UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ CÂMPUS CORNÉLIO PROCÓPIO DIRETORIA DE GRADUAÇÃO E EDUCAÇÃO PROFISSIONAL CURSO GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JULIO HENRIQUE BUZANELLI

# ESTIMADOR DE VELOCIDADE DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO UTILIZANDO FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO 2016 JULIO HENRIQUE BUZANELLI

# ESTIMADOR DE VELOCIDADE DE UM MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO UTILIZANDO FILTRO DE KALMAN ESTENDIDO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista no programa de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Cornélio Procópio.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Favoretto Castoldi

CORNÉLIO PROCÓPIO 2016



Universidade Tecnológica Federal do Paraná Campus Cornélio Procópio Departamento Acadêmico de Elétrica Curso de Engenharia Elétrica



# FOLHA DE APROVAÇÃO

Julio Henrique Buzanelli

# Estimador de velocidade de um motor de indução trifásico utilizando Filtro de Kalman Estendido

Trabalho de conclusão de curso apresentado às 17:30hs do dia 16/11/2016 como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista no programa de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho aprovado.

Prof(a). Dr(a). Marcelo Favoretto Castoldi - Presidente (Orientador)

Prof(a). Dr(a). Alessandro Goedtel - (Membro)

Prof(a). Dr(a). Emerson Ravazzi Pires da Silva - (Membro)

Aos meus pais.

## RESUMO

BUZANELLI, Julio Henrique. **Estimador de velocidade de um motor de indução trifásico utilizando filtro de Kalman estendido**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Elétrica. UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2016.

O objetivo deste trabalho é conduzir um estudo acerca da estimação da velocidade de um motor de indução trifásico – MIT – a partir de uma abordagem *sensorless*, mais precisamente utilizando a estratégia do Filtro de Kalman Estendido. Os experimentos serão realizados através do *software* de simulação Matlab<sup>®</sup>, bem como a coleta dos resultados. Será empregado na simulação um modelo previamente desenvolvido do motor de indução trifásico, a fim de obter o comportamento mais fiel possível do funcionamento real deste motor. Os resultados destes experimentos são apresentados e discutidos ao final do trabalho.

**Palavras-chave:** Motor de Indução Trifásico. *Sensorless*. Filtro de Kalman. Estimação de Velocidade.

# ABSTRACT

BUZANELLI, Julio Henrique. **Speed estimator of a three-phase induction motor using extended Kalman filter**. 2016. Work Completion of course (Graduation) -Electrical Engineering. UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2016.

The objective of this work is to conduct a study about the estimation of the speed of a three-phase induction motor - MIT - from a sensorless approach, more precisely using the Extended Kalman Filter strategy. The experiments will be performed using the Matlab® simulation software, as well as the results collection. A pre-developed model of the three-phase induction motor will be used in the simulation to obtain the most accurate behavior of the actual operation of this motor. The results of these experiments are presented and discussed at the end of the paper.

**Keywords**: Three Phase Induction Motor. *Sensorless*. Kalman Filter. Speed Estimation.

# SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
1.1 OBJETIVO GERAL	10
1.2 OBJETIVO ESPECÍFICO	11
1.3 JUSTIFICATIVA	11
2 MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO – MIT	13
2.1 CARACTERIZAÇÃO	13
2.2 MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO	14
2.3 TRANSFORMAÇÃO $\alpha\beta$	17
2.4 MODELAGEM VETORIAL	18
2.5 MODELAGEM EM ESPAÇO DE ESTADOS	19
3 O FILTRO DE KALMAN	23
3.1 ESCOLHA DO MODELO DO MOTOR	24
3.2 DISCRETIZAÇÃO DO MODELO	25
3.3 DETERMINAÇÃO DOS RUÍDOS E MATRIZES DE COVARIÂNCIA	25
3.4 IMPLEMENTAÇÃO DO EKF	28
4 METODOLOGIA	32
4.1 PARÂMETROS DOS EQUIPAMENTOS	34
4.2 PARÂMETROS DO FILTRO	35
4.3 MÉTODOS PROPOSTOS	36
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	38

REFERÊNCIAS	61
6.1 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS	60
6 CONCLUSÃO	60
5.4 MOTOR COM VARIAÇÃO EM R1E R2 E ADIÇÃO DE RUÍDOS	52
5.3 MOTOR COM PARÂMETROS NOMINAIS E RUÍDOS NA MEDIDA	50
5.2 MOTOR COM VARIAÇÃO EM R1E R2 – SEM RUÍDOS	42
5.1 MOTOR COM PARÂMETROS NOMINAIS E MEDIÇÃO SEM RUÍDOS	40

## 1 INTRODUÇÃO

O motor de indução trifásico – MIT – é o modelo de motor elétrico mais amplamente empregado na indústria mundial. A capacidade de adotar diretamente a corrente alternada como fonte de alimentação, sem a necessidade de adaptações ou sistemas complementares, o torna uma máquina bastante robusta e sua implantação em processos produtivos é altamente disseminada, nas mais variadas áreas. Além disso, o custo de aquisição é baixo se comparado a outros tipos de motores elétricos disponíveis, dada a simplicidade da construção e do princípio de funcionamento, e também, posteriormente, a adoção do rotor tipo gaiola de esquilo, fato que colaborou para reduzir ainda mais o seu custo de produção (WEG S.A, 2013).

Contudo, elemento chave para o acompanhamento e controle adequados da eficiência do processo produtivo, o monitoramento da velocidade do motor durante seu funcionamento ainda depende, muitas vezes, de equipamentos auxiliares acoplados ao sistema, a exemplo dos tacômetros, denominados *encoders*. Estes aparelhos geralmente têm um custo elevado, e quando sua aplicação se mostra necessária, acabam por diminuir a vantagem econômica que o MIT traz consigo (FITZGERALD, 2006). Além disso, há casos em que a aplicabilidade de um tacômetro no sistema se mostra impraticável, haja vista as características locais do processo e do próprio sistema, tais como espaço disponível insuficiente ou acesso ao eixo do rotor restrito, bem como a presença de líquidos ou partículas, comprometendo a fidelidade dos valores lidos.

A partir disso, diferentes estratégias foram desenvolvidas a fim de encontrar uma maneira satisfatória de estimar a velocidade de rotação do motor baseando-se nas próprias grandezas aplicadas ao mesmo. Tais estratégias, a exemplo dos estimadores que utilizam inteligência artificial (AI), da estratégia MRAS (*Model Reference Adaptive System*) e do Observador de *Luenberger*, recebem o nome de técnicas *sensorless* (VAS, 1998). Deste ponto, as técnicas valem-se de diferentes métodos de filtragem dos dados obtidos, com o intuito de estabelecer uma relação destes com a taxa de rotação do rotor, e que retorne sempre o valor mais fiel possível ao funcionamento real do motor, seja em operação dinâmica ou regime permanente.

Desenvolvido por Rudolph Emil Kalman na década de 1960 e posteriormente ampliado, o Filtro de Kalman Estendido – EKF – também se mostra como uma

alternativa na aplicação da abordagem *sensorless* para estimação da velocidade do MIT. Inicialmente concebido com o intuito de solucionar o problema da navegação espacial do Programa Apollo, que levou o homem à Lua – naquela situação, não havia dados absolutos sobre a posição da nave, mas apenas medidas relativas e que deviam ser relacionadas em tempo real e com grande precisão –, o filtro de Kalman consistia a princípio em um processo recursivo para solucionar problemas lineares relacionados à filtragem de dados discretos (SIMON, 2001). A partir do seu sucesso, fora expandido para solucionar problemas não lineares, passando a ser denominado Filtro de Kalman Estendido, representando assim o produto mais largamente utilizado dentro da moderna teoria de controle (AIUBE, 2005). Desde então, o EKF encontrou aplicação em centenas de áreas diversas, incluindo todas as formas de navegação (aérea, terrestre, marítima), instrumentação em plantas de energia nuclear, modelagem demográfica, manufatura, detecção de radioatividade subterrânea, além de lógica *fuzzy* e treinamento de redes neurais (SIMON, 2001).

## 1.1 OBJETIVO GERAL

O presente trabalho tem como objetivo verificar a aplicabilidade de uma técnica *sensorless* baseada no Filtro de Kalman Estendido para a estimação da velocidade de um motor de indução trifásico, devendo ser robusta o bastante de modo a apresentar valores confiáveis mesmo sob variações paramétricas do motor, tais como a variação da resistência causada pelo aumento da temperatura de trabalho, bem como superar possíveis ruídos na medida das grandezas utilizadas.

#### **1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Os objetivos específicos deste trabalho são elencados a seguir:

- Estudar a modelagem do MIT;

- Revisão Bibliográfica sobre métodos sensorless aplicados aos MITs;

- Estudo e análise do Filtro de Kalman Estendido;

- Simulação do Filtro de Kalman Estendido aplicado na estimativa de velocidade de um MIT;

- Avaliação dos resultados simulados.

#### **1.3 JUSTIFICATIVA**

O uso do motor elétrico na indústria mundial é altamente disseminado na atualidade. E a necessidade de aferir a velocidade de trabalho dos motores em tempo real e com precisão, em nome da otimização do processo industrial e garantia de qualidade dos produtos fabricados, vem estabelecendo grandes desafios à proposição de métodos de aferição que garantam confiabilidade da medida aliada à robustez de operação.

Há tempos, métodos diretos de medição são aplicados no processo a fim de verificar a velocidade de operação de um motor elétrico. Por métodos diretos entendem-se aparelhos que necessitam ser acoplados ao rotor do motor ou ter acesso a ele e que, por meios mecânicos ou eletromecânicos, retornam um valor relacionado com a taxa de rotação. Dispositivos eletromecânicos em especial recebem o nome de *encoders*. A aplicabilidade de *encoders* no processo produtivo, no entanto, acaba por esbarrar no fator custo, dificultando a disseminação dessa estratégia de aferição.

A partir disso, técnicas de medição que dispensam o uso de *encoders*, mas que consigam retornar valores de medida tão confiáveis quanto, ganham visibilidade e relevância. Visto que não há necessidade de sensores de velocidade, tais técnicas recebem o nome de *sensorless*, pois utilizam-se de outras grandezas da máquina para a estimação, tais como o fluxo e o torque. Diversas abordagens *sensorless* são propostas baseando-se nos mais diferentes parâmetros obtidos do motor. A aplicação da estratégia abordada neste trabalho é simples, visto que os valores dos parâmetros de entrada do estimador – tensão e corrente de alimentação – são de fácil aquisição e monitoramento.

Os valores estimados de velocidade gerados pelo método devem ser filtrados, excluindo-se possíveis ruídos e perturbações de medida, para garantir que se aproximem da operação real do motor, tornando-se assim confiáveis. Tal método se destaca justamente por ter um alto desempenho em análise de estimadores, além de já considerar em sua formulação efeitos de ruídos de medição. Esta característica o torna o EKF robusto o bastante para aplicação no problema proposto.

# 2 MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO - MIT

## 2.1 CARACTERIZAÇÃO

O motor de indução trifásico consiste de uma máquina dinâmica que transforma energia elétrica em energia mecânica rotacional. Suas principais partes são o estator, uma parte estática e externa, facilmente visível, onde estão conectadas as bobinas geradoras do fluxo magnético e as entradas de energia para alimentação; e o conjunto rotórico, composto pelo eixo com o rotor ao qual também podem ser acopladas as hélices do sistema de ventilação. Os rotores podem ser do tipo bobinado ou tipo gaiola de esquilo (WEG S.A., 2013).



Figura 1 – Partes componentes de um motor de indução trifásico Fonte: WEG S.A.

A Figura 1 exibe as características construtivas elementares de um MIT, sendo o estator composto pela carcaça (1), núcleo de chapas (2) e enrolamento trifásico (8), o rotor contendo o eixo (7), núcleo de chapas (3) e barras e anéis de curto-circuito (12). Também compõem o motor a tampa (4), ventilador (5), tampa

defletora (6), caixa de ligação (9), terminais (10) e enrolamentos (11) (WEG S.A, 2013).

As bobinas localizadas no estator são responsáveis pela criação do fluxo magnético que irá atravessar o rotor. Estas são dispostas na parede interna do estator defasadas fisicamente em 120 graus uma da outra. Isso faz com que o fluxo gerado ao passar da corrente de cada fase, que também estão defasadas em 120 graus, crie um campo magnético girante e uniforme, que irá induzir uma corrente no rotor e gerar por fim o movimento do eixo (WEG S.A., 2013).

Motores de indução trifásicos são máquinas de velocidade assíncronas, ou seja, operam abaixo da velocidade síncrona (ONG, 1998). Por velocidade síncrona entende-se a velocidade de rotação do campo magnético girante, que é diretamente proporcional à frequência da alimentação aplicada ao motor e inversamente proporcional ao número de polos da máquina (CHAPMAN, 2013).

# 2.2 MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

O acionamento e a operação de um motor elétrico estão sujeitos a variações dos parâmetros das grandezas da máquina, como tensão e corrente. Tais variações devem ser levadas em consideração em casos que envolvam variação de velocidade. Segundo (KRISHNAN, 2001), o modelo a ser utilizado para acionamentos com velocidade variável deve seguir uma modelagem dinâmica, que contempla todo o efeito instantâneo das variações em tensão e corrente, bem como das variações na frequência do estator e no torque. Para tanto, algumas considerações devem ser feitas antes de partir para a modelagem matemática da máquina (BARBI, 1985). São elas:

- Entreferro de tamanho uniforme;
- Enrolamentos do rotor e do estator são balanceados e defasados igualmente entre si;
- Saturação e mudanças de parâmetros são ignoradas;
- A máquina será considerada bipolar.

A partir das considerações iniciais, e baseando-se nas características construtivas da máquina, o equacionamento do comportamento dinâmico do motor se dá por meio das seguintes etapas:

- Equacionamento da tensão e corrente do motor;
- Equacionamento de enlaces dos fluxos;
- Equacionamento do torque eletromagnético;
- Equacionamento do movimento e posição angular.



Figura 2 – Representação figurada dos enrolamentos de rotor e estator Fonte: BARBI (1985, P. 27) - Adaptado

Para melhor entendimento dos equacionamentos a seguir, adota-se índice 1 para variáveis relativas ao estator, índice 2 para as relativas ao rotor, índices a, b e c para os diferentes enrolamentos, tanto do estator quanto do rotor. Pelo mesmo motivo, as tensões, correntes e fluxos estão escritos em forma matricial.

Partindo-se das observações anteriores, e considerando que todas as grandezas do motor estão referenciadas com relação a um referencial genérico  $\lambda$ , as equações do modelo são exibidas abaixo (KRISHNAN, 2001). Importante ressaltar que no caso do rotor tipo gaiola de esquilo, a tensão  $v_2$  é nula, visto que os terminais do circuito rotórico são curto-circuitados. Então:

$$\nu_1 = R_1 i_1 + \frac{d}{dt} \phi_1 + \omega_\lambda \widetilde{K} \phi_1 , \qquad (1)$$

$$v_2 = R_2 i_2 + \frac{d}{dt} \phi_2 + \omega_2 \widetilde{K} \phi_2 , \qquad (2)$$

$$\phi_1 = L_1 i_1 + L_M i_2 , \qquad (3)$$

$$\phi_2 = L_M i_1 + L_2 i_2 , \qquad (4)$$

$$m_d = -z_p \phi_1^T \widetilde{K} i_1 = z_p \phi_2^T \widetilde{K} i_2 , \qquad (5)$$

$$\frac{d}{dt}\omega_{mec} = \frac{1}{J}(m_d - K_D\omega_{mec} - m_l) \quad , \tag{6}$$

onde,

$$\omega_2 = \omega_{\lambda} - z_p \omega_{mec} \quad , \tag{7}$$

е

$$\widetilde{K} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1\\ 1 & 0 & -1\\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$
(8)

em que:

R<sub>1</sub>: Resistência do estator;

R<sub>2</sub>: Resistência do rotor;

 $\phi_1$ : Fluxo de enlace do estator;

 $\phi_2$ : Fluxo de enlace do rotor;

 $\omega_{\lambda}$ : Velocidade angular do referencial genérico;

 $\omega_{mec}$ : Velocidade angular do rotor;

 $z_p$ : Número de pares de polos do motor.

 $L_M$ : Indutância mútua entre enrolamentos de estator e rotor;

L<sub>1</sub>: Indutância própria do estator;

L<sub>2</sub>: Indutância própria do rotor;

 $m_d$ : Torque eletromagnético;

J: Momento de inércia do motor;

*K<sub>D</sub>*: Coeficiente de atrito dinâmico;

 $m_l$ : Carga constante imposta ao motor.

### 2.3 TRANSFORMAÇÃO $\alpha\beta$

A transformação  $\alpha\beta$  é utilizada a fim de obter modelos mais adequados para análise do motor de indução. Consiste de uma transformação linear responsável por diagonalizar as matrizes circulantes simétricas que aparecem na formulação dos modelos da máquina trifásica simétrica (BARBI, 1985). A consequência disso é uma máquina simétrica bifásica com a mesma potência, torque, velocidade e número de polos que a máquina trifásica.



Figura 3 – Circuito trifásico simétrico (a) e circuito bifásico simétrico (b) Fonte: BARBI (1985, P. 41) – Adaptado

O plano de representação da máquina bifásica equivalente é complexo. Portanto, as grandezas do motor também passam a ter componentes complexas.

Partindo-se, então, da representação gráfica do sistema de eixos feita na Figura 3, tais grandezas são representadas da seguinte forma:

$$\vec{v} = v_{\alpha} + jv_{\beta} = \frac{2}{3}(v_{a} + \alpha v_{b} + \alpha^{2}v_{c}),$$
 (9)

$$\vec{\iota} = i_{\alpha} + ji_{\beta} = \frac{2}{3}(i_a + \alpha i_b + \alpha^2 i_c)$$
, (10)

$$\vec{\phi} = \phi_{\alpha} + j\phi_{\beta} = \frac{2}{3}(\phi_a + \alpha\phi_b + \alpha^2\phi_c), \qquad (11)$$

em que

$$\alpha = e^{j2\pi/3}$$
, (12 – a)

$$\alpha^2 = e^{j4\pi/3}$$
 (12 - b)

Tais termos  $\alpha$  e  $\alpha^2$  representam o deslocamento espacial de 120° e 240°, respectivamente, entre os enrolamentos.

## 2.4 MODELAGEM VETORIAL

Ao se transformar os eixos das equações (1) a (8) do mesmo modo que no tópico anterior, chega-se à representação vetorial do motor de indução aplicada a um referencial genérico, exibida pelas equações a seguir:

$$\vec{v}_1 = R_1 \vec{\iota}_1 + \frac{d}{dt} \vec{\phi}_1 + j \omega_\lambda \vec{\phi}_1 ,$$
 (13)

$$0 = R_2 \vec{i}_2 + \frac{d}{dt} \vec{\phi}_2 + j \omega_2 \vec{\phi}_2 , \qquad (14)$$

em que:

$$\vec{\phi}_1 = L_1 \vec{\iota}_1 + L_M \vec{\iota}_2 , \qquad (15)$$

$$\vec{\phi}_2 = L_2 \vec{\iota}_2 + L_M \vec{\iota}_1 , \qquad (16)$$

$$m_d = \frac{3}{2} z_p Im\{\vec{\iota}_1 \vec{\phi}_1^*\} = -\frac{3}{2} z_p Im\{\vec{\iota}_2 \vec{\phi}_2^*\}, \qquad (17)$$

$$\frac{d}{dt}\omega_{mec} = \frac{1}{J}(m_d - K_D\omega_{mec} - m_l) .$$
(18)

Após isso, faz-se necessário definir o valor do referencial genérico  $\omega_{\lambda}$ . O referencial ideal para a modelagem deve ser fixo ao estator, também chamado de estacionário, pois, segundo Krishnan (2001), este método é usado quando as variáveis do estator devem ser reais, assim como no estator da máquina real, ao mesmo tempo em que as variáveis do rotor podem ser imaginárias, possibilitando uma simulação adequada do motor real. Então:

$$\omega_{\lambda} = 0 . \tag{19}$$

Assim, reescrevem-se as equações (13) e (14), substituindo (19) e considerando-se a equação (8). As demais equações não se modificam. Desta forma, tem-se o modelo estacionário, a seguir:

$$\vec{v}_1 = R_1 \vec{\iota}_1 + \frac{d}{dt} \vec{\phi}_1$$
, (20)

$$0 = R_2 \vec{i}_2 + \frac{d}{dt} \vec{\phi}_2 - j z_p \omega_{mec} \vec{\phi}_2 .$$
 (21)

## 2.5 MODELAGEM EM ESPAÇO DE ESTADOS

A próxima etapa para a obtenção do modelo para estimação da velocidade envolve uma abordagem através de espaço de estados, derivando-se as expressões (20) e (21). A entrada do modelo será o vetor de espaço da tensão no estator e a saída será o vetor de espaço da corrente também do estator. Já como estados, tomam-se os vetores de corrente do estator e fluxo do rotor.

Levando-se em consideração as expressões (15) e (16), obtêm-se então a corrente do rotor e o fluxo do estator em função da corrente do estator e do fluxo do rotor, ambos separados em partes real e imaginária (VAS, 1998):

$$\frac{d}{dt}i_{1\alpha} = \frac{1}{\sigma L_1}v_{1\alpha} - \left(\frac{1}{\sigma T_1} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_2}\right)i_{1\alpha} + \frac{L_M}{\sigma L_1 L_2}\frac{1}{T_2}\phi_{2\alpha} - \omega_2\frac{L_M}{\sigma L_1 L_2}\phi_{2\beta} , \qquad (22-a)$$

$$\frac{d}{dt}i_{1\beta} = \frac{1}{\sigma L_1}v_{1\beta} - \left(\frac{1}{\sigma T_1} + \frac{1-\sigma}{\sigma T_2}\right)i_{1\beta} + \frac{L_M}{\sigma L_1 L_2}\frac{1}{T_2}\phi_{2\beta} + \omega_2\frac{L_M}{\sigma L_1 L_2}\phi_{2\alpha}, \qquad (22 - b)$$

$$\frac{d}{dt}\phi_{2\alpha} = -\frac{1}{T_2}\phi_{2\alpha} + \frac{L_M}{T_2}i_{1\alpha} + \omega_2\phi_{2\beta} , \qquad (23-a)$$

$$\frac{d}{dt}\phi_{2\beta} = -\frac{1}{T_2}\phi_{2\beta} + \frac{L_M}{T_2}i_{1\beta} - \omega_2\phi_{2\alpha} , \qquad (23 - b)$$

em que:

$$\sigma = \left(1 - \frac{L_M^2}{L_1 L_2}\right),\tag{24}$$

$$T_1 = \frac{L_1}{R_1},$$
 (25 – a)

$$T_2 = \frac{L_2}{R_2}$$
. (25 – b)

Assim, a equação do torque (17) pode ser descrita como:

$$m_d = \frac{3}{2L_2} L_M z_p (\phi_{2\alpha} i_{1\beta} - \phi_{2\beta} i_{1\alpha}) .$$
 (26)

Por fim, a equação de estado que descreve o modelo vetorial em referência estacionária a partir dos estados escolhidos é definida como:

$$\frac{dy}{dx}x = Ax + Bu , \qquad (27)$$

$$y = Cx , \qquad (28)$$

em que:

$$x = \begin{bmatrix} i_{1\alpha} & i_{1\beta} & \phi_{2\alpha} & \phi_{2\beta} \end{bmatrix}^T$$
(29)

$$y = \begin{bmatrix} i_{1\alpha} & i_{1\beta} \end{bmatrix}^T \tag{30}$$

$$A = \begin{bmatrix} -a & 0 & b & z_p \omega_{mec} c \\ 0 & -a & -z_p \omega_{mec} c & b \\ d & 0 & -e & -z_p \omega_{mec} \\ 0 & d & z_p \omega_{mec} & -e \end{bmatrix},$$
(31)

$$B = \begin{bmatrix} u_1 & 0\\ 0 & u_1\\ 0 & 0\\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$
 (32)

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$
 (33)

onde:

$$a = \left(\frac{1}{\sigma T_1} + \frac{1 - \sigma}{\sigma T_2}\right), \qquad (34 - a)$$

$$b = \frac{L_M}{\sigma L_1 L_2} \frac{1}{T_2}$$
, (34 - b)

$$c = \frac{L_M}{\sigma L_1 L_2} , \qquad (34 - c)$$

$$d = \frac{L_M}{T_2} , \qquad (34 - d)$$

$$e = \frac{1}{T_2}, \qquad (34 - e)$$

$$u_1 = \frac{1}{\sigma L_1} \,. \tag{34-f}$$

#### **3 O FILTRO DE KALMAN**

Em 1960, R. E. Kalman propôs um método de separação de sinal a partir de uma combinação de aditivos de sinal e ruído. Para isso, considerou o ruído como variável discreta e o problema foi tratado em espaço de estados, que melhor acomoda as múltiplas variáveis de entrada e saída. Rapidamente, verificou-se que o método descrito por Kalman se mostrava solução de uma grande variedade de problemas relacionados à filtragem. Com o avanço da computação, o filtro de Kalman tornou-se uma ferramenta muito prática de separação de sinais e ruídos (BROWN, 1997).

O Filtro de Kalman clássico é considerado um estimador ótimo recursivo utilizado em sistemas estocásticos lineares. Já o Filtro de Kalman Estendido (EKF), uma variante do Filtro de Kalman, é um estimador ótimo recursivo utilizado em sistemas estocásticos que pode ser usado para estimação de parâmetros de sistemas dinâmicos não lineares em tempo real, utilizando sinais ruidosos de entrada, ruídos estes provocados por imprecisões na medida ou na modelagem, por exemplo. No EKF as variáveis de estado são adaptadas pela matriz de ganho de Kalman (K) (VAS, 1998).

O EFK se mostra bastante adequado para aplicação em motores de indução de alto desempenho, podendo oferecer estimativas precisas de velocidade em um amplo intervalo, incluindo velocidades muito baixas. Para esse propósito, as tensões e correntes de estator são medidas e a velocidade do motor pode ser obtida pelo método, com rapidez e precisão (VAS, 1998).

A equação reduzida do Filtro de Kalman Estendido é dada por (35).

$$\hat{x}(k+1) = A.\,\hat{x}(k) + B.\,u(k) + K(k+1).\,\varepsilon$$
(35)

em que *K* é a matriz de ganho de Kalman e  $\varepsilon$  representa a diferença entre o estado predito e o estado medido.

#### 3.1 ESCOLHA DO MODELO DO MOTOR

A representação de espaço de estado no referencial estacionário do motor de indução trifásico será útil para a aplicação do filtro. As equações (22) a (26) descrevem tal representação. Neste caso, adiciona-se mais um estado ao vetor de estados (29) a fim de se tratar a velocidade do rotor como um estado suplementar. A partir disso, o modelo de espaço de estados é representado a seguir:

$$x = \begin{bmatrix} i_{1\alpha} & i_{1\beta} & \phi_{2\alpha} & \phi_{2\beta} & \omega_{mec} \end{bmatrix}^T,$$
(36)

$$y = \begin{bmatrix} i_{1\alpha} & i_{1\beta} \end{bmatrix}^T, \tag{37}$$

$$A = \begin{bmatrix} -a & 0 & b & z_p \omega_{mec} c & 0 \\ 0 & -a & -z_p \omega_{mec} c & b & 0 \\ d & 0 & -e & -z_p \omega_{mec} & 0 \\ 0 & d & z_p \omega_{mec} & -e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$
 (38)

$$B = \begin{bmatrix} u_1 & 0\\ 0 & u_1\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$
(39)

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$
 (40)

em que os coeficientes das matrizes são descritos pelas equações (34). Ainda, segundo (VAS, 1998), a matriz *A* torna-se não linear por conter o parâmetro variável  $\omega_{mec}$  – que é uma variável de estado. Então, A = A(x).

#### 3.2 DISCRETIZAÇÃO DO MODELO

Para a aplicação do Filtro de Kalman Estendido, as equações (27) e (28) devem ser discretizadas, visto que é utilizada a aproximação linearizada no ponto de operação a cada amostragem. Assim:

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d(k)u(k) ,$$
(41)

$$y(k) = C_d x(k) . (42)$$

Já os termos  $A_d$  e  $B_d$  são, respectivamente, as matrizes do modelo e de entrada discretizadas através da série de Taylor:

$$A_{d(nxn)} = exp^{[AT]} \cong I_n + AT_0 + \frac{(AT_0)^2}{2} \cdots$$
 (43)

$$B_d = BT_0 + AB \frac{{T_0}^2}{2} \cdots$$
 (44)

em que  $T_0$  representa o intervalo de amostragem. A matriz de saída discretizada é idêntica à contínua, portanto  $C_d = C$ .

## 3.3 DETERMINAÇÃO DOS RUÍDOS E MATRIZES DE COVARIÂNCIA

Faz-se necessário, ainda, adicionar ruídos de medição ao modelo. No caso, é adicionado um ruído v(k) na equação (45), onde v é o vetor de ruído de estados, independente de x(k) e com matriz de covariância (Q). Já na equação (46), é adicionado um ruído w(k), com o vetor w proveniente da medição da corrente no estator, independente de y(k) e v(k) e com matriz de covariância dada por (R). Em ambos os casos, assume-se o ruído como sendo do tipo branco Gaussiano. Portanto:

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d(k)u(k) + v(k) , \qquad (45)$$

$$y(k) = Cx(k) + w(k)$$
, (46)

O objetivo do EKF é obter estados não mensuráveis, no caso a velocidade do rotor, a partir de estados medidos e de estatísticas de ruído e medição (matrizes de covariância  $Q, R \in P$ ) (VAS, 1998). A estimação feita pelo filtro ( $\hat{x}$ ) é obtida através do valor calculado dos estados (x) corrigido recursivamente por um termo de correção, produto da matriz de ganho Kalman (K) e do desvio entre o vetor de saída da medida estimada e o vetor de saída atual ( $y - \hat{y}$ ). Os valores iniciais da matriz de covariância (P) são escolhidos de modo a retornar a melhor estimação possível dos estados (VAS, 1998).

O funcionamento do EKF acontece em dois principais estágios: um estágio de predição e outro de filtragem. Durante o estágio de predição é obtido, através do modelo matemático e do valor estimado anteriormente, o próximo valor estimado dos estados de  $\hat{x}(k + 1)$ . A matriz de covariância do vetor de estados (*P*) é atualizada durante esta etapa. Para isso, são usadas as equações (27) e (28), além da matriz de covariância de ruído do sistema (*Q*). Já no estágio de filtragem, o próximo valor de estado ( $\hat{x}$ ) é obtido a partir do estado estimado ao adicionar-se um termo de correção a este. Tal termo é representado por  $K(y - \hat{y})$  e é minimizado pelo Filtro conforme equação (46) a seguir:

$$\dot{x} = A(\hat{x})\hat{x} + Bu + K(i_1 - \hat{i}_1) .$$
(47)

A inicialização correta das matrizes de covariância, com valores iniciais adequados, configura-se uma parte delicada do método. Os valores iniciais das matrizes de covariância refletem-se no grau de conhecimento dos estados iniciais. Quanto maiores seus valores, menos precisa é qualquer informação disponível sobre os estados. Desse modo, os novos dados de medição serão fortemente ponderados e a velocidade de convergência do processo irá aumentar. A seleção adequada dos valores das matrizes permite obter uma satisfatória velocidade de convergência e evita problemas de divergência ou grandes oscilações indesejadas (VAS, 1998).

A matriz de covariância (Q) tem dimensão 5 por 5. A matriz (R), por sua vez, tem dimensão 2 por 2. Assumindo-se que os valores representados por (Q) e (R) não são correlacionados, e que ambas as matrizes são diagonais, apenas 7 elementos devem ser conhecidos – 5 em (Q) e 2 em (R). Portanto:

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & q_{22} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & q_{33} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & q_{44} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_{55} \end{bmatrix},$$
(48)

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & 0\\ 0 & r_{22} \end{bmatrix},$$
 (49)

Do mesmo modo, a matriz (P) é descrita da seguinte forma:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & p_{22} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & p_{33} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & p_{44} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{55} \end{bmatrix}.$$
 (50)

A Figura 4 representa o diagrama de blocos da estrutura do Filtro de Kalman Estendido.



Figura 4 – Diagrama de blocos da estrutura do Filtro de Kalman Estendido Fonte: VAS (1998, P. 487) – Adaptado

# 3.4 IMPLEMENTAÇÃO DO EKF

Após a inicialização das matrizes de covariância, a implementação do algoritmo segue alguns passos. No primeiro passo é feita a predição do vetor de estados x(k + 1), através do vetor de estado estimado  $\hat{x}(k)$ . Baseando-se na equação (41), tem-se:

$$x(k+1) = A_d \hat{x}(k) + B_d u(k) .$$
(51)

Conforme processo de truncamento mostrado nas equações (43) e (44), as matrizes  $A_d$  e  $B_d$ , componentes da equação (51), são reescritas da seguinte forma:

$$A_{d} = (I_{5} + AT_{0}) = \begin{bmatrix} 1 - aT_{0} & 0 & bT_{0} & z_{p}\omega_{mec}cT_{0} & 0\\ 0 & 1 - aT_{0} & -z_{p}\omega_{mec}cT_{0} & bT_{0} & 0\\ dT_{0} & 0 & 1 - eT_{0} & -z_{p}\omega_{mec}T_{0} & 0\\ 0 & dT_{0} & z_{p}\omega_{mec}T_{0} & 1 - eT_{0} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
(52)

$$B_d = BT = \begin{bmatrix} u_1 T_0 & 0\\ 0 & u_1 T_0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$
 (53)

Os coeficientes das matrizes  $A_d$  e  $B_d$  continuam sendo expressos pelas equações (34).

O próximo passo é obter a matriz de covariância (*P*), através da seguinte expressão:

$$P(k+1) = f(k+1)\hat{P}(k)f^{T}(k+1) + Q , \qquad (54)$$

em que (f) é uma matriz gradiente, dada por:

$$f(k+1) = \frac{\partial}{\partial x} (A_d x + B_d u) \Big|_{x=\hat{x}(k+1)} .$$
(55)

Considerando-se a equação (55), a matriz (f) tem a seguinte composição:

$$f(k+1) = \begin{bmatrix} 1 - aT_0 & 0 & bT_0 & cT_0x_5 & cT_0x_4 \\ 0 & 1 - aT_0 & -cT_0x_5 & bT_0 & -cT_0x_3 \\ dT_0 & 0 & -eT_0 & -z_pT_0x_5 & T_0x_4 \\ 0 & dT_0 & z_pT_0x_5 & -eT_0 & T_0x_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
(56)

em que:

$$[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5] = \begin{bmatrix} i_{1\alpha} & i_{1\beta} & \phi_{2\alpha} & \phi_{2\beta} & \omega_{mec} \end{bmatrix}.$$
(57)

Na terceira etapa é feito o cálculo da matriz de ganho do filtro de Kalman, através da seguinte expressão:

$$K(k+1) = P(k+1)h^{T}(k+1)[h(k+1)P(k+1)h^{T}(k+1) + R]^{-1}.$$
 (58)

em que h é matriz gradiente definida pela equação:

$$h(k+1) = \frac{\partial}{\partial x} [C_d x]|_{x=x(k+1)} .$$
(59)

Assim, h toma a seguinte composição:

$$h(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$
 (60)

A próxima etapa é efetivada a estimação do vetor de estado para o termo (k + 1). O valor estimado do vetor é dado pela equação abaixo:

$$\hat{x}(k+1) = x(k+1) + K(k+1)[y(k+1) - \hat{y}(k+1)], \quad (61)$$

onde:

$$\hat{y}(k+1) = Cx(k+1)$$
, (62)

е

$$y(k+1) = [\hat{i}_{1\alpha}(k+1), \hat{i}_{1\beta}(k+1)]^T .$$
(63)

A última etapa estima o erro da matriz de covariância (*P*), obtido através da expressão abaixo:

$$\hat{P}(k+1) = P(k+1) - K(k+1)h(k+1)P(k+1) .$$
(64)

Após a última etapa, as matrizes calculadas são armazenadas e retorna-se à primeira etapa.

#### 4 METODOLOGIA

Com o intuito de verificar o desempenho do método do Filtro de Kalman Estendido para a estimação da velocidade de um motor de indução trifásico, foi realizada a implementação do estimador na plataforma virtual Simulink, disponível através do *software* Matlab<sup>®</sup>.

Nesta plataforma, elaborou-se um sistema onde uma fonte trifásica alimenta um motor de indução trifásico, com rotor tipo gaiola de esquilo. Ambos equipamentos foram configurados de forma a garantir uma simulação mais fiel à realidade quanto possível. Os valores de tensão e corrente lidos do motor são enviados à *toolbox* da função utilizada, denominada S-Function, para que tais sinais se integrem ao filtro. Uma vez integrados ao filtro, os sinais são manipulados conforme *script* desenvolvido pela função baseado no roteiro apresentado no capítulo 3, item 4. A partir disso, a função Filtro de Kalman Estendido retorna um valor estimado da velocidade do motor, o qual pode ser então comparado com o valor real a fim de se verificar o desempenho da estratégia. Para fins de comparação e verificação complementares, a função exibe também os valores estimados de fluxo magnético do rotor e de corrente do estator.

De modo a avaliar a robustez do método, os parâmetros do motor são submetidos a variações. No caso da fonte de alimentação, houve a inserção de ruídos nos sinais provenientes dos leitores de tensão e corrente, simulando possíveis imprecisões dos equipamentos reais. Já com relação ao motor, foi avaliada a variação das resistências tanto do rotor quanto do estator devido à temperatura de trabalho. Em todos os casos, o motor foi submetido a um degrau de carga de 4 *N.m* a partir do primeiro segundo de simulação.

A Figura 5 exibe uma representação do sistema de simulação elaborado no Simulink:



Figura 5 – Sistema para simulação elaborado no Simulink Fonte: Autoria própria

# 4.1 PARÂMETROS DOS EQUIPAMENTOS

O motor elétrico deve ter seus parâmetros carregados para funcionar corretamente. O modelo selecionado foi um motor de indução trifásico com rotor tipo gaiola de esquilo. As configurações do equipamento encontram-se no Quadro 1.

Parâmetros do Motor				
Potência	$P_n$	1cv 220/380 60Hz		
Pares de Polos	zp	2		
Resistência do estator	$R_1$	7,56 Ω		
Resistência do rotor	$R_2$	3,84 <i>D</i>		
Indutância própria do estator	$L_1$	0,35085 H		
Indutância própria do rotor	$L_2$	0,35085 <i>H</i>		
Indutância mútua	L <sub>M</sub>	0,33615 H		
Momento de Inércia	L	$0,017 \ kg. m^2$		
Coeficiente de Atrito Viscoso	J	0,0001 N.m.s		

Quadro 1: Parâmetros de funcionamento da Motor de Indução Trifásico Fonte: CASTOLDI (2006, P. 66) - Adaptado

Uma fonte de tensão trifásica foi montada utilizando três fontes AC monofásicas. Deste modo, foi possível ajustar finamente seus parâmetros, configurando o nível de tensão independente por fase e o ângulo de defasagem entre as fases. Os parâmetros carregados na fonte encontram-se no Quadro 2.

Parâmetros da Fonte de Tensão				
Amplitud	le de pico	$220\sqrt{2}V$		
Ângulo de fase (Graus)	Fase a	0°		
	Fase b	240°		
	Fase c	120°		

Quadro 2: Parâmetros de funcionamento da Fonte de Tensão Trifásica Fonte: Autoria própria

# 4.2 PARÂMETROS DO FILTRO

Assim como discutido na seção 3.3, a inicialização correta das matrizes de covariância P,  $Q \in R$  é de fundamental importância para a estabilidade e convergência do método. Segundo Vas (1998), quanto maior for a matriz R, mais rápido será o desempenho transitório, e quanto maior for a matriz Q, esse desempenho será mais devagar. Contudo, quando Q é muito grande ao mesmo tempo que R é pequeno, podem surgir instabilidades no sistema. A partir disso, os valores das matrizes foram modificados, objetivando um rápido transitório com pouca instabilidade, chegando-se aos seguintes coeficientes:

$$P = \begin{bmatrix} 10e - 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10e - 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10e - 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10e - 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10e - 10 \end{bmatrix}$$
(64)  
$$Q = \begin{bmatrix} 10e - 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10e - 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10e - 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10e - 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10e - 4 \end{bmatrix}$$
(65)  
$$R = \begin{bmatrix} 10e - 1 & 0 \\ 0 & 10e - 1 \end{bmatrix}$$
(66)

Depois de montado e devidamente configurado, propõe-se ao sistema uma série de testes a fim de provar a finalidade e robustez do filtro. Tais testes envolvem a variação de parâmetros que ocorrem devido ao aumento da temperatura do motor durante sua operação, especificamente os efeitos da temperatura na resistência interna do estator e do rotor. São levadas em conta ainda as imprecisões que os instrumentos reais apresentam, por meio de ruídos inseridos nos sinais de medida, tanto de tensão quanto de corrente. Os ruídos de medida inseridos no modelo são do tipo branco Gaussiano, e podem ser comparados com os sinais sem interferência nas Figuras 6 e 7.



Figura 6 – Sinal de Tensão sem ruído (acima) e com ruído (abaixo) Fonte: Autoria própria



Figura 7 – Sinal de Corrente sem ruído (acima) e com ruído (abaixo) Fonte: Autoria própria

Para verificar a eficácia do método, os testes seguem uma ordem que contempla todas as variações propostas, isoladamente e combinadas, exigindo robustez do método para que continue apresentando resultados satisfatórios. Para tanto, são listados quatro testes a submeter ao sistema:

- Motor com parâmetros nominais e medição sem ruídos;
- Motor com variação em R<sub>1</sub>e R<sub>2</sub> mas sem ruídos;
- Motor com parâmetros nominais e ruídos na medida;
- Motor com variação em R<sub>1</sub>e R<sub>2</sub> e adição de ruídos.

Os níveis de ruído são fixos para todos os testes. Já os valores de  $R_1 e R_2$  variam 10%, 20% e 50%, simulando alterações reais observadas em motores trifásicos (VAS, 1998).

## **5 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Inicialmente, foram capturados os gráficos somente das grandezas do motor, sem submeter ao sistema de filtragem, sendo possível avaliar o correto funcionamento dos equipamentos utilizados. Os parâmetros carregados na configuração da simulação foram os nominais, apresentados nos Quadros 1 e 2. As Figuras 8, 9 e 10 exibem a corrente do estator, o fluxo e a velocidade do rotor em função do tempo, respectivamente.



Figura 8 – Corrente *dq* do estator, em Ampère Fonte: Autoria própria



Figura 9 – Fluxo magnético *dq* do rotor, em Weber Fonte: Autoria própria



Figura 10 – Velocidade do rotor, em Radianos por segundo Fonte: Autoria própria

## 5.1 MOTOR COM PARÂMETROS NOMINAIS E MEDIÇÃO SEM RUÍDOS

Com os parâmetros nominais carregados, a função Filtro de Kalman Estendido foi conectada ao sistema para iniciar a estimação, capturando as grandezas lidas de tensão e corrente do sistema, sem ruídos, e retornando os valores estimados de corrente, fluxo e velocidade. A Figura 11 mostra a comparação entre o valor medido e o valor estimado da velocidade do rotor.



Figura 11 – Valores medidos e estimados da velocidade do rotor Fonte: Autoria própria

É possível perceber que há alguma imprecisão nos valores estimados pelo filtro durante o transiente de partida do motor, atenuando-se quando o motor atinge aproximadamente 120 *rad/s*. A curva de velocidade estimada passa então a acompanhar a curva de velocidade do motor. Logo após o degrau de carga, contudo, os valores estimados pelo filtro convergem para os valores medidos de velocidade, permanecendo estáveis até o final da simulação. As Figuras 12 e 13 exibem o comportamento do filtro durante o teste ao estimar a corrente do estator e o fluxo do rotor do motor.



Figura 12 - Valores medidos e estimados da corrente do estator Fonte: Autoria própria



Figura 13 – Valores medidos e estimados do fluxo do rotor Fonte: Autoria própria

# 5.2 MOTOR COM VARIAÇÃO EM $R_1 \in R_2$ – SEM RUÍDOS

Nesta etapa, os valores das resistências  $R_1 e R_2$  do motor são alterados e combinados de modo a contemplar as variações paramétricas sofridas pelo motor quando submetido a aumento de temperatura devido ao funcionamento. A primeira variação é de 10% do valor nominal tanto em  $R_1$  quanto em  $R_2$ . Tais variações são submetidas apenas ao motor, sendo o filtro carregado em todos os testes com os parâmetros nominais do motor de forma a avaliar a robustez do método. A Figura 14 exibe a resposta em velocidade do motor à variação descrita anteriormente e a estimação da velocidade do filtro sob estas condições.



Figura 14 – Velocidade do rotor em resposta à variação de 10% em  $R_1$  e  $R_2$ Fonte: Autoria própria

Verifica-se que a imprecisão da estimação durante o transiente de partida se mantém até os 140 *rad/s*, aproximadamente. É possível perceber ainda que a convergência alcançada no teste 5.1 não mais acontece, porém a curva estimada ainda acompanha a curva medida. As Figuras 15 e 16 exibem o comportamento do filtro durante este teste ao estimar a corrente do estator e o fluxo do rotor do motor.



Figura 15 – Corrente do estator em resposta à variação de 10% em  $R_1$  e  $R_2$ Fonte: Autoria própria



Figura 16 – Fluxo do rotor em resposta à variação de 10% em  $R_1$  e  $R_2$ Fonte: Autoria própria

Neste passo, manteve-se a variação de 10% em  $R_1$  e aumentou-se a variação em  $R_2$  para 20% do valor nominal. A Figura 17 exibe a resposta em velocidade do motor às variações propostas e a estimação da velocidade do filtro sob tais condições.



Figura 17 – Velocidade do rotor em resposta à variação de 10% em  $R_1$  e 20% em  $R_2$ Fonte: Autoria própria

Percebe-se a alteração na precisão da estimação durante o transiente de partida, mantendo-se as oscilações após 140 *rad/s*. Em regime permanente, a curva dos valores estimados segue acompanhando a curva medida. As Figuras 18 e 19 exibem o comportamento do filtro durante este teste ao estimar a corrente do estator e o fluxo do rotor do motor.



Figura 17 – Corrente do estator em resposta à variação de 10% em  $R_1$  e 20% em  $R_2$ Fonte: Autoria própria



Figura 18 – Fluxo do rotor em resposta à variação de 10% em  $R_1$  e 20% em  $R_2$ Fonte: Autoria própria

Agora, a variação da resistência  $R_1$  é elevada para 20% do valor nominal, enquanto a variação em  $R_2$  manteve-se em 20% do valor nominal. A Figura 19 exibe a resposta em velocidade do motor às variações propostas e a estimação da velocidade do filtro sob tais condições.



Figura 19 – Velocidade do rotor em resposta à variação de 20% em  $R_1$  e  $R_2$ Fonte: Autoria própria

Assim como verificado nos últimos testes, o aumento da variação em  $R_1$  e  $R_2$  tem efeitos sobre o tempo de convergência do método, tornando mais tardio. As Figuras 20 e 21 exibem o comportamento do filtro durante este teste ao estimar a corrente do estator e o fluxo do rotor do motor.



Figura 20 – Corrente do estator em resposta à variação de 20% em  $R_1$  e  $R_2$ Fonte: Autoria própria



Figura 21 – Fluxo do rotor em resposta à variação de 20% em  $R_1$  e  $R_2$ Fonte: Autoria própria

Por fim, as variações de resistência em  $R_1$  e  $R_2$  são elevadas a 50% dos valores nominais. A Figura 22 exibe a resposta em velocidade do motor às variações propostas e a estimação da velocidade do filtro sob tais condições.



Figura 22 – Velocidade do rotor em resposta à variação de 50% em  $R_1$  e  $R_2$ Fonte: Autoria própria

Percebe-se uma imprecisão durante o transiente de partida do motor. Os valores estimados pelo filtro passam a acompanhar os valores medidos acima de  $160 \ rad/s$ , diminuindo o erro. As Figuras 23 e 24 exibem o comportamento do filtro durante este teste ao estimar a corrente do estator e o fluxo do rotor do motor.



Figura 23 – Corrente do estator em resposta à variação de 50% em  $R_1$  e  $R_2$ Fonte: Autoria própria



Figura 24 – Fluxo do rotor em resposta à variação de 50% em  $R_1$  e  $R_2$ Fonte: Autoria própria

## 5.3 MOTOR COM PARÂMETROS NOMINAIS E RUÍDOS NA MEDIDA

Nesta etapa, são adicionados ruídos nos sinais de entrada da medida de tensão e corrente, gerando distorções no sinal mostrados nas Figuras 6 e 7. A finalidade deste teste é representar imprecisões reais causadas pelos dispositivos de medição acoplados e pela interferência de sinais ruidosos externos. A Figura 25 exibe a resposta em velocidade do motor à introdução de ruídos de medida nos valores de entrada de tensão e corrente do filtro.



Figura 25 – Velocidade do rotor com ruídos de medição de tensão e corrente Fonte: Autoria própria

Neste teste, é possível perceber o impacto dos ruídos na estimação da velocidade, especialmente com relação a precisão dos valores estimados em regime permanente. Verifica-se a presença de imprecisão nos valores retornados pelo filtro, causando incerteza na medida. As Figuras 26 e 27 exibem o comportamento do filtro durante este teste ao estimar a corrente do estator e o fluxo do rotor do motor.



Figura 26 – Corrente do estator com ruídos de medição de tensão e corrente Fonte: Autoria própria



Figura 27 – Fluxo do rotor com ruídos de medição de tensão e corrente Fonte: Autoria própria

# 5.4 MOTOR COM VARIAÇÃO EM $R_1 \in R_2 \in ADIÇÃO DE RUÍDOS$

A última seção de testes consiste em variar os valores das resistências  $R_1$  e  $R_2$  e simular o sistema sob interferência de ruídos nos sinais de medida de tensão e corrente lidos da alimentação do motor. A magnitude do ruído é a mesma do teste 5.3 e a sequência de ajuste dos valores de  $R_1$  e  $R_2$  respeita a mesma sequência estipulada no teste 5.2. A Figura 28 exibe a resposta em velocidade do motor à variação de 10% em  $R_1$  e  $R_2$ , e a estimação da velocidade retornada pelo filtro sob tais condições com presença de ruídos de medição.



Figura 28 – Velocidade do rotor com ruídos de medição de tensão e corrente e variação de 10% em  $R_1$  e  $R_2$ Fonte: Autoria própria

Neste caso, há a presença de imprecisão durante o transiente de partida e também em regime permanente. Entre 140 *rad/s* e 180 *rad/s* o valor estimado de velocidade apresenta um comportamento suave, porém com pequeno erro. Assim que o motor entra em regime, percebe-se a imprecisão do valor estimado. As Figuras 29 e 30 exibem o comportamento do filtro durante este teste ao estimar a corrente do estator e o fluxo do rotor do motor.



Figura 29 – Corrente do estator com ruídos de medição de tensão e corrente e variação de 10% em  $R_1$  e  $R_2$ 

Fonte: Autoria própria



Figura 30 – Fluxo do rotor com ruídos de medição de tensão e corrente e variação de 10% em  $R_1$  e  $R_2$ 

Fonte: Autoria própria

A Figura 31 exibe a resposta em velocidade do motor à variação paramétrica de 10% em  $R_1$  e de 20% em  $R_2$ , e a estimação da velocidade retornada pelo filtro sob tais condições com presença de ruídos de medição.



Figura 31 – Velocidade do rotor com ruídos de medição de tensão e corrente e variação de 10% em  $R_1$  e de 20% em  $R_2$ Fonte: Autoria própria

Neste teste, mantiveram-se as imprecisões tanto em regime quanto no transiente de partida. A faixa em que os valores estimados acompanhavam os valores medidos no teste anterior diminuiu, além de se observar também a presença de pequenas perturbações devido ao ruído. As Figuras 32 e 33 exibem o comportamento do filtro durante este teste ao estimar a corrente do estator e o fluxo do rotor do motor.



Figura 32 – Corrente do estator com ruídos de medição de tensão e corrente e variação de 10% em  $R_1$  e de 20% em  $R_2$ 

Fonte: Autoria própria



Figura 33 – Fluxo do rotor com ruídos de medição de tensão e corrente e variação de 10% em  $R_1$  e de 20% em  $R_2$ 

Fonte: Autoria própria

A Figura 34 exibe a resposta em velocidade do motor à variação paramétrica de 20% em  $R_1$  e  $R_2$  relativos ao valor nominal, e a estimação da velocidade retornada pelo filtro sob tais condições com presença de ruídos de medição.



Figura 34 – Velocidade do rotor com ruídos de medição de tensão e corrente e variação de 20% em  $R_1$  e  $R_2$ Fonte: Autoria própria

Percebe-se um acréscimo das oscilações durante o transiente de partida do motor, além da imprecisão do valor estimado durante a fase de regime permanente. As Figuras 35 e 36 a seguir exibem o comportamento do filtro durante este teste ao estimar a corrente do estator e o fluxo do rotor do motor.



Figura 35 – Corrente do estator com ruídos de medição de tensão e corrente e variação de 20% em  $R_1$  e  $R_2$ 

Fonte: Autoria própria



Figura 36 – Velocidade do rotor com ruídos de medição de tensão e corrente e variação de 20% em  $R_1$  e  $R_2$ 

Fonte: Autoria própria

Por fim, a Figura 37 exibe a resposta em velocidade do motor à variação paramétrica de 50% tanto em  $R_1$  quanto em  $R_2$ , relativos ao valor nominal, e a estimação da velocidade retornada pelo filtro sob tais condições com presença de ruídos de medição.



Figura 37 – Velocidade do rotor com ruídos de medição de tensão e corrente e variação de 50% em  $R_1$  e  $R_2$ Fonte: Autoria própria

Acentua-se a imprecisão durante o transiente de partida. Os valores de velocidade estimados pelo filtro acompanham os valores medidos, porém apresentando imprecisão na medida. As Figuras 38 e 39 exibem o comportamento do filtro durante este teste ao estimar a corrente do estator e o fluxo do rotor do motor.



Figura 38 – Corrente do estator com ruídos de medição de tensão e corrente e variação de 50% em  $R_1$  e  $R_2$ 

Fonte: Autoria própria



Figura 39 – Fluxo do rotor com ruídos de medição de tensão e corrente e variação de 50% em  $R_1$  e  $R_2$ 

Fonte: Autoria própria

## 6 CONCLUSÃO

Neste trabalho foram apresentados a simulação e os resultados de uma abordagem *sensorless* para a estimação da velocidade de um motor de indução trifásico utilizando a estratégia do Filtro de Kalman Estendido. Para tanto, buscou-se uma modelagem que atendesse às exigências da estratégia e que pudesse representar com fidelidade a operação real de um MIT. As simulações feitas consideraram situações de variação paramétrica e de interferência de ruídos nos valores de medição.

Os resultados obtidos puseram em evidência as características do método. A imprecisão durante o transiente de partida verificada em todos os testes é intimamente relacionada com as matrizes de predição, visto que a inicialização correta destas promove um baixo tempo de convergência do método. Já a variação dos parâmetros de resistência do motor se mostrou mais influente durante a partida do motor do que em regime permanente. Os ruídos adicionados às leituras de tensão e corrente provaram-se parte delicada do método, pois acrescentam imprecisões significativas aos valores estimados.

Como recurso para os distúrbios demonstrados pelos testes realizados, podese valer de sistemas inteligentes, por exemplo, algoritmos genéticos para realizar pesquisa dos coeficientes ideais de inicialização das matrizes de covariância. Além disso, implementar um tratamento dos sinais de entrada do filtro para evitar ruídos, pois o método provou-se ser sensível a este tipo de perturbação.

## 6.1 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

- Realizar pesquisa dos coeficientes ideais de inicialização das matrizes de covariância através de sistemas inteligentes;
- Estudar o comportamento sob variação de tensão;
- Implementação física da estratégia apresentada.

AIUBE, Fernando Antônio Lucena. **Modelagem dos Preços Futuros de Commodities: Abordagem pelo Filtro de Partículas.** 2005. 183 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio. Rio de Janeiro, 2005.

BARBI, Ivo. **Teoria fundamental do motor de indução.** Florianópolis: Ed. da UFSC; Eletrobrás, 1985.

BROWN, Robert Grover; HWANG, Patrick Y. C. Introduction to random signals and applied kalman filtering. 3rd ed. New York, NY: J. Wiley; 1997.

CASTOLDI, Marcelo Favoretto. **Protótipo virtual da estratégia DTC aplicada a motores de indução usando linguagem VHDL**. 2006. 112f. Tese (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica) Encola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2006.

CHAPMAN, Stephen J. **Fundamentos de máquinas elétricas.**5. ed. Porto Alegre, RS: AMGH, 2013.

FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY, Charles; UMANS, Stephen D. **Máquinas** elétricas: com introdução à eletrônica de potência. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

KRISHNAN, R. Electric motor drives: modeling, analysis, and control. New Jersey: Prentice-Hall, 2001.

ONG, Chee-mun. **Dynamic simulation of electric machinery:** using matlab/simulink. New York: Prentice-Hall, 1998.

SIMON, Dan. Kalman Filtering. **Embedded Systems Programming.**, p. 72-79, jun. 2001.

VAS, P. Sensorless Vector and Direct Torque Control. New York, USA: Oxford University Press Inc, 1998.

WEG S.A. **Motores Elétricos: Guia de Especificação**. Jaraguá do Sul: Weg, 2013. 67 p.