDAMENTAL.**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 03 de Dezembro de 2021

Prof.a Adriana Helena Borssoi, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Joao Frederico Da Costa Azevedo Meyer, Doutorado - Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)

Prof Rodolfo Eduardo Vertuan, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 03/12/2021.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, que me proporcionou ser capaz de estar aqui hoje, apresentando este trabalho e por me sustentar em todos os momentos de dificuldades, mostrando-me que com ele posso superá-las.

Agradeço a minha família, por estarem sempre me incentivando a estudar e não desistir, por serem compreensivos e parceiros durante todo esse tempo, ajudando e apoiando sempre todas as minhas escolhas. À minha mãe por ser a base de tudo e nos momentos de tristeza e nervosismo me oferecer seu ombro amigo. Ao meu pai por ser rocha firme e me encorajar. Ao meu irmão que me ajudou e apoiou se fazendo presente quando eu não podia.

Agradeço a professora Adriana Helena Borssoi por ser minha orientadora, por todos os ensinamentos e conselhos dados durante esse tempo, por toda paciência que teve comigo, por sempre me incentivar a participar dos eventos e a não desanimar mesmo diante de toda essa situação que vivemos durante a construção deste trabalho. Obrigada por acreditar em mim e me ajudar a alcançar esse objetivo.

Sou grata também aos professores que tive no PPGMAT, tanto nas disciplinas quanto no grupo de pesquisa. Vocês fizeram toda a diferença, sem os ensinamentos vindos das disciplinas e dos trabalhos discutidos no grupo, este trabalho não seria possível. Aos meus amigos do grupo GEPMIT (Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias), que contribuíram muito com o nosso trabalho, dando-nos ideias criativas ao discutir trabalhos importantes ou apenas conversar nos momentos de exaustão.

E, agradeço a vocês, professores João Frederico da Costa Azevedo Meyer e Rodolfo Eduardo Vertuan que aceitaram o convite para fazer parte da nossa banca de defesa e por todas as considerações vindas da banca de qualificação, com toda certeza elas fizeram muita diferença em nosso trabalho.

Enfim, o sentimento é de gratidão por todos que de uma forma ou de outra passaram por minha vida desde o momento da seleção e contribuíram de alguma forma para que esse sonho fosse concretizado.

SANTOS, Luana Carvalho dos. **Matematização em atividades de Modelagem Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental**. 2021. 121 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

## RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo investigar como os alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental lidam com atividades de Modelagem Matemática associadas à tecnologia digital e que matemática apresentam. Para isso, nos fundamentamos na Modelagem Matemática como alternativa pedagógica, na matemática e na antecipação em atividades desenvolvidas com alunos de 8º e 9º anos relacionadas ao uso de tecnologias digitais em aulas de Matemática. Desenvolvemos e analisamos dados de três atividades de Modelagem Matemática pautadas em nossos referenciais teóricos ao seguirmos a metodologia de análise qualitativa interpretativa. Em nossas análises, buscamos evidenciar indícios de quatro elementos presentes na literatura considerados essenciais para se ter uma matemática bem-sucedida. Assim, os dados nos possibilitaram discutir: a presença ou a falta do conhecimento matemático relevante; a capacidade de usá-lo na Modelagem; a crença de que um uso válido da matemática é modelar fenômenos reais, a persistência e a confiança em suas capacidades matemáticas. Concluímos que a observação desses elementos permite inferir sobre a qualidade da matemática, mas que o fato de os alunos, sujeitos da pesquisa, não serem familiarizados com atividades de Modelagem é um aspecto que também influenciou. Reflexões decorrentes da pesquisa levaram a organização de um produto educacional que inclui, além das atividades analisadas nessa dissertação, outras duas que não foram desenvolvidas com os alunos em decorrência da pandemia do Sars-cov-2.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Matemática. Cultura Digital. Educação Matemática.

SANTOS, Luana Carvalho dos. Mathematization in Mathematical Modelling activities in the Final Years of Elementary School. 2021. 121 p. Dissertation (Master's in Mathematics Teaching) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

## ABSTRACT

This research aims to investigate how students from the Final Years of Elementary School deal with Mathematical Modelling activities associated with digital technology and what mathematization presents. For this, we base on Mathematical Modelling as a pedagogical alternative, on mathematization and anticipation of activities developed to 8th and 9th grade students related to the use of digital technologies in Mathematics classes. We developed and analyzed data from three Mathematical Modelling activities based on our theoretical frameworks by following the methodology of interpretive qualitative analysis. In our analyses, we sought to show evidence of four elements presents in the literature that is considered essential to have a successful mathematization. Thus, the data allowed us to discuss: the presence or lack of relevant mathematical knowledge; the ability to use it in Modelling; the belief that a valid use of model mathematics favors the concretization of real phenomena, persistence and confidence in their mathematical abilities. We conclude that the observation of these elements allows us to infer about the quality of mathematization, but the fact that the students, subjects of the research, are not familiarized with Modelling activities is an aspect that also influenced. Reflections resulting from the research led to the organization of an educational product that includes, in addition to the activities analyzed in this dissertation, two others that were not developed with the students because of the Sars-cov-2 pandemic.

**Keywords:** Mathematical Modelling. Mathematization. Digital Culture. Mathematics Education.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> – Processos de Modelagem.....	19
<b>Figura 2</b> – Foto da Rodoviária de Londrina .....	57
<b>Figura 3</b> - Vista aérea da Rodoviária de Londrina obtida pelo <i>Google Earth</i> .....	58
<b>Figura 4</b> – Problema a ser modelado na Atividade 1 .....	58
<b>Figura 5</b> – Estádio VGD.....	60
<b>Figura 6</b> – Resolução G1T1.....	61
<b>Figura 7</b> – Resolução G2T1.....	62
<b>Figura 8</b> – Resolução G3T1.....	63
<b>Figura 9</b> – Resolução G4T1.....	64
<b>Figura 10</b> – Resolução G5T1.....	65
<b>Figura 11</b> – Alunos no Laboratório durante Atividade 2 .....	72
<b>Figura 12</b> – Resolução de G1T2.....	76
<b>Figura 13</b> – Vista aérea da Rodoviária .....	76
<b>Figura 14</b> – Resoluções de G2T2 .....	77
<b>Figura 15</b> – Resolução de G3T2.....	78
<b>Figura 16</b> – Resoluções de G4T2 .....	80
<b>Figura 17</b> – Resolução de G5T2.....	82
<b>Figura 18</b> – Resoluções de G6T2 .....	83
<b>Figura 19</b> – Vista aérea da escola.....	90
<b>Figura 20</b> – Problema a ser modelado na Atividade 3 .....	91
<b>Figura 21</b> – Rampa 1 .....	93
<b>Figura 22</b> – Resolução G1T1.....	94
<b>Figura 23</b> – Resolução G2T2.....	95
<b>Figura 24</b> – Rampa 2 .....	96
<b>Figura 25</b> – Medida do ângulo de inclinação da Rampa 2 usando o <i>Smart Protractor</i> .....	98
<b>Figura 26</b> – Medida do ângulo de inclinação da Rampa 2 .....	102
<b>Figura 27</b> – Produto educacional.....	107

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b> – Exemplo de antecipação sugerida por Niss.....	26
<b>Quadro 2</b> - Atividades do produto educacional e suas respectivas antecipações.....	50
<b>Quadro 3</b> – A presença das tecnologias digitais nas atividades desenvolvidas .....	55
<b>Quadro 4</b> – Composição dos grupos na Atividade 1 .....	57
<b>Quadro 5</b> – Síntese das fases na Atividade 1 .....	66
<b>Quadro 6</b> – Identificando os quatro elementos na Atividade 1 .....	69
<b>Quadro 7</b> – Composição dos grupos na Atividade 2.....	71
<b>Quadro 8</b> – Síntese das fases na Atividade 2 .....	84
<b>Quadro 9</b> – Os quatro elementos na Atividade 2 .....	87
<b>Quadro 10</b> – Composição dos grupos na Atividade 3.....	90
<b>Quadro 11</b> – Síntese das fases na Atividade 3 .....	99
<b>Quadro 12</b> – Identificando os quatro elementos na Atividade 3.....	101



## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>10</b>
1.1 APRESENTAÇÃO DO TEMA .....	10
1.2 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS DA PESQUISA .....	14
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	16
<b>2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA .....</b>	<b>18</b>
2.1 MATEMATIZAÇÃO .....	21
2.2 ANTECIPAÇÃO .....	24
2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA E A SALA DE AULA .....	30
<b>3 TECNOLOGIA DIGITAL NA EDUCAÇÃO.....</b>	<b>36</b>
3.1 CULTURA DIGITAL .....	39
3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA E A CULTURA DIGITAL.....	43
3.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE A BNCC.....	45
<b>4. ASPECTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>48</b>
4.1 CONTEXTO INVESTIGADO .....	48
4.2 ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA .....	49
4.3 OPÇÕES METODOLÓGICAS .....	51
4.3.1 Procedimentos para as coletas de dados .....	51
4.3.2 Procedimentos da análise de dados .....	52
<b>5. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS .....</b>	<b>55</b>

5.1	ATIVIDADE 1: RODOVIÁRIA DE LONDRINA – PROPOSIÇÃO 1.....	55
5.1.1	Descrição e análise do desenvolvimento da Atividade 1 .....	56
5.1.2	Análise da Atividade 1: Rodoviária de Londrina – proposição 1 .....	66
5.2	ATIVIDADE 2: RODOVIÁRIA DE LONDRINA – PROPOSIÇÃO 2.....	70
5.2.1	Descrição e análise do desenvolvimento da Atividade 2 .....	70
5.2.2	Análise da Atividade 2: Rodoviária de Londrina – proposição 2 .....	84
5.3	ATIVIDADE 3: RAMPAS ACESSÍVEIS.....	88
5.3.1	Descrição e análise do desenvolvimento da atividade: Rampas acessíveis..	89
5.3.2	Análise da atividade da Atividade 3: Rampas Acessíveis.....	99
5.4	CONSIDERAÇÕES A PARTIR DA DESCRIÇÃO E ANÁLISE.....	102
5.5	REFLEXÕES DA PROFESSORA-PESQUISADORA.....	105
<b>6.</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>109</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>113</b>
	<b>ANEXO A – FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO</b>	
	<b>EDUCACIONAL.....</b>	<b>118</b>

## INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentamos a temática abordada na pesquisa, a motivação para o estudo, o objetivo da pesquisa, sua relevância com base nas produções da área de Educação Matemática, e, ao final do capítulo, trazemos a estrutura do texto da dissertação.

### 1.1 APRESENTAÇÃO DO TEMA

Diante da realidade em que nos encontramos, na qual muitos dos nossos afazeres diários acabam sendo executados por meio ou com o auxílio das tecnologias digitais, esta pesquisa vem abordar a Modelagem Matemática associada ao uso de tecnologias digitais nas aulas de Matemática. Mais especificamente, pretendemos colocar foco na matematização apresentada pelos alunos em atividades de Modelagem Matemática consideradas com potencial para contribuir com o desenvolvimento de uma cultura digital, cultura essa que está diretamente ligada ao uso que eles fazem das tecnologias digitais, seja do celular, de computadores, calculadoras, entre outros recursos digitais. Para isso, consideramos a literatura da área educacional, a Base Nacional Comum Curricular, doravante BNCC, e a realidade escolar à qual essa pesquisa se vincula.

Autores como Stillman e Brown (2012) entendem a matematização como a tradução de um problema idealizado e formulado a partir da situação real para uma forma exclusiva da matemática. Niss (2010) resume a matematização como sendo o resultado de uma antecipação Matemática pautada no conhecimento do que é necessário para encontrar a solução, e outra relacionada ao processo de solução de problemas que requer o estabelecimento de ligações matemáticas entre os objetos traduzidos, de modo a responder às perguntas iniciais.

Segundo Hoffmann e Fagundes (2008, p. 1), se tratando da cultura digital, a cultura é a representação “[...] das manifestações humanas; aquilo que é aprendido e partilhado pelos indivíduos de um determinado grupo. A cultura digital é a cultura de rede, a cibercultura que sintetiza a relação entre sociedade contemporânea e Tecnologias da Informação”.

Com a intencionalidade de chegarmos nessa temática, muitas leituras foram feitas, discussões no Grupo de Estudos e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias (GEPMIT) e nas disciplinas cursadas no primeiro ano deste curso de mestrado. A ideia inicial era trabalhar com Modelagem, idealização essa que nasceu no trabalho de conclusão de curso da graduação em Licenciatura em Matemática e motivou a elaboração do projeto de mestrado e a dissertação. Assim, a pesquisa se constituiu como parte

do projeto de pesquisa Modelagem Matemática com Tecnologia no Ensino de Matemática, desenvolvido na UTFPR, que visa investigar ambientes educacionais durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática com uso da tecnologia, com especial atenção à aprendizagem dos estudantes.

Como dito anteriormente, a vontade de pesquisar sobre a Modelagem Matemática vem desde a graduação, após iniciar os estudos no mestrado houve o incentivo a desenvolver atividades que intensificaram esse interesse. O contato com as turmas dos Anos Finais do Ensino Fundamental se deu por meio de substituições feitas via Processo Seletivo Simplificado (PSS), além da ajuda recebida de uma professora de Matemática que tive no Ensino Fundamental que me ofereceu suas turmas para desenvolvimento da pesquisa, caso precisasse. Porém, o que decidimos pesquisar não ia ao encontro com a prática pedagógica desta professora, e da escola em que ela lecionava, sendo, então, um desafio, pois, na escola não havia o hábito de utilizar recursos tecnológicos nas aulas regulares.

Disciplinas como Recursos Digitais e Objetos de Aprendizagem para o Ensino e a Aprendizagem de Matemática, ministrada pela professora Dra. Adriana Helena Borssoi, proporcionou o conhecimento da plataforma *Google Classroom*, que se trata de uma sala de aula virtual livre e gratuita que permite a interação de professores e alunos para compartilhar tarefas, imagens, vídeos e *links*. Modelagem Matemática na perspectiva do Ensino ministrada pela professora Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva me incentivou a desenvolver atividades de Modelagem em minha turma, enquanto professora temporária, além de me oportunizar aprender mais sobre a Modelagem; e Teorias da Aprendizagem ministrada pelo professor Dr. Sérgio de Mello Arruda, que apresentou a aprendizagem significativa, que até certo ponto faria parte deste trabalho. Apesar de tomarmos outro caminho, escrevemos um artigo sobre esse assunto (SANTOS; BORSSOI, 2019) e os estudos e leituras contribuíram com o meu crescimento profissional. Sem esquecer dos encontros do GEPMIT, por meio dos quais, discutimos uma reorganização necessária do trabalho em decorrência da pandemia, além de estudar sobre pesquisas em Educação Matemática, que contribuíram muito na constituição deste trabalho.

Logo no início das minhas orientações, tive a tarefa de estudar a BNCC para conhecer o documento, vigente a pouco tempo, com o intuito de analisar como a pesquisa poderia contemplar orientações desse documento oficial. Neste estudo, pude conhecer também o termo cultura digital, um conceito a ser considerado quando se intenciona investigar ambientes educacionais com tecnologias digitais atualmente. Sendo assim, diante das disciplinas, grupo de pesquisa e orientações que o trabalho foi se delineando.

Pretendemos trazer reflexões sobre a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica e a organização de um material para o ensino e aprendizagem da Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Para isso, consideramos que se deva levar em conta como se caracteriza o ambiente educacional.

Segundo Troncon (2014, p. 265), o ambiente educacional deve considerar “elementos, de ordem material ou afetiva, que circunda o educando, que nele deve necessariamente se inserir e que o inclui, quando vivencia os processos de ensino e aprendizado”. Desse modo, pensamos que a organização do material que será o nosso produto educacional deve considerar tanto as condições de infraestrutura da escola, quanto o perfil dos alunos, sob determinados aspectos, a quem se destina o ensino.

Como contexto para o desenvolvimento da pesquisa empírica, deixamos em aberto no início turmas de 8º ou 9º ano, pois, a professora de Matemática do Ensino Fundamental se ofereceu para ajudar a professora pesquisadora, cedendo aulas caso precisasse, e também por serem turmas em que, geralmente, consegue aulas de PSS em determinados períodos durante o ano. Então, nesse contexto é que se deu o estágio de docência e a aplicação de atividades pensadas para compor o produto educacional vinculado à pesquisa. Sendo este produto educacional composto por atividades de Modelagem Matemática com um planejamento que contém a antecipação da parte Matemática feita pelo professor, com possíveis resoluções dos alunos e diferentes encaminhamentos diante da disponibilidade das tecnologias digitais.

No segundo semestre de 2019, durante o meu estágio de docência, realizamos um projeto piloto que culminou no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem para sentirmos como seria a receptividade dos alunos, já que a professora da turma, já mencionada, nos adiantou que esses alunos não eram familiarizados com tarefas dessa natureza. A atividade abordava a Rodoviária de Londrina, os alunos precisavam calcular o tamanho da parte coberta dessa construção, que se trata de uma obra projetada pelo arquiteto Oscar Niemeyer. Planejamos essa atividade contando com o uso dos recursos tecnológicos, mas também organizamos um material alternativo para que a atividade pudesse ser desenvolvida caso esses recursos não tivessem disponíveis (SANTOS; BORSSOI; SILVA, 2019).

Nossa intenção com essa atividade, era utilizar alguns recursos como o projetor ou a sala de informática da escola, porém, não houve essa possibilidade, então, a atividade acabou sendo conduzida de outra forma, sem que os alunos interagissem com tecnologias digitais diretamente, mas, explorando dados obtidos por meio delas. Ao final da aula, foi solicitado que os alunos escrevessem um comentário breve em um pedaço de papel, ao mostrar o que acharam da aula que tiveram e ressaltar os pontos positivos e negativos. A maioria dos alunos na parte

positiva relatou ter achado a aula muito legal e diferente das aulas em que estavam acostumados, outros disseram que gostaram da aula, porque gostam de trabalhar em grupo, já na parte negativa tivemos as mesmas duas respostas da turma toda, relatando achar a atividade demorada e muito difícil.

Percebemos, desse modo, que eles poderiam sim se sentirem mais animados em estudar Matemática nesse formato, pois, acharam a aula divertida e diferente. Intuímos que faltava o hábito de trabalharem mais de uma aula se dedicando a apenas uma atividade, ao invés de realizarem a resolução de vários exercícios durante uma aula apenas. O que falta, então, é o uso dos recursos tecnológicos, que apareceu mais para o final do ano, quando assumi essa turma como professora PSS substituta. Desenvolvemos uma atividade sobre as rampas da escola, estávamos no projeto SE LIGA<sup>1</sup>, no qual os alunos precisavam rever conteúdos vistos durante o ano para recuperarem nota. Nesse contexto, estavam presentes somente os alunos que realmente precisavam de recuperação, digamos assim.

Pretendemos desenvolver pelo menos mais três atividades, além dessas com a turma. Elas iriam compor nosso trabalho e nossas análises, entretanto, logo, nos vimos em meio a uma pandemia causada pelo Sars-cov-2<sup>2</sup>, sendo as aulas suspensas. Assim, desde março do ano de 2019, que vivemos em uma incerteza de voltar ou não as aulas presenciais, conseqüentemente, nossa alternativa foi mantê-las como propostas em nosso produto educacional. Visto que não houve tempo hábil de voltarmos para as escolas e que a continuidade do projeto de forma remota não foi possível de ser implementada, razões essas que serão discutidas mais adiante.

Diante do desenvolvimento das três atividades que foram possíveis, veio a ideia de elaborar um material em que houvesse diferentes maneiras de se desenvolver uma atividade de Modelagem, levando em conta a disponibilidade de tecnologias digitais da escola. Em tese, supomos que adaptações podem ser necessárias, mas ainda assim, é possível propiciar o desenvolvimento, em alguma medida, de aspectos relacionados a competência número cinco, específica de Matemática para o Ensino Fundamental presente na BNCC: “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (BRASIL, 2018 p. 267).

---

<sup>1</sup> <http://www.educacao.pr.gov.br/Noticia/Programa-Se-Liga-oferece-intensificacao-da-aprendizagem-para-alunos-da-rede-estadual>

<sup>2</sup> A pandemia foi declarada pela Organização Mundial da Saúde (OMS) em 11 de março de 2020 (<https://www.paho.org/bra/>).

Dessa forma, dedicamos a lapidar as nossas idealizações e pensar em um produto educacional que atendesse as nossas expectativas e fosse viável para uso em salas de aulas de escolas que tivessem recursos disponíveis e escolas que não tivessem. Além de envolver a parte da antecipação referente a matematização do professor e do aluno, se tratando de atividades de Modelagem Matemática.

## 1.2 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS DA PESQUISA

A Modelagem Matemática é uma tendência da Educação Matemática, em que se utiliza de situações reais para abordar a Matemática. Inúmeros trabalhos da área mostram que ao fazer isso a tendência é que o aluno veja cada dia mais a Matemática em suas ações cotidianas e, entenda de fato a aplicação dos conteúdos dessa disciplina (ALMEIDA, 2018, ALMEIDA; VERTUAN, 2011b, MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, STILLMAN; BROWN, 2012, entre outros).

Já no início da década de 1990, Blum e Niss (1991) alegavam que o processo de resolução de problemas aplicados implica em trabalhar matematicamente, ao calcular e verificar exemplos concretos, aplicando métodos e resultados matemáticos conhecidos, além de desenvolver novos métodos. Ao fazer isso, os computadores também poderiam ser usados.

Assim como o computador, várias outras tecnologias digitais auxiliam no ensino de Matemática. Blum e Niss (1991) enfatizam que os computadores, não permitem apenas uma quantidade maior de detalhes, visto que favorecem precisão e rapidez nos cálculos para o trabalho com os dados, para examinar os efeitos das alterações de termos ou parâmetros, para oferecer melhores ilustrações etc., na maioria dos casos, são simplesmente indispensáveis para que uma mera "fratura" de um determinado modelo matemático seja acessível ou real.

Kenski (2015) ressalta que não há como negar que a educação mudou nestas duas décadas, também aqui no Brasil, graças à internet. Aconteceram mudanças, mas, muitos são os problemas a serem superados e a maioria deles não está ligada diretamente ao acesso e uso da internet para fins educacionais.

Sob essa perspectiva, muitos são os fatores que influenciaram para que o acesso às tecnologias digitais em massa, como temos hoje, fosse possível:

O barateamento do computador pessoal e do telefone celular, aliado à rápida evolução das aplicações em software livre e dos serviços gratuitos na rede, promoveu uma radical democratização no acesso a novos meios de produção e de acesso ao conhecimento. A digitalização da cultura, somada à corrida global para conectar todos a tudo, o tempo todo, torna o fato histórico das redes abertas algo demasiadamente importante, o que demanda uma reflexão específica. (JUNIOR, 2009, p. 11).

Diante disso, é importante que tanto o professor, quanto as instituições de ensino façam essa reflexão para que possam fazer as adequações necessárias e oferecer um ensino mais moderno e adequado para os alunos, nos dias de hoje. Da maneira em que as tecnologias digitais ganham espaço na sociedade e na escola, o professor passa a se ver diante de diversas novas possibilidades de acesso às informações e abordagens de conteúdos. Contudo, se faz necessário que o professor amplie suas habilidades para se movimentar no ritmo desse mundo, sendo possível analisar os recursos à sua disposição e fazer suas escolhas, tendo como referencial algo que vai além de senso comum, pois a maioria dos alunos já conhecem e têm contato com as tecnologias fora da escola. Sobre isso, a BNCC enfatiza que:

Os jovens têm se engajado cada vez mais como protagonistas da cultura digital, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede, que se realizam de modo cada vez mais ágil. Por sua vez, essa cultura também apresenta forte apelo emocional e induz ao imediatismo de respostas e à efemeridade das informações, privilegiando análises superficiais e o uso de imagens e formas de expressão mais sintéticas, diferentes dos modos de dizer e argumentar característicos da vida escolar. Logo, a Modelagem Matemática mediada pelo uso da Tecnologia com vistas a contribuição para uma educação consciente na cultura digital são assuntos que causam interesse, além de serem fortes e discutidos nos documentos oficiais (BRASIL, 2017, p. 62).

Encontramos na literatura a investigação de Alves (2017) que buscou compreender como a Modelagem Matemática de projetos de protótipos favoreceu ou promoveu uma fluência científica-tecnológica de alunos do Ensino Médio no contexto da cultura digital. Para o autor, educar com a Matemática e com as tecnologias digitais, no contexto investigado, mostrou-se um desafio criativo e muito produtivo e abriu “um campo de possibilidades educativas e de pesquisa na área de Educação, a Modelagem Matemática no contexto da Cultura Digital” (ALVES, 2017, p. 238).

Nesse sentido, ao utilizarmos a Modelagem Matemática associado ao uso das tecnologias digitais, os alunos podem conhecer e explorar uma diversidade de funcionalidades das tecnologias digitais que estejam a seu alcance. Embora, sabemos que a cultura dos diferentes povos vem dos costumes, das tradições etc., entendemos que, na escola novos hábitos podem ser desenvolvidos. Assim, podem ser orientados a perceber esses recursos como uma ferramenta de estudos se eles começarem a ser inseridos durante as aulas, sendo o nosso interesse.



Compreendemos que este trabalho pode vir a contribuir tanto com a Educação Matemática, por apresentar conceitos de como uma das tendências discutidas por ela pode ser introduzida em sala de aula e com a Educação Básica, visto que os documentos oficiais apontam que as aulas de Matemática devem incorporar o uso das tecnologias digitais e precisam conter situações-problema.

Ao realizarmos nossos estudos no GEPMIT, tivemos a oportunidade de estudar trabalhos que sinalizaram a necessidade de se dar mais ênfase à matematização nas atividades de Modelagem Matemática, desenvolvidas com alunos, (ALMEIDA, 2018, STILLMAN; BROWN, 2012, NISS, 2010). Motivadas por essas pesquisas, dedicamos a estudar sobre a matematização em Modelagem Matemática e, assim, investigar como alunos dos anos finais do Ensino Fundamental lidam com atividades de Modelagem Matemática associadas à tecnologia digital e que matematização apresentam.

Para dar suporte às análises, buscamos seguir orientações de Niss (2010), Stillman e Brown (2012) em relação a matematização em atividades de Modelagem Matemática, nesse caso, realizadas por alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental não familiarizados com a Modelagem.

Visando a elaboração de um produto educacional que integre tecnologias digitais, dependendo do perfil dos alunos, de sua cultura digital e da disponibilidade de tecnologias no contexto educacional, foi objetivo da pesquisa, o planejamento e a implementação de atividades de Modelagem Matemática a partir de temáticas com potencial para alcançar tal propósito.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Nossa dissertação está organizada em seis capítulos, em que apresentamos os referenciais teóricos e metodológicos utilizados para o delineamento e desenvolvimento da pesquisa, as análises e discussões acerca das atividades desenvolvidas e propostas, assim como, os resultados e conclusões obtidos e esperados a partir delas. Este trabalho fundamenta-se em aportes teóricos sobre a Modelagem Matemática, as tecnologias digitais e a cultura digital, sob uma análise qualitativa, seguindo a perspectiva interpretativa.

O primeiro capítulo consiste na introdução do nosso trabalho. Procuramos apresentar o tema abordado, bem como nossos objetivos, nossas justificativas e estrutura de nossa pesquisa.

No segundo capítulo, discorremos sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática e alguns tópicos que ela engloba, como algumas considerações a respeito do uso

da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental, a matematização em atividades como essa e a antecipação implementada.

No terceiro capítulo, apresentamos algumas considerações sobre as tecnologias digitais na Educação ao evidenciar os aspectos da cultura digital e as aproximações da cultura digital e a Modelagem Matemática.

No quarto capítulo, relatamos sobre o delineamento da pesquisa e os aspectos metodológicos utilizados para a sua construção e a descrição das atividades desenvolvidas e propostas.

No quinto capítulo, trazemos uma análise inicial fundamentada na tradição da pesquisa qualitativa, neste caso, uma análise interpretativa.

E, no sexto capítulo, trazemos algumas considerações sobre trabalho. Por fim, as referências utilizadas para construí-lo.

## 2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O aprimoramento e diversificação nas práticas pedagógicas são desejáveis e estão expressos nas orientações dos documentos oficiais, além de se fazerem necessários, ao levar-se em consideração a constante atualização, em que a sociedade se encontra. Se tratando de meios alternativos de se trabalhar a Matemática, tem-se a Modelagem Matemática, uma tendência em Educação Matemática que vem sendo abordada na literatura sob diferentes perspectivas (BURAK, 1992, BARBOSA, 2001, BASSANEZI, 2006, MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, entre outros).

Embora a Modelagem Matemática seja oriunda da Matemática Aplicada, há algum tempo, educadores matemáticos têm se dedicado a aproximá-la das salas de aula desde a Educação Básica, evidentemente, tomando-a em uma perspectiva diferente daquela originária. Segundo Meyer (2020), a Modelagem Matemática já foi apresentada de diferentes formas: como recurso didático, como opção pedagógica, como ambiente gerador ou catalizador ou até motivador de aprendizagem e uso da Matemática.

Para Burak (1992, p. 62), a Modelagem “constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões”.

Almeida Silva e Vertuan (2012, p. 17) entendem a Modelagem Matemática como “uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da matemática, de uma situação problema não essencialmente matemática”. No mesmo sentido tem-se Carlson *et al.* (2016, p. 121) que dizem que “a modelagem matemática é um processo cíclico que começa quando os modeladores convertem cenários autênticos do mundo real, colocando problemas matemáticos”. No contexto da sala de aula, esses autores dizem que a Modelagem Matemática acontece por meio da interação entre professores e alunos, com situações cotidianas nas quais são transformadas em problemas para que possam ser resolvidos matematicamente. Ela oferece condições para que professores e alunos questionem, entendam e reconheçam a Matemática na realidade cotidiana.

O uso da Matemática em atividades de Modelagem é crucial para que os alunos interpretem e solucionem problemas reais, devido a isso Borssoi e Almeida (2015) dizem que, em ambientes de ensino com atividades de Modelagem, os professores procuram envolver os

alunos desde a definição de um problema de interesse para que possam se sentir corresponsáveis pela investigação com o objetivo de resolver o problema por meio da Matemática.

Segundo Meyer (2020, p. 7):

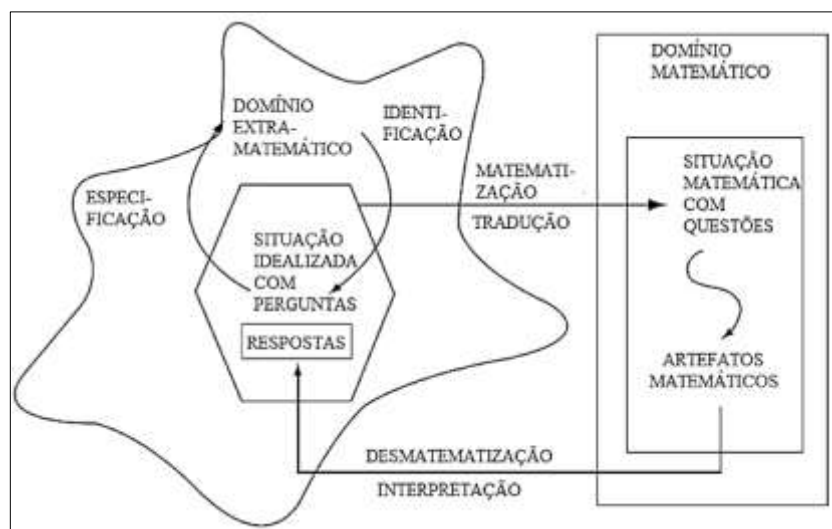
Modelagem Matemática faz da Matemática um instrumento útil na aprendizagem da beleza e da força da Matemática como ciência fundamental. Nas escolas e em todos os níveis esta Matemática pode estar ligada ao prazer e ao lúdico, mas, certamente, ela deve estar associada também à necessidade de compreender a vida e à utilidade numa atitude proativa de mudá-la.

Para Almeida e Silva (2015), a Modelagem Matemática se refere a observação de uma situação real, a construção de representações matemáticas para essa situação, a obtenção de resultados matemáticos e a reinterpretação desses resultados em relação a situação inicial. As indicações de um possível caminho para os modeladores, geralmente, estão expressas nos ciclos de Modelagem, que são constructos, a partir dos quais, pesquisadores buscam representar aspectos característicos do fazer Modelagem.

Nesse sentido, etapas que fazem parte das atividades de Modelagem estão presentes nos ciclos, como o de Niss (2010), ilustrado na Figura 1. Ele tem como objetivo indicar o que os alunos fazem durante o desenvolvimento das atividades, tanto no domínio matemático quanto no domínio extra matemático.

De acordo com Stillman (2019), o ciclo de Modelagem é uma sequência lógica, em etapas, da resolução do problema como, por exemplo, o modelo matemático: ele não pode ser resolvido antes de ter sido formulado ou a interpretação da saída do domínio matemático ter sido feita anteriormente, etc. O ciclo é uma descrição teórica do que a Modelagem do mundo real envolve.

**Figura 1** – Processos de Modelagem



Fonte: Niss (2010, p. 44).

Ao observar esse ciclo (Figura 1), o qual Niss (2010) considera autoexplicativo, Stillman e Brown (2012) destacam a representação de dois domínios bastante díspares: o domínio extra matemático e o domínio matemático. Para os autores, podemos supor que a situação presente no domínio extra matemático é identificada, idealizada e transformada em pergunta, após essas etapas acontecerem é a hora de matematizar, ou seja, traduzir da linguagem natural para a linguagem matemática, conseqüentemente, passando para o domínio matemático, em que acontece a utilização de artefatos matemáticos para responder a pergunta criada no domínio extra matemático, sendo ela desmatematizada (STILLMAN; BROWN, 2012) para saber se condiz com a situação inicial.

Em cada um desses domínios, podemos notar contornos distintos: uma forma bastante irregular para representar o domínio extra matemático, com o qual Niss parece querer indicar o que Almeida (2018) descreve como situação confusa do mundo real. Já no domínio matemático os retângulos parecem indicar que aspectos da situação inicial já foram formatados, caracterizando a idealização do modelador, assim como, a figura hexagonal no interior no domínio extra matemático pode expressar que o retorno à situação inicial e a comparação com informações desse domínio ocorrem, levando em conta a idealização e o tratamento matemático dado para resolver o problema no domínio matemático.

Stillman e Brown (2012) explicam que no domínio matemático está presente o modelo matemático que envolve a situação e artefatos matemáticos (gráficos e tabelas) que podem ser usados na resolução do modelo matemático. A situação idealizada é matematizada por meio de um processo de tradução para a Matemática e os seus resultados semelhantes precisam ser desmatematizados, isto é, interpretados em termos da situação idealizada e da situação real que foi o primeiro ponto para a Modelagem.

A compreensão sobre modelo matemático desses autores está de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 13), para os quais trata-se de um sistema “conceitual descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema podendo permitir a realização de previsões sobre esse outro sistema”.

A matematização, uma parte de suma importância no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, e que antecede a construção do modelo matemático, é foco de diversas pesquisas (NISS, 2010; STILLMAN; BROWN, 2012, ALMEIDA; SILVA, 2015; STILLMAN; BROWN; GEIGER, 2015, ALMEIDA, 2018, entre outros) e será abordada com mais detalhes em outra seção deste texto, pois, carece ser mais detalhada, tendo em vista o objetivo da pesquisa.

A situação idealizada com perguntas apresentadas no ciclo (Figura 1) geralmente se refere a um problema, sendo entendido por Blum e Niss (1991, p. 37) como “situação que carrega consigo certas questões abertas que desafiam intelectualmente alguém que não possui de imediato métodos/procedimentos/algoritmos diretos, etc. suficientes para responder às perguntas”.

Ao se utilizar de artefatos matemáticos para que se chegue à resposta para a situação inicial, cria-se um modelo matemático que visa descrever a situação original com certo grau de fidelidade. De acordo com Blum e Niss (1991), esse modelo consiste em certos objetos matemáticos, correspondentes aos elementos importantes da situação original, e de certas relações entre esses objetos, ele aborda a situação problema, os artefatos matemáticos e a relação desses objetos com os elementos importantes da situação original.

Segundo Burak (2010, p. 12) “conhecer mais sobre o tema, buscar informações no local onde se localiza o interesse dos envolvidos, além de se constituir em uma das premissas para o trabalho nessa visão de Modelagem é uma etapa importante na formação de um estudante mais crítico”.

Além de formar estudantes mais críticos, auxiliando na inserção desses na sociedade, que é um dos objetivos da escola, Almeida e Vertuan (2011a) dizem que a Modelagem tem como aporte maior a realização de investigações em sala de aula, em que diferentes hipóteses são elencadas ao possibilitar distintas resoluções matemáticas com o objetivo de resolver o problema proposto e contribuir para uma visão mais clara a respeito dos conteúdos matemáticos.

Assim, na próxima seção, passamos a caracterizar a matematização.

## 2.1 MATEMATIZAÇÃO

A matematização é uma parte importante que integra o ciclo (Figura 1), em que Niss (2010) representa o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. Ela fica entre o domínio matemático e o domínio extra matemático ao consistir na saída de um domínio para o outro. Stillman e Brown (2012) reiteram que ela é entendida como a tradução de um problema idealizado e formulado a partir da situação real para uma forma exclusivamente Matemática.

A transição da situação confusa presente no mundo real para a Matemática, segundo Almeida (2018), não é nada fácil, ela envolve quantificar características que não são matemáticas, além da capacidade de construir um modelo matemático almejando obter uma

solução por meio de ferramentas e conceitos matemáticos. Para a autora, a matematização leva à resposta que requer argumentos que integram o conhecimento matemático com o impacto desse saber na situação que está sendo investigada.

Stillman, Brown e Geiger (2015) enfatiza que o matematismo se manifesta na maneira pela qual o grupo trabalha na atividade de Modelagem, que está envolvida no seu inter-relacionamento e desenvolvimento com a matematização da atividade.

As informações presentes nas atividades de Modelagem, geralmente, apresentam-se em linguagem natural, cabe aos alunos selecionar as informações que serão traduzidas matematicamente. Em relação a isso, Burak (2010, p. 12) diz que saber como” organizar os dados e como fazer o tratamento desses dados tem valor formativo para o aluno até mesmo quanto ao desenvolvimento da atenção e sensibilidade para abordar questões que circundam o tema em estudo”.

Se tratando do domínio extra matemático, Almeida (2018) vê a realidade diferente da Matemática em relação a repetitividade, pois a realidade geralmente corresponde a situações únicas. “Singularidade e concretude são características da realidade, ao mesmo tempo, por meio de aproximações, na Modelagem busca-se estabelecer padrões para descrever situações naturais e sociais da realidade por meio da Matemática” (ALMEIDA, 2018, p. 20).

Embora essas atividades envolvam diferentes processos para que o sucesso possa ser obtido, Almeida (2018) ressalta a matematização como importante e necessária, visto que fortalecer o uso de atividades de Modelagem Matemática na sala de aula tem como um foco, também, ensinar a Matemática. Niss (2010) enfatiza a complexidade de lidar com a situação matematizada dentro do seu domínio, pois requer a ativação de várias competências e habilidades relacionadas a atividade.

Nesse sentido, Almeida e Silva (2015) se referem ao quesito matematizar na Modelagem Matemática, significando transitar do mundo da vida para o mundo dos símbolos matemáticos, por outro lado, o uso destes símbolos se dá mediado pelo conhecimento matemático e extra matemático, ou seja, o sucesso de uma atividade de Modelagem Matemática necessita não só de conhecimentos matemáticos.

Em relação ao trabalho do professor diante dessa matematização, Carlson *et al.* (2016) sugerem que os professores considerem as seguintes perguntas ao apoiar o trabalho dos alunos ao realizar a matematização:

1. Quais aspectos da tarefa são subjetivos e precisam ser definidos na comunidade?
2. Quais fatores contextuais inerentes à situação permanecem fixos e quais fatores variam?

3. Como o ajuste das restrições e variáveis altera as demandas matemáticas da tarefa? (CARLSON et al., 2016, p. 124).

Ao se envolverem no processo de Modelagem, segundo Almeida (2018, p. 26), “os alunos pensam, idealizam, matematizam e usam procedimentos e conceitos matemáticos para deliberar sobre a situação. É assim que surgem diferentes percepções da situação e diferentes usos da matemática nas atividades desenvolvidas pelos alunos”. Para a autora, a matematização aborda essas informações e hipóteses que guiam o caminho dos alunos, surgindo, então, diferentes resoluções para uma mesma situação.

Almeida (2018) sintetiza a matematização e os usos da Matemática nas atividades de Modelagem podendo servir aos seguintes propósitos:

(a) Eles podem levar os alunos a contemplar o uso da matemática que eles já conhecem; (b) Eles podem exigir, no caminho, conceitos ou procedimentos matemáticos ainda não conhecidos, que o professor pode introduzir através da atividade; (c) É necessário incluir uma avaliação do uso da matemática na atividade, demonstrando que o conhecimento matemático e o conhecimento sobre a situação estão vinculados (ALMEIDA, 2018, p. 28).

De acordo com Niss (2010), a matematização deve partir de um processo, sendo que esse processo compreende dois pares de subprocessos conectados:

O primeiro consiste nos objetos e relações extra-matemáticas que foram escolhidos para tradução em objetos e relações matemáticas, bem como os objetos matemáticos correspondentes e as relações entre eles, selecionado para representar os objetos e as relações extra-matemáticas. Da mesma forma, o segundo consiste em perguntas extra-matemáticas que devem ser traduzidas em questões matemáticas, e as questões matemáticas selecionadas para representar as extra-matemáticas. Para que essas escolhas sejam feitas, é necessário antecipar representações matemáticas específicas, adequado para capturar a situação. Além de exigir o conhecimento de um aparato matemático relevante, isso também requer experiência anterior com as capacidades deste aparato para modelar outras situações, mais ou menos semelhantes (NISS, 2010 p. 54).

Segundo Stillman, Brown e Geiger (2015), a matematização, na perspectiva de Niss, envolve não só antecipar o que será útil, matematicamente, para prosseguir as etapas subsequentes do ciclo de Modelagem, mas também implementar o que se foi antecipado ao tomar decisões e realizar ações fazendo, dessa forma, fluir os próximos passos.

Niss (2010) resume a matematização como sendo o resultado de uma antecipação matemática pautada no conhecimento do que é necessário para encontrar a solução, e outra antecipação do processo de solução de problemas que requer o estabelecimento de ligações matemáticas entre os objetos traduzidos, de modo a responder às perguntas iniciais. Esse autor se refere a isso como antecipação implementada de etapas futuras relevantes, projetadas de volta às ações atuais.



Buscamos, na sequência, caracterizar a antecipação que é um dos referenciais escolhidos para a construção desta pesquisa.

## 2.2 ANTECIPAÇÃO

Podemos encontrar diferentes entendimentos sobre antecipação na literatura. Nesta seção, buscamos caracterizar duas diferentes formas de considerá-la: a antecipação como uma ação do modelador ao intuir qual matemática será útil ou necessária para a matematização da situação-problema; e a antecipação como parte do planejamento da prática docente ao considerar a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica.

Niss se refere ao “modelador” como sendo o estudante que está modelando a situação real que lhe foi apresentada e problematizada. Nesse sentido, Niss (2010) fala que a estruturação dessa situação extra matemática, além de exigir uma antecipação do envolvimento potencial da Matemática, a natureza e a utilidade desse envolvimento com relação ao objetivo da Modelagem, exige também, a antecipação inicial dos quais domínios matemáticos podem ser usados para representar a situação e as perguntas colocadas sobre ela.

Em síntese, a matematização para Niss (2010), é a resposta de uma antecipação Matemática pautada no conhecimento do que é necessário para resolver o problema, e outra antecipação do processo seguinte que requer o estabelecimento de ligações matemáticas entre os objetos traduzidos, de modo a responder às perguntas iniciais.

Stillman, Brown e Geiger (2015, p. 95) definem antecipação como “previsão do que será útil matemática e subsequentemente em transições entre fases do processo de Modelagem. Esta antecipação envolve prenúncios e retroalimentações entre fases, informando decisões a tomar”.

Segundo Niss (2010), ao se estruturar uma situação extra matemática se faz necessário a antecipação do potencial envolvimento da Matemática, sua natureza e a vantagem desse envolvimento com relação ao objetivo que se pretende ao modelar. Necessita de uma antecipação inicial de quais domínios matemáticos podem ser usados para representar a situação e as perguntas relacionadas a ela.

Ao se envolver no desenvolvimento, não apenas de uma atividade de Modelagem, mas de todas as atividades abordadas em sala de aula, Blum (2015) ressalta que esse envolvimento deve ser acompanhado de reflexões, e essas reflexões devem ser pautadas em retrospectiva, com o objetivo de avançar estratégias de aprendizagem adequadas. Sendo parte integrante da

antecipação, a elaboração de estratégias que envolvem os conteúdos matemáticos que estão presentes na atividade.

O modelo de Niss (2010) sobre a matematização dos alunos possui como elemento indispensável a antecipação implementada, o que pressupõe: “conhecimento matemático relevante para a situação; colocar esse conhecimento a trabalho da Modelagem; crenças orientadas para a aplicação de matemática por parte do aluno; e autoconfiança e perseverança matemática” (NISS, 2010, p. 57).

Segundo Stillman, Brown e Geiger (2015), essa antecipação implementada deve ser trabalhada como uma construção de pré-requisitos que devem ser sugeridos teoricamente antes de que se possa usá-la para encontrar evidências empíricas de sua existência na prática. É uma tarefa bastante exigente da parte do aluno, e Niss (2010) complementa que isso não é visto como algo comum para modeladores iniciantes, pois demanda que o modelador mantenha as metas em mente enquanto, ao mesmo tempo, seja capaz de lidar, de maneira satisfatória, com todos os problemas técnicos que ocorrem ao longo do desenvolvimento.

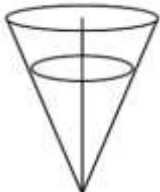
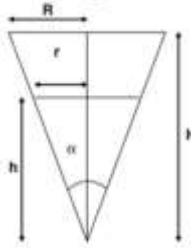
Para que a matematização seja concebida com êxito, necessita-se da antecipação implementada. Niss (2010) prevê três pontos chave do processo de matematização, em que o modelador deve ser capaz de antecipar as etapas subsequentes potencialmente difíceis e implementar essa antecipação em termos de decisões e ações que englobam os próximos passos:

- (1) Ao estruturar a situação extra-matemática para prepará-la para a matematização, a idealização e especificação da situação, destinadas a capturar os elementos essenciais, recursos e perguntas devem basear-se em uma primeira antecipação de sua matematização potencial. Essa preparação da situação extramatemática envolve a antecipação implementada desse potencial.
- (2) Ao sujeitar a situação extra-matemática assim preparada à matematização, o modelador deve antecipar, em termos específicos, representações matemáticas relevantes, adequadas para capturar a situação. Isso necessariamente tem que ser baseado não apenas no aparato matemático com o qual o modelador está familiarizado, mas também, talvez ainda mais importante, em experiências passadas com as capacidades deste aparelho para matematizar situações semelhantes. A matematização resultante é uma implementação dessa antecipação.
- (3) Ao antecipar o aparato matemático que pode fornecer uma matematização adequada da situação, o modelador também deve antecipar o uso que pode ser feito da matematização escolhida e do modelo resultante. Em outras palavras, o modelador deve ser capaz de imaginar as maneiras pelas quais o aparato matemático empregado na matematização pode fornecer respostas para as questões matemáticas colocadas. Isso implica que o modelador deve prever estratégias e procedimentos matemáticos de resolução de problemas que levarão a uma solução dessas perguntas. Novamente, a matematização resulta de uma antecipação implementada das ferramentas de solução de problemas que podem ser ativadas após a conclusão da matematização. (NISS, 2010, p. 56-57).

Niss (2010) apresenta três exemplos em seu trabalho para discutir como a matematização é realmente gerada e produzida e quais são os principais desafios que os alunos

encontram no processo de matematização. Sendo o primeiro desses três exemplos, descrito no quadro a seguir (Quadro 1).

**Quadro 1** – Exemplo de antecipação sugerida por Niss

EXEMPLO 1 – UM COPO CÔNICO	
Situação e Questão.	<p>Em uma festa, as pessoas discutem quanto o copo que tem uma forma cônica deve ser enchido para que o volume de líquido seja metade do volume de um copo cheio. Um dos participantes (A) sugere que o líquido seja derramado a <math>\frac{2}{3}</math> da altura total do copo. Outro participante (B) contesta dizendo que, embora isso possa ser verdade em alguns casos, não pode ser verdade em geral, pois a resposta deve depender do ângulo de abertura do copo.</p> <p>Como você resolveria essa discussão?</p>
Matematização	<p>Esse problema é um pouco estilizado, mas não é nada realista, pelo menos não em bares que vendem bebidas por volume. Para nos ajudar a analisar o que está em jogo no processo de Modelagem, veremos uma maneira de lidar com o problema.</p> <p>A situação problemática já é de natureza físico-geométrica, pois podemos pensar no copo como uma compreensão física (sem dúvida com várias imperfeições) de um objeto geométrico, um cone. Então, a primeira parte da matematização é quase automática. Simplesmente representamos a parte interna do copo por um cone cuja base é um círculo - a abertura interna do copo - e cuja altura é a distância do centro deste círculo até o fundo, que modelamos como um único ponto. A linha reta através do ponto inferior e do centro do círculo base é o que chamamos de eixo do cone. Em termos formais, o ângulo de abertura do cone é o ângulo entre dois geradores diametralmente opostos do cone, isto é, o (menor) ângulo entre as duas meias-linhas determinadas pela interseção de um plano que contém o eixo e a superfície do cilindro. Até agora, a matematização tem sido direta.</p> <p>Idealmente, se negligenciarmos a tensão superficial etc., para um copo cheio, o líquido forma exatamente esse cone. Para um copo meio cheio, o líquido forma um cone menor com o mesmo ponto inferior e outro círculo interno (paralelo ao círculo de abertura), cujo raio ainda é desconhecido e cujo centro tem uma distância até o ponto mais baixo que também não é conhecido ainda. O ângulo de abertura do copo “meio cheio” é igual ao do copo cheio (Fig. 4.2).</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>Fig. 4.2 A cone "cup"</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Fig. 4.3 A cut in a conic surface</p> </div> </div> <p>Neste contexto, agora podemos continuar o processo de matematização da seguinte forma: Representamos a situação por um corte na superfície cônica por um plano contendo o eixo, enquanto as duas superfícies líquidas são representadas pela linha de base no triângulo isósceles plano resultante e uma transversal paralela, respectivamente. Vamos ilustrar isso com uma figura que rotula as peças relevantes no triângulo: O raio do círculo da base no cone “grande”, <math>R</math>, é metade do comprimento do lado da base do triângulo. A altura, <math>H</math>, deste cone também é a altura do triângulo isósceles. Analogamente, o raio do círculo da base do cone “pequeno” é denotado por <math>r</math>, e a altura correspondente por <math>h</math>. Finalmente, o ângulo de abertura comum dos dois cones é indicado por <math>\alpha</math> (Fig. 4.3).</p>

Para completar a parte da matematização do processo de Modelagem, precisamos especificar os volumes do cone maior e do menor, respectivamente. O volume do cone grande é um terço da área do círculo base multiplicado pela altura do cone, ou seja,  $V = 1/3 \cdot \pi R^2 H$  enquanto o volume do cone pequeno é  $v = 1/3 \cdot \pi r^2 h$ .

Como a situação real foi agora totalmente traduzida em uma situação matemática, a parte da matematização está completa quando a pergunta que estávamos fazendo na situação real foi traduzida em uma pergunta dentro do domínio matemático: Quais são as dimensões do cone pequeno se seu volume é metade do volume do cone grande?

Para responder a essa pergunta, vamos procurar outra equação adequada que relacione os componentes relevantes dos dois cones. Explorando triângulos semelhantes, obtemos  $r / R = h / H$  que resulta em  $r = R (h / H)$ . Portanto,  $v = 1/3 \cdot \pi R^2 [h^2 / H]^2 h = 1/3 \cdot \pi h^3 R^2 / H^2$ .

A equação que estamos procurando resulta da equação do volume  $v$  com  $1/2V$ , ou seja,  $v = 1/3 \cdot \pi h^3 R^2 / H^2 = 1/2 V = 1/2 [1/3 \cdot \pi R^2 H]$ . Livrando-se de fatores comuns de ambos os lados, essa equação é cumprida exatamente quando  $h^3 = 1/2 H^3$ , ou seja, exatamente quando  $h = (1/2^{1/3}) H \approx 0,79H$ .

Observamos que esse resultado não depende do ângulo de abertura do cone (nem - equivalentemente - do raio do cone grande). Traduzindo esta resposta matemática de volta para abordar a situação real, obtemos a seguinte resposta para a pergunta inicial: Nem A nem B estão certos. O líquido derramado no copo é metade do volume do copo cheio quando derramado em 79% da altura total, e isso vale para qualquer ângulo de abertura do cone.

Para analisar este exemplo em relação ao processo de Modelagem, vamos nos concentrar especialmente no que é necessário para poder (a) empreender a parte da matematização e (b) obter respostas para as questões matemáticas colocadas no domínio matemático.

Como foi sugerido acima, a parte de idealização e especificação necessária na preparação da matematização está quase pronta desde o início. Isso se deve ao fato de a forma do copo ser dada em termos geométricos. Portanto, a parte da matematização é direta e não requer muita consideração além da terminologia (cone, ângulo, círculo, altura, raio etc). A única coisa adicional necessária é a fórmula para o volume de um cone. O modelador nem precisa conhecer essa fórmula de cor (ou ser capaz de derivá-la). Basta saber que essa fórmula existe e onde encontrá-la. Qualquer pessoa envolvida com o problema inicial provavelmente seria capaz de matematizá-lo até esse ponto sem nenhuma dificuldade. O modelo matemático resultante da situação consiste nos dois cones e suas inter-relações, incluindo seus volumes.

No entanto, ter uma ideia do que fazer com esse modelo é outra questão. Lidar com a situação matematizada dentro do domínio matemático não é tão simples. Requer a ativação de várias competências matemáticas e habilidades relacionadas.

Primeiramente, o modelador precisa identificar quais componentes dos dois cones são relevantes para a solução do problema. Esses componentes são exatamente os que ocorrem nas duas expressões para os volumes grande e pequeno, respectivamente. Em segundo lugar, o modelador deve relacioná-los configurando  $v = 1/2V$ , e ver que, como existem quatro variáveis nessa equação desde o início, não é possível tirar nenhuma conclusão sem identificar e utilizar outros elos entre as variáveis. Sabe-se que tais etapas são muito difíceis de executar. A resolução de equações, uma vez que existem, é uma coisa, estabelecendo-as em número suficiente para diminuir a variabilidade de um determinado problema é ainda mais exigente e requer que o solucionador possua/procure uma estratégia clara a seguir. Um nível razoavelmente alto de insight matemático está envolvido na realização de que mais do que a equação  $v = 1/2V$  é necessário para resolver o problema. Se  $R$  e  $H$  são tomados como dados, e  $r$  e  $h$  devem ser determinados em termos de  $R$  e  $H$ , precisamos de mais uma equação. Onde encontrar uma?

Na abordagem adotada aqui, o passo principal é relacionar o raio e a altura no cone pequeno com o raio e a altura do cone grande, de alguma maneira tratável. Existem várias maneiras de fazer isso, todas as quais requerem uma compreensão de triângulos semelhantes e proporcionalidades resultantes. Para introduzir essa relação

	<p>na equação <math>v = 1/2V</math>, é necessário que o solucionador possa expressar uma das variáveis - aqui <math>r</math> foi escolhido - em termos das três variáveis restantes (que por sua vez requer a capacidade de manipular expressões algébricas básicas) e inserir o resultado na equação de volume, simplificar e reorganizar essa equação e chegar à equação <math>h^3 = 1/2H^3</math>, e então - ativando mais álgebra - para fazer a inferência de que <math>h = (1/2^{1/3})H</math>, e finalmente concluir que <math>h \sim 0,79H</math>. Para muitos modeladores não experientes, esse é um exercício não trivial que exige que você mantenha as metas em mente enquanto, ao mesmo tempo, ser capaz de lidar, de maneira satisfatória, com todos os problemas técnicos que ocorrem ao longo do caminho. A partir da enorme literatura sobre solução de problemas (por exemplo, Schoenfeld, 1992), sabemos que a parte estratégica apresenta grandes desafios, se não obstáculos, mesmo para solucionadores de problemas que possuam todo o conhecimento e habilidades técnicas envolvidas na execução da estratégia.</p> <p>Este é um exemplo do que poderíamos chamar de "solução clássica de problemas aplicados". Ao resolver problemas aplicados, quero dizer lidar com um problema extramatemático que já foi (pré) matematizado, por sua própria natureza - como neste caso - ou pelos preparativos feitos pelo apresentador da tarefa. Em outras palavras, na resolução clássica de problemas aplicados, consideramos um problema localizado em um domínio extramatemático. Portanto, por definição, a Modelagem matemática está realmente em jogo, mas a parte da matematização do processo de Modelagem já foi concluída ou é bastante direta. O verdadeiro desafio está na seleção das informações relevantes da situação matematizada e na submissão dessas informações ao tratamento matemático. Três pontos cruciais estão envolvidos aqui:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A seleção de quais informações são consideradas relevantes deve basear-se na antecipação de uma possível estratégia eficaz de resolução de problemas matemáticos.</li> <li>• A seleção também deve ser baseada na confiança do modelador em sua própria capacidade de implementar a estratégia prevista.</li> <li>• O modelador/solucionador de problemas deve possuir a maior parte do conhecimento matemático e das habilidades técnicas envolvidas na implementação da estratégia em um grau satisfatório.</li> </ul>
--	--

Fonte: Adaptado de Niss (2010, p.44)

Para que o modelador consiga antecipar o que será útil em relação a conteúdos matemáticos, Niss (2010) diz que além de exigir conhecimento de um aparato matemático relevante, também requer experiência anterior com as capacidades deste aparato a fim de modelar outras situações, mais ou menos semelhantes. Sendo assim, a antecipação implementada acontece gradativamente, conforme os alunos vão adquirindo experiência com atividades de Modelagem.

Isso não quer dizer que a atividade de Modelagem deva sempre abordar conteúdos já conhecidos pelos alunos e não possa ser usada para introdução de novos, pois, segundo Almeida (2018), por mais que a antecipação favoreça o aluno a identificar a Matemática que pode ser usada para resolver o problema, isso não impede que o professor possa se valer de uma situação-problema com a finalidade de introduzir um conteúdo que os alunos ainda não conhecem.

Niss (2010) vê na realização da antecipação, na seleção das informações relevantes da situação matematizada e a submissão dessas informações ao tratamento matemático como o verdadeiro desafio. Esse autor destaca três pontos cruciais que estão envolvidos:

- A seleção de quais informações são consideradas relevantes deve basear-se na antecipação de uma possível estratégia eficaz de resolução de problemas matemáticos.
- A seleção também deve ser baseada na confiança do modelador em sua própria capacidade de implementar a estratégia prevista.
- O modelador/solucionador de problemas deve possuir a maior parte do conhecimento matemático e das habilidades técnicas envolvidas na implementação da estratégia em um grau satisfatório (NISS, 2010, p. 47-48).

Nas atividades de Modelagem, por se tratar de situações reais, não há caminhos pré-definidos para que se chegue as resoluções, sendo esse um processo não determinístico. Se tratando da antecipação realizada pelo professor, diferente da antecipação realizada pelo modelador. Carlson *et al.* (2016) ressaltam a importância de o professor antecipar as perguntas, as estratégias e os possíveis equívocos dos alunos, ao considerar como respondê-las. Esses autores sugerem cinco perguntas norteadoras para os professores na fase de desenvolvimento:

1. Quais ferramentas de conteúdo matemático as crianças desenvolveram?
2. Quais ferramentas matemáticas de processo as crianças poderiam acessar e usar ao se envolverem na modelagem matemática?
3. Quais configurações são interessantes e acessíveis a todos os alunos?
4. O que os alunos podem fazer ao se envolverem no processo de modelagem?
5. Quais entendimentos e percepções matemáticas podem surgir à medida que os alunos se envolvem no processo de modelagem? (CARLSON *et al.*, 2016, p. 123).

Essa antecipação é referente ao planejamento feito pelo professor, antes do desenvolvimento da atividade pelos alunos. Em relação a antecipação feita pelo modelador, a antecipação implementada, Niss (2010) aponta que o modelador precisa ser capaz de antecipar, no geral, as principais etapas envolvidas na implementação dessa estratégia e estipular se ele ou ela é capaz de executar essas etapas.

Ao introduzir a Modelagem Matemática nas aulas de Matemática, os alunos serão envolvidos em situações nas quais seus conhecimentos matemáticos existentes serão mobilizados para resolver problemáticas presentes em situações cotidianas, sendo necessário também, outros conhecimentos, além do matemático. E, para que se alcance o resultado pautado em uma matematização compatível com a situação, muitas metas são traçadas e decisões tomadas, partindo de uma antecipação bem realizada. Contudo, a antecipação implementada, segundo Stillman, Brown e Geiger (2015), aplica-se não apenas à Matemática e artefatos matemáticos, mas também para uso de ferramentas digitais, como evidenciaremos na seção 2.4. Antes, na seção 2.3, trataremos sobre pesquisas em Modelagem Matemática e a sala de aula.

### 2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA E A SALA DE AULA

Ao utilizar a Modelagem nas aulas de Matemática, os alunos têm a oportunidade de compreender melhor os conteúdos ao verem a sua aplicabilidade em situações reais. Carlson *et al.* (2016, p. 122) dizem que “não há razão para esperar que um aluno que passou anos fazendo exercícios para obter respostas corretas repentinamente veja a Matemática como uma ferramenta capacitadora que ajuda a entender o mundo”.

De acordo com Almeida e Vertuan (2011b), inserir atividades investigativas como as de Modelagem Matemática, ao mesmo tempo em que requerem um novo comportamento diante dos problemas, envolvem professor e alunos com a própria definição de um problema.

Essas atividades tendem a tornar o aluno mais independente, além de auxiliar no seu pensamento matemático, pois, segundo Brown e Ikeda (2019), nelas o modelador toma decisões, por exemplo, considerando alguns aspectos do mundo real na solução inicial ao descrever como interpretar termos, em que ele considera ser melhor, ou seja, cabe a ele a seleção de informações, sendo que esse pensamento matemático pode levar a diversas soluções.

Além da independência, Carlson *et al.* (2016) afirmam que os alunos, quando envolvidos em atividades de Modelagem, aprendem a fazer perguntas matemáticas que possuem sentido para a situação em questão, e esse fazer perguntas envolve elaborar julgamentos de valor sobre os aspectos subjetivos da situação, conseqüentemente, identificando o que restringir e o que agregar em relação ao contexto do problema.

Brown e Ikeda (2019) acrescentam que, vindo pelo ponto de vista da Modelagem, quanto mais decisões são tomadas pelos alunos, mais eles pensam em Matemática, e com isso, maior é sua conexão com a situação presente no mundo real, onde eles estão usando a Matemática para explorar.

Ainda sobre os benefícios do uso da Modelagem em sala de aula, temos a socialização que esse recurso permite e o incentivo a trabalhar colaborando com os colegas. Como entendem Brown e Ikeda (2019), é da natureza complexa da Modelagem ver os alunos trabalhando em grupos, e ao realizarem esse trabalho colaborativo, aumentam as oportunidades de se obter uma solução bem-sucedida. No entanto, para os autores os alunos precisam aprender a trabalhar no coletivo e fazê-lo em colaboração.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) entendem, que ao desenvolver atividades de Modelagem, é possível que os conteúdos não surjam da forma como está previsto no currículo, mas que outros conceitos, para além do que está posto, possam ser abordados. Consideramos

que evidenciar as possibilidades da Modelagem, a partir destas características, é um dos caminhos para que ela chegue nessas aulas.

Por outro lado, entendemos que a introdução de atividades de Modelagem, no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pode se dar associada ao desejo ou necessidade de se abordar conteúdos previstos curricularmente, dessa maneira, vislumbramos a possibilidade de se trabalhar conteúdos específicos a partir do convite a desenvolver Modelagem Matemática, pois, Almeida e Vertuan (2011b) enfatizam que em muitas situações, quando os alunos se envolvem com atividades de Modelagem, eles se deparam diante de um obstáculo para o qual não possuem, temporariamente, conhecimentos suficientes para avançar, surgindo a necessidade de construir esse conhecimento por meio da atividade. Sendo assim, a Modelagem os possibilita tanto ressignificar conceitos já construídos, quanto construir outros diante da necessidade de seu uso.

Quando o foco não for inserir um conteúdo novo em sala de aula, Carlson *et al.* (2016) apontam que as atividades de Modelagem precisam ser derivadas do que é acessível aos alunos, em termos do trabalho matemático envolvido e de seus antecedentes e experiências. Assim, as atividades criam bases de conhecimento acessíveis para os alunos da sala de aula e, essas bases de conhecimento podem ser usadas para sustentar o aprendizado por períodos mais longos.

Segundo Carlson *et al.* (2016) a Modelagem sustenta a alfabetização Matemática ao auxiliar os alunos a verem como essa disciplina faz parte da compreensão do mundo. Ela incentiva os alunos a integrar e conectar seus conteúdos distintos com o objetivo de entender um problema maior. Ela também abre portas para outras práticas relacionadas, já que os alunos, quando envolvidos em Modelagem, percebem problemas complexos, descontextualizam e contextualizam situações e comunicam seu raciocínio a outras pessoas.

Galbraith (2012) resume as duas abordagens denominando-as: Modelagem Matemática como conteúdo e Modelagem Matemática como veículo, para ele,

‘modelagem matemática como conteúdo’ é ancorada em processos usados na resolução de problemas do mundo real, e as habilidades de aprendizado e ensino de modelagem requerem atenção aos critérios que são internos e externos à educação. Abordagens dentro da concepção de ‘veículo’ podem alcançar uma variedade de objetivos instrucionais importantes dentro dos currículos de matemática, incluindo alguns aspectos que ‘modelagem como conteúdo’ não está equipada para abordar tão diretamente (GALBRAITH, 2012, p. 7).

Ao utilizar-se de atividades de Modelagem Matemática para ensinar seus conteúdos, autores como Galbraith (2012, p. 13) chamam a Modelagem como veículo, sendo "algumas partes de um processo de Modelagem ou aspectos relacionados à Modelagem, são usados para aprimorar o aprendizado de conceitos matemáticos que fazem parte da Matemática incluída nos



currículos”. Esse autor também destaca que as tecnologias digitais podem enriquecer o desenvolvimento de atividades de Modelagem em diferentes etapas do seu ciclo e possibilitam novas formas de aprender e compreender essa área do saber, indicando a necessidade de mais pesquisas que associem a Modelagem Matemática a tecnologias digitais.

Dentro desse contexto, como já mencionado anteriormente, a Modelagem tem como aporte o trabalho em grupo. Segundo Borssoi e Almeida (2015) ambientes de ensino e de aprendizagem com Modelagem Matemática, em geral, estimulam os alunos a interagir e trabalhar no coletivo. Assim, os interesses e conhecimentos de cada equipe de alunos envolvida com atividades de Modelagem levam a resoluções que podem utilizar diferentes conceitos matemáticos. O desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, segundo Carlson *et al.* (2016), envolve avaliar o seu conteúdo e as ferramentas disponíveis para os alunos, favorecendo que esses determinem suas configurações de interesse. Dessa maneira, ao modelar, os alunos contam com suas próprias experiências e conhecimentos para resolver o problema proposto.

Para Carlson *et al.* (2016), os alunos envolvidos em atividade de Modelagem tendem a aprender a Matemática por meio de assuntos de diversas áreas do contexto real, por conta disso acabam aprendendo também a fazer pesquisas, pois, embora, os temas possam ser assuntos conhecidos, inicialmente costumam não apresentar nada matemático, levando o aluno a se questionar sobre o tema e a respeito da matemática que será utilizada.

Mesmo que a Modelagem acabe remetendo a um modelo matemático, e que por muitas vezes pode parecer que só é possível de ser utilizada no Ensino Médio ou no Ensino Superior com alunos mais maduros e familiarizados com um rol maior de conteúdos, isso não é verídico. Trabalhos como Almeida e Vertuan (2011b), Carlson *et al.* (2016), Caldeira, Silveira e Magnus (2011), Brown e Ikeda (2019), Kaczmarek e Burak (2018), entre outros, defendem o uso da Modelagem desde o Ensino Fundamental. Portanto, é possível constatar que neste nível de escolaridade há espaço para pesquisas.

Com o objetivo de identificar trabalhos de Modelagem Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental, fizemos um levantamento no Repositório Institucional da UTFPR (RIUT), no âmbito do PPGMAT e também em um recente número da Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa), do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul.

Escolhemos a edição v. 12, nº 2 (2021) da revista por ser a mais recente edição temática, intitulada: Modelagem no Ensino de Ciências e na Educação Matemática, além de ser uma edição promovida pelo GT 10: Grupo de Trabalho em Modelagem Matemática da SBEM.

A busca no âmbito do PPGMAT se justifica devido ao número expressivo de pesquisa sobre Modelagem, como constatado por meio de um levantamento em que, consultamos todas as dissertações, uma a uma pesquisando pelas palavras “Modelagem Matemática”, “Ensino Fundamental” e “Tecnologia”, além de nos atentarmos ao resumo de cada uma.

De um total de 67 dissertações defendidas, até novembro de 2021, 16 são sobre Modelagem Matemática, porém, há um único trabalho que aborda a Modelagem Matemática com alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Araki (2020) apresenta a descrição e análise de três atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas com 15 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola localizada na cidade de São Sebastião da Amoreira. Este trabalho procurou buscar evidências da atribuição de significado para objetos matemáticos que emergem das atividades, com base na análise dos signos interpretantes produzidos a partir da mobilização de diferentes recursos semióticos no decorrer das fases da atividade. Araki (2020) também contou com as tecnologias digitais em seu trabalho, os alunos foram incentivados a utilizarem o *Tracker*, um *software* de código aberto que, dentre outras funcionalidades, possibilita a análise de vídeos. Esse recurso educacional digital possibilita a análise de corpos em movimento a partir de vídeos ou de um conjunto de fotos sequenciais. Utilizaram também o *Microsoft Excel*, que, de acordo com Araki (2020), auxiliou os alunos com o tratamento das informações.

Na REnCiMa, buscamos nos 18 artigos presentes no número temático, todos relacionados a Modelagem Matemática, pelas palavras “Ensino Fundamental” e “Anos Finais”, além de lermos o resumo e a metodologia de cada artigo.

Desses 18 artigos, encontramos três que abordam Modelagem Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental. O primeiro é intitulado “Projetos de Modelagem com alunos do Ensino Fundamental: contradição em um sistema de atividade”, esse artigo apresenta um recorte de uma pesquisa que foi realizada em uma escola pública de Porto Alegre, RS, com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. A pergunta norteadora do trabalho é: Como se mostra o início do desenvolvimento de projetos de Modelagem por alunos do Ensino Fundamental? As autoras adotam um entendimento sobre Modelagem que está de acordo com as perspectivas que associam a Modelagem Matemática à Pedagogia de Projetos, uma concepção que entende que o aluno deve ser ativo durante o desenvolvimento do projeto, decidindo, inclusive, sobre o tema a ser escolhido para investigação.

Essa pesquisa é de cunho qualitativo e segundo Montenegro e Soares (2021), a análise dos dados apontou para a emergência de uma contradição interna entre o sujeito e o objeto da atividade relacionada ao desenvolvimento do projeto de Modelagem, a qual resultou da

influência do sistema de atividade associado ao modo antigo de produzir conhecimento matemático em sala de aula. Além disso, a intervenção da professora mostrou-se importante para a superação dessa contradição.

O segundo artigo tem como título “Emergência e reconhecimento de um problema a investigar em modelagem matemática por alunos do Ensino Fundamental”. Nesse trabalho, as autoras se dedicam a olhar para o modo como emerge um problema a ser investigado em atividades de Modelagem. Elas consideram que a problematização de uma situação de interesse dos alunos promove a oportunidade para o professor debater aspectos da realidade deles e de conhecimentos diversos, para além de conceitos matemáticos, ao buscarem por soluções para o problema que rege o desenvolvimento desse tipo de atividade. Com o objetivo de analisar que aspectos levam os alunos a reconhecerem um problema que precisa ser investigado nessas atividades, além de as autoras apresentarem considerações sobre a Modelagem Matemática com alusão ao problema, elas trazem para discussão duas propostas desenvolvidas por alunos das turmas de 7º e 8º ano do Ensino Fundamental. Com base nos dados coletados, Santos e Veronez (2021) inferem que em uma atividade de Modelagem Matemática, o problema emerge e se sustenta, de acordo com dois aspectos: pela curiosidade dos alunos associada ao envolvimento deles para com o tema em estudo e pela intervenção do professor durante o seu desenvolvimento.

O último trabalho traz como título: “A etnomodelagem no contexto da carcinicultura cearense: possibilidades para a sala de aula”. O objetivo desse artigo é identificar etnomodelos utilizados na carcinicultura e apontar possibilidades de integração destes aos conteúdos da BNCC. A pesquisa foi realizada em uma fazenda de carcinicultura do município de Jaguaruana-CE e teve como participante seu proprietário. Os dados foram coletados por meio da observação e de uma entrevista, sendo utilizado a análise de conteúdo. Gonçalves (2021) parte de alguns etnomodelos emergentes do labor na carcinicultura e apresenta possibilidades de integração destes com os conteúdos de Matemática presentes na BNCC, nos Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e Ensino Médio. A partir da Etnomodelagem, foi possível representar alguns etnomodelos presentes em diferentes momentos da criação de camarões, mostrando-se possível inserir saberes de grupos locais, sem desconsiderar o currículo escolar existente. Gonçalves (2021) conclui que uma postura educativa que, estabeleça elos entre a matemática acadêmica e conhecimentos de grupos socioculturais ao evitar sobreposições de perspectivas e promover o diálogo, deve ser um dos anseios a serem alcançados por uma Educação verdadeiramente plural.

Em uma busca livre, outro trabalho relacionado a Modelagem nos anos Finais é o de Kacmarek e Burak (2018), que além de analisar as interações realizadas entre aluno-aluno e aluno-professor durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, faz alguns apontamentos no que se refere à primeira experiência da professora com esse tipo de atividade. Em relação ao primeiro contato dos alunos com a Modelagem, Kacmarek e Burak (2018) observaram o desenvolvimento da autonomia nos estudantes. Na realização das atividades em grupo, os estudantes começaram a interagir e a tomar decisões, buscando o auxílio da professora somente quando tinham alguma dúvida ou discordavam entre si. Além do diálogo, da colaboração e da internalização dos conceitos por meio da solução para as situações adversas. Sobre a primeira experiência da professora com a Modelagem, Kacmarek e Burak (2018) observaram que há desafios que precisaram ser superados, entre eles, possibilitar aos estudantes que tomem decisões a respeito dos encaminhamentos das aulas, sobre como irão conduzir as atividades e em relação a busca das soluções dos problemas elaborados por eles. Essa dinâmica exige uma postura diferente do professor, que apesar de gerar uma grande insegurança decorrente da imprevisibilidade, abre caminhos que possibilitam maior interação entre professor e os alunos, entre os próprios alunos e, principalmente, entre os alunos e o objeto de conhecimento matemático.

Se tratando do uso das tecnologias digitais nas atividades de Modelagem, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) trazem exemplos da integração de tecnologias digitais e Modelagem no Ensino Fundamental ao citarem pesquisas que integram *softwares* e calculadoras e outras onde o uso da internet, ambientes virtuais e redes sociais se mostram promissores. Esses autores acreditam que “parece haver uma incorporação natural das TICs na Modelagem e que, conforme novas opções tecnológicas surgem, a Modelagem ganha outras possibilidades” (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 123).

Nesse sentido, sentimos motivadas a pensar que é possível, em atividades de Modelagem Matemática, educar matematicamente e para uma cultura digital. No próximo capítulo, buscamos fazer alguma articulação entre Modelagem e tecnologias digitais/cultura digital.

### 3 TECNOLOGIA DIGITAL NA EDUCAÇÃO

Se as escolas, de algum modo, não foram inovadas pela influência da tecnologia digital, a mesma realidade não pode ser dita em relação a vida dos alunos, quando não estão na escola. Muito pelo contrário, de acordo com Buckingham (2010), a sociedade contemporânea está cada dia mais dependente das tecnologias digitais, sendo influenciada pela televisão, aparelhos móveis, computador e internet. Sabemos que as atividades cotidianas dos indivíduos estão de certa forma ligadas a algum tipo de tecnologia.

Segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), os usos dessas tecnologias já moldam o ambiente da sala de aula, criando novos métodos ao fomentar a inteligência coletiva, as relações de poder relacionadas a disciplina, nesse caso, específico, a Matemática, e as normas a serem seguidas nessa mesma sala de aula.

No livro Educação é a base, Bigode (2019) destaca a visão do professor Sergio Carrazedo Dantas para o qual o papel da tecnologia na Educação Matemática deve ser:

- Possibilitar a produção de significados matemáticos além daqueles que os materiais didáticos habituais possibilitam;
- Integrar aritmética, álgebra e geometria na resolução de problemas;
- Trazer a experimentação para o centro da atividade de produção de conhecimento matemático;
- Relativizar a importância de algumas atividades matemáticas, por exemplo, tirar do cenário principal os processos puramente algébricos e pôr em cena a iteração numérica, a visualização geométrica dinâmica (BIGODE, 2019, p. 136).

Relatos do início da última década indicavam que, para que os alunos vissem essas tecnologias como um meio de estudo, elas precisariam fazer parte das salas de aulas diariamente, e não era o que acontecia. De acordo com Buckingham (2010), a maior parte das experiências dos alunos com a tecnologia estavam ocorrendo fora da escola, além de serem totalmente distantes, visto que longe da escola, eles conversavam em salas de bate-papo, mandavam mensagens instantâneas para amigos, procuravam informações sobre hobbies, esporte e lazer; jogavam games, às vezes com pessoas de partes distantes do planeta, faziam compras ou só olhavam os produtos na internet, entre outras tarefas. Já na escola, na maioria das vezes, aconteciam pesquisas que se limitavam a busca de informações pontuais.

E se essas tecnologias fossem utilizadas para o ensino? Nascimento e Peixoto (2015) ressaltam que elas ajudariam no desenvolvimento da criança em todos os aspectos: motor, cognitivo, afetivo, social e cultural, além de estimular o desenvolvimento da linguagem escrita e oral, fortalecer a autoestima e oferecer outras vantagens.

A tecnologia, é entendida por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) como uma marca do nosso tempo, que constrói e é construída pelo ser humano. A noção desses seres humanos que vivem interagindo com as mídias tenta ressaltar que vivemos sempre em conjunto e que somos frutos de um momento histórico, que possui as tecnologias historicamente inseridas como coparticipantes dessa busca pela educação. As tecnologias digitais são parte do processo de educação do ser humano, além de auxiliar na aquisição do conhecimento, desenvolve novas formas de pensamento, socializa-se, conhece e cria novas culturas.

A sala de aula nem sempre foi assim, da forma que a conhecemos hoje, a cada ano que passa tudo ao nosso redor se modifica. Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) enfatizam que, assim como a lousa nem sempre existiu na sala de aula, é possível que a sala de aula seja transformada, ou até mesmo que ela se envolva com e na internet. E, o professor, como mediador do conhecimento e organizador de práticas pedagógicas, deve proporcionar aos seus alunos diferentes meios de aprender com recursos variados que contribuam para a sua formação.

Se tratando não somente da área de Matemática, encontramos na BNCC várias menções às tecnologias digitais, já que o incentivo ao uso dessas tecnologias em sala de aula é algo recorrente nesse documento. Segundo Brasil (2017, p. 267), deve-se “utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados”.

Segundo Silva e Novello (2019), para que a tecnologia contribua com as práticas pedagógicas, faz-se necessário compreender as potencialidades desses recursos tecnológicos, por meio da troca, do estudo e das suas explorações, permitindo-se transformar a maneira de ser e de fazer, a partir das tecnologias digitais ao modificar o ensinar e o aprender.

Essas tecnologias digitais oferecem meios para que o aluno seja um agente mais ativo em sala de aula, tornando a aula mais dinâmica e menos expositiva, segundo Buckingham (2008), elas desafiam as definições existentes de conhecimento, oferecem novas maneiras de motivar estudantes relutantes e garante incessantes oportunidades de criatividade e inovação.

Nessa perspectiva, Nascimento e Peixoto (2015) destacam o quanto os sujeitos que fazem uso das tecnologias têm um papel criativo e transformador, sendo essencial no processo de inovação, uma vez que as práticas desses sujeitos que são os alunos fazem surgir funcionalidades e significados para além dos que haviam sido pensadas ou planejadas por seus idealizadores. E, ao serem desenvolvidos e apropriados, esses recursos vão influenciar a ação desses alunos, modificando, portanto, sua relação com o mundo. Em relação a apropriação das tecnologias de informação e comunicação, esses mesmos autores dizem que ela requer o

domínio técnico e cognitivo do artefato a se apropriar da integração significativa do objeto em sua prática cotidiana, do uso repetido dessa tecnologia para abrir possibilidades de criação e da sua utilização coletiva.

Assim, como todas as novidades causam algum tipo de desequilíbrio, inicialmente, de acordo com Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), compreender as transformações que essas tecnologias trazem para a sociedade, em geral, é um grande desafio que temos que enfrentar de forma coletiva e dinâmica, já que somos modificados por elas e as tecnologias digitais estão em constante modificação.

Continua atual o que traz Buckingham (2010), ao ressaltar o fato de que, em um ambiente como a sala de aula, que é cada vez mais influenciado pela proliferação da mídia eletrônica e das demandas da cultura de consumo, precisa assumir um papel mais proativo. Para o autor, a tecnologia talvez possa dar sua contribuição, ainda que não o faz espontaneamente. Em suma, precisamos parar de pensar nessas questões em simples termos tecnológicos, e começar a ter ideias novas sobre aprendizagem, comunicação e cultura.

Com o cenário atual e toda novidade que estamos experienciando nesse período de pandemia do Sars-cov-2, certamente, muitas reflexões se fazem necessárias. Engelbrecht *et al.* (2020) finalizam o editorial de um importante periódico da área de Educação Matemática com a pergunta: “A questão é: 2020 será lembrado como o ano em que a educação mudou?”.

De acordo com Engelbrecht *et al.* (2020), depois de se depararem com a realidade da doença pandêmica, na sequência de medidas introduzidas pelos governos do mundo todo e dos diversos arranjos feitos por escolas e universidades para cumprir essas medidas, alunos e professores tiveram que fazer mudanças drásticas no ensino tradicional e na abordagem de aprendizagem, trabalhando e aprendendo em casa. A comunicação digital, incluindo aulas, tarefas de avaliação, envolvimento com os alunos e reuniões de comitês virtuais promoveu “um novo normal”.

No longo prazo, segundo Engelbrecht *et al.* (2020), os avanços tecnológicos podem permitir mudanças significativas na educação em relação ao fornecimento e acessibilidade. Os educadores veem a tecnologia como uma forma de melhorar a comunicação, o aprendizado e o domínio do material instrucional. Entretanto, há o problema de escolas com poucos recursos e professores que têm pouca experiência no uso de uma abordagem *on-line*. Logo, isso pode ser visto como uma oportunidade de mudança, de acordo com os autores, pois professores e acadêmicos que não tiveram oportunidade ou tempo de conhecer e incorporar as tecnologias digitais em seu dia a dia, agora são fortemente incentivados a pesquisar.

Diante deste cenário, de construção de uma nova cultura digital, na próxima seção, procuramos fundamentar a respeito da cultura digital ao visar temáticas para atividades de Modelagem que permitissem considerar a cultura digital dos alunos, bem como oportunizar desenvolvê-la.

### 3.1 CULTURA DIGITAL

É perceptível que as tecnologias digitais têm ocasionado mudanças em nossa cultura e têm oportunizado maior acesso as informações. Essas tecnologias mudaram os hábitos das pessoas que, hoje em dia, realizam muitas das suas atividades por meio de recursos tecnológicos, sendo os celulares, computadores, *tablets*, que se relacionam com a internet.

Embora possa não ser de forma tão explícita, os alunos aprendem muito com a utilização das tecnologias da maneira deles, precisa-se apenas auxiliá-los para que possam inseri-las nos estudos. Buckingham (2010) ressalta que as escolas têm muito a aprender com a cultura dos alunos. O uso que, hoje os jovens fazem dos jogos de computador ou da internet, envolve uma variedade de processos de aprendizagem informal, em que, com frequência, há um relacionamento muito democrático entre professores e aprendizes.

Em relação a essa nossa cultura que vem sendo modificada pela tecnologia, de acordo com Kenski (2015, p. 2) é “uma nova cultura, a cultura digital que modela as formas de pensar, agir, comunicar-se com os outros, trabalhar e aprender. Esta nova ordem comunicacional se espalha e atinge todo o planeta”.

Alinhadas a esse entendimento, Nascimento e Peixoto (2015) enfatizam a importância do espaço escolar ser reconfigurado para atender essa nova geração que apresenta facilidade para interagir com o mundo virtual, para lidar com a linguagem, com a cultura digital e com as novas formas de acesso as informações.

Primeiramente, precisa-se definir o que vem a ser cultura digital. Um termo que aparece na Base Nacional Comum Curricular e em vários outros trabalhos que tratam de tecnologia ou educação, como em: Buckingham (2010), Alves (2012), Rosa (2013), Alves (2017).

Segundo Hoffmann e Fagundes (2008, p. 1), “a cultura é a representação das manifestações humanas; aquilo que é aprendido e partilhado pelos indivíduos de um determinado grupo. A cultura digital é a cultura de rede, a cibercultura que sintetiza a relação entre sociedade contemporânea e Tecnologias da Informação”.



Nesse sentido, Mattos, Basso e Fagundes (2016) dizem que os jovens de hoje, sujeitos da cultura digital, não encontram mais significado na maneira em que as escolas atuam em suas vidas. Isso vai desde as sequências curriculares, às tarefas, ao uso da tecnologia e às possibilidades de interação e comunicação, incluindo fontes de informações acessadas, que para eles são desgastadas e artificiais.

Alves (2012) afirma que a cultura digital pode ser considerada uma representação de marcas do conteúdo social, e para compreendê-la é necessário entender o contexto, em que se desenvolvem as produções que dela procedem. Analisar como se produz e o que se produz é requerer conhecer os sujeitos que dela participam.

De acordo com a BNCC:

A cultura digital envolve aprendizagens voltadas a uma participação mais consciente e democrática por meio das tecnologias digitais, o que supõe a compreensão dos impactos da revolução digital e dos avanços do mundo digital na sociedade contemporânea, a construção de uma atitude crítica, ética e responsável em relação à multiplicidade de ofertas midiáticas e digitais, aos usos possíveis das diferentes tecnologias e aos conteúdos por elas veiculados, e, também, à fluência no uso da tecnologia digital para expressão de soluções e manifestações culturais de forma contextualizada e crítica. (BRASIL, 2017, p. 474).

Da mesma forma que a BNCC vem mostrando a necessidade de a escola instruir e educar os alunos para uma cultura digital, Hoffmann e Fagundes (2008) também apontam sobre a necessidade de a escola integrar-se a cultura digital, formando uma amálgama inseparável, dando lugar aos indivíduos e suas ações.

A escola é uma instituição que conta com os mais diversos públicos e, a cada geração, esses públicos se apresentam de maneiras diferentes. Veen e Vrakking (2009) enfatizam que:

Essa nova geração oferece oportunidades nunca vistas para tornar o ensino uma profissão apaixonante e motivadora, que faça a diferença para a sociedade futura. Tais oportunidades relacionam-se a novos papéis, novos conteúdos e novos métodos de ensino e aprendizagem. Os professores tornam-se orientadores que oferecem um apoio especializado às crianças, que, por sua vez, aprendem de maneira mais independente sobre questões e problemas da vida real (p. 13).

Essa diversidade presente nas escolas, segundo Kenski (2015), deve ser contemplada em projetos, alinhados com os documentos oficiais vigentes e com as realidades e necessidades de cada região. Nesses projetos, pode-se viabilizar o uso das tecnologias digitais, de acordo com a realidade local, o contexto e a cultura da comunidade escolar.

A instituição escolar que segue o ritmo da cultura digital, na visão de Hoffmann e Fagundes (2008, p. 4) se estabelece como: “Aberta, democrática, dinâmica e não hierarquizada pelo domínio do saber. Entretanto, a maioria dos esforços para incluir a Escola na Era Digital

tem sido no sentido de possibilitar que ela acesse (passivamente) o exterior, mas não necessariamente atue nele para modificá-lo”.

A constatação de Hoffmann e Fagundes (2008, p. 4), de mais de uma década, parece atual e reflete a realidade de grande parte das escolas:

O que normalmente acontece é que o computador entra na Escola, o acesso a internet é possibilitado e a sala de informática fica trancada à espera de um especialista que a coordene. O então chamado Laboratório de Informática torna-se uma biblioteca virtual de pesquisas, uma sala de jogos e recreação para substituir um professor ausente, uma sala de bate-papo etc., ou seja, ou os alunos são direcionados a “pesquisar” sobre determinado assunto ou são liberados para ocupar-se livremente.

Ao instruir e habituar o aluno e os professores na cultura digital, Silva e Novello (2019) estabelecem que isso possibilita o desenvolvimento de novas formas de ensino e aprendizagem, mudanças de espaços, relação entre alunos e professores, bem como, informações cada vez mais rápidas e disponíveis nos diferentes dispositivos móveis.

A instituição escolar, conforme Brasil (2017), deve preservar seu compromisso de estimular a reflexão, contribuindo para o desenvolvimento de uma atitude crítica em relação ao conteúdo e à multiplicidade de ofertas midiáticas e digitais. Além disso, destaca-se a importância de se incorporar novas linguagens e seus modos de funcionamento, descobrindo possibilidades de comunicação e de manipulação.

Alves (2017) aponta que a sociedade do futuro exige que seus cidadãos sejam capazes de lidar com a complexidade, tanto na vida particular quanto na profissional. Assim, diante de tantas atualizações e modificações na sociedade em que estamos inseridos, nos parece que o esforço por atender as necessidades da nova geração de alunos vale a pena, e que os resultados serão compensadores para professores e alunos.

Nesse sentido, os documentos oficiais (BRASIL, 2017) enfatizam que ao aproveitar o potencial de comunicação do universo digital, a escola pode instituir novos modos de promover a aprendizagem, a interação e o compartilhamento de significados entre professores e estudantes.

Brasil (2017) considera que a cultura digital tem promovido mudanças sociais significativas, advindas do avanço e da multiplicação das Tecnologias de Informação e Comunicação, e do crescente acesso a elas, devido a maior disponibilidade de computadores, celulares, entre outros meios. Os jovens estão se inserindo cada dia mais na cultura digital, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiáticas e atuação social em rede.

Com relação às mudanças no ambiente escolar, Silva e Novello (2019) dizem que o repensar as práticas pedagógicas, de forma a inserir as tecnologias digitais, bem como, a posição pedagógica colaborativa, participativa e interativa, configuram-se como possibilidades de ensino e aprendizagem na cultura educacional atual. Portanto, os professores poderão utilizar-se das tecnologias digitais disponíveis para ensinar determinados conceitos e procedimentos, como no ensino de Matemática, possibilitando que os estudantes aprendam por meio dos *softwares*, aplicativos e demais recursos tecnológicos.

Mais do que aprender “por meio” da tecnologia digital, Borssoi e Almeida (2015) defendem que as atividades de aprendizagem devem ser pensadas de modo que os alunos possam aprender “com” a tecnologia, e que esta seja

“[...] uma parceira intelectual, com a qual os alunos possam aprender como organizar e resolver problemas, compreender fenômenos novos, construir modelos desses fenômenos, e, dada uma situação nova, definir metas e regular sua própria aprendizagem, além de constituir um meio para os alunos interagirem e comunicarem suas ideias, trabalhando de modo colaborativo (BORSSOI; ALMEIDA, 2015, p. 44).

Assim, realizar uma prática pedagógica pautada no uso das tecnologias digitais requer planejamento, pesquisa, organização do espaço e do tempo diante da realidade dos alunos e dos conteúdos que se pretende ensinar. Pensando na Modelagem Matemática, o uso das tecnologias digitais nessas atividades é algo que caminha lado a lado, exigindo ainda mais dedicação, comprometimento e muita comunicação entre todos os envolvidos.

Segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), pode-se dizer que as principais ideias relacionadas à noção desses seres humanos que são envolvidos com as mídias abordam aspectos como:

O surgimento de uma nova tecnologia permite que novos tipos de problemas matemáticos sejam explorados; um problema baseado no uso de lápis e papel, por exemplo, pode vir a “perder seu sentido”, tornar-se trivial ou obsoleto, ao ser resolvido com um software; a Matemática baseada no uso de lápis e papel é qualitativamente diferente da Matemática baseada no uso de softwares [...] (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 40-41).

Nesse sentido, amparados pelos documentos oficiais vigentes e pelos referenciais citados, observamos que é de grande valia a tentativa de incluir as tecnologias digitais nas atividades realizadas em sala de aula, mais especificamente nas atividades de Modelagem Matemática, já que o nosso foco é contribuir com a cultura digital dos alunos.

### 3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA E A CULTURA DIGITAL

Usar ferramentas digitais nas aulas de Matemática, segundo Greefrath, Hertleif e Siller (2018), ganhou recentemente importância, especialmente pelos contínuos desenvolvimentos técnicos. Principalmente no contexto da Modelagem Matemática, as ferramentas digitais tornaram-se cada vez mais importantes. Atualmente, elas estão sendo intensamente discutidas do ponto de vista didático.

As atividades de Modelagem Matemática, de acordo com Almeida e Silva (2015), têm como aporte maior a realização de investigações em sala de aula, as quais têm o problema como ponto de partida, a intencionalidade na busca, a formulação de hipóteses como fatores que se colocam no caminho para indicar direções, sendo que as diferentes resoluções matemáticas são empreendidas com vistas a resolver um problema. Essa investigação muitas vezes pode acontecer por meio das tecnologias digitais, já que esses instrumentos também auxiliam na obtenção ou no ajuste do modelo matemático.

Além dessas potencialidades, Greefrath, Hertleif e Siller (2018) ressaltam o potencial benefício para a compreensão do problema e colocam ênfase, especialmente, em simplificar a situação, delineando-a e matematizando-a com a ajuda de ferramentas digitais, que se usando de exemplos concretos, também mencionam os possíveis benefícios para a sua validação.

Essa aproximação, que visa benefícios para o ensino, fica explícita nas colocações de Greefrath e Siller (2018), quando enfatizam que as atividades de Modelagem no ensino de Matemática estão sujeitas à influência de ferramentas digitais. Para eles, tais ferramentas podem ser de grande ajuda para professores e alunos, particularmente no estabelecimento de conexões com problemas do mundo real e suas discussões.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) concordam de fato, que, com o aumento da presença das Tecnologias de Informação e Comunicação no cotidiano escolar, as possibilidades de experimentar e investigar determinadas situações podem ser otimizadas, viabilizando a realização de simulações e previsões.

Alves (2012) ressalta que a cultura digital vem das experiências dos sujeitos com as tecnologias digitais nos mais diversos espaços sociais, o que demanda novas formas de educar, pois exige do sujeito, o desenvolvimento de diferentes e complexas habilidades que o fazem compreender e se inserir melhor nessa nova cultura.

As tecnologias digitais, segundo Greefrath, Hertleif e Siller (2018), permitem que várias representações sejam construídas ao permitir que os usuários alternem entre uma representação e outra de forma simples. Além disso, múltiplas representações interativamente

conectadas podem ser geradas simultaneamente. Conforme os autores, na Modelagem Matemática, verificar e controlar as soluções obtidas é outra atividade Matemática importante que pode ser realizada com o apoio de tecnologias digitais, por exemplo, por meio de representações gráficas, ao efetuar cálculos numéricos, resolver equações, reorganizar termos e ao trabalhar com modelos discretos ou funcionais.

Segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) parece haver uma incorporação natural das tecnologias na Modelagem e que, conforme as novas opções tecnológicas surgem, a Modelagem ganha outras possibilidades.

Ao pensar em formas de facilitar o ensino e a aprendizagem dos alunos, Nascimento e Peixoto (2015, p. 13) alegam que:

Deve-se partir do reconhecimento de que as crianças, assim como todos os sujeitos sociais, não formam um grupo social homogêneo, pertencem a contextos sociais, culturais e econômicos diferentes. O processo de aprendizagem e o desenvolvimento não ocorrem de forma linear, parecida e isolada, é um processo social que se dá nas relações que os sujeitos estabelecem nesses contextos. Pensar na formação de um sujeito para saber viver em um mundo em mudanças, marcado pelo desenvolvimento tecnológico, exige mais do que reconhecer as habilidades para lidar com as inovações tecnológicas ou para fazer frente às transformações geradas por elas. Envolve uma multiplicidade de fatores individuais e coletivos que não estão prescritos no objeto. Requer conhecer as crianças e as formas como elas usam as mídias para além do previsto ou imediatamente dado.

Especificamente, cultura digital e Modelagem Matemática é uma temática ainda pouco explorada na literatura nacional. Ao realizarmos as pesquisas para que pudéssemos construir o nosso referencial teórico, encontramos poucos estudos, entre eles o de Alves (2017). Esse autor também trabalhou com o tema cultura digital em sua dissertação (ALVES, 2012), porém, não vinculado à Modelagem Matemática, ele agregou esse tema na pesquisa de doutorado (ALVES, 2017). Sua motivação foi compreender como a Modelagem Matemática de projetos de protótipos favorece ou promove uma fluência científica-tecnológica de alunos de um curso técnico em meio ambiente, no contexto da cultura digital. O pesquisador utilizou como instrumentos para produção de informações os questionários que foram aplicados a nove participantes, com o objetivo de conhecer a cultura digital dos investigados e identificar os significados e sentidos que os alunos dão às tecnologias digitais no curso de meio ambiente e no cotidiano, além das fotografias, anotações de campo e entrevistas.

O pesquisador conclui seu estudo ao dizer que as experiências vindas do trabalho educativo com a Modelagem Matemática interpretando o mundo do Arduino<sup>3</sup>, para criar

---

<sup>3</sup> Arduino é uma plataforma eletrônica de código aberto que pode ser programado para criar objetos ou ambientes interativo (<https://www.arduino.cc/en/Guide/Introduction>).

tecnologias de economia de água, foi cansativo, porém, envolvente, divertido e recompensador. Articular a Modelagem Matemática e a tecnologia como forma de tornar o sujeito autor, para Alves (2017), vai além de influenciar a forma de o aluno ver as coisas do mundo, ela abre possibilidades para se criar. Segundo o autor, vivemos a era da autoria, a qual se faz com a Modelagem Matemática no contexto da cultura digital.

Nessa pesquisa, nos propomos a estudar, planejar e desenvolver atividades de Modelagem Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental, pois, esperamos que a Modelagem favoreça o ensino e a aprendizagem de Matemática, instigue o senso crítico dos alunos e, na medida do possível, promova o aprimoramento de sua cultura digital a partir da inserção da mediação de tecnologias digitais em aulas, considerando a disponibilidade desses instrumentos no ambiente educacional.

### 3.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE A BNCC

Embora tenhamos mencionado a BNCC, destacando pontos positivos presentes nela, como a cultura digital, por exemplo, nem tudo que está neste documento é considerado realmente bom e viável. Há trabalhos na literatura (CASSIO; CATELLI, 2019, MALHEIROS; FORNER, 2020, entre outros) que se dedicaram a estudar esse documento e apontam lacunas e carências trazidas pela BNCC.

No livro “Educação é a Base? – 23 educadores discutem a BNCC”, de Cassio e Catelli Jr. (2019), encontram-se textos com argumentos qualificados para que os leitores e educadores possam construir uma visão crítica sobre a BNCC e refletir sobre os avanços e retrocessos que ela pode representar. Nessa seção, trazemos alguns apontamentos deste documento.

Bigode (2019), em um dos artigos desse livro, informa que a primeira versão do documento foi feita em menos de três meses. Segundo o autor, partindo do princípio de que não é possível construir um documento curricular sério e democrático em um período tão curto, somos levados a pensar que para alcançar tal feito, só partindo de um documento pronto, que só precisaria de uma tradução, no caso de ter sido inspirado em um currículo estrangeiro.

Para Malheiros e Forner (2020, p. 6), a forma com que a BNCC se apresenta:

Não contribui para que os estudantes sejam protagonistas da produção do conhecimento. Pelo contrário, ela atua na castração da curiosidade dos educandos, além de torná-los passivos e acríticos, o papel do educador é problematizar o objeto de ensino e possibilitar aos educandos condições de superar a emersão das consciências, em busca da inserção crítica do sujeito em seu contexto. Para isso, é preciso que o educador não castre a curiosidade dos educandos, a qual se manifesta também na forma de perguntas, pois ela é fundamental.

Se tratando diretamente da parte de Matemática, de acordo com Bigode (2019), o documento não passou de um arremendo das bases australiana e norte-americana, não apenas pelo modelo de códigos que engessa conteúdos por ano, mas também pelo conteúdo em si. O autor aponta, em uma leitura da primeira versão, que foi possível encontrar verbetes inteiros literalmente traduzidos.

Os conteúdos previstos para cada ano, segundo Bigode (2019), parecem não se complementar. Para ele, há equívoco tanto na capacidade cognitiva das crianças como no trato metodológico para a expansão e desenvolvimento do sistema numérico, por exemplo, fazendo com que, no primeiro ano, o trato se limite ao 30 e, no segundo, tendo como referência o 100, o que revela profundo erro quanto aos processos de alfabetização matemática.

Continuando os apontamentos relacionados ao que a BNCC não traz, tem-se:

Os valores sociais, culturais e afetivos do aprender matemática que não estão explicitados na aprendizagem escolar da matemática proposta pela BNCC, não trazendo de forma explícita as tendências da Educação Matemática, tais como o enfoque histórico, cultural, comunicacional, lúdico, assim como novas tecnologias, que, quando presentes, são marginais e alegóricas. Em síntese, parece haver um silenciamento na proposta do que é extraescolar, dos aspectos da história da matemática, dos temas transversais. As tecnologias aparecem de maneira acanhada (BIGODE, 2019, p. 132).

Sobre a abordagem feita pela BNCC dos conteúdos, Bigode (2019) diz que apesar de aparecer uma referência a processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e modelagem, a lista de habilidades não dá margem para que tais processos sejam desenvolvidos e levados a sério.

Um outro ponto que se destaca na BNCC, segundo Malheiros e Forner (2020), é a ênfase no desenvolvimento de competências matemáticas específicas. Ela reforça a ideia de um ensino de matemática voltado aos interesses do mercado, o que contradiz com o aspecto voltado à formação de um estudante crítico.

Em relação a parte da BNCC que faz a apresentação da Matemática, Bigode (2019) observa que a organização está confusa: apresenta ideias não conectadas entre si e não deixa claro exata e completamente uma visão de como e por que a Matemática tem um papel importante a cumprir na formação integral a que, por lei, os estudantes têm direito. Além de não trazer discussão alguma a respeito da natureza do conhecimento matemático, bem como do conhecimento matemático escolar e do papel do professor no processo de aprendizagem do aluno.

Para Bigode (2019) a BNCC prega uma concepção equivocada de que todos os alunos de uma mesma idade aprendem conceitos e procedimentos do mesmo jeito e no mesmo tempo, embora saibamos que isto não acontece, nem entre alunos de uma mesma classe, inclusive nas escolas privadas mais bem conceituadas. Talvez o maior retrocesso desse documento seja sugerir que a Matemática deva ser ensinada de modo linear, hierarquizado, rígido e de caminho único, e não por meio de uma rede conceitual que possibilita variados percursos, tal como foi sugerido nos PCN para o Ensino Fundamental (BIGODE, 2019).

Em relação ao uso das tecnologias digitais

A referência à tecnologia é um engodo, e não traz qualquer habilidade própria relativa às Tecnologias da Informação e da Comunicação ou ao pensamento computacional, reduzindo a relação entre Matemática e Tecnologia à sugestão do uso de ferramentas sem qualquer compromisso, como se fosse indiferente construir um triângulo com régua e compasso ou com um software de geometria dinâmica: construir o gráfico de uma função quadrática com lápis e papel quadriculado ou com uma planilha eletrônica. Nenhuma palavra sobre a sintaxe dos aplicativos que poderia ser relacionada às linguagens utilizadas na matemática, como no caso da álgebra; sobre aspectos e processos próprios de ferramentas como recurso, iteração, modelagem, simulação, visualização, movimento, algoritmo, lógica de programação etc. (BIGODE, 2019, p. 136).

Percebemos que embora o documento esteja vigente, têm vários pontos a serem revistos para que seja realmente um documento próximo da realidade escolar. Enquanto isso, temos o desafio de fazer Educação Matemática driblando as inúmeras limitações de recursos, inclusive de legislação.

No próximo capítulo, apresentaremos os aspectos metodológicos que subsidiam a construção deste trabalho, desde a idealização até as coleta e análise de dados.



## 4. ASPECTOS METODOLÓGICOS

Os encaminhamentos metodológicos da pesquisa estão pautados na tradição da Educação Matemática cuja abordagem, em geral, é de natureza qualitativa (MOREIRA, 2011, BOGDAN; BIKLEN, 1994). Este capítulo abrange os aspectos metodológicos que caracterizam a nossa pesquisa que tem o intuito de *investigar como alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental lidam com atividades de Modelagem Matemática associadas à tecnologia digital e que matematização apresentam*.

Para contextualizar, em 4.1, apresentamos a descrição do ambiente educacional em que se deu a coleta de dados e os sujeitos envolvidos na pesquisa. Na seção 4.2, discutimos brevemente as atividades de Modelagem Matemática. Por fim, em 4.3, destacamos os procedimentos da pesquisa, contando um pouco a respeito das atividades desenvolvidas e sobre os processos envolvidos na coleta e na análise de dados.

### 4.1 CONTEXTO INVESTIGADO

Reconhecemos que o contexto escolar para a implementação de atividades de Modelagem Matemática foi definido, considerando, além de questões práticas como a localização geográfica, também vínculos afetivos, pois trata-se da escola frequentada pela pesquisadora durante todos os Anos Finais do Ensino Fundamental. Como já mencionamos na introdução, a primeira coleta de dados se deu durante o estágio de docência, que aconteceu durante seis meses de 2019, compreendidos de maio até dezembro com algumas atividades que faziam parte de um projeto piloto que planejamos e que ocorreu com turmas dos 8º e dos 9º anos. A escola, que se localiza em Jataizinho – PR é uma das duas escolas da rede pública que atendem a população do município.

A escola conta com duas quadras poliesportivas, uma biblioteca e um laboratório de informática em que estão disponíveis computadores e *notebooks*. Além de 12 salas de aula. Na frente da escola, há um palco com uma rampa de acesso e para que se chegue até as duas quadras, é necessário passar por outra rampa, a qual utilizamos em uma de nossas atividades de Modelagem. Se tratando de recursos digitais, há também dois projetores multimídia que podem ser agendados conforme a disponibilidade.

A coleta de dados se deu em mais de um momento: em 2019, quando foram desenvolvidas duas atividades de Modelagem (uma no primeiro semestre e outra do segundo semestre) e, no início do primeiro semestre de 2020, quando foi desenvolvida outra atividade.

Consideramos participantes da pesquisa: a professora-pesquisadora (PP), a professora (P) das turmas envolvidas com a pesquisa, os alunos da turma de 2019, que serão identificados ao longo do texto pela inicial de aluno e seu respectivo número, seguido da abreviação de turma 1, exemplo (A1T1) para a primeira atividade, para a segunda teremos o aluno seguido de seu grupo, por exemplo, A1G1. E, os alunos da turma de 2020, serão identificados pela inicial de aluno e seu respectivo número, seguido da abreviação de turma 2, exemplo (A1T2).

Em relação aos sujeitos que participaram das atividades, no ano de 2019, foram alunos do 8º ano do período vespertino. Primeiramente, aconteceu uma atividade nas aulas que foram cedidas pela professora regente da turma. Passando-se um tempo aconteceu mais uma atividade nessa mesma turma, porém, a professora estava de licença e a professora regente da turma era a professora-pesquisadora. Já em 2020, desenvolvemos uma atividade no 9º ano, do período matutino, em que a professora-pesquisadora estava mais uma vez realizando substituição da professora já mencionada (P).

Cabe salientar que o Comitê de Ética em Pesquisa da UTFPR, embora não tenha indicado pendências no projeto que tramitamos, nº 30835820.0.0000.5547, fez a seguinte recomendação: “A Organização Mundial da Saúde (OMS) declarou situação de pandemia de COVID-19 e existe uma grande preocupação com os níveis de disseminação da doença. Desta forma, este CEP solicita que o início da coleta de dados ocorra após cessarem os alertas de contenção”, o que inviabilizou novas coletas. No entanto, mesmo para o projeto piloto, a realização da pesquisa aconteceu somente após a equipe diretiva e pedagógica da escola autorizar a utilização dos espaços físicos, dos recursos, bem como o consentimento para o desenvolvimento das atividades, respeitando o planejamento feitos para o ano letivo e os conteúdos descritos na BNCC. Além de respeitar o posicionamento dos alunos em relação as atividades propostas e a sua utilização.

Objetivando elaborar um Produto Educacional, sendo ele um material com atividades de Modelagem Matemática que considerem formas alternativas de integrar tecnologias digitais, dependendo do perfil dos alunos quanto a cultura digital e da disponibilidade da tecnologia no contexto educacional, passamos a tratar das atividades de Modelagem planejadas e/ou desenvolvidas ao longo da pesquisa.

## 4.2 ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A constituição de um produto educacional é uma das metas da pesquisa em um mestrado profissional como o PPGMAT, assim, entendemos que, para que esse material tenha

potencial para contribuir com o aprimoramento da cultura digital dos alunos, as atividades de Modelagem que o constitui precisariam ser implementadas e analisadas, levando em conta o contexto de sua implementação, bem como o referencial teórico da pesquisa.

A versão final do produto educacional é intitulada “Atividades de Modelagem Matemática com potencial para o aprimoramento da cultura digital” e pode ser acessado no Repositório Institucional da UTFPR (RIUT) na área do PPGMAT<sup>4</sup> como um material direcionado para os professores de Matemática e/ou professores que se interessem em adaptar e utilizar as atividades presentes nele em suas práticas.

A ideia de um material organizado com planejamentos possíveis de serem desenvolvidos, contando com o uso das tecnologias digitais pelos alunos, ou pensado para o uso dessas tecnologias digitais pelo professor ao preparar e adaptar essa atividade, surgiu com o desenvolvimento da primeira versão da atividade A Rodoviária de Londrina, quando, nossa ideia era iniciar com atividades de Modelagem, das quais os alunos utilizassem as tecnologias digitais para resolvê-la e isso não foi possível. Então, elas se fizeram presentes apenas no uso feito pela professora para que essa atividade viesse a ser desenvolvida. E como essa é uma realidade de outras escolas também, achamos interessante discutir isso no material.

O Quadro 3 traz a relação das atividades de Modelagem Matemática estruturadas para fazer parte do produto educacional, sendo que as três primeiras serão objeto de análise no capítulo 5.

**Quadro 2** - Atividades do produto educacional e suas respectivas antecipações

Atividades	Conteúdo Matemático Antecipado
Rodoviária de Londrina – proposição 1	Ao realizarmos o planejamento desta atividade, em relação a matematização, antecipamos o conteúdo de área de figuras planas, do círculo mais especificamente, considerando os conteúdos ditos pela BNCC para este ano de escolarização. Entretanto, se houvesse outras formas de resolução, seria muito interessante.
Rodoviária de Londrina – proposição 2	Para a segunda proposição a antecipação também levou em conta áreas de figuras planas, tanto do círculo como do trapézio. Por serem alunos do 9º ano, esperávamos diferentes matematizações.
Rampas acessíveis	Para ela antecipamos o uso de uma fórmula presente nas normas de acessibilidade, que permite avaliar se uma rampa é considerada acessível. Trata-se de uma equação do primeiro grau, mas que possibilita mobilizar conceitos de geometria e trigonometria.

<sup>4</sup> <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119>

Radar Fixo	Para a sua resolução, antecipamos o uso das relações trigonométricas, que é um conteúdo estudado pelos alunos do 9º ano.
Intensidade da luz	O modelo que representa o fenômeno é a função inverso do quadrado <sup>5</sup> . Intencionamos abordar noção intuitiva de função e a representação gráfica de uma função, conteúdos propostos pela BNCC para o 9º ano.

Fonte: A autora

Neste texto, serão analisadas a primeira e a segunda proposição da atividade que teve como temática a Rodoviária de Londrina, assim como, a atividade sobre Rampas acessíveis. As demais atividades não foram implementadas, devido a suspensão das aulas em decorrência da pandemia do Sars-cov-2.

### 4.3 OPÇÕES METODOLÓGICAS

Na presente seção, esclarecemos os procedimentos de coleta de dados e os procedimentos de análise.

#### 4.3.1 Procedimentos para as coletas de dados

A primeira proposição da atividade da Rodoviária de Londrina aconteceu no dia 29/05/19 com uma turma de 8º ano, mesma turma em que se desenvolveu a atividade das Rampas Acessíveis no dia 04/12/2019. A segunda proposição da atividade da Rodoviária de Londrina aconteceu no dia 10/03/2020 com uma turma de 9º ano durante três aulas. Elaboramos a atividade de Modelagem para a primeira proposição e, após sua implementação, revisamos sua formulação, levando em conta a disponibilidade de recursos digitais para a segunda proposição e aspectos teóricos dos quais nos aproximamos com o avanço dos estudos.

Na primeira proposição da atividade da Rodoviária de Londrina, contamos com a participação de 20 alunos da turma do 8º ano C, pois houve um número significativo de alunos que faltaram neste dia. Eles se dividiram em 5 grupos com números distintos de integrantes. O desenvolvimento da atividade se deu somente na sala de aula, contando com duas horas aulas.

Na segunda proposição, tivemos a participação de todos os 34 alunos que estavam presentes na turma do 9º ano A, do período matutino, divididos em 6 grupos com um número

---

<sup>5</sup> <https://maquintico.com.br/post/68/lei-do-inverso-do-quadrado-da-distancia-como-utiliza-lo-na-fotografia>

distinto de alunos em cada grupo. O desenvolvimento da atividade se deu em dois ambientes: iniciamos no laboratório de informática da escola e finalizamos na sala de aula.

Para o desenvolvimento da atividade das Rampas Acessíveis, contamos com a participação de 8 alunos do 8º ano C, embora o número total de alunos, nessa turma, fosse bem maior, no dia da atividade só esses se fizeram presentes. Eles foram divididos em dois grupos com 4 alunos cada. Além da sala de aula, ambientes como o pátio da escola e o caminho para a quadra também fizeram parte dessa atividade.

Os dados que subsidiaram as nossas análises são registros escritos dos alunos ao resolverem as atividades, gravações em áudio feitas a partir dos *smartphones* da professora, da professora-pesquisadora e de alguns alunos ao permitir a transcrição dos diálogos e discussões. Além de gravações em vídeo, utilizando uma filmadora do GEPMIT, a partir dos quais a percepção das ações dos alunos na realização das atividades foi facilitada. Também fazem parte dos dados os registros da professora-pesquisadora, que ao final do desenvolvimento de cada atividade de Modelagem anotava suas memórias.

#### 4.3.2 Procedimentos da análise de dados

Esta pesquisa apresenta elementos característicos de uma pesquisa qualitativa, visto que a pesquisa discute o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática em um ambiente educacional. Os dados decorrentes dessas serão analisados de maneira rigorosa, mantendo-os da forma, em que foram coletados, olhando para cada atividade e buscando sempre compreender a particularidade de cada uma.

Para Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa pode ser entendida como a tentativa de compreender significados e características de situações apresentadas pelos sujeitos da pesquisa se aprofundando nos fenômenos e levando em consideração suas particularidades, não desejando generalizações e, sim, a compreensão das singularidades.

Segundo Moreira (2011, p. 46), “pesquisa qualitativa é um termo que tem sido usado alternativamente para designar várias abordagens à pesquisa em ensino, tais como a pesquisa interpretativa”. Esse autor afirma que o interesse principal da pesquisa se concentra nos significados que são atribuídos a objetos, ações e interações dentro de um determinado contexto. E, nessa perspectiva, o contexto, em que ela é desenvolvida possui um papel importante, já que os significados e as ações advêm do contexto.

Em relação à pesquisa qualitativa interpretativa:

Ela procura analisar criticamente cada significado em cada contexto. O pesquisador, nessa perspectiva, pergunta-se continuamente que significados têm as ações e os eventos de ensino, aprendizagem, avaliação e currículo para os indivíduos que deles participaram. Indaga-se permanentemente sobre o que está acontecendo e com isso se compara com o que está acontecendo em outros contextos (MOREIRA, 2011, p. 49).

Para que se torne possível analisar tão criticamente cada significado ou ação demonstrada pelos sujeitos, segundo Moreira (2011), o investigador interpretativo observa participativamente de dentro do ambiente estudado, imerso no fenômeno de interesse, anotando com cuidado tudo que acontece nesse ambiente ao coletar documentos como trabalhos de alunos a fim de realizar o relato sem generalização, com acuidade em relação a particularidade dos grupos.

Se tratando da análise dos dados:

A análise interpretativa dos dados gera asserções de conhecimento, as quais são publicadas pelo pesquisador sob a forma de um relatório ou artigo de pesquisa. Nessa etapa assume grande importância outra faceta da pesquisa qualitativa: a narrativa. Ao invés de usar gráficos, coeficientes, tabelas estatísticas para apresentar resultados e asserções de conhecimento, o pesquisador interpretativo narra o que fez e sua narrativa concentra-se não nos procedimentos, mas nos resultados. Suas asserções dependem de sua interpretação só terão validade para o leitor (que pode ser um colega pesquisador um professor, um administrador, o próprio sujeito da pesquisa) na medida em que este concorda com essa interpretação (MOREIRA, 2011 p. 51).

Assim, para a análise qualitativa interpretativa do desenvolvimento das atividades, buscamos perceber se os alunos atingiram uma matematização bem-sucedida, de acordo com Niss (2010), bem como Stillman e Brown (2012). Para isso procuramos identificar se o(s) aluno(s) demonstra(m): “(1) possuir conhecimento matemático relevante, (2) ser capaz de usá-lo na Modelagem, (3) acreditar que um uso válido da matemática é modelar fenômenos reais e (4) ter persistência e confiança em suas capacidades matemáticas” (STILLMAN; BROWN, 2012, p. 681).

Quanto aos aspectos da cultura digital, a BNCC (BRASIL, 2017) não indica habilidades que mencionam diretamente o termo cultura digital, assim, buscaremos identificar aspectos da competência 5:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018 p. 9).

A BNCC (BRASIL, 2017) também não menciona o uso das tecnologias digitais associadas à Modelagem Matemática, aliás, essa abordagem pedagógica é bem pouco presente no documento.

Desta forma, serão estudados e analisados todos os dados coletados, buscando identificar os 4 elementos necessários para uma matematização bem-sucedida descritos por Niss (2010) e os aspectos relacionados a competência citada acima.

## 5. DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Neste capítulo, trazemos a descrição e análise da implementação de três atividades de Modelagem que denominaremos: Atividade 1: Rodoviária de Londrina – proposição 1, Atividade 2: Rodoviária de Londrina – proposição 2 e Atividade 3: Rampas Acessíveis, desenvolvidas com os alunos de 8º e 9º anos do Ensino Fundamental.

Procuramos evidenciar, por meio da descrição e análise das resoluções apresentadas pelos alunos, indícios de matematização a partir do que é sugerido por Niss (2010). Pretendemos, também, trazer considerações sobre os aspectos da cultura digital dos alunos a partir do envolvimento deles com o ambiente educacional. O quadro a seguir, refere-se ao uso de tecnologias digitais em cada uma das três atividades desenvolvidas.

**Quadro 3** – A presença das tecnologias digitais nas atividades desenvolvidas

Atividade	A presença da tecnologia digital
Atividade 1	Na proposição 1, a tecnologia digital permeou a elaboração e a conclusão da atividade: a coleta de informações feita pela professora-pesquisadora e a validação dos resultados obtidos só foi possível a partir do uso do aplicativo <i>Google Earth</i> <sup>6</sup> . Os alunos não tiveram acesso direto às tecnologias nesta proposição.
Atividade 2	Na proposição 2, além do uso feito pela professora-pesquisadora das tecnologias digitais para planejamento da atividade, fazer pesquisas, elaborar os slides, os alunos também se utilizaram das mesmas para pesquisar informações relevantes para desenvolver a atividade em diferentes etapas.
Atividade 3	Nesta atividade, diferentes tecnologias digitais se fizeram presentes: para acesso às normas técnicas, vídeo para inteiração com a temática, aplicativo <i>Smart Protractor</i> <sup>7</sup> para descobrir a angulação das rampas.

Fonte: A autora

### 5.1 ATIVIDADE 1: RODOVIÁRIA DE LONDRINA – PROPOSIÇÃO 1

A atividade “Rodoviária de Londrina – proposição 1” abordou os conceitos de área de figuras planas, sendo desenvolvida com uma turma de 8º ano. A elaboração e o planejamento dessa tarefa levaram em conta os conteúdos da grade curricular e as habilidades descritas pela BNCC (BRASIL, 2017).

Os objetivos para essa atividade foram:

- Trabalhar o conteúdo área do círculo
- Desenvolver habilidades de resolução de problemas aplicados

<sup>6</sup> <https://www.google.com.br/earth/>

<sup>7</sup> [https://play.google.com/store/apps/details?id=kr.sira.protractor&hl=en\\_US&gl=US](https://play.google.com/store/apps/details?id=kr.sira.protractor&hl=en_US&gl=US)



- Mostrar a aplicação de conteúdos matemáticos em situações reais
- Incentivar o trabalho em grupo.

Desta forma, procuramos contemplar a seguinte habilidade presente na BNCC (EF08MA19): resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos (BRASIL, 2017, p. 315).

Por meio da elaboração e a finalização desta atividade, as tecnologias digitais se fizeram presentes e foram de suma importância. E, durante o seu desenvolvimento, procuramos observar a matematização apresentada pelos alunos.

### 5.1.1 Descrição e análise do desenvolvimento da Atividade 1

Essa foi nossa primeira experiência com a turma, anteriormente, só havíamos sido apresentados. Também foi a primeira experiência da turma com atividade de Modelagem, de acordo com os relatos da professora regente.

Na antecipação que realizamos, contávamos com 3 aulas de 50 minutos para o desenvolvimento da atividade, uma aula na terça-feira e duas aulas na quarta-feira, ao seguir o horário da professora. Mas, não foi possível seguir o planejamento. Infelizmente, a professora não pode comparecer no primeiro dia em que estava programado para o desenvolvimento da atividade, logo, apenas as duas aulas do dia seguinte ficaram disponíveis.

A informação que tivemos sobre o número de alunos era de que, em geral, de 35 a 38 alunos se faziam presentes. Porém, a aula foi em uma quarta-feira, um dia chuvoso em que apenas 20 alunos compareceram.

A professora lembrou os alunos sobre o que estava programado para a aula, e que, gostaria que eles colaborassem. Logo após, eles souberam sobre a finalidade da atividade, que além de contribuir com o aprendizado, fazia parte da pesquisa da professora-pesquisadora.

Procuramos conduzir a inteiração dos alunos com a temática a partir de um diálogo, objetivando, também, a motivação por parte dos alunos. O diálogo envolvia perguntas relacionadas a rodoviárias, em geral, até que se pudessemos mencionar a Rodoviária de Londrina. Poucos alunos responderam às perguntas, mostraram-se tímidos. Como estratégia para que ficassem mais desinibidos, adiantamos a constituição dos grupos.

Assim que foi solicitado a eles que se organizassem em grupos, eles se uniram por critério de afinidade em cinco grupos com números distintos de integrantes em cada.

**Quadro 4** – Composição dos grupos na Atividade 1

<b>Grupos</b>	<b>Alunos (T1)</b>
G1T1	A1T1, A2T1, A3T1, A4T1, A5T1 e A6T1
G2T1	A7T1, A8T1, A9T1, A10T1 e A11T1
G3T1	A12T1, A13T1, A14T1 e A15T1
G4T1	A16T1, A17T1 e A18T1
G5T1	A19T1 e A20T1

Fonte: A autora

Com os grupos organizados, retomamos o diálogo sobre a Rodoviária de Londrina. Houve mais repostas por parte dos alunos, após estarem com suas equipes, entretanto, eles se dispersavam com facilidade, sendo necessário chamá-los para o foco da atividade a todo momento.

Em seguida, após os alunos se manifestarem quanto a conhecer ou não a Rodoviária, vários disseram nunca ter ido e nem visto o lugar, já outros se lembraram que o ônibus metropolitano que sai de Jataizinho e vai para Londrina passa por perto dela. Então, foi o momento, em que eles tiveram contato com a primeira imagem da Rodoviária de Londrina prevista no planejamento (Figura 2).

**Figura 2** – Foto da Rodoviária de LondrinaFonte: <https://flic.kr/p/jBhfPX>

Diferente de Londrina, a rodoviária do município em que moramos não se constitui apenas como uma rodoviária, ela possui uma sala reservada para a venda de passagens e para os demais serviços de um guichê de rodoviária. O restante do espaço é destinado à farmácia do posto de saúde da cidade, que foi desmembrado.

Eles tiveram um tempo para observar a imagem recebida. Logo após, foram questionados sobre o espaço que essa rodoviária dispõe, tanto para o fluxo das pessoas, quanto para o trânsito de carros e ônibus. Foram questionados também sobre o seu formato e as partes que a compõe.

Feito isso, foi entregue a segunda imagem que ilustra a rodoviária por um ângulo diferente, buscando auxiliar os alunos na percepção do espaço e na compreensão do problema que sugerimos (Figura 3).

**Figura 3** - Vista aérea da Rodoviária de Londrina obtida pelo *Google Earth*



Fonte: <https://www.google.com/earth>, coordenadas 23°18'33.69"S 51°09'00.66"W

Ao se depararem com a segunda figura, (Figura 3) eles tiveram uma ideia melhor de como é organizado o espaço interno, que está relacionado a problemática. Algum tempo foi destinado para que pudessem fazer perguntas ou comentários, para que então eles recebessem a última folha contendo os dados e o problema proposto (Figura 4).

**Figura 4** – Problema a ser modelado na Atividade 1

A vista aérea da rodoviária mostra uma estrutura que parece circular. O diâmetro dessa figura circular é de aproximadamente 177,18 m.

As rodoviárias geralmente são compostas por um espaço externo, no qual os ônibus utilizam para carga e descarga e um espaço interno, com guichês, lanchonetes, entre outros... Nessa rodoviária da foto o esse espaço coberto, tem como diâmetro 151,96 m e a parte central possui 58,52 m.

Caso seja necessário realizar uma reforma nesse espaço coberto. Qual seria a quantidade necessária de telha em metros para realizar a cobertura dessa área?

Dados:

Resolução:

Fonte: A autora

A primeira reação de todos os integrantes dos grupos foi ler o que continha a folha para começarem a tirar as dúvidas que surgissem. Disponibilizamos um tempo para que fizessem a leitura do problema e se inteirassem dos dados fornecidos. Após algumas discussões e questionamentos sobre o problema, os alunos enfatizaram que eles já haviam realizado outras “contas” para descobrir o espaço de dentro das figuras, mas não era um círculo.

No momento, em que essa atividade foi elaborada, levamos em consideração o planejamento inicial da professora da turma, que indicava que os alunos já teriam visto o conteúdo necessário para a resolução do problema e a atividade não teria como foco trazer um novo conteúdo, mas sim aplicar o que, supostamente, já teriam estudado. Como não foi o que aconteceu, a atividade foi uma oportunidade para introduzir um novo conteúdo.

Foi necessário ir à lousa para explicar o conteúdo e apresentar a fórmula que é utilizada para fazer o cálculo da área. Também foi relevante o atendimento nas carteiras para mais explicações, além de apenas um direcionamento, pois, após a explanação do conteúdo, os alunos apresentaram mais dificuldades em Matemática básica do que em assimilar o conteúdo novo.

Os integrantes de três dos cinco grupos se mostraram interessados em meio as dificuldades (A1T1, A2T1, A3T1, A4T1, A5T1, A6T1, A7T1, A8T1, A9T1, A10T1, A11T1, A16T1, A17T1 e A18T1), insistindo e tentando concluí-las com nosso auxílio e dos demais integrantes do grupo, porém, dois grupos não mostraram interesse, por mais que houvesse insistência em oferecer ajuda e explicação, eles se negaram a prosseguir com a atividade.

Não houve tempo suficiente para que os alunos fizessem a exposição de suas resoluções na lousa. Então, para que a atividade pudesse ser concluída, foi realizada uma conversa sobre como cada grupo pensou e como acabou sendo de fato a resolução, além do resultado obtido. Os resultados de alguns grupos diferiram de outros pelo número de casas decimais utilizadas.

Para colher as impressões dos alunos sobre o desenvolvimento da atividade solicitamos que fizessem um breve relato, apontando os aspectos positivos e os aspectos negativos que eles puderam observar desta aula e deixassem com a professora.

A validação da atividade, assim como a coleta de dados, só foi possível por meio da utilização do *Google Earth*, a partir do qual temos a possibilidade de observar representações do globo terrestre em diferentes escalas, além de realizar medições do que nele aparece.

Ao lado da Rodoviária de Londrina está localizado o Estádio Vitorino Gonçalves Dias, mais conhecido como VGD (Figura 5), um estádio de futebol que pertence ao município de

Londrina de acordo com a Lei N° 12.000, de 2 de janeiro de 2014<sup>8</sup> e, por isso, a medida de sua área real está disponível nas Leis Municipais de Londrina.

**Figura 5** – Estádio VGD



Fonte: Site do Londrina Esporte Clube<sup>9</sup>

Para realizar a validação da área do telhado da Rodoviária, optamos por fazer comparação com a área do estádio, pois a Lei N° 12.000 informa suas medidas. Desse modo, nós coletamos os dados necessários do estádio no *Google Earth*, fizemos o cálculo e comparamos com a área disponível na Lei, com a finalidade de sabermos se as medidas obtidas por meio do recurso são válidas. Felizmente, obteve-se resultados bem próximos, assim, entendemos que, as medidas utilizadas para o cálculo da área da Rodoviária também podem ser consideradas válidas.

O problema que eles foram convidados a resolver era referente ao espaço coberto da Rodoviária: *caso seja necessário realizar uma reforma nesse espaço coberto, qual seria a quantidade necessária de telha em metro para realizar a cobertura dessa área?* Observando o desenvolvimento dos grupos, percebemos que os alunos acabaram expressando todos o mesmo raciocínio, visto que suas resoluções são similares. E, talvez isso seja justificado pelo fato de que a primeira parte da matematização ficou muito clara. Como a Figura 3 mostra, a Rodoviária aparenta ser circular, logo, remete aos alunos algo relacionado ao círculo. Apesar de não aparecer nas suas resoluções, entende-se que toda a turma assumiu essa informação como hipótese para prosseguir com a resolução, pois, quando conversamos com eles sobre o espaço da rodoviária, alunos como A3T1 e A10T1 já manifestaram isso (*A3T1: Ela é redonda já passei lá perto de ônibus, A10T1: É circular sim, não parece outra figura*).

<sup>8</sup> <https://leismunicipais.com.br/>

<sup>9</sup> <https://www.londrinaesportecolube.com.br/noticia/2020/6/24/estadio-vgd-completa-64-anos-nesta-quarta-feira>

Para analisar aspectos do desenvolvimento, trazemos registros dos grupos, e nossas percepções a partir do que eles comentaram e discutiram durante o desenvolvimento da atividade.

A Figura 6 indica como os alunos do G1T1 foram cuidadosos ao anotar os dados, auxiliando, assim, na hora da resolução, por mais que tenham copiado exatamente como estava no enunciado.

**Figura 6 – Resolução G1T1**

Dados: O diâmetro dessa figura circular é de aproximadamente 117,16 m. Tem como diâmetro 151,96 m e a parte central possui 58,52 m

Resolução:

$$151,96 \div 2 = 75,98^2$$

$$5,72 \cdot 9604 \cdot 3,14 = 18.127.09566$$

$$58,52 \div 2 = 29,26^2$$

$$856.1476 \cdot 3,14 = 2.688.30158$$

$$\begin{array}{r} 18.127.09566 \\ - 2.688.30158 \\ \hline 15.438.79408 \end{array}$$

R8 a quantidade de metros de fio preciso de 15.438,79.

Fonte: Registro da resolução do G1T1

É importante ressaltar que os alunos deste grupo, organizaram seus cálculos da maneira que acharam mais fácil entender e concluíram a atividade. Pode-se perceber isso quando eles discutiram, no momento da resolução:

A4T1: Tá fazendo errado, na fórmula do quadro o 3,14 tem que ser antes

A2T1: Ué tanto faz, a gente já faz o ao quadrado e já coloca aqui e depois o 3,14

A1T1: Na calculadora né porque esse negócio de quadrado é embaçado

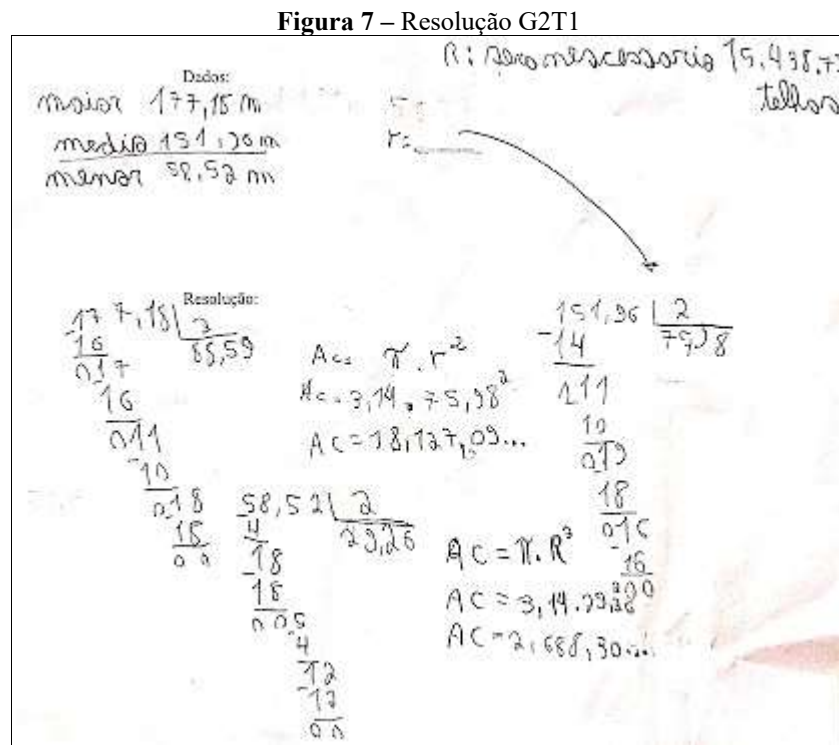
A2T1: É, as de vezes também

A3T1: A conta de menos não precisa de calculadora né, que b####

A2T1: Eu sei aff, nessa é mais fácil arrumar os números com vírgula

Em algumas operações, optaram por realizar os cálculos com o auxílio de uma calculadora e anotar apenas o resultado final, e, na última operação resolveram fazer à mão, pois as casas decimais foram motivo de dúvidas para os alunos (*A1T1: Como faz conta com vírgula?*), principalmente, ao inserirem os números na calculadora.

A Figura 7 se refere a resolução do G2T1.



Fonte: Registro da resolução do G2T1

Os alunos do G2T1 foram mais sucintos ao realizar as anotações referentes aos dados disponibilizados. Podemos perceber que eles anotaram apenas as medidas, nem inseriram a palavra “diâmetro”, o que não deixou muito claro o resultado.

Contudo, o que podemos observar é que eles entenderam que esse cálculo não seria necessário e prosseguiram com a medida dos outros dois raios apenas para realizarem a substituição na fórmula sugerida. O G2T1 optou por realizar as divisões à mão, porém, quando foi necessário utilizar a potenciação e a multiplicação com números decimais, eles optaram pelo auxílio da calculadora. Ao serem questionados, demonstraram dificuldades com potenciação, confundindo o elemento ao quadrado com duas vezes esse determinado elemento.

*A9T1: Agora é duas vezes esse resultado?*

*PP: Olha, o número que fica em cima, que é a potência significa o número de vezes que você multiplica o de baixo, que é a base, por ele mesmo*

*A10T1: Então é ele vezes ele. Tem que pôr ele mesmo de novo eu acho*

A8T1: Deve ser, mas faz assim e chama ela outra vez

A imagem a seguir refere-se à resolução apresentada pelo G3T1.

**Figura 8** – Resolução G3T1

Dados: O diâmetro de um fíguro circular e de aproximação  
 raio 177,13 m  
 meio para determinar a área e comprimento lateral.  
 com comprimento diâmetro 153,96 m e a parte lateral  
 da figura 50,52

Resolução:  

$$\begin{array}{r} 153,96 \\ + 3,14 \\ \hline 635,54 \\ + 1 \\ \hline 635,54 \\ + 13 \\ \hline 104,52 \end{array}$$

Vai no enunciado 157,52 quantidade de metros  
 de fibra em metros para realizar a cobertura  
 dessa área.

Fonte: Registro da resolução do G3T1

O G3T1 é um dos grupos que não demonstrou interesse pela atividade. Em uma das vezes que foram questionados após vermos o primeiro e único cálculo apresentado pelo grupo, a resposta foi a seguinte:

PP: Percebi que não estão fazendo, precisam de ajuda? Já leram o problema?

A20T1: Não vamos fazer

PP: Mas, porque? Eu vou ajudar vocês

A19T1: A gente não sabe e não quer fazer

PP: Seria importante que fizessem, fora o conteúdo novo, a atividade é diferente, vamos tentar vocês vão gostar

A20T1: A gente quer ficar de boa

Foram várias tentativas de explicação, mas ao se depararem com a informação de que precisariam rever esse cálculo inicial e comparar com o que tinha sido explicado, já que a fórmula indica o raio ao quadrado multiplicado pelo número  $\pi$ , eles tiveram reações negativas. Insistiram em dar a resposta final e entregar a atividade dessa forma. De acordo com a professora deles, isso era recorrente nas aulas dela.

Os alunos do G4T1 se inteiraram da situação apresentada, anotando de forma clara os dados disponíveis. Anotaram também a resposta final, logo em seguida.



Figura 9 – Resolução G4T1

Dados: O diâmetro maior 147,18m.  
 O diâmetro menor 151,96m  
 e a parte central possui 58,52m  
 Área mensuradas 15438,792 metros.

Resolução:

$$r = \frac{d}{2}$$

$$r = 75,98$$

$$A_c = \pi \cdot r^2$$

$$\begin{array}{r} 75,98 \\ \times 75,98 \\ \hline 5770,9604 \\ \times 3,14 \\ \hline A_c = 18127,095 \end{array}$$

$$A_c = \pi \cdot r^2$$

$$r = \frac{d}{2}$$

$$r = 29,26$$

$$\begin{array}{r} 29,26 \\ \times 29,26 \\ \hline 856,1476 \\ \times 3,14 \\ \hline 2688,3034 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18127,095 \\ 2688,3034 \\ \hline 15438,792 \end{array}$$

Fonte: Registro da resolução do G4T1

O Trecho da transcrição dos diálogos indica envolvimento do grupo.

A18T1: *É pra todo mundo ler, não é só eu não*

A16T1: *Tá todo mundo lendo fi*

A18T1: *Então vai logo que já terminei, fala sobre o telhado da Rodoviária*

A17T1: *Vamos escrever os dados aqui enquanto ele termina, esse lerdo*

Fizeram o registro de como transformar o diâmetro em raio, com as duas medidas que seriam utilizadas para responder o problema. Mostraram também compreensão em relação ao conteúdo de potenciação, apesar de organizarem as operações e obterem o resultado na calculadora, fizeram a multiplicação da base, de acordo com o expoente.

Os alunos manifestaram, também, por meio de suas falas, que possuíam conhecimento matemático relevante e que utilizaram fórmulas para calcular a área do quadrado (A18T1: *A gente só sabe fazer isso com o quadrado*) e do triângulo (A16T1: *A gente fez do triângulo também, só não lembro*), entretanto, não haviam realizado o cálculo para o caso do círculo.

Apresentaram dúvidas em relação a alguns conteúdos necessários para a compreensão da fórmula explorada (A16T1: *Vamos fazer isso logo, quantos que vale o pi?*).

Percebemos, assim, que os alunos tinham percepção de como tratar matematicamente a situação-problema, mas desconheciam o modelo matemático, a fórmula, que poderiam usar para realizar esse cálculo.

*A18T1: A gente só sabe fazer isso com o quadrado*

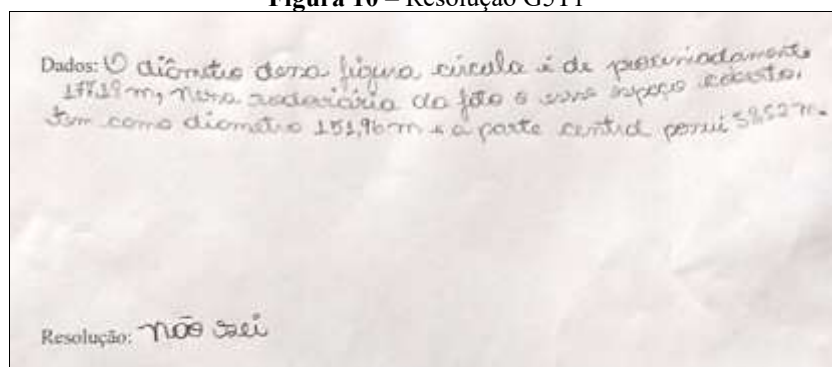
*A17T1: Aprendemos esses dias*

*A16T1: A gente fez do triângulo também, só não lembro.*

A operação entre uma área e outra não contém sinal indicando ser uma subtração, mas por meio do resultado obtido pode-se perceber que o é.

Por fim, temos a Figura 10 que expressa o que foi apresentado pelo Grupo 5.

**Figura 10** – Resolução G5T1



Fonte: Registro da resolução do G5T1

Os dois alunos do G5T1 se limitaram a copiar parte do texto em que foram disponibilizadas as medidas. Na folha que o grupo nos devolveu não há sinal algum de registro, não copiaram nem o que foi explicado no quadro e se recusaram a obter ajuda nos momentos em que nos aproximamos para oferecer algum tipo de explicação. Quando conversamos com a professora da turma sobre esses alunos, ela repetiu o que foi dito em relação aos integrantes do G3T1.

Como mencionamos, os alunos fizeram um breve relato sobre os pontos positivos e negativos que eles puderam observar em relação a aula que tiveram. Em relação aos negativos, o que se sobressaiu foi a menção ao nível de dificuldade da atividade, queixaram-se de ser muito difícil. Outro fator bastante citado foi o tempo, acharam a atividade longa e demorada demais.

Recorrer ao *Google Earth* para encaminhar a atividade foi nossa opção, visando mostrar a possibilidade de realizar estimativas para a área de uma obra de grandes dimensões a partir de um recurso acessível por meio da internet. Assim, além de subsidiar-nos na elaboração da atividade, foi uma ferramenta indispensável para o seu fechamento, visando a validação dos resultados. Os alunos disseram não conhecer esse recurso, somente dois alunos mencionaram

conhecer o *Google Maps*<sup>10</sup>, que é próximo ao *Google Earth*<sup>11</sup>, mas também não eram familiarizados com seu uso nem dentro e nem fora da escola.

Por fim, embora os alunos tivessem achado a atividade longa e difícil. Os pontos positivos que se destacaram foi tratar-se de uma aula legal e diferente, visto que eles ainda não haviam investigado situações reais antes. Os alunos gostaram também de trabalhar em grupo, disseram que raramente isso acontece, por ser uma turma grande, quando todos os alunos comparecem o barulho acaba sendo maior.

### 5.1.2 Análise da Atividade 1: Rodoviária de Londrina – proposição 1

O objeto matemático estudado, nessa situação-problema, refere-se a Rodoviária de Londrina, que por apresentar um formato que em uma vista superior é próximo ao complementar da intersecção de círculos concêntricos de raios diferentes, como sugere a Figura 3, remete às várias características e cálculos que estão ligados a essa figura. Os alunos, modeladores, desta situação, precisaram, então, lembrar-se como matematizar o espaço existente no interior da figura, a área. E, após serem apresentados ao modelo matemático que permite obtê-la de um círculo, os alunos encontraram obstáculos com a potenciação e operações com números decimais, conteúdos estes que, teoricamente, discentes dessa faixa etária já teriam estudado por mais de uma vez.

No Quadro 5, procuramos enfatizar o que entendemos que foi o processo de matematização realizado pelos alunos, para, então, fazer a análise da Atividade 1.

**Quadro 5** – Síntese das fases na Atividade 1

Rodoviária de Londrina – proposição 1		
Situação Inicial	Matematização	Resolução
Procuramos conduzir a inteiração dos alunos com a temática a partir de um diálogo, objetivando também a motivação por parte dos alunos. O diálogo envolvia perguntas	A matematização iniciou assim que os alunos discutiram sobre como fariam para utilizar os dados identificados, durante a discussão disseram saber calcular a área apenas do	Assim que lhes foi apresentada a fórmula que utilizariam e explicado cada item que a compõe os alunos iniciaram a resolução da atividade,

<sup>10</sup> <https://www.google.com.br/maps>

<sup>11</sup> Diferença entre o *Google Earth* e o *Google Maps*: O *Maps* pode ser acessado de um navegador da Internet, o *Earth* é um programa que deve ser baixado e instalado no disco rígido do usuário. O *Google Earth* diferente de outros *softwares* de visualização, incluindo o *Google Maps*, é a visualização em 3D de algumas cidades, prédios e marcos naturais. O *Google Earth* permite aos usuários ir para fora do planeta e explorar a superfície da lua e de Marte. O *Google Maps* não tem essa função. O *Google Earth* é desenhado para dar aos usuários uma experiência majestosa de sobrevoos enquanto eles navegam de um ponto a outro. O *Google Maps* não possui essa característica. O *Google Earth* é frequentemente usado para entretenimento. Já o *Google Maps* é mais utilizado para propósitos utilitários, como a localização de endereços ou obtenção de direções para seguir de carro. [Diferenças entre o Google Maps e Google Earth \(ehow.com.br\)](http://ehow.com.br)

relacionadas às rodoviárias em geral até chegar a Rodoviária de Londrina. Eles receberam imagens da Rodoviária para que fossemos discutindo sobre o espaço que ela ocupava e por fim receberam uma folha com os dados e a problemática que seria investigada. Eles tiveram um tempo para que discutissem e elaborassem um plano de resolução para essa problemática, mas precisaram de auxílio para tal.	quadrado e do retângulo. Logo, foi preciso apresentar a fórmula que é utilizada para fazer o cálculo da área do círculo para que pudessem prosseguir.	necessitando de auxílio para conseguirem concluí-la,
--	---	--

Fonte: A autora

Os alunos do G2T1 mostraram uma dificuldade típica de modeladores iniciantes, de acordo com Niss (2010), que é interpretar a situação e escolher dentre as informações apresentadas, as que realmente seriam relevantes para a resolução do problema. Pois, eles precisaram manter a meta traçada, inicialmente, em suas mentes, enquanto absorviam um novo conteúdo e lidavam com as dificuldades.

Os alunos do G4T1 chegaram a questionar o que significava “dados” que estava escrito na folha que haviam recebido.

*A16T1: O que é dados? Então tem que escrever esses números de diâmetro?*

*PP: São as informações que vocês consideram importante para resolver o problema*

*A17T1: Olha aqui, deve ser esses diâmetros então*

O propósito da professora-pesquisadora com o planejamento da Atividade 1, foi que os alunos compreendessem a aplicabilidade do conteúdo área do círculo em uma atividade que envolvesse uma situação da realidade, porém, acabou se tornando uma atividade introdutória deste conteúdo.

Esta atividade é constituída de várias fases, de acordo com o ciclo proposto por Niss (2010), apresentado na Figura 1. Primeiramente, houve uma conversa introdutória, visando despertar o interesse dos alunos. Logo em seguida, eles puderam se inteirar da problemática e dos dados levantados, a partir do material que foi entregue a eles. Após isso, utilizaram de artefatos matemáticos para solucionar um problema de fora do domínio matemático.

Segundo Niss (2010), o maior desafio está em selecionar as informações relevantes da situação matematizada e submeter essas informações ao tratamento matemático. Que foi algo notório durante o desenvolvimento desta atividade. Tanto nos registros escritos do G2T1, quanto nas gravações de áudio de outros grupos, como no G3T1:

*A13T1: É para anotar os números, são os dados isso a gente entendeu*

*A12T1: É para copiar isso que está escrito e os metros?*

*A14T1: Acho que só os que fala dos metros tá bom*

*A13T1: Vamos ter que usar esses números aí para fazer as contas*

A seleção dessas informações, de acordo com Niss (2010), deve ser baseada na confiança, em que o modelador sente em sua própria capacidade de implementar a estratégia prevista, além de possuir a maior parte do conhecimento matemático e das habilidades técnicas que estão envolvidas na implementação da estratégia prevista.

No G3T1 e G5T1, que foram os grupos que não concluíram a atividade e não alcançaram uma matematização bem-sucedida, visto que nem a interação aconteceu de forma satisfatória, foi notório a falta de *persistência e confiança em suas capacidades matemáticas*. A ausência de marcas de tentativas nos registros que foram entregues pelos grupos e as falas citadas, anteriormente, junto com o registro do grupo (*A19T1: A gente não sabe e não quer fazer. PP: Seria importante que fizessem, fora o conteúdo novo, a atividade é diferente, vamos tentar vocês vão gostar A20T1: A gente quer ficar de boa*) mostram a falta de interesse, pois o conteúdo foi apresentado a toda a turma, que já tinha uma base, sendo que as dúvidas foram esclarecidas na medida do possível e os alunos orientados durante toda a aula. Na fala deles, fica claro a vontade em não se esforçarem como o restante da turma estava fazendo. O fato de estarem acostumados com tarefas de resolução de exercícios nos leva a inferir que talvez eles precisassem de outras atividades como essa para perceberem e *acreditarem que um uso válido da matemática é modelar fenômenos reais*.

Os grupos que conseguiram concluir a atividade, G1T1, G2T1 e G4T1, mostraram *serem capazes de usar o conhecimento na Modelagem*. Como foi dito, toda a turma já havia iniciado o estudo sobre área de figuras planas, mas alguns alunos apresentaram dúvidas relacionadas a vários conteúdos, vistos em momentos anteriores da escolarização. Entendemos que alguns podem não ter aprendido de fato, tanto quanto outros alunos, ou que não se lembravam. E, apesar de ter sido a primeira experiência deles com Modelagem ou outra atividade de aplicação, ficou claro que tiveram perseverança durante as atividades, insistiram em meio as dificuldades, que não foram poucas, e conseguiram apresentar o conhecimento necessário para resolver o problema.

Os alunos estão acostumados a sentirem dificuldades nos conteúdos matemáticos que põem em dúvida o êxito na resolução, como percebemos na fala do A10T1 (*Isso é Matemática, se tá fácil é porque está errado. [risos dos demais, com tom de aceitação.]*). Neste caso, temos indicação de falta de *confiança em suas capacidades matemáticas*, pois, parece haver a crença de que os conteúdos matemáticos precisam ter um nível elevado de dificuldade, em que eles

não consigam compreender, pois se estão entendendo e conseguindo concluir a atividade é porque está errado.

Diante dos dados, pensamos ter evidenciado nas falas dos alunos e nos registros escritos apresentados por eles os quatro elementos que levam a uma matematização bem-sucedida. Tanto a falta deles e a matematização não aconteceram de forma esperada, quanto a presença deles, mesmo que não fosse na íntegra, quando os alunos realizaram a matematização. Deixamos algumas falas que possam no ajudar a identificar esses elementos no Quadro 1.

**Quadro 6** – Identificando os quatro elementos na Atividade 1

Elementos necessários para uma matematização bem sucedida de acordo com Niss (2010)	Conclusão pautada na análise desses elementos
Possuir conhecimento matemático relevante	Para identificar se os alunos apresentaram conhecimento matemático relevante e se foram capazes de usá-los na Modelagem, nós observamos seus registros e seus diálogos, como “ <i>A1T1: Como faz conta com vírgula?</i> ” “ <i>A18T1: A gente só sabe fazer isso com o quadrado</i> ” “ <i>A16T1: A gente fez do triângulo também, só não lembro</i> ”.
Ser capaz de usá-lo na Modelagem	
Acreditar que um uso válido da matemática é modelar fenômenos reais	Para identificar se os alunos acreditaram que um uso válido da matemática é modelar fenômenos reais e se tiveram persistência e confiança em suas atividades nós observamos os registros e analisamos se a atividade foi finalizada e se os alunos confiaram nas resoluções feitas e nos conhecimentos aplicados. Diálogos como esses auxiliaram na conclusão: “ <i>A20T1: Não vamos fazer</i> ” “ <i>A19T1: A gente não sabe e não quer fazer</i> ”.
Ter persistência e confiança em suas capacidades matemáticas	

Fonte: A autora

Em relação a contribuição com a cultura digital dos alunos, houve limitações de tempo, pois o número de aulas disponíveis não foi o esperado, além de não ter sido possível o acesso à internet durante a aula. Assim, os alunos tiveram acesso somente aos dados coletados pela professora, sendo que o desenvolvimento de habilidades para a cultura digital não foi oportunizado, conforme o desejado no planejamento da professora-pesquisadora. Ainda assim, os alunos foram informados quanto a existência do recurso *Google Earth* e de como se deu a obtenção dos dados que utilizaram, porém, não lhes foi oportunizado manipular o recurso.

Algo relevante que pôde ser observado é que são alunos adeptos ao uso da calculadora que é um artefato tecnológico, foi algo que partiu deles. Também foi possível perceber que o único uso feito do celular durante a atividade foi na função de calculadora, sempre em busca de

um resultado correto. Eles apresentaram receio em relação ao erro nas operações matemática e depositavam toda sua confiança na calculadora.

## 5.2 ATIVIDADE 2: RODOVIÁRIA DE LONDRINA – PROPOSIÇÃO 2

Na segunda proposição da atividade “Rodoviária de Londrina – proposição 2”, mantivemos o objetivo de abordar conceitos de área de figuras planas, porém, desta vez, ela foi desenvolvida com uma turma de 9º ano, seguindo os conteúdos da grade curricular e as habilidades descritas pela BNCC (BRASIL, 2017).

Os objetivos com o planejamento da atividade foram:

- Trabalhar o conceito de área de figuras planas
- Desenvolver habilidades de resolução de problemas aplicados
- Mostrar a aplicação de conteúdos matemáticos em situações reais
- Incentivar o trabalho em grupo

Desta forma, procuramos contemplar a mesma habilidade (EF08MA19) da proposição 1: “resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos” (BRASIL, 2017, p. 315).

Nesta proposição, as tecnologias digitais não se fizeram presentes apenas no momento da elaboração e na antecipação pela professora-pesquisadora. Os alunos tiveram contato direto com os recursos tecnológicos que permearam todo o desenvolvimento até a conclusão da atividade.

### 5.2.1 Descrição e análise do desenvolvimento da Atividade 2

Essa atividade foi desenvolvida quando a professora-pesquisadora substituiu a docente da turma por 30 dias, período que lhe permitiu maior familiaridade com os alunos, além de conhecer um pouco sobre os estudantes. Eram alunos que mostravam interesse e questionavam bastante durante a aula sobre os conteúdos que estavam sendo estudados.

Planejamos um questionário para ser aplicado com os alunos antes que a atividade fosse desenvolvida, com o objetivo de investigar qual a relação que os alunos da turma tinham com as tecnologias digitais. Essas respostas seriam utilizadas para entender um pouco sobre a cultura digital deles, mas não foi possível realizar essa aplicação na escola, já que a *internet* se

manteve oscilando muito durante a semana planejada. Houve várias tentativas, mas foram sem sucesso, assim, apenas 3 alunos responderam ao formulário eletrônico<sup>12</sup> que visava obter o perfil de cada um em relação a cultura digital.

Dentro desse contexto, precisamos partir para a atividade, pois a substituição estava terminando, sendo o questionário e a atividade planejados para as últimas semanas da substituição. E, a ideia era aproveitar esses dias para fazer o primeiro desenvolvimento e depois precisar de menos aulas da professora da turma, já que seriam desenvolvidas mais outras 2 ou 3 atividades, nessa mesma turma.

A atividade de Modelagem teve dois momentos, em diferentes ambientes. Iniciamos no laboratório de informática da escola e finalizamos na sala de aula. No laboratório, os alunos foram orientados a se inteirar da situação-problema e a realizar a coleta de dados, a escolha das variáveis e a definição das hipóteses. Já em sala de aula, ocorreu a finalização da matematização, ou seja, os alunos resolveram a atividade e, por fim, foi realizada a interpretação e validação dos resultados.

A aula foi iniciada com a constituição dos grupos, não foi imposto a eles nenhum critério a fim de formarem equipes, ficaram livres para se organizarem por afinidade, porém, não poderia ultrapassar 6 grupos, por conta do espaço e para evitar duplas e trios em uma sala tão numerosa. Aí, conforme esses alunos optavam por formar duplas ou trios, eles tiveram que se unir a outros, conforme indica o Quadro 7.

**Quadro 7** – Composição dos grupos na Atividade 2

<b>Grupos</b>	<b>Alunos(T2)</b>
G1T2	A1T2, A2T2, A3T2, A4T2, A5T2 e A6T2
G2T2	A7T2, A8T2, A9T2, A10T2, A11T2 e A12T2
G3T2	A13T2, A14T2, A15T2, A16T2, A17T2 e A18T2
G4T2	A19T2, A20T2, A21T2, A22T2 e A23T2
G5T2	A24T2, A25T2, A26T2, A27T2 e A28T2
G6T2	A29T2, A30T2, A31T2, A32T2, A33T2 e A34T2

Fonte: A autora

A turma foi orientada de que, chegando no laboratório, eles deveriam se organizar nos computadores de tal maneira, em que os integrantes dos grupos ficassem próximos, para que fosse possível discutirem sobre a tomada de decisões em relação a atividade.

Ao chegarem no laboratório, os computadores que funcionavam já estavam ligados, então, eles foram instruídos a testarem a conexão, antes de qualquer outra coisa. Após esse

<sup>12</sup> <https://forms.gle/Qtq7biUzgQV18b5w8>



teste, iniciou-se a apresentação de slides para explicar e incentivar o interesse dos alunos pela atividade que seria proposta.

**Figura 11** – Alunos no Laboratório durante Atividade 2



Fonte: A autora

A Rodoviária de Londrina é uma obra cujo projeto original<sup>13</sup> é de autoria do grande arquiteto Oscar Niemeyer. Para que os alunos pudessem conhecer não apenas essa obra, como algumas outras, os slides se iniciaram com imagens de algumas obras famosas de Niemeyer, até que se chegasse à obra que seria objeto de estudo durante a aula.

Os alunos manifestaram suas opiniões sobre as obras, se conheciam ou não aquelas imagens que viram e sobre a característica que elas possuíam em comum. Eles disseram ter identificado formas geométricas nas obras, além da presença de vidros em quase todas elas.

Ao se depararem com a imagem da Rodoviária de Londrina, alguns disseram já ter visto, outros já estiveram lá. Mas também, houve aqueles que não conheciam. A folha com a problemática foi entregue a eles, logo em seguida, e tiveram um tempo para se inteirarem da situação-problema. A imagem presente no material consta na Figura 4, pois a Figura 5, eles visualizaram ao utilizar o *Google Earth*, já que nesta proposição os alunos teriam acesso a ele. O problema proposto foi reformulado em relação à primeira proposição: *Pense você, como faria para descobrir qual a quantidade de m<sup>2</sup> que essa parte coberta da obra possui, caso fosse necessário trocar essa cobertura?*

Ao lerem e se inteirarem sobre o problema, os discentes foram questionados sobre como fariam para resolver esse problema, se não tinham nenhuma informação disponível na folha que receberam, nem nos slides que eles viram. Apenas dois alunos se lembraram de

---

<sup>13</sup> <http://www.niemeyer.org.br/obra/pro240>

sugerir que eles fizessem uma pesquisa, já que estavam no laboratório de informática. Porém, além de pesquisar, eles precisavam saber o seu significado.

Iniciaram as pesquisas perguntando ao *Google* as medidas da Rodoviária de Londrina, alguns não encontraram informação alguma. Dois grupos acharam um site que dispunha das medidas do espaço interno, todavia, não sabemos sobre a sua confiabilidade. Mas, as medidas que eles julgavam necessárias não foram encontradas, assim como já era esperado. Foram questionados se conheciam algum site que pudesse fornecer essas informações, mas as respostas foram “não”.

Com o objetivo de eles elaborarem suas hipóteses em relação ao formato que a rodoviária possui, eles foram orientados a acessarem o *Google Earth*. Para que pudessem ter a visualização dessa obra em duas dimensões, em diferentes ângulos, de perto e de longe. Desse modo, projetamos a tela do computador pessoal para orientá-los, ao longo da pesquisa. Foi, então, que surgiu o primeiro obstáculo, visto que os computadores da escola não têm o mesmo sistema operacional que o nosso, (*Windows*) e não possuem o *Google Chrome* ou o *Internet Explorer* como navegador. O sistema utilizado era o *Linux*, e o navegador usado o *Mozilla*. Quando os alunos acessaram o *Google* e tentaram abrir o *Google Earth*, apareceu uma mensagem dizendo que o recurso era incompatível. A atividade teve que seguir com a projeção do que eles mesmo fariam nas máquinas em que estavam.

A preocupação com o sinal de *internet* era grande, pois já havia um histórico naqueles dias em relação a falta de conexão. Então, os computadores haviam sido testados somente em relação ao sinal de *internet* e não foram analisados, previamente, sites e recursos que seriam necessários. Testar todos os recursos digitais necessários para o desenvolvimento de uma atividade certamente é algo a ser considerado para uma próxima ocasião, já que essa situação também poderia ter sido antecipada.

Os alunos observaram a projeção do local que seria estudado e conheceram um pouco sobre o *Google Earth*. Viram que com ele é possível “viajar” para qualquer lugar da Terra e ver imagens de satélite, mapas em 2D e 3D.

Ao observarem o local, os alunos foram questionados sobre qual formato essa rodoviária teria. Eles precisavam ser incentivados a observarem com um olhar matemático, que vai além de uma rodoviária. Os alunos pensaram bastante e a resposta que prevaleceu, inicialmente, foi de que tinha aspecto de círculo (*A8T2: É redonda sim*), (*A15T2 e A26T2: parece um círculo*).

Deixamos a visualização mais próxima para que eles pudessem se certificar quanto ao círculo. Os alunos disseram que se a professora havia aproximado e perguntado novamente, é

porque não deveria ser um círculo (*A29T2: Se ela mexeu na imagem e perguntou de novo é porque não é um círculo gente*), (*A11T2: É verdade, não deve ser um círculo ou ela tá confundindo a gente, rs*). Então, houve a explicação de que alguém poderia ter outra visualização, por isso houve a aproximação da professora-pesquisadora para questioná-los novamente. Caso alguém tivesse alguma outra maneira de entender aquele formato poderia se manifestar.

Alguns disseram quadrados, outros retângulo. Receberam a dica de que poderia ser semelhante a junção de vários quadriláteros sim, porém, não esses que foram ditos. Logo que ouviram a dica, os alunos foram pesquisar o nome dos quadriláteros e começaram a fazer sugestões. Por conseguinte, foram orientados a observar e, não apenas, olhar os nomes, pois precisavam reconhecer semelhanças.

Os alunos que respondiam e se manifestavam eram sempre os mesmos. Um deles disse trapézio, pois tinha visto a imagem na internet e parecia com os pedaços da parte coberta da rodoviária. Os alunos continuaram as pesquisas, olhando os quadriláteros e observando o telhado da rodoviária, mas não encontraram uma figura que julgassem ser mais próxima que o círculo e o trapézio, sendo o trapézio um quadrilátero que possui dois lados paralelos (conhecidos como base maior e base menor) e dois não paralelos (lados oblíquos).

O próximo passo seria descobrir qual é o cálculo para encontrar a medida do espaço interno das figuras e como é feito. Alguns alunos pediram para pesquisar no *Google*, as primeiras respostas foram perímetro, então, foi explicado a eles que o cálculo do perímetro considera a soma das medidas de todos os lados da figura. Dessa forma, disseram que se não era perímetro, era o cálculo de área.

Para tanto, foi explicado para eles que poderiam se sentir livres para a escolher um método de resolução pautado na forma que julgassem mais parecida com a figura da rodoviária, porém, deveriam saber como é realizado o cálculo de área dessas formas geométricas, já que me disseram que o cálculo seria esse.

Com tal orientação foram logo pesquisar no *Google* qual seriam as fórmulas que eles utilizariam para resolver esse problema. Ao encontrarem as fórmulas, discutimos suas composições para que eles se lembrassem do valor do número  $\pi$ , do que é um diâmetro, de qual era considerada a altura do trapézio, entre outros.

Como eles não tinham acesso ao *Google Earth*, para realizar a coleta de dados, a professora-pesquisadora realizou as medições que os alunos acompanharam a partir da projeção em tela, enquanto anotavam as medidas que eles precisariam para fazer seus cálculos. Após

finalizarem as anotações, voltaram para a sala de aula e seguiram com a matematização, já que a lousa seria uma grande aliada e, no laboratório não havia nenhuma.

Na segunda aula, já em sala, os alunos apresentaram um comportamento bem diferente do que era comum. Estavam agitados e não se concentravam, foi bem complicado retomar o foco e voltar para a investigação da situação. Logo, ficou perceptível que eles estavam com dúvidas e com vergonha de se expressar, pois quando eram perguntados se precisavam de ajuda, diziam que não, mas a atividade estava estacionada.

Até que a professora-pesquisadora foi a lousa e perguntou se poderiam fazer o fechamento da atividade para que os alunos dissessem que não estavam conseguindo substituir os dados coletados na fórmula que encontraram na internet. Nesse momento, a professora foi explicando a relação entre as duas fórmulas e os dados obtidos, para que a atividade pudesse seguir. Auxiliando, desse modo, na substituição e no desenvolvimento do cálculo.

Alguns grupos conseguiram finalizar a atividade apenas com a explicação para o grande grupo na lousa. Outros precisaram de atendimento nos grupos.

Por fim, houve a discussão dos resultados, os alunos queriam ver se quem fez partindo da ideia de que eram vários trapézios havia tido o mesmo resultado de quem fez partindo do pensamento de que era um círculo. E, eles puderam ver isso, assim, como puderam ver a validação, que estava presente nos últimos slides.

A validação foi feita, de forma semelhante ao primeiro desenvolvimento, coletando as medidas do Estádio Vitorino Gonçalves Dias no *Google Earth* e utilizando-as para calcular a área do estádio com a finalidade de comparar com a medida real e ver se as medidas que se consegue pelo *Google Earth* são realmente próximas. Quando eles já haviam visto que as medidas obtidas com o *Google Earth* eram válidas, eles foram questionados sobre uma possível problemática diferente dessa que haviam investigado. Dois alunos se manifestaram e disseram sobre calcular o espaço interno da rodoviária, já que eles haviam encontrado informações referentes a esse espaço no *Google*.

Esta segunda aula foi bem agitada, aparentemente, os alunos acharam cansativa a mudança de ambiente, além de reclamarem sobre ser uma atividade longa e difícil, visto que esperavam terminar em uma aula só. Eles gostaram das câmeras, disseram nunca terem sido filmados em atividades antes. Gostaram também de poderem pesquisar as informações que faltavam na *internet*.

Na tentativa de solucionar o seguinte problema: *Pense você, como faria para descobrir qual a quantidade de  $m^2$  que essa parte coberta da obra possui, caso fosse necessário trocar*

essa cobertura? os grupos se dedicaram e apresentaram suas resoluções. A Figura 12 refere-se à resolução apresentada pelo G1T2:

**Figura 12** – Resolução de G1T2

Dados diâmetro maior  
155,4 / diâmetro menor - 58,32 m /  
32 trapézios  
base maior - 14,3 metros base menor 6,36 metros  
altura 4,67 metros

Resolução

Área do círculo

$$A = \pi r^2$$

$D = 155,4 \text{ m}$   
 $d = 58,32 \text{ m}$

$$A = \pi \cdot 77,7^2$$

$$A = 6037,29 \pi$$


---


$$A = \pi \cdot 29,16^2$$

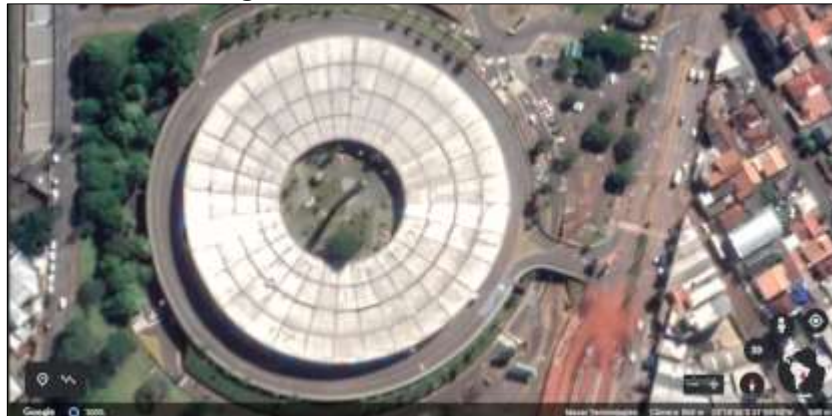
$$A = 850,3056 \pi$$

$$16.287,33036$$

Fonte: Registro da resolução do G1T2

Os alunos do G1T2 anotaram todas as medidas necessárias para prosseguir, pautados na hipótese de que a imagem correspondia a um círculo e fosse aproximada por uma figura formada por trapézios, 32 para ser mais exata. Para que soubessem a quantidade de trapézios, aproximamos bem a vista aérea da Rodoviária, assim como na Figura 13 e os alunos contaram.

**Figura 13** – Vista aérea da Rodoviária



Fonte: Google Earth

Eles chegaram a discutir o que fariam, mas a maioria votou em calcular a área do círculo.

A2T2: Gente, vamos usar a mais fácil né?

A1T2: Pra mim a mais fácil é a do círculo

A3T2: Mas nesse tem duas contas

A4T2: No do trapézio também, depois tem a de vezes, lembra?!

A6T2: Então vamos do círculo

A3T2: Os valores que a gente precisa já tá tudo anotado mesmo?

A1T2: Deve tá, senão ela tinha falado

A5T2: O pi ela disse que pode usar 3,14. Mas, e para fazer esse raio ao quadrado?

A1T2: A gente tem calculadora, [risos].

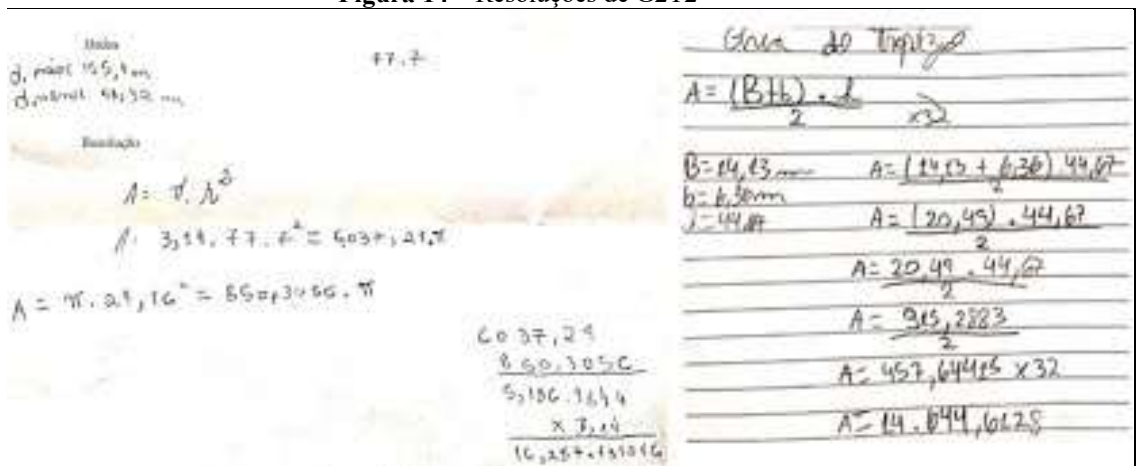
[Todos concordaram]

Percebemos por meio do registro e da transcrição das falas, que eles optaram por utilizar a calculadora para realizar os cálculos. E, que houve dúvidas em relação a potenciação. Mas, como eles teriam o apoio da calculadora, isso não seria um obstáculo para prosseguirem com a estratégia de resolução que foi decidido. Foram bem sucintos ao registrar o desenvolvimento da resolução, que ficou falho, já que não indicaram a subtração que se subentende que foi realizada, também, não escreveram uma resposta completa ao problema.

O fato deles acreditarem que os dados obtidos eram suficientes para que eles concluíssem o cálculo apenas, porque a professora não falou que faltava informações, leva-nos a pensar que eles estavam prosseguindo com a resolução de forma mecânica, sem realmente entender a fórmula escolhida para obter a resposta do problema proposto.

Em seguida temos as resoluções apresentadas pelos integrantes do G2T2, como ilustra a Figura 14.

Figura 14 – Resoluções de G2T2



Fonte: Registro das resoluções do G2T2

Os alunos do G2T2 anotaram todas as informações coletadas no *Google Earth* e assumiram duas hipóteses, caso fossem trapézios e caso fosse um círculo, expostas na Figura 14, pois eles queriam saber se fazendo das duas formas obteriam o mesmo resultado.

A10T2: Em gente, vamos usar círculo ou trapézio?

A7T2: Anotei do trapézio aqui

A10T2: Porque essa do trapézio é mais fácil né

A12T2: *Eu prefiro do círculo*

A9T2: *Eu também*

A10T2: *Então a gente faz as duas, e vê se dá o mesmo resultado*

A8T2: *Então tá, a gente faz um e vocês o outro para adiantar*

Ao terminarem, eles questionaram a professora-pesquisadora se alguma das respostas encontradas estavam erradas, visto que eles já haviam conferido o cálculo e, aparentemente, estava tudo correto. Então, foi explicado e enfatizado que a coleta de dados foi realizada a mão livre no *Google Earth*, as retas traçadas são feitas por quem está manuseando a régua no aplicativo, logo, pode ter milímetros de diferença, e acarretaria em estender esse erro em 32 trapézios. Sem falar na área do círculo, que o valor de  $\pi$  não seria somente 3,14, isso foi uma aproximação sugerida a eles para facilitar os cálculos. Devido a esses motivos, as duas resoluções poderiam não apresentar o mesmo valor final. Sem contar que até mesmo a calculadora que é um objeto visto por eles como “super correto”, usa valores aproximados para os seus cálculos. Não existe resposta certa ou errada, o que vai determinar isso são as hipóteses assumidas e as simplificações feitas.

Os alunos deste grupo, embora estivessem dispostos a fazer as duas resoluções, foram breves quanto aos registros e não apresentaram uma resposta final por escrito em nenhuma das duas opções de resolução, como indica a Figura 14. Fizeram apenas duas operações à mão na primeira resolução e uma não tem nem sinal, indicando qual operação foi realizada. Acabaram se dividindo em dois subgrupos para que cada um deles se dedicassem à uma estratégia de resolução, não apresentando, então, muita discussão do grupo todo sobre a matematização.

Na Figura 15 estará presente a resolução apresentada pelo G3T2.

**Figura 15** – Resolução de G3T2

Dados  $58,32$  m  
 $- d = 58,32$  m  
 Resolução

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$A = \pi \cdot (29,16)^2$$

$$A = 260,3066 \pi$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$A = \pi \cdot (29,16)^2$$

$$A = 260,3066 \pi$$

$$= 16,237,1516$$

Fonte: Registro da resolução do G3T2

O registro dos dados foi feito de forma bem vaga pelos alunos do G3T2 e, assim, como os alunos dos outros grupos, não apresentaram uma resposta completa para o problema

proposto. Foram bem sucintos, só apresentaram alguns registros do que realmente foi desenvolvido. Faltou indicar operações de divisão e subtração, fato que também aconteceu em outros grupos. Mas as operacionalizações foram mencionadas nas discussões. Esse grupo foi o que mais discutiu a atividade e todos se empenharam para concluí-la, embora as gravações do desenvolvimento da atividade tenham revelado poucos diálogos nos grupos e pouco registro do que pensaram e como chegaram a determinados resultados.

*A13T2: Pode usar a calculadora?*

*A14T2: Mas o que é para calcular?*

*A18T2: O diâmetro maior*

*A17T2: Nem sei direito o que é isso*

*A14T2: É...*

*A17T2: Depois você fala*

*A16T2: É divisão mesmo né, por dois?!*

*A14T2: Deve ser dois*

*A15T2: Pelo que entendi calcula tudo e depois diminui um do outro*

*A16T2: Tá acelerado em*

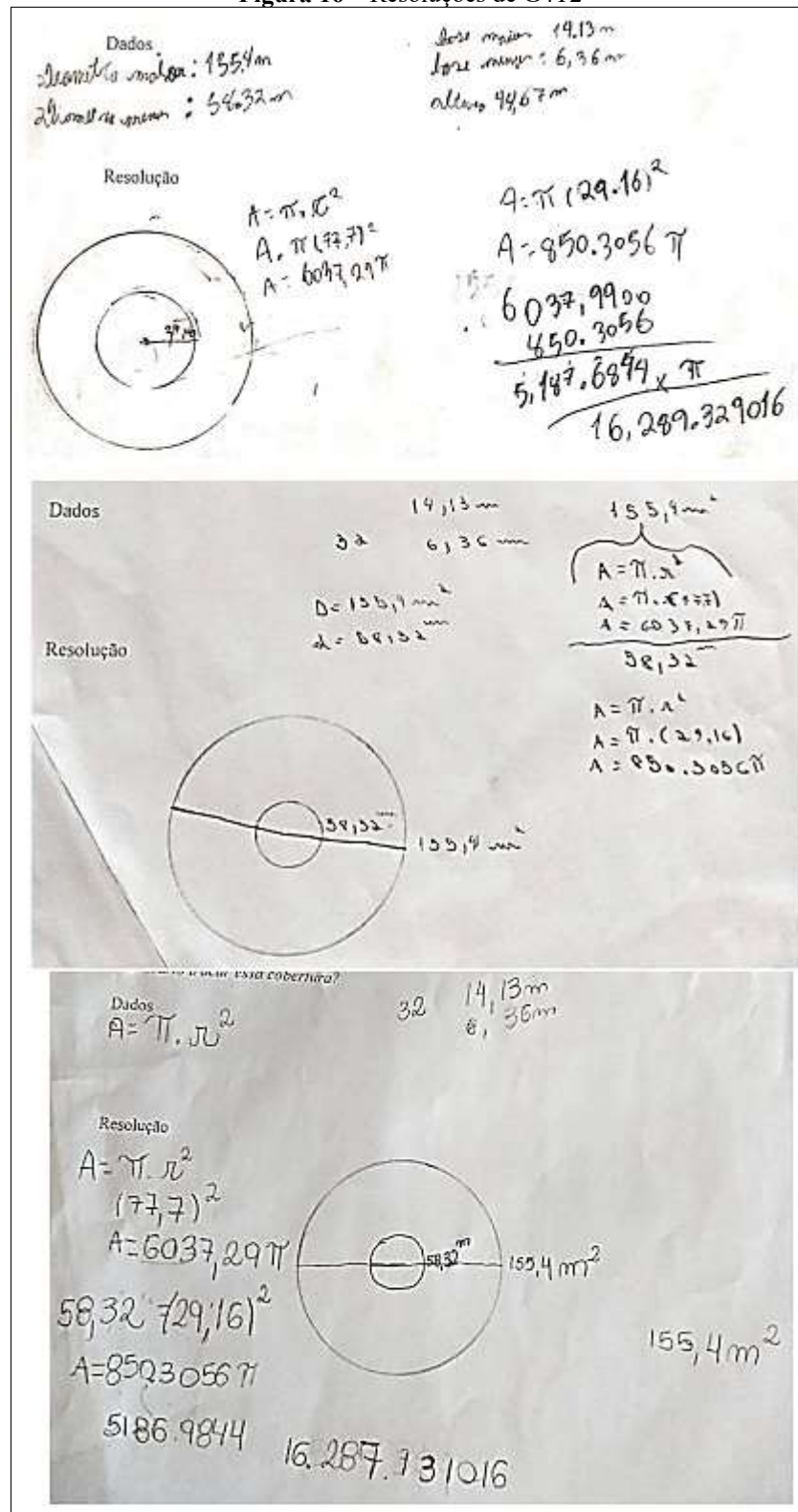
Os integrantes deste grupo monitoravam e corrigiam uns aos outros o tempo todo e tiveram o cuidado de explicar sempre para o outro, caso tivesse alguém com dúvida sobre o que estava sendo feito. A escolha pelo formato da figura geométrica, que, conseqüentemente, remete ao modelo matemático e indica a estratégia de resolução foi escolhida por votação: 4 alunos julgaram a Rodoviária ser mais parecida com um círculo do que com vários trapézios e quiseram tomar isso como hipótese. E, os outros dois aceitaram a decisão e colaboraram.

Eles substituíram os dados na fórmula, porém, um aluno manifestou nem sabem o que é um diâmetro, mesmo que esse conteúdo tenha sido comentado, no momento da coleta dos dados.

Em seguida, apresentamos registros dos integrantes do G4T2 para resolução do problema.



Figura 16 – Resoluções de G4T2



Fonte: Registro das resoluções do G4T2

Os alunos do G4T2 fizeram a anotação dos dados de maneira desorganizada e confusa, apresentaram três resoluções distintas, conforme Figura 16: a primeira resolução apresenta os dados para ambos os planos de resolução, mas acharam mais viável prosseguir com o cálculo

da área do círculo. No entanto, ao calcularem o valor do raio maior ao quadrado, eles colocaram o resultado com um número diferente do que realmente seria na suposta subtração, não indicada, cujo valor que eles conseguiriam com a potenciação seria 6.037,29, mas escreveram 6.037,99. O aluno que estava administrando a calculadora não era o mesmo que estava anotando as respostas na folha, como havia mais alunos falando na sala, talvez o colega não tenha compreendido corretamente, no momento de registrar o valor.

Ao perceberem que o resultado não tinha sido igual ao das outras resoluções, eles perguntaram à professora-pesquisadora o que tinha acontecido, então, foram questionados e incentivados a conferir os cálculos feitos. Pelo diálogo, pode-se perceber que tentaram fazer isso, mas entregaram a atividade da mesma forma.

*A22T2: Ai era 2 não nove, fez certinho em*

*A20T2: Vamos ter que somar tudo de novo*

*A22T2: Deixa que dessa vez eu fico com o celular para fazer as contas*

*A21T2: Agora a culpa é minha, eu fiz certo fi, ele que não prestou atenção*

*A19T2: Calma gente, vocês nem sabem qual é a certa*

A segunda resolução, da Figura 16 está incompleta, esses alunos se dedicaram a ajudar o integrante que havia errado nos cálculos a encontrar o erro. Já a terceira resolução (Figura 16) indica que conseguiram chegar a resultado similar ao que os outros grupos que utilizaram a área do círculo chegaram, mas ambas as resoluções não apresentaram uma resposta formal ao problema. Nessa, em específico, pode-se perceber que eles nem sabiam qual estaria correta, se seria o primeiro ou o último resultado encontrado.

Percebemos pela fala do A23T2, que os alunos não gostam muito de trabalhar com números que não são exatos quando ele diz: *Nossa, não poderia ser número sem vírgula não?* Eles se queixaram por julgar os resultados errados, quando apresentam muitas casas decimais, pois não estão acostumados a trabalhar com eles. Na segunda resolução, eles nem especificaram os dados, provavelmente por estarem acostumados a partir logo para as operações que praticam nos exercícios, sem ser necessário muitos detalhes.

A atuação desse grupo não foi a esperada, pois a expectativa era que discutissem, elaborassem hipóteses e traçassem um plano de resolução para conseguir responder o problema, não que cada um fizesse do jeito que achasse melhor e passassem a maior parte da atividade em silêncio.

Os registros do G5T2, da Figura 17, indicam que os alunos optaram por calcular a área aproximando por trapézios.

**Figura 17 – Resolução de G5T2**

Dados  $A = \frac{(b_1 + b_2) \cdot h}{2}$

$b_1 = 14,13m$       $A = \frac{(14,13 + 6,36) \cdot 44,67}{2}$

Resolução  $b_2 = 6,36m$

$h = 44,67m$       $A = \frac{915,2883}{2} = 457,644,32$

$\begin{array}{r} 14,13 \\ 6,36 \\ \hline 20,49 \end{array}$       $\begin{array}{r} 14,13 \\ 6,36 \\ \hline 20,49 \end{array}$       $\begin{array}{r} 14,13 \\ 6,36 \\ \hline 20,49 \end{array}$

$\begin{array}{r} 815288 \\ 1372932 \\ \hline 19644608 \end{array}$       $A = 19644608$

Fonte: Registro da Resolução do G5T2

Os alunos do G5T2, desde o início, decidiram calcular a área dos trapézios e anotaram as informações para tal. No início das discussões, eles deixaram claro que preferiam essa forma por julgarem mais simples, como indica A27T2: *Gente, vamos fazer com o trapézio, nessa só tem continha normal*, e os outros todos concordaram sem nem questionar o que seriam “continhas normais”. A opção deles foi pautada no que consideravam mais fácil, diferente de achar que aquele caminho descreveria melhor a situação estudada.

Não se queixaram em trabalhar com decimais, dúvida que apareceu em outros grupos. Inclusive eles arredondaram em alguns momentos. O A24T2 até comentou: *Não precisa usar tudo isso depois da vírgula, já ouvi a professora dizendo isso na aula*. Foram bem dedicados na meta traçada inicialmente, embora tenham surgido algumas dúvidas, elas foram resolvidas entre os próprios integrantes do grupo, até que conseguiram finalizar a atividade.

Por fim, temos a resolução do sexto e último grupo, como indica a Figura 18.

Figura 18 – Resoluções de G6T2

$$\frac{(14,13 + 6,36) \cdot 44,67}{2} \rightarrow 20,49 \cdot 44,67 = 916,2883$$

$$\frac{(14,13 + 6,36) \cdot 44,67}{2} = 957,2883$$

$$457,644 \cdot 32$$

$$A = 14.644,608$$

32 14,13 Base menor  
 Base menor 6,36 m  
 altura 44,67 m  

$$A = (14,13 + 6,36) \cdot 44,67$$

$$A = 957,644 \cdot 32$$

$$A = 14644,608$$

Fonte: Registro das resoluções do G6T2

Os integrantes do G6T2 apresentaram duas resoluções. Na primeira resolução da Figura 18, os alunos se preocuparam em indicar a ordem das operações realizadas e inseriram flechas indicando a direção. Porém, não anotaram a fórmula que utilizaram, nem de que se trata cada informação que foi usada para fazer o cálculo. Não houve anotações de dados, nem encontramos registros de diálogos a respeito. A segunda resolução, não foge muito da primeira, o diferencial dela é que pelo menos anotaram o que significava cada dado utilizado para fazer o cálculo. Em ambas, eles não escreveram uma interpretação para a resposta encontrada, mas eles expressaram, verbalmente, como mostra o diálogo. Dessa maneira, podemos interpretar como uma resposta.

A30T2: *Esse A é do que*

A29T2: *De área ué*

A34T2: *A gente está procurando a área coberta da rodoviária, não leu não?*

A29T2: *Li né, mas ela só colocou A ali*

Além de toda essa parte Matemática que envolveu os alunos durante a resolução do problema, podemos perceber que a relação dos alunos com as tecnologias digitais utilizadas foi mais para responder perguntas específicas do tipo: Quais são os quadriláteros existentes? Como calcula a área do círculo? Quando eles viram a interface do *Google Earth*, ficaram esperando a professora dizer o que eles iriam fazer e como funcionava. A validação aconteceu de forma similar ao primeiro desenvolvimento, a professora-pesquisadora incluiu a validação em seus slides e apresentou para os alunos.

### 5.2.2 Análise da Atividade 2: Rodoviária de Londrina – proposição 2

A segunda proposição da atividade Rodoviária de Londrina teve como objetivo trabalhar e mostrar a aplicabilidade da área de figuras planas em situações reais, não especificando o objeto matemático círculo, como na primeira proposição. Desta vez, esses alunos já conheciam o conteúdo, portanto, tiveram a oportunidade de relembrar e reconhecer representações em uma situação aplicada.

Evidenciamos, no quadro a seguir, o que entendemos que foi o processo de matematização realizado pelos alunos, para, então, fazer a análise da atividade proposta.

**Quadro 8** – Síntese das fases na Atividade 2

Rodoviária de Londrina – proposição 2		
Situação Inicial	Matematização	Resolução
A inteiração da turma com a atividade se iniciou juntamente com a apresentação de slides, que abordou uma breve explicação e introdução sobre os objetivos da aula, além de apresentar outras obras importantes de Niemeyer a eles. Os alunos manifestaram suas opiniões sobre as obras, se conheciam, sobre características que elas possuíam em comum ressaltando as formas geométricas nas mesmas além da presença de vidros em quase todas elas. Logo receberam a folha com a problemática e logo em seguida tiveram um tempo para se inteirarem da situação-problema e pensarem no que fariam.	A matematização dos alunos iniciou quando eles conseguiram as dimensões da Rodoviária por meio do <i>Google Earth</i> e iniciaram as discussões sobre quais dados utilizar, qual hipótese assumir em relação ao formato do objeto estudado, se seria um cálculo de área, perímetro, até que voltássemos para a sala e iniciasse a resolução.	Na segunda aula, saindo do laboratório, os alunos iniciaram a resolução dessa atividade. Que se deu por meio do uso de fórmulas para calcular a área do círculo e a área do trapézio.

Fonte: A autora

A atividade foi pensada, elaborada e conduzida seguindo as etapas presentes no ciclo sugerido por Niss (2010) (Figura 1). Os alunos acompanharam os slides, conheceram algumas de várias obras de Oscar Niemeyer e discutiram sua temática com a professora-pesquisadora. Levantaram hipóteses, traçaram planos de resolução pautados nessas hipóteses, auxiliaram na coleta de dados e, conseguiram uma resposta para o problema proposto.

Segundo Niss (2010), a seleção das informações feitas pelo modelador deve ser baseada em sua própria confiança em relação a sua capacidade de implementar a estratégia prevista, que está fortemente ligada a um dos quatro elementos necessários para se obter uma matematização de sucesso, que é a ter *persistência e confiança em suas capacidades*

*matemáticas*. Alguns dos alunos do G2T2 julgaram capazes de prosseguir com a resolução pautados na hipótese de que o círculo melhor representava a Rodoviária. Foi possível perceber pelas falas que, neste caso, não foi porque eles não eram capazes de implementar esta estratégia, mas por falta de *persistência e confiança*, pois a justificativa dada por um dos integrantes indica a fuga das operações de potenciação e divisão que resulta em decimais.

*A7T2: Tem que ver a metade do b##### antes*

*A10T2: Metade do diâmetro, fala certo, tá gravando*

*A9T2: Tem que fazer na calculadora para ter certeza que tá certo*

*A8T2: Falei que do trapézio era mais fácil, não tem número ao quadrado e nem tem que achar raio*

*A12T2: Ainda bem que o nosso é esse né*

O grupo conseguiu concluir a atividade, apresentaram as duas resoluções como foi descrito, anteriormente, porém, não apenas por curiosidade em saber se as duas chegariam aos mesmos resultados, mas porque alguns alunos não tiveram *persistência e confiança em suas capacidades matemáticas* suficientes para superarem as dificuldades e optaram por seguir outro caminho.

Ao fazer a análise de três exemplos de antecipação, Niss (2010) apresenta um exemplo que o objeto estudado possui o formato de uma figura geométrica espacial, logo, ele se refere a matematização como sendo “direta até certo ponto” (NISS, 2010, p. 3), pelo fato de os alunos fazerem essa ligação do objeto com a figura e já ter vários conceitos ligados a ela. Este também é o caso desta atividade de Modelagem, em que o desafio está em fazer a ligação do formato que a Rodoviária tem com alguma figura geométrica, conceitos e fórmulas que podem ser utilizados na resolução do problema.

Após escolherem as relações que seriam traduzidas, matematicamente, segundo Niss (2010), eles precisavam selecionar as relações matemáticas para representá-las. E, foi algo que eles não deram muita importância em esclarecer, pois percebemos grupos que nem anotaram os dados e, ao chegarem na sala de aula, se viram sem informações e tiveram que perguntar para outros grupos.

Assim como na primeira proposição, não teve como não enfatizar a dificuldade dos alunos em relação ao conteúdo de potenciação e, a aversão deles em trabalhar com números decimais. Houve queixas explícitas nas falas citadas anteriormente, em quase todos os grupos, e a opção por utilizar a calculadora. A preocupação deles em fazer a operação corretamente era grande e por meio das falas isso só seria possível ao utilizar a calculadora. Tanto os alunos que

participaram da primeira proposição, como da segunda, demonstraram uma forte confiança nesse recurso tecnológico.

*A31T2: Divide por dois o resultado e depois faz vezes*

*A33T2: Tem vírgula viu*

*A29T2: É mas a professora deixou usar a calculadora*

Todavia, o G4T2, mesmo utilizando esse apoio, apresentou um equívoco em sua resolução, aparentemente por falta de atenção. O uso dessa tecnologia digital, no caso do celular como calculadora, já é parte da cultura digital desses alunos, mas esse uso, muitas vezes é feito por comodidade e de forma acrítica, em geral, substituindo o cálculo mental, mesmo em operações simples. Percebemos que esta é uma habilidade a ser desenvolvida neles, o uso crítico das tecnologias digitais. Ou seja, ao invés de o professor pedir que o aluno evite o uso da calculadora, ele deve incentivá-lo a interpretar, se o resultado faz sentido no contexto do estudo.

Entretanto, uma dificuldade encontrada para que isso aconteça é a proibição do uso dos celulares em sala de aula, pela equipe diretiva de algumas escolas. No estado do Paraná, conforme Martins, Santos e Barbeta (2019), foi instaurada a Lei nº 18.118/2014 que proíbe o uso de celulares nas escolas. Embora seja possível a flexibilização da Lei para fins pedagógicos, a justificativa de imaturidade dos alunos para seu uso, é usada por muitas instituições para vedarem completamente o uso. Se os alunos não podem fazer o uso dessa tecnologia, fica inviável para o professor auxiliá-los em relação ao uso crítico e consciente.

Outro ponto que se destacou foi a falta de hábito dos estudantes em anotarem, eles parecem estar tão acostumados com a resolução de exercícios que, mesmo sendo enfatizado durante o desenvolvimento que todo problema necessita de uma resposta, isso só apareceu na fala dos alunos de um dos grupos, mas não se evidenciou nos registros escritos. Muitas das situações, nem a expressão do modelo matemático, as fórmulas utilizadas, estavam em destaque nos registros, porém, aparece em alguns diálogos como este do G5T2.

*A24T2: É as bases vezes a altura dividido por dois*

*A28T2: Qual que é a altura da rodoviária?*

*A25T2: Nossa não está prestando atenção não?*

*A24T2: Ele está falando das coisas que anotamos aqui olha, mas ele nem anotou!*

*A28T2: Eu estou prestando atenção sim*

*A26T2: Não precisa usar todos os números que têm depois da virgula, né?*

*A28T2: Nem gosto de usar números assim*

Embora, a maior parte dos grupos tenha conseguido chegar a uma solução para o problema, isso não significa que ocorreu antecipação implementada e matematização bem-

sucedida, conforme Niss (2010). Observando a turma ao longo de algumas aulas durante o período de substituição, e mesmo em algumas colocações durante o desenvolvimento da atividade, percebemos que os alunos possuem muita dificuldade com os conteúdos matemáticos. O diálogo abaixo mostra que ao invés de utilizarem um *conhecimento matemático relevante* para distinguir área de perímetro, eles apenas sugeriram, por exemplo: *Se não é perímetro, é área!*, como indica o diálogo:

*PP: Qual o cálculo que fazemos quando o objetivo é descobrir quanto vale todo esse espaço interno da figura? Enquanto sinaliza o espaço na projeção*

*A15T2: Perímetro*

*Professora-pesquisadora relembra o que é perímetro...*

*A4T2: Se não é perímetro, é área!*

Dessa forma, não estavam *sendo capazes de usá-lo na Modelagem*. Assim, foi necessário que fossemos aos grupos auxiliá-los na substituição dos dados coletados na fórmula que escolheram.

*A4T2: Chama a professora e pergunta qual desses números que é o r*

*A13T2: Nisso aqui tem que usar raio e ela mede o diâmetro?*

*A21T2: Esses números que a gente descobriu lá no lab que é para por nas fórmulas né?*

*Acreditar que um uso válido da matemática é modelar fenômenos reais* não se fez presente no posicionamento deles em acharem muito três aulas para resolver apenas uma atividade, além de estranharem quando um amigo entendia o que era dito, pois pelo que percebemos, eles já estão acostumados a terem dúvidas nos conteúdos matemáticos. Algumas das falas dos alunos que nos ajudaram a identificar os quatro elementos estão no Quadro 9.

**Quadro 9** – Identificando os quatro elementos na Atividade 2

Elementos necessários para uma matematização bem-sucedida de acordo com Niss (2010)	Conclusão pautada na análise desses elementos
Possuir conhecimento matemático relevante	Para identificarmos se os alunos apresentaram indícios de conhecimento matemático relevante e se usaram eles na Modelagem nós observamos os registros escritos, se possuíam as operações adequadas, se haviam traçado um plano de resolução adequado e os diálogos, como: “ <i>A15T2: Pelo que entendi calcula tudo e depois diminui um do outro</i> ”
Ser capaz de usá-lo na Modelagem	



Acreditar que um uso válido da matemática é modelar fenômenos reais	“A34T2: A gente está procurando a área coberta da rodoviária, não leu não”. Já os outros dois elementos podem ser identificados ao conferirmos se a atividade foi concluída e se eles fizeram confiantes no plano traçado para resolver, ou se apenas chutaram, por exemplo: “A27T2 disse: Gente, vamos fazer com o trapézio, nessa só tem continha normal” “A3T2: Os valores que a gente precisa já tá tudo anotado mesmo? A1T2: Deve tá, senão ela tinha falado”.
Ter persistência e confiança em suas capacidades matemáticas	

Fonte: A autora

Por fim, percebemos que os quatro elementos se destacaram nos grupos apresentados. A presença ou a falta do *conhecimento matemático relevante*, da *capacidade de usá-lo na Modelagem*, de *acreditar que um uso válido da matemática é modelar fenômenos reais* e da *persistência e confiança em suas capacidades matemáticas*. Notamos que esses dois itens que não se fizeram presentes possam ser mais perceptíveis e enfatizados, conforme os alunos se familiarizem mais com atividades de Modelagem Matemática.

### 5.3 ATIVIDADE 3: RAMPAS ACESSÍVEIS

A atividade “Rampas Acessíveis” foi elaborada para ser desenvolvida com alunos do 8º ano. Em sua antecipação, consideramos os conceitos de equação do primeiro grau, pois a temática em si já envolve uma equação presente nas normas da NBR (9050) que auxiliará na resolução.

Ela aconteceu no dia 04 de dezembro de 2019, quarta-feira, em duas aulas de 50 minutos, em uma semana em que as turmas estavam passando pelo desenvolvimento de parte do projeto SE LIGA, proposto pelo governo para recuperar alunos que estão em situação de reprova e reforçar conteúdos para os demais que sentirem interesse. Devido a isso, os professores de todas as disciplinas devem retomar os conteúdos mais importantes vistos durante o ano.

Conciliando exigências do projeto SE LIGA com nossa investigação definimos a temática para a atividade de Modelagem, cujos objetivos:

- Familiarizar os alunos em atividades de Modelagem Matemática
- Desenvolver habilidades de resolução de problemas aplicados
- Mostrar a aplicação de conteúdos matemáticos em situações reais

- Incentivar o trabalho em grupo.

Desta forma, procuramos contemplar as seguintes habilidades presentes na BNCC: “(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais; (EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações”. (BRASIL, 2017, p. 313).

### 5.3.1 Descrição e análise do desenvolvimento da atividade: Rampas acessíveis

O primeiro contato dessa turma com atividades de Modelagem Matemática foi na primeira proposição da atividade da Rodoviária de Londrina. Então, essa foi a segunda vez que eles seriam convidados a desenvolver uma atividade, seguindo essa alternativa pedagógica.

De todos os 38 alunos da turma, só 8 se fizeram presentes nessa aula, como em algumas outras, dessa mesma semana. A atividade das rampas acessíveis foi pensada de uma maneira e acabou acontecendo de outra. Iniciamos a aula, normalmente, como nos outros dias, em que eles perguntaram o que veríamos nessa aula, visto que como já foi dito, estávamos relembando vários conteúdos durante essa semana e se estenderia para a semana seguinte.

Então, foi explicado a eles que iniciariamos a aula com um vídeo<sup>14</sup> sobre um assunto que se estende a vários ambientes, além da escola, e que seria proposto a eles que assistissem e pensassem em alguém que já passou pela escola, ou que eles conhecem ou apenas viram em outros lugares e se encontra em condições similares às pessoas do vídeo que assistiriam, para comentarmos após o término. Eles assistiram todo o vídeo que se trata de um rapaz simulando as dificuldades que um cadeirante encontra ao transitar por sua cidade, que não oferece acessibilidade.

Logo após assistirem, eles foram comentando sobre o vídeo, eles levantaram alguns problemas que viram no vídeo, sobre pessoas que já viram ou que conhecem, sobre lugares na cidade em que se lembraram ao assisti-lo, entre outros. Até que foram organizados em dois grupos (G1T1 e G2T1), ambos com quatro alunos, como indica o Quadro 8, para começarmos a interação. Foi pedido que esses alunos convidassem os amigos de turma que não estavam frequentando mais as aulas, mas não tivemos sucesso.

---

<sup>14</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=NqcSL-YyTqc>

**Quadro 10** – Composição dos grupos na Atividade 3

Grupos	Alunos(T1)
G1T1	A1G1, A2G1, A3G1 e A4G1
G2T1	A5G2, A6G2, A7G2, e A8G2

Fonte: A autora

Então, surgiu um momento para comentar que, ao construir algo, não só uma escola, devemos levar em consideração algumas normas de acessibilidade, pois não podemos pensar apenas em nós e nas condições que nos encontramos no dia de hoje. Precisamos ser conscientes que há maneiras de facilitar o deslocamento de pessoas portadoras de alguma deficiência física ou que possuem uma idade avançada e têm outras que inviabilizam, e a escola deve estar preparada para atender a todos.

A escola está localizada no centro da cidade, na imagem abaixo Figura 19, temos sua vista aérea. O número 1 representa a cobertura do palco que fica no pátio, onde está localizada uma das rampas estudadas, a Rampa 2. Os números 2 e 3 sinalizam as salas de aula, entre elas temos a outra rampa estudada, a Rampa 1. Os números 4, 5 e 6 sinalizam um espaço pequeno com uma rede de vôlei, que não chega a ser uma quadra, e as duas quadras, respectivamente.

**Figura 19** – Vista aérea da escola

Fonte: Google Earth

Trouxemos a discussão para a construção da escola em que estudavam, e eles foram assim questionados: *aqui mesmo, para chegar à quadra, ao palco e até mesmo as salas do fundo vocês não precisam utilizar algumas rampas?* Eles responderam que sim, e que a rampa que levava ao palco parecia inclinada demais em comparação as outras. Partindo dessa resposta, foi dito a eles que poderíamos saber se ela era ou não inclinada demais, se era acessível para cadeirantes ou não. E, então, foi entregue a eles, a folha da atividade com algumas informações e a problemática.

**Figura 20** – Problema a ser modelado na Atividade 3

**RAMPAS ACESSÍVEIS**

Uma das questões mais importantes e complexas da aplicação da **Norma de Acessibilidade (NBR 9050)** são as rampas acessíveis de pedestres. Não só os cadeirantes a utilizam, pessoas idosas, com dificuldade de locomoção, mães com carrinhos de crianças e uma série de outras situações fazem o acesso somente por escadas ser inapropriado. Em se tratando de **grandes desníveis** a serem vencidos, por exemplo, a circulação vertical de um edifício considera-se que os elevadores são acessíveis e, portanto, atendem a NBR 9050. No entanto, é bastante comum existirem desníveis entre o nível de acesso da edificação e o hall de elevadores, por exemplo. A regra é simples: onde existir desnível/escada deverá ser prevista rampa. A Norma define rampa como qualquer superfície com inclinação igual ou superior a 5%.

**Dimencionamento de rampas**

Desníveis máximos de cada segmento de rampa <i>h</i> m	Inclinação admissível em cada segmento de rampa <i>i</i> %	Número máximo de segmentos de rampa
1,50	5,00 (1:20)	Sem limite
1,00	5,00 (1:20) < <i>i</i> ≤ 6,25 (1:16)	Sem limite
0,80	6,25 (1:16) < <i>i</i> ≤ 8,33 (1:12)	15

Fonte: [https://www.caurn.gov.br/wp-content/uploads/2020/08/ABNT-NBR-9050-15-Acessibilidade-emenda-1\\_-03-08-2020.pdf](https://www.caurn.gov.br/wp-content/uploads/2020/08/ABNT-NBR-9050-15-Acessibilidade-emenda-1_-03-08-2020.pdf)

Espera-se que as escolas atendam a essas normas, pois, é uma instituição na qual deve estar preparada para receber todos os tipos de aluno. E, se tratando da sua escola, ela estaria apta para receber um aluno cadeirante ou pessoas com idades mais avançadas que precisam de necessidades especiais?

Fonte: A autora

A tabela<sup>15</sup>, presente na Figura 20, mostra quais são os intervalos de inclinação de acordo com a altura das rampas que atendem as normas de acessibilidade. A primeira linha, por exemplo, nos mostra que para cada rampa com altura de 1,50 metros, a inclinação máxima seria de 5% com o número de segmentos de rampas necessários. Já na terceira linha, a indicação é de que desníveis de até 0,8 metros podem ter inclinação entre 6,25 % e 8,33 % em cada segmento de rampa com o máximo de 15 segmentos, nesse caso, é recomendado criar áreas de descanso nos patamares, a cada 50 metros de percurso.

Foi dado um tempo para que eles prosseguissem com a inteiração, fizessem a leitura e conversassem entre si, porém, foi perceptível que eles estavam com um pouco de pressa e mais focados em terminar a atividade logo, para irem embora, do que na atividade propriamente dita. De fato, ao ouvir os áudios gravados durante a permanência em sala de aula, um dos grupos falava vez ou outra: *vamos logo pra gente ir embora, anda a gente tem que terminar pra sair.*

<sup>15</sup> [https://www.caurn.gov.br/wp-content/uploads/2020/08/ABNT-NBR-9050-15-Acessibilidade-emenda-1\\_-03-08-2020.pdf](https://www.caurn.gov.br/wp-content/uploads/2020/08/ABNT-NBR-9050-15-Acessibilidade-emenda-1_-03-08-2020.pdf)

Percebendo isso, na intenção de despertar o interesse, os alunos foram convidados a acessar tais espaços, onde foi sugerido que se inteirassem da situação-problema e coletassem dados. Assim, foi proposto que cada grupo escolhesse uma rampa e tirasse as medidas para investigar se elas eram inclinadas demais, ou não. Ao levá-los para coletar os dados fora da sala, a intenção era que eles se sentissem um pouco mais livres e que a atividade se tornasse mais atrativa e útil ao mesmo tempo, pois, o cansaço já estava presente, visto que o ano letivo já estava no fim.

O problema que eles foram convidados a resolver foi: *se tratando da sua escola, ela estaria apta para receber um aluno cadeirante ou pessoas com idades mais avançadas que precisem de uma boa acessibilidade?* Para coletar os dados, um grupo escolheu a rampa que leva as salas da parte do fundo (Rampa 1) e o outro escolheu a rampa que leva ao palco (Rampa 2). Antes que saíssemos, a professora explicou aos alunos que eles utilizariam os celulares para auxiliar na coleta de dados e, explicou, também, sobre funcionalidade do transferidor do *Smart Protractor*. Poderíamos usar um transferidor convencional, mas além de desenvolver a atividade de Modelagem, tínhamos o intuito de mostrar potencialidades do celular para fins didático e que podem ser úteis para outras atividades cotidianas.

Nesse contexto, os alunos saíram para a coleta de dados organizados em grupos, cada grupo se dirigiu a rampa escolhida com um celular, réguas, uma folha de papel, lápis e/ou caneta. Após medirem o comprimento, a altura e a angulação de cada rampa orientados pela professora, quando necessário, voltaram para a sala de aula para continuidade da atividade.

As tecnologias digitais se fizeram presentes durante o desenvolvimento e a validação dessa atividade. A utilização do aplicativo *Smart Protractor*, que está ilustrado na Figura 25, foi essencial, tanto para a coleta de dados, quanto para a visualização de conceitos matemáticos já aprendidos.

Quando chegamos a sala de aula, eles perguntaram como eles utilizariam aquelas medidas para descobrir se eram ou não inclinadas demais. Foi quando eles tiveram informações adicionais baseadas nas normas técnicas NBR 9050. Também tiveram o conhecimento da fórmula  $i = \frac{h \cdot 100}{c}$ , onde:  $i$  é inclinação da rampa (em porcentagem),  $h$  a altura do desnível e  $c$  o comprimento da rampa (projeção horizontal), utilizada para descobrir a inclinação das rampas de acordo com a altura e comprimento. Tal expressão matemática<sup>16</sup> foi escrita na lousa e detalhada aos alunos.

---

<sup>16</sup> A fórmula pode ser deduzida a partir da relação trigonométrica da tangente, determinada pela inclinação que é convertida em porcentagem ao multiplicar por 100 a razão entre cateto oposto e cateto adjacente ao ângulo reto do triângulo.

Após a explicação da fórmula e discussão das dúvidas, eles começaram a parte da resolução do problema proposto a eles. Quando eles obtiveram um resultado, consultaram a tabela presente na folha impressa (Figura 20) para que analisassem a adequação do resultado, concluindo, se as rampas da escola se enquadram em rampas acessíveis ou não. Porém, os alunos questionaram a resposta, assim, percebemos que a resposta em porcentagem teria ficado vaga, pois, A1G1 alegou: *não dá para saber o tanto que ela tem que subir com essa resposta*, alguns inquietos por querer ir embora, outros interessados no assunto.

Assim, conversamos sobre o que tínhamos de dados e o que foi utilizado, alguns deles participaram da discussão, até que perguntaram se aquela resposta significava o ângulo mesmo em porcentagem, então, voltamos para a foto que foi tirada (Figura 21) e, pelo aplicativo, eles puderam ver a diferença entre a medida em ângulos e a medida em porcentagem. Que aquela resposta não significava a medida do ângulo da rampa.

**Figura 21** – Rampa 1



Fonte: A autora

Na Figura 22, podemos ver a resolução apresentada pelo G1T1:

Figura 22 – Resolução G1T1

Resolução

Fórmula pra o ângulo da rampa

$$L = h \times 100$$

h = inclinação  
L = altura  
C = comprimento

$$1 = 412 \times 100 = \frac{4200}{640} = 5,40 = 7,7\%$$

SIM, a rampa que usamos  
é uma rampa  
animal

Fonte: Registros da resolução do G1T1

Os alunos do G1T1 coletaram os dados em uma das rampas da escola, porém, não fizeram uma anotação de forma clara, foram bem objetivos, pois já foram direto para a resolução utilizando a fórmula que havíamos discutido. Inclusive, está faltando o denominador na parte em que ela foi anotada, mas, ele apareceu na resolução, por conseguinte, não chegou a atrapalhar na obtenção do resultado procurado. Como eles anotaram o que significa cada parte da fórmula, nós conseguimos identificar quanto mede a altura e o comprimento da rampa escolhida. Alguns apresentaram dúvidas em relação ao comprimento e a altura (A4G1: *Comprimento é de assim deitado ou em pé?*). Outros em relação a multiplicação (A2G1: *Professora, 0x7 é 7 né?*). Enquanto faziam a atividade também se comunicaram.

PP: *Não esqueçam de anotar as informações que vocês conseguiram no pátio*

A2G1: *Vai gente, o que é para fazer?*

A1G1: *Jogar esses de altura e largura na fórmula*

A3G1: *É altura e comprimento, não tem largura*

A4G1: *Depois que a gente terminar isso já pode sair, né?*

A2G1: *Eu vou escrevendo aqui e vocês vão fazendo as contas aí, pega a calculadora*

A3G1: *A gente nem sabe o que vai em cada letra dessa*

A4G1: *É só chamar a professora ué, ela tem que falar*

A2G1: *Conta com 3 números na chave, só calculadora mesmo*

A1G1: *Essa professora é maluca*

A3G1: É mesmo, olha essa fórmula, número em cima e em baixo

Pouco falaram sobre a matematização e a resolução da atividade, passaram bastante tempo em silêncio, um esperando pelo outro. Encontraram obstáculos na divisão e não se sentiram à vontade em utilizar uma fórmula, na qual havia numerador e denominador. Eles precisaram de bastante ajuda para desenvolver a atividade, chamavam o tempo todo e ficavam nervosos, quando recebiam instruções ao invés de respostas objetivas. Em meios às dificuldades que apareceram, o grupo conseguiu concluir a atividade e, com base no resultado de 7,77% para a inclinação dessa rampa e considerando a tabela da Figura 20 responderam: *Sim, a rampa que escolhemos é uma rampa acessível.*

Temos também a resolução do G2T1 na Figura 23:

Figura 23 – Resolução G2T2

Resolução

Fórmula para o cálculo da rampa

$$i = \frac{h}{c} \times 100$$

$i$  = inclinação  
 $h$  = altura  
 $c$  = comprimento

$$i = \frac{76,7}{4,20} \times 100$$

$36^\circ$

$$\begin{array}{r} 76,7 \\ \times 100 \\ \hline 00,0 \\ 76,7 \\ \hline 7670 \\ \underline{1420} \\ 18,26 \end{array}$$

$R = 18,26\%$ . depois disso a rampa da escola é uma rampa acessível

Fonte: Registro da resolução do G2

Essa resolução se refere a Rampa (2) mostrada na Figura 24.



**Figura 24 – Rampa 2**

Fonte: A autora

Os alunos do G2T1, assim como os alunos do G1T1, não se dedicaram a organizar e deixar os dados coletados na rampa escolhida explícitos, pode-se perceber quanto mede a altura e o comprimento pelas informações substituídas na fórmula utilizada, isso se elas foram usadas corretamente. Eles fizeram também a anotação de um ângulo, que, ficou meio solta em relação ao restante da resolução, sem sinalização de ser uma resposta e não dá para ter certeza de que demonstra a quantidade de graus que possui aquela rampa escolhida, pois a resposta obtida por meio da fórmula, com já dito, anteriormente, nos leva a uma porcentagem e não a um ângulo.

*A8G2: Vai, anota a fórmula aí*

*A5G2: Ué cada um tem uma folha faz aí*

*A8G2: Eu não, faz você depois a gente cópia*

*A6G2: Anota também o que é cada letra dessa, adiantar não vai, porque ninguém sabe fazer*

*A7G2: A gente nem leu ainda*

*A6G2: Mas já sei que a gente não sabe, essas tarefas é tudo difícil e demora*

*A8G2: Vamos gente, parar de enrolar e fazer isso logo*

*A6G2: Pelo menos vamos sair procurar as coisas lá fora, ninguém nunca deixa a gente sair*

*A7G2: Pelo menos isso né, olha esses números, conta de vezes com 3 números aqui [risos]*

*A5G2: As contas de mais e menos que eu sei ninguém passa mais né, nem sei fazer essas daqui*

*A6G2: Pega a calculadora aí maluca*

Por meio de alguns dos diálogos que eles tiveram durante o desenvolvimento da atividade e dos registros que realizaram, não conseguimos evidenciar muitos aspectos relacionados a matematização ou à resolução. Os alunos falaram pouco sobre a atividade e tiveram várias conversas paralelas, como: sobre times para jogos na quadra e merendas diferentes na semana do projeto. Eles se julgaram incapazes antes mesmo de ler e se inteirar do que se tratava e o que os deixou um pouco mais animados foi o fato de saírem da sala de aula. Utilizaram a calculadora como um auxílio para as operações que julgaram não saber fazer, mas felizmente concluíram a atividade.

Borssoi e Almeida (2015) dizem que, em ambientes de ensino com atividades de Modelagem os professores procuram envolver os alunos desde a definição de um problema de interesse para que possam se sentir corresponsáveis pela investigação, objetivando resolver o problema por meio da Matemática. Para que essa atividade possa ser dita de Modelagem os alunos devem aceitar e se envolver, pois na atividade de Modelagem Matemática, os alunos são convidados a abordar um problema por meio da matemática. Como expressam Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 26) “as atividades devem se configurar como um convite que virá se firmando e se confirmando no decorrer da experiência” e, neste caso, não podemos dizer que os alunos aceitaram o convite e se dedicaram prontamente a desenvolver a atividade. Havia alguns alunos dos grupos mais envolvidos e que queria, sim, concluir a atividade. Como as discussões foram insuficientes, ficamos na dúvida se estavam interessamos na atividade em si ou no seu término.

Segundo Borssoi e Almeida (2015), os interesses e conhecimentos de cada grupo de alunos envolvido com atividades de Modelagem levam a resoluções que podem utilizar diferentes conceitos matemáticos. No entanto, se eles não se interessam, dificilmente conseguirão atingir uma matematização bem-sucedida.

A problemática proposta para a Atividade 3 possui potencial para percorrer todas as fases prescritas no ciclo representado na Figura 1, sendo possível desenvolvê-la como uma atividade de Modelagem, quando há um maior envolvimento e aceitação dos alunos.

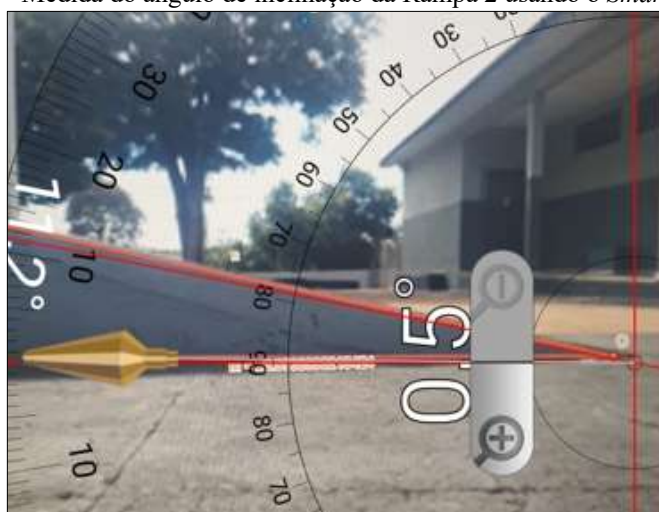
Alguns desses comportamentos, como: pouco interesse pela atividade, conversas paralelas e ansiedade pelo fim da aula, podem ser justificados pela época do ano e pela condição

em que eles se encontravam. Já estávamos nas últimas semanas de aula, em que a maior parte da turma já se encontrava de férias e, apenas, os alunos que estavam de recuperação permaneciam. Eram alunos que possuíam certa dificuldade com os conteúdos da disciplina e já se queixavam de exercícios comuns serem cansativos e as atividades de Modelagem exigem ainda mais dedicação.

Ao substituírem os valores obtidos na fórmula para calcular rampas acessíveis, o G2T1 escreveu a seguinte resposta: *18,26 depois disso a rampa da escola é uma rampa acessível*. No entanto, em comparação com as informações contidas na tabela, a Rampa 2 não atende as normas, como suspeitaram os alunos no momento de interação. Mas a resposta não foi questionada em momento oportuno e não há registro de diálogo que permita inferir se houve equívoco na interpretação da tabela. Ao finalizarmos a atividade, os dois grupos somente disseram qual rampa eles haviam escolhido para calcular a inclinação, disseram se eles achavam acessível ou não antes dos cálculos e finalizaram dizendo se as suspeitas se concretizaram ou não. Contudo, não houve tempo para detalharmos valores e perceber o equívoco no momento da interpretação das respostas.

O recurso digital utilizado para descobrir a angulação das rampas, foi importante para a visualização dos alunos em relação ao conteúdo de ângulos. A Figura 25 mostra uma captura de tela com indicação da medição do ângulo de inclinação da Rampa 2, sendo  $11,2^\circ$ . E como a resposta obtida estava em porcentagem, acabou ficando vago para eles, então, o aplicativo *Smart Protractor* auxiliou na percepção referente a angulação das rampas, em graus.

**Figura 25** – Medida do ângulo de inclinação da Rampa 2 usando o *Smart Protractor*



Fonte: arquivos da pesquisa

Embora a turma estivesse em um número bem reduzido comparando ao convencional, e que não estavam dispostos a se dedicarem a atividades mais extensas e elaboradas como uma

atividade de Modelagem, ainda assim, conseguimos trabalhar, matematicamente, na medida do possível, a temática da acessibilidade, tão interessante e importante para a formação cidadã dos alunos.

### 5.3.2 Análise da atividade da Atividade 3: Rampas Acessíveis

Primeiramente, de modo que possa ser indicado, o que entendemos que foi o processo de matematização realizado pelos alunos, para, então, fazermos a análise, trazemos o Quadro 9.

**Quadro 11** – Síntese das fases na Atividade 3

Rampas Acessíveis		
Situação Inicial	Matematização	Resolução
Entendemos, nessa atividade, como situação inicial, a interação dos alunos com o tema, que inclui a visualização do vídeo, as discussões sobre o vídeo e sobre os problemas de acessibilidade na cidade em que moram, além da leitura da atividade.	A matematização se iniciou com a coleta de dados que julgassem necessários, após essa coleta, quando viram a fórmula, identificaram os parâmetros envolvidos e descartaram os dados que não seriam necessários.	A resolução dessa atividade se deu utilizando a fórmula disponível nas normas de acessibilidade, após encontrar o resultado, foi necessário fazer uma ponte entre o resultado porcentagem encontrado e o valor do ângulo correspondente, em graus. Isso aconteceu por meio da utilização de um aplicativo que simula um transferidor instalado nos celulares.

Fonte: A autora

A situação problema, nessa atividade, envolveu duas rampas localizadas nas dependências da escola. A abordagem matemática, reconhecemos, foi direcionada ao apresentar a fórmula para calcular a inclinação em porcentagem, e se limitou ao seu uso para verificar se estavam de acordo com as normas de acessibilidade (NBR 9050).

As rampas possuem um formato triangular, se vistas de lado, o que de acordo com Niss (2010), auxilia na matematização, pois, o formato do objeto já remete ao formato de uma figura geométrica, que determina alguns elementos que a constituem. Embora os alunos tiveram um pouco de dificuldade em saber qual era a altura e qual era o comprimento (*A4G1: Comprimento é de assim deitado ou em pé?*), eles conseguiram anotar todos os dados, não de forma tão clara, mas anotaram. Por meio dos áudios do G2T2, pensamos que eles também mediram a largura da rampa, como não sabiam quais informações precisariam (*A6G2: Em, eu medi de assim também para saber o que cabe passando nela, mas já era o papel, né*). Foi pedido que anotassem os dados na folha da atividade, ou a entregasse com as anotações junto, porém, não foi o que aconteceu.

Os alunos modeladores dessa situação se queixaram por não saber fazer operações como divisão com mais de um algarismo no divisor (*A2G1: Conta com 3 números na chave, só calculadora mesmo*). Isso pode nos levar a uma desconfiança sobre a *falta de conhecimento matemático relevante*, pois se não houvesse o suporte da calculadora, uma tecnologia que faz muita diferença em nosso dia a dia, eles se julgariam incapazes de prosseguir. Podemos pensar o mesmo quando os alunos questionam qual das posições faz referência ao comprimento e se o resultado de uma multiplicação, envolvendo o 0 não seria 0.

*A4G1: Comprimento é de assim deitado ou em pé?*

*A2G1: Professora,  $0 \times 7$  é 7 né?*

Ambos os grupos, terminaram a atividade por persistência, da parte da professora, que tentou motivá-los e encorajá-los até o fim da aula. A *confiança em suas capacidades matemáticas* não se fez tão presente, como podemos ver nos diálogos que foram expostos durante o relato. Mais explicitamente, quando os alunos do G2T1 discutem sobre saber ou não fazer, antes mesmo de ler o que estava na folha que receberam.

*A6G2: Anota também o que é cada letra dessa, adiantar não vai porque ninguém sabe fazer.*

*A7G2: A gente nem leu ainda.*

*A6G2: Mas já sei que a gente não sabe, essas tarefas é tudo difícil e demora.*

Buscamos incentivá-los a realmente acreditar que *um uso válido da matemática é modelar fenômenos reais*, trabalhando um assunto tão importante e que pode ser todo desenvolvido nas dependências da escola, utilizando artefatos matemáticos para calcular algo relacionado ao dia a dia deles. Ao descobrirem que iriam para o pátio realizar anotações sobre as medidas que eles julgassem necessárias das rampas, eles se animaram um pouco mais, visto que não parecia ser algo comum.

*A8G2: Vamos gente, parar de enrolar e fazer isso logo*

*A6G2: Pelo menos vamos sair procurar as coisas lá fora, ninguém nunca deixa a gente sair.*

Algumas das falas dos alunos que nos levaram a identificar os quatro elementos nesta atividade estão presentes no Quadro 12.

**Quadro 12** – Identificando os quatro elementos na Atividade 3

Elementos necessários para uma matematização bem-sucedida de acordo com Niss (2010)	Conclusão pautada na análise desses elementos
Possuir conhecimento matemático relevante	Para identificarmos se os alunos apresentaram indícios de conhecimento matemático relevante e se usaram eles na Modelagem nós observamos os registros escritos, se possuíam as operações adequadas, se haviam traçado um plano de resolução adequado e os diálogos, como: “A3G1: <i>A gente nem sabe o que vai em cada letra dessa</i> ”, “A5G2: <i>As contas de mais e menos que eu sei ninguém passa mais né, nem sei fazer essas daqui</i> ”. Já os outros dois elementos podem ser identificados ao conferirmos se a atividade foi concluída e se eles fizeram confiantes no plano traçado para resolver, ou se apenas chutaram, por exemplo: “A1G1: <i>Essa professora é maluca. A3G1: É mesmo, olha essa fórmula, número em cima e em baixo</i> ” “A6G2: <i>Mas já sei que a gente não sabe, essas tarefas é tudo difícil e demora</i> ”
Ser capaz de usá-lo na Modelagem	
Acreditar que um uso válido da matemática é modelar fenômenos reais	
Ter persistência e confiança em suas capacidades matemáticas	

Fonte: A autora

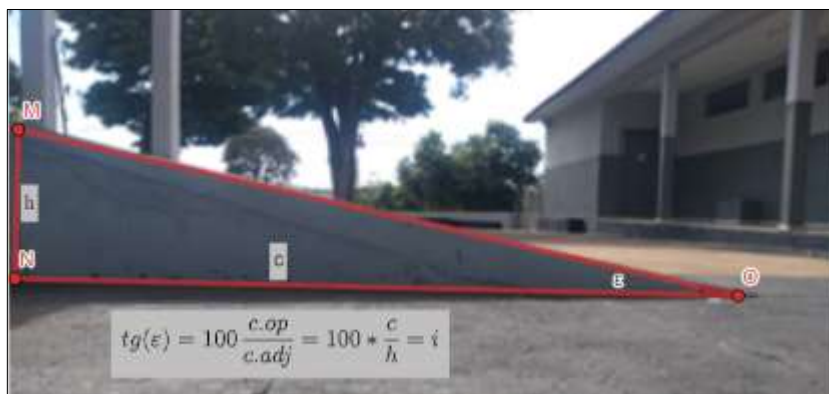
Nesta atividade, não foi possível evidenciar a antecipação pelos alunos, na verdade, podemos questionar se pode ser considerada uma atividade de Modelagem Matemática. O modelo para analisar a acessibilidade das rampas não foi deduzido pelos alunos, foi fornecido quando questionaram como saberiam se eram ou não acessíveis, ainda assim, foi possível perceber dificuldades com a operacionalização das informações no modelo, registros das medidas em diferentes unidades, interpretação errônea do resultado em relação a tabela, entre outros. Almeida, Silva e Vertuan (2012) dizem que o envolvimento dos alunos nas fases é o que faz com que uma atividade se configure como de Modelagem Matemática.

Vale destacar que a opção por fornecer o modelo matemático aos alunos se deu porque eles ainda não haviam se familiarizado com conceitos da trigonometria no triângulo retângulo, que seria uma forma de obter a medida do ângulo de inclinação da rampa sem o uso de um dispositivo como o transferidor.

Conforme Almeida (2018), por mais que a antecipação favoreça o aluno a identificar a Matemática que pode ser usada para resolver o problema, isso não impede que o professor se valha de uma situação-problema para introduzir um novo conteúdo. Esta temática certamente é uma oportunidade de introduzir novos conceitos, e levá-los a perceber que a fórmula pode ser deduzida a partir da relação trigonométrica da tangente, que determina a inclinação que é

convertida em porcentagem ao multiplicar por 100 a razão entre cateto oposto e cateto adjacente ao ângulo reto do triângulo, com indica a Figura 26.

**Figura 26** – Medida do ângulo de inclinação da Rampa 2



Fonte: arquivos da pesquisa

No entanto, a obtenção da medida do ângulo, por esse meio, ainda iria requerer o conceito de arco tangente. Para a turma em questão, não havia tempo hábil para explorar tais conceitos e reconhecemos que a matematização bem-sucedida exigiria um envolvimento maior dos alunos.

#### 5.4 CONSIDERAÇÕES A PARTIR DA DESCRIÇÃO E ANÁLISE

Nesta seção, intencionamos refletir, a partir das análises de cada atividade, em que buscamos evidenciar *como alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental lidam com atividades de Modelagem Matemática associadas à tecnologia digital e que matematização apresentam*, nos pautando no referencial teórico da pesquisa.

Inicialmente, é necessário justificar que nossa coleta de dados foi impactada pela pandemia causada pelo Sars-cov-2. Tínhamos um cronograma de desenvolvimento a ser seguido, porém, as aulas foram suspensas no início de 2020 e, mais de um ano após, as aulas presenciais foram retomadas ainda fora de sua “normalidade”. Assim, decidimos analisar os dados das atividades que foram implementadas mesmo que como um projeto piloto, como foi o caso da primeira versão da atividade da Rodoviária de Londrina (Atividade 1) e da atividade das Rampas Acessíveis (Atividade 3).

As duas atividades mencionadas tinham o propósito de familiarizar os alunos da Turma 1 com atividades de Modelagem, assim, serviriam de base para os alunos e para a professora-

pesquisadora, em relação à condução de uma atividade de Modelagem com esses alunos. As demais atividades são apresentadas como proposta em nosso produto educacional.

Ao desenvolvermos a Atividade 1, os alunos estavam em seu primeiro contato com atividades de Modelagem Matemática, acreditamos que ao se envolverem mais vezes com atividades como essa, sem ser da maneira como aconteceu o desenvolvimento da Atividade 3, no final do ano e em época de recuperação, eles possam se habituar a refletir mais, se envolver mais ativamente nas tomadas de decisões. Nessas atividades, eles receberam orientações, da professora-pesquisadora, que direcionaram suas ações. Ao decidirem sozinhos estratégias para abordar a situação-problema, imaginamos que possam expressar a antecipação quanto aos passos que serão necessários para alcançar o resultado esperado, bem como de conhecimentos que levem a matematização, conforme Niss (2010), Stillman e Brown (2012).

Pois, a matematização para Niss (2010) é a resposta de uma antecipação Matemática, pautada no conhecimento do que é necessário para resolver o problema, e outra antecipação do processo seguinte que requer o estabelecimento de ligações matemáticas entre os objetos traduzidos, de modo a responder às perguntas iniciais. Logo, os alunos, enquanto modeladores, podem definir o que é útil matematicamente para responder à questão apresentada a eles.

Notamos, também, que a familiarização dos alunos com as atividades de Modelagem Matemática pode auxiliar em relação a visão deles de que um uso válido da Matemática é modelar fenômenos reais, o que vai bem além de apenas resolver exercícios. Além de que, eles precisam se adaptar a discutir mais as atividades e trabalhar em colaboração. Brown e Ikeda (2019) alertam que os alunos precisam aprender a trabalhar em grupo e fazê-lo em colaboração, pois isso aumenta as oportunidades de se obter uma solução bem-sucedida.

Observamos que os registros dos alunos se mostraram pouco organizados ou sistematizados. Isso nos indica a necessidade de que sejam orientados a expressar a ligação da situação real com a matemática, a importância de irem anotando os dados do problema, as ideias que os levaram a resolver o problema daquele determinado modo, para que se torne visível o seu entendimento.

Sobre essa familiarização, Niss (2010) diz que além do conhecimento de um aparato matemático relevante, a antecipação implementada também requer experiência anterior com as capacidades deste aparato para modelar outras situações, mais ou menos semelhantes. Então, a antecipação acontece gradativamente, conforme os alunos vão adquirindo experiência com atividades de Modelagem. Segundo Niss (2010), isso não é visto como algo comum para modeladores iniciantes, pois exige que o modelador mantenha as metas em mente enquanto, ao



mesmo tempo, seja capaz de lidar, de maneira satisfatória, com todos os problemas técnicos que ocorrem ao longo do desenvolvimento.

Se tratando dos aspectos relacionados à cultura digital, nós esperávamos que na Atividade 2, em que eles estavam inseridos em um ambiente propício, pudéssemos identificar mais aspectos do que na Atividade 1. Pois, na primeira, eles apenas souberam da existência do recurso e para que ele foi utilizado pela professora-pesquisadora. O que partiu deles sem que fosse solicitado, foi o uso da calculadora nos aparelhos celulares, que é um recurso tecnológico e que eles são proibidos de utilizar nas dependências da escola, fator agravante ao se tentar contribuir para que saibam fazer um uso crítico dessa ferramenta tão rica em seus estudos.

Na Atividade 2, eles utilizaram o computador para responder várias perguntas, mas para a coleta de dados não foi possível devido a incompatibilidade do recurso com o sistema operacional dos computadores. Porém, eles demonstraram que o uso que eles estão habituados a fazer é apenas este, fazer busca na internet para responder perguntas pontuais. Eles têm acesso às tecnologias digitais como o celular e o computador, mas parecem fazer um uso limitado, não estão acostumados a utilizarem essas tecnologias para pesquisas mais complexas nas aulas, até porque, como foi dito, os celulares são proibidos nas escolas, dificultando ainda mais a ideia de que eles vejam o celular como um recurso para o estudo ao invés de um meio de entretenimento.

Martins, Santos e Barbeta (2019) alegam que, “Se usados com vista à educação, os aparelhos eletrônicos, que já estão inseridos na vida e no cotidiano dos discentes, contribuirão tornando o ambiente escolar um local atualizado, menos mecanicista e, por consequência, mais atrativo” (p. 95). Os autores se reportam a Pierre Levy, para o qual a utilização de tecnologias digitais nos processos de ensino associados a metodologias diferenciadas influencia significativamente na construção do conhecimento e proporciona um envolvimento maior por parte dos alunos.

Em relação a Atividade 3, devemos enfatizar o primeiro obstáculo que reconhecemos na implementação, pois, em nossa experiência os alunos não pareceram aceitar e reafirmar o convite ao desenvolvimento da atividade de Modelagem mesmo já tendo participado do desenvolvimento da Atividade 1. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012) esse é um aspecto fundamental, com o qual concordamos. Porém, esse pode ser um reflexo do uso pontual da Modelagem em uma turma acostumada com um ensino dito tradicional. Intuímos que à medida em que o trabalho com Modelagem Matemática passe a ser contínuo os alunos perceberão o quanto pode ser vantajoso e gratificante participarem ativamente do desenvolvimento da atividade e então, pode ser que esse convite venha sendo reafirmado.

Outro ponto que deve ser destacado é que ao dar uma resposta ao problema o G2T1 registrou uma conclusão incorreta que passou despercebida na ocasião. Temos então outra evidência de que o ciclo da Modelagem Matemática não foi concluído.

Conforme Stillman e Brown (2012), os resultados matemáticos precisam ser desmatematizados, o que é possível quando são interpretados em termos da situação idealizada e da situação real, ponto de partida para a Modelagem. Assim, notamos a importância do momento de compartilhar os resultados com os colegas, como defendem Almeida, Silva e Vertuan (2012). Neste caso, o grupo poderia ser questionado pelos colegas ou pela professora-pesquisadora e uma nova consulta a tabela indicada na NBR 9050 os levaria a reconsiderar a conclusão revelando que a percepção dos alunos do momento de interação, de que uma das rampas parecia muito inclinada, estaria validada.

A atividade além de tudo também possui o potencial para ocasionar mudanças pensando no social, pois, ao finalizarmos a atividade poderíamos compartilhar os resultados com a equipe diretiva e com os demais professores e levar esses resultados em discussão para saber o que poderia ser feito em relação a isso, assim, os alunos conseguiriam ver resultados partindo do uso da matemática aprendida na.

Na Atividade 3, além de a tecnologia ter sido mobilizada pela professora-pesquisadora para inicial a interação dos alunos com a temática da acessibilidade, por meio de um vídeo, os alunos utilizaram os celulares para medirem os ângulos das rampas com o aplicativo *Smart Protractor* que lhes foi solicitado a instalar previamente considerando a possibilidade de que o recurso contribuísse com a compreensão da solução do problema em termos de uma unidade de medida (em graus) familiar aos alunos. De fato, a observação de A1G1 indica que a resposta em porcentagem não fazia muito sentido para ele (*não dá para saber o tanto que ela tem que subir com essa resposta*). Mas, apesar de não conhecerem o aplicativo e ser algo novo os dados da gravação de áudio nada revelaram a respeito, indicando que os alunos pareceram indiferentes ao recurso.

Na próxima seção pretendemos trazer considerações e reflexões em relação à pesquisa desenvolvida voltando o olhar à professora-pesquisadora.

## 5.5 REFLEXÕES DA PROFESSORA-PESQUISADORA

Partindo de tudo que foi analisado nos materiais apresentados pelos alunos apoiadas em aos nossos referenciais teóricos, bem como nas contribuições da banca de qualificação cujos professores fazem parte de nossos referenciais, percebemos alguns pontos a serem destacados.

Primeiramente podemos perceber que pode haver insegurança tanto da parte do professor quanto da parte dos alunos, esse foi o nosso caso, ao enfrentar algo novo. Assim como os alunos podem perder esse sentimento ao ir se familiarizando, os professores também, em ambas as partes a confiança vai sendo construída, por isso se faz necessário não desistir diante das dificuldades que surgem no caminho.

Percebemos também que os alunos se preocupam muito com respostas exatas e possuem medo de errar, porém, o erro faz parte do aprendizado, mesmo utilizando as tecnologias digitais para auxiliar nos cálculos, as respostas sempre serão aproximadas e se tratando de atividades de Modelagem, que trabalhamos com situações reais, cada hipótese assumida faz toda diferença no resultado final e isso não quer dizer que deu errado.

Em relação ao uso das tecnologias digitais em atividades em sala de aula, a tecnologia moderna mais utilizada e acessível tem sido o celular, porém, como poderemos instruir e contribuir com um uso mais crítico dos alunos se eles são proibidos de utilizarem os celulares dentro das salas de aula? Esse é mais um dos desafios que temos. Além de ter ficado visível a grande diferença das escolas durante esse momento de pandemia, em relação aos recursos disponíveis para a prática docente.

O uso de tecnologias digitais é algo defendido nos documentos oficiais, a BNCC vem mostrando a necessidade de a escola instruir e educar os alunos para aprimorar sua cultura digital, Hoffmann e Fagundes (2008) também falam sobre a necessidade de a escola integrar-se a cultura digital, formando uma amálgama inseparável, dando lugar aos indivíduos e suas ações.

Apesar de instruir e defender a educação para uma cultura digital, a BNCC pouco fala sobre a alternativa pedagógica Modelagem Matemática, Bigode (2019) diz que apesar de aparecer uma referência a processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e modelagem, a lista de habilidades não dá margem para que tais processos sejam desenvolvidos e levados a sério. Aqui cabe a ressalva de que a Modelagem Matemática pode nos levar a ser subversivos em relação ao que orienta a BNCC, pois, atividades de Modelagem em geral dão margem a se trabalhar conteúdos que não fazem parte do previsto para determinado ano escolar, como no caso das rampas acessíveis.

Ao realizarmos o desenvolvimento da segunda proposição da atividade da Rodoviária de Londrina (Atividade 2), durante as pesquisas dos alunos eles encontraram um site que dispunha das medidas internas da rodoviária, mas não sabiam se eram medidas corretas. Por mais que esses dados não fossem relevantes para esta problemática que havia sido proposta, a professora-pesquisadora pode aproveitar para discutir e orientar sobre a confiabilidade das

informações dos contribuindo para despertar o senso crítico em relação às informações confiáveis e *fake News*, por exemplo. Ensinar visando aprimorar a cultura digital dos alunos vai além de ensinar a usar um ou outro aplicativo ou conferir a resposta obtida sem tecnologias digitais com um *software*, por exemplo. Assim, é também necessário dar atenção à cultura digital do professor e isso exige dedicação, tempo e recursos, que muitas vezes são escassos.

Na construção da pesquisa nossa atenção também se voltou à elaboração de um produto educacional. Segundo Borba, Almeida e Gracias (2018 p. 83), um produto educacional pode ser “alguma nova estratégia de ensino, uma nova metodologia de ensino para determinados conteúdos, um aplicativo, em ambiente virtual, um texto”, um produto criado para “uma sala de aula ou a outro ambiente educacional”, que possa ser utilizado por educadores.

Assim, elaboramos o produto educacional intitulado “Atividades de Modelagem Matemática com potencial para o aprimoramento da cultura digital” disponível no RIUT<sup>17</sup>. A Figura 27 ilustra a capa do material que dispõe de um planejamento para cada atividade com a antecipação do professor voltada para a matematização de quatro atividades de Modelagem Matemática, contendo dicas para que essas atividades possam ser desenvolvidas pelos alunos com o uso de tecnologias digitais ou vinculadas a elas de forma indireta.

**Figura 27** – Produto educacional



Fonte: A autora

<sup>17</sup> Repositório Institucional da UTFPR, <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119>.

Esse produto foi pensado a partir da primeira proposição da atividade da Rodoviária de Londrina, quando nos deparamos com uma realidade totalmente diferente da que havíamos pensado para a atividade e tivemos que adaptar todo o desenvolvimento para que a atividade acontecesse mesmos sem a disponibilidade dos recursos digitais.

Após as análises das atividades, elaboramos perguntas que talvez ajudem os professores que forem utilizar as atividades desse material, a visualizarem que matemática os alunos apresentaram no desenvolvimento da atividade de Modelagem:

- Eles conseguiram identificar e selecionar as variáveis envolvidas no problema?
- Foram formuladas hipóteses para a situação investigada?
- Houve simplificações em relação as informações disponíveis?
- Essas ações ditas anteriormente os remeteram a algum plano de resolução?

Elaboramos este material com uma breve apresentação dos referenciais teóricos utilizados para a construção das atividades para que o professor conheça e compreenda os conceitos. Trazemos também as atividades com planejamento contendo orientações, objetivos e materiais necessários, por fim, algumas considerações e referências. Assim, esperamos contribuir com os professores em suas práticas docentes com algumas orientações decorrentes de nossa vivência com a pesquisa.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O delineamento do tema aqui pesquisado, assim como dito na introdução, se definiu por influência das disciplinas cursadas no primeiro ano de estudos da pesquisadora, na sua participação no grupo de estudos (GEPMIT), em que fazem parte professores e alunos do PPGMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná e alunos de iniciação científica orientados por esses professores. Além das orientações feitas ao longo do tempo.

Diante disso resolvemos desenvolver uma atividade piloto para além de colocarmos a nossa ideia em prática, ver como seria a aceitação dos alunos e como a professora-pesquisadora realizaria essa condução. Nessa primeira proposição da atividade da Rodoviária de Londrina nós não pudemos contar com as tecnologias digitais para o desenvolvimento da atividade, apenas para a sua elaboração, logo não conseguimos alcançar totalmente os nossos objetivos, porém, a atividade foi concluída e percebemos por meio das análises que os alunos gostaram da atividade embora achassem longa e difícil.

Como os recursos não foram utilizados pelos alunos na primeira proposição nós resolvemos retomar a temática com pequenas adaptações e levar novamente para sala de aula, com alunos diferentes de outro ano e com a possibilidade de utilizarmos o laboratório de informática e o projetor multimídia. Tivemos uma nova experiência, porém, houve também contratempos, mas que não impossibilitaram o desenvolvimento da atividade. Um dos contratempos foi o navegador da internet não ser compatível com o *Google Earth*, algo que poderia ter sido antecipado, já que estamos abordando antecipação.

Nas duas proposições (Atividade 1 e Atividade 2) o foco era trabalhar com conteúdos já conhecidos e não introduzir conteúdos novos, visto que na primeira proposição, teoricamente, os alunos teriam visto recentemente o conteúdo e na segunda já teriam visto mais de uma vez, mas não foi o que aconteceu, porém, as atividades de Modelagem tem essa flexibilidade, ela pode ser usada para ambos os focos, Almeida e Vertuan (2011b) enfatizam que em muitas situações, quando os alunos se envolvem com atividades de Modelagem eles se deparam diante de um obstáculo para o qual não possuem, temporariamente, conhecimentos suficientes para avançar, surgindo a necessidade de construir esse conhecimento por meio da atividade. Sendo assim a Modelagem os possibilita tanto ressignificar conceitos já construídos quanto construir outros diante da necessidade de seu uso.

Para o desenvolvimento da atividade das Rampas Acessíveis, além do objetivo principal da pesquisa, essa atividade se a bem na questão de ressignificar conceitos como dito

por Almeida e Vertuan (2011b), visto que o projeto SE LIGA é um projeto voltado para revisão de conteúdos.

Nessa atividade o número de alunos foi inferior ao que esperávamos, eles não demonstraram pronta aceitação ao convite para o desenvolvimento da atividade de Modelagem. Embora tenham participado, seus objetivos eram outros e a professora-pesquisadora não soube como incentivar mais o interesse deles, visto que eles estavam muito interessados em finalizarem a atividade e irem embora. Essa foi uma atividade que pode não ser considerada como uma atividade de Modelagem Matemática justamente pelo fato deles não participarem e se interessarem pela atividade satisfatoriamente. Como expressam Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 26) “as atividades devem se configurar como um convite que virá se firmando e se confirmando no decorrer da experiência” e neste caso, não podemos dizer que todos os alunos aceitaram o convite e se dedicaram prontamente a desenvolver a atividades. Sugerir que eles trouxessem o tema e participassem mais da elaboração da atividade é algo a ser considerado em implementações futuras, visando mais interesse e disposição da parte dos alunos. Pois, eles esperavam o tempo todo pela professora-pesquisadora e de acordo com Brown e Ikeda (2019), vendo pelo ponto de vista da Modelagem, quanto mais decisões são tomadas pelos alunos, mais eles pensam em Matemática, e com isso, maior é sua conexão com a situação presente no mundo real em que eles estão usando a Matemática para explorar.

A Modelagem tem como aporte o trabalho em grupo e foi algo que os alunos destacaram como ponto positivo das atividades. Segundo Borssoi e Almeida (2015) ambientes de ensino e de aprendizagem com Modelagem Matemática, em geral, estimulam os alunos a interagir e trabalhar em grupos. Assim, os interesses e conhecimentos de cada grupo de alunos envolvido com atividades de Modelagem levam a resoluções que podem utilizar diferentes conceitos matemáticos.

E embora alguns grupos não tiveram esse comportamento isso é algo que poderia vir a acontecer se novas atividades fossem desenvolvidas, pois, Kacmarek e Burak (2018) observaram o desenvolvimento da autonomia nos estudantes, na realização das atividades em grupo, os estudantes começaram a interagir e a tomar decisões, buscando o auxílio da professora somente quando tinham alguma dúvida ou discordavam entre si.

Ao refletirmos sobre o objetivo inicial dessa pesquisa: *investigar como alunos dos anos finais do Ensino Fundamental lidam com atividades de Modelagem Matemática associadas à tecnologia digital e que matematização apresentam*, acreditamos que partindo das análises e mostrando de maneira fiel como de fato aconteceu e como os alunos receberam e participaram das atividades, podemos contribuir com a Educação Matemática, tanto no sentido

do que foi possível evidenciar com a participação dos sujeitos da pesquisa quanto com a percepção do que ainda pode ser aprimorado em pesquisa futuras.

Se tratando da matematização dos alunos em atividades de Modelagem Matemática, pode-se perceber que os quatro elementos se destacaram nas atividades analisadas. A presença ou a falta do *conhecimento matemático relevante*, da *capacidade de usá-lo na Modelagem*, de *acreditar que um uso válido da matemática é modelar fenômenos reais* e da *persistência e confiança em suas capacidades matemáticas*. Acreditamos que esses elementos possam ser mais perceptíveis e enfatizados conforme os alunos se familiarizem mais com atividades de Modelagem Matemática.

Por meio das atividades podemos perceber que eles não estão habituados a registrarem informação adequadamente, nem a resposta final do problema apareceu em grande parte dos registros de diferentes grupos. Nos parece que, para eles, a resolução da atividade se resume aos cálculos, e isso é algo a ser superado conforme forem se familiarizando com atividades de Modelagem.

Em relação a cultura digital, a literatura recente, já no contexto da pandemia, tem indicado a importância de pesquisas nessa direção para a área de Educação Matemática e pensamos que mesmo com as limitações impostas acreditamos ser possível contribuir com a área. Segundo Engelbrecht et al. (2020) parece que essa pandemia foi fundamental para transformar a casa dos alunos em salas de aula, logo ela está afetando a educação de várias maneiras.

Assim como a pandemia transformou ambientes, ela mostrou como a realidade das escolas públicas e dos alunos são distantes, alguns possuindo recursos e acompanhando as aulas mesmo diante de tudo que houve, outros morando em lugares distantes sem ao menos saber o que estava acontecendo na escola em que estuda.

A segunda proposição da atividade da Rodoviária de Londrina (Atividade 2) e a atividade das Rampas Acessíveis (Atividade 3) foram as atividades em que os alunos tiveram acesso direto as tecnologias digitais, e, em ambas eles foram incentivados a fazerem um uso mais crítico dos computadores e celulares disponíveis, trabalhando com aplicativos como *Smart Protractor* e com recursos do *Google* como o *Google Earth*. A intenção é que eles percebam estes como recursos com os quais podem aprender, não apenas objetos que fornecem respostas prontas ou promovem entretenimento.

Finalizamos nossa pesquisa considerando-a como um ponto de partida para continuar pesquisando sobre matematização em atividades de Modelagem Matemática. As considerações que trouxemos a partir da análise dos dados nos permitiram reconhecer que não foi possível



sempre identificar os elementos indicados na teoria que caracterizam uma matematização bem-sucedida nas atividades desenvolvidas com alunos não familiarizados com Modelagem, que há resistência da parte de alguns alunos, e vários outros desafios a serem estudados e superados.

Além das atividades desenvolvidas e analisadas em nosso trabalho, temos o nosso produto educacional que conta com mais duas atividades cujos temas são “Radares fixos” e “A intensidade da Luz”, convidamos o leitor a conhecer este trabalho que contém em cada atividade um planejamento com a antecipação da parte matemática esperada com o desenvolvimento das atividades, contém dicas e a atividade no formato para impressão, para os professores que decidirem utilizá-las.

Segundo Engelbrecht et al. (2020) os pesquisadores que estão no campo há muito tempo, devem aconselhar e colaborar com os novos. Eles devem filtrar todas as novas ideias e ajudar a selecionar as abordagens que não só ensinam os alunos, mas também lhes permitem aprender.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, 50(1), 19-30, 2018.
- ALMEIDA, L. M. W., SILVA, H. C. A Matemática em Atividades de Modelagem Matemática. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 8, n.3, p. 207-227, nov. 2015.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Registros de representação semiótica em atividades de modelagem matemática: uma categorização das práticas dos alunos. **Revista Unión**, n. 25, p. 109-125, mar. 2011a.
- ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre como fazer modelagem matemática na sala de aula. In: **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Lourdes Maria Werle de Almeida; Eleni Bisognin; Jussara de Loiola Araujo. (Org.) 1ed. Londrina: EDUEL, 2011b. v. 1, p. 19-44.
- ALVES, D. B. **O processo de autoria na Cultura Digital**: a perspectiva dos licenciandos em Matemática. 2012. 172f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2012.
- ALVES, D. B. **Modelagem matemática no contexto da cultura digital**: uma perspectiva de educar pela pesquisa no curso de técnico em meio ambiente integrado ao ensino médio. 2017. 281f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática**: concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino e Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3 ed. São Paulo: Contexto, 2006.
- BIGODE, A. J. L. Base, que Base? O Caso da Matemática. In: CÁSSIO, F.; CATELLI JR., R. (Orgs.). **Educação é a Base? 23 Educadores Discutem a BNCC**. São Paulo: Ação Educativa, 2019
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação**. Portugal: Porto Editora, 1994.
- BORBA, M. C., SCUCUGLIA, R. R. S., GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática**. São Paulo: Autêntica, 2014. ISBN 9788582175002. Disponível em: <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=edsmib&AN=edsmib.000013869&lang=pt-br&site=eds-live&scope=site>. Acesso em: 22 jul. 2020.
- BORSSOI, A. H. e ALMEIDA, L. M. W. Percepções sobre o uso da Tecnologia para a

Aprendizagem Significativa de alunos envolvidos com Atividades de Modelagem Matemática. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, Buenos Aires: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina, v. 10, n. 2, p. 36-45, dez. 2015.

BLUM, W. (2015). **Quality teaching of mathematical modelling: What do we know? What can we do?** In S. J. Cho (Ed.), *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education—intellectual and attitudinal challenges* (pp. 73–96). New York: Springer.

BLUM, W; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – versão final**. Brasília, DF, 2017. Disponível em:  
<[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf)>  
Acesso em: 22 jul. 2020.

BROWN, J. P.; IKEDA, T. Conclusions and Future **Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education**. In: STILLMAN, G. A.; BROWN, J. P. (Eds.) *Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education*. Springer, 2019, p. 233-253.

BUCKINGHAM, D. Aprendizagem e Cultura Digital. **Revista Pátio**, Ano XI, n. 44, p. 1-5, jan. 2008.

BUCKINGHAM, D. Cultura digital, educação midiática e o lugar da escolarização. **Educação e Realidade**, Porto Alegre, v.35, n.3, p.37-58, set/dez. 2010.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem**. Tese (doutorado educacional). Faculdade de Educação. Universidade de Campinas – Unicamp. Campinas, 1992.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**. Brasil, v. 1, n. 01, p. 10-27, 2010.

CALDEIRA, A. D.; SILVEIRA, E.; MAGNUS, M. C. M. Modelagem Matemática: alunos em ação. In. ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Orgs.) **Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011. p. 65-81

CÁSSIO, F.; CASTELLI JR. R. **Educação é a base? 23 educadores discutem a BNCC**. São Paulo, SP: Ação Educativa, 2019.

CARLSON, M. A.; WICKSTROM, M. H.; BURROUGHS E. A.; FULTON, E. W. (2016) **A case for Mathematical Modeling in the Elementary School Classroom**. In: NCTM. *Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*, APME, Estados Unidos, (p.121-129).

ENGELBRECHT, J., BORBA, M. C., LLINARES, S., KAISER, G. Will 2020 be

remembered as the year in which education was changed? **ZDM - Mathematics Education**, [S. l.], n. Schoole, p. 1–4, 2020. DOI: 10.1007/s11858-020-01185-3. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01185-3>.

GALBRAITH, P. Models of Modelling: genres, purposes or perspectives. In: **Journal of Mathematical Modelling and Applications**. v, 1, n. 5, 3-16, 2012.

GREEFRATH, G.; HERTLEIF, C.; SILLER, H. Mathematical modelling with digital tools—a quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. *ZDM Mathematics Education* 50, 233–244 (2018). <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0924-6>

GREEFRATH, G., & SILLER, H.-S. (2017). Modelling and simulation with the help of digital tools. In G. A. Stillman, W. Blum & G. Kaiser (Eds.), **Mathematical modelling and applications**, *ICTMA 17* (pp. 529–539). Dordrecht: Springer.

GONÇALVES, P. G. F. A etnomodelagem no contexto da carnicultura cearense: possibilidades para a sala de aula. **REnCiMa**, São Paulo, v.12, n.2, p. 1-17, mar. 2021.

HOFFMANN, D. S.; FAGUNDES, L. C. Cultura Digital na Escola ou Escola na Cultura Digital?. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 6, n. 1. p. 1-11, jul. 2008.

JUNIOR, J. M. C. Por uma cultura digital participativa. In SAVAZONI, R., COHN, S. **Culturadigital.br**. Rio de Janeiro, Beco do Azougue, 2009. p. 1-315.

KACZMAREK, D; BURAK, D. Modelagem matemática na educação básica: a primeira experiência vivenciada. **ACTIO**, Curitiba, v. 3, n. 3, p. 253-270, set./dez. 2018.

KENSKI, V. M. Educação e internet no Brasil. **Cad. Adenauer**, Rio de Janeiro, v. 16, n. 3, p. 133-150, 2015.

MALHEIROS, A. P. S., **A Produção Matemática dos Alunos em Ambiente de Modelagem**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). UNESP, Rio Claro, 2004.

MALHEIROS, A. P. S., FORNER, R. Um Olhar Freireano Para a Base Nacional Comum Curricular De Matemática. *Revista Olhar de Professor*. Ponta Grossa, v. 23, p. 1-14, 2010

MEYER, J. F. Modelagem Matemática: O desafio de se ‘fazer’ a Matemática da necessidade.... **Com a Palavra, o Professor**, v. 5, n. 11, p. 140-149, 29 abr. 2020.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. 3a Edição. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2013.

MONTENEGRO, C. M., SOARES, D. S. Projetos de Modelagem com alunos do Ensino Fundamental: contradição em um sistema de atividade. **REnCiMa**, São Paulo, v.12, n.2, p. 1-22, mar. 2021.

MOREIRA, M. A. **Metodologias de Pesquisa em Ensino**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

NASCIMENTO, A. N.; PEIXOTO, J. Mídias digitais e desenvolvimento infantil: para além de rótulos e explicações. **Série-Estudos**, Campo Grande, n. 40, p. 119-138, jul/dez. 2015.

NISS, M. Modeling a crucial aspect of students' mathematical modeling. In: LESH, R. et al. (Eds.). **Modelling students' mathematical competencies**. New York: Springer, 2010. p. 43-59.

ROSA, M. B. **A inclusão da instituição escola na cultura digital e a construção de novos paradigmas a partir da iniciação científica na educação básica**. Porto Alegre: UFRGS, 2013, 252 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – PPGIE, UFRGS, Porto Alegre, 2013.

SILVA, R. S.; NOVELLO, T. P. O uso das tecnologias digitais no ensinar matemática. **Revista Internacional de Educação Superior**, Campinas, v. 6, p. e020025, p. 1-15, 23 out. 2019.

SANTOS, G. J. F; MARTINS, D. A; BARBETA, C. F. A relevância do celular nas práticas escolares. **Ensino e Tecnologia em Revista**, Londrina, v. 3, n. 1, p 93-111, jan/jun 2019.

SANTOS, L. C., BORSSOI, A. H. Uma atividade de modelagem matemática: discussões a partir de uma antecipação. **CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática**, Belo Horizonte, nov. 2019. Disponível em <http://eventos.sbem.com.br/index.php/cnmem/2019/paper/viewFile/803/942>. Data de acesso: 20/10/2020.

SANTOS, L. C., BORSSOI, A. H., SILVA, K. A. P. Uma atividade de modelagem para o cálculo de área: a rodoviária de londrina como motivação. **EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática**, Brasil, out. 2019. Disponível em: [http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XV\\_EPREM/paper/viewFile/1083/776](http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XV_EPREM/paper/viewFile/1083/776). Data de acesso: 20/10/2020.

SANTOS, S. R. P., VERONEZ, M. R. D. Emergência e reconhecimento de um problema a investigar em modelagem matemática por alunos do Ensino Fundamental. **REnCiMa**, São Paulo, v.12, n.2, p. 1-21, mar. 2021.

STILLMAN, G. A. State of the art on modelling in mathematics education—Lines of inquiry. In: STILLMAN, G. A.; BROWN, J. P. (Eds.). **Lines of inquiry in mathematical modelling research in education**. Cham: Springer, 2019. p. 1–20.

STILLMAN, G., & BROWN, J. (2012). Empirical Evidence for Niss' Implemented Anticipation in Mathematising Realistic Situations. In J. Dindyal, L. P. Cheng & S. F. Ng (Eds.), **Proceedings of the 35th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**. Singapore.

STILLMAN, G., BROWN, J., & GEIGER, V. Facilitating mathematisation in modelling by beginning modellers in secondary school. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), **Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences**, p. 93–104. 2015. Cham, Switzerland: Springer.

VEEN, W; VRAKKING. **Homo Zappiens**: educando na era digital. Trad. de Vinícius Figueira. Porto Alegre: Artmed, 2009. Revista Conjectura.v.15, n.2, p.175-179. maio/ago. 2009.

TRONCON, L. E. A. Ambiente educacional. **Revista Medicina**. Ribeirão Preto. v. 47, n. 3, 2014, p.264-271.

## ANEXO A – FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL

### Ficha de Avaliação de Produto/Processo Educacional

Adaptado de: Rizzatti, I. M. *et al.* Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. *ACTIO*, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12657>. Acesso em 14 de dezembro de 2020.

<b>Instituição de Ensino Superior</b>	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
<b>Programa de Pós-Graduação</b>	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT)
<b>Título da Dissertação</b>	Matematização em atividades de Modelagem Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental
<b>Título do Produto/Processo Educacional</b>	Atividades de Modelagem Matemática com potencial para o aprimoramento da cultura digital
<b>Autores do Produto/Processo Educacional</b>	<b>Discente:</b> Luana Carvalho dos Santos
	<b>Orientadora:</b> Adriana Helena Borssoi
<b>Data da Defesa</b>	03/12/2021

#### FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE)

Esta ficha de avaliação deve ser preenchida pelos membros da banca do exame de defesa da dissertação e do produto/processo educacional. Deve ser preenchida uma única ficha por todos os membros da banca, que decidirão conjuntamente sobre os itens nela presentes.

<p><b>Aderência:</b> avalia-se se o PE apresenta ligação com os temas relativos às linhas de pesquisas do Programa de Pós-Graduação.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p> <p>Linhas de Pesquisa do PPGMAT:</p> <p><i>L1: Formação de Professores e Construção do Conhecimento Matemático</i> (abrange discussões e reflexões acerca da formação inicial e em serviço dos professores que ensinam Matemática, bem como o estudo de tendências em Ensino de Matemática, promovendo reflexões críticas e analíticas a respeito das potencialidades de cada uma no processo de construção do conhecimento matemático nos diferentes níveis de escolaridade);</p> <p><i>L2: Recursos Educacionais e Tecnologias no Ensino de Matemática</i> (trata da análise e do desenvolvimento de recursos educacionais para os processos de ensino e de aprendizagem matemática, atrelados aos aportes tecnológicos existentes).</p>	<p>( ) Sem clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.</p> <p>( # ) Com clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.</p>
<p><b>Aplicação, aplicabilidade e replicabilidade:</b> refere-se ao fato de o PE já ter sido aplicado (mesmo que em uma situação que simule o funcionamento do PE) ou ao seu potencial de utilização e de facilidade de acesso e compartilhamento para que seja acessado e utilizado de forma integral e/ou parcial em diferentes sistemas.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p> <p>A propriedade de aplicação refere-se ao processo e/ou artefato (real ou virtual) e divide-se em três níveis:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) aplicável – quando o PE tem potencial de utilização direta, mas não foi aplicado;</li> <li>2) aplicado – quando o PE foi aplicado uma vez, podendo ser na forma de um piloto/protótipo;</li> <li>3) replicável – o PE está acessível e sua descrição permite a utilização por outras pessoas considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação.</li> </ol> <p>Para o curso de Mestrado Profissional, o PE deve ser aplicável e é recomendado que seja aplicado.</p>	<p>( ) PE tem características de aplicabilidade, mas não foi aplicado durante a pesquisa.</p> <p>( ) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e não tem potencial de replicabilidade.</p> <p>( # ) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).</p> <p>( ) PE foi aplicado em diferentes ambientes/momentos e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).</p>
<p><b>Abrangência territorial:</b> refere-se a uma definição da abrangência de</p>	<p>( ) Local</p>



<p>aplicabilidade ou replicabilidade do PE (local, regional, nacional ou internacional). Não se refere à aplicação do PE durante a pesquisa, mas à potencialidade de aplicação ou replicação futuramente.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado e a justificativa é obrigatória.</u></p>	<p><input type="checkbox"/> Regional  <input type="checkbox"/> Nacional  <input type="checkbox"/> Internacional</p> <p>Justificativa (<i>obrigatória</i>): O PE ficará disponível no Repositório Institucional da UTFPR e poderá ser acessado virtualmente de qualquer lugar, no entanto, encontra-se em língua portuguesa e faz menção à Base Nacional Comum Curricular, documento normativo no âmbito da Educação Básica Brasileira.</p>
<p><b>Impacto:</b> considera-se a forma como o PE foi utilizado e/ou aplicado no sistema relacionado à prática profissional do discente (não precisa ser, necessariamente, em seu local de trabalho).</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p>	<p><input type="checkbox"/> PE não utilizado no sistema relacionado à prática profissional do discente (esta opção inclui a situação em que o PE foi utilizado e/ou aplicado em um contexto simulado, na forma de protótipo/piloto).</p> <p><input type="checkbox"/> PE com aplicação no sistema relacionado à prática profissional do discente.</p>
<p><b>Área impactada</b></p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p>	<p><input type="checkbox"/> Econômica;  <input type="checkbox"/> Saúde;  <input type="checkbox"/> Ensino;  <input type="checkbox"/> Cultural;  <input type="checkbox"/> Ambiental;  <input type="checkbox"/> Científica;  <input type="checkbox"/> Aprendizagem.</p>
<p><b>Complexidade:</b> compreende-se como uma propriedade do PE relacionada às etapas de elaboração, desenvolvimento e/ou validação do PE.</p> <p><u>*Podem ser marcados nenhum, um ou vários itens.</u></p>	<p><input type="checkbox"/> O PE foi concebido a partir de experiências, observações e/ou práticas do discente, de modo atrelado à questão de pesquisa da dissertação.</p> <p><input type="checkbox"/> A metodologia apresenta clara e objetivamente, no texto da dissertação, a forma de elaboração, aplicação (se for o caso) e análise do PE.</p> <p><input type="checkbox"/> Há, no texto da dissertação, uma reflexão sobre o PE com base nos referenciais teóricos e metodológicos empregados na dissertação.</p> <p><input type="checkbox"/> Há, no texto da dissertação, apontamentos sobre os limites de utilização do PE.</p>
<p><b>Inovação:</b> considera-se que o PE é inovador, se foi criado a partir de algo novo ou da reflexão e modificação de algo já existente revisitado de forma</p>	<p><input type="checkbox"/> PE de alto teor inovador (desenvolvimento com base em conhecimento inédito).</p>

<p>inovadora e original. A inovação não deriva apenas do PE em si, mas da sua metodologia de desenvolvimento, do emprego de técnicas e recursos para torná-lo mais acessível, do contexto social em que foi utilizado ou de outros fatores. Entende-se que a inovação (tecnológica, educacional e/ou social) no ensino está atrelada a uma mudança de mentalidade e/ou do modo de fazer de educadores.</p>	<p>( # ) PE com médio teor inovador (combinação e/ou compilação de conhecimentos preestabelecidos).</p> <p>( ) PE com baixo teor inovador (adaptação de conhecimentos existentes).</p>
--	--

**Membros da banca examinadora de defesa**

<b>Nome</b>	<b>Instituição</b>
Adriana Helena Borssoi	UTFPR LD
João Frederico da Costa Azevedo Meyer	UNICAMP
Rodolfo Eduardo Vertuan	UTFPR TD