

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**LEONARDO CABRERA**

**DIMENSIONAMENTO E ANÁLISE DE PEÇAS DE CONCRETO ARMADO  
SUBMETIDAS À FLEXÃO USANDO REFORÇO DE BARRAS DE POLÍMERO  
REFORÇADOS COM FIBRAS**

**TOLEDO**

**2021**

**LEONARDO CABRERA**

**DIMENSIONAMENTO E ANÁLISE DE PEÇAS DE CONCRETO ARMADO  
SUBMETIDAS À FLEXÃO USANDO REFORÇO DE BARRAS DE POLÍMERO  
REFORÇADOS COM FIBRAS**

**Design and analysis of reinforced concrete elements submitted to bending  
using fiber-reinforced polymer bars**

Trabalho de conclusão de curso de graduação  
apresentado como requisito para obtenção de título  
de Bacharel em Engenharia Civil da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).  
Orientador: Rodnny Jesus Mendoza Fakhye

**TOLEDO  
2021**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**LEONARDO CABRERA**

**DIMENSIONAMENTO E ANÁLISE DE PEÇAS DE CONCRETO ARMADO  
SUBMETIDAS À FLEXÃO USANDO REFORÇO DE BARRAS DE POLÍMERO  
REFORÇADOS COM FIBRAS**

Trabalho de conclusão de curso de graduação  
apresentado como requisito para obtenção de título  
de Bacharel em Engenharia Civil da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 26 de novembro de 2021

---

Rodny Jesus Mendoza Fakhye  
Doutor  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Taylana Piccinini Scolaro  
Mestre  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

José Gustavo Venâncio Da Silva Ramos  
Mestre  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**TOLEDO**

**2021**

## RESUMO

A utilização de novas técnicas construtivas se dá por meio da necessidade de suprir certas desvantagens recorrentes do uso do sistema tradicional de construção, uma dessas está relacionada ao uso do concreto armado utilizando de barras de aço, as quais estão sujeitas à corrosão das armaduras, a exposição das estruturas em ambientes agressivos e a campos eletromagnéticos. Assim, este trabalho compara o dimensionamento quanto à flexão de vigas de concreto armado utilizando barras de aço e barras não metálicas, a fim de entender até que ponto é viável a utilização das mesmas. Dessa forma, foram dimensionadas 22 vigas, sendo 4 armadas com barras de aço CA-50 que foram utilizadas como base de cálculo dos momentos para comparação, procurou-se dimensionar estas para que entrassem no Domínio 2 e Domínio 3 do diagrama retangular de tensões da NBR 6118 (2014). Para as demais vigas, o dimensionamento seguiu as recomendações da ACI 440.1R – 15, pois não existe norma vigente no Brasil para o dimensionamento destas. Foram utilizadas barras de CFRP (polímeros reforçados com fibras de carbono), GFRP (polímeros reforçados com fibras de vidro), e AFRP (polímeros reforçados com fibras de aramida) para os cálculos. Como resultados, se percebe a necessidade de utilizar uma maior taxa de armadura quando são utilizadas polímeros reforçados com fibras para obter o mesmo valor de momento resistente das vigas de concreto armado reforçadas com barras de aço.

**Palavras-chave:** barras não metálicas; vigas de concreto armado; dimensionamento à flexão.

## ABSTRACT

The use of new construction techniques takes place through the need to address certain recurring disadvantages of the use of the traditional construction system, one of which is related to the use of reinforced concrete using steel bars, which are related to corrosion of reinforcement, the exposure of structures to aggressive environments and electromagnetic fields. Thus, this work compares the design regarding the bending of reinforced concrete beams using steel bars and non-metallic bars, an end of sense to what extent it is feasible to use them. Thus, 22 beams were designed, 4 reinforced with CA-50 steel bars that were used as a basis for calculating the moments for comparison, an attempt was made to dimension these so that they would enter in Domain 2 and Domain 3 of the rectangular voltage diagram of NBR 6118 (2014). For the other beams, the design followed the recommendation of ACI 440.1R - 15, as there is no current standard in Brazil for their design. CFRP bars (polymers reinforced with carbon fibers), GFRP (polymers reinforced with glass fibers), and AFRP (polymers reinforced with aramid fibers) were used for the calculations. As a result, it is perceived the need to use a higher reinforcement ratio when fiber reinforced polymers are used to obtain the same moment resistance value of reinforced concrete beams reinforced with steel bars.

**Keywords:** non-metallic bars; reinforced concrete beams; flexion design.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1 - Imagem ilustrativa do processo de pultrusão .....</b>	<b>10</b>
<b>Figura 2 - Barras de GFRP .....</b>	<b>11</b>
<b>Figura A.1 - Fluxograma que define o roteiro de cálculo.....</b>	<b>41</b>
<b>Figura B.1 - Distribuição das barras de aço nas vigas .....</b>	<b>43</b>
<b>Figura B.2 - Distribuição das barras de FRP nas vigas (12x40 cm) .....</b>	<b>43</b>
<b>Figura B.3 - Distribuição das barras de FRP nas vigas (12x40 cm) .....</b>	<b>44</b>
<b>Figura B.4 - Distribuição das barras de GFRP nas vigas (12x40 cm) .....</b>	<b>44</b>
<b>Figura B.5 - Distribuição das barras de FRP nas vigas (15x60 cm) .....</b>	<b>45</b>
<b>Figura B.6 - Distribuição das barras de FRP nas vigas (15x60 cm) .....</b>	<b>45</b>
<b>Figura B.7 - Distribuição das barras de GFRP nas vigas (15x60 cm) .....</b>	<b>46</b>
<b>Figura C.1 - Diagrama retangular equivalente – ABNT NBR 6118 (2014) .....</b>	<b>49</b>
<b>Figura D.1 - Diagrama retangular equivalente para esmagamento do concreto – ACI 440.1R (2015) .....</b>	<b>52</b>
<b>Gráfico 1 - Comparação entre os momentos e as Afs das Vigas (12x40 cm) .....</b>	<b>30</b>
<b>Gráfico 2 - Comparação entre os momentos e as Afs das Vigas (15x60 cm) .....</b>	<b>32</b>
<b>Gráfico 3 - Comparação entre as Vigas de GFRP (12x40 cm) .....</b>	<b>33</b>
<b>Gráfico 4 - Comparação entre as Vigas de GFRP (15x60 cm) .....</b>	<b>34</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades típicas de tração de barras reforçadas .....	14
Tabela 2 - Densidades típicas de barras reforçadas (g/cm <sup>3</sup> ) .....	15
Tabela 3 - Coeficientes típicos de expansão térmica de barras reforçadas .....	15
Tabela 4 - Fator de redução do meio ambiente para várias fibras e condições de exposição.....	19
Tabela 5 - Vigas submetidas ao ensaio de Flexão.....	24
Tabela 6 - Vigas submetidas ao ensaio de Flexão.....	24
Tabela 7 – Descrição das Vigas Dimensionadas .....	26
Tabela 8 – Propriedades das Vigas de concreto armado utilizando barras de aço .....	27
Tabela 9 – Momentos calculados das vigas de concreto armado utilizando barras de aço .....	27
Tabela 10 – Propriedades das Vigas de concreto armado utilizando barras de FRP (12x40 cm).....	28
Tabela 11 – Valores das Vigas de concreto armado utilizando barras de FRP (12x40 cm).....	28
Tabela 12 – Momentos Calculados das Vigas de concreto armado utilizando barras de FRP (12x40 cm).....	29
Tabela 13 – Comparação entre os momentos e as Afs das Vigas (12x40 cm)....	29
Tabela 14 - Propriedades das Vigas de concreto armado utilizando barras de FRP (15x60 cm).....	30
Tabela 15 - Valores das Vigas de concreto armado utilizando barras de FRP (15x60 cm).....	31
Tabela 16 - Momentos Calculados das Vigas de concreto armado utilizando barras de FRP (15x60 cm).....	31
Tabela 17 - Comparação entre os momentos e as Afs das Vigas (15x60 cm) ...	32
Tabela 18 - Vigas de GFRP .....	32
Tabela 19 – Comparação entre as Vigas de GFRP (12x40 cm).....	33
Tabela 20 - Vigas de GFRP (15x60 cm).....	34
Tabela 21 - Comparação entre as Vigas de GFRP (15x60 cm) .....	34

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>8</b>
<b>1.1</b>	<b>Justificativa</b> .....	<b>9</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos</b> .....	<b>9</b>
1.2.1	Objetivo Geral.....	9
1.2.2	Objetivos Específicos .....	9
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>10</b>
<b>2.1</b>	<b>Fabricação</b> .....	<b>10</b>
<b>2.2</b>	<b>Durabilidade das estruturas de concreto armado com barras de FRP</b> <b>11</b>	
2.2.1	Efeitos da Água .....	12
2.2.2	Efeitos de Cloretos (Soluções Salinas) .....	12
2.2.3	Efeitos de Álcalis .....	12
2.2.4	Efeitos da Carbonatação .....	12
2.2.5	Efeitos da Exposição a Raios Ultravioletas .....	12
2.2.5	Efeitos da temperatura .....	13
<b>2.2</b>	<b>Comparação entre fibras de Aramida, Basalto, Carbono e Vidro</b> .....	<b>13</b>
<b>2.3</b>	<b>Propriedades mecânicas</b> .....	<b>14</b>
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	<b>17</b>
<b>3.1</b>	<b>Dimensionamento quanto à Flexão</b> .....	<b>17</b>
3.1.1	Fator de Redução de Força para Flexão $\Phi$ .....	22
3.1.2	Reforço Mínimo de FRP .....	22
3.1.3	Área Equivalente $A_s, eq$ .....	23
<b>3.2</b>	<b>Dados experimentais de outras pesquisas</b> .....	<b>23</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>26</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>35</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>36</b>
	<b>APÊNDICE A – Roteiro de Cálculo</b> .....	<b>38</b>
	<b>APÊNDICE B – Esquema de distribuição das barras nas vigas</b> <b>dimensionadas</b> .....	<b>42</b>
	<b>APÊNDICE C - Dimensionamento de uma viga armada com barras de</b> <b>aço (NBR 6118)</b> .....	<b>47</b>
	<b>APÊNDICE D - Dimensionamento de uma viga de concreto armado</b> <b>com barras de FRP (ACI 440.1R -15)</b> .....	<b>50</b>



## 1 INTRODUÇÃO

A engenharia civil como um todo tem suas técnicas construtivas evoluídas conforme surgem novas necessidades ou tendências por parte da sociedade. Novos estudos são realizados anualmente visando melhorar certos sistemas utilizados e ampliar a gama de materiais usados nestes. Como exemplo de alternativa construtiva tem-se a substituição do aço no concreto armado pelas barras de polímeros reforçadas com fibras, nomeadas usualmente - FRP (Fiber Reinforced Polymer).

A alteração das barras visa aumentar a durabilidade das estruturas e diminuir a manutenção durante a sua vida útil, já que em ambientes severos as estruturas de concreto armado convencional sofrem degradação a partir da corrosão das armaduras necessitando de monitoramento e manutenção constante.

O uso de barras não metálicas nas estruturas é comum em alguns países e já tem uma normativa vigente para a sua utilização. Outros países como é o caso do Brasil, estão evoluindo e pesquisando cada vez mais para poder utilizar essa técnica. Dessa forma, para inserir um novo material na construção civil, demandam-se inúmeros ensaios e um estudo detalhado para prever o comportamento do material e assim, estabelecer diretrizes para que seja possível sua utilização de maneira correta.

Como ainda não se tem uma Norma atuante no Brasil para as barras de FRP, utiliza-se como base para pesquisas e ensaios laboratoriais as normas internacionais. Para este trabalho serão utilizados como referência a norma Americana ACI 440.1R-15 e o FIB Model Code S806-02.

Segundo a ACI 440.1R-15, as principais condições que afetam a durabilidade das barras de FRP envolvem a temperatura, o ambiente e a ação de cargas.

Para que haja uma boa compreensão do comportamento das barras não metálicas, este trabalho irá analisar o dimensionamento de peças de concreto armado reforçadas com barras de FRP submetidas à flexão, além de fazer um comparativo com o dimensionamento de concreto armado convencional reforçado com barras de aço.

## **1.1 Justificativa**

No início da utilização do concreto armado em estruturas, esperava-se que este não demandaria reparos em curto espaço de tempo, pois apresentava boa durabilidade. Com o passar do tempo e com a intensificação do seu uso, notou-se que aconteciam alguns processos de deterioração que se sucediam, em casos mais críticos, em falhas estruturais e implicações de baixo desempenho das estruturas (GRAEFF, 2007).

Ainda segundo a autora, a corrosão de armaduras é uma das patologias que demanda mais atenção por ser extremamente comum em diferentes obras.

O vigente trabalho justifica-se por meio dessa necessidade de novas técnicas construtivas, visando sempre aumentar o desempenho de elementos estruturais e ampliar a gama de usos de alguns materiais na construção civil. Dessa forma, faz-se necessário a realização de pesquisas para prever o comportamento destes materiais, para assim usufruir da sua utilização de maneira correta e eficaz.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo Geral**

Esta pesquisa pretende descrever e analisar os procedimentos necessários para o dimensionamento de vigas de concreto armado submetidas à flexão reforçadas com barras não metálicas.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

Para essa pesquisa, tem-se os seguintes objetivos:

- Identificar e comparar as propriedades e particularidades das diferentes fibras de polímeros reforçadas;
- Verificar os parâmetros de dimensionamento de peças de concreto armado utilizando de barras não metálicas;
- Comparar o processo de dimensionamento das peças de concreto armado reforçadas com barras não metálicas com as de concreto armado convencional.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

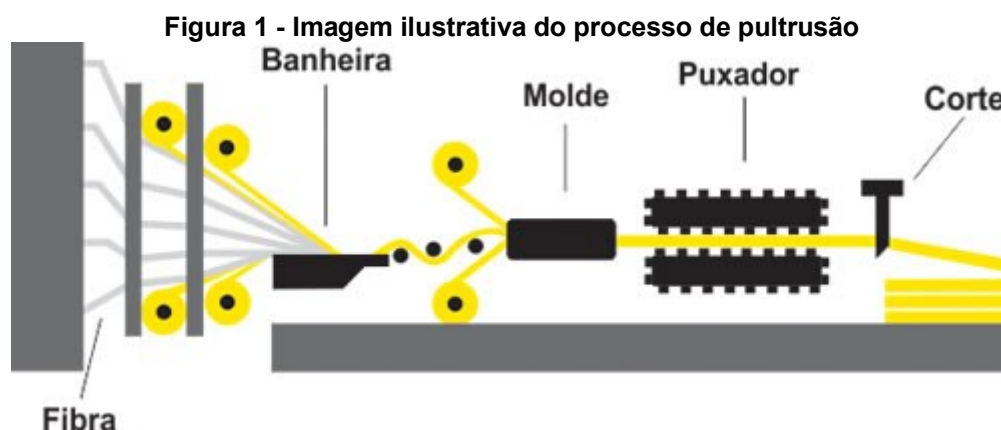
### 2.1 Fabricação

As barras de FRP são constituídas por fibras contínuas envolvidas por uma matriz polimérica (viniléster, epoxi, poliéster, etc). Segundo Castro (1997) e Lima et al. (2008), essa matriz tem como finalidade preservar as fibras, transferir as cargas atuantes da extensão externa para as fibras no interior e controlar a resistência e a deformação.

O método de produção usualmente utilizado na fabricação das barras não metálicas é a pultrusão. Esse processo é totalmente automatizado e consegue produzir barras contínuas sem necessidade de emendas, com diferentes diâmetros e com deformação na superfície para garantir boa aderência entre a armadura e o concreto. É realizado submergindo o fio ou a mecha da fibra em um polímero líquido, em seguida retira-se o excesso de polímero passando os fios ou mechas por um rolo. A barra já tomada forma é levada para um forno a uma temperatura entre 180°C e 330°C para polimerização do compósito. O resfriamento é realizado levando a barra para uma banheira de água para acelerar o processo para então cortar do tamanho necessário (HAIZER; STRATUS, 2021).

Ainda, de acordo com Lima et al. (2008), o processo de pultrusão garante uma melhora significativa na qualidade das barras, obtendo materiais de alta resistência além de diminuir o custo e o desperdício de materiais.

No Brasil, por ser um material consideravelmente novo e pouco utilizado, tem-se apenas duas empresas especializadas na fabricação e venda das barras de FRP, as quais cada uma tem sua fórmula patenteada pelo fabricante.



Fonte: Stratus (2021).

**Figura 2 - Barras de GFRP**

Fonte: Composite Tech (2021).

## **2.2 Durabilidade das estruturas de concreto armado com barras de FRP**

Com o avanço das pesquisas e estudos utilizando as barras não metálicas no sistema concreto armado, foi criado no Brasil um comitê técnico em conjunto com a Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural com o intuito de desenvolver e estudar o uso de barras não metálicas nas estruturas. Este comitê está desenvolvendo uma prática recomendada para a utilização desse material, uma vez que ainda não se tem normativa vigente no país.

Conforme diz Dalfré (2021), as diretrizes para a durabilidade das estruturas de concreto armado com barras de FRP são as mesmas descritas na NBR 6118 (ABNT, 2014), item 6. Dessa forma, os mecanismos de deterioração encontrados são: lixiviação, expansão por sulfato e reação álcali agregado;

Para a proposta da prática recomendada pelo comitê, a durabilidade do concreto se mantém a mesma prescrita na norma, evoluindo: deterioração e envelhecimento do concreto.

Para efeitos de comparação, analisando a durabilidade da armadura de aço tem-se o efeito de despassivação, tanto por carbonatação quanto pela ação de cloretos. Já para a deterioração sofrida pelas barras de FRP, tem-se os efeitos da ação da água, de cloretos, álcalis, carbonatação, exposição a raios ultravioleta e temperatura.

### 2.2.1 Efeitos da Água

Dalfré (2021) afirma que a influência da água somente será relevante para temperaturas de serviço superiores a 60°C, não sendo levada em consideração para temperaturas abaixo de 40°C. A absorção da água pode acarretar no inchamento da matriz, plastificação e até mesmo hidrólise, efeitos esses que reduzem a deformação última das barras, pois modificam as deformações máximas dos elementos além de diminuir o módulo de elasticidade afetando a resistência dos mesmos. Dalfré (2021) destaca ainda que resinas éster vinílicas protegem de maneira mais eficiente as fibras do que outros tipos de resinas, pois essa classe tem maior resistência quanto a umidade.

### 2.2.2 Efeitos de Cloretos (Soluções Salinas)

Em pequena escala, a existência de cloretos junto as barras de FRP não prejudica o comportamento mecânico. Entretanto, em caso dessas barras estarem em contato acentuado com os cloretos, os efeitos ocasionados poderão ser parecidos com os efeitos da água (DALFRÉ, 2021).

### 2.2.3 Efeitos de Álcalis

Segundo Dalfré (2021), a isenção de falhas e fissuras na matriz polimérica que aglutina as fibras ajuda para que não ocorra desgaste nas propriedades das barras não metálicas quando expostas em ambientes alcalinos. Outros dois fatores ajudam a reduzir esse efeito, sendo eles: utilização de concretos com baixo teor de hidróxido de cálcio e escolha de fibras álcalis resistentes.

### 2.2.4 Efeitos da Carbonatação

Dalfré (2021) explica que esse efeito acaba por ser benéfico para as barras não metálicas, pois reduz a solução alcalina contida nos poros.

### 2.2.5 Efeitos da Exposição a Raios Ultravioletas

Dalfré (2021) afirma que esses efeitos podem degradar os polímeros, afetando seu desempenho mecânico (módulo de elasticidade e resistência última) quando

estas barras ainda não foram concretadas ficando expostas ao sol e a umidade durante muito tempo.

### 2.2.5 Efeitos da temperatura

Em elevadas temperaturas, principalmente superiores à de transição vítrea ( $T_g$ ) da matriz polimérica (93°C a 123°C) as barras reforçadas com polímeros sofrem alterações de suas propriedades mecânicas e físicas, reduzindo o módulo de elasticidade e sua resistência (DALFRÉ, 2021).

## 2.2 Comparação entre fibras de Aramida, Basalto, Carbono e Vidro

Atualmente, existem quatro tipos de barras de polímeros reforçados com fibras, sendo estas: AFRP (aramida), BFRP (basalto), CFRP (carbono) e GFRP (vidro).

De acordo com Micali (2010), as fibras de aramida têm sua produção variando em dois tipos: de baixo e alto módulo de elasticidade. Por ser um compósito orgânico e seguir padrões têxteis, estas fibras possuem baixa densidade, alta resistência à tração e garantem alta resistência a impactos.

Ainda segundo o autor, as fibras de carbono são as que possuem as melhores características mecânicas, baixo coeficiente de dilatação térmica, alto módulo de elasticidade, são as mais resistentes à influência de agentes químicos e não absorvem água, sendo assim imunes quanto à corrosão. Entretanto, estas fibras tem um elevado custo, diferenças de potenciais quando próximos de metais e podem ser danificadas de maneira mais fácil quando sofrem um impacto.

Micali (2010) também cita algumas vantagens da fibra de vidro, as quais apresentam boa resistência ao impacto, à tração e mecânica, além de baixa absorção de água e baixo coeficiente de dilatação térmica. Contudo, essas fibras apresentam baixa resistência quando sujeitas a ações de fadiga e grande sensibilidade em meios alcalinos.

As propriedades das fibras de basalto são pouco superiores em relação as do vidro e do carbono, em especial, quanto a resistência à água e à estabilidade química (LAPENA, 2017).

Fazio (2011) afirma que as fibras de basalto são superiores as outras fibras em relação às propriedades de isolamento acústico, resistência à vibração e durabilidade,

além de não sofrerem demasiadamente quando expostas a baixas e altas temperaturas.

### 2.3 Propriedades mecânicas

Para Tavares (2006), o desempenho estrutural dos materiais está relacionado com as propriedades físicas e mecânicas dos mesmos. E no caso das barras de FRP não é diferente, uma vez que a escolha dos constituintes, quantidade de fração de fibra e matriz, além da orientação dessas, somados com o processo de fabricação são fatores decisivos para determinação das propriedades das barras não metálicas.

Segundo o FIB Model Code S806-02, as resinas poliméricas são fortemente afetadas pela temperatura, apesar das fibras terem uma estabilidade térmica relativamente alta. Dessa forma, quando atingida a temperatura de transição vítrea ( $T_g$ ), as propriedades do material são extremamente danificadas. Ainda, o FIB Model Code S806-02 ressalta que o cobrimento das barras nos elementos de concreto armado, devem ser suficientes para que a  $T_g$  só seja atingida após um intervalo de tempo determinado.

As barras de FRP apresentam comportamento elástico linear, ou seja, atingem a resistência última sem apresentar patamar de escoamento. Também, são dependentes do tipo de fibra utilizados, pois cada uma tem uma resistência a tração e rigidez próprias, ou seja, variações de força e rigidez ocorrerão em barras com mesmo diâmetro, aparência e constituintes (ACI 440.1R-15).

As propriedades de tração de algumas barras de FRP comumente usadas estão resumidas na Tabela 1.

**Tabela 1 - Propriedades típicas de tração de barras reforçadas**

	<b>Aço</b>	<b>GFRP</b>	<b>CFRP</b>	<b>AFRP</b>
Estresse de Escoamento Nominal (MPa)	276 a 517	NA	NA	NA
Força de Tração (MPa)	483 a 1600	483 a 690	600 a 3690	1720 a 2540
Módulo de Elasticidade (GPa)	200	35 a 51		41 a 125
Rendimento da Tensão (%)	0,14 a 0,25	NA	NA	NA
Rendimento de Ruptura (%)	6 a 12	1,2 a 3,1	0,5 a 1,7	1,9 a 4,4

NA: Não Analisado.

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R-15

As densidades e coeficientes de expansão térmica estão expressos nas tabelas 2 e 3 respectivamente.

**Tabela 2 - Densidades típicas de barras reforçadas (g/cm<sup>3</sup>)**

<b>Aço</b>	<b>GFRP</b>	<b>CFRP</b>	<b>AFRP</b>
7,9	1,25 a 2,1	1,5 a 1,6	1,25 a 1,4

**Fonte: Adaptado de ACI 440.1R-15**

**Tabela 3 - Coeficientes típicos de expansão térmica de barras reforçadas**

<b>Direção</b>	<b>CTE, x10<sup>-6</sup>/°C</b>				
	<b>Aço</b>	<b>GFRP</b>	<b>CFRP</b>	<b>AFRP</b>	<b>Concreto</b>
Longitudinal, $\alpha_l$	11,7	6 a 10	-9 a 0	-6 a -2	7,2 a 10,8
Transversal, $\alpha_t$	11,7	21 a 23	74 a 104	60 a 80	7,2 a 10,8

**Fonte: Adaptado de ACI 440.1R-15**

De acordo com a ACI 440.1R-15, a maioria dos compósitos das barras de FRP são relativamente fracos quanto ao cisalhamento interlaminar pelo motivo de normalmente não se ter reforço entre as camadas. Outro ponto a tomar cuidado, é com relação as fissuras longitudinais no cobrimento do concreto pois podem degradar seriamente a capacidade de ligação das barras de FRP.

Segundo a ACI 440.1R-15 e Forti (2021), tem-se como principais vantagens e desvantagens das barras de FRP os seguintes itens:

Vantagens:

- Boa relação entre resistência/peso;
- Baixa condutividade térmica;
- Transparência eletromagnética;
- Baixo impacto ambiental (ciclo de vida);
- Alta resistência à tração longitudinal;
- Resistência à corrosão;
- Alta resistência à fadiga.

Atenção/desvantagens:

- Comportamento frágil;
- Geralmente com módulo de elasticidade e aderência com o concreto



inferiores às das barras de aço;

- O comportamento à fluência precisa ser considerado;
- Incapacidade de realização de dobras nas barras em campo e a redução de resistência nas regiões dobradas;
- Propriedades podem ser afetadas por condições de temperatura, umidade e exposição a raios ultravioletas, exposição a ambiente alcalino, de forma mais ou menos severa em função do tipo de resina utilizada;

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 Dimensionamento quanto à Flexão

A melhor situação para o dimensionamento de estruturas de concreto armado reforçadas convencionalmente com barras de aço é visando o escoamento das mesmas, pois assim garante-se a ductilidade da estrutura visto que é utilizada a capacidade resistente das barras em sua totalidade. O dimensionamento dessas, será realizado seguindo a norma NBR 6118 (ABNT, 2014).

Como as barras de FRP são consideradas frágeis e tem um comportamento elástico linear em sua capacidade resistente total, não apresentam escoamento. Assim, deve-se realizar o dimensionamento de peças de concreto armado reforçadas com barras não metálicas considerando que a ruína ocorre por esmagamento do concreto na fibra mais comprimida, sendo esta a melhor situação (TAVARES, 2006).

Para poder desenvolver os cálculos de maneira correta e simplificar o fenômeno real que ocorre nos elementos armados com barras não metálicas, deve-se ter em conta algumas hipóteses:

- Seções planas permanecem planas após a deformação do elemento;
- Deformação máxima do concreto antes da ruína é de 3 ‰;
- A capacidade resistente do concreto à tração não é considerada na resistência do elemento;
- O comportamento das barras de FRP é elástico linear até a ruptura;
- Existe aderência perfeita entre o concreto e as barras de FRP.

Para o dimensionamento quanto à flexão, este trabalho baseou-se inteiramente na normativa ACI-4401R15.

Os fabricantes das barras de FRP devem fornecer dados das propriedades dessas quanto à tração. Normalmente, utiliza-se da distribuição Normal (Gaussiana) para representar os dados de um conjunto de barras. Ainda, estes devem relatar uma resistência à tração garantida  $f_{fu}^*$ , da mesma forma, relatar uma tensão de ruptura garantida  $\varepsilon_{fu}^*$  e um módulo de tensão específico  $E_f$ .

Esses valores garantidos específicos das barras de FRP fornecidos pelos fabricantes devem ter no geral, probabilidades de serem superiores à 99,87% de valores de barras não metálicas semelhantes. Para isso tem-se as equações a seguir:

$$f_{fu}^* = f_{u,ave} - 3\sigma \quad (1)$$

$$\varepsilon_{fu}^* = \varepsilon_{u,ave} - 3\sigma \quad (2)$$

$$E_f = E_{f,ave} \quad (3)$$

Em que:

$f_{u,ave}$ : resistência média à tração da amostra de espécimes de teste (MPa);

$\varepsilon_{u,ave}$ : tensão de tração média na ruptura da amostra de teste espécimes;

$E_{f,ave}$ : módulo médio de elasticidade de FRP (MPa);

$\sigma$ : desvio padrão.

Pelo motivo das propriedades fornecidas pelos fabricantes serem consideradas como iniciais, elas não incluem os efeitos a longo prazo da exposição ao meio ambiente. Em razão da exposição a longo prazo em vários tipos de ambientes poder reduzir as propriedades das barras de FRP, deve-se diminuir os valores dessas propriedades usadas nas equações de cálculo de projeto com base no tipo e nível de exposição ambiental.

Os valores da resistência à tração ( $f_{fu}$ ) e da tensão de ruptura ( $\varepsilon_{fu}$ ) que devem ser utilizados em todos os cálculos do projeto são dados a partir das equações a seguir:

$$f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^* \quad (4)$$

$$\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon_{fu}^* \quad (5)$$

Onde:

$f_{fu}$ : resistência à tração de projeto do FRP (MPa);

$C_E$ : fator de redução ambiental, dado na Tabela 4;

$\varepsilon_{fu}$ : tensão de ruptura do reforço de FRP.

Para o módulo de elasticidade do projeto ( $E_f$ ), o valor utilizado nos cálculos será o mesmo relatado pelo fabricante como o resultado médio do módulo elástico (valor garantido) de uma amostra de espécimes de teste, ou seja:  $E_f = E_{f,ave}$ .

**Tabela 4 - Fator de redução do meio ambiente para várias fibras e condições de exposição**

Condição de Exposição	Tipo de Fibra	Fator de Redução do Meio Ambiente CE
Concreto Não Exposto a Terra e Intempéries	Carbono	1
	Vidro	0,8
	Aramida	0,9
Concreto Exposto a Terra e Intempéries	Carbono	0,9
	Vidro	0,7
	Aramida	0,8

Fonte: Adaptado de ACI 440.1R-15

A capacidade última de resistência de um elemento é dada através de uma majoração dos valores das ações solicitantes, além de minorar a capacidade resistente, assegurando que a capacidade resistente seja maior que as solicitações, como mostra a Equação (6):

$$\Phi M_n \geq M_u \quad (6)$$

Sendo:

$M_n$ : momento resistente do elemento, calculado utilizando as equações de equilíbrio e a compatibilidade das deformações;

$M_u$ : momento calculado a partir das ações às quais o elemento está sujeito (ações tem que ser multiplicadas pelos fatores de majoração probabilísticos);

$\Phi$ : coeficiente que decorre do tipo de ruína que governa o comportamento da peça.

Para continuidade dos cálculos, se faz necessário determinar os parâmetros para a definição do tipo de ruína, sendo eles:

- Taxa de armadura de FRP do elemento;
- Taxa de armadura balanceada (ocorre esmagamento do concreto e ruptura do FRP simultaneamente).

A taxa de armadura de FRP ( $\rho_f$ ) é dada pela Equação:

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} \quad (7)$$

Sendo:

$A_f$ : área de reforço de FRP (mm<sup>2</sup>);

$b$ : largura da seção transversal retangular (mm);

$d$ : distância da fibra de compressão extrema para o centro do reforço de tensão (mm).

A taxa de armadura balanceada ( $\rho_{fb}$ ) é dada pela Equação:

$$\rho_{fb} = 0,85 \cdot \beta_1 \cdot \frac{f'_c}{f_{fu}} \cdot \frac{E_f \cdot \varepsilon_{cu}}{E_f \cdot \varepsilon_{cu} + f_{fu}} \quad (8)$$

Em que:

$\beta_1$  : Fator de redução que varia de acordo com a resistência do concreto (0,85 para  $f'_c \leq 28$  MPa;  $f'_c > 28$  Mpa,  $\beta_1$  reduz continuamente a uma taxa de 0,05 para cada 7 MPa acima de 28 MPa, não podendo ser inferior a 0,65);

$f'_c$ : Resistência à compressão específica do concreto (MPa);

$\varepsilon_{cu}$ : Deformação última do concreto.

Para o cálculo da taxa de armadura balanceada é usado o valor de resistência à tração de projeto pelo motivo das barras de FRP não apresentarem escoamento.

A falha do elemento é dada pelo esmagamento do concreto, com a distribuição de tensões no concreto podendo ser aproximada com o bloco de tensão retangular do ACI. Com base no equilíbrio de forças e compatibilidade de deformação, tem-se as seguintes equações:

$$M_n = A_f \cdot f_f \cdot \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad (9)$$

$$a = \frac{A_f \cdot f_f}{0,85 \cdot f'_c \cdot b} \quad (10)$$

Dados:

**M<sub>n</sub>**: Capacidade de momento nominal (N.mm);

**a**: Profundidade da linha neutra;

**f<sub>f</sub>**: Estresse no reforço de FRP sob tensão.

$$f_f = E_f \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left( \frac{\beta_1 \cdot d - a}{a} \right) \quad (11)$$

Substituindo uma equação na outra:

$$f_f = \left( \sqrt{\frac{(E_f \cdot \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c}{\rho_f} \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu}} - 0,5 \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu} \right) \leq f_{fu} \quad (12)$$

A deformação na armadura pode ser calculada através da compatibilidade de deformações, apresentada na equação abaixo:

$$\frac{\varepsilon_f}{d - a} = \frac{\varepsilon_{cu}}{a} \quad (13)$$

Onde:

**ε<sub>f</sub>**: tensão no reforço de FRP.

Alternativamente, a resistência à flexão nominal em uma seção pode ser expressa em termos da taxa de reforço de FRP como dado na Eq. (14) para substituir a Eq. (9).

$$M_n = \rho_f \cdot f_f \cdot \left( 1 - 0,59 \cdot \frac{\rho_f \cdot f_f}{f'_c} \right) \cdot b \cdot d^2 \quad (14)$$

Ainda de acordo com a ACI-4401R15, quando  $\rho_f < \rho_{fb}$ , a falha do membro é iniciada por ruptura da barra de FRP, dessa forma o bloco de tensão ACI não se torna aplicável. Assim, um bloco de tensão equivalente precisaria ser utilizado para se aproximar da distribuição de tensão no concreto no nível de deformação específico atingido.

Então, a Resistência à flexão nominal em uma seção pode ser calculada de maneira simplificada e conservadora através da seguinte equação:

$$M_n = A_f \cdot f_{fu} \cdot \left( d - \frac{\beta_1 \cdot c_b}{2} \right) \quad (15)$$

Em que  $c_b$  é dado por:

$$c_b = \left( \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{fu}} \right) \cdot d \quad (16)$$

### 3.1.1 Fator de Redução de Força para Flexão $\Phi$

Pelo motivo das barras de FRP não apresentarem comportamento dúctil como dito anteriormente, deve-se adotar um fator de redução de força conservador para que seja fornecida uma maior reserva de força na peça calculada.

O fator de redução de resistência para flexão pode ser calculado através da equação abaixo:

$$\Phi = \begin{cases} 0,55 & (1) \\ 0,3 + 0,25 * \frac{\rho_f}{\rho_{fb}} & (2) \\ 0,65 & (3) \end{cases} \quad (17)$$

Para (1):  $\rho_f \leq \rho_{fb}$

Para (2):  $\rho_{fb} < \rho_f < 1,4 * \rho_{fb}$

Para (3):  $\rho_f \geq 1,4 * \rho_{fb}$

### 3.1.2 Reforço Mínimo de FRP

Se uma peça armada com FRP é dimensionado para falhar através da ruptura da barra  $\rho_f < \rho_{fb}$ , deve-se calcular um valor mínimo de reforço para evitar falhas após a fissuração do concreto, isto é,  $\Phi M_n \geq M_{cr}$ .

As disposições do ACI 318-05 para reforço mínimo são baseados neste conceito, sendo este representado pela equação (18).

$$A_{f,min} = \frac{4,9 \sqrt{f'_c}}{f_{fu}} \cdot b_w \cdot d \quad (18)$$

Com condição para que:

$$A_{f,min} \geq \frac{330}{f_{fu}} \cdot b_w \cdot d \quad (19)$$

$A_{f,min}$ : Área mínima de reforço de FRP necessária para evitar a falha de membros flexíveis após fissura, (mm<sup>2</sup>);

$M_{cr}$ : Momento de fissura (N/mm);

$b_w$ : largura da rede.

Se a falha de um membro não for controlada pela ruptura do FRP  $\rho_f > \rho_{fb}$ , a quantidade mínima de reforço para evitar a falha ao quebrar é automaticamente alcançada. Portanto, a equação (18) só é necessária como uma verificação apenas se  $\rho_f \leq \rho_{fb}$ .

### 3.1.3 Área Equivalente $A_{s,eq}$

Para efeitos de comparação 1:1 nos cálculos do dimensionamento, é seguido a equação (20), a qual consegue demonstrar qual diâmetro de uma barra de aço equivale a um diâmetro pré-determinado de FRP.

$$A_{s,eq} = \frac{A_f \cdot E_f}{E_s} \quad (20)$$

## 3.2 Dados experimentais de outras pesquisas

Para efeitos de comparação entre diferentes autores e vigas já ensaiadas, realizou-se as Tabela 5 e 6, as quais mostram os valores utilizados pelas autoras para confecção das vigas para ensaio.



Tabela 5 - Vigas submetidas ao ensaio de Flexão

Vigas	Comprimento L (cm)	Altura h (cm)	Base b (cm)	Nº Barras Armadura Longitudinal	φ Barras (mm)	Cobrimento (cm)
V_AÇO_MAZZÚ	250	20	12	2	10	1,5
V_GFRP_MAZZÚ	250	20	12	2	10	1,5
V1_AÇO_TAVARES	305	30	15	2	12,5	2,5
V1_GFRP_TAVARES	305	30	15	2	9,53	2,5
V2_GFRP_TAVARES	305	30	15	5	6,35	2,5
V3_GFRP_TAVARES	305	30	15	3	6,35	2,5
				3	9,53	2,5

Fonte: Adaptado de MAZZÚ (2020) e TAVARES (2006)

A tabela 6, apresenta os valores resultantes dos ensaios realizados pelas duas autoras estudadas, estes estão apresentados a seguir:

Tabela 6 - Vigas submetidas ao ensaio de Flexão

Vigas	F Max (kN)	Capacidade Resistente (kN.m)	Deformação Barra (%)	Deslocamento Vertical máx δ (cm)
V_AÇO_MAZZÚ	26,05	-	-	41,05
V_GFRP_MAZZÚ	35,6	53,13	-	65,8
V1_AÇO_TAVARES	90,28	43,5516	3,49	23,2
V1_GFRP_TAVARES	58	27,4598	15	59,7
V2_GFRP_TAVARES	69,8	32,8944	15	64,5
V3_GFRP_TAVARES	123,4	58,0215	15	77,4

Fonte: Adaptado de MAZZÚ (2020) e TAVARES (2006)

Mazzú (2020) usou da comparação direta entre os diâmetros das barras ensaiadas sem a utilização do diâmetro equivalente de GFRP. Dessa forma, a autora estabeleceu para os dois tipos de armação de vigas, uma armadura longitudinal composta por 2 barras com diâmetro de 10 mm. Os estribos utilizados foram fixados os mesmos para os diferentes tipos de vigas, sendo estes com diâmetro de 5 mm, aço CA-60 e espaçados a cada 10 cm, dessa forma evitando a ruptura por cisalhamento. Fixou-se como armadura negativa 2 barras de 6,3 mm.

Destaca-se que os valores resultantes foram obtidos através de um ensaio de flexão de três pontos.

Para as vigas ensaiadas por Tavares, foi utilizado do conceito de equações de equilíbrio e de compatibilidade de deformações para a capacidade resistente. Para efeitos de comparação, primeiramente foi adotado a armadura e depois se sucedeu

para a capacidade resistente, normalmente é feito o contrário deste processo para o dimensionamento.

As barras utilizadas no ensaio de flexão realizado pela autora, foram fornecidas pela empresa americana Hughes Brothers.

Para a armadura negativa da viga armada com aço, foi utilizado 2 barras com diâmetro de 6,3 mm, e para as demais vigas armadas com GFRP foi utilizado barras com diâmetro de 6,35 mm.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este tópico tem como finalidade apresentar e comparar os cálculos e resultados obtidos para o dimensionamento das vigas propostas. A Tabela 7 expõe a nomenclatura utilizada para cada viga teórica calculada. Foram dimensionadas 22 vigas, 4 utilizando barras de aço convencional, e as outras utilizando apenas barras não metálicas. O cobrimento é de 20 mm para a grande maioria das vigas propostas e de 15 mm para um estudo separado de três vigas armadas com GFRP, as seções utilizadas foram de 12x40 cm e 15x60 cm.

Para efeitos de comparação, foram dimensionadas duas vigas de aço de seção transversal de 12x40 cm e duas de 15x60 cm, em que cada uma delas foi disposta a entrar em um domínio diferente, sendo estes o Domínio 2 e o Domínio 3 do diagrama retangular equivalente da NBR 6118 (ABNT, 2014). Assim sendo, cada viga armada com barras de FRP calculada, teve dois momentos aos quais estão sujeitas para suprir. A disposição das barras nas vigas está demonstrada no apêndice 1.

A Tabela 7 apresenta também a seção escolhida para cada viga com o cobrimento estipulado, bem como a armadura positiva definida.

**Tabela 7– Descrição das Vigas Dimensionadas**

(continua)

Vigas	Seção			Armadura Longitudinal	
	Cobrimento (mm)	Base (mm)	Altura (mm)	Nº barras	Diâmetro (mm)
v1_Carbono	20	120	400	2	14
v1_Vidro	20	120	400	4	16
v1_Aramida	20	120	400	2	16
v2_Carbono	20	120	400	4	10
v2_Vidro	20	120	400	5	14
v2_Aramida	20	120	400	4	12
v3_Vidro	15	120	400	2	14
v4_Vidro	15	120	400	3	14
v5_Vidro	15	120	400	4	14
v3_Carbono	20	150	600	3	16
v6_Vidro	20	150	600	6	18
v3_Aramida	20	150	600	4	16
v4_Carbono	20	150	600	5	12
v7_Vidro	20	150	600	5	20
v4_Aramida	20	150	600	3	20
v8_Vidro	20	150	600	3	16
v9_Vidro	20	150	600	4	16

(conclusão)

Vigas	Seção			Armadura Longitudinal	
	Cobrimento (mm)	Base (mm)	Altura (mm)	Nº barras	Diâmetro (mm)
v10_Vidro	20	150	600	5	16
v1_Aço	20	120	400	2	10
v2_Aço	20	120	400	5	10
v3_Aço	20	150	600	2	16
v4_Aço	20	150	600	4	16

Fonte: Autor (2021).

O dimensionamento das vigas armadas com barras de aço está demonstrado por meio das Tabelas 8 e 9. Sabe-se que se a profundidade da linha neutra for maior que o limite do Domínio 2, o momento resultante calculado estará no Domínio 3, assim para cada viga foi escolhido uma área de aço diferente para obter momentos calculados diferentes.

Tabela 8 – Propriedades das Vigas de concreto armado utilizando barras de aço

Vigas	d (mm)	fy (Mpa)	As (mm <sup>2</sup> )	$\alpha_c$	f <sub>c'</sub> (Mpa)	$\lambda$
v1_Aço	370	500	157,0796	0,85	31	0,8
v2_Aço	355	500	392,6991	0,85	31	0,8
v3_Aço	567	500	402,1239	0,85	33	0,8
v4_Aço	549	500	804,2477	0,85	33	0,8

Fonte: Autor (2021).

Assim, calculou-se a profundidade da linha neutra de cada viga e comparou com o limite do Domínio 2, resultando nos momentos apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 – Momentos calculados das vigas de concreto armado utilizando barras de aço

Vigas	Prof LN X (mm)	X2/3	X > X2/3	Dom	Md (kN.m)
v1_Aço	37,79794808	95,83	NÃO	2	24,2368
v2_Aço	94,49487019	91,945	SIM	3	54,1587
v3_Aço	72,71867053	146,853	NÃO	2	94,0467
v4_Aço	145,4373411	142,191	SIM	3	171,6282

Fonte: Autor (2021).

A Tabela 10 apresenta um resumo dos resultados obtidos para cada uma das vigas teoricamente analisadas, onde  $\epsilon_{cu}$  é a deformação máxima do concreto, registrada em ‰, os valores de  $f_{fu}$  e  $E_f$  foram estipulados a partir da tabela 1 (média

dos limites dos valores) e do manual de reforço das estruturas de concreto armado com fibras de carbono, o CE foi retirado da Tabela 4. O valor de  $d$  calculado leva em consideração a quantidade de barras utilizadas bem como seu diâmetro, em que na presença de 2 camadas de barras, é necessário descobrir o centro de gravidade destas.

**Tabela 10 – Propriedades das Vigas de concreto armado utilizando barras de FRP (12x40 cm)**

Vigas	Af (mm <sup>2</sup> )	d (mm)	ffu* (Mpa)	Ef (GPa)	CE	ffu (Mpa)	f_c' (Mpa)	εcu
v1_Carbono	307,87608	368	2145	130	1	2145	31	0,003
v1_Vidro	804,24771	349	865	50	0,8	692	31	0,003
v1_Aramida	402,12385	367	2130	83	0,9	1917	31	0,003
v2_Carbono	314,15926	355	2145	130	1	2145	31	0,003
v2_Vidro	769,6902	354,4	800	50	0,8	640	31	0,003
v2_Aramida	452,38934	353	2130	83	0,9	1917	31	0,003
v3_Vidro	307,87608	373	865	50	0,8	692	31	0,003
v4_Vidro	461,81412	373	865	50	0,8	692	31	0,003
v5_Vidro	615,75216	356	865	50	0,8	692	31	0,003

Fonte: Autor (2021).

A Tabela 11 representa algumas restrições que devem ser consideradas para o prosseguimento dos cálculos, assim para  $\rho_f > 1,4\rho_{fb}$ , sabe-se que a ruína ocorre pelo esmagamento do concreto. Para o caso da v3\_Vidro, o valor de  $\Phi$  foi encontrado através da equação 17.

Ademais, como  $f_f \leq f_{fu}$ , a condição estabelecida pela ACI 440-1R é atendida.

**Tabela 11 – Valores das Vigas de concreto armado utilizando barras de FRP (12x40 cm)**

Vigas	β1	ρf	ρfb	ρf > ρfb	ρf > 1,4 . ρfb	ff (Mpa)	ff ≤ ffu	a (mm)	εf (%)
v1_Carbono	0,8286	0,0070	0,0016	SIM	SIM	927,2039	SIM	90,280	0,923
v1_Vidro	0,8286	0,0192	0,0056	SIM	SIM	344,7165	SIM	87,678	0,894
v1_Aramida	0,8286	0,0091	0,0013	SIM	SIM	657,091	SIM	83,565	1,018
v2_Carbono	0,8286	0,0074	0,0016	SIM	SIM	897,0778	SIM	89,129	0,895
v2_Vidro	0,8286	0,0181	0,0016	SIM	SIM	356,9443	SIM	86,887	0,924
v2_Aramida	0,8286	0,0107	0,0013	SIM	SIM	599,7528	SIM	85,807	0,934
v3_Vidro	0,8286	0,0069	0,0056	SIM	NÃO	619,0781	SIM	60,278	1,556
v4_Vidro	0,8286	0,0103	0,0056	SIM	SIM	493,3643	SIM	72,056	1,253
v5_Vidro	0,8286	0,0144	0,0056	SIM	SIM	407,5296	SIM	79,360	1,046

Fonte: Autor (2021).

Por fim, a Tabela 12 apresenta os valores dos momentos resistentes bem como dos atuantes, assim percebe-se que com exceção das 3 últimas vigas com barras de

polímero reforçadas com fibra de vidro, todas as outras passaram tanto para o domínio 2 quanto o 3.

**Tabela 12 – Momentos Calculados das Vigas de concreto armado utilizando barras de FRP (12x40 cm)**

Vigas	Mn (KN.m)	$\Phi$	Mn . $\Phi$ (KN.m)	Mu1 (KN.m)	Mn . $\Phi \geq M_u$	Mu2 (KN.m)	Mn . $\Phi \geq M_u$
v1_Carbono	92,1263	0,65	59,8821	24,2368	SIM	54,1587	SIM
v1_Vidro	84,5656	0,65	54,9677	24,2368	SIM	54,1587	SIM
v1_Aramida	85,8998	0,65	55,8349	24,2368	SIM	54,1587	SIM
v2_Carbono	87,4509	0,65	56,8431	24,2368	SIM	54,1587	SIM
v2_Vidro	85,3953	0,65	55,5070	24,2368	SIM	54,1587	SIM
v2_Aramida	84,1010	0,65	54,6657	24,2368	SIM	54,1587	SIM
v3_Vidro	65,3318	0,6059	39,5875	24,2368	SIM	54,1587	NÃO
v4_Vidro	76,7519	0,65	49,8887	24,2368	SIM	54,1587	NÃO
v5_Vidro	79,3466	0,65	51,5753	24,2368	SIM	54,1587	NÃO

Fonte: Autor (2021).

A partir da Tabela 13 e do Gráfico 1, pode-se perceber que as vigas de GFRP foram as que necessitaram de uma maior área de reforço para obter um valor de momento resistente aceitável, isto se deve pelas propriedades do mesmo, visto que os valores de  $f_{fu}$ ,  $E_f$  e CE são menores do que os outros 2.

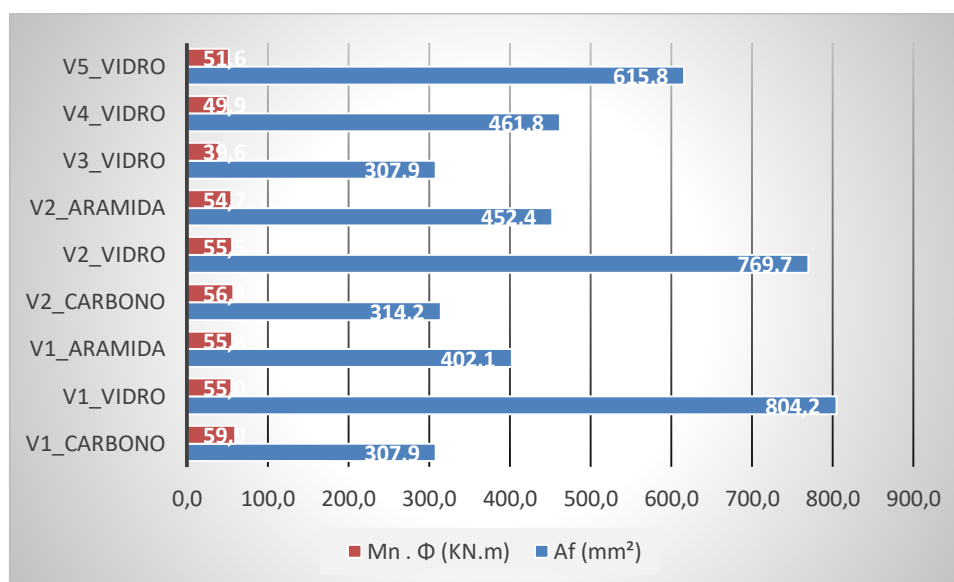
Nota-se também que os valores das vigas de CFRP e AFRP foram similares, com pouca vantagem para as vigas de polímeros reforçados com fibras de carbono no quesito área de reforço por momento resistente. Outro ponto a ser destacado é que tanto a v1\_Carbono e a v1\_Aramida tiveram menor  $A_f$  e um maior Mn .  $\Phi$  do que as respectivas v2\_Carbono e v2\_Aramida, isto se deve pela disposição das barras em que as v2 apresentaram 2 camadas de barras, diminuindo assim o valor de d.

**Tabela 13 – Comparação entre os momentos e as Afs das Vigas (12x40 cm)**

Vigas	Af (mm <sup>2</sup> )	Mn . $\Phi$ (KN.m)
v1_Carbono	307,876	59,882
v1_Vidro	804,248	54,968
v1_Aramida	402,124	55,835
v2_Carbono	314,159	56,843
v2_Vidro	769,69	55,507
v2_Aramida	452,389	54,666
v3_Vidro	307,876	39,587
v4_Vidro	461,814	49,889
v5_Vidro	615,752	51,575

Fonte: Autor (2021).

**Gráfico 1 - Comparação entre os momentos e as Afs das Vigas (12x40 cm)**



Fonte: Autor (2021).

Apresentam-se na Tabela 14 os resultados obtidos para as vigas com seção de 15x60 cm com o objetivo de diferenciar os valores das vigas com seção de 12x40 cm.

As propriedades das barras de FRP são as mesmas da Tabela 10 para não ter divergência nos resultados, porém a resistência característica à compressão do concreto ( $f_c'$ ) foi aumentada dos 31 MPa para 33 Mpa.

**Tabela 14 - Propriedades das Vigas de concreto armado utilizando barras de FRP (15x60 cm)**

Vigas	Af (mm²)	d (mm)	ffu* (Mpa)	Ef (GPa)	CE	ffu (Mpa)	fc' (Mpa)	εcu
v3_Carbono	603,1858	567	2145	130	1	2145	33	0,003
v6_Vidro	1526,814	547	865	50	0,8	692	33	0,003
v3_Aramida	804,2477	567	2130	83	0,9	1917	33	0,003
v4_Carbono	565,4867	553	2145	130	1	2145	33	0,003
v7_Vidro	1570,796	549	800	50	0,8	640	33	0,003
v4_Aramida	942,4778	565	2130	83	0,9	1917	33	0,003
v8_Vidro	603,1858	567	865	50	0,8	692	33	0,003
v9_Vidro	804,2477	549	865	50	0,8	692	33	0,003
v10_Vidro	1005,31	552,6	865	50	0,8	692	33	0,003

Fonte: Autor (2021).

Percebe-se pela Tabela 15 que pelo motivo de ter aumentado o ( $f_c'$ ), o fator de redução da resistência do concreto ( $\beta_1$ ) diminuiu. Verifica-se que com exceção da v8\_Vidro, todas as vigas atenderam aos requisitos.

**Tabela 15 - Valores das Vigas de concreto armado utilizando barras de FRP (15x60 cm)**

Vigas	$\beta_1$	$\rho_f$	$\rho_{fb}$	$\rho_f > \rho_{fb}$	$\rho_f > 1,4 \cdot \rho_{fb}$	ff (Mpa)	ff $\leq$ ffu	a (mm)	$\epsilon_f$ (%)
v3_Carbono	0,8143	0,0071	0,0016	SIM	SIM	942,562	SIM	135,125	0,959
v6_Vidro	0,8143	0,0186	0,0059	SIM	SIM	360,594	SIM	130,852	0,954
v3_Aramida	0,8143	0,0095	0,0014	SIM	SIM	660,957	SIM	126,339	1,046
v4_Carbono	0,8143	0,0068	0,0016	SIM	SIM	964,613	SIM	129,644	0,980
v7_Vidro	0,8143	0,0191	0,0068	SIM	SIM	355,396	SIM	132,681	0,941
v4_Aramida	0,8143	0,0111	0,0014	SIM	SIM	601,393	SIM	134,712	0,958
v8_Vidro	0,8143	0,0071	0,0059	SIM	NÃO	624,078	SIM	89,468	1,601
v9_Vidro	0,8143	0,0098	0,0059	SIM	SIM	522,024	SIM	99,783	1,351
v10_Vidro	0,8143	0,0121	0,0059	SIM	SIM	461,764	SIM	110,330	1,203

Fonte: Autor (2021).

Dessa forma, apresenta-se na Tabela 16 os valores de momento resistentes de cada viga.

**Tabela 16 - Momentos Calculados das Vigas de concreto armado utilizando barras de FRP (15x60 cm)**

Vigas	Mn (KN.m)	$\Phi$	Mn . $\Phi$ (KN.m)	Mu3 (KN.m)	Mn . $\Phi \geq M_u$	Mu4 (KN.m)	Mn . $\Phi \geq M_u$
v3_Carbono	283,83491	0,65	184,4927	94,0467	SIM	171,62823	SIM
v6_Vidro	265,02704	0,65	172,2676	94,0467	SIM	171,62823	SIM
v3_Aramida	267,72174	0,65	174,0191	94,0467	SIM	171,62823	SIM
v4_Carbono	266,18328	0,65	173,0191	94,0467	SIM	171,62823	SIM
v7_Vidro	269,33599	0,65	175,0684	94,0467	SIM	171,62823	SIM
v4_Aramida	281,9498	0,65	183,2674	94,0467	SIM	171,62823	SIM
v8_Vidro	196,54887	0,6015	118,2305	94,0467	SIM	171,62823	NÃO
v9_Vidro	209,48107	0,65	136,1627	94,0467	SIM	171,62823	NÃO
v10_Vidro	230,84003	0,65	150,0460	94,0467	SIM	171,62823	NÃO

Fonte: Autor (2021)

A Tabela 17 e o Gráfico 2 demonstram uma superioridade das vigas de CFRP em relação as outras, confirma ainda que por causa das propriedades das barras de GFRP serem menores, exige uma maior área de reforço para um mesmo valor de momento resistente.

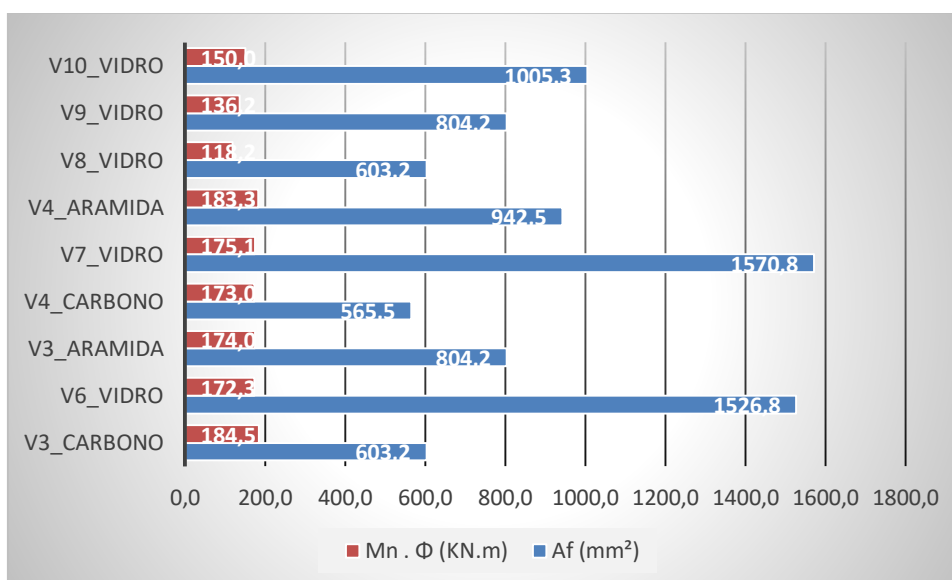


Tabela 17 - Comparação entre os momentos e as Afs das Vigas (15x60 cm)

Vigas	Af (mm <sup>2</sup> )	Mn . Φ (KN.m)
v3_Carbono	603,186	184,493
v6_Vidro	1526,814	172,268
v3_Aramida	804,248	174,019
v4_Carbono	565,487	173,019
v7_Vidro	1570,796	175,068
v4_Aramida	942,478	183,267
v8_Vidro	603,186	118,231
v9_Vidro	804,248	136,163
v10_Vidro	1005,31	150,046

Fonte: Autor (2021)

Gráfico 2 - Comparação entre os momentos e as Afs das Vigas (15x60 cm)



Fonte: Autor (2021).

As Tabelas 18, 19, 20 e 21 comparam o dimensionamento de vigas de GFRP utilizando das mesmas propriedades das barras, mesma seção e características do concreto alterando apenas o número de barras.

Tabela 18 - Vigas de GFRP

Vigas GFRP	Armadura Longitudinal			Mn . Φ (KN.m)
	Nº barras	Diâmetro (mm)	Af (mm <sup>2</sup> )	
v3_Vidro	2	14	307,8761	39,58745177
v4_Vidro	3	14	461,8141	49,8887333
v5_Vidro	4	14	615,7522	51,57526485

Fonte: Autor (2021).

A Tabela 19 juntamente com o Gráfico 3 compara o resultado do acréscimo de 1 barra de mesmo diâmetro na viga de GFRP em relação ao aumento no momento resistente calculado.

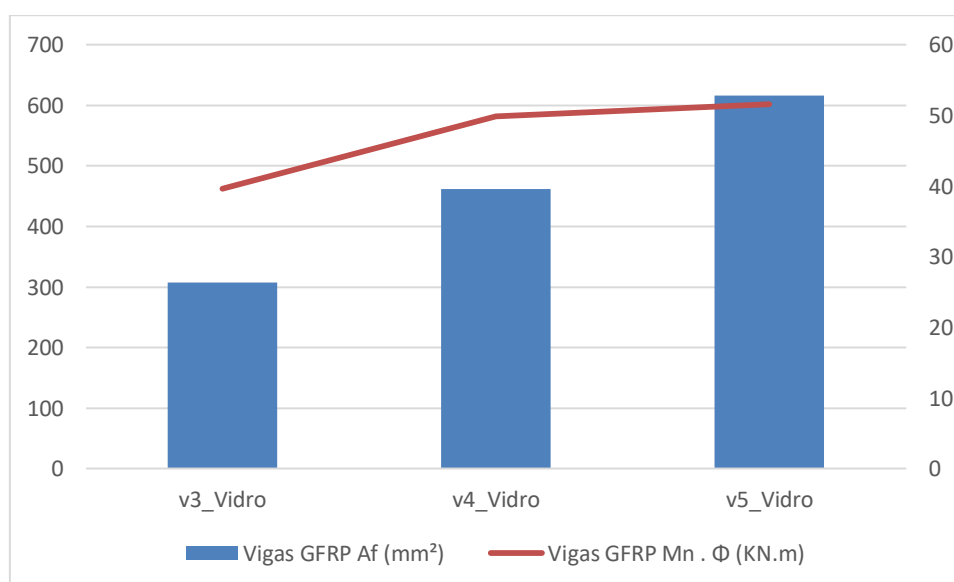
Percebe-se que o aumento do valor do momento resistente da v4\_Vidro em relação a v3\_Vidro é muito maior do que da v5\_Vidro em relação a v4\_Vidro. Isto acontece, pois a disposição das barras da v5\_Vidro teve 2 camadas de barras, diminuindo assim o valor de  $d$ , que por sua vez diminuiu o momento calculado, aproximando assim o valor final dos momentos da v4\_Vidro e da v5\_Vidro. Outro fator é que pelo motivo da v3\_Vidro apresentar um menor valor de  $\Phi$ , o momento resistente desta acaba diminuindo, aumentando a diferença entre ela e a v4\_Vidro.

**Tabela 19 – Comparação entre as Vigas de GFRP (12x40 cm)**

Vigas GFRP	Acréscimo Af (mm <sup>2</sup> )	Acréscimo Mn . $\Phi$ (KN.m)
v3_Vidro	0	0
v4_Vidro - v3_Vidro	153,93804	10,30128153
v5_Vidro - v4_Vidro	153,93804	1,686531556

Fonte: Autor (2021).

**Gráfico 3 - Comparação entre as Vigas de GFRP (12x40 cm)**



Fonte: Autor (2021)

A Tabela 20 apresenta os valores de área de reforço e momento resistente de cada viga estudada.

**Tabela 20 - Vigas de GFRP (15x60 cm)**

Vigas GFRP	Armadura Longitudinal			
	Nº barras	Diâmetro (mm)	Af (mm <sup>2</sup> )	Mn . Φ (KN.m)
v8_Vidro	3	16	603,1858	118,2305236
v9_Vidro	4	16	804,2477	136,1626935
v10_Vidro	5	16	1005,31	150,0460196

Fonte: Autor (2021).

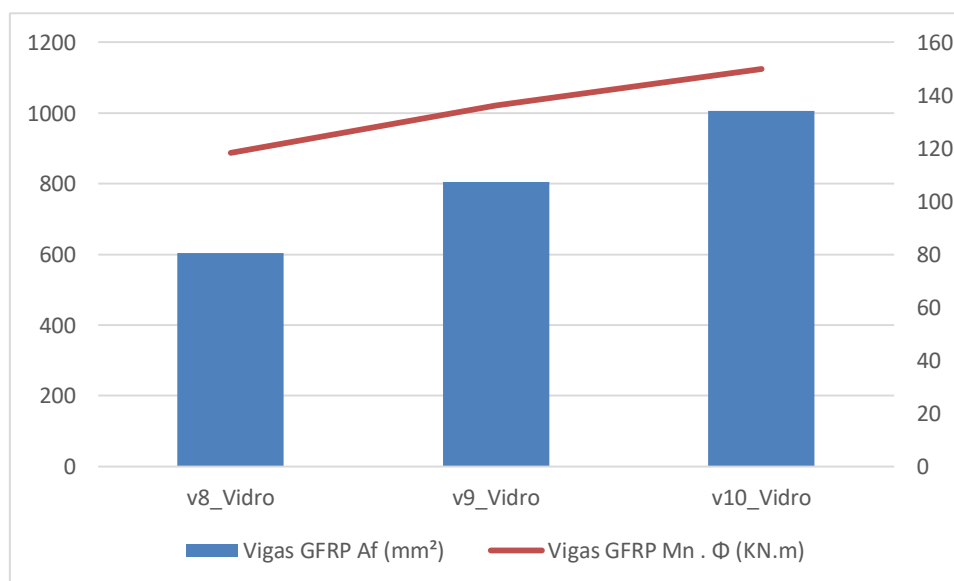
De forma análoga à Tabela 19 e o Gráfico 2, a tabela 21 e o gráfico 4 apresentam o resultado do acréscimo de 1 barra de mesmo diâmetro na viga de GFRP em relação ao aumento no momento resistente calculado. Percebe-se através desses que a diferença entre o aumento do valor de momento para cada viga calculada é menor do que as apresentadas anteriormente. Isto ocorre pois duas dessas vigas apresentaram 2 camadas de barras, tornando assim a diferença entre os valores de momento menor.

**Tabela 21 - Comparação entre as Vigas de GFRP (15x60 cm)**

Vigas GFRP	Acréscimo Af (mm <sup>2</sup> )	Acréscimo Mn . Φ (KN.m)
v8_Vidro	0	0
v9_Vidro - v8_Vidro	201,0619298	17,93216988
v10_Vidro - v9_Vidro	201,0619298	13,88332614

Fonte: Autor (2021).

**Gráfico 4 - Comparação entre as Vigas de GFRP (15x60 cm)**



Fonte: Autor (2021).

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como finalidade comparar e apresentar o dimensionamento de vigas de concreto armado reforçadas com barras de FRP, levando em questão o comportamento mecânico e as diferentes propriedades de cada barra. A importância desse estudo é verificada visto que cada vez mais encontramos dificuldades em utilizar as técnicas construtivas comuns, além de identificarmos problemas futuros quanto a durabilidade das estruturas, dessa forma a utilização das barras não metálicas como armação dos elementos, supre alguns problemas decorridos da utilização do aço.

O dimensionamento das vigas armadas com barras de FRP desenvolveu-se de maneira esperada, considerando as propriedades das barras que foram utilizadas. Entretanto, teve-se uma dificuldade relativamente grande em relação a definição dos valores das características e propriedades das barras de FRP, visto que no Brasil existem poucas fábricas que produzem e vendem essas barras, além de trabalharem apenas com as barras de GFRP. Outro quesito de difícil análise foi em relação aos preços para poder fazer um comparativo de custos, pois a comparação com fábricas internacionais fica de difícil acesso por questão do frete, taxa de câmbio e conversão da moeda para o real.

A partir dos resultados obtidos, conforme esperado, quando se aumenta o número de barras na seção transversal ocorre um incremento na capacidade resistente da viga, mesmo que pouco, dependendo da distribuição das barras. Isto também ocorre quando se aumenta o diâmetro das mesmas.

Percebe-se também que o fator de redução ambiental não influencia diretamente nos cálculos quando se procura que a ruína ocorra por esmagamento do concreto.

Em conclusão, a utilização de barras não metálicas para substituir as armaduras de aço nas vigas de concreto armado é viável devido à questão da durabilidade e necessidade de manutenção do elemento, principalmente em casos em que a utilização do concreto armado convencional necessitaria de cuidados maiores para uma vida útil aceitável deste, visto que pode se utilizar de diversos arranjos das armaduras de FRP, para resultar em um mesmo momento.

## REFERÊNCIAS

ARI DE PAULA MACHADO (Sp) (org.). **Manual de Reforço das Estruturas de Concreto Armado com Fibras de Carbono**. Caçapava: Viapol, [201-?]. 120 p. Disponível em: <http://viapol.com.br/media/97576/manual-fibra-de-carbono.pdf>. Acesso em: 13 nov. 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto armado**. Rio de Janeiro, 2014.

ACI COMMITTEE 440.1R. **Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Bars**. 2015.

CASTRO, P. F. **Barras de FRP: Avaliando o módulo de elasticidade não destrutivamente**. *Polímeros: Ciência e Tecnologia*, v. 7, n. 2, p. 58 – 65, abr/jun 1997.

CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 60., 2018, Foz do Iguaçu. **Análise experimental do comportamento da aderência entre as barras de fibra de vidro reforçada com polímeros e o concreto**. Foz do Iguaçu: Ibracon, 2018. 16 p.

COMPOSITE, Tech. **Vergalhões de fibra de vidro GFRP. Vantagens dos Compósitos**. Disponível em: <<https://composite-tech.com/pt/vergalhoes-de-fibra-de-vidro-gfrp/>> Acesso em 02 de ago. de 2021.

DALFRÉ, Gláucia Maria; FORTI, Nádia Cazarim da Silva. In: **Barras não metálicas de Polímeros Reforçados com Fibras. Características e uso em Estruturas de Concreto**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=Uic0T1-n5zY&t=1237s/>> Acesso em 28 de mai. de 2021.

FAZIO, Piero de. **Basalt Fibra: from earth an ancient material for innovative and modern application**. 2011. p. 89-96.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **FIB MODEL CODE FOR CONCRETE STRUCTURES 2010**: Lausanne: Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag Für Architektur Und Technische Wissenschaften Gmbh & Co. Kg., 2010. 432 p.

GRAEFF, Ângela Gaio. **AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL E MODELAGEM DOS EFEITOS ESTRUTURAIS DA PROPAGAÇÃO DA CORROSÃO EM ELEMENTOS DE CONCRETO ARMADO**. 2007. 187 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

HAIZER. **PROCESSO DE PRODUÇÃO**. Disponível em: <<https://www.haizergroup.com.br/saibamais/>> Acesso em 21 de jul. de 2021.

LAPENA, Mauro Henrique. **ESTUDO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE CILINDROS DE COMPÓSITO EPÓXI/FIBRA DE BASALTO EM ENSAIOS HIDROSTÁTICOS**. 2017. 59 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ciências na Área de Tecnologia Nuclear – Materiais., Autarquia Associada À Universidade de São Paulo, Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, São Paulo, 2017.

MAZZÚ, Amanda Duarte Escobal. **ESTUDO SOBRE A SUBSTITUIÇÃO DE ARMADURA METÁLICA POR BARRAS DE GFRP EM VIGAS DE CONCRETO ARMADAS À FLEXÃO QUANDO SUBMETIDAS AO ATAQUE ACELERADO DE IONS CLORETO**. 2020. 190 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2020.

MICALI, R. M. **Análise teórica de vigas pré-moldadas de concreto com armadura de aço e de polímeros reforçado com fibra de vidro em meio altamente agressivo**. São Carlos, 2010. 150p. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade de São Paulo.

STRATUS. **PROCESSO DE PULTRUSÃO**. Disponível em: <[http://www.stratusfrp.com/index.php?option=com\\_content&view=article&id=13&Itemid=68/](http://www.stratusfrp.com/index.php?option=com_content&view=article&id=13&Itemid=68/)> Acesso em 21 de jul. de 2021.

TAVARES, Danusa Haick. **ANÁLISE TEÓRICA E EXPERIMENTAL DE VIGAS DE CONCRETO ARMADAS COM BARRAS NÃO METÁLICAS DE GFRP**. 2006. 128 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

## **APÊNDICE A – Roteiro de Cálculo**

Para simplificar o modelo de cálculo para o dimensionamento de vigas armadas com barras não metálicas, realizou-se um estudo a fim de demonstrar um roteiro prático para este (fluxograma presente no Apêndice 1).

De forma análoga à como é feito para o dimensionamento de vigas com barras de aço, primeiramente deve-se estipular a seção transversal do elemento, cobrimento, estribo a ser utilizado, bem como a quantidade e diâmetro das barras longitudinais que se procura utilizar. Para uma base de qual diâmetro estabelecer, pode – se utilizar da equação de área equivalente com finalidade de substituição de 1:1.

$$A_{s,eq} = \frac{A_f \cdot E_f}{E_s}$$

Feito isso, necessita-se calcular a taxa de armadura balanceada e a taxa de armadura:

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd}$$

$$\rho_{fb} = 0,85 \cdot \beta_1 \cdot \frac{f'_c}{f_{fu}} \cdot \frac{E_f \cdot \epsilon_{cu}}{E_f \cdot \epsilon_{cu} + f_{fu}}$$

As variáveis dependem dos dados fornecidos pelo fabricante das barras de FRP, assim utiliza-se das equações com base estatística para descobrir o valor a ser utilizado.

$$f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^*$$

$$\epsilon_{fu} = C_E \cdot \epsilon_{fu}^*$$

Para chegar no valor a ser utilizado em projeto da resistência à tração e tensão de ruptura do reforço de FRP, necessita-se definir qual fator de redução será utilizado, este varia conforme a condição de exposição e é obtido através da tabela 4 como demonstrado anteriormente.

Dessa forma, compara-se os resultados entre as taxas de armadura e busca-se descobrir qual o tipo de ruína prevalece. Como buscamos que a ruína ocorra pelo



esmagamento do concreto na fibra mais comprimida, temos a seguinte situação:

$$\rho_f > \rho_{fb}.$$

Seguindo os cálculos, precisa-se calcular o estresse no reforço de FRP sob tensão, a qual formulação tem que dar um valor menor do que o  $f_{fu}$ .

$$f_f = \left( \sqrt{\frac{(E_f \cdot \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c}{\rho_f} \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu} - 0,5 \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu}} \right) \leq f_{fu}$$

Então, calcula-se a profundidade da linha neutra, para utilizar na equação de deformação da armadura através da compatibilidade de deformações:

$$\frac{\varepsilon_f}{d - a} = \frac{\varepsilon_{cu}}{a}$$

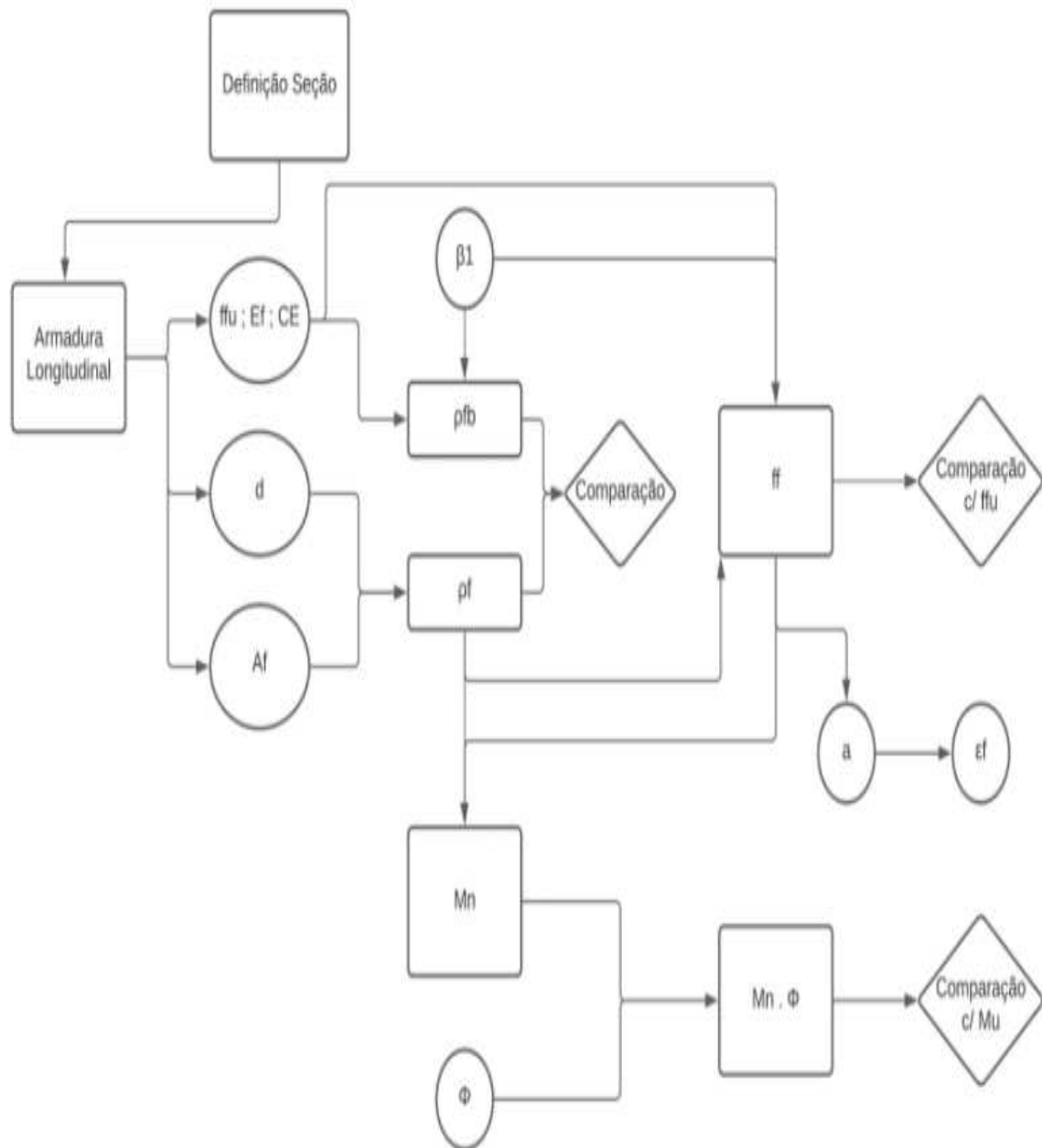
Assim, a resistência à flexão nominal pode ser calculada.

$$M_n = \rho_f \cdot f_f \cdot \left( 1 - 0,59 \cdot \frac{\rho_f \cdot f_f}{f'_c} \right) \cdot b \cdot d^2$$

A fim de majorar o momento resistente do elemento, utiliza-se do coeficiente  $\Phi$ , que é assumido a partir da comparação dos resultados das taxas de armadura calculadas. Por fim, basta comparar a majoração do momento resistente com o momento calculado a partir das cargas que atuam no elemento.

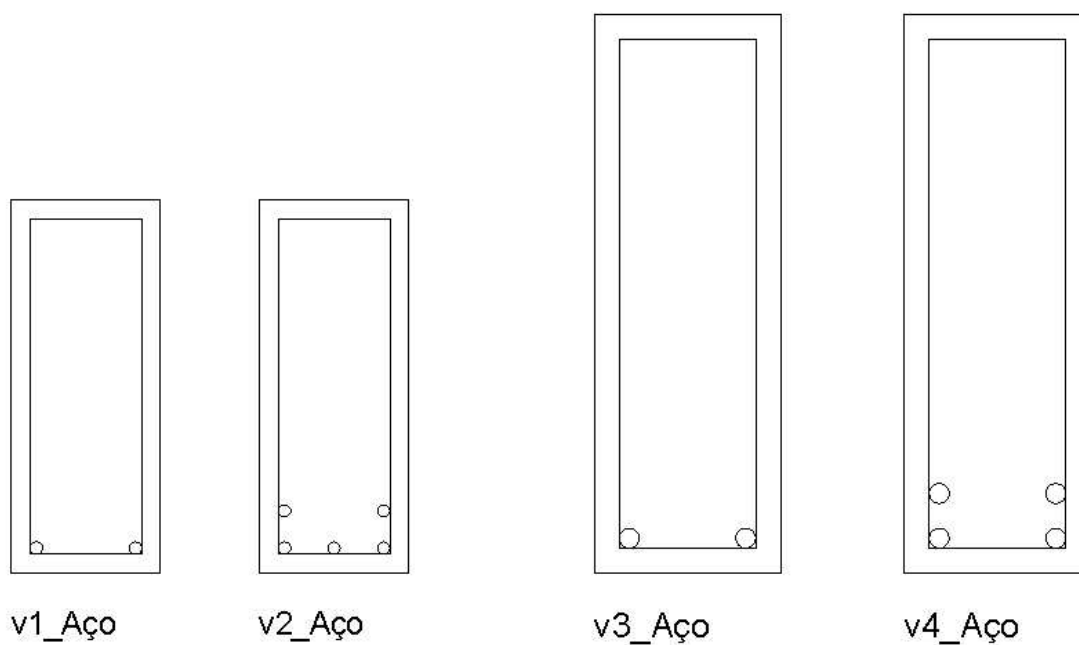
$$\Phi M_n \geq M_u$$

Figura A.1 - Fluxograma que define o roteiro de cálculo

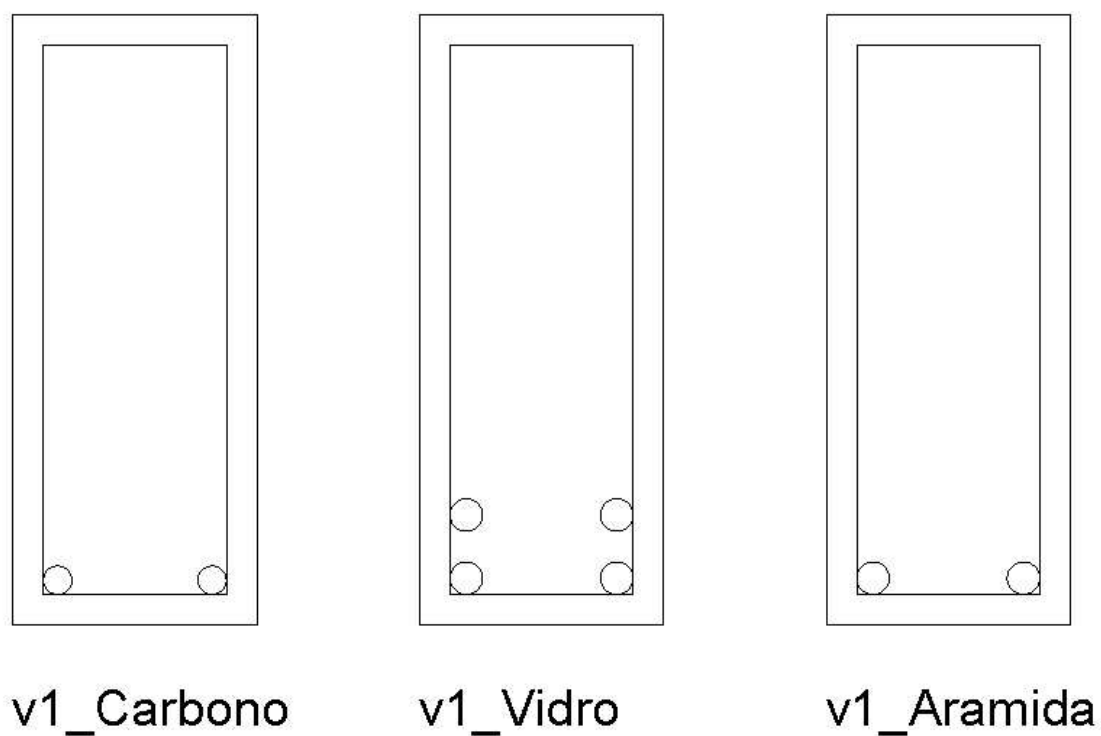


Fonte: Autor (2021).

**APÊNDICE B – Esquema de distribuição das barras nas vigas dimensionadas**

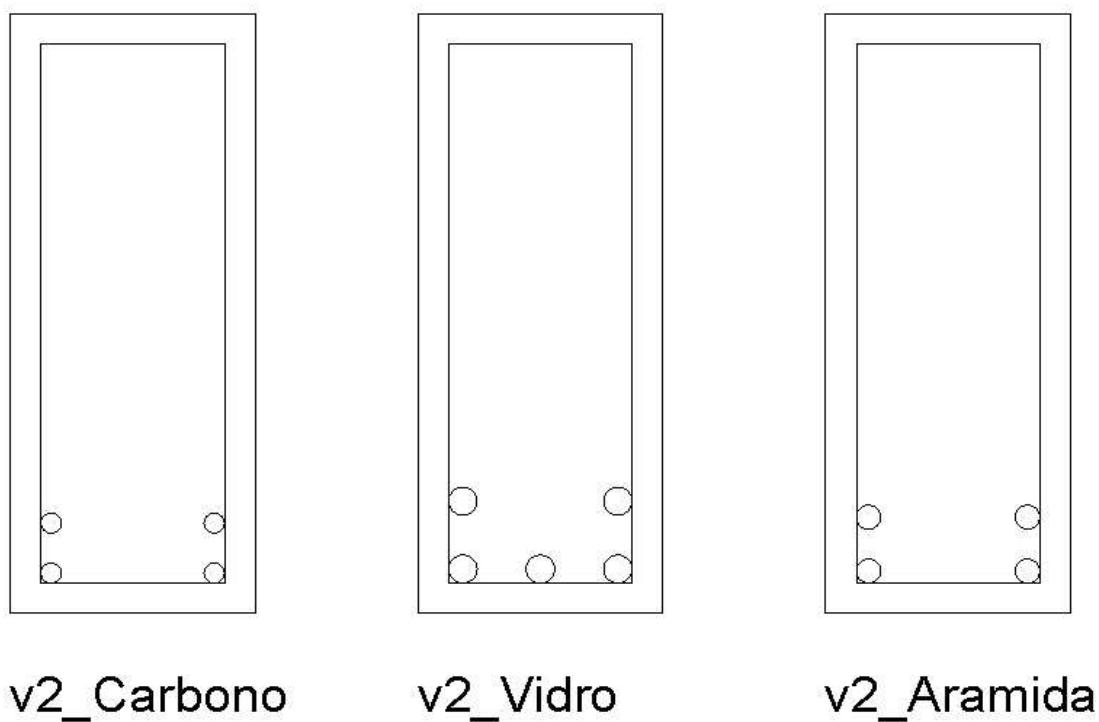
**Figura B.1 - Distribuição das barras de aço nas vigas**

Fonte: Autor (2021).

**Figura B.2 - Distribuição das barras de FRP nas vigas (12x40 cm)**

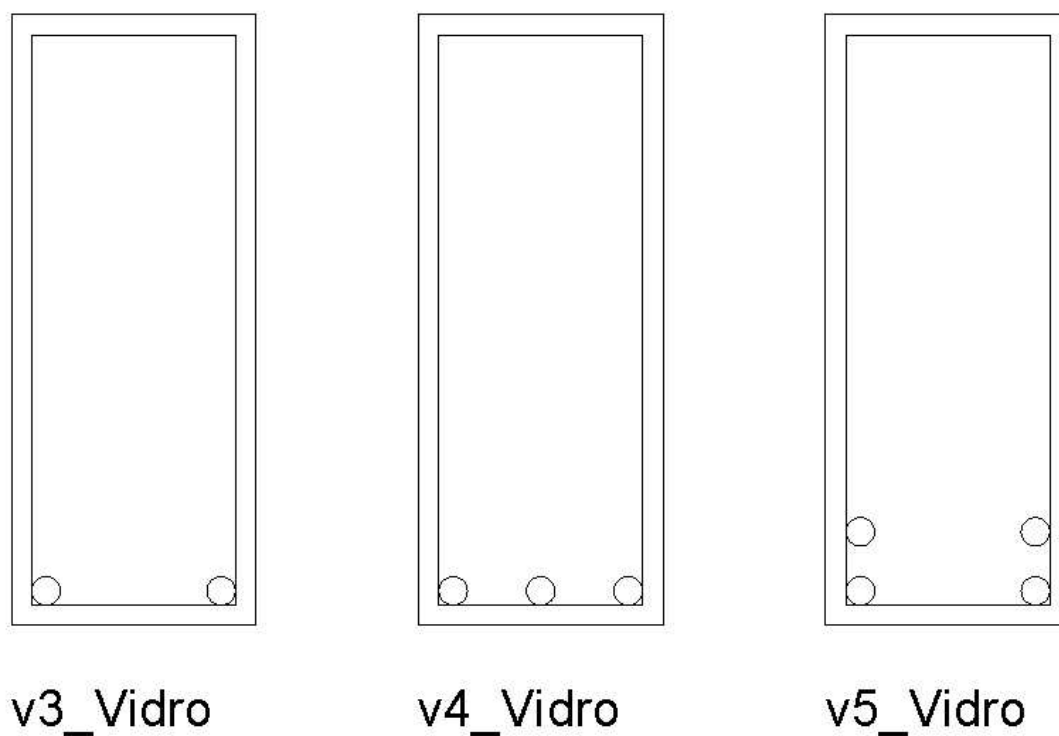
Fonte: Autor (2021).

**Figura B.3 - Distribuição das barras de FRP nas vigas (12x40 cm)**

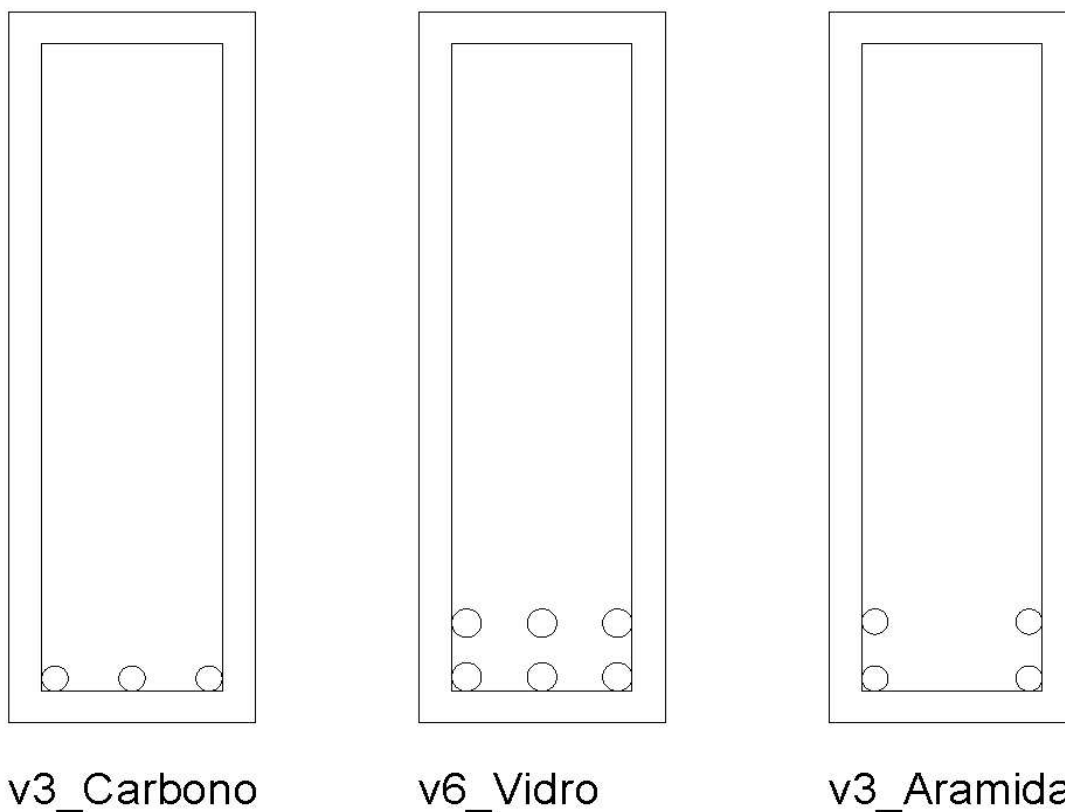


Fonte: Autor (2021).

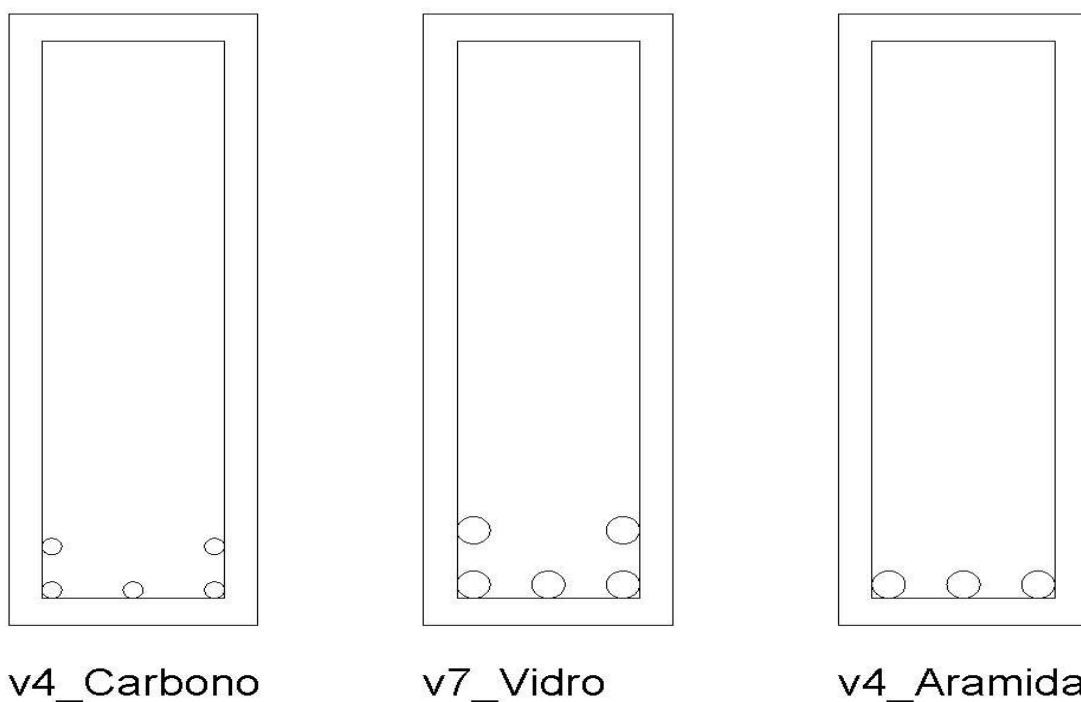
**Figura B.4 - Distribuição das barras de GFRP nas vigas (12x40 cm)**



Fonte: Autor (2021).

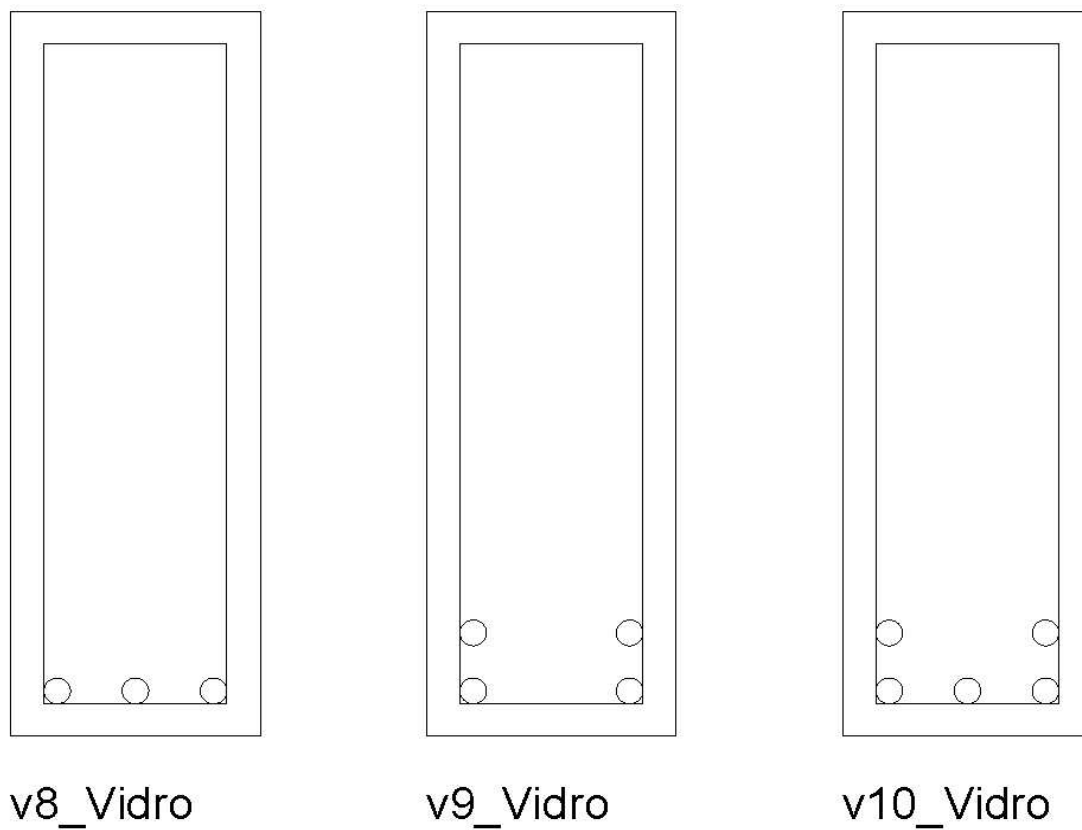
**Figura B.5 - Distribuição das barras de FRP nas vigas (15x60 cm)**

Fonte: Autor (2021).

**Figura B.6 - Distribuição das barras de FRP nas vigas (15x60 cm)**

Fonte: Autor (2021).

**Figura B.7 - Distribuição das barras de GFRP nas vigas (15x60 cm)**



Fonte: Autor (2021).

**APÊNDICE C - Dimensionamento de uma viga armada com barras de aço (NBR 6118)**



O dimensionamento das vigas de concreto armadas com barras de aço segue as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2014). Para exemplificar o modelo de cálculo, é apresentada a seguir a metodologia para descobrir o momento resistente suportado pela viga, referência (v1\_Aço), utilizando de todos coeficientes de minoração dados pela norma.

Isto posto, para a viga em questão, a seção transversal adotada tem largura de base ( $b$ ) de 120 mm, altura ( $h$ ) de 400 mm, cobrimento de 20 mm, resistência característica à compressão do concreto ( $f_c'$ ) será fixada no valor de 30 Mpa, a armadura longitudinal será constituída por duas barras com diâmetro ( $\phi$ ) de 10 mm de aço CA-50 (módulo de elasticidade:  $E_s = 194,33$  GPa e resistência característica ao escoamento:  $f_y = 500$  Mpa) e armadura transversal composta por estribos com diâmetro ( $\phi_t$ ) de 5 mm de aço CA-60.

Para obter a profundidade da linha neutra ( $X$ ) pode-se utilizar de um diagrama de distribuição de deformações e tensões de uma viga com armadura simples, para isso, é realizado o equilíbrio de forças da seção transversal da viga. A ABNT NBR 6118 (2014) estabelece uma relação entre a profundidade  $y$  do diagrama retangular de compressão equivalente e a profundidade efetiva  $X$  da linha neutra ( $\lambda$ ) com valor de 0,8 para concreto comprimido de resistência à compressão até 50 Mpa, ainda, é estipulado um parâmetro de redução da resistência do concreto na compressão ( $\alpha_c$ ) que será igual a 0,85 para concretos de até 50 Mpa. Então, calcula-se a profundidade da linha neutra ( $X$ ) a partir da equação a seguir:

$$X = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{\alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot b}$$

Em que:

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = \frac{f_c}{\gamma_c} = \frac{30}{1,4} = 21,43 \text{ MPa}$$

$$A_s = N_b \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 157,08 \text{ mm}^2$$

Portanto:

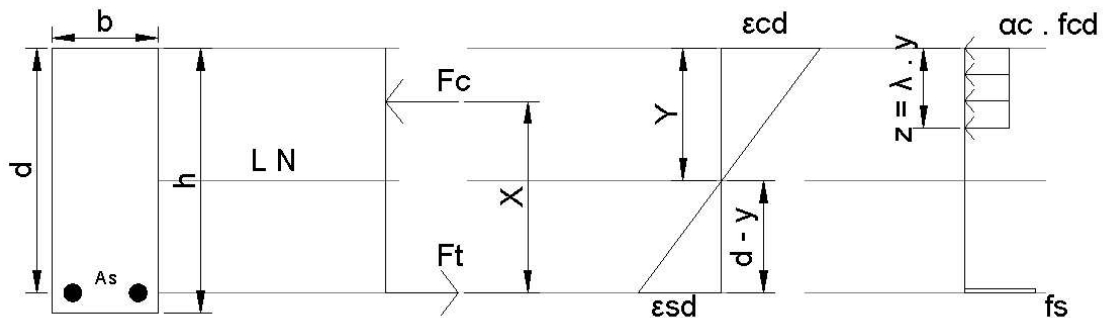
$$X = \frac{157,08 \cdot 434,78}{0,85 \cdot 21,43 \cdot 0,8 \cdot 120} = 41,85 \text{ mm}$$

Pelo motivo da NBR 6118 (2014) utilizar do conceito de domínios de deformações pode-se verificar a partir da linha neutra, em qual domínio a viga em questão se localiza. Assim, tem-se que o limite de profundidade da linha neutra que separa os Domínios 2 e 3 é  $0,259d$ , então:

$$X_{2/3} = 0,259 \cdot d = 0,259 \cdot 370 = 95,83 \text{ mm}$$

Como a profundidade da linha neutra calculada (41,85 mm) é menor que a profundidade da linha neutra limite do Domínio 2 (95,83 mm), verifica-se que o dimensionamento se localiza no Domínio 2.

Figura C.1 - Diagrama retangular equivalente – ABNT NBR 6118 (2014)



Fonte: Autor (2021).

Prosseguindo, a partir do bloco tracionado pode-se utilizar da equação a seguir para descobrir o valor do Momento Resistente ( $M_d$ ):

$$M_d = A_s \cdot f_{yd} \cdot \left( d - \frac{\lambda \cdot X}{2} \right)$$

$$M_d = 157,08 \cdot 434,78 \cdot \left( 370 - \frac{0,8 \cdot 41,85}{2} \right) = 24,13 \text{ kN.m}$$

**APÊNDICE D - Dimensionamento de uma viga de concreto armado com barras  
de FRP (ACI 440.1R -15)**

A metodologia para o dimensionamento das vigas de concreto armado com barras de FRP, segue como modelo, o roteiro de cálculo apresentado anteriormente segundo as recomendações do ACI 440.1R (2015).

Para este exemplo foram realizados os cálculos de uma viga de concreto armado com barras de CFRP não exposta a água e intempéries, referência (v1\_Carbono), as demais vigas seguiram os mesmos procedimentos aqui apresentados.

Assim, foi dimensionada uma viga com seção transversal disposta de largura de base (b) de 120 mm, altura (h) de 400 mm, com armadura composta por 2 barras longitudinais de CFRP de 14 mm de diâmetro cada, resistência à tração desta barra foi obtida fazendo a média dos limites apresentados na tabela 1 ( $f_{fu} = 2145 \text{ MPa}$ ), e o módulo de elasticidade foi obtido a partir da tabela “BARRAS PARA O SISTEMA SK CHEMICALS” situada no manual de reforço das estruturas de concreto armado com fibras de carbono – viapol ( $E_f = 130 \text{ GPa}$ ), o cobrimento (c) desta viga é 20 mm e com armadura transversal constituída por estribos de aço CA – 60 com diâmetro ( $\phi_t$ ) de 5mm.

Para esta viga em questão, o fator de redução do meio ambiente (CE) é 1, a partir deste pode-se determinar a resistência à tração de projeto da barra de CFRP ( $f_{fu}$ ) como apresentado a seguir:

$$f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^* = 1 \cdot 2145 = 2145 \text{ MPa}$$

Para descobrir qual o tipo de ruína que prevalece nessa viga, necessita-se primeiro calcular a taxa de armadura de CFRP ( $\rho_f$ ) e a taxa de armadura balanceada ( $\rho_{fb}$ ), para isso, deve-se descobrir a área de CFRP desta viga ( $A_f$ ) e a altura útil da seção transversal (d), sabendo que a deformação última do concreto ( $\varepsilon_{cu}$ ) é igual a 3‰, dessa forma:

$$A_f = 2 \cdot \pi \cdot \frac{14^2}{4} = 307,876 \text{ mm}^2$$

$$d = h - \phi t - c - \frac{\phi}{2} = 400 - 5 - 20 - \frac{14}{2} = 368 \text{ mm}$$

Assim, calcula-se as taxas de armadura:

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} = \frac{307,876}{200 \cdot 368} = 0,00697$$

$$\rho_{fb} = 0,85 \cdot \beta_1 \cdot \frac{f'_c}{f_{fu}} \cdot \frac{E_f \cdot \epsilon_{cu}}{E_f \cdot \epsilon_{cu} + f_{fu}}$$

O fator de redução é obtido através da seguinte equação:

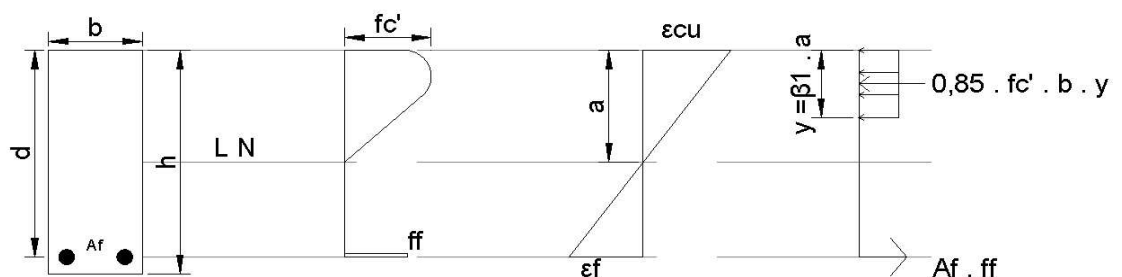
$$\beta_1 = 0,85 - 0,05 \cdot \left( \frac{f'_c - 28}{7} \right) = 0,85 - 0,05 \cdot \left( \frac{31 - 28}{7} \right) = 0,8285$$

Então:

$$\rho_{fb} = 0,85 \cdot 0,8285 \cdot \frac{31}{2145} \cdot \frac{130000 \cdot 0,003}{130000 \cdot 0,003 + 2145} = 0,00156$$

Como  $\rho > \rho_{fb}$ , a ruína é baseada no esmagamento do concreto e o diagrama de tensões no concreto pode ser aproximado para a forma retangular.

Figura D.1 - Diagrama retangular equivalente para esmagamento do concreto – ACI 440.1R (2015)



Fonte: Adaptado de ACI 440.1R (2015).

Sabendo-se que o modo de ruína da viga é o esmagamento do concreto, é realizável calcular o estresse no reforço de FRP sob tensão ( $f_f$ ):

$$f_f = \left( \sqrt{\frac{(E_f \cdot \varepsilon_{cu})^2}{4} + \frac{0,85 \cdot \beta_1 \cdot f'_c}{\rho_f} \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu} - 0,5 \cdot E_f \cdot \varepsilon_{cu}} \right) \leq f_{fu}$$

$$f_f = \left( \sqrt{\frac{130000 \cdot 0,003^2}{4} + \frac{0,85 \cdot 0,8285 \cdot 31}{0,00697} \cdot 130000 \cdot 0,003 - 0,5 \cdot 130000 \cdot 0,003} \right) = 927,2 \text{ MPa}$$

Assim, verifica-se que o  $f_f$  deu menor que  $f_{fu}$ , dessa forma a condição foi atendida.

$$f_f \leq f_{fu}$$

$$a = \frac{A_f \cdot f_f}{0,85 \cdot f'_c \cdot b} = \frac{307,876 \cdot 927,204}{0,85 \cdot 31 \cdot 120} = 90,28 \text{ mm}$$

Por fim, calculou-se o momento resistente para poder ser multiplicado pelo coeficiente que decorre do tipo de ruína.

$$M_n = \rho_f \cdot f_f \cdot \left( 1 - 0,59 \cdot \frac{\rho_f \cdot f_f}{f'_c} \right) \cdot b \cdot d^2$$

$$M_n = 0,00697 \cdot 927,2 \cdot \left( 1 - 0,59 \cdot \frac{0,00697 \cdot 927,2}{31} \right) \cdot 120 \cdot 368^2 = 92,1 \text{ kN.m}$$

Como  $\rho_f \geq 1,4 * \rho_{fb}$ , o valor utilizado de  $\Phi$  será 0,65. Então o resultado da capacidade última de resistência da viga é:

$$\Phi M_n \geq M_u = 0,65 \cdot 92,1 = 59,88 \text{ KN.m} \geq 54,16 \text{ KN.m}$$