UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

NATALIA MOTA OLIVEIRA

# SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE ÁLGEBRA PARA ESTUDANTES DEFICIENTES VISUAIS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA
2020

NATALIA MOTA OLIVEIRA

**SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE ÁLGEBRA PARA ESTUDANTES DEFICIENTES VISUAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação, Licenciatura em Matemática, Departamento Acadêmico de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, como requisito parcial para obtenção do título de licenciada em matemática.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Maria Lucia Panossian.

CURITIBA

2020

Ministério da Educação
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
Campus Curitiba
Diretoria de Graduação e Educação Profissional
Departamento Acadêmico de Matemática
Coordenação do curso de **Licenciatura em Matemática**

**TERMO DE APROVAÇÃO**

# SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE ÁLGEBRA PARA ESTUDANTES DEFICIENTES VISUAIS

por

**Natalia Mota Oliveira**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 14 horas do dia 20 de novembro de 2020 na sala online meet.google.com/npm-sbwy-xnc como requisito parcial à obtenção do grau de Licenciado em Matemática na Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR - Campus Curitiba. A aluna foi arguida pela Banca de Avaliação abaixo assinados. Após deliberação, de acordo com o parágrafo 1º do art. 37 do Regulamento Específico do trabalho de Conclusão de Curso para o Curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR do Campus Curitiba, a Banca de Avaliação considerou o trabalho **aprovado**.

Prof.ª Dr.ª Maria Lucia Panossian
(Presidente - UTFPR/Curitiba)

Prof.ª Dr.ª Flávia Dias de Souza
(Avaliador 1 - UTFPR/Curitiba)

Prof. Ms. Rubens Ferronato
(Avaliador 2 – Multiplano Produtos Educacionais)

Prof.ª Dr.ª Priscila Savulski Ferreira de Miranda
(Professora Responsável pelo TCC – UTFPR/Curitiba)

Prof.ª Dr.ª Neusa Nogas Tocha
(Coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática – UTFPR/Curitiba)

"A Folha de Aprovação assinada encontra-se arquivada na Coordenação do Curso."

**AGRADECIMENTOS**

*Agradeço aos meus pais, Luzia e Valdecir, que pela confiança em meu potencial, tornaram possível minha caminhada até aqui.*

*Ao meu amor, Eduardo, pelo imenso apoio emocional e compreensão.*

*A todos meus professores na UTFPR, que pelos seus ensinamentos me formaram também professora.*

*Em especial à Malu, orientadora deste e de tantos outros trabalhos, que por seus exemplos, ensinamentos e por sua confiança inabalável em nossa capacidade contribui incomparavelmente para nossa formação humana e pedagógica.*

*A todos meus queridos colegas com os quais compartilhei tantas experiências, sufocos, risadas e aprendizados durante estes anos de graduação.*

*Principalmente a todos colegas da extensão, que disponibilizaram seu tempo e seu trabalho pela reflexão coletiva sobre a atividade docente.*

*A todos participantes do GEPAPe e dos grupos de estudo relacionados, que estudam e desenvolvem a fundamentação teórica desta pesquisa em todo Brasil. Especialmente aos pesquisadores da UTFPR pelas discussões enriquecedoras.*

*À direção, coordenação, professores e sala de recursos da E.E. Dom Pedro II, pela acolhida desde o PIBID e pela compreensão da importância desta pesquisa para minha formação como professora.*

*Aos estudantes participantes da pesquisa, que tanto me ensinaram sobre meu papel enquanto professora e sobre a importância da inclusão.*

*À PROGRAD da UTFPR, que auxiliou financeiramente a execução desta pesquisa.*

*Agradeço especialmente à banca deste trabalho, professor Rubens Ferronato e professora Flávia Dias, pelas contribuições e encaminhamentos sugeridos.*

*E a todas pessoas que de alguma forma enriqueceram estes anos de aprendizado.*

*Muito obrigada!*

# RESUMO

OLIVEIRA, Natalia Mota. Situações Desencadeadoras de Aprendizagem no Ensino de Álgebra para Estudantes Deficientes Visuais. 2020. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 114p. 2020.

Adotando-se os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade e apoiando-se na fundamentação teórico-metodológica da Atividade Orientadora de Ensino (MOURA, 2010), nesta pesquisa buscou-se analisar como as situações desencadeadoras de aprendizagem podem contribuir para a apropriação de conceitos algébricos para estudantes deficientes visuais. Participaram da pesquisa dois estudantes deficientes visuais, um do 7º ano e uma do 8º ano, ambos frequentando a sala de recursos multifuncionais tipo II de uma escola pública da rede estadual, localizada em Curitiba. Por meio da análise de episódios (CARAÇA, 1989), foram explorados momentos que revelam ou não a aprendizagem dos alunos durante a pesquisa de campo que se constituiu através do desenvolvimento de três situações desencadeadoras de aprendizagem. Os isolados analisados são: “mediação”, “sujeitos em atividade” e “apropriação dos conhecimentos algébricos”. Os resultados foram obtidos através da análise dos áudios, vídeos e registros escritos das intervenções e também do diário de bordo da pesquisadora. Aponta-se ao fim da pesquisa que as situações desencadeadoras de aprendizagem contribuíram para a construção de mediação simbólica e instrumental, possibilitando assim a apropriação dos nexos conceituais da álgebra (variação, campo de variação e fluência) além de contribuir com o aprendizado de alguns conteúdos escolares selecionados (reconhecimento de incógnitas, dependência de variáveis e operações com monômios e polinômios). Entretanto, também se percebeu que estas contribuições estão diretamente ligadas a acessibilidade da situação, isto é, se há adaptações/construção de materiais visando as necessidades específicas dos estudantes.



**Palavras-chave**: Ensino de Álgebra. Deficiência Visual. Teoria Histórico-Cultural. Atividade Orientadora de Ensino. Situações Desencadeadoras de Aprendizagem.

# ABSTRACT

OLIVEIRA, Natalia Mota. Triggering Learning Situations in Teaching Algebra to Visually Impaired Students. 2020. Monograph (Mathematics Licenciature) – Federal Technological University of Paraná. Curitiba, 114p. 2020.

Adopting the assumptions of Historical-Cultural Theory and Activity Theory and relying on the theoretical and methodological basis of the Teaching Guidance Activity (MOURA, 2010), this research sought to analyze how the triggering situations of learning can contribute to the appropriation of algebraic concepts for visually impaired students. Two visually impaired students participated in the research, one from the 7th grade and one from the 8th grade, both attending the type II multifunctional resource room of a public school in the state network, located in Curitiba. Through the analysis of episodes (CARAÇA, 1989), moments that reveal or not the students' learning were explored during the field research that was constituted through the development of three triggering learning situations. The analyzed isolates are: "mediation", "active subjects" and "appropriation of algebraic knowledge". The results were obtained through the analysis of audios, videos and written records of the interventions and also from the researcher's logbook. It is pointed out at the end of the research that the triggering situations of learning contributed to the construction of symbolic and instrumental mediation, thus enabling the appropriation of the conceptual nexus of algebra (variation, field of variation and fluency) in addition to contributing to the learning of some school contents selected (recognition of unknowns, dependence on variables and operations with monomials and polynomials). However, it was also noticed that these contributions are directly linked to the accessibility of the situation, that is, if there are adaptations / construction of materials aimed at the specific needs of students.

**Keywords**: Algebra Teaching. Visual Impairment. Historical-Cultural Theory. Teaching Guide Activity. Triggering Learning Situations.

## LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE TABELAS

## LISTA DE QUADROS

## SUMÁRIO

# 1. INTRODUÇÃO

As experiências que um professor toma para si como referências para sua atuação profissional podem vir de diversas fontes: seja das aulas do curso de licenciatura, de um projeto desenvolvido, da sua própria experiência enquanto aluno do ensino básico ou até mesmo de uma conversa informal com colegas de trabalho. O fato é: formar-se professor vai muito além da graduação. Para um olhar atento às possibilidades, inspirações e reflexões estão presentes a todo momento.

O curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) oferece aos seus estudantes diversas possibilidades relacionadas aos processos de ensino, pesquisa e extensão. Ao longo da graduação, a pesquisadora passou por vários marcos: já no primeiro período participou de dois projetos de extensão, o Matemática Acessível, trabalhando inclusão de alunos com altas habilidades/superdotação, e o Oficina Pedagógica de Matemática, estudando as situações desencadeadoras de aprendizagem (MOURA et. al., 2010). O primeiro projeto gerou uma publicação pela I Semana Acadêmica das Licenciaturas da UTFPR, intitulada "Projeto de extensão: Matemática Acessível" (ITONAGA; OLIVEIRA; OLIVEIRA, 2017).

A discussão sobre a inserção de deficientes visuais na escola se intensificou no curso de Licenciatura em Matemática quando uma estudante teve interesse em fazer seu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) com deficientes visuais (DIAS, 2018). Mobilizados pela importância desta discussão, no final de 2017, os participantes do projeto Matemática Acessível procuraram atender outras Pessoas com Necessidades Educacionais Específicas (PNEE), principalmente deficientes visuais.

Observando esta demanda, mas compreendendo as dificuldades de se estruturar algo tão amplo dentro do projeto Matemática Acessível, surgiu o projeto "A Organização do Ensino de Matemática para Cegos" (2018), do qual, ainda em 2017 e em seu segundo período da graduação, a pesquisadora tornou-se bolsista e organizadora.

O trabalho de bolsista era estruturar o projeto, planejar ações que levassem os participantes (todos futuros docentes ou docentes) a refletir sobre a inclusão de pessoas com deficiência visual e oportunizar o contato com estes estudantes. O projeto foi desenvolvido durante o primeiro semestre de 2018 com encontros semanais de três horas de duração e contava com ações como um ciclo de palestras aberto a comunidade, onde professores e pessoas com deficiência visual eram convidados a contar suas experiências. Estas palestras ocupavam metade dos encontros do projeto e cada uma durava uma hora e meia, sendo o tempo restante destinado a leitura de artigos e livros. Os materiais eram selecionados de acordo com os temas associados ao processo de ensino e aprendizagem de deficientes visuais e demandas dos próprios participantes do projeto. Houve a organização em subgrupos para elaboração de situações de ensino para alunos do Instituto Paranaense de Cegos, com temas como: unidades de medida, perímetro, divisão e frações (OLIVEIRA; PANOSSIAN, 2018).

Um resultado deste projeto foi divulgado em “Adaptando o Fantan: Uma Possibilidade para organizar o Ensino de Divisão Euclidiana para Estudantes com Deficiência Visual” (CRUZ et. al, 2018a). Paralelamente, a pesquisadora manteve-se na organização também do projeto Matemática Acessível. Outros resultados destes projetos foram divulgados em apresentações na II Semana Acadêmica das Licenciaturas da UTFPR, intituladas “Estratégias de Ensino de Matemática para cegos” (OLIVEIRA et al, 2018a) e “Geometria na pipa: expandindo conhecimentos matemáticos dos alunos com altas habilidades/superdotação” (OLIVEIRA et al, 2018b) e também em um minicurso chamado “Fantan: uma proposta de ensino de divisão euclidiana para deficientes visuais” (OLIVEIRA; CRUZ; GOINSK, 2018). Foram realizadas duas comunicações orais na Jornada de Matemática, Matemática Aplicada e Educação Matemática (J3M) da Universidade Federal do Paraná intituladas “Geometria na pipa: expandindo conhecimentos matemáticos de alunos com altas habilidades/superdotação” (OLIVEIRA et. al. 2018c) e “FANTAN: Uma Proposta de Ensino de Divisão Euclidiana para Deficientes Visuais” (CRUZ et. al, 2018b), este último foi premiado com o título de excelência acadêmica neste evento. O trabalho derivado do relatório da bolsista e intitulado “Projeto de Extensão: A Organização do Ensino de Matemática para Cegos” (OLIVEIRA; PANOSSIAN, 2018) foi premiado como melhor comunicação oral do campus Curitiba da UTFPR no VIII Seminário de Extensão e Inovação da UTFPR (VIII SEI).

Neste movimento do projeto, com ações de leituras, orientando os participantes e entrando em contato com os estudantes, apesar do vínculo com a área, a pesquisadora não havia trabalhado diretamente com deficientes visuais, tendo apenas auxiliado na execução dos planejamentos dos participantes do projeto.

Apenas no quarto período da graduação, quando iniciou uma bolsa do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), a pesquisadora começou, de fato, a planejar o ensino de matemática para deficientes visuais ao acompanhar o caso de um estudante com deficiências múltiplas, dentre elas, visual. Foi um semestre todo de intervenções na Sala de Recursos Multifuncionais Tipo II de uma escola estadual, em Curitiba, que deram origem à apresentação “Números Inteiros e Deficiências Múltiplas: um estudo de caso durante o PIBID” (OLIVEIRA; PANOSSIAN, 2019) no III Encontro das Licenciaturas Região Sul (III ENLICSUL).

As experiências vividas, bem como as angústias compartilhadas com os professores, não se apagaram com a saída do PIBID. Em vários momentos a álgebra se mostrou um sério problema a ser discutido. Logo no primeiro contato com os alunos deficientes visuais do PIBID a professora da Sala de Recursos Multifuncionais da escola solicitou que explicasse como ocorre o processo de resolução de uma equação. A pesquisadora, então, recorreu a ideia de equilíbrio, mas a aluna não conhecia a balança de dois pratos, por fim, utilizou a ideia visual tomando as mãos da aluna e lhe explicando o “passa para o outro lado”, sem fazer ideia de como explicar o conceito de igualdade envolvido. Mas como esta explicação não pareceu suficiente, desse dia em diante surgiram questionamentos de como explicar e como adaptar materiais para ensinar os conceitos e os mecanismos da matemática para deficientes visuais, considerando que a álgebra continuava sendo um problema.

Foi assim que surgiu a vontade de aliar o ensino para deficientes visuais com a Atividade Orientadora de Ensino, na busca por compreender as possibilidades no processo de organização do ensino de álgebra para estes educandos.

Já existem trabalhos (PANOSSIAN, 2008; ALVES, 2016; CEDRO, 2004) que tratam das inúmeras contribuições da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) para o ensino de álgebra, mas restava o problema que contribuições podem ser evidenciadas quando se trata de alunos com deficiência visual?

Esta pergunta é norteadora deste trabalho de conclusão de curso, que constitui, portanto, uma síntese de vários momentos e indagações que surgiram ao longo da graduação, sendo fruto de um processo de cerca de três anos de estudos e seis semanas de intervenções na escola.

As inquietações durante esta trajetória levaram a pesquisadora a definir o objetivo de **analisar como situações desencadeadoras de aprendizagem auxiliam na apropriação de conhecimentos algébricos para estudantes deficientes visuais**.

Na busca por elementos que direcionem a pesquisa, foi necessário, primeiramente, entender quem são estes alunos e porque é preciso repensar o ensino de matemática para eles (Capítulo 2). Para além disso, é um passo importante compreender os elementos do referencial teórico-metodológico adotado (Capítulo 3). E, ainda, é necessário buscar uma visão do que é álgebra, o que se ensina de álgebra e como se ensina (Capítulo 4). Com base nestes estudos e fundamentações, vê-se o caminho metodológico a ser trilhado (Capítulo 5) e busca-se nele a resposta para a pergunta norteadora da pesquisa (Capítulo 6).

Este trabalho faz parte de uma pesquisa maior, intitulada "O desenvolvimento do pensamento matemático de alunos deficientes visuais: uma análise através da teoria histórico-cultural". A pesquisa constitui-se no desenvolvimento de dois trabalhos de conclusão de curso de licenciatura em matemática da UTFPR. A realização desta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética e Pesquisa da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CAAE: 12565419.0.0000.5547, número do parecer: 3.392.138).

Vale a pena ressaltar que os resultados apresentados nesta pesquisa, mesmo que busquem generalizações, são, ainda, específicos. É necessário sempre lembrar-se que ainda que as situações desencadeadoras apresentadas possam ser desenvolvidas em outros momentos, com outros alunos e por outros professores, o encaminhamento escolhido e a mediação da pesquisadora são específicos do momento em que a pesquisa foi realizada.

Por fim, é necessário compreender que toda situação de ensino depende da forma como foi organizada, mas intenta-se que esta pesquisa possa dar subsídios e elementos que contribuam na busca pela resposta ao questionamento levantado e à novas pesquisas que podem surgir na área de ensino de álgebra.

# 2. INCLUSÃO E DEFICIÊNCIA VISUAL

O processo de formação docente é uma constante, exige estudos e reflexões ao longo de toda carreira. Nas palavras de Paulo Freire,

> Ninguém começa a ser educador numa certa terça-feira às quatro da tarde. Ninguém nasce educador ou marcado para ser educador. A gente se faz educador, a gente se forma, como educador, permanentemente, na prática e na reflexão sobre a prática. (1991, p. 58).

Da mesma forma, buscar a inclusão não é um processo automático inerente às escolas, mas demanda esforços constantes de toda equipe escolar. Desde a década de 1990, quando se iniciaram os debates sobre a inclusão em sala de aula regular, muito mudou, leis e estatutos foram criados, estatísticas se alteraram e novos recursos surgiram. Assim, a busca pela efetivação da inclusão passa pela reflexão e estudo constantes, e também pela consciência dos direitos dos estudantes.

## 2.1. LEGISLAÇÃO E DIREITOS DOS DEFICIENTES VISUAIS

Segundo o artigo 5º da resolução do Conselho Nacional de Educação e da Câmara de Educação Básica (CNE/CEB) nº 2 (BRASIL, 2001), consideram-se "educandos com necessidades educacionais especiais" pessoas que, durante o processo educacional, apresentem:

> I - dificuldades acentuadas de aprendizagem ou limitações no processo de desenvolvimento que dificultem o acompanhamento das atividades curriculares, compreendidas em dois grupos:
> a) aquelas não vinculadas a uma causa orgânica específica;
> b) aquelas relacionadas a condições, disfunções, limitações ou deficiências;
> II – dificuldades de comunicação e sinalização diferenciadas dos demais alunos, demandando a utilização de linguagens e códigos aplicáveis;
> III - altas habilidades/superdotação, grande facilidade de aprendizagem que os leve a dominar rapidamente conceitos, procedimentos e atitudes.

Destaca-se aqui o caso das pessoas com deficiências e o caso das pessoas com limitação de comunicação, tendo em vista que os deficientes visuais fazem parte destes dois grupos, pois eles não utilizam a linguagem visual, o que por vezes pode ser uma limitação no processo de compreensão do conteúdo escolar.

Segundo dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), em 2010[1], dos 16.562.084 estudantes entre 10 a 14 anos do Brasil, 1.828.482 (aproximadamente 11%) possuíam alguma deficiência.

Estes dados continuam expressivos quando se observa que são 23.634 educandos com estas características apenas em Curitiba (PR), onde há 258.851 estudantes desta faixa etária distribuídos em 264 escolas[2] de anos finais do ensino fundamental em funcionamento em 2010. Observando estes dados percebe-se que aproximadamente 9% dos estudantes de Curitiba que estão entre 10 e 14 anos possuem algum tipo de deficiência.

Já os dados do Censo Escolar de 2019 do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira (INEP) apontam para 4.558.624 *estudantes das redes estaduais de ensino que cursam os anos finais do Ensino Fundamental na zona urbana*, dentre os quais 146 mil (aproximadamente 3,2%) são estudantes da educação especial matriculados tanto em escolas regulares quanto em escolas especiais.

Apenas em Curitiba, também em 2019, haviam 1.727 estudantes da educação especial (aproximadamente 2,7%) dentre as 62.887 matrículas nos *anos finais do Ensino Fundamental da rede estadual de ensino*.

Não é possível tecer comparações entre estes dados por serem de institutos diferentes e categorias diferentes, mas ambos expressam a mesma mensagem: há um número significativo de estudantes com deficiência nas redes regulares de ensino e é preciso lidar com isso.

Apesar de o IBGE classificar os níveis de deficiência visual como "não consegue de modo algum", "grande dificuldade" e "alguma dificuldade"[3], o decreto de lei nº. 5.396 (BRASIL, 2004) considera pessoas com deficiência visual aquelas que:

i. Possuem **cegueira**, quando a acuidade visual é igual ou inferior a 0,05 no melhor olho com a melhor correção óptica e;

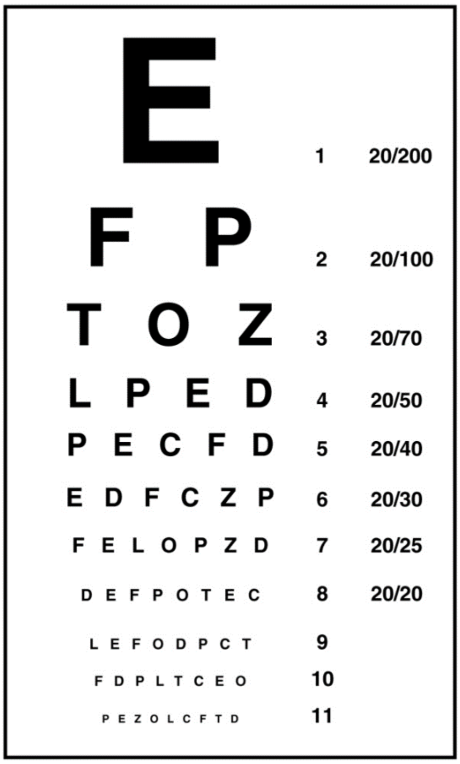
---

[1] Tabela disponível em: <https://sidra.ibge.gov.br/tabela/3428#resultado>. Acesso em: 25 set. 2019.
[2] Resultado disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/pr/curitiba/pesquisa/13/78117?ano=2010>. Acesso em: 25 set. 2019.
[3] Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/pr/curitiba/pesquisa/23/23612?detalhes=true>. Acesso em: 25 set. 2019.

ii. Possuem **baixa visão**, quando a acuidade visual está entre 0,05 e 0,3 no melhor olho também com melhor correção óptica.

A acuidade visual é a aptidão do olho para distinguir contornos, formas e detalhes (FLORIO, 2016). O teste é feito posicionando o indivíduo a 6 metros da Tabela de Snellen (Figura 1) e observando até que linha ele é capaz de ler. A partir desta medição é possível traçar comparações entre a aptidão da pessoa e de alguém que com ou sem correção óptica tem acuidade visual sem restrições, chamada vidente total (Tabela 1).

Figura 1 - Tabela de Snellen




Fonte: FLORIO, 2016.

Tabela 1 - Tabela de Acuidade Visual.

| Fração | Decimal | Porcentagem |
|---|---|---|
| 20/60 = 1/3 | 0,3 | ≅30% |
| 20/100 = 1/5 | 0,2 | 20% |
| 20/200 = 1/10 | 0,1 | 10% |
| 20/400 = 1/20 | 0,05 | 5% |
| 20/800 = 1/40 | 0,025 | 2,5% |

Fonte: Adaptada de: FLORIO, 2016.

Assim, uma pessoa cega que tem acuidade visual igual ou inferior a 0,05 (1/20), vê a 1 metro ou menos de distância o que um vidente total veria a 20 metros de distância, chegando aos casos de cegueira total em que não se vê nem vulto do objeto. Da mesma forma, uma pessoa com baixa visão, que tem acuidade visual entre 5% (1/20) e 30% (1/3), poderá ver a 1 metro de distância objetos e detalhes que um vidente total veria a 3 metros chegando até a ver a 1 metro objetos e detalhes que um vidente total poderia enxergar em até 20 metros. Portanto, a proporção 1 para 20 é o limiar entre cegueira e baixa visão.

Nestas duas definições percebe-se que deficientes visuais também podem enxergar, principalmente os que possuem baixa visão, entretanto, ainda são necessárias adaptações para que eles possam ser capazes de compreender detalhes de representações visuais.

O nível de percepção visual e, mais amplamente, o tipo de deficiência do aluno, influenciam nas adaptações necessárias para que ele se aproprie dos conhecimentos escolares, despertando, assim, o interesse e discussão sobre educação inclusiva a nível mundial. Desde a década de 1990, com a Declaração Mundial de Educação para Todos (UNESCO, 1998) realizada em Jontien, Tailândia, vem-se discutindo os direitos de pessoas com deficiência – dentre eles o direito à educação. Destaca-se do artigo 3º deste documento, os seguintes itens

> **1. A educação básica deve ser proporcionada a todas as crianças, jovens e adultos.** Para tanto, é necessário universalizá-la e melhorar sua qualidade, bem como tomar medidas efetivas para reduzir as desigualdades.
> [...]
> 5. As necessidades básicas de aprendizagem das pessoas portadoras de deficiências requerem atenção especial. É preciso tomar medidas que garantam a igualdade de acesso à educação aos portadores de todo e qualquer tipo de deficiência, como parte integrante do sistema educativo. (UNESCO, 1990, p. 4). [grifo dos autores].

Com estes propósitos em mente, representantes de 88 países se reuniram para escrever a Declaração de Salamanca (UNESCO, 1994), onde reforçaram a responsabilidade dos governos com a educação de PNEE e que "toda criança possui características, interesses, habilidades e necessidades de aprendizagem que são únicas" (UNESCO, 1994, p.1). Assim sendo, defendiam que se utilizasse nos sistemas escolares dos vários países uma pedagogia centrada na criança, reconhecendo suas potencialidades independentemente de o indivíduo possuir ou não alguma deficiência.

No Brasil, o direito à educação é garantido a todo cidadão pelo artigo 6º da Constituição Federal (BRASIL, 1988) e reforçado pelo 23º artigo do mesmo documento ao afirmar que:

> Art. 23. É competência comum da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios:
> [...] V - proporcionar os meios de acesso à cultura, à educação, à ciência, à tecnologia, à pesquisa e à inovação;

Além disso, o artigo 3º da resolução do Conselho Nacional de Educação e da Câmara de Educação Básica (CNE/CEB), define Educação Especial como:

> [...] um processo educacional definido por uma proposta pedagógica que assegure recursos e serviços educacionais especiais, organizados institucionalmente para apoiar, complementar, suplementar e, em alguns casos, substituir os serviços

> educacionais comuns, de modo a garantir a educação escolar e promover o desenvolvimento das potencialidades dos educandos que apresentam necessidades educacionais especiais, em todas as etapas e modalidades da educação básica. (BRASIL, 2001, p. 1).

Este artigo deixa claro que em apenas alguns casos a educação especial irá substituir a educação regular, isto é, na maioria dos casos estes sujeitos fazem parte da rede regular de ensino. Outros documentos legais expressam a mesma ideia, como a Lei de Diretrizes de Bases (LDB) que afirma em seu artigo 58 que o ensino deve ser ofertado "preferencialmente na rede regular de ensino" (BRASIL, 1996). Este mesmo pensamento já era defendido na Declaração de Salamanca, ao afirmarem que:

> escolas regulares que possuam tal orientação inclusiva constituem os meios mais eficazes de combater atitudes discriminatórias criando-se comunidades acolhedoras, construindo uma sociedade inclusiva e alcançando educação para todos; além disso, tais escolas provêm uma educação efetiva à maioria das crianças e aprimoram a eficiência e, em última instância, o custo da eficácia de todo o sistema educacional. (UNESCO, 1994, p.1).

Portanto a educação inclusiva de quaisquer alunos na rede regular de ensino é compromisso do Estado. Compromisso e preocupação que são compartilhados com os professores que atendem diariamente estes alunos.

## 2.2. RECURSOS DE ACESSIBILIDADE

Para garantir estes direitos às pessoas com deficiência é necessário que se garanta a acessibilidade, isto é, que todos, com ou sem deficiência possam fazer uso, com segurança e autonomia, de todos espaços, mobiliários, transporte, meios de comunicação, sistemas e tecnologias, serviços e instalações abertos ao público (BRASIL, 2015).

Por outro lado, para se garantir a acessibilidade têm-se que analisar e eliminar as barreiras existentes, ou seja, qualquer obstáculo ou atitude que impeça a participação social da pessoa e a acessibilidade (BRASIL, 2015). Uma forma de se superar estas barreiras é criar produtos com a concepção de Desenho Universal: produtos/espaços que possam ser utilizados por pessoas com ou sem deficiência, sem necessidade de adaptações específicas (BRASIL, 2015).

Da mesma forma, as tecnologias assistivas também são recursos para garantir a acessibilidade caracterizadas como

> produtos, equipamentos, dispositivos, recursos, metodologias, estratégias, práticas e serviços que objetivem promover a funcionalidade, relacionada à atividade e à participação da pessoa com deficiência ou com mobilidade reduzida, visando à sua autonomia, independência, qualidade de vida e inclusão social (BRASIL, 2015).

Ao colocar metodologias e estratégias como tecnologias assistivas, o Estatuto das Pessoas com Deficiência mostra que a ideia de "tecnologia" utilizada está relacionada à produção humana, inclusive a produção docente, isto é, a organização do ensino.

Dessa forma, chega-se ao ponto em que a responsabilidade da inclusão, que é do Estado, recaí também sobre os professores, pois é direito das PNEE, segundo o artigo 59 da LDB, "currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específicos, para atender às suas necessidades" (BRASIL, 1996). Ainda de acordo com este artigo, estas adaptações/reformulações são responsabilidade dos sistemas de ensino, isto é, das escolas e, mais especificamente, dos professores de cada disciplina.

Entretanto, em conversas com professores de salas regulares percebe-se que ainda há muitas divergências na aceitação do ensino inclusivo. Nas palavras de Mittler,

> Os professores do ensino regular consideram-se incompetentes para lidar com as diferenças em sala de aula, especialmente atender os alunos com deficiência, pois seus colegas especializados sempre se distinguiram por realizar unicamente este atendimento e exageraram esta capacidade de fazê-lo aos olhos de todos. (MITTLER apud MANTOAN, 2003, p.14)

Contudo, prezar pelos direitos dos alunos com deficiência não é uma escolha do professor, conforme vimos na legislação. Portanto, faz-se necessário investigar formas de organização do ensino que possibilitem a interação e produção de conhecimentos, tendo em vista que o papel do professor na inclusão é primordial. Como nem toda escola possui sala de recursos multifuncionais do tipo II[4] em suas dependências e deficientes visuais não possuem direito a acompanhamento especializado, então, em sala regular, é o professor o responsável por organizar as ações dos estudantes, sendo essencial que a metodologia escolhida seja acessível a todos.

---

[4] Segundo o portal do Ministério da Educação, as salas de recursos multifuncionais são salas "[...] com materiais pedagógicos e de acessibilidade, para a realização do atendimento educacional especializado, complementar ou suplementar à escolarização. A intenção é atender com qualidade alunos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação, matriculados nas classes comuns do ensino regular". Sendo um projeto nacional, existem no mínimo dois tipos de SRM: a tipo I, destinada a deficiências mentais, intelectuais e motoras, e a tipo II, destinada a deficientes visuais. Algumas cidades subdividem a sala tipo I em outros tipos. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/32715>. Acesso em 25 fev. 2020.

Além disso, a adaptação de currículos e materiais não é necessariamente fruto de um esforço inalcançável, mas, muitas vezes, pequenas mudanças já produzem resultados positivos. Segundo Dias (2018)

> Pequenas modificações na organização da sala de aula e da própria aula, já trazem diferença significativa ao estudante cego, como por exemplo, a disposição das mesas e cadeiras, ao invés de organizar os estudantes em fileiras, como comumente é feito, pode-se organizá-los em pequenos grupos, criando assim maior interação, de modo a proporcionar aos estudantes o contato com diferentes perspectivas de aprendizado, permitindo que haja maior socialização, onde um auxilie o outro. (DIAS, 2018, p.23).

Essa afirmação é confirmada nos relatos dos estudantes que participaram da pesquisa de Rodrigues e Silva (2013), onde um deles relata que:

> [Ao longo dos anos] A dificuldade dos conteúdos foi aumentando, principalmente Matemática, Física, Química. Tive dificuldades com os conceitos do ensino médio, pois os professores não valorizavam a adaptação de material como é feito aqui. Por exemplo, o experimento para reconhecer o modelo da terra redonda. Me surpreendeu porque não tinha essa compreensão. Eu acreditava por ler na bíblia, mas eu não tinha essa compreensão. Então esse é um dos exemplos da importância da construção do material tátil que vá possibilitar que o aluno deficiente e o aluno não deficiente vão aprender esse conteúdo. (RODRIGUES; SILVA, 2013, p. 163-164).

A falta de adaptações na perspectiva de Desenho Universal na sala de aula regular gera nos educandos dificuldades de compreensão e desmotivação, como relatado por outro estudante participante da mesma pesquisa:

> Eu ia pra escola, só dormia, chegava lá às 7h e dormia até 10h porque a professora não me incluía nas brincadeiras. Todo mundo ia brincar e eu ficava lá no meu canto. Aí chegou um dia que minha mãe percebeu e perguntou o que eu fazia na escola, e eu disse que só dormia; então ela foi e me tirou da escola. (RODRIGUES; SILVA, 2013, p. 161).

Apesar dos participantes constatarem que se sentiram mais acolhidos no Instituto de Cegos, onde compartilhavam as angústias com colegas que passavam pelas mesmas dificuldades, também afirmam que as dificuldades encontradas, como falta de conhecimento dos professores sobre as possibilidades e recursos disponíveis, não tiram a importância da educação inclusiva em sala regular:

> Eu acho isso um problema a ser resolvido porque ao mesmo tempo em que a sala regular não dá as devidas condições, mas eu também entendo que se eu fizesse o meu ensino médio todinho no Instituto eu acho que não ia estar com esse preparo emocional pra vida. Essa coisa de você socializar, você tá com dificuldade e chegar pro vidente e pedir pra ele ditar. Eu acho bem importante a questão da socialização, que o mundo real é diferente do mundo que a gente tem lá no Instituto, que tem em qualquer escola especializada. (RODRIGUES; SILVA, 2013, p. 165).

Adiante na pesquisa de Rodrigues e Silva há relatos destes dois estudantes sobre a acolhida e inclusão presentes no Instituto Federal de Educação do Rio Grande do Norte

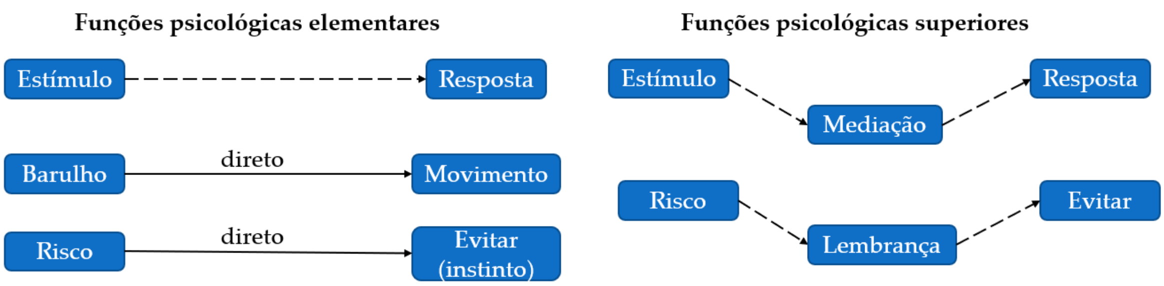
(IFRN), onde eles conseguem interagir e compreender as aulas. Dessa forma, conclui-se que é possível e ideal que se utilize as mesmas tarefas, situações de ensino e metodologias com todos os estudantes da sala, entretanto, para pensar metodologias e estratégias de ensino é necessário adotar concepções acerca deste processo. Neste trabalho, adota-se a Atividade Orientadora de Ensino, ancorada nos princípios da Teoria Histórico-Cultural e na Teoria da Atividade, como referencial teórico para compreender os processos de ensino e de aprendizagem.

# 3. TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL E ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO

Para compreender a aprendizagem da forma como é proposta por Vygotsky é necessário pensar que todas ações humanas que envolvem funções psicológicas superiores, isto é, os mecanismos psicológicos que permitem o controle consciente do comportamento e as ações intencionais, são mediadas por algum instrumento ou signo.

Logo, uma distinção clara entre as funções psicológicas superiores e elementares é que nestas últimas há uma relação direta entre estímulo e resposta, já nas primeiras esta relação é mediada (OLIVEIRA, 1997). Exemplificando isto, têm-se as reações automatizadas (como voltar o olhar em direção a um barulho repentino e estridente) e as associações simples de eventos (como evitar situações de risco instintivamente) derivadas de funções psicológicas mais elementares. Por outro lado, evitar uma situação de risco porque tem uma lembrança associada ou por um aviso de outra pessoa é um exemplo de resposta mediada. Nestes exemplos, podemos pensar as seguintes relações:

Figura 2 - Funções psicológicas elementares e superiores.




Fonte: Autoria própria (2020).

Desta forma, podemos entender a mediação como a intervenção de um elemento mediador numa relação que antes era direta, ou seja, agora essa relação é mediada. Esta relação, compreendida como estímulo e resposta, também se aplica na relação do ser humano com o mundo, onde, diante de um estímulo do mundo (ou de si próprio) o ser humano tem uma resposta (uma ação) no mundo. Segundo Oliveira (1997), Vygotsky distinguiu dois tipos de elementos mediadores: os instrumentos e os signos.

O instrumento como elemento mediador caracteriza-se por uma forma mais simples e direta de mediação, um objeto buscado para certo objetivo. Apesar de mais simples que os signos, carrega em si a função e o modo de utilização para a qual foi desenvolvido pelo grupo social que o criou. Uma observação interessante é que mesmo que animais utilizem instrumentos, segundo Vygotsky, eles não os guardam e nem preservam uma função para eles (muito menos a transmitem a outros indivíduos), logo, não há um caráter histórico-cultural intrínseco a eles (OLIVEIRA, 1997).

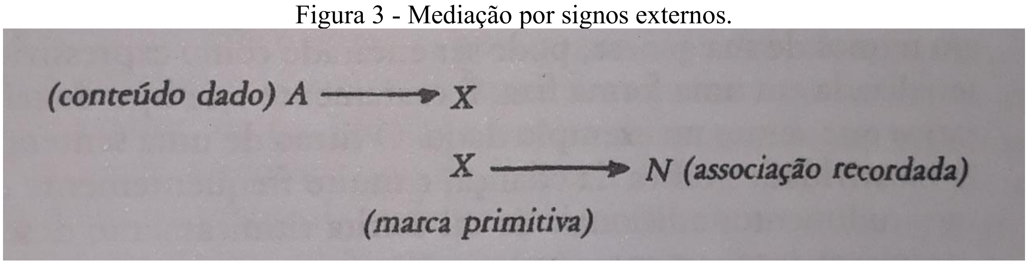
Diferentemente dos instrumentos que são mediadores externos ao indivíduo, os signos são representações mentais da realidade e podem referir-se a elementos ausentes no espaço e tempo. Essas representações mentais podem ser apenas internas ou vir acompanhadas de alguma marca externa. Assim, todo tipo de marca, sinal, desenho ou objeto a que seja atribuído um significado também é considerado um signo.

Ao longo de sua vida, um indivíduo irá realizar operações mediadas por signos e nestas operações mentais os signos podem aparecer de duas formas: como signo externo ou como signo auxiliar.

Na infância há predominância do uso de signos externos, chamados por Luria (1986) de marcas primitivas, quando a criança "organiza os estímulos externos para levar avante as suas respostas". (VYGOTSKY, 2000, p. 51). Assim, amarrar uma fita no dedo para lembrar-se de um compromisso, como por exemplo lembrar-se de comprar pão, é um exemplo de signo externo, é uma marca externa, "[...] uma sugestão, evocando alguma reação (assimilação) no sujeito" (LURIA, 1986, p. 160). O uso de signos externos depende fortemente da memória daquele que os usa, pois o signo por si só não é capaz de estabelecer uma relação com o motivo de ter sido feito. Isto é, sem a utilização da memória ou da assimilação, uma fita atada ao dedo não possui um significado específico como "comprar pão".

Assim, Luria (1986) coloca que apesar de os signos externos constituírem um elemento mediador do pensamento há uma "quebra" onde a assimilação feita através do signo externo pode não ter nenhuma relação com o conteúdo dado, isto é, com o propósito inicial deste signo. Portanto a relação estabelecida seria:

Figura 3 - Mediação por signos externos.




Fonte: Luria, 1986, p. 160.

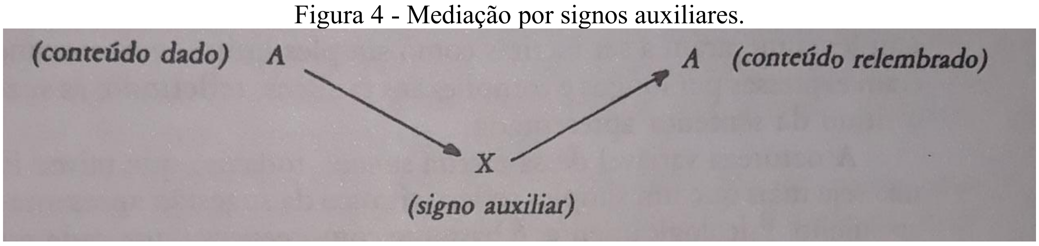
Vygotsky salienta que através do processo de internalização estas marcas externas se transformam em signos internos "Ocorre o que chamamos de internalização; os signos externos, de que as crianças em idade escolar necessitam, transformam-se em signos internos, produzidos pelo adulto como um meio de memorizar" (2000, p. 33).

> Por um lado, a utilização de marcas externas vai se transformar em processos internos de mediação; esse mecanismo é chamado, por Vygotsky, de **processo de internalização**. Por outro lado, são desenvolvidos sistemas simbólicos, que organizam os signos em estruturas complexas e articuladas. (OLIVEIRA, 1997, p. 34) *[grifo da autora]*.

A principal característica dos signos auxiliares é a relação direta entre o que se vê (símbolo) e o significado disso, numa relação em que o símbolo leva diretamente ao significado.

> Imaginemos o processo de escrita (alfabética, pictográfica ou resultado de um acordo convencional) em um adulto. Um certo conteúdo A é escrito com o símbolo X. Quando um leitor olha para esse símbolo, ele imediatamente pensa no conteúdo A. (LURIA, 1986, p. 160).

Figura 4 - Mediação por signos auxiliares.




Fonte: Luria, 1986, p. 160.

O uso da linguagem escrita também tem níveis de desenvolvimento: primeiramente a linguagem escrita precisa ser mediada pela linguagem oral para somente assim possuir significado, posteriormente a linguagem escrita por si só passa a ter significado ao indivíduo.

Assim, a mediação tem o poder de libertar o indivíduo da necessidade de interação concreta com os objetos, sendo possível organizar ideias e planejar ações. Para Vygotsky (1986), é por meio dos processos de internalização da mediação que se dá a aprendizagem e, consequentemente, o desenvolvimento dos sujeitos.

Além disso, esta aprendizagem não começa na escola, mas a criança já aprende muito antes desta etapa através do contato com a família, com a cultura e língua do local onde nasceu, com as construções humanas presentes em sua residência, nas brincadeiras com outras crianças, etc. Assim, para Vygotsky,

> Toda a aprendizagem da criança na escola tem uma pré-história. Por exemplo, a criança começa a estudar aritmética, mas já muito antes de ir à escola adquiriu

> determinada experiência referente à quantidade, encontrou já várias operações de divisão e adição, complexas e simples; portanto, a criança teve uma pré-escola da aritmética, e o psicólogo que ignora este fato está cego (VYGOTSKY, 1986, p.109).

Desta forma, a escola não pode ser compreendida apenas como espaço em que se aprende, mas precisa ser pensada como o local onde o ensino é *intencional*, principalmente considerando-se que, na Teoria Histórico-Cultural a aprendizagem se dá primeiramente no plano interpsíquico para depois passar ao plano intrapsíquico. Isto é, o sujeito tem seu primeiro contato com o novo conhecimento no âmbito coletivo para só depois, pelo processo de internalização, se apropriar individualmente daquele conhecimento. Vale ressaltar que este processo, apesar de coletivo, difere de indivíduo para indivíduo já que cada um carrega experiências próprias que influenciam diretamente na forma como interpretam o novo conhecimento.

Além disso, Vygotsky ainda considera que uma organização apropriada da aprendizagem "conduz ao desenvolvimento mental, ativa todo um grupo de processos de desenvolvimento, e esta ativação não poderia produzir-se sem a aprendizagem" (VYGOTSKY, 1986, p. 115). Entretanto, este desenvolvimento não é único, mas sim considerado em dois níveis: o **desenvolvimento efetivo** e o **desenvolvimento potencial**.

Entende-se o nível de desenvolvimento efetivo como o nível de desenvolvimento das funções psicointelectuais resultantes de um desenvolvimento que já ocorreu. Desta forma, toma-se como "desenvolvimento efetivo" toda ação independente da criança, o que já desenvolveu e já domina sem ajuda de outros e sem demonstração.

Já o nível de desenvolvimento potencial compreende as ações que podem ser realizadas com apoio, ajuda, demonstração ou orientação. Desta forma, o nível de desenvolvimento potencial compreende também o nível efetivo, já que o que pode ser feito individualmente também poderá ser realizado com auxílio. Por isso, segundo Vygotsky (1986), as ações que podem ser realizadas apenas com ajuda, ou seja, a diferença entre o que pode ser realizado com auxílio e o que pode ser realizado de forma independente, definem a área de desenvolvimento potencial (também chamada de zona de desenvolvimento potencial).

Para Davydov (1982), a apropriação de conhecimentos teóricos é essencial para o desenvolvimento de toda potencialidade do sujeito, por isto, este deve ser o objetivo do processo de ensino. Conhecimentos teóricos são aqueles que inter-relacionam ideias particulares e gerais, enquanto conhecimentos empíricos são fundamentados em ideias particulares e abstrações imediatas destas ideias. Considera-se que os conhecimentos científicos são derivados de processos de conhecimento teórico.

Além disso, os conhecimentos científicos são expressões dos processos de pensamento e linguagem dos sujeitos. Davydov (1982) caracteriza dois tipos de pensamento humano: o pensamento empírico e o pensamento teórico. Consequentemente, pensamento empírico e conhecimento empírico estão diretamente relacionados, assim como pensamento teórico e conhecimento teórico.

Por um lado, o pensamento empírico é fruto das relações concretas do indivíduo com o mundo, incluindo processos de representação e de abstração derivados de experiencias concretas. Ele é "O método de obtenção e implementação de dados sensoriais pelos homens [...]" (DAVYDOV, 1982, p. 298 *[tradução nossa]*). Já o pensamento teórico "[...] é o domínio dos fenômenos objetivamente inter-relacionados que constitui um sistema integral. Sem ele e suas margens, esses fenômenos só podem ser objetos de observação empírica". (DAVYDOV, 1982, p. 306 *[tradução nossa]*). A função do pensamento teórico é "esclarecer a essência do objeto como uma lei geral de seu desenvolvimento" (DAVYDOV, 1982, p. 310 *[tradução nossa])*, isto é, é por meio do pensamento teórico que se pode conhecer a essencia de um objeto ou conceito.

Considera-se neste trabalho que a organização da aprendizagem que conduz ao desenvolvimento efetivo e à apropriação dos conhecimentos teóricos é orientada pela Teoria da Atividade proposta por Leontiev (1986).

Considera-se que um sujeito está *em atividade* (LEONTIEV, 1986) quando realiza ações em função de alguma necessidade e motivado por ela.

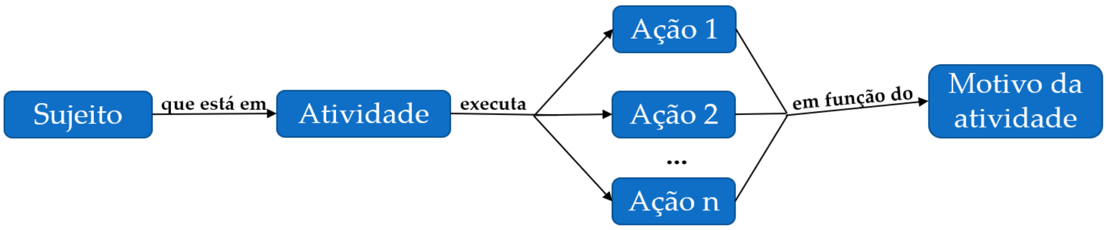
> Por atividade, designamos os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo. (LEONTIEV, 1986, p. 68).

O processo psicológico caracterizado como atividade e que define uma determinada fase do desenvolvimento do indivíduo é denominado "atividade principal", ou seja, é "a atividade cujo desenvolvimento governa as mudanças mais importantes nos processos psíquicos e nos traços psicológicos da personalidade da criança, em um certo estágio de seu desenvolvimento" (LEONTIEV, 1986, p. 65).

No movimento da atividade o sujeito realiza diversas ações a fim de suprir o motivo (objetivo do indivíduo) relacionado com a atividade e não com a ação. Desta forma, o motivo da ação não coincide com aquilo para que ela se dirige (LEONTIEV, 1986).

Um exemplo proposto por Leontiev (1986) é que o ato de ler um livro pode ser tanto uma ação quanto uma atividade. Supondo-se que um estudante está lendo um livro porque foi obrigado a fazê-lo para uma prova, têm-se que ler o livro não é uma atividade do sujeito, mas sim uma ação que este realiza na atividade "estudar para a prova". Entretanto, se este estudante está lendo um livro porque se interessa pelo assunto ou no decorrer do estudo, passa a lê-lo por causa de seu conteúdo, têm-se que, agora, o indivíduo encontra-se em atividade. Neste caso, o objeto da ação/atividade é a leitura do conteúdo do livro (ou seja, o que ele de fato realiza), mas esta ação só se torna atividade quando o estudante tem o objetivo de realizar a leitura do conteúdo do livro (que é um motivo essencialmente diferente de "tirar nota na prova"). Portanto, temos que só se caracteriza por atividade, os processos em que o objeto coincide com o motivo (objetivo do indivíduo).

Figura 5 - Esquema da atividade.




Fonte: Autoria própria.

Assim, resumidamente, um sujeito que está em atividade executará diversas ações para alcançar o objetivo desta atividade (motivo) e este motivo é aquilo a que este processo psicológico se dirige, isto é, motivo do sujeito coincide com o objeto do processo.

Esta forma de entender os processos psicológicos humanos que foi proposta por Leontiev pode ser aplicada a qualquer âmbito da vida e desenvolvimento do sujeito. Entretanto, para compreender como estes processos funcionam e se relacionam nos processos de ensino e aprendizagem, utiliza-se neste trabalho a fundamentação da Atividade Orientadora de Ensino.

## 3.1. ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO

O processo de organização intencional do ensino com vistas à aprendizagem dos estudantes, é reconhecido por Moura et al. (2016) como a *atividade de ensino*. É durante a atividade de ensino que o professor se constitui professor, aliando a prática, a teoria e suas reflexões para promover a *atividade de aprendizagem* do estudante (MOURA et al., 2016).

Ao longo da vida um sujeito está em atividade por diversas vezes e com diversas necessidades, um aluno que termina rapidamente de resolver uma lista de exercícios pode fazê-lo por vários motivos: porque deseja ser liberado antes da aula, porque a considera muito interessante, porque se sente desafiado a terminá-la, etc. Entretanto, considera-se que "O motivo da atividade de aprendizagem deve ser, por parte dos estudantes, a aquisição de conceitos teóricos, mediante ações conscientes que permitam a construção de um modo generalizado de ação" (MOURA et al., 2016, p. 107). Isto é, um estudante está em atividade de aprendizagem apenas quando o motivo pelo qual ele realiza as ações coincide com a necessidade presente no seu objeto de estudo, ou seja, ele resolve determinado problema porque está motivado a resolver o problema e não para "se livrar" do problema. Ao resolver o problema proposto o estudante planeja coletivamente e individualmente ações e estratégias que envolvem conceitos e desta forma aprende.

Para compreender as relações entre as atividades de ensino e de aprendizagem, Moura (1992) propôs o conceito de Atividade Orientadora de Ensino. A Atividade Orientadora de Ensino (AOE) mantém, segundo Moura (2016), a estrutura de atividade proposta por Leontiev, além disso "A atividade é orientadora no sentido de criar possibilidades de intervenção que permitem elevar o conhecimento do aluno." (MOURA, 2011, p. 94).

> Na AOE, ambos, professor e aluno, são sujeitos em atividade e como sujeitos se constituem como indivíduos portadores de conhecimentos, valores e afetividade que estarão presentes no modo como realizarão as ações que têm por objetivo um conhecimento de qualidade nova. (MOURA et al, 2010. p. 218).

Além disso, pode-se reconhecer que a necessidade do professor é ensinar e a do aluno é aprender, e que o objetivo do professor é transformar o sujeito que está em atividade de aprendizagem.

A busca por despertar uma necessidade que coloque o estudante em atividade de aprendizagem é um marco constante no trabalho do professor, isto é, o professor busca constantemente despertar no aluno a necessidade de aprender. Neste sentido, desenvolveu-se também a noção de situação desencadeadora de aprendizagem (MOURA, 1992) como estratégia metodológica decorrente diretamente das relações presentes na AOE.

São exemplos de situações desencadeadoras de aprendizagem: o jogo com intuito pedagógico, a situação emergente do cotidiano e a história virtual do conceito. Nestes exemplos alguns elementos são sempre presentes: o movimento histórico-lógico do conceito, a necessidade do conceito para resolver um problema, o encaminhamento para a formação do pensamento teórico, entre outros.

Considerar o movimento histórico-lógico do conceito é considerar que determinado conceito se desenvolveu na história da humanidade e possui nexos conceituais com outros conceitos desenvolvidos anterior e posteriormente a ele. Assim, considera-se que os conceitos surgem no contexto sócio-histórico-cultural de povos que o desenvolveram e que estas relações da sua criação podem influenciar na forma como o compreendemos e utilizamos.

Para Vygotsky (1996), um conceito:

> É reflexo objetivo das coisas em seus aspectos essenciais e diversos; forma-se como resultado da elaboração racional das representações, como resultado de ter descoberto os nexos e as relações desse objeto com outros, incluindo em si, portanto, um amplo processo de pensamento e conhecimento que, dir-se-ia, está concentrado nele. (p. 81 apud MOURA et al, 2016).

É necessário agora pensar em como estas relações estão presentes em cada um dos tipos de situação desencadeadora de aprendizagem. No jogo, busca-se uma composição de regras que permita "[...] aproximar a criança do conhecimento científico, levando-a a vivenciar "virtualmente" situações de solução de problemas que a aproximem daquelas que o homem "realmente" enfrenta ou enfrentou." (MOURA, 2011, p. 95).

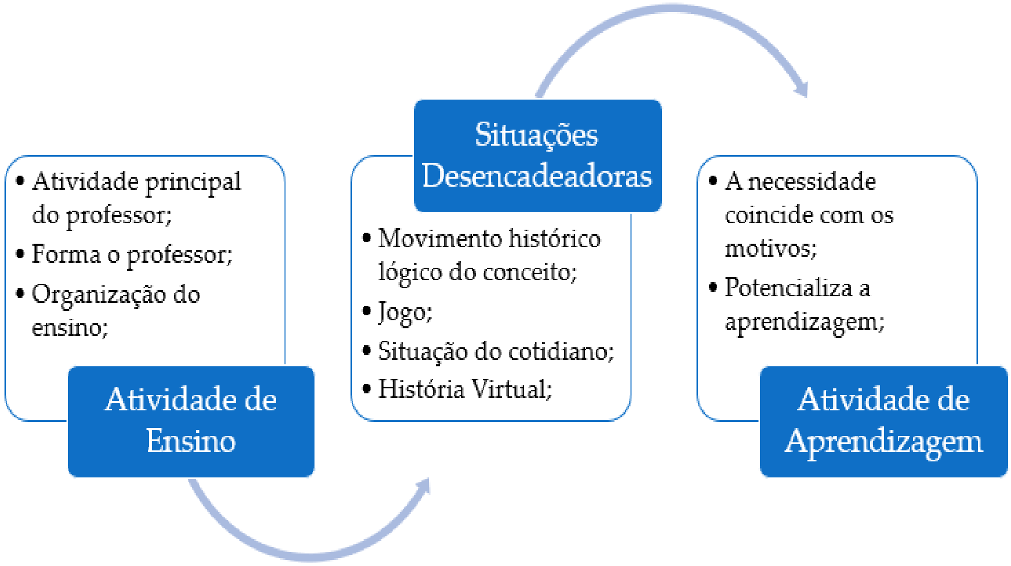
A situação emergente do cotidiano caracteriza-se por ser uma problemática vivenciada no cotidiano dos estudantes e que o professor transporta para a sala de aula, então já carrega em si uma necessidade deles. "A problematização de situações emergentes do cotidiano possibilita à prática educativa oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar a solução de problemas significativos para ela." (MOURA, LANNER DE MOURA, 1998 apud MOURA et al, 2016, p. 121).

A história virtual do conceito traz um recorte histórico real ou uma necessidade que pode ter sido vivenciada pela humanidade em determinado momento histórico, ou seja, "proporciona ao aluno envolver-se na solução de um problema como se fosse parte de um coletivo que busca solucioná-lo" (MOURA et al., 2010, p. 224). Além disso,

> [...] o significado de virtual encontra-se ao apresentar um problema na situação desencadeadora de aprendizagem que possua todas as condições essenciais do conceito vivenciado historicamente pela humanidade." (MOURA et al., 2010, p. 224).

Assim, as situações desencadeadoras de aprendizagem configuram uma estratégia de ensino que respeita os pressupostos teóricos da Teoria Histórico-Cultural e caracteriza-se como elemento da Atividade Orientadora de Ensino.

Figura 6 - Relação entre atividades de ensino e de aprendizagem




Fonte: Autoria própria.

Por fim, resume-se que a atividade principal do professor é a atividade de ensino, sendo formativa para ele e caracterizando-se pelo processo de organização do ensino. O professor, com o objetivo de levar o estudante a entrar em atividade de aprendizagem, pode organizar o ensino por meio de situações desencadeadoras de aprendizagem que possuem três categorias: a história virtual do conceito, o jogo e a situação emergente do cotidiano. A situação desencadeadora deve conter o movimento histórico-lógico do conceito e, por sua caracterização, leva o estudante a estar em atividade de aprendizagem, movimento em que ele se apropria dos conhecimentos historicamente construídos pela humanidade

Pensar a organização do ensino contendo o movimento lógico-histórico do conceito exige, essencialmente, que o professor estude estes aspectos do conceito a ser ensinado. No caso deste trabalho, é necessário buscar estes elementos da álgebra, isto é, uma forma de concebe-la e de ensiná-la. No capítulo seguinte são apresentadas algumas destas concepções.

# 4. CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E DE ENSINO DE ÁLGEBRA

Dada a complexidade de se definir o que é álgebra enquanto conteúdo escolar, adota-se neste trabalho o mesmo posicionamento de Usiskin (1994) de que álgebra tem diversas concepções[5]. Este autor apresenta cinco exemplos em que o uso de letras numa expressão tem significados diferentes (USISKIN, 1994, p. 10):

> 1. $A = b\,h$, representa uma fórmula;
> 2. $40 = 50x$ representa uma equação;
> 3. Seno $x$ = cosseno $x \times$ tangente $x$ representa uma identidade;
> 4. $1 = 1 \times (1/n)$ representa uma propriedade;
> 5. $Y = kx$ é a equação de uma função que representa uma proporcionalidade direta.

Segundo Usiskin (1994), apenas a última equação possui uma relação entre grandezas variáveis. Entretanto, não podemos resumir a ideia de Álgebra à apenas este tipo de relação, por isso o autor aponta quatro concepções de álgebra: a de aritmética generalizada; a de estudo de procedimentos de resolução de certos tipos problemas; a de estudo de relações entre grandezas e; a de estudo das estruturas.

Na concepção de álgebra como aritmética generalizada apresentada por Usiskin (1994) encontram-se as generalizações de propriedades aritméticas e as descrições de modelos matemáticos, onde as variáveis representam um elemento de um conjunto. É importante salientar que apesar de modelos como $a + b = b + a$ serem consistentemente semelhantes aos conhecimentos aritméticos dos estudantes, a álgebra como aritmética generalizada não é de entendimento tão direto, tendo em vista que

> Para a representação dos elementos de um conjunto, de forma geral, convencionou-se usar o símbolo literal como, por exemplo, x que, a esta altura denomina-se variável e representa qualquer elemento do conjunto, não coincidindo individualmente com nenhum dos elementos. (PANOSSIAN, 2008).

Para Usiskin (1994) a concepção de aritmética generalizada traz consigo as instruções traduzir e generalizar, considerando que é a partir desta concepção que podemos descrever modelos e propriedades, sendo uma forte ferramenta de compreensão da própria matemática. Além disso, como o foco desta concepção é generalização de modelos, não

---

[5] Utiliza-se neste trabalho a palavra "concepção" tendo em vista que esta é a forma que os próprios autores colocam em seus textos e que, segundo o Dicionário Aurélio (2010), concepção é, entre outras coisas, "Modo de ver, ponto de vista, opinião, conceito". Também é possível pensar em "compreensões" de álgebra, mas este mesmo dicionário define compreensão como, entre outras coisas, "Conjunto das características gerais que formam um conceito e que são os atributos dos objetos designados por um termo". Portanto, neste trabalho, usa-se apenas o termo "concepção" buscando reforçar que o que será apresentado é um ponto de vista dos autores abordados, não uma conceituação única.

temos a compreensão de incógnitas, tendo em vista que *não há o que ser resolvido* em expressões como $1 \times (1/n)$.

Ao contrário da álgebra como generalizadora de modelos, a concepção de álgebra como meio de resolver problemas necessita de procedimentos de resolução que permitam chegar a uma resposta. Nesta concepção encontram-se as variáveis na forma de incógnitas ou constantes, sendo o foco principal as ideias simplificar e resolver (USISKIN, 1994).

Ao apresentar problemas como "adicionando 3 ao quíntuplo de um certo número, a soma é 40. Achar o número." (USISKIN, 1994), utilizamos a concepção de álgebra generalizadora para chegar ao modelo $5x+3=40$. Entretanto, este modelo não é suficiente para determinar o "certo número", é necessário que se trabalhe com as operações inversas até se encontrar uma resposta numérica.

> Ao resolver problemas desse tipo, muitos alunos têm dificuldade na passagem da aritmética para a álgebra. Enquanto a resolução aritmética ("de cabeça") consiste em subtrair 3 e dividir por 5, a forma algébrica $5x+3=40$ envolve a multiplicação por 5 e a adição de 3, as operações inversas. (USISKIN, 1994).

Desta forma, é necessário que o aluno *descreva o modelo e simplifique-o* até que se torne um problema que consiga resolver, neste caso, até que $5x+3=40$ se torne $x=37/5$, que pode ser resolvido aritmeticamente.

A álgebra como relação entre grandezas é, segundo Usiskin (1994), um modelo fundamentalmente algébrico, não se assemelha a nenhum dos anteriores, pois nele as variáveis realmente variam. Voltando aos primeiros exemplos, ao escrevermos $y = k\,x$ estamos expressando um modelo para a *variação de y em função de x*, que também varia. Desta forma, x e y não são incógnitas, mas sim duas grandezas que se relacionam.

Segundo Panossian, Sousa e Moura (2017, p. 133) entende-se que grandezas são "a quantidade de um objeto", mas estas grandezas ainda podem ser vistas como um *argumento* ou como *parâmetro*. De acordo com Usiskin (1994, p. 16), uma variável é um argumento quando representa os valores do domínio de uma função e, uma variável é um parâmetro quando representa um número do qual dependem outros números.

É importante salientar que apenas nesta concepção de álgebra temos a noção de variáveis dependentes e independentes e, consequentemente, a noção de função.

A álgebra como estudo das estruturas geralmente vê-se nos cursos superiores com o estudo das estruturas como grupos, anéis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais. Neste caso, a variável é pouco mais que um símbolo arbitrário de uma estrutura estabelecida por certas propriedades (USISKIN, 1994). Entretanto, ainda é possível ver casos em que esta concepção é necessária no ensino básico,

> Por exemplo, quando solicitamos ao aluno para deduzir uma identidade trigonométrica como $2sen^2x - 1 = sen^4x - cos^4x$, não desejamos que ele pense no seno e no cosseno de um número específico ou mesmo que pense nas funções seno e cosseno, e também não nos interessam as razões em triângulos. Desejamos simplesmente manipular $senx$ e $cosx$ de uma forma diferente, usando propriedades que são exatamente tão abstratas quanto a identidade que tencionamos deduzir. (USISKIN, 1994, p. 18).

Além dessas concepções apontadas por Usiskin, que têm como foco o papel das variáveis, os estudos de Fiorentini, Miorim e Miguel apontam outras concepções de álgebra divididas entre a compreensão da álgebra como um processo e como uma linguagem.

Dos estudos de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), destacam-se quatro outras concepções de álgebra: a processológica; a linguístico-estilística; a linguístico-sintática-semântica e; a linguístico-postulacional.

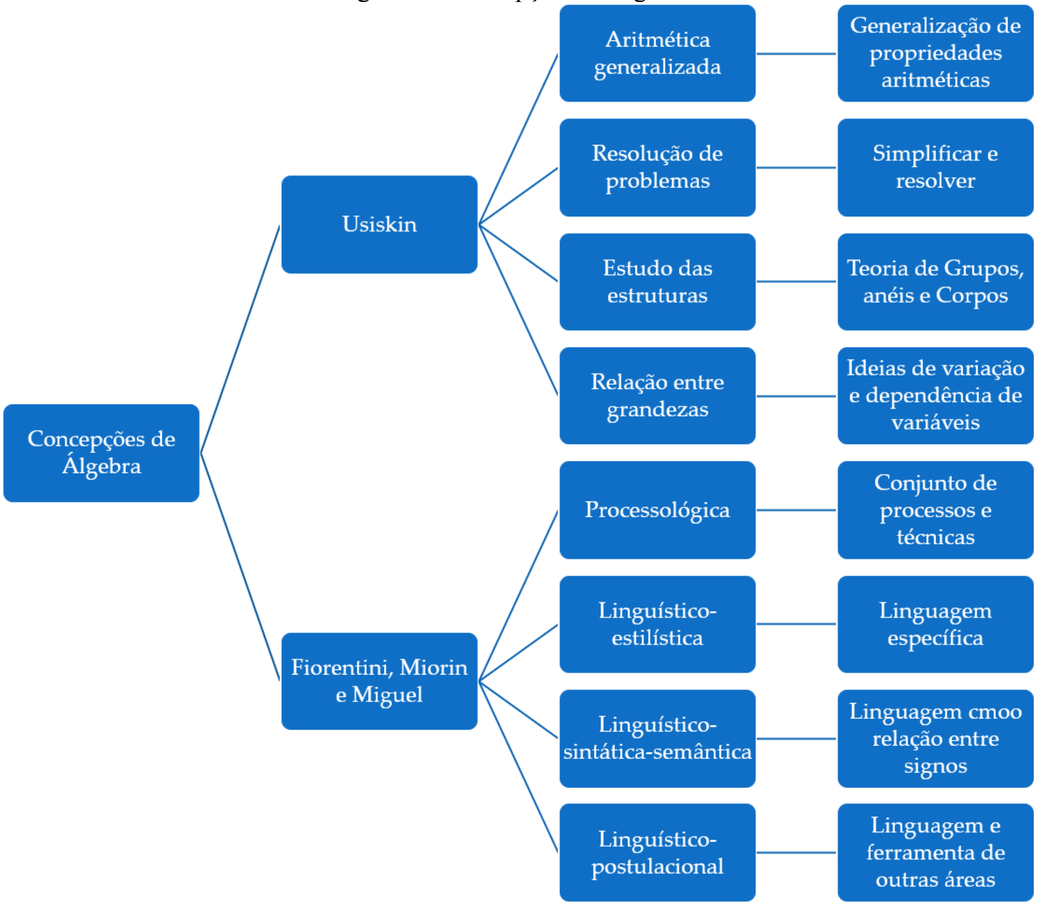
A concepção processológica entende a álgebra como um conjunto de processos e técnicas específicos para abordar certos tipos de problemas a partir da repetição de uma sequência de etapas (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p. 82).

A concepção linguístico-estilística encara a álgebra como uma linguagem específica, uma criação humana com objetivo de superar os limites da língua materna em tratar os problemas matemáticos (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 26).

A concepção linguístico-sintática-semântica, apesar de também compreender a álgebra como linguagem, valoriza a dimensão do significado e da relação entre os signos que compõe a linguagem algébrica (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 26).

Por último a concepção linguístico-postulacional, onde além de ser uma linguagem, a álgebra possui signos linguísticos que representam entidades matemáticas que não estão sujeitas ao tratamento quantitativo, tornando a álgebra uma ferramenta de todos os campos da Matemática (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 27).

Figura 7 - Concepções de álgebra.




Fonte: Elaborado a partir de Usiskin (1995) e Fiorentini, Miorin e Miguel (1993).

Neste trabalho adota-se duas concepções de álgebra, segundo seu uso a trata como a **relação entre grandezas**, e segundo seu caráter, adota-se a concepção **linguístico-sintática-semântica**, isto é, vê-se a álgebra como forma de pensamento e linguagem que relaciona signos com vistas a seus significados.

É necessário, mesmo com clareza das concepções, compreender que ao longo da história da humanidade criou-se, em diversas épocas e por diversos povos, 'diferentes álgebras'.

> Já, no movimento histórico da álgebra, é possível reconhecer os movimentos da realidade objetiva sendo expressos na Antiguidade pela **álgebra retórica**, por meio das palavras, quando os símbolos ainda não haviam sido criados; pela **álgebra geométrica** (variável figura); pela **álgebra sincopada** (variável numeral) em que se usam as abreviaturas e, posteriormente, pela **álgebra simbólica** (variável letras). (SOUSA, 2004 apud SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 118 *[grifo nosso]*).

Entretanto, Sousa, Panossian e Cedro (2014) consideram que há relações entre os conceitos comuns a todas essas álgebras: **fluência**, **número**, **variável** e **campo de variação**.

Eles são chamados **nexos conceituais** da álgebra e formam o conceito de álgebra. Isto é, todas as ideias da álgebra, em qualquer manifestação dela, se relacionam a estes conceitos.

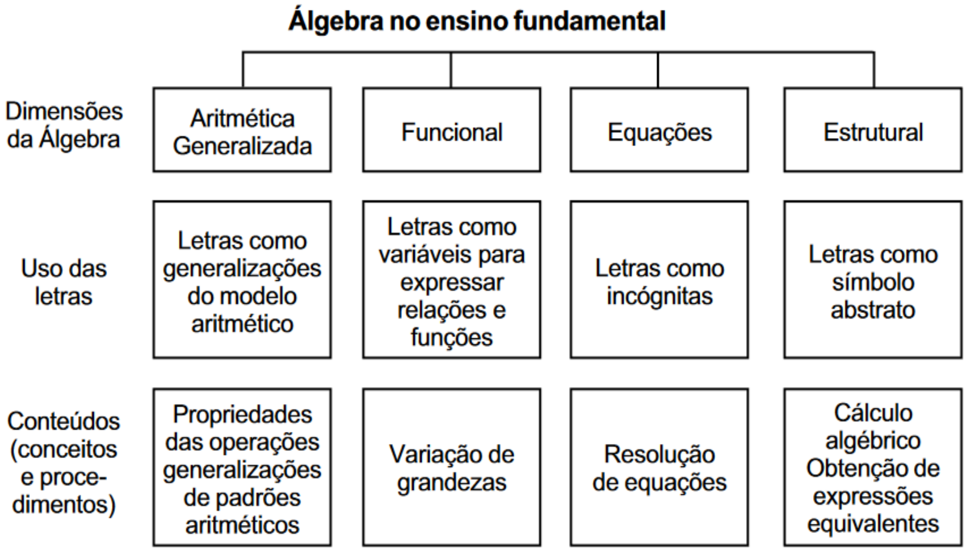
> Esses conceitos, aos quais estamos denominando de nexos conceituais da álgebra constituem o substancial, o movimento do pensamento algébrico, tendo em vista a busca da verdade relativizada. Fundamentam as diversas álgebras, elaboradas estruturalmente pelos matemáticos das diversas civilizações, de tempos em tempos, no intuito de descrever, de formalizar os diversos movimentos presentes no mundo no qual estamos inseridos. (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 121).

Tendo em mente estas concepções de álgebra, é ainda importante compreender como as propostas curriculares concebem a álgebra e qual importância dão ao seu ensino na educação básica.

## 4.1. CONCEPÇÕES DO ENSINO DE ÁLGEBRA: ALGUNS ASPECTOS CURRICULARES

Da mesma forma que alguns autores apresentam subdivisões na concepção de álgebra, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) também apontam a existência de quatro dimensões para a álgebra nos terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental (atualmente do 6º ao 9º ano).

Figura 8 - As dimensões da álgebra segundo os PCN.




Fonte: BRASIL (1998, p. 116).

Observamos que as dimensões apresentadas nos PCN se assemelham muito às apresentadas por Usiskin, mantendo as dimensões de aritmética generalizada e estrutural, sendo também possível traçar paralelos entre as dimensões funcional e a de relações entre grandezas e entre as dimensões de equações e de meio de resolução de problemas (desde que se utilize a funcionalidade das variáveis/letras em cada dimensão).

Os PCN defendem a necessidade de se trabalhar todas estas quatro dimensões ao longo do Ensino Fundamental – anos finais, tendo em vista que, segundo eles, muitos professores focam o ensino apenas no cálculo algébrico e nas equações, mas “Apesar de esses aspectos serem necessários, eles não são, absolutamente, suficientes para a aprendizagem desses conteúdos” (BRASIL, 1998, p. 117).

Já a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), apesar de apresentar a importância de, já nos anos iniciais, se reconhecer sequências numéricas e regularidades e de se trabalhar com o símbolo de igualdade como uma equivalência e não somente o símbolo que precede a resposta, não apresenta todas as dimensões propostas nos PCN. Na BNCC percebe-se que as ideias de equivalência como parte da álgebra como aritmética generalizada e os conceitos de variação, interdependência e proporcionalidade pertencem à dimensão de álgebra como relação entre grandezas.

> As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade [álgebra] são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações. (BRASIL, 2016, p. 270)

A partir do proposto pela BNCC, é possível montar a seguinte tabela com as habilidades trabalhadas do 6º ao 9º do ensino fundamental:

Tabela 2 - Álgebra na BNCC.

| Ano | Objeto de conhecimento | Habilidades |
|---|---|---|
| 6º | Propriedades da igualdade | **(EF06MA14)** Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo. |
| | Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo | **(EF06MA15)** Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono. |
| 7º | Linguagem algébrica: variável e incógnita | **(EF07MA13)** Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.<br>**(EF07MA14)** Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.<br>**(EF07MA15)** Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas. |
| | Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais | **(EF07MA17)** Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas |
| | Equações polinomiais do 1º grau | **(EF07MA18)** Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade |
| 8º | Valor numérico de expressões algébricas | **(EF08MA06)** Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. |
| | Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano | **(EF08MA07)** Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano |
| | Sistema de equações polinomiais de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano | **(EF08MA08)** Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso. |
| | Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$ | **(EF08MA09)** Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$. |

| Ano | Objeto de conhecimento | Habilidades |
|---|---|---|
| 8º | Sequências recursivas e não recursivas | **(EF08MA10)** Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.<br>**(EF08MA11)** Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes. |
| | Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais | **(EF08MA12)** Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.<br>**(EF08MA13)** Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas |
| 9º | Funções: representações numérica, algébrica e gráfica. | **(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis |
| | Razão entre grandezas de espécies diferentes. | **(EF09MA07)** Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica. |
| | Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações | **(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau |

Fonte: Adaptado de Brasil (2016).

As duas propostas valorizam muito a resolução de problemas para a apresentação do conteúdo algébrico, sendo que para os PCN

> A introdução de variáveis para representar relações funcionais em situações-problema concretas permite que o aluno veja uma outra função para as letras ao identificá-las como números de um conjunto numérico, úteis para representar generalizações. (BRASIL, 1998, p. 118).

Entretanto, esse modo de se apresentar as variáveis acaba por retornar à álgebra como generalizadora da aritmética.

A BNCC, por sua vez, apresenta a importância de desenvolver a habilidade de representar relações de dependência entre grandezas através da escrita matemática e a utilização de equações para resolução de problemas

> Os estudantes têm também a oportunidade de desenvolver o pensamento algébrico, tendo em vista as demandas para identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la, utilizando diferentes escritas

> algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações. (BRASIL, 2016, p. 527)

Desta forma, pode-se perceber que apesar de uma apresentação sucinta, a BNCC traz uma relação entre três modos de ver a álgebra como habilidades a serem adquiridas pelos estudantes, um avanço em comparação com os PCN de quase duas décadas antes. Além disso, toda a concepção de ensino de matemática apresentada pela BNCC explicita a necessidade de registrar e justificar soluções apresentadas:

> Assim, para o desenvolvimento de competências que envolvem raciocinar, é necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas, com ênfase nos processos de argumentação matemática. (BRASIL, 2016, p. 529).

Assim, percebe-se que a forma como se entende o ensino de álgebra passa diretamente pela forma como se compreende a álgebra, sendo possível admitir várias concepções ao mesmo tempo. Contudo, apesar de a BNCC trazer mais evidentemente a necessidade de registro, em nenhuma das duas propostas curriculares é possível reconhecer as dimensões propostas por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), mas observa-se em ambas o foco na utilização de variáveis para a resolução de problemas.

Além das concepções de ensino de álgebra presentes nos currículos nacionais apresentados ainda há as concepções metodológicas acerca deste ensino. Isto é, além das concepções presentes na seleção de conteúdos e habilidades, ainda existem as concepções do professor que necessita escolher uma forma de ensinar estes conteúdos e atingir estes objetivos.

## 4.2. A POSSIBILIDADE DO USO DE SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM

Para pensar a organização do ensino de um conteúdo ou de conceitos de uma área do conhecimento é necessário primeiramente entender e adotar uma forma de pensar sobre estes conhecimentos. Neste trabalho adota-se que a álgebra é uma forma de conhecimento que relaciona símbolos com significados, ou seja, uma forma de pensamento e linguagem que relaciona representações de grandezas variáveis. Considera-se também que os nexos conceituais da álgebra são: **variável**, **campo de variação** e **fluência**. A partir desta forma de conceber a álgebra pode-se pensar seu ensino.

A ênfase de que os estudantes compreendam as relações entre os conceitos e não apenas o caráter estrutural da álgebra foi reforçada diversas vezes nos tópicos anteriores, pois, mesmo que as crianças usem as mesmas palavras que adultos, isso não implica que elas as compreendem com o mesmo significado que eles.

Não basta, também, apenas uma associação direta entre uma palavra e um conceito, a linguagem algébrica ganha real poder quando se compreende suas relações com os conhecimentos anteriores. Portanto,

> Não se trata de somente associar o conceito (conjunto de conhecimentos ou fenômeno) a uma palavra nem tampouco imaginar que na palavra estão reproduzidas todas as características de um conceito, mas sim que a linguagem permite a apropriação de tais conceitos e também a obtenção de novos conhecimentos a partir daqueles que possuímos. Sendo instrumento do conhecimento, é também outra função da linguagem servir como meio de apropriação da experiência histórico-social. (PANOSSIAN; MOURA, 2008).

Estas relações entre os conceitos são potencializadas pela quantidade de representações de cada conceito que o estudante conhece, pois

> É a riqueza dessas representações que lhe permitirá ir além da simples descrição ou memorização do assunto estudado. Verdadeiros instrumentos do pensamento, elas distinguem problemas, situam-nos, favorecem a percepção de relações e sugerem soluções. (MOYSÉS, 1997, p. 74).

Este movimento de inter-relação entre conhecimentos e conceitos sugere, pelo que foi exposto até aqui, que a interpretação das representações e relações de cada conceito passa pela forma como ele atende às necessidades de alcançar algum objetivo. Entretanto, despertar a necessidade do conceito nos alunos é, justamente, colocá-los em atividade de aprendizagem.

Assim, conforme as ideias de Sousa, Panossian e Cedro,

> No caso específico do ensino de Matemática, é imprescindível a substituição do ensino memorístico, mecânico, reprodutivo e superficial, por um ensino que se fundamente nos conhecimentos científicos dessa área do saber e que coloque o estudante como sujeito do seu conhecimento. (2014, p. 62).

Ainda é necessário ações para romper com esta forma de ensino memorístico e mecânico, principalmente tendo em vista que Alves (2016) analisou quatro livros didáticos de matemática buscando entender como estes trabalham os conceitos algébricos e o resultado foi de que:

> Em apenas um livro didático - Projeto Araribá Matemática - identifica-se a abordagem de diferentes momentos históricos da álgebra e, nos demais livros, justifica-se esse estudo em situações cotidianas, vivenciadas pelos estudantes. É

> possível inferir que não se estimula a apreensão do conceito de equação, mas sim sua resolução via procedimentos determinados algoritmicamente. Assim como, é possível identificar que não existe uma preocupação com o aspecto relativo à pré-álgebra (LANNER DE MOURA; SOUSA, 2005), as expressões algébricas e equações são apresentadas de forma explícita e direta, não motivando a necessidade desse estudo, a formação e estruturação do pensamento algébrico como uma intencionalidade. (ALVES, 2016, p. 76).

Como proposta contrária as apresentadas nestes livros analisados, Alves (2016) propôs a utilização de situações desencadeadoras de aprendizagem, obtendo resultados positivos:

> A natureza das atividades propostas[6], baseadas na Atividade Orientadora de Ensino, associada à postura participativa dos estudantes, propiciou a ruptura do pensamento mecânico, da maneira de olhar para uma determinada proposta buscando um número que a solucione. Ao contrário, os estudantes despertaram para uma matemática conceitual, compreendendo as justificativas de suas ações mediante as necessidades que as motivaram. (ALVES, 2016, p. 151).

Diferentes trabalhos apresentam a situação desencadeadora de aprendizagem como uma forma de potencializar o ensino de álgebra, proporcionando aos estudantes contato com diversos conceitos e formas de representação dos elementos da álgebra.

Uma situação desencadeadora para ensino de álgebra apresentada por Sousa, Panossian e Cedro é o jogo Pega-Varetas. É um jogo ainda popular entre crianças em idade escolar e ao fim do jogo cada jogador pegou varetas de diferentes cores, sendo que as varetas de cada cor assumem uma pontuação diferente. O foco da situação foi pedir que os estudantes representassem seus resultados sem saber o valor das varetas.

> Nos registros das estudantes percebemos claramente o modo de ação utilizado pelas crianças que reflete a compreensão que elas tiveram da necessidade de controlar e registrar a pontuação durante as partidas. Ao utilizarem riscos para indicar a quantidade de varetas capturadas ou ao pintarem as cores de cada vareta coletada as crianças estão vivenciando um momento inicial, isto é, criando modelos provisórios de registro que posteriormente poderão ser substituídos por esquemas, expressões ou fórmulas algébricas. (SOUSA; PANOSSIAN; CEDRO, 2014, p. 168).

Um dos exemplos de situação desencadeadora de aprendizagem que fortalece o objetivo deste trabalho é o jogo Fantan. O Fantan é um jogo de origem chinesa, ou seja, já existia, e foi adaptado por Panossian e Moura (2010) como uma situação desencadeadora de aprendizagem, sendo trabalhado a partir de uma série de perguntas. Em seu trabalho, Panossian e Moura apresentam diversos resultados positivos de apropriação de conceitos

[6] É comum encontrar estudos que utilizem o termo “atividade” como sinônimo de “situação de ensino”, como neste caso. Evita-se o uso desta expressão no presente trabalho buscando uma diferenciação clara entre as situações de ensino e o conceito de “atividade” proposto por Leontiev, já exposto anteriormente.

algébricos pelos estudantes a partir da situação. A situação desencadeadora de aprendizagem elaborada por Panossian e Moura (2010) destinava-se ao ensino de álgebra, entretanto, ela também foi adaptada para o ensino de divisão euclidiana para estudantes deficientes visuais por Cruz et al. (2018a, 2018b). Em geral percebeu-se que os estudantes deficientes visuais foram motivados pela situação e estabeleceram importantes relações entre divisor, dividendo, resto e quociente, conseguindo tanto efetuar as divisões propostas quanto, pelo processo da multiplicação, descrever as contas realizadas sem conhecer o dividendo. Os bons resultados observados ao levar esta situação desencadeadora de aprendizagem para deficientes visuais reforçam a necessidade de se estudar mais profundamente este tema.

Apesar deste relato de experiência apontar fortemente que o uso de situações desencadeadoras de aprendizagem pode beneficiar os estudantes em geral, inclusive os com deficiência visual, ainda é necessário entender como tem sido organizado o ensino de matemática para estudantes deficientes visuais, principalmente de álgebra.

## 4.3. ENSINO DE ÁLGEBRA E DEFICIÊNCIA VISUAL: ALGUMAS PESQUISAS SOBRE O TEMA

Em busca de dados sobre como o ensino de álgebra para cegos vêm sendo organizado, realizou-se no dia 16 de fevereiro de 2020 uma pesquisa na plataforma de periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) em busca de artigos brasileiros que envolvessem os temas “ensino matemática”, “deficientes visuais” e “cegos”.

A pesquisa pelo assunto “ensino matemática deficientes visuais” obteve 34 resultados, dos quais 24 são artigos, sendo 18 em português. Apenas 3[7] realmente tratavam a organização do ensino de matemática para cegos conjuntamente. Artigos sobre formação de professores também foram descartados neste momento. Destes três, um abordava o conteúdo de matrizes, outro o conteúdo de geometria plana e o último abordava os conteúdos de álgebra, aritmética e geometria. Logo, apenas este último abordava o tema “álgebra”.

[7] Sabe-se que existem artigos que tratam do ensino de conteúdos matemáticos específicos para deficientes visuais, como o caso de um artigo publicado pela própria pesquisadora e que tem palavra-chave “divisão euclidiana”, entretanto, não se buscou estes artigos por não serem o foco do trabalho.

A pesquisa pelo assunto “álgebra deficientes visuais” obteve um artigo como resultado (o mesmo encontrado na primeira busca). Já a busca por “álgebra cegos” obteve 11 artigos como resposta, destes, cinco eram em português. Destes cinco encontrados, fez-se uma leitura dos resumos e constatou-se que apenas um deles abordava ensino de álgebra para deficientes visuais e era o mesmo encontrado nas outras buscas.

O primeiro comentário a ser feito sobre esta busca é claro: há uma carência de estudos brasileiros sobre o ensino de álgebra para deficientes visuais. Mais atentamente, percebe-se que a pesquisa não se restringiu a um determinado referencial teórico, logo, também não há estudos em outras fundamentações. O artigo resultante foi publicado no ano anterior a busca, ou seja, é muitíssimo recente. Estes fatos apenas corroboram com a urgência da discussão apresentada no objetivo deste trabalho: é necessário pensar formas de organizar o ensino de álgebra para deficientes visuais.

O artigo encontrado, de Mamcasz-Viginheski, Silva e Shimazaki (2019), apresenta parte de uma pesquisa de mestrado e trata de um estudo de caso sobre o desenvolvimento de conceitos de Aritmética, Álgebra e Geometria em uma turma regular com uma estudante deficiente visual. No artigo destaca-se uma situação de ensino de polinômios e utiliza-se também a teoria histórico-cultural como embasamento, entretanto a organização do ensino segue os pressupostos da Base Orientadora de Ações proposta por Galperin. A base orientadora de ações é uma fundamentação teórico-metodológica diferente da Atividade Orientadora de Ensino, apesar de ambas terem raízes na Teoria Histórico-Cultural.

O resultado da pesquisa apresentada é de que com as adaptações realizadas e materiais desenvolvidos a estudante com deficiência visual que participou da pesquisa conseguiu desenvolver os conceitos e analisar e sistematizar os conhecimentos novos.

> A pesquisa mostra que a deficiência visual não é um obstáculo para a apropriação do conhecimento escolar dos estudantes que a manifestam, todavia, para que a aprendizagem e o desenvolvimento se efetivem, precisam-se buscar signos e instrumentos mediadores adequados. As limitações que acontecem no processo de ensino e aprendizagem, muitas vezes, são atreladas à prática docente, que não considera a diversidade presente na sala de aula, ao acreditar que todos os estudantes aprendem da mesma forma. (MAMCASZ-VIGINHESKI; SILVA;SHIMAZAKI, 2019, p. 18).

Além disso, uma das considerações feitas pelas autoras é que a utilização apenas da audição para levar os conhecimentos à aluna não era suficiente, mas, pelo contrário, também era necessário a utilização de materiais e métodos adaptados (como, por exemplo, materiais táteis).

Vygotsky já afirmava que o indivíduo cego não apresenta automaticamente uma melhoria em qualquer outro sentido (como existem crenças populares de que a audição se tornaria mais apurada), mas que a audição assume o a função de principal fonte de contato com o mundo:

> Portanto, a substituição não deve ser entendida no sentido de que outros órgãos assumem diretamente as funções fisiológicas dos olhos, mas de uma complicada reestruturação de toda a atividade psíquica, causada pela alteração da função principal e orientada, através de associação, memória e atenção, para criar e desenvolver um novo tipo de equilíbrio do organismo, em vez de perturbado (VYGOTSKY, 1997, p. 102) *[tradução nossa].*

Ainda conforme Vygotsky após este período de adaptação (em caso de pessoas que não nasceram cegas), o indivíduo não sente falta da visão:

> Os psicólogos há muito percebem o fato de que o cego, em geral, não vive de maneira alguma sua cegueira, contra a opinião atual de que ele se sente constantemente atolado na escuridão. De acordo com uma excelente expressão de A. V. Biriliov, um cego extremamente culto, o cego não vê o mundo como um vidente de olhos vendados. O cego não vê a luz como o vidente não a vê com a mão, ou seja, ele não sente nem percebe diretamente o fato de ser privado da visão. (VYGOTSKY, 1997, p. 104) *[tradução nossa].*

Assim, apesar de receber os estímulos do mundo de maneiras diferentes, a teoria dos reflexos condicionados já apontava que não há diferenças fisiológicas entre ensino de videntes e de cegos:

> Assim, a fonte da qual a compensação extrai forças é, mais uma vez, a mesma para os cegos e os videntes. Estudando o processo educacional da criança cega, do ponto de vista da teoria sobre reflexos condicionados, chegamos, na época, à seguinte conclusão: do ponto de vista fisiológico, não há diferença de princípio entre a educação da criança cega e do vidente. Essa coincidência não deve nos surpreender, pois é de se esperar
> que a base fisiológica do comportamento manifesta a mesma estrutura que a sobre estrutura psicológica. Assim, de dois extremos diferentes, chegamos ao mesmo período. (VYGOTSKY, 1997, p. 109) *[tradução nossa].*

Ao contrário, as diferenças entre crianças cegas e videntes são ligadas à aspectos sociais e psicológicos, portanto, Vygotsky defende que atualmente as barreiras para as crianças cegas devem ser transpostas socialmente:

> Finalmente, nossa era entende o problema da cegueira como um problema sociopsicológico e possui três tipos de armas em sua prática para combater a cegueira e suas conseqüências. [...] profilaxia social, educação social e trabalho social dos cegos; esses são os três pilares práticos sobre os quais se ergue a ciência contemporânea que estuda a pessoa cega. A ciência deve realizar essas formas de luta, completando práticas saudáveis que foram criadas nessa direção em épocas anteriores. A ideia da profilaxia da cegueira deve ser instalada em grandes massas populares. Também é necessário eliminar a educação dos cegos com base no isolamento e na deficiência, e bordar o limite entre a escola especial e a escola comum: a educação da criança cega deve ser organizada como a educação da criança capaz de desenvolvimento normal; a educação deve realmente transformar o cego em uma pessoa normal e socialmente válida, e fazer desaparecer a palavra

> e o conceito de "deficiente" para os cegos. E, finalmente, a ciência contemporânea deve conceder ao cego o direito ao trabalho social, não em suas formas humilhantes e filantrópicas (até agora), mas de uma maneira que responda à essência autêntica do trabalho, o único capaz de criar a posição social necessária para a personalidade. (VYGOTSKY, 1997, p. 112-113) *[tradução nossa].*

Assim, tanto dos escritos de Vygotsky (1997), quanto do trabalho de Mamcasz-Viginheski, Silva e Shimazaki (2019), pode-se compreender que estudantes cegos possuem as mesmas condições de aprendizagem de estudantes videntes, sendo necessárias adaptações do meio pelo qual eles têm contato com os instrumentos de ensino.

Com base nesta compreensão e a partir do exposto em outros capítulos, desenvolveu-se a metodologia deste trabalho, visando investigar as contribuições da situação desencadeadora de aprendizagem para o ensino de álgebra para deficientes visuais. Pelo pensamento de Vygotsky apresentado, as contribuições deveriam ser as mesmas das apresentadas em trabalhos sobre ensino de álgebra através das situações desencadeadoras para estudantes videntes, entretanto, busca-se aqui uma análise mais detalhada. Assim, recorre-se neste trabalho a uma pesquisa de campo apenas com deficientes visuais a fim de observar como estes se relacionam com os conceitos algébricos e com os elementos da situação desencadeadora.

# 5. METODOLOGIA

## 5.1. METODOLOGIA DE PESQUISA

A pesquisadora realizou intervenções sob a sua organização na Sala de Recursos Multifuncionais (SRM) da Escola Estadual Dom Pedro II. Neste trabalho, a hipótese a ser verificada é “as situações desencadeadoras, representadas pelas três situações levadas nas intervenções, trazem contribuições ao processo de organização do ensino de álgebra para deficientes visuais, possibilitando o reconhecimento e apropriação de conceitos como: variáveis, campo de variação e dependência de variáveis”.

O grupo selecionado para a pesquisa é composto por dois estudantes que foram escolhidos segundos os critérios: ser deficiente visual; ser atendido na SRM tipo II da escola e no período da tarde; não possuir deficiências intelectuais[8] e; estar no 6º, 7º ou 8º ano. A partir destes critérios, chegou-se a dois estudantes.

As intervenções foram realizadas semanalmente num ambiente isolado (a SRM da escola), sem participação intencional de outras pessoas e com duração entre 1h30 e 2h30 por dia. Nestas intervenções foram apresentadas três situações desencadeadoras de aprendizagem elaboradas pela pesquisadora a fim de reconhecer potencialidades e limitações no ensino de álgebra a partir destas.

A fim de registrar melhor os resultados da pesquisa, todas as intervenções foram gravadas em áudio e vídeo, além disso, foram recolhidos os registros textuais dos estudantes (através do programa DOSVOX) e realizou-se registros da pesquisadora em diário de bordo, ou seja, caderno de anotações pessoais do pesquisador em que constam suas impressões e opiniões sobre determinado acontecimento (FIORENTINI; LORENZATO, 2012).

[8] Considera-se, segundo o *site* Portal Educação, deficiência intelectual como “um retrocesso no desenvolvimento da pessoa que gera dificuldades no aprendizado e na realização de tarefas simples do dia a dia”, exemplificado por Transtornos do Espectro Autista e Síndrome de Down. A exclusão de estudantes com este tipo de deficiência deu-se pelo fato de que esta possui impacto significativo na forma como o indivíduo interage com o mundo e com o conhecimento. Sendo, portanto, necessário se fazer uma análise muito mais cuidadosa dos resultados. Disponível em: <https://siteantigo.portaleducacao.com.br/conteudo/artigos/pedagogia/deficiencia-intelectual-e-mental-qual-a-diferenca/53176>. Acesso em: 24 fev. 2020.

## 5.2. CARACTERIZAÇÃO DOS ESTUDANTES

Durante o tempo de PIBID (conforme relatado na introdução), a pesquisadora esteve na escola escolhida para o trabalho e teve contato com os estudantes deficientes visuais que são atendidos. Neste período soube das patologias específicas destes estudantes e conversou com as professoras da escola sobre as dificuldades escolares deles.

Conforme relatado no tópico anterior, após os critérios de escolha dos participantes da pesquisa serem estabelecidos, chegou-se a dois estudantes, aqui chamados A1 e A2.

A1 é um menino que está no sétimo ano do fundamental e tem interesse por tecnologia. Segundo registros da escola, ele nasceu cego e fez estimulação visual por anos no Instituto Paranaense de Cegos (não há registros sobre a causa da cegueira). A partir de 2017 começou a usar óculos e a fazer estimulação visual com letras em fonte 40, ele também utiliza sem problemas os recursos do seu computador pessoal e do computador da escola, além de conhecer o alfabeto e números à tinta. Por esta caracterização, ele é considerado, na escola, como um estudante com baixa visão. Ainda segundo os registros da equipe pedagógica, ele apresenta dificuldades em seguir ordens, mas não possui dificuldades de aprendizagem.

Segundo a professora de matemática do turno regular, ele apresenta apenas dificuldades comuns dos alunos de sua idade: não compreende a resolução de equações e busca “adivinhar” o valor das incógnitas ao invés de manipular a equação. Além disso, observando uma prova de matemática feita por ele logo antes das intervenções, percebeu-se que ele resolve algumas questões que sejam contextualizadas e com resultado inteiro, mas apenas tenta acertar os valores de questões que sejam descontextualizadas ou com resultados que ele não compreenda. Quando refez a prova na Sala de Recursos Multifuncionais, conseguiu responder satisfatoriamente às questões, entretanto é válido lembrar que ele obteve acompanhamento integral da professora da SRM, além de orientação constante neste momento.

A2 é uma menina que está no oitavo ano do fundamental e tem interesse por poesia e literatura. É reconhecida entre os professores como uma aluna com raciocínio rápido e facilidade de aprendizagem. Segundo registros da Sala de Recursos da escola, A2 possui cegueira decorrente do diagnóstico de Retinopatia da Prematuridade com Microoftalmia e Coloboma de Coróide em ambos os olhos.

Retinopatia da prematuridade é a dificuldade de formação de vasos sanguíneos da retina após o nascimento prematuro da criança. Segundo o *blog* RetinaPro (2019), a vascularização da retina necessita de 40 semanas de vida intrauterina, então, ao nascer prematuramente, surge o risco de haver sangramentos e cicatrizes nos vasos sanguíneos que surgiram após o nascimento. Esses sangramentos podem puxar a retina, fazendo com que ela se solte da parte de trás do olho e ocasionando cegueira. O dr. Marcelo Almeida, define Microoftalmia como “olho patologicamente pequeno, mal formado, normalmente possuindo uma capacidade visual bem comprometida” (DOCTORALIA, s/a). Por fim a estudante também possui Coloboma de Coróide, isto é, o fechamento incompleto da coróide ainda em fase embrionária (OLIVEIRA, s/a). Segundo o *blog* RetinaPro, a coroide é uma membrana muito fina, intensamente vascularizada que supre o oxigênio e nutrientes da retina e da esclera, sendo essencial para o funcionamento da visão.

Além da deficiência visual, percebe-se que a estudante usa aparelhos auditivos. Entretanto, não se encontrou registros de deficiência auditiva em sua documentação. As professoras relatam que a estudante possui dificuldades em se concentrar em locais barulhentos ou com vários estímulos sonoros. Como as intervenções foram realizadas em ambiente isolado, esta deficiência não gerou consequências para a compreensão.

Quanto aos conteúdos, houve, antes das intervenções, uma conversa com a professora de matemática do turno regular para verificar os conteúdos vistos pelos estudantes no segundo trimestre e que ainda seriam abordados no terceiro trimestre, dos quais se destacam:

Tabela 3 - Conteúdos matemáticos do turno regular.

| | 7º ano (A1) | 8º ano (A2) |
|---|---|---|
| 2º trimestre | - Expressões algébricas<br>- Equação do 1º grau | - Quadriláteros<br>- Monômios |
| 3º trimestre | - Equação do 1º grau<br>- Razão e proporção | - Polinômios |

Fonte: Adaptado do planejamento anual da professora.

Buscando trabalhar com ambos estudantes conteúdos comuns e que as intervenções pudessem ajudar de alguma forma no rendimento escolar atual, selecionou-se os conteúdos **expressões algébricas**, **equação do 1º grau**, **monômios** e **polinômios** para serem trabalhados durante as intervenções.

Estes conteúdos foram abordados nas situações propostas, articulados aos conceitos de **variável** e **variação**, **campo de variação** e **dependência de variáveis**, considerados essenciais na compreensão de álgebra e ensino de álgebra adotada neste trabalho.

## 5.3. AS SITUAÇÕES DESENVOLVIDAS

Para analisar as contribuições da AOE no ensino de alunos com deficiência visual, foram elaboradas três situações desencadeadoras de aprendizagem: uma história virtual do conceito, um jogo e uma situação emergente do cotidiano.

Adotou-se a mesma organização do ensino para todas as situações:

Tabela 4 - Organização das intervenções.

| Momento | Ações da pesquisadora |
|---|---|
| Apresentação da SDA e explicação do contexto | Leitura da SDA com os alunos e apresentação de materiais e/ou discussão do tema |
| Interação com a SDA | Interação guiada pelas primeiras perguntas dos respectivos questionários |
| Perguntas mediadoras | Perguntas adicionadas ao questionário para antecederem e ajudarem no desenvolvimento da pergunta principal |
| Pergunta principal | Pergunta escolhida como problema desencadeador do conceito a partir da situação estudada |
| Perguntas extras | Perguntas finais que conduzem a conversas sobre outros aspectos da situação e/ou outros conceitos relacionados |
| Retomada | Conversa com os alunos sobre o que fizeram e viram durante a situação buscando que eles mostrem suas compreensões |

Fonte: Autoria própria.

É importante lembrar que a forma de organizar o ensino a partir de uma situação desencadeadora depende de ações intencionais definidas pelo professor, neste caso a pesquisadora almejou uma uniformidade na organização.

### 5.3.1. História Virtual do Conceito – A Cobrança de Impostos no Egito

Para o primeiro contato com os estudantes considerou-se mais adequado iniciar com uma situação desencadeadora de aprendizagem caracterizada como história virtual do conceito. Concluiu-se isso considerando que para desenvolver uma 'situação emergente do cotidiano' seria necessário conhecer os estudantes e suas vivências previamente, e que o desenvolvimento do 'jogo' poderia atrapalhar a avaliação do aprendizado, já que, neste caso, é importante diferenciar as dificuldades conceituais e as dificuldades com as regras do jogo.

O conceito escolhido foi o de **variável**. Considerou-se que este seria o conceito básico dentre os discutidos. Entretanto, não foi possível reconhecer um momento específico da história da humanidade onde se tenha 'descoberto' a noção de variável, então incutiu-se este conceito a uma situação histórica da humanidade já presente em outra história virtual do conceito proposta por Moura (2015 apud SANTOS, 2017). Segue a situação original:

> Cordasmil é um estirador de cordas encarregado pelo Faraó para medir os terrenos que foram distribuídos aos súditos para o cultivo às margens do rio Nilo. Ele mede apenas a lateral dos terrenos, pois a medida de frente que corresponde à margem do rio é fixa. O que lhe interessa mesmo é o quanto o Nilo tem de terra cultivável às suas margens, pois os impostos serão cobrados tendo em vista esta porção de terra. Ao medir a lateral do terreno de Unopapiro, o estirador contou n cordas inteiras, mas percebeu que sobrava um tanto dessa lateral em que não cabia uma corda inteira. Sabendo que o Faraó exigirá uma representação da medida do terreno de Unopapiro, de que modo deverá proceder Cordasmil para transmitir ao Faraó a dimensão da lateral do terreno medido? Como proceder para representar a parte que não é uma corda inteira? Qual sua proposta para Cordasmil resolver este problema? Faça uma representação de uma situação que possa ter sido vivenciada por Cordasmil e ilustre a sua solução. (MOURA, 2015 apud SANTOS, 2017).

Ao analisar esta situação em um dos encontros do projeto de extensão Oficina Pedagógica de Matemática, tinha-se em mente sua utilização para o ensino de frações, tanto que esta situação foi fortemente explorada num trabalho de mestrado sobre os conceitos davydovianos de construção dos números racionais na reta (SANTOS, 2017). Contudo, a movimentação do rio Nilo ao longo do ano, gera uma **variação** das dimensões dos terrenos e consequentemente da área e do valor dos impostos.

Com isto em mente e o apoio de outras pesquisas históricas sobre o Egito, chegou-se a seguinte situação.

Quadro 1 - A cobrança de impostos no Egito.

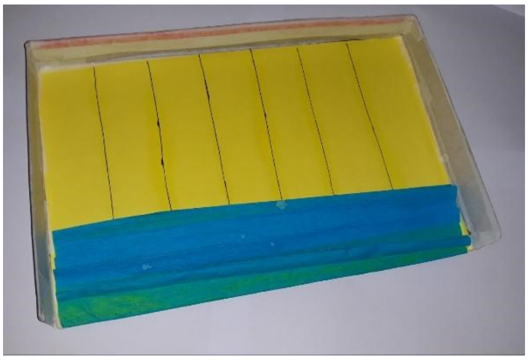
| |
|---|
| Por estar localizada numa região desértica, a civilização egípcia se desenvolveu ao longo das férteis margens do rio Nilo, ocupando toda sua extensão em cerca de 10 a 20 quilômetros das águas. Era extremamente dependente do rio, tanto para a manutenção das atividades agrícolas |

| |
|---|
| e da pecuária, como para o transporte de mercadorias e comunicação entre as diversas cidades. Tão apropriada era a navegação entre as várias regiões banhadas pelo Nilo, que os egípcios não precisaram construir estradas. O calendário egípcio era dividido conforme as fases do Nilo, sendo elas: cheia, plantio e colheita. Durante a cheia as águas do Nilo invadiam os terrenos de cada um dos moradores, que com a baixa do nível das águas na época de plantio, tornavam-se muito férteis (já que estiveram por meses em contato com a água). Como a economia egípcia tinha como base a troca de mercadorias, os impostos eram coletados na forma de cereais. Os governadores avaliavam anualmente a arrecadação de cereais naquele ano, baseando seus cálculos na área de superfície de cada terreno. |

Fonte: Autoria própria.

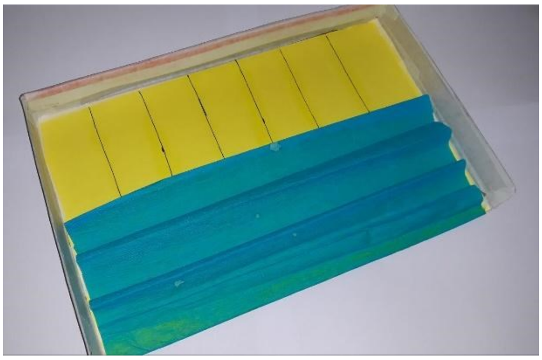
Para apoiar a explicação da situação foi criada uma maquete onde é possível tatear a movimentação do rio Nilo e a divisão dos terrenos (Figuras 3 e 4). O material utilizado foi simples, uma tampa de caixa de sapato, cartolina amarela para representar a areia, barbantes para demarcar as divisões dos terrenos e papel crepom para representar o rio. O papel crepom foi preso a apenas uma das extremidades da maquete, sendo possível movimentá-lo com uma certa variação.

Figura 9 - Maquete com o rio Nilo na época de plantio.



Fonte: Autoria própria.

Figura 10 - Maquete com o rio Nilo na época de cheia.



Fonte: Autoria própria.

Tendo como pergunta principal “como ficaria a área dos terrenos na cheia e na baixa do rio Nilo?”, formulou-se para esta situação o seguinte questionário:

Quadro 2 - Questionário da história virtual.

| |
|---|
| **1**. Os terrenos de cada um dos moradores às margens do rio Nilo possuíam o mesmo tamanho durante todo o ano?<br>**2.** Como podemos medir um terreno? Que aspectos devemos considerar? |

| |
|---|
| **3.** Quais desses aspectos estão relacionados com a diferença de tamanho total ao longo do ano? Porque? |
| **4.** Existem nestes terrenos medidas que são fixas? |
| **5.** Suponha que na época de maior cheia um terreno tenha 15 metros de largura e 20 metros de comprimento. Como podemos representar as dimensões dele após a baixa do rio? |
| **6.** Como você representaria a área deste terreno durante a cheia? E na baixa? |
| **7.** Existem outras coisas/características que podemos mensurar? Quais dessas coisas/características podem variar? |

Fonte: Autoria própria.

Observa-se que as perguntas 1 e 2 são de interação com o material desenvolvido, já as perguntas 3 a 5 são questões mediadoras para a questão 6, que é a pergunta principal, e, por fim, a questão 7 é uma pergunta extra. A composição de perguntas mediadoras foi pensada para a seguinte sequência: reconhecer onde ocorre a variação e onde ela não ocorre; conseguir representar uma variação qualquer nas dimensões num caso particular; conseguir representar a variação na área neste mesmo caso particular; discutir sobre o significado de “variação” em outros casos.

Nesta situação objetiva-se que a pergunta “como ficaria a medida da área para qualquer terreno com qualquer dimensão inicial?” fosse feita apenas pela pesquisadora, como uma conversa com os alunos a fim de discutir que soluções matemáticas estes encontrariam. Esta escolha se deu pelo fato de ser um primeiro contato, ou seja, a situação torna-se, além de mediadora do ensino, uma avaliação das compreensões pré-existentes.

### 5.3.2. Jogo – Dados ao Alvo

Pensar um jogo que introduza conceitos algébricos não se mostrou uma tarefa fácil. Em buscas pela internet foi possível encontrar diversos jogos para a ‘fixação’ de conteúdos e algoritmos de resolução, mas raramente se encontrava uma situação para iniciar o debate e a apresentação do conceito. Uma das poucas encontradas e que se tornou base para a criação da situação desencadeadora foi um jogo sem nome encontrado na plataforma *YouTube*[9]. No título do vídeo postado por uma professora encontra-se o tema do trabalho: “brincando com

[9] Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=139CkqAivCQ>.

a álgebra na matemática". O jogo possui um tabuleiro circular com pinturas coloridas indicando valores positivos e negativos:

Figura 11 - Tabuleiro original do jogo.

Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=139CkqAivCQ>.

Neste jogo há duas fases: na primeira cada aluno deveria, na sua vez, apanhar um pouco de milho pipoca e jogar sobre o tabuleiro, contando positivo e negativo e anotar como ficaria a pontuação sabendo que o valor de cada grão de milho é x. Um exemplo de anotação possível seria "1x-4x+3x-1x" diretamente na representação simbólica. No vídeo também se comenta sobre o jogo consistir em 'perdas' e 'ganhos', então os alunos deveriam agrupar separadamente pontos positivos e negativos (-5x+4x) e 'pagar' as perdas com os pontos positivos (-1x). Durante esta explicação vê-se o processo de adição de monômios. Na segunda fase do jogo, cada aluno deveria, na sua vez, jogar simultaneamente grãos de milho e de feijão, observando os sinais no tabuleiro e novamente registrar sua pontuação. Neste caso, o vídeo já indica o 'agrupamento de semelhantes' antes da primeira anotação e já utiliza "x" para o milho e "y" para o feijão. A adição de binômios foi feita da mesma forma que na primeira fase.

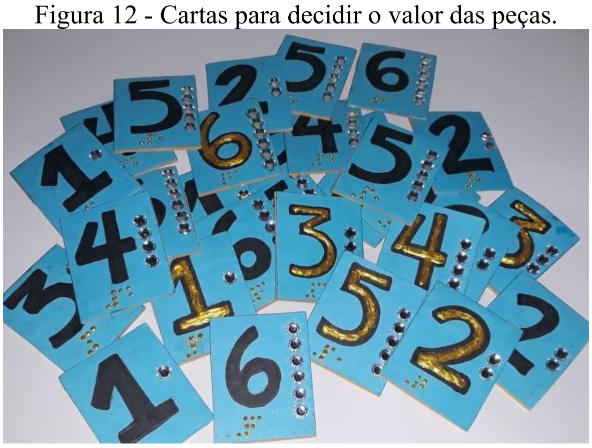
A primeira adaptação do jogo diz respeito ao tabuleiro: escolheu-se que as faixas de mesmo sinal seriam iguais em textura e cor, assim confeccionou-se um tabuleiro com faixas em Etil-Vinil-Acetato (E.V.A.) comum e vermelho e faixas em E.V.A. atoalhado branco. O formato redondo e com bordas da caixa mostrou-se conveniente e foi mantido, entretanto foi necessário adicionar pequenas bordas entre as faixas para que as peças não se movessem de uma faixa para a outra. Foi combinado juntamente com os alunos que as faixas de E.V.A. comum e vermelho seriam de valor positivo e as demais de valor negativo.

Também foi estabelecida uma quantidade fixa de rodadas: três. E um objetivo para o jogo: obter o maior número de pontos. O problema principal do jogo é saber quem ganhou cada rodada sem saber o valor das peças. Manteve-se ainda o formato em duas fases, cada um com suas próprias características.

Os conceitos e operações a serem trabalhados neste jogo são: representação de diferentes variáveis; adição de monômios e binômios; substituição de uma variável por um valor do seu campo de variação; campo de variação; representação e resolução de equações com monômios e binômios.

Nas primeiras rodadas de cada fase foram ofertadas aos alunos cartas de 1 a 6 para decidir o valor de cada peça e realizar a substituição (Figura 6). Após os alunos compreenderem o processo, as cartas não eram mais ofertadas e passava-se a discutir o intervalo de variação do valor de cada tipo de peça. A escolha por valores inteiros e positivos foi para facilitar as contas.

Figura 12 - Cartas para decidir o valor das peças.

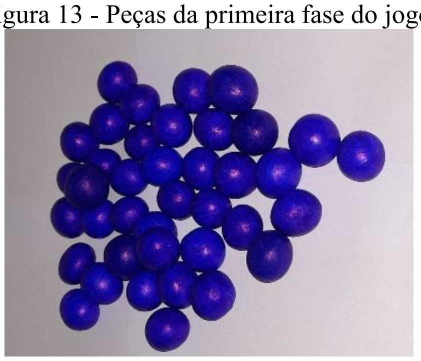


Fonte: Autoria própria.

#### 5.3.2.1. Primeira fase do jogo

No lugar de milho utilizou-se, para a primeira fase do jogo, bolinhas feitas de massa de *biscuit* e coloridas de azul escuro para maior contraste de cores com o tabuleiro.

Figura 13 - Peças da primeira fase do jogo.



Fonte: Autoria própria.

Nesta fase, pede-se aos estudantes que escolham um “nome” para as bolinhas e que as jogue sobre o tabuleiro. A contagem deve ser feita por faixa do tabuleiro e eles podem escolher como anotar seu resultado no computador. Depois que anotam os resultados faixa a faixa, os estudantes podem utilizar a caixa registradora (Figura 8) para “guardar” as peças positivas e negativas, respectivamente, e conferir as contas depois. A caixa registradora possui apenas a função de ajudar no registro, sendo preferível que não seja usada se não for necessária.

Figura 14 - Caixa registradora da primeira fase.

Fonte: Autoria própria.

As regras da primeira fase do jogo “dados ao alvo” são:

Quadro 3 - Regras da primeira fase do jogo.

| |
|---|
| O jogo tem 3 rodadas, em cada rodada os dois jogadores tem sua vez de obter pontuação. Cada jogador deve, na sua vez, retirar um punhado de bolinhas da caixa e jogá-las no tabuleiro. Depois deve contar quantas bolinhas há em cada faixa do tabuleiro, observando o relevo da faixa, e anotar em seu computador a quantia. Após terminar todas as faixas o jogador deve fazer as contas no computador e anunciar ao adversário a sua pontuação. Após cada rodada um dos jogadores deve tirar uma carta com números de 1 a 6, será o valor de cada bolinha. Ganha a rodada quem tiver maior pontuação e ganha o jogo quem vencer mais rodadas. |

Fonte: Autoria própria.

Após as três rodadas de jogo, há um questionário a ser explorado:

Quadro 4 - Perguntas da primeira fase do jogo.

1. Que elementos interferem no resultado? Esses elementos têm valores fixos?
2. Esses elementos que variam são chamados variáveis. Quantas e quais são as variáveis do jogo?
3. Como e entre que valores ocorre essa variação? Existem limites?
4. Em uma rodada o jogador fez 20 pontos, 7 caíram no setor positivo e 3 na região negativa, registre e diga qual era o valor da bolinha.
5. Na questão anterior, o valor da bolinha era variável?

Fonte: Autoria própria.

Como os estudantes já teriam muito contato com os elementos do jogo, a primeira questão é apenas uma reflexão sobre o que fizeram. A segunda pergunta retoma a ideia de variação contemplada na história virtual do conceito, enquanto a terceira pergunta traz a noção de intervalo de variação buscando propriedades destas variáveis. A questão 4 traz uma situação particular de equação que está presente no jogo e a última questão busca diferenciar variáveis e incógnitas. Considera-se que os elementos e conceitos discutidos nesta primeira fase serão a base para a compreensão dos conceitos presentes na segunda fase.

5.3.2.2. Segunda fase do jogo

Esta é a fase principal que dá nome ao jogo: troca-se as bolinhas de *biscuit* por dados de cartolina que serão jogados sobre o tabuleiro com formato de alvo, logo, temos o jogo “dados ao alvo”.

Para diferenciar três tipos de dados foram utilizados diversos relevos: pontos de cola relevo, pelúcia e papel *crepom*.

Figura 15 - Peças da segunda fase do jogo.

Fonte: Autoria própria.

Dessa forma a caixa registradora também se expande.

Figura 16 - Caixa registradora da segunda fase do jogo.

Fonte: Autoria própria.

As regras do jogo na segunda fase se mantem, mas com a observação de que agora cada face do dado terá um valor diferente e que, por isso, é necessário tirar 3 cartas de valores.

Na segunda fase do jogo serão exploradas as seguintes questões:

Quadro 5 - Perguntas da segunda fase do jogo.

| |
|---|
| 1. Que elementos interferem no resultado? Esses elementos têm valores fixos?<br>2. Quantas e quais são as variáveis do jogo?<br>3. Como e entre que valores ocorre essa variação? Existem limites?<br>4. Um jogador diz ao outro que fez 30 pontos, mas seu adversário esqueceu quanto valia a face de papel crepom nesta rodada. A soma foi 22, mas ainda faltam contar dois dados de face de papel crepom na parte positiva do tabuleiro. Como podemos expressar matematicamente este problema? E qual o valor da face de papel crepom?<br>5. Na questão anterior o valor da face de papel crepom podia mudar ou era único? Neste caso, a face de papel crepom é uma variável do jogo? Porquê? |

Fonte: Autoria própria.

As questões desta fase são muito semelhantes com as da primeira, buscando-se rediscutir e rever os mesmos conceitos em um caso mais amplo. Entretanto a equação gerada na quarta pergunta possui mais elementos (um monômio sem variável, apenas o número real).

Em todos os materiais produzidos para o jogo buscou-se a ideia de Desenho Universal, ou seja, que eles sejam acessíveis a qualquer pessoa: videntes, pessoas com baixa visão e cegos. As cartas de valores foram confeccionadas com cartolina colada em E.V.A., os números foram grafados a tinta e alguns estão preenchidos com cola relevo, há também os números em braile feitos com relevo e quantificadores em *strass*. As caixas registradoras foram confeccionadas em origami com cartolina e têm em seu interior o mesmo tipo de E.V.A. do tabuleiro, além disso há no exterior das caixinhas os indicadores de sinal (E.V.A.) e de qual a face do dado.

### 5.3.3. Situação Emergente do Cotidiano – A Cantina da Escola

A situação emergente do cotidiano mostrou-se o tipo de situação desencadeadora mais difícil de ser elaborada, por isso ela surgiu de conversas informais com alunos e da inspiração da situação 4 proposta no trabalho da Melissa Marães[10] (2016). Esta situação se desenvolve no contexto de compra e venda da cantina escolar e tem como foco a dependência de variáveis.

[10] Trabalho disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_pdp_mat_utfpr_melissazenmaraes.pdf>.

Quadro 6 - Situação emergente do cotidiano

| |
|---|
| Certo dia houve um reajuste na tabela de preços da cantina da escola, então a tabela ficou da seguinte forma:<br>Café: R$ 1,50<br>Chá: R$ 2,00<br>Pão de queijo: R$ 1,00<br>Fatia de bolo: R$ 3,00<br>Salgados: R$ 3,00<br>Suco natural: R$ 5,00 |

Fonte: Autoria própria.

Esta situação por si só não apresenta um problema, tem um caráter apenas informativo, quase como uma notícia. Entretanto, com a elaboração do questionário foi possível abranger alguns conceitos.

Quadro 7 - Perguntas da situação do cotidiano

1. O que pode ser comprado com R$10,00?
2. E com 20 reais?
3. Quanto seria gasto comprando:
    a) um café e um pão de queijo?
    b) um salgado e um suco natural?
    c) 2 pães de queijo e um café?
4. Um grupo de amigos ia a cantina todos os dias e sempre faziam um único pedido para economizar tempo na fila. Todo dia, cada um comprava um suco natural e um salgado e repassava o valor ao amigo que faria o pedido.
    a) Quanto cada um gastava com o lanche?
    b) Quanto ficaria o pedido se o grupo daquele dia tivesse 3 amigos?
    c) E se houvessem 5 amigos no grupo?
    d) E se tivéssemos n amigos?
5. Um dia, alguns desses colegas decidiram trocar o pedido para um chá e uma fatia de bolo, entretanto outros mantiveram o pedido de um suco natural e um salgado. Como podemos representar o valor total do pedido?
6. Que grandezas estão envolvidas nesta situação?
7. Existem variáveis nos problemas acima? Se sim, diga quais são.

8. Dizemos que uma variável é independente quando seu valor não sofre influência do valor de outra variável e que uma variável é dependente quando precisamos do valor de outra variável para determinar o valor dela. Analise se os seguintes elementos são variáveis e se são dependentes ou independentes entre si:
    a) Valor da fatia de bolo e valor do chá.
    b) Quantidade de salgados e quantidade de amigos do grupo.
    c) Quantidade de produtos comprados e valor da compra.
    d) Preço de cada produto e valor da compra.
9. Num evento interescolar, este grupo de amigos foi a uma outra escola, onde a tabela de preços não ficava exposta. Enquanto esperavam na fila da cantina ouviram o pedido de dois alunos: o primeiro pediu um suco e três pães de queijo e gastou R$8,50, o segundo aluno pediu 2 sucos e 2 pães de queijo e gastou R$11,00. Quanto custa cada pão de queijo e cada copo de suco nesta escola?

Fonte: Autoria própria.

As três primeiras questões convidam os estudantes a explorar os dados da tabela e buscar diferentes combinações de compras com os valores fixos. A questão 4 representa uma situação rotineira da escola: enviar um representante para comprar os lanches de todos para evitar que todos fiquem na fila. Como os valores dos itens comprados já estão na tabela, a resposta é um múltiplo do valor do lanche (logo, um monômio). A questão 5 é uma extensão da 4, onde a resposta é um binômio. A questão 7 é um reforço do que foi feito nas situações anteriores. A questão 8 é a questão principal desta situação (sendo as questões 4 a 7 as mediadoras), nela é apresentado o conceito de independência e dependência de variáveis. A questão 9 é uma questão extra que trata da resolução de sistemas de duas equações com duas variáveis.

# 6. ANÁLISE DE DADOS

Os dados foram coletados usando principalmente o diário de bordo e as gravações em áudio e vídeo. A construção do diário de bordo foi feita com base nas impressões da pesquisadora, numa perspectiva interpretativa (FIORENTINI; LORENZATO, 2012), por sua vez, as filmagens contribuem para descrever objetivamente os acontecimentos. Para realizar a análise, foi feita a transcrição dos áudios com foco nas falas dos alunos e, quando necessário, descrições sobre o ambiente e demais interações dos estudantes.

Para a análise dos dados coletados, foi escolhido o conceito de isolado proposto por Caraça (1989), considerando que

> Na impossibilidade de abraçar, num único golpe, a totalidade do Universo, o observador *recorta*, *destaca*, dessa totalidade um conjunto de sêres e factos, abstraindo de todos os outros que com eles estão relacionados.
> A um tal conjunto daremos o nome de *isolado*; um *isolado* é, portanto, uma *secção* da realidade, nela recortada arbitrariamente (CARAÇA, 1989, p. 112).

Entende-se que, a análise por isolados consiste então em fazer recortes da totalidade de um fenômeno para analisar separadamente e, assim, buscar entender sua relação de interdependência e fluência, isto é, em movimento.

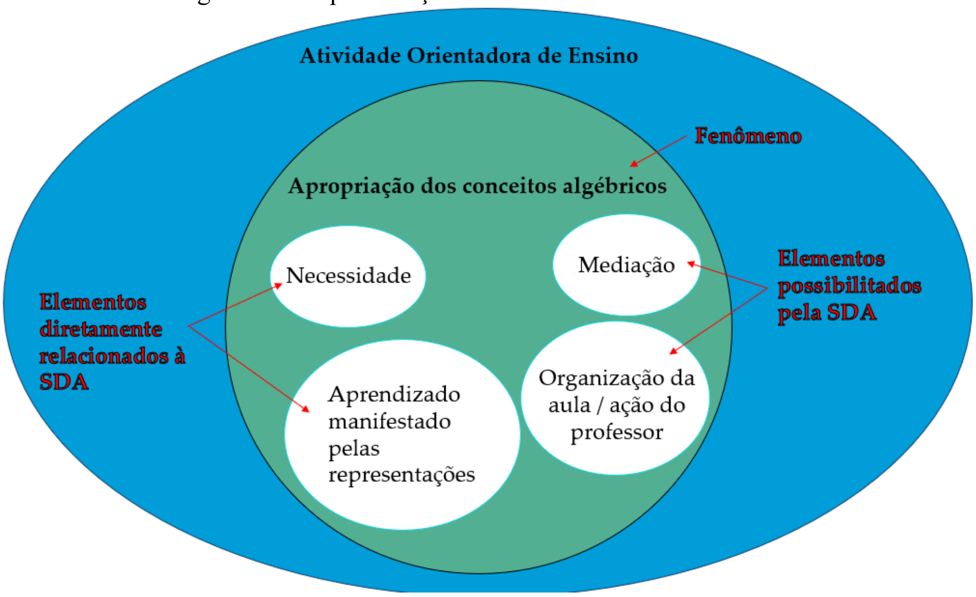
Destaca-se que o fenômeno estudado é '**a apropriação de conceitos algébricos por estudantes deficientes visuais a partir das situações desencadeadoras de aprendizagem propostas**'.

Antes da apresentação dos isolados que contribuem para a compreensão deste fenômeno, será realizada uma descrição das intervenções realizadas com os estudantes. A partir destas descrições foram destacados três isolados: **mediação**; **sujeitos em atividade** e; **apropriação dos conceitos algébricos**. A escolha destes isolados fica a cargo do pesquisador, pois, segundo Caraça "é do bom-senso do observador recortar o seu *isolado* de estudo, de modo a compreender nele todos os factores dominantes, isto é, todos aqueles cuja acção de interdependência influi sensivelmente no fenômeno a estudar" (1989, p. 112).

Entretanto a escolha destes isolados pode ser justificada considerando-se que no planejamento de aula (que inclui a situação desencadeadora de aprendizagem), existem elementos que influenciam diretamente a aprendizagem. Entre estes, a mediação e forma de organizar o ensino a partir da situação e as motivações dos estudantes. Desta forma, para estudar as contribuições das situações para a "apropriação dos conceitos" é necessário distinguir as contribuições que não são próprias da situação, mas da organização do professor (mediação). Entretanto, estes últimos elementos são possibilitados pela situação desencadeadora.

Pode-se entender esta relação como no esquema a seguir. Para analisar as contribuições da situação desencadeadora destaca-se dois grandes grupos: o quanto a situação desencadeadora se mostra potencializadora do ensino pelos seus próprios elementos e o quanto ela possibilita a mediação e organização por parte do professor.

Figura 17 - Representação do fenômeno e seus elementos.




Fonte: Autoria própria.

Entende-se que estes 'grupos de elementos' podem ser convenientemente divididos em três isolados: os elementos apenas possibilitados pela SDA constituem-se como forma de **mediação** do professor; já os elementos próprios da situação distinguem-se pela identificação das necessidades que colocam os **sujeitos em atividade** e pela identificação de representações e falas que explicitem a **apropriação de conceitos algébricos**.

Mesmo que estes isolados já sejam recortes da realidade, ainda é difícil reconhece-los e analisá-los por completo, por isso é preciso escolher o que será analisado em cada um. Neste movimento, será utilizado o conceito de **episódio**. "Os episódios são classes de fatos que explicitam empiricamente o fenômeno" (MORAES, 2008, p. 16), isto é, são as classes de fatos que constituem o isolado.

> São ações reveladoras do processo de formação dos sujeitos participantes de um *isolado.* [...] Os episódios revelam a natureza e qualidade das ações em um isolado. Quanto à natureza, podemos destacar se se trata de conceito, de modos de ação, de valores, de conhecimento estratégico (organização do trabalho coletivo e das relações de trabalho, criação de atividades orientadoras de aprendizagem), ou se é apenas conhecimento prático. Quanto à qualidade, os episódios poderão revelar se se trata de ações coordenadas pelos motivos individuais ou coletivos, se visam a concretização da atividade ou feitos sem vínculo com os motivos dessas ações, se articulam análise e síntese na avaliação das ações. (MOURA, 2004, p. 272-273).

Estes fatos aparecem como **cenas** que são os momentos registrados pelo recolhimento dos dados, neste caso, pelas gravações em áudio e vídeo e diário de bordo da pesquisadora. Assim, formam-se episódios que "poderão ser frases escritas ou faladas, gestos e ações que constituem *cenas* que podem revelar interdependência entres os elementos de uma ação formadora." (MOURA, 2004, p. 276).

Antes desta análise mais detalhada, convém uma descrição do que ocorreu nas intervenções em ordem cronológica. Nesta análise prévia vê-se superficialmente cenas que serão aprofundadas na análise dos isolados.

## 6.1. DESCRIÇÃO DAS INTERVENÇÕES

Nesta seção encontra-se uma descrição breve e cronológica de como ocorreram as intervenções com base no diário de bordo, nos áudios e vídeos gravados e na organização apresentada anteriormente:

1. Apresentação da motivação
2. Interação com a situação desencadeadora
3. Perguntas mediadoras
4. Pergunta principal
5. Perguntas extras (quando realizadas)

### 6.1.1. A Cobrança de Impostos no Egito

A situação de ensino e seu questionário encontram-se no apêndice A.

#### 6.1.1.1. Apresentação da motivação

Os alunos tiveram acesso ao arquivo *.txt* com o texto da situação e as questões, e após a leitura relataram que não haviam compreendido.

Pensando que os problemas de interpretação dos alunos poderiam prover da forma de leitura do programa de computador, a pesquisadora se ofereceu para ler de forma conjunta, entretanto isto também não surtiu efeito. Para transpor esta barreira, a pesquisadora passou a utilizar a maquete para explicar a situação e, a partir disso, os estudantes puderam compreender o problema.

A apresentação da maquete foi feita separadamente pois a disposição das mesas não permitia que os estudantes sentassem lado a lado e ainda utilizassem os computadores. A própria pesquisadora guiou as mãos dos alunos pelo material, mostrando onde estava cada elemento.

Pode-se considerar, portanto, que a interação com a maquete (elemento tátil) foi crucial para que os estudantes compreendessem a movimentação do rio e o problema contido na situação.

#### 6.1.1.2. Interação com a situação desencadeadora

As duas primeiras questões apresentadas na situação eram de interação com o material. A primeira questão, se há mudanças no tamanho dos terrenos ao longo do ano, foi rapidamente respondida pelos alunos com base no texto e na maquete.

A segunda questão, que era sobre que elementos deve-se considerar para medir um terreno, gerou diversas dúvidas, a maioria externadas por A1, mas foi possível perceber que A2 estava ouvindo atentamente as explicações também. Quando A1 pergunta "o que que é o tal do aspecto?", ouve que "são as características de algo, as coisas que ele tem", mas deixa de se atentar enquanto procura um fone na bolsa. Neste momento de distração, A1 passou a responder apenas "não sei" a todas as perguntas, situação que foi difícil de superar. A professora da SRM tenta ajudar, mas não obtém sucesso, então a pesquisadora procura fazê-lo reconhecer as dimensões de seu notebook, guiando suas mãos pelo comprimento, largura e altura, mas sem nomeá-las. Esta situação foi seguida de diversas tentativas de outros exemplos que falharam em conduzi-los a resposta "largura e comprimento".

Ainda sobre as dificuldades no reconhecimento das dimensões do terreno, a pesquisadora mostrou aos estudantes os lados de cada terreno apenas após responderem o seguinte: como descobrir a área do quadrado? como descobrir a área do retângulo? qual o formato do terreno? Ao chegar neste ponto, ambos compreenderam que o tamanho do terreno era a multiplicação do valor de seus lados, mas quando questionados como chamamos estes "lados" quando se trata de um terreno, não houve resposta. Considerou-se que todo aquele processo de pensamento já havia sido válido, então a pesquisadora mostrou o comprimento nomeando-o na maquete, automaticamente surgiu a resposta que o outro era a largura.

#### 6.1.1.3. Perguntas mediadoras

A terceira questão tinha como objetivo diferenciar as dimensões e a área total do terreno ao longo do ano, entretanto, os estudantes apresentaram muitas dificuldades, sendo possível perceber que a relação de dependência entre a área de uma figura e suas dimensões não foi reconhecida. Como nesta intervenção o foco era a variação e não o estudo dos elementos da figura, não se dedicou tempo para uma definição mais precisa de área e de dimensão, apenas fez-se a diferenciação pelo tato.

A pergunta "Existem nestes terrenos medidas que são fixas?" foi facilmente desvendada com utilização da maquete e retorno ao reconhecimento de onde estão os terrenos e seu comprimento e largura na maquete. Entretanto, apenas o manuseio da maquete não havia sido suficiente, foi necessário repetir a indicação de onde estava cada dimensão.

A quinta questão, "Suponha que na época de maior cheia um terreno tenha 15 metros de largura e 20 metros de comprimento. Como podemos representar as dimensões dele após a baixa do rio?", já trazia em si uma boa parte da questão principal e demorou a ser desenvolvida.

De maneiras diferentes, ambos estudantes apresentaram a mesma dificuldade nesta questão: após compreender o que ocorria, não conseguiam representar/escrever sua resposta. Esperava-se que os estudantes compreendessem que após a baixa do rio as dimensões do terreno são: 15 metros de largura (que são fixos) e $20+x$ metros de comprimento, onde 'x' pode ser qualquer símbolo ou expressão que representasse um acréscimo no tamanho.

Mesmo compreendendo parte do problema, A1 buscava uma resposta numérica, tentando supor quantos metros o terreno teria aumentado. Fica claro que a resposta "x" se torna automática quando não sabe o que escrever, já que o estudante não é capaz de relacionar este elemento com os demais.

#### 6.1.1.4. Pergunta principal

A pergunta principal desta situação é expressa pela questão 6, "Como você representaria a área deste terreno durante a cheia? E na baixa?". Esta questão dependia diretamente da compreensão da questão 5, pois era necessário conhecer as dimensões do terreno. A principal dificuldade apresentada pelos alunos foi de reconhecer que a resposta "20+x" dada na questão anterior de fato representava um valor numérico.

#### 6.1.1.5. Perguntas extras

Os alunos foram deixados livres para responder a seguinte questão extra, elaborada no momento da intervenção: "Eu quero que vocês descrevam para mim como que vocês fariam para medir [a área] do terreno na cheia e na baixa se vocês não soubessem o comprimento e a largura dele". As respostas foram diferentes, A1 buscou uma explicação mais geral descrevendo os procedimentos e A2 buscou uma forma de representar suas contas utilizando "largura" como uma variável.

### 6.1.2. Jogo Dados ao Alvo – Primeira Fase

A situação de ensino e seu questionário encontram-se no apêndice B.

#### 6.1.2.1. Apresentação da motivação

Novamente foi ofertado aos alunos o arquivo no formato *.txt* com as regras do jogo e as questões. Para não gerar dúvidas na primeira etapa do jogo, seu nome foi omitido e chamado apenas de "jogo". Os estudantes leram as regras do jogo pelo computador, entretanto, relataram que não haviam entendido.

Para suprir este problema, o jogo foi explicado a partir de seus elementos, dando a oportunidade de que, individualmente, tateassem todos eles. A1 apresentou dificuldades de entender as regras e solicitou que a pesquisadora as repetisse várias vezes. Os estudantes se mostraram animados com o fato de a intervenção ser um jogo, inclusive se propondo a jogar "pedra-papel-tesoura" (com a pesquisadora narrando os resultados) para decidir quem iria jogar primeiro.

#### 6.1.2.2. Interação com a situação desencadeadora

Nesta intervenção, a interação com a situação desencadeadora se deu em duas etapas consecutivas: primeiro entender o funcionamento das regras do jogo durante a primeira partida (com três rodadas) e, posteriormente, estudar este funcionamento com as questões.

A caixa registradora não foi necessária, tendo em vista a orientação da pesquisadora para que a cada faixa do tabuleiro os estudantes anotassem os valores no computador. Ambos estudantes devolveram as peças do jogo ao pote sem dificuldades, mas a estratégia de anotar os resultados por faixa não surtiu efeito a longo prazo, já na segunda rodada A2 solicitou contar primeiro "só os negativos" (se referindo aos pontos que estavam na faixa negativa). A1 apresentou algumas dificuldades para se lembrar qual faixa era positiva ou negativa, necessitando da orientação da pesquisadora

Ao explicar que o valor da peça (bolinha) era desconhecido, a pesquisadora esperava que os alunos escrevessem "bolinhas" ou "b", mas os estudantes relacionaram o desconhecido diretamente com a letra "x".

Após chegarem em respostas do tipo "$n x$", onde n era um número inteiro conhecido, os estudantes se confundiam muito no processo de atribuição de valor para "x". Ao sortear uma carta de valor 1 a 6 (campo de variação) para x, os estudantes não entendiam como "x" podia ter um valor agora. Este problema se manteve durante toda a primeira fase e, neste momento, a pesquisadora optou por não forçar explicações aos alunos, já que o tema seria retomado na segunda, e principal, fase do jogo.

Este obstáculo foi superado quando A1 obteve o resultado "$0x$" em uma rodada, momento em que a pesquisadora aproveitou para conversar sobre encontrar um ganhador "para qualquer valor de x".

Quando querem ir mais rápido na contagem, percebem que é possível agrupar as positivas e negativas diretamente nas faixas do tabuleiro, antes de contá-las. A1 foi o primeiro a reconhecer isto, o que é uma observação diferente da feita por A2: A2 queria contar primeiro as bolinhas das faixas negativas efetuando a soma destas faixas primeiro, enquanto A1 quer agrupar as peças em uma faixa de cada tipo antes de contá-las.

Durante a intervenção foi possível perceber o seguinte caminho:

- identificação de pontos em cada faixa;
- agrupamento de pontos positivos e negativos durante a soma;
- agrupamento de pontos positivos e negativos nas faixas do tabuleiro;
- representação da resposta para qualquer valor de "x";
- analisar as respostas para x entre 1 e 6 e, através disto, reconhecer o ganhador.

#### 6.1.2.3. Perguntas mediadoras

Considerou-se que nesta fase houve duas questões mediadoras "Que elementos interferem no resultado? Esses elementos têm valores fixos?" e "Esses elementos que variam são chamados variáveis. Quantas e quais são as variáveis do jogo?". Na primeira os alunos não apresentaram dificuldades de reconhecer os elementos, entretanto foi preciso explicar que o valor de “x” influencia o resultado, mas, com este campo de variação, não está influenciando o ganhador.

Ao pedir que relembrassem o que era variável, eles responderam que “coisas que variam”, A2 lembrou que o terreno tinha uma medida que variava e A1 lembrou-se que sua altura varia.

A identificação dos elementos que variam (quantidade de bolinhas e valor da bolinha) não exigiu muito tempo.

#### 6.1.2.4. Pergunta principal

Podemos considerar que esta situação tem duas perguntas principais, uma relacionada a campo de variação e outra relacionada a resolução de equações com uma variável.

Ambos estudantes reconheceram facilmente os intervalos de variação da quantidade de bolinhas (de 1 a 30) e do valor das bolinhas (1 a 6) apenas contando e explorando o material.

A questão “Em uma rodada o jogador fez 20 pontos, 7 caíram no setor positivo e 3 na região negativa, registre e diga qual era o valor da bolinha.” foi a que os alunos mais apresentaram dificuldades. A representação na forma de uma equação não foi formulada mesmo representando no tabuleiro (apesar de reconhecerem a parte “7x - 3x”, não percebiam que a expressão era igual a 20), então foi necessária a intervenção da pesquisadora ajudando-os a escrever a igualdade e explicando que ela já existia quando eles jogaram. A2 teve dificuldades para entender da onde vinha a equação, mas resolveu rapidamente.

### 6.1.3. Jogo Dados ao Alvo – Segunda Fase

A situação de ensino e seu questionário encontram-se no apêndice C.

#### 6.1.3.1. Apresentação da motivação

A apresentação dessa situação se deu em duas intervenções bem curtas, uma apenas com A1 (A2 precisou faltar) e outra com A1 e A2. Apenas no terceiro dia de intervenção é que foram feitas as perguntas. As rodadas do jogo foram facilmente explicadas, pois a única diferença era o aumento no número de peças.

Primeiro vamos tratar da primeira intervenção, apenas com A1. Na primeira fase foram relembradas as regras, depois apresentou-se ao estudante as novas peças e o nome do jogo “dados ao alvo”. Quando perguntado como poderia chamar as peças, A1 respondeu automaticamente três letras: “D, W e G”, sendo D a inicial de seu nome e W e G representando “Win game” (do inglês, vence o jogo).

Já na primeira tentativa de contar os pontos, percebeu que não era possível contar todos juntos, então foi primeiro nas faixas negativas e nos pontos da letra “D”, depois passando as outras letras e repetindo o processo nas faixas positivas.

Seu primeiro registro foi “-3D-3W-2G+1D+2G”, mas quando perguntado se havia como simplificar o resultado, respondeu que não havia o que fazer pois eram “de famílias diferentes”. A pesquisadora solicitou que ele olhasse com mais atenção e ele exclamou “Ah, agora entendi, eu posso somar as com famílias iguais!”, mas ainda não realizou a conta, por isso recorreu-se a caixa registradora.

Após a explicação utilizando a caixa registradora, a pesquisadora posicionou a mão esquerda do aluno na caixa com “-2G” e a mão direita na caixa com “+2G”. Para realizar a conta o aluno juntou as duas mãos em frente ao rosto (segurando as respectivas peças), pensou e, por fim, respondeu “0G”, ainda esperando uma confirmação do processo.

Ele utilizou este processo de contagem na primeira rodada com a caixa registradora, depois percebeu que “juntar” era “somar” e passou a não fazer mais este movimento. A primeira vez com a caixa registradora foi instruída pela pesquisadora, depois o próprio aluno preferiu utilizá-la para agrupar as peças na caixa e não nas faixas do tabuleiro

Na segunda intervenção com este jogo, houve participação dos dois estudantes. A2 não tinha necessidade de usar a caixa registradora, conseguia agrupar os termos semelhantes nas faixas do tabuleiro e anotar estas pontuações no computador sem se perder. A1, vendo esta forma de contar, deixou de precisar da caixa registradora, mas por vezes era necessário lembrá-lo de anotar os resultados parciais.

A1 apresentou um avanço no agrupamento de termos semelhantes, mas ainda não percebeu todas as possibilidades de agrupamento nas expressões que escreveu. A2 realizou os agrupamentos sem problemas. Ambos precisaram ser lembrados que não há necessidade de escrever “0x”

No último dia de intervenção com este jogo optou-se por jogar mais uma vez a segunda fase do jogo antes da apresentação das perguntas. A2 precisou faltar novamente. Neste dia A1 escolheu as letras A, B e C. O estudante voltou a pedir a caixa registradora e ainda precisou ser lembrado de anotar os dados no computador, entretanto, antes de levar as peças para a caixa registradora ele fez um “pré-agrupamento” já nas faixas do tabuleiro (agrupando por negativas e positivas).

Nesta aula, A1 pediu mais tempo para suas respostas, anotando com mais calma seus resultados. Dessa forma, primeiro eram realizadas todas as anotações e as operações no computador para só depois "conferir" a resposta através da caixa registradora.

#### 6.1.3.2. Interação com a situação desencadeadora

Assim que leu as questões, A1 pediu para conversar com a pesquisadora e tirar suas dúvidas durante a intervenção, então manteve-se um formato dialogado. Pode-se considerar que toda a primeira fase do jogo foi uma forma de interação com a situação desencadeadora.

#### 6.1.3.3. Perguntas mediadoras

As perguntas mediadoras da segunda fase foram as mesmas exploradas na primeira fase do jogo: "Que elementos interferem no resultado? Esses elementos têm valores fixos?" e "Quantas e quais são as variáveis do jogo?". A primeira questão foi facilmente respondida pelo estudante, entretanto, na segunda ele percebe as variáveis "o valor de cada letra" e "pontuações positivas ou negativas" mas não reconhece o resultado como uma variável (não houve essa discussão na primeira fase).

Na pergunta "Como e entre que valores ocorre essa variação? Existem limites?" o estudante apresentou muitas dificuldades, necessitando constantemente de explicações detalhadas.

O estudante conseguiu identificar quais eram os intervalos de variação e a pesquisadora o ajudou a analisar quais são apenas positivos, apenas negativos e mistos.

#### 6.1.3.4. Pergunta principal

A pergunta principal foi a seguinte: "Um jogador diz ao outro que fez 30 pontos, mas seu adversário esqueceu quanto valia a face de papel crepom nesta rodada. A soma foi 22, mas ainda faltam contar dois dados de face de papel crepom na parte positiva do tabuleiro. Como podemos expressar matematicamente este problema? E qual o valor da face de papel crepom?"

Segundo o próprio aluno, ele resolve do jeito "dele" os problemas deste tipo (ou seja, ele adivinha o valor, mas não realiza as operações inversas conscientemente). Sua resposta foi "c = 4, porque 4 vezes 2 é 8 e 8 mais 22 é 30" e ele se manteve firme neste formato com explicações relacionadas ao jogo e usando movimentos corporais. Assim, a pesquisadora criou, neste momento, uma equação com uma incógnita em que a resposta não era um número inteiro, $20 = 4a - 10$. Além do registro da equação, a pesquisadora ainda ditou conforme ele estava acostumado "que número 'a' eu multiplico por 4, subtraio 10 e chego em 20?" mas o estudante permaneceu em silêncio tentando resolver. Após alguns minutos, ele relatou chegar apenas em "$4a = 30$" mas não conseguiu explicar como chegou nisso. Quando havia auxílio e instrução, ele conseguia resolver, mas sozinho ele nem começava.

O primeiro passo foi diferenciar o valor que multiplicava a incógnita e o valor que era somado a ela. Também foi necessário conversar sobre a ordem em que ele deveria "desfazer" esta equação.

Quando não conseguia resolver mentalmente a equação, o estudante se interessava mais por utilizar as operações inversas, mas pedia ajuda constantemente. Mesmo sendo interrompido pela chegada do pai, o aluno se esforçou para terminar esta questão, entretanto não demonstrou nenhuma autonomia para isso.

### 6.1.4. A Cantina da Escola

A situação de ensino e seu questionário encontram-se no apêndice D.

#### 6.1.4.1. Apresentação da motivação

Assim que leem a situação, A1 comenta que houve aumento de preço no picolé da cantina da escola em que estuda. Como era esperado pelas conversas com os alunos, a situação tinha uma grande familiaridade com a experiência diária deles.

#### 6.1.4.2. Interação com a situação desencadeadora

As três primeiras perguntas são de interação com a situação. Os estudantes apenas não estão familiarizados com a possibilidade de a escolha ser livre nestas questões e a pesquisadora estabeleceu junto com eles algumas relações entre os produtos diferentes e que custaram o mesmo valor em ambas as compras. Neste ponto surgiu a primeira dificuldade: A2, que não esteve na outra intervenção, não conseguia estabelecer uma relação entre os valores do chá e do pão de queijo, tentando continuamente escrever "$1x = 2x$". Para avançar, a pesquisadora indica que podem ser usadas quantas letras desejarem, então, automaticamente A2 escreve "$1x = 2y$". Assim, percebe-se que A2 não reconheceu a necessidade de se utilizar diferentes representações para estas duas grandezas diferentes.

Uma peculiaridade é que, na segunda questão, A1 gastou apenas 13 reais, pois iria "levar troco para casa", com isso, as relações ficaram mais complexas, como: 1 suco = 1 chá + 2 pães de queijo + 1 real. Os estudantes conseguem entender e estabelecer algumas dessas relações, mas nem tentam anotá-las. Então a pesquisadora solicitou que escolhessem uma letra para representar cada objeto e, ao invés do x e y utilizados anteriormente, buscaram as iniciais de cada item.

Neste momento não estão falando de relações entre variáveis, mas de relações entre grandezas conhecidas (como uma forma de estudar a relação de igualdade através das possibilidades de compras com o mesmo valor).

A1 ignorou algumas questões que envolviam escrita ou linguagem algébrica, buscando repetidamente resolver mentalmente sem nenhuma anotação.

#### 6.1.4.3. Perguntas mediadoras

Os estudantes conseguiram resolver todos os itens da questão 4 sem problemas, com exceção do item d), que pedia uma generalização. Foi necessário que a pesquisadora intervisse e explicasse que o valor por pessoa era fixo, desse ponto em diante conseguiram escrever a expressão.

Quanto a questão 5, A1 afirmou entender o que acontece e apenas não saber como resolver o problema. Houveram muitas dúvidas nesta questão e demorou até que os estudantes conseguissem chegar ao binômio "5x+8y", onde x e y são as quantidades de pedidos de cada valor.

A2 consegue resolver antes a questão e explica para A1 que "quando você não sabe, coloca letra", o que, de fato, auxiliou A1 a chegar na resposta.

O reconhecimento das grandezas do problema foi especialmente desafiador para A1, então A2 precisou apenas de explicações pontuais. Entretanto, após o reconhecimento das grandezas, ambos apresentaram grande desenvoltura para apontar quais destas eram variáveis.

#### 6.1.4.4. Pergunta principal

Para explicar a questão 8 a pesquisadora apresentou alguns exemplos e explicou como encontrar a relação de dependência, em seguida, deixou os alunos responderem livremente e eles não apresentaram dúvidas. A principal estratégia foi identificar que se precisam saber o valor do item 1 para saber o valor do item 2, o valor do item 2 é uma variável dependente do valor do item 1.

### 6.1.5. Considerações Sobre as Intervenções

De posse da descrição cronológica dos fatos pode-se inferir alguns elementos gerais como: os estudantes interagiram com as situações e com a pesquisadora, realizaram diversas ações e responderam perguntas que envolviam conceitos. Entretanto, não podemos afirmar que se apropriaram dos conceitos e elencar as contribuições das situações desencadeadoras de aprendizagem para isto. Assim, parte-se para uma análise mais aprofundada com base nos isolados já apresentados.

## 6.2. ANÁLISE POR ISOLADOS

Como dito anteriormente, a escolha dos isolados revela recortes do fenômeno estabelecido pelo pesquisador. Por sua vez, os episódios são os conjuntos de cenas que explicitam o elemento analisado em cada isolado. Assim, para o isolado mediação, compreendeu-se que seriam necessários três episódios: uso dos instrumentos; uso dos signos pela pesquisadora e; uso dos signos na coletividade. Compreende-se aqui as duas formas de mediação discutidas (signos e instrumentos) e que a mediação do professor se distingue da mediação entre estudantes, já que o primeiro orienta intencionalmente o processo de ensino e aprendizagem e os estudantes se apropriam coletivamente do conhecimento.

Para o segundo isolado, sujeitos em atividade, utilizou-se a distinção feita pela Atividade Orientadora de Ensino acerca dos conceitos de atividade de ensino e atividade de aprendizagem revelando-as como episódios.

O último isolado, apropriação dos conceitos algébricos, é revelado no primeiro episódio pelos nexos conceituais da álgebra, no segundo episódio pela dificuldade vinculada ao desconhecimento de conceitos, no terceiro mostra uma dificuldade também, mas vinculada à ausência de sentido para as ações. No último episódio mostram-se as formas de representação associando-as às possibilidades dadas por cada situação.

Para cada episódio de cada isolado selecionou-se cenas (momentos únicos ou que se repetiram nos dados obtidos) a partir das quais caracteriza-se cada episódio. Estas cenas são consideradas aquelas que revelam o principal em relação ao episódio e, portanto, pode-se estudá-lo a partir delas. Como o objetivo é uma análise geral do processo de aprendizagem de álgebra a partir das situações desencadeadoras, as cenas foram selecionadas pelo movimento que revelam, sem restrição cronológica. A relação entre isolados, episódios e cenas está disposta na tabela a seguir:

Tabela 5 - Isolados, episódios e cenas.

| Isolado | Episódios | Cenas |
|---|---|---|
| Isolado 1 - Mediação | Episódio 1 – Uso dos instrumentos | Cena 1 – Uso da maquete para compreender a fluência;<br>Cena 2 – Uso da maquete no reconhecimento das dimensões do terreno;<br>Cena 3 – Uso do tabuleiro como intermediário para a representação simbólica;<br>Cena 4 – Reconhecimento do campo de variação através das peças do jogo;<br>Cena 5 – Uso da caixa registradora para operações com monômios; |
| | Episódio 2 – Uso dos signos pela pesquisadora | Cena 1 – Necessidade de leitura conjunta das situações;<br>Cena 2 – Necessidade de diálogos e explicações;<br>Cena 3 – Necessidade de confirmação das respostas; |
| | Episódio 3 – Uso dos signos na coletividade | Cena 1 – Exemplos compartilhados;<br>Cena 2 – Contribuições da aluna mais velha;<br>Cena 3 – Dúvidas compartilhadas; |
| Isolado 2 – Sujeitos em Atividade | Episódio 1 – Atividade de ensino | Cena 1 – Necessidade da pesquisadora;<br>Cena 2 – Mediação pré-estabelecida;<br>Cena 3 – Ações durante a intervenção; |
| | Episódio 2 – Atividade de aprendizagem | Cena 1 – Motivos desencadeados pela situação;<br>Cena 2 – As necessidades provocadas;<br>Cena 3 – Ações dos estudantes; |
| Isolado 3 – Apropriação dos Conceitos Algébricos | Episódio 1 – A noção de variável e de campo de variação | Cena 1 – Reconhecimento da fluência da variável;<br>Cena 2 – Estabelecimento do campo de variação;<br>Cena 3 – Dependência de variáveis; |
| | Episódio 2 – Operações com polinômios | Cena 1 – Operações com monômios;<br>Cena 2 – “Famílias iguais” nos polinômios; |
| | Episódio 3 – Incógnitas e equações | Cena 2 – Dificuldades na resolução de equações;<br>Cena 3 – Estabelecimento de valor para uma variável; |
| | Episódio 4 – Formas de representação | Cena 1 – Representação livre e representação mediada;<br>Cena 2 – Representação simbólica e sincopada. |

Fonte: Autoria própria.

### 6.2.1. Isolado 1: Mediação

Quando o professor organiza o ensino com tarefas e materiais ele está realizando uma mediação entre o estudante e o conhecimento. Compreende-se neste isolado que esta mediação ocorreu, nestas intervenções, pelas situações desencadeadoras, mas além delas houve mediação por instrumentos concretos, por explicações da pesquisadora e por contribuições dos estudantes. Assim, busca-se analisar como cada situação desencadeadora de aprendizagem possibilitou estes tipos de mediação.

#### 6.2.1.1. Episódio 1 – contribuições dos instrumentos

Neste episódio busca-se compreender que contribuições os instrumentos preparados para a aula e apresentados nas situações desencadeadoras ofereceram para a aprendizagem dos estudantes. Neste sentido, pretende-se verificar de que forma a situação desencadeadora de aprendizagem pode ser potencializada pelo uso de instrumentos concretos.

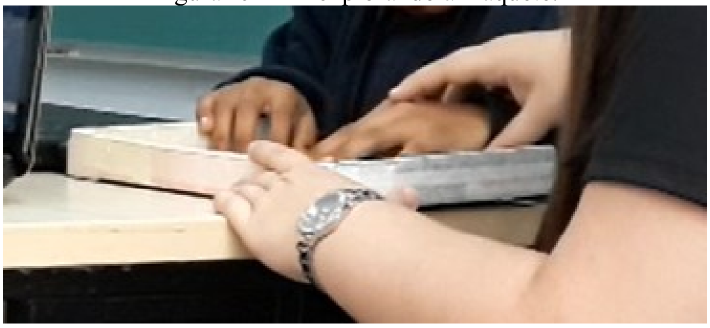
A primeira cena a ser analisada ocorreu na primeira intervenção, onde ambos estudantes relataram dificuldades de compreender o texto da história virtual do conceito, não entendendo como o rio “subia” e “descia” ao longo do ano e muito menos qual a relação desde movimento com os terrenos. Estas e outras dúvidas que surgiram foram solucionadas com auxílio da maquete graças ao movimento adicionado a ela, ou seja, como o ‘rio’ presente na maquete possuía movimento era possível compreender a fluência do rio Nilo. Algumas perguntas foram respondidas sem intervenção da pesquisadora, apenas com o auxílio da maquete, além de que A1 ficou boa parte do tempo da intervenção movimentando o ‘rio’.

Complementando a primeira cena, têm-se a segunda: a importância da maquete para o reconhecimento das dimensões e área do terreno. A pesquisadora buscou não utilizar a maquete para incentivar os estudantes a identificar as dimensões do terreno, entretanto houve muitas dificuldades pois eles nem conheciam o significado da palavra “dimensões” neste contexto, referindo-se aos ‘lados’ do terreno. Assim, só foi possível reconhecer dimensões e área do terreno com os estudantes tateando o comprimento, a largura e a área de um dos terrenos (Figuras 19 e 20).

Figura 18 - A1 explorando a maquete.

Fonte: Autoria própria.

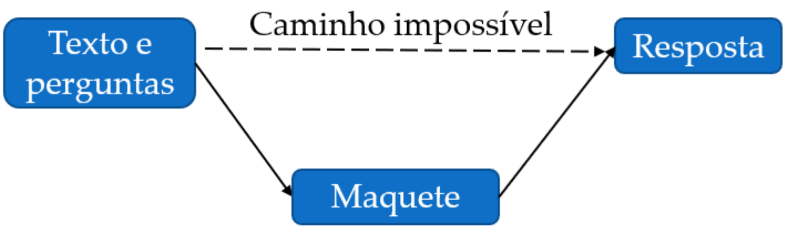
Figura 19 - A2 explorando a maquete.



Fonte: Autoria própria.

Nestas duas primeiras cenas o instrumento “maquete” teve papel fundamental nas questões mediadoras, colocadas antes da questão principal. Neste caso podemos entender que o instrumento “maquete” é mediador entre o estímulo (texto e pergunta) e a resposta (resposta da pergunta):

Figura 20 - Mediação por meio da maquete.




Fonte: Autoria própria.

Pode-se dizer que o caminho direto entre estímulo e resposta era impossível neste caso pelas respostas dos estudantes, que repetiam apenas “não sei” ou permaneciam em silêncio. Assim, a maquete potencializou a compreensão da situação para estes estudantes, entretanto não há como se afirmar que ela é necessária em todos os casos, pois depende das noções espaciais e conhecimentos dos estudantes.

Na terceira cena, esta autonomia para compreender a situação trazida pelo uso de instrumentos se intensificou durante o jogo, pois, apesar de os estudantes precisarem de auxílio com as regras, as adaptações do tabuleiro permitiram que jogassem sozinhos, contando as peças sem dificuldades.

Na questão principal da primeira fase do jogo, A2 encontrou muitas dificuldades para compreender as ações, mas quando a mesma situação foi representada no jogo a estudante compreendeu. As adaptações do tabuleiro permitiram a autonomia dos estudantes fazendo com que compreendessem seu funcionamento. Dentro do jogo não houve problemas para diferenciar o resultado e a expressão para o resultado em função de uma variável, diferentemente da questão escrita. Mesmo que a pesquisadora explicasse oralmente várias vezes que o resultado final não seria em função de x, a estudante só acreditou na veracidade desta informação ao tatear o tabuleiro:

> P: Primeiro, como que a gente anota o que tem neste tabuleiro?
> A2 (tateia o tabuleiro de novo): -3x+7x
> P[11]: Isso! E isso é igual a 20 pontos, não a 20x. Era isso que eu estava falando, ele já sabe o resultado
> A2 anota "-3x+7x = 20" pela primeira vez

Mesmo que a fala da pesquisadora explicite a diferença, isso já havia sido feito antes, e apenas com o auxílio do tabuleiro a estudante aceitou que não deveria escrever “20x”, mas sim “20”. Assim, o recurso ao tabuleiro, adaptado para atender as necessidades dos estudantes, foi uma mediação importante para o correto uso da representação simbólica.

Figura 21 - A1 explorando o tabuleiro na segunda fase do jogo.

Fonte: Autoria própria.

Figura 22 - A2 explorando o tabuleiro na segunda fase do jogo.

Fonte: Autoria própria.

A quarta cena diz respeito ao uso das peças e cartas de valor como instrumentos. Seu principal papel foi contribuir com a compreensão sobre o intervalo de variação dos elementos já que era possível tatear a quantidade de peças e os valores gravados nas cartas.

> P: Tem como você pegar dois dadinhos do de cola? (A1 está com os dadinhos na mão)
> A1: sim
> P: Tem com pegar três?

[11] “P” representa as falas da pesquisadora, enquanto A1 e A2 representam os estudantes.

A1: sim
P: Tem com pegar quatro?
A1: sim
P: Tem com pegar cinco?
A1: aí eu não sei
P: São 4 de cada tipo
A1: Então não
P: Tem limite essa variação?
A1: Sim
P: Entre que valores?
A1: 1 e 5? Quer dizer, 1 e 4?
P: E o zero?
A1: 0 e 4

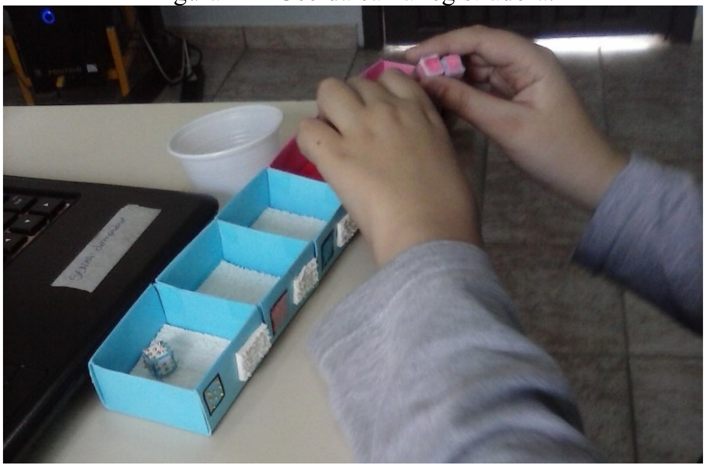
Desta forma, a existência tátil das peças e das cartas tornam óbvio ao estudante que não é possível pegar mais peças além de quatro e nem sortear um valor maior do que os que estão gravados nas cartas e que variam de 1 a 6. Este papel é fundamentalmente diferente da mediação do tabuleiro, já que nela a mediação não torna a resposta óbvia, mas dá ao problema características de coisas já conhecidas. Assim, se na linguagem escrita o estudante não entende o problema, leva-se o problema para dentro do mecanismo do jogo, que é algo que o estudante já compreendeu.

Figura 23 - Disposição das cartas numeradas.

Fonte: Autoria própria.

A quinta cena retrata outro instrumento presente no jogo, mas que aparece apenas na segunda fase: a caixa registradora. Ela só foi usada quando houve muita dificuldade dos estudantes e teve a intenção de ajudar na organização espacial das peças e na compreensão dos polinômios. Apenas A1 precisou utilizar a caixa registradora e só o fez quando estava sozinho, nas intervenções em que A2 participou ele não solicitou a caixa.

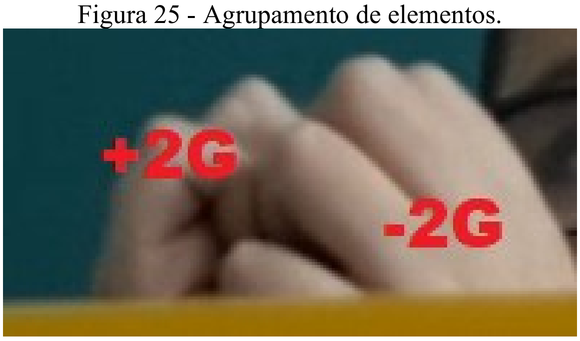
Figura 24 - Uso da caixa registradora.



Fonte: Autoria própria.

No primeiro uso da caixa registradora, a pesquisadora explicou seu funcionamento e apresentou alguns exemplos. Em seguida voltou ao jogo e pediu que A1 separasse as peças. Essa separação foi fácil pois era direta da aparência das peças, mas seguido disso o estudante não entendeu o que fazer com as peças (representadas pelas letras D, W e G). Então, a pesquisadora posicionou a mão esquerda dele na caixa com “ -2G ” e a mão direita na caixa com “+2G”. Para realizar a conta o aluno juntou as duas mãos em frente ao rosto (segurando as respectivas peças), pensou e, por fim, respondeu “0G”, ainda esperando uma confirmação do processo.

Figura 25 - Agrupamento de elementos.




Fonte: Autoria própria.

Depois disso a caixa foi utilizada como meio de “anotar” o resultado, mas o estudante passou a realizar o agrupamento mentalmente.

Figura 26 - Estudante usando caixa registradora para organizar resultados.


Fonte: Autoria própria.

Portanto a principal contribuição da caixa registradora foi sua utilidade para organizar os dados obtidos no jogo, livrando a memória de lembrá-los.

Assim, a utilização de instrumentos (signos externos) contribuiu consideravelmente para que os estudantes compreendessem o conceito de variável e pudessem organizar os dados a fim de compreender as operações com polinômios. Portanto, a mediação com signos externos potencializou a aprendizagem a partir das situações desencadeadoras e, no caso da caixa registradora, a própria situação deu sentido ao uso do instrumento.

#### 6.2.1.2. Episódio 2 – uso dos signos pela pesquisadora

Neste episódio busca-se compreender quais as contribuições da mediação das explicações e ações da pesquisadora (pela linguagem, logo, mediação por signos).

As três cenas a serem analisadas são, na verdade, complementares. A primeira diz respeito a necessidade de leitura conjunta das situações desencadeadoras e das perguntas. Mesmo que os estudantes tivessem acesso aos textos, regras do jogo e demais informações, sempre relatavam que não haviam entendido e pediam explicações. Essa necessidade se intensificava nos momentos em que as dúvidas surgiam e os estudantes silenciavam. Nas primeiras situações as dificuldades com a leitura foram grandes, primeiro não compreendendo a história (onde se recorreu à maquete, como já mencionado) e, posteriormente, não compreendendo as regras do jogo (momento em que além de se utilizar os elementos do jogo, a pesquisadora também instruiu todos os passos nas primeiras rodadas e seguiu lembrando-os das regras)

A resposta "não sei" foi constante na primeira situação, de modo que, na segunda cena, faz-se necessário analisar o papel que os diálogos entre pesquisadora e estudantes tiveram. Quando havia silêncio a pesquisadora buscava novos exemplos (no momento da situação) como quando, na história virtual, havia a pergunta sobre que elementos variam no dia a dia dos estudantes e ao responderem "altura" a pesquisadora seguiu perguntando se a altura variava para sempre e se a variação era crescente ou estável.

Figura 27 - Exemplos de A1 de elementos que variam.

7. Existem outras coisas/características que podemos mensurar?
Quais dessas coisas/características podem variar?
Resposta: Peso (Varia), hectares (Não varia), cor (Varia) e .

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 28 - Exemplos de A2 de elementos que variam.

7. Existem outras coisas/características que podemos mensurar?
Quais dessas coisas/características podem variar?

Peso: Sim
Altura: Sim
Comprimento: Sim
Largura: Sim
Quantidade: Sim

Fonte: Dados da pesquisa.

O mesmo tipo de diálogo "informal" ocorreu na última intervenção, quando os estudantes relataram que sempre vão a cantina e também selecionam apenas um colega para comprar o lanche de todos. Nas intervenções do jogo a interferência da pesquisadora foi ainda maior: após explicar de várias formas e várias vezes o processo de resolução de uma equação com uma incógnita a A1 e isto não surtir efeito (o que será comentado em outro episódio), a pesquisadora começou a inventar novas equações onde A1 não conseguisse "adivinhar" o valor da incógnita. Estes diálogos foram uma forma encontrada para que os alunos compreendessem exemplos para além das situações e para que, ao buscar exemplos que os estudantes já eram acostumados, eles pudessem entender as tarefas propostas. Desta forma, o diálogo e os exemplos também servem como mediação para as respostas. No diálogo a seguir vê-se a explicação através do jogo da diferença entre incógnita e variável:

> P: Aí estamos falando de quantas maneiras o jogo PODE acontecer. Mas aqui [na pergunta] eu estou falando que o jogo JÁ ACONTECEU. Quando algo já aconteceu, está no passado, ele pode acontecer de quantas maneiras?
> A2: Uma
> P: Uma só, é só o que passou. Então só tem uma coisa que aconteceu e este é o único valor que tu consegues.

A terceira cena se desenrola a partir da necessidade de confirmação das respostas. Tendo em vista que a pesquisadora deixou os estudantes livres para responder as perguntas na primeira intervenção e não foi muito frutífero, no segundo dia de intervenção ela questionou-lhes o que preferiam: tentar responder tudo sozinhos ou que eles tentassem responder conjuntamente. A escolha dos alunos foi por responder com a ajuda da pesquisadora, além de que sempre que surgiam dúvidas eles perguntavam ou pediam ajuda ou ainda simplesmente diziam "não sei o que fazer aqui". Exemplos de momentos em que os estudantes silenciavam ou duvidavam de suas respostas geralmente surgiram da seguinte forma:

> A2 anota "-3x+7x=20"
> P: e como eu resolvo isto?
> A2: fazendo o -3+7?
> P: isso, a gente agrupa tudo que tem a ver com o valor da bolinha. Isso seria dentro de um parênteses porque estas são as coisas que multiplicam x
> [silêncio]
> P: Quanto é -3+7?
> A2: -2?
> P; Não. Vamos pensar assim, fazer -3+7 é a mesma coisa que fazer 7-3...
> A2: 4 positivo
> P: muito bem
> P: Então, 4 vezes x igual a 20. Como que eu posso saber o valor de x?
> A2: divide 20 por 4

O que se pode concluir das três cenas é que, mesmo que a situação desencadeadora por si só tenha potencialidades, a mediação da pesquisadora foi essencial para o processo de apropriação dos estudantes.

#### 6.2.1.3. Episódio 3 – uso de signos na coletividade

Neste episódio busca-se compreender como a mediação ocorreu entre os estudantes, seja com exemplos significativos, explicações ou dúvidas que compartilhavam. Isto é, como as situações desencadeadoras contribuíram para a discussão coletiva.

Em todas estas cenas ocorre o mesmo: algum dos estudantes diz algo que traz sentido ao que está sendo estudado. Na primeira cena escolhida têm-se a animação dos estudantes em buscar elementos com variação em seu cotidiano, que além do exemplo da altura já citado, houve também “peso” e “metros” como resposta. Apesar de “metros” não ser algo que varia (já que é uma unidade de medida), foi um exemplo interessante justamente porque despertou esta discussão. Outra situação semelhante ocorreu quando, na última intervenção, os estudantes compararam suas escolhas de compras com dez reais e perceberam que compraram coisas diferentes. Outro exemplo disso foi quando, na última fase do jogo, quando por A2 não ter necessidade de usar a caixa registradora, buscando agrupar os semelhantes nas faixas do tabuleiro e anotar estas pontuações no computador sem se perder, A1 deixou de precisar da caixa registradora ao tentar copiar esta forma de contagem da colega. Nestes momentos foi possível perceber como o compartilhamento de exemplos foi importante pois os estudantes podiam perceber que a ideia de um era diferente da ideia de outro e as duas estavam corretas.

Além destes momentos de entusiasmo, há a segunda cena, dos momentos em que um estudante foi convidado intencionalmente a auxiliar o outro. Entretanto, isso não foi bem vindo por A1, que estava visivelmente irritado de ouvir qualquer tipo de explicação da colega e não demonstrava paciência de explicar algo para A2 quando compreendia antes que ela. Neste caso, como um estudante parecia se sentir inferior ao outro (mesmo que isto não fosse encorajado), notou-se que não houve contribuição deste tipo de mediação para a aprendizagem.

Na terceira cena, contrariamente à anterior, se constitui um dos momentos em que a união foi mais produtiva: quando ambos estudantes possuíam a mesma dúvida. Nos primeiros contatos dos estudantes com a pesquisadora, ambos ficavam desconfortáveis em fazer muitas perguntas. Em virtude disso, quando um deles externava uma dúvida que ambos tinham, o outro estudante ouvia atentamente tentando se apropriar daquela explicação. Assim, mesmo não se comunicando diretamente, ambos estavam seguindo a mesma linha de raciocínio para resolução das situações.

### 6.2.2. Isolado 2: Sujeitos em Atividade

Estar em atividade é um ponto primordial da Atividade Orientadora de Ensino (MOURA et al., 2010). Assim, neste isolado busca-se identificar se os sujeitos estão em atividade: a pesquisadora em atividade de ensino e os estudantes em atividade de aprendizagem. É importante lembrar que uma das finalidades das situações desencadeadoras de aprendizagem é colocar o estudante em atividade de aprendizagem (MOURA et. al., 2010), portanto busca-se analisar as contribuições neste sentido.

6.2.2.1. Episódio 1 – atividade de ensino

Neste episódio busca-se indícios de que a pesquisadora esteja em atividade de ensino tanto no processo de organização das intervenções quanto durante elas.

A primeira cena, sobre a necessidade da pesquisadora, mostra-se através de dois pontos: a necessidade da pesquisa e a necessidade do ensino. De forma mais imediata, a pesquisadora possui necessidade de compartilhar conhecimentos algébricos com os estudantes. Entretanto, a longo prazo, a necessidade que se sobressai é a de responder o objetivo desta pesquisa, aplacar as inquietações apresentadas na introdução deste trabalho.

Evidentemente estas duas necessidades complementam-se, mas é possível dizer que a forma de intervenção planejada previamente e as situações adaptadas são ações ligadas tanto à necessidade da pesquisa quanto a do ensino, mas as ações de mediação durante as intervenções tendem a estarem relacionadas à atividade de ensino.

A segunda cena é exatamente sobre isso: a necessidade de estabelecer perguntas e produzir instrumentos mediadores antes das intervenções parte apenas da pesquisadora. De fato, a preocupação em construir um tabuleiro adequado e disponibilizar a maquete parte da pesquisadora, já que estes não são elementos essenciais da situação desencadeadora de aprendizagem. Estas ações surgem da antecipação e experiência como professora.

Por fim, na última cena encontram-se aquelas ações que surgem para suprir dúvidas e necessidades dos estudantes durante a intervenção. São exemplos destas ações: a decisão sobre o que explicar; a inserção ou retirada de perguntas mediadoras ou extras; a forma de entregar e apresentar os instrumentos aos estudantes; a permissão ou não para que tirassem dúvidas quando quisessem; a escolha por ler e explicar textos que já estavam com os estudantes, etc. De modo geral, todos esses pequenos momentos mostram a mesma coisa: a pesquisadora esteve consciente de seu papel de formadora durante a intervenção e seguiu motivada por ele.

Portanto, por estes elementos e por ser parte de uma pesquisa com objetivos traçados pessoalmente, é possível afirmar que a pesquisadora se encontrava em atividade de ensino e/ou em atividade de pesquisa na maior parte do tempo.

6.2.2.2. Episódio 2 – atividade de aprendizagem

Buscar compreender se os estudantes estão em atividade de aprendizagem, por outro lado, mostra-se como uma tarefa difícil. Neste episódio busca-se explicitar momentos em que os estudantes demonstraram estar em atividade de aprendizagem (que é um objetivo do professor segundo a Atividade Orientadora de Ensino).

A primeira cena revela os motivos gerados pela situação desencadeadora, que foram observados pela forma como os estudantes reagiam às tarefas propostas. Na primeira intervenção a reação dos estudantes mostrava desânimo e considerações negativas sobre a participação em várias pesquisas. Os comentários dos estudantes antes das intervenções (quando a pesquisadora chegava na sala) foram se modificando ao longo da pesquisa.

Na segunda intervenção os estudantes se mostraram animados pelo fato de a intervenção ser um jogo, inclusive se propondo a jogar "pedra-papel-tesoura" (com a pesquisadora narrando os resultados) para decidir quem iria jogar primeiro. Mesmo no momento de ir embora os estudantes continuaram jogando, um deles com a mochila nas costas:

Figura 29 - Estudantes jogando após o horário da intervenção.

Fonte: Autoria própria.

Na segunda cena têm-se as necessidades provocadas nos estudantes, algumas mais imediatas, como buscar uma forma de representação, outras mais lúdicas, como tentar ganhar o jogo, e algumas conceituais, mais diretamente voltadas à aprendizagem de conceitos algébricos.

Quando, na mudança da primeira para a segunda fase do jogo, não foi mais possível utilizar apenas a variável “x” os estudantes começaram a buscar novas formas de representar, chegando à conclusão de que poderiam ser outras letras. Estas letras mudaram nas duas vezes em que o jogo foi realizado.

A busca pela vitória no jogo levava os estudantes a escrever corretamente a expressão que levaria à sua resposta, mas, mais importante ainda, são os momentos em que o diálogo com a pesquisadora já era suficiente para despertar a necessidade de responder corretamente:

> P: O resultado pode ser zero?
> A1: Pode
> P: Pode ser negativo?
> A1: Pode
> P: Pode ser positivo?
> A1: sim
> P: A gente precisa ver entre que valores ele é limitado?
> A1: Não
> P: Então vamos pensar assim, ele é limitado, mas a conta para a gente achar o valor máximo é tirar 6 com tudo positivo. Ou no negativo também, porque o máximo de pontos negativos é cair tudo no negativo com o valor máximo. Então ele é limitado.
> P: Só que eu não vou te pedir para fazer esta conta hoje, porque seria 3x4x6. 3 porque são 3 letras, 4 porque é a quantidade máxima que eu consigo de cada uma dessas letras e 6 porque é o valor máximo que eu consigo para cada uma.
> A1: Deixa eu ver... 3 vezes 4 é 12... 12 vezes 6 é... 72!

Por último encontram-se os momentos em que a necessidade que surgiu foi conceitual: quando a pesquisadora propôs novas equações sem resultado inteiro e por não conseguir resolvê-las de forma empírica, testando os valores, o estudante passa a aceitar as explicações e o método com as operações inversas.

> P: Vou te fazer a pergunta como você estava pensando: que valor de A eu multiplico por 4, subtraio 10 e dá 20?
> A1: murmurando: multiplica por 4...subtrai 10...
> P: vou te dar uma dica: não é número inteiro, é difícil fazer de cabeça...
> A1: é verdade
> P: então este tipo de equação é um problema já que poderia ter essa pontuação, certo?
> A1: sim
> [...]
> A1: Eu cheguei numa parte que o resultado desse tal número aí '4a' dá 30, que menos 10 é 20
> P: sim, 4a é igual a 30, mas como eu sei isso?
> A1: dividindo 30 por 4?

Neste caso, o estudante insistiu em utilizar o método de tentativa e erro ao início, entretanto, quando este deixou de atender as necessidades, foi substituído. O papel da pesquisadora foi marcante neste processo, já que é ela que propõe uma equação que despertou necessidades diferentes das anteriores. Apesar de não responder como chegou à ‘4a=30’, o estudante demonstrou em seu raciocínio (ao dizer “dividindo 30 por 4?”) que sentiu a necessidade de utilizar as operações inversas para resolver especificamente essa equação. Assim, em alguns momentos percebe-se que os estudantes demonstram estar em atividade, entretanto, em muitos deles isso ocorre pela mediação da pesquisadora e não espontaneamente pela situação.

### 6.2.3. Isolado 3: Apropriação dos Conceitos Algébricos

Considerando que a finalidade do ensino é a apropriação teórica dos conceitos, neste caso os algébricos, é necessário compreender como a situação desencadeadora de aprendizagem influenciou neste processo de apropriação. Busca-se analisar quais as contribuições para a compreensão de variável, de incógnitas, de equações, de polinômios e para as formas de representação destes elementos (conteúdos e nexos conceituais).

#### 6.2.3.1. Episódio 1 – a noção de variável e campo de variação

Neste episódio busca-se reconhecer se houve apropriação dos nexos conceituais da álgebra (variável, campo de variação e fluência). A primeira cena é o reconhecimento pelos estudantes do que é uma variável e da fluência dela. O primeiro contato ocorreu na história virtual, em que A1 buscava uma resposta numérica ao problema e que ambos estudantes consideravam “x” como símbolo de algo desconhecido:

> P: Você tem 20 e você tem um crescimento do terreno. Quanto que você ficou, em metros, no final?
> A1: Pode ser 30?
> P: Poderia, mas eu não quero um valor, porque você não sabe o quanto este terreno cresceu. Eu não falei que ele cresceu 10 metros, eu só falei que ele cresceu. Como que você escreve?
> A1: x?

Assim sendo, neste primeiro momento percebe-se que os estudantes não possuíam esta compreensão. Após as discussões para reconhecer coisas que ‘variavam’ ou não no cotidiano, percebe-se um avanço: quando perguntados sobre o que é variável, A2 prontamente responde “coisas que variam”.

Durante a realização do jogo, a compreensão que A2 apresentou de incógnita era:

> P: [...] então porque não varia [“x” em $4x = 20$]?
> A2: Por que o que vem antes, você tem um valor que é igual a isso?

Nesta frase A2 queria dizer que o 'x' não varia porque tem um número do outro lado da igualdade, ou seja, o resultado já estava determinado. No último dia de intervenção, A2 apresentou a seguinte diferenciação entre incógnita e variável: "Variável muda e incógnita não muda, mas você também não sabe o valor".

Apesar de serem conceitualmente respostas simples, mostram que houve uma evolução gradativa conforme as intervenções, um processo de reformulação do conceito.

A segunda cena, sobre campo de variação, foi debatida no isolado sobre mediação pelos instrumentos. Entretanto, ela é destacada aqui tendo em vista a forma como a caracterização do campo de variação auxiliou na elaboração de respostas generalizadas:

> P: Deixa eu te perguntar uma coisa, se eu tenho 3x e depois eu perco 3x, eu preciso saber o valor de x para saber a resposta?
> A1:Não
> P: Quanto é a resposta?
> A1: zero
> P: Independente de qualquer valor de x?
> A1: sim!
> P: Então já pode colocar que você fez zero pontos nesta rodada
> [...]
> P: Deixa eu fazer outra pergunta, se A1 fez zero pontos e A2 fez x pontos, mas x é um valor entre 1 e 6, eu já consigo saber quem ganhou?
> Alunos: Sim
> P: Quem?
> A2: eu
> P: Beleza! Precisa tirar a 'cartinha'?
> A1: Não...
> P: Não precisa, né?
> A2 acena concordando
> P: Então já podem anotar lá que A2 ganhou

A terceira cena aborda a dependência de variáveis, presente no jogo mas explorada fortemente na situação do cotidiano. A noção de dependência foi posta nos elementos da lanchonete com a explicação que "se para saber o preço do primeiro elemento eu preciso saber o preço do segundo, então o primeiro depende do segundo". Com base nisso os estudantes conseguiram responder com autonomia as questões, apesar de ainda trabalharem individualmente.

Figura 30 - Respostas de A1 para a questão 8.

8. Dizemos que uma variável é independente quando seu valor não sofre influência do valor de outra variáve
e que uma variável é dependente quando precisamos do valor de outra variável para determinar o valor dela.
Analise se os seguintes elementos são variáveis e se são dependentes ou independentes entre si:
a) Valor da fatia de bolo e valor do chá.
Resposta: Não: É fixo.
b) Quantidade de salgados e quantidade de amigos do grupo.
Resposta: Sim: Essa variação é dependente: Depende da quantidade de amigos.
c) Quantidade de produtos comprados e valor da compra.
Resposta: Sim: É dependente: A compra depende da quantidade de produtos.
d) Preço de cada produto e valor da compra.
Resposta: Sim: É dependente: Depende da minha compra.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 31 - Respostas de A2 para a questão 8.

8. Dizemos que uma variável é independente quando seu valor não sofre influência do valor de outra variável
e que uma variável é dependente quando precisamos do valor de outra variável para determinar o valor dela.
Analise se os seguintes elementos são variáveis e se são dependentes ou independentes entre si:
a) Valor da fatia de bolo e valor do chá.
r: Não são variáveis.
b) Quantidade de salgados e quantidade de amigos do grupo.
r: Variáveis dependentes.
A quantidade de salgados depende da quantidade de amigos.
c) Quantidade de produtos comprados e valor da compra.
r: Variáveis dependentes.
O valor da compra depende da quantidade de produtos comprados.
d) Preço de cada produto e valor da compra.
r: São variáveis dependentes.
O valor da compra depende do preço.

Fonte: Dados da pesquisa.

Partindo-se do mesmo princípio, considerava-se variáveis independentes aquelas que “não dependiam de nenhuma outra”. As relações de dependência não foram exploradas para além destes aspectos.

### 6.2.3.2. Episódio 2 – operações com polinômios

Neste episódio busca-se analisar como o conteúdo de operações com polinômios pôde ser aprendido pela situação desencadeadora de aprendizagem (pois, apesar de não ser nexo conceitual, é um conteúdo curricular das séries destes estudantes, como visto anteriormente).

Na primeira cena escolhida, tem-se as operações com monômios, que aparecem fortemente na primeira fase do jogo. Observa-se que os estudantes têm costume de agrupar e somar monômios, mesmo quando apresentaram dificuldades recorrendo às próprias faixas do tabuleiro para agrupar peças com valoração positiva separadas das negativas.

Entretanto, quando se estabelecia uma equação do primeiro grau com uma incógnita, isto é, o monômio era parte de uma igualdade, os estudantes apresentavam grandes dificuldades de compreender a expressão. Os estudantes não conseguiam escrever uma expressão com a igualdade mesmo que estivesse explicito no enunciado, demonstravam que ainda não fazia sentido o conceito de equação. No máximo, aplicavam métodos de resolução conhecidos/decorados (A2) ou buscavam adivinhar o valor da incógnita por tentativa e erro (A1).

A segunda cena escolhida diz respeito justamente ao processo de agrupamento nos polinômios, quando A1 relatou que deveria juntar as "famílias iguais". Seu primeiro registro do resultado do jogo foi "-3D-3W-2G+1D+2G", mas quando perguntado se havia como simplificar o resultado, respondeu que não havia o que fazer pois eram "de famílias diferentes". A pesquisadora solicitou que ele olhasse com mais atenção e ele exclamou "Ah, agora entendi, eu posso somar as com famílias iguais!", mas ainda não realizou a conta, foi necessário uso da caixa registradora. Neste momento percebe-se que o estudante tem muitas dificuldades para distinguir o que é ser de 'família diferente', usando diferenças no sinal como parâmetro. A partir do momento em que as peças estavam na caixa registradora, ele passou a ignorar o sinal no processo de agrupamento e precisou ser orientado.

O que mais se impõe nas duas situações é o fato que apesar de entenderem o contexto os estudantes encontram dificuldades de expressá-lo ou então o representam, mas o uso da representação é limitado por noções intuitivas. Da mesma forma, ambos precisam ser lembrados que 0x=0.

#### 6.2.3.3. Episódio 3 – incógnitas e equações

Outro conteúdo escolar que esteve presenta nas situações foi 'equações', passando, obviamente, pela compreensão de incógnita.

Na primeira cena é possível reconhecer as dificuldades dos estudantes na resolução de equações, mesmo que com apenas uma incógnita. A utilização de incógnitas para estabelecer relação entre os preços da cantina na última situação explorou a relação entre grandezas com valor conhecido e noções de 'metade', 'dobro', etc. Na comparação puramente entre produtos os estudantes entendiam com dificuldades, como na primeira questão (Figura 32) em que os estudantes escolheram compras parecidas (ambos pegaram suco e bolo) e no final a comparação que restou (dos itens diferentes) foi que o preço do chá (x) era o dobro do preço do pão de queijo (y). A partir do momento em que decidiram não gastar todo o dinheiro (deixando troco), as relações passaram a ter alguns valores em reais, desmotivando os estudantes a anotá-las. Na segunda questão da última intervenção (Figura 32), A1 gastou apenas 13 reais, pois iria “levar troco para casa”, com isso, as relações ficaram mais complexas, como: 1 suco = 1 chá + 2 pães de queijo + 1 real, que foram anotadas por A2.

Figura 32 - Relações entre os preços da cantina.

```
1. O que pode ser comprado com R$10,00?

r: Suco natural, bolo e chá.
1x=2y

2. E com 20 reais?

r: Um salgado, duas fatias de bolo e um suco natural.
1s=1c+2p+1
```

Fonte: Dados da pesquisa.

Quanto a equações com variáveis, A1 busca sempre adivinhar os valores, e foi buscando quebrar este movimento que a pesquisadora propôs equações cujas soluções não eram inteiras, a fim de colocá-lo diante da necessidade de outro algoritmo. A partir do momento em que A1 percebeu que seu “método” de resolver o problema não era mais suficiente para aquelas questões, passou a aceitar mais as explicações da pesquisadora. Para que o estudante entendesse a ordem em que deveria realizar as operações inversas, a pesquisadora movimentou o braço do estudante falando que ele deveria desfazer o movimento, assim conseguiu que ele desfizesse os passos para encontrar a resposta no jogo, alcançando a resolução da equação.

Um exemplo de situação em que adivinhar não foi suficiente foi a tentativa de resolver a equação “30 = 3A+10”:

> A1: Hm, 10,50?
> P: Hm, não...
> A1: Me ajuda
> P: Você tem que fazer como a gente ‘tava’ fazendo antes. Como a gente fazia?
> A1: É, deixa eu ver... (silêncio)
> P: Tem alguma coisa somando ou multiplicando A?
> A1: Tem!
> P: O quê? O que soma?
> A1: 3A+10?
> P: E o que está somando desse 3A+10? O que tá somando com A?
> A1: 3, quer dizer, 10
> P: isso, 10, e multiplicando?
> A1: 30
> P: É o 3, né? São 3 As mais 10. O trinta é o resultado.

É possível perceber que neste momento o estudante ainda não consegue nem mesmo reconhecer os elementos da equação, mesmo que esta tenha sido a última das que a pesquisadora incluiu na intervenção. Nesta última o estudante foi avisado que deveria tentar sozinho, logo buscou adivinhar e pedir ajuda, mas num momento anterior, quando estava fazendo conjuntamente com a pesquisadora, o estudante mostrava-se mais disposto a buscar a resposta, como neste momento:

> A1: eu cheguei numa parte que esse resultado desse tal número aí, 4a, dá 30, que menos 10 é 20.
> P: sim, 4a = 30, como que eu sei que 4a é igual a 30?
> A1: dividindo 30 por 4?
> P: Ok, mas primeiro, como que você chegou que 4a é igual a 30?
> A1: (silêncio)
> P: lembra que a gente conversou que pra você falar que 4 dadinhos deste de papel crepom menos 10 pontos dão 20, primeiro você sabe que são 4 dadinhos? Você sabe a multiplicação primeiro, sempre. E depois você descobriu que o restante do resultado deu -10.
> P: Então você vai fazer o contrário. Você vai na parte do resultado e primeiro vai somar 10 para desfazer, porque o contrário de subtrair 10 é somar 10. [...] e agora você tem os pontos referentes apenas ao a.
> [...] [A1 revendo suas contas e anotações]
> P: Agora, 30 = 4a, como eu sei o valor de a?
> A1: dividindo 30 por 10?
> P: Por que por 10?
> A1: Quer dizer, por 4!
> P: Por quê?
> A1: Porque se 4a é 30, se você dividir 30 por 4 vai dar o valor de a!
> [a anotação final foi a=30:4]

Neste trecho de áudio é importante perceber duas coisas: primeiro, a expressão “desse tal número aí, 4a” mostra que o estudante já compreende uma expressão com incógnita como um número. Segundo: neste momento ele está mobilizando o pensamento para resolver a questão com o que tem, mesmo que ainda encontre dificuldades de explicar seus procedimentos.

O estudante relutou muito em utilizar esta forma de resolução, que dizia ser o ‘jeito da professora’ e que era muito trabalhoso. Por isso, a primeira equação com valor não inteiro para a incógnita causou estranheza, e ele insistiu em resolver do modo dele dizendo que não havia resposta, a terceira ele precisou de ajuda para seguir os passos e apenas na quarta equação ele conseguia começar, mas ainda precisava de ajuda constante. A primeira equação não foi anotada pelo estudante, que, com orientações da pesquisadora, anotou:

Figura 33 - Equações com resultados não inteiros.

```
20 = 4A -10; 30 = 4A; a = 30 : 4.
30 = 3A + 10; 3A = 30 -10 = 20; 20 :3 = A.
```

Fonte: Dados da pesquisa.

A segunda cena deste episódio é sobre o estabelecimento de um valor para as variáveis. Estes momentos ocorreram durante o jogo, pois os estudantes faziam uma anotação para qualquer valor e depois sorteavam uma carta para conseguir um resultado numérico. De modo geral, ambos estudantes apresentaram dificuldades de compreender como algo que varia poderia ter, em algum momento um valor fixo, não percebendo a relação disto com o campo de variação explorado.

> P: Deixa eu fazer outra pergunta, se A1 fez zero pontos e A2 fez x pontos, mas x é um valor entre 1 e 6, eu já consigo saber quem ganhou?
> Alunos: Sim
> P: Quem?
> A2: eu
> P: Beleza! Precisa tirar a 'cartinha'?
> A1: Não...

Os estudantes 'aceitaram' esta ação do jogo quando o campo de variação era utilizado no seu todo, para uma análise geral que levava para o jogador vencedor para qualquer carta.

### 6.2.3.4. Episódio 4 – formas de representação

O último episódio deste isolado visa analisar como as formas de representação dos estudantes se alteraram durante as intervenções.

A primeira cena, sobre a representação livre e mediada, tem elementos nas três situações. De modo geral, quando se pede que os estudantes 'expliquem' o procedimento feito, eles recorrem a uma representação não tão simbólica e as vezes apenas escrevem na língua materna. Entretanto, quando respondem questões em que esperam um resultado matemático, recorrem a letras. Exemplo desses casos é a representação para a pergunta extra da primeira situação, em que deveriam explicar o procedimento geral que utilizaram:

Figura 34 - Resposta de A1 para a questão extra.

Extra: A largura nunca muda, e o comprimento sempre muda: Na cheia ele diminui e na baixa aumenta!

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 35 - Resposta de A2 para a questão extra.

Durante a baixa do rio, o comprimento aumenta, e a largura continua a mesma.

Largura<br>comprimento+x

Largura vezes comprimento+x

Fonte: Dados da pesquisa.

Contudo, em momentos em que deveriam escrever “algo desconhecido”, recorriam imediatamente às letras. Em outros momentos, também, não percebiam as possibilidades de representação e necessitavam de auxílio da pesquisadora, como durante o estabelecimento de relações entre os preços dos itens da cantina em que A2 não percebeu que poderia usar diferentes letras para diferentes itens. A estudante tentou representar que um item custava o dobro do outro utilizando a expressão “1x=2x” onde x significa preço. Contudo esta expressão está claramente equivocada, bastando que a pesquisadora avisasse que poderiam utilizar quantas letras quisessem para que a estudante a reorganizasse para “1x=2y”.

A segunda cena, sobre as formas de representação, apresenta os momentos em que os estudantes oscilaram entre as representações e os motivos. As mudanças na forma de representação não ocorriam só em função da mediação, mas também da dificuldade dos estudantes. Quando avançaram nas relações entre os itens da cantina, perceberam que a utilização de x e y dificultava o trabalho da memória e buscaram a primeira letra do nome de cada item como símbolo, voltando da linguagem simbólica para a sincopada. Na história virtual do conceito percebe-se que na explicação de A2 para a questão extra ela utiliza “largura + x”, mostrando uma diferenciação entre os elementos: o que deveria ser conhecido está em linguagem retórica e o que foi estudado como variável está na linguagem simbólica. No jogo a linguagem utilizada foi a simbólica. A escolha da simbologia era livre para os estudantes em todas as situações e a pesquisadora só interferia naquelas que estavam conceitualmente erradas.

Uma situação semelhante ocorreu na segunda fase do jogo, quando os estudantes perceberam que apenas uma letra não daria conta de expressar tudo que ocorria no jogo.

De modo geral, as formas de representação avançaram da primeira para a última situação, com os estudantes mais familiarizados à utilização de várias letras em uma expressão, o que foi auxiliado pelas compreensões de dependência e de a diferenciação entre incógnita e variável. As involuções prevaleceram nos momentos de dúvidas e foram superadas rapidamente.

### 6.2.4. Considerações Sobre os Isolados

A partir da análise no isolado 1, pode-se perceber que as situações desencadeadoras de aprendizagem apresentadas, da forma como foram trabalhadas, permitiram a mediação por instrumentos e a mediação da pesquisadora, mas não contribuíram consideravelmente para a mediação entre os estudantes. A utilização de signos externos potencializou a compreensão dos conceitos, entretanto, não foi possível reconhecer na coletividade o quanto estes conceitos foram internalizados. Assim como visto anteriormente, Luria (1986) defende que a mediação por signos internos é muito mais poderosa por não depender fortemente da memória dos estudantes, entretanto a mediação que mais sobressaiu neste trabalho foi a mediação por instrumentos e por signos externos.

A situação desencadeadora permitiu dar sentido aos instrumentos (pois estes já existiam independentemente dos estudantes), fazendo com que se tornassem signos externos (estímulos externos usados para organizar o pensamento) neste momento. Contudo, se os estudantes esquecessem o contexto (história virtual ou regras do jogo) imediatamente estes mediadores deixariam de fazer sentido.

É por meio do debate coletivo que é possível perceber se os estudantes internalizaram os signos externos, entretanto, com pouquíssimos debates entre os estudantes, não é possível afirmar isso. Assim, o plano interpsíquico foi reconfigurado: ao invés de ocorrer entre os estudantes, ocorreu individualmente entre cada estudante e a pesquisadora.

Portanto, pode-se concluir do primeiro isolado que a situação desencadeadora de aprendizagem foi potencializada pela mediação, com atenção especial às mediações com vistas à inclusão. Entretanto, a mediação, na maioria das vezes, estava diretamente relacionada com as situações (como a maquete que representa o rio Nilo), isto é, as situações possibilitaram a construção de instrumentos mediadores.

Na análise do isolado 2 percebe-se que o professor em atividade de ensino tem ações buscando colocar os estudantes em atividade de aprendizagem e, neste movimento, se preocupa em incluir todos. Assim, ao se preocupar em suscitar a coletividade do grupo para que busquem conjuntamente a solução, sente a necessidade de organizar suas ações para permitir que os estudantes deficientes visuais façam parte da coletividade.

Neste mesmo isolado também é possível perceber que cada indivíduo tem sua própria forma de interagir com o meio e com os outros e, mesmo que se perceba motivações em alguns momentos, não é tarefa fácil captar o movimento de estar em atividade de aprendizagem. Assim, em vários momentos, as situações desencadeadoras necessitaram da mediação da professora para que os estudantes se encontrassem em atividade. Foi através da mediação da pesquisadora que, por exemplo, o motivo 'vencer o jogo' se transformou em 'compreender como o jogo funciona' e por fim chegou a 'compreender e resolver equações'. Apenas o último motivo coincide com o objetivo das questões apresentadas junto com o jogo, portanto percebe-se que a situação desencadeadora não despertou automaticamente a atividade de aprendizagem, mas que o processo de mediação da pesquisadora contribuiu para encaminhar as motivações dos estudantes.

Não se pode considerar este processo equivocado, porque o objetivo do professor para a Atividade Orientadora de Ensino é justamente colocar o estudante em atividade de aprendizagem. Para isso o professor tem ações, dentre elas a elaboração da situação desencadeadora de aprendizagem e as mediações. Assim, as ações e motivações dos estudantes são influenciadas pela organização do ensino e intencionalidade do professor.

No isolado 3 busca-se analisar o movimento de apropriação dos conceitos e conteúdos propostos. Percebe-se que a compreensão de variável foi se desenvolvendo com o decorrer das intervenções, enquanto o conceito de campo de variação foi foco das intervenções sobre o jogo. Por um lado, os estudantes disseram que variáveis são "coisas que variam", por outro, viram o campo de variação como uma condição da variável. Assim o campo de variação era como uma característica a mais da variável que ajudava a pensar sobre ela e pode ser utilizado para generalizações de algumas respostas. O conceito de dependência de variáveis foi explorado na última situação, onde a compreensão principal foi "precisar saber o valor de um elemento para estipular o valor de outro". A partir desta forma de pensar os estudantes não encontraram dificuldades para analisar a existência de dependência entre as variáveis propostas.

As operações com polinômios surgiram como necessidade do jogo, assim como as incógnitas e equações que surgem no jogo e se mantêm na situação emergente do cotidiano.

Percebe-se que nas operações com polinômios e nas equações há grandes dificuldades operacionais. Mesmo que ambos vissem sentido nas situações propostas, não conseguiam trabalhar com os conceitos quando necessário. A2 conseguia realizar o processo de resolução de uma equação (que já havia aprendido no ano anterior), entretanto ainda não conseguia explicar as relações. A1 havia visto o conteúdo em sala regular, mas ainda encontrava muitas dificuldades de operacionalizar. Vale ressaltar que parte da dificuldade de A1 se devia a pressa em obter a resposta correta o quanto antes, não buscando anotar os passos que realizou e nem refletindo sobre eles.

Neste trabalho com as situações desencadeadoras, os estudantes foram demonstrando mudanças na forma de representar suas ideias, ora utilizando linguagem simbólica, ora utilizando linguagem retórica.

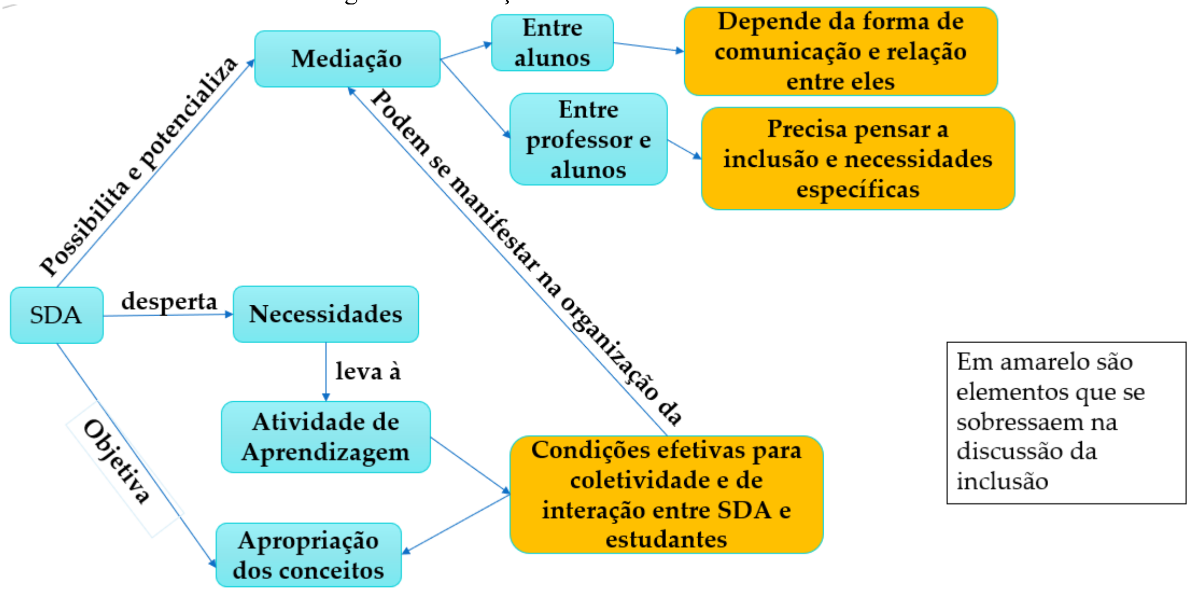
Considera-se ao fim deste isolado que não houve muitas contribuições quanto a resolução de equações, mas que as situações desencadeadoras de aprendizagem contribuíram para a apropriação dos conceitos de variável, campo de variação e de dependência de variáveis. Além disso, o jogo possibilitou o correto uso da caixa registradora, instrumento que facilitou e deu sentido ao agrupamento de termos em um polinômio.

Nestas análises pouco se observa quanto a deficiência visual dos estudantes, entretanto é importante salientar que, tanto para despertar a atividade de aprendizagem quanto para que esta leve a apropriação de conceitos**, é necessário que existam condições efetivas de interação entre os estudantes e dos estudantes com a situação**. A preocupação de garantir estas condições surge primeiramente na organização do ensino segundo a Atividade Orientadora de Ensino. Como considera-se que os estudantes entram em contato com os conhecimentos novos primeiro no plano interpsíquico e depois se apropriam deles no plano intrapsíquico, a necessidade de comunicação e de estabelecimento de um coletivo é constante.

Pode-se inferir pelos resultados deste trabalho que somente a situação desencadeadora de aprendizagem não necessariamente conduz ao estabelecimento deste coletivo em busca do conhecimento. Muitas vezes a mediação da pesquisadora (neste caso, no papel de professora) foi essencial para que os estudantes entrassem em contato com os conceitos. Assim, vê-se que a orientação do professor é imprescindível para o processo de aprendizagem a partir da situação desencadeadora.

Contudo, o movimento realizado pelos estudantes desta pesquisa não foi individual, já que houve mediação (orientação) da pesquisadora. Além disso, esta mediação tinha em mente a necessidade de se comunicar com os estudantes de forma que eles pudessem de fato compreender (seja explicando com mais detalhes ou criando materiais táteis). Assim, há momentos em que a organização do ensino, mesmo que geral, precisa refletir as necessidades específicas. Nesta análise podemos destacar a mediação como elemento fundamental do processo de inclusão dentro da Atividade Orientadora de Ensino.

Figura 36 – Relação entre os isolados e a inclusão.




Fonte: Autoria própria.

Assim, o professor que deseja utilizar as situações desencadeadoras de aprendizagem em sala de aula com estudantes deficientes visuais precisará pensar como mediar as relações: estudante-situação, estudante-estudante e estudante-professor. Ao utilizar a palavra 'mediar' têm-se em mente que o professor reflete e planeja como serão estas relações no momento em que organiza o ensino. Então, ao pensar como o estudante deficiente visual irá ter acesso a situação, como poderá discutir esta situação com seus colegas e como poderá entender as orientações do professor, o docente está pensando em elementos de inclusão e não apenas elementos da Atividade Orientadora de Ensino.

Portanto, conclui-se que as situações desencadeadoras de aprendizagem possuem contribuições positivas para o processo de ensino-aprendizagem de estudantes deficientes visuais, desde que observadas as necessidades específicas destes estudantes na organização do ensino.

## 7. RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após esta pesquisa percebe-se que o objetivo de “analisar como situações desencadeadoras de aprendizagem auxiliam na apropriação de conhecimentos algébricos para estudantes deficientes visuais” não é fácil de ser alcançado, uma vez que a observação direta dos acontecimentos não encaminhou aos resultados, sendo necessária uma análise mais profunda, neste caso, por isolados. Considera-se que na pesquisa de campo foi vivenciado um processo de ensino-aprendizagem conforme proposto na Atividade Orientadora de Ensino, com a pesquisadora em atividade de ensino e buscando colocar os estudantes em atividade de aprendizagem a partir das situações desencadeadoras.

Foi possível inferir que as situações desencadeadoras de aprendizagem propostas possibilitaram a mediação da pesquisadora e dos instrumentos produzidos. Assim, por exemplo. a partir da história virtual, a variação presente na maquete passava a ter sentido para os estudantes. As próprias situações abriam espaço para perguntas extras e observações durante as intervenções. Entretanto, as situações desencadeadoras não levaram necessariamente a busca coletiva pela solução do problema, isto é, a interação estudante-estudante não surgiu sempre pelas situações, mas muitas vezes foi suscitada pela pesquisadora.

Outra observação realizada nos isolados é que houve necessidade constante de mediação da pesquisadora na relação situação desencadeadora-estudantes. Vê-se que a situação em si não conduziu à atividade de aprendizagem, mas levou à ação de responder as perguntas. Foi mediando esta ação (que não é possível afirmar a que atividade pertença) que a pesquisadora buscou encaminhá-los para a atividade de aprendizagem. Entende-se que essa mediação do professor no momento da aula é essencial para o desenvolvimento de toda situação desencadeadora, fato que não se diferenciou no ensino para deficientes visuais.

Apesar de o referencial teórico apontar que as contribuições deveriam ser as mesmas, percebe-se que estas contribuições se alteram pela acessibilidade das situações. Assim, o docente que organiza o ensino para deficientes visuais também precisa se atentar à quanto as situações desencadeadoras possibilitam um movimento coletivo considerando a deficiência como elemento. Durante o jogo, por exemplo, os estudantes precisavam esperar a vez do colega sem saber o que estava acontecendo, pois não enxergavam o tabuleiro e o colega se perdia se ambos tentassem contar/tatear simultaneamente. Este mesmo impasse ocorreu na maquete e no fim viu-se que a situação com maior interação foi a que não havia instrumento: a situação emergente do cotidiano. Mesmo assim, esta interação não foi espontânea, mas dependeu do convite da pesquisadora.

Por fim, percebe-se que as situações desencadeadoras de aprendizagem contribuíram significativamente para a apropriação dos nexos conceituais da álgebra (variável, campo de variação e fluência) e de alguns conteúdos (reconhecimento de incógnitas, dependência de variáveis e operações com monômios e polinômios).

Considerando que esta pesquisa surgiu de questionamentos de uma professora (a pesquisadora) e que para respondê-los ela se colocou em atividade de pesquisa e posteriormente em atividade de ensino, pode-se estabelecer algumas relações entre o que ocorreu nas intervenções e o papel das situações desencadeadoras na inclusão.

Figura 37 – Relação entre atividade de ensino e inclusão.


Fonte: Autoria própria.

Retomando o movimento da Atividade Orientadora de Ensino, temos um professor em atividade de ensino que busca as situações desencadeadoras de aprendizagem como uma forma de despertar, em seus estudantes, processos mentais que os levarão à apropriação de conceitos (conhecimento teórico). Neste processo, a situação desencadeadora é uma mediação entre as atividades de ensino e de aprendizagem, pois é por meio dela que o professor conduz os estudantes a sentirem necessidade do conceito e criarem motivos para estudá-lo. Considera-se que ao sentir necessidade e criar motivos para estudar o conceito o estudante estará em atividade de aprendizagem e, neste processo, se apropriará de forma individual do conhecimento teórico proposto.

Todavia, viu-se nesta pesquisa de campo que o professor que se atenta à inclusão precisará pensar com mais afinco nos processos de mediação. De fato, para Vygotsky, no ensino o intuito é que os estudantes internalizem um processo de mediação simbólica externa (quer seja um símbolo escrito, uma explicação oral do professor ou uma síntese coletiva de um assunto). Portanto, oportunizar a aprendizagem de todos os estudantes passa obrigatoriamente por oportunizar a acessibilidade à mediação. Nesta pesquisa, percebeu-se que é necessário que a mediação por instrumentos seja acessível (como a adaptação do tabuleiro do jogo), assim como a mediação pela própria situação (como a construção da maquete) e, por fim, a mediação entre os indivíduos (comunicação entre os estudantes e entre pesquisadora-estudante). Algumas destas formas de mediação podem ser elaboradas previamente (como a maquete e o tabuleiro), mas outras ocorrerão apenas no momento da aula (a comunicação, por exemplo). Contudo, todas as formas de mediação podem ser previstas e, até certo ponto, planejadas no momento da organização do ensino. Logo, pensar as formas de mediação é um processo que se sobressai quando se trata de inclusão.

Ao possibilitar acesso de todas os estudantes a todas as formas de mediação, possibilita-se que estes estudantes busquem coletivamente a solução para o problema proposto a partir da situação desencadeadora. Assim, **não basta apenas utilizar uma situação desencadeadora de aprendizagem em sala com estudantes deficientes visuais, mas é necessário oportunizar realmente o acesso a elas**. Salvo estas observações, conclui-se nesta pesquisa que as situações desencadeadoras de aprendizagem contribuem tanto para a aprendizagem dos nexos conceituais, quanto para a relação destes com os conteúdos das propostas curriculares. Entretanto, estes resultados dependem da motivação dos estudantes que, apesar de demonstrarem estar em atividade em alguns momentos, em outros via-se que não.

Conforme visto na introdução, um dos motivos que levaram a pesquisadora a este tema era sua dificuldade com o ensino da resolução de equações. Ainda que não se perceba apropriação do processo de resolução as equações pelos estudantes, isso não se deve só a uma suposta ‘ineficiência’ das situações desencadeadoras. Como já reforçado, a situação desencadeadora depende fortemente da motivação dos estudantes, logo não é possível afirmar que o mesmo ocorreria sob outras circunstâncias.

Além disso, a concepção de álgebra como relação entre grandezas variáveis tem como nexos conceituais variável, campo de variação e fluência, e estes nexos foram apropriados pelos estudantes. Isto é, pelos registros, pode-se afirmar que os estudantes se apropriaram dos conhecimentos teóricos essenciais desta concepção de álgebra. Em virtude disso, afirma-se que **as situações desencadeadoras auxiliaram positivamente o ensino de álgebra** a partir destes conceitos. As situações desencadeadoras de aprendizagem também **possibilitaram relacionar estes conceitos a diversos conteúdos** propostos nos currículos escolares estudados. E, por fim, as situações desencadeadoras **possibilitaram a construção de signos externos e a mediação da pesquisadora**, o que foi fundamental para que os estudantes se apropriassem dos conceitos.

Entender que nem sempre uma única situação desencadeadora poderá levar a apropriação de diversos conceitos e conteúdos simultaneamente faz parte de assumir a importância da organização prévia do ensino, já que é papel do professor em atividade de ensino perceber como está ocorrendo o processo de aprendizagem. Toda situação desencadeadora de aprendizagem pode sofrer diversas reformulações e aprimoramentos, inclusive as que foram utilizadas nesta pesquisa. Perceber como as situações contribuíram para a aprendizagem e possibilitaram a inclusão foram duas ações importantes no movimento de formação docente da pesquisadora.

Desta forma, considera-se que as ações da pesquisadora, orientadas teórico e metodologicamente pela Atividade Orientadora de Ensino, possibilitaram alcançar o objetivo de analisar como situações desencadeadoras de aprendizagem auxiliam na apropriação de conhecimentos algébricos para estudantes deficientes visuais. Espera-se que este trabalho, que contribuiu significativamente para a formação da pesquisadora, contribua também com outras pesquisas na área. Possibilitando, assim, que outros professores se coloquem em atividade de pesquisa tanto sobre o ensino de álgebra, quanto sobre a inclusão de pessoas com necessidades educacionais específicas.

# REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. O. S. O que é a microftalmia?. *Site* Doctoralia. Disponível em: <https://www.doctoralia.com.br/perguntas-respostas/o-que-e-a-microftalmia>. Acesso em: fev. 2020.

ALVES, B. A. S. **A álgebra na perspectiva histórico-cultural**: uma proposta de ensino para o trabalho com equações de 1º grau. 2016. 160 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2016.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm>. Acesso em: nov. 2019.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.** Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9394.htm>. Acesso em: nov. 2019.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Resolução CNE/CEB nº 2, de 11 de setembro de 2001**. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB0201.pdf. Acesso em: nov. 2019.

BRASIL. **Decreto nº 5.296 de 2 de dezembro de 2004**. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2004-2006/2004/Decreto/D5296.htm>. Acesso em: nov. 2019.

BRASIL. Estatuto da pessoa com deficiência. **Lei nº 13.146, de 6 de julho de 2015**. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/l13146.htm>. Acesso em: nov. 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 2016. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: nov. 2019.

CARAÇA, B. J. Conceitos Fundamentais da Matemática. Lisboa: Livraria Sá da Costa. 1951.

CEDRO, W. L. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino**: O Clube de Matemática. 2004. 171 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

CRUZ, A. P., et al. Adaptando o Fantan: Uma Possibilidade para organizar o Ensino de Divisão Euclidiana para Estudantes com Deficiência Visual. **Revista do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UFMS**, Mato Grosso do Sul, v. 11, n. 27, p. 916-932, dez. 2018a. Disponível em: <http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/7244>. Acesso em: nov. 2019.

CRUZ, A. P., et al. FANTAN: Uma Proposta de Ensino de Divisão Euclidiana para Deficientes Visuais. In: **Caderno de Resumos 2018 J3M**. J3M Jornada de Matemática, Matemática Aplicada e Educação Matemática, Curitiba, v. 1. p. 83-85. 2018b. Disponível em: <http://www.petmatematica.ufpr.br/j3m/arquivos/2018/caderno_de_resumos_2018.pdf>. Acesso em: nov. 2019.

DAVÝDOV, V. V. Tipos de generalización em la enseñanza. Habana: Editora Pueblo y Educación, 1982.

DIAS, C. E. **Matemática para cegos**: uma possibilidade de ensino de polinômios. 2018. 111 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica Elementar. **Revista Pro-Posições**. Faculdade de Educação da Unicamp, v. 4, n. 1, p.79-91, mar. 1993.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

FLORIO, L. H. Entendendo o quê é ACUIDADE VISUAL. ***Site* Stargardt**. 2016. Disponível em: <http://www.stargardt.com.br/entendendo-o-que-e-acuidade-visual/>. Acesso em: fev. 2020.

FREIRE, P. **A Educação na Cidade**. São Paulo: Cortez, 1991.

ITONAGA, Y, R. OLIVEIRA, N. M. OLIVEIRA, L. S. Projeto de extensão: Matemática Acessível. In: Comunicações da Semana Acadêmica das Licenciaturas Campus Curitiba – UTFPR: Multidisciplinaridade na Formação Docente. **Revista Transmutare**, Curitiba (PR), v. 2, n. 1, p. 121 - 146, jan./jun. 2017. Disponível em: <http://paginapessoal.utfpr.edu.br/rudimarnos/publicacoes/publicacoes/transmutare.pdf>. Acesso em: nov. 2019.

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VYGOTSKY, L. S. LURIA, A. R. LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Editora Ícone: São Paulo, 1986.

LURIA, A. R. O desenvolvimento da escrita na criança. In: VYGOTSKY, L. S. LURIA, A. R. LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Editora Ícone: São Paulo, 1986.

MAMCASZ-VIGINHESKI, L. V. SILVA, S. C. R. SHIMAZAKI, E. M. Ensino de conceitos matemáticos para estudante com deficiência visual em situação de inclusão. **Revista Educação Matemática em Pesquisa**. v. 21, n. 3. 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/44282>. Acesso em: jan. 2020.

MANTOAN, M. T. É. Inclusão Escolar: **O que é? Por quê? Como fazer?**. In: Coleção Cotidiano Escolar. São Paulo: Editora Moderna, 2003.

MARÃES, M. Z. Situações desencadeadoras de aprendizagem para introdução do conteúdo algébrico. In: PARANÁ. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**: Produções Didático-Pedagógicas. Paraná: 2016. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_pdp_mat_utfpr_melissazenmaraes.pdf>. Acesso: nov. 2019.

MORAES, S. P. G. **Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em Matemática**: contribuições da teoria histórico-cultural. 2008. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

MOURA, M. O.; et al. Atividade Orientadora de Ensino: Unidade entre Ensino e Aprendizagem. **Revista Diálogos Educacionais**, Curitiba (PR), v. 10, n. 29, p. 205/-229, jan./abr. 2010.

MOURA, M. O. A séria busca no jogo: do lúdico na Matemática. In: KISHIMOTO, T. M. (org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 14. ed. Cortez: São Paulo, 2011.

MOURA, M. O. **A construção do signo numérico em situação de ensino**. 1992. 151 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

MOURA, M. O.; et al. A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. In: MOURA, M .O. **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2016.

MOURA, M. O. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. In: BARBOSA, R. L. L. (ORG.). **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo: editora UNESP, 2004.

MOYSÉS, L. O conhecimento matemático e a teoria sócio-histórica: pontos de aproximação. In: MOYSÉS, L. O. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. São Paulo: Papirus, 1997.

OLIVEIRA, B. Coloboma. *Site* Projeto Teste do Olhinho. Disponível em: <http://www.testedoolhinho.ufc.br/informa/coloboma.html>. Acesso em: fev. 2020.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky**: Aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 1997.

OLIVEIRA, N. M. et al. Estratégias de Ensino de Matemática para cegos [COMUNICAÇÃO ORAL]. In: **II Semana Acadêmica das Licenciaturas**. 2018a. Disponível em: <https://www.even3.com.br/semanadaslicenciaturas/> . Acesso em: nov. 2019

OLIVEIRA, N. M., et al. Geometria na pipa: expandindo conhecimentos matemáticos de alunos com altas habilidades/superdotação [COMUNICAÇÃO ORAL]. In: **II Semana Acadêmica das Licenciaturas**. 2018b. Disponível em: <https://www.even3.com.br/semanadaslicenciaturas/> . Acesso em: nov. 2019.

OLIVEIRA, N. M., et al. Geometria na pipa: expandindo conhecimentos matemáticos de alunos com altas habilidades/superdotação. In: **Caderno de Resumos 2018 J3M**. J3M Jornada de Matemática, Matemática Aplicada e Educação Matemática, Curitiba, v. 1. p. 141-143. 2018c. Disponível em: <http://www.petmatematica.ufpr.br/j3m/arquivos/2018/caderno_de_resumos_2018.pdf>. Acesso em: nov. 2019.

OLIVEIRA, N. M. CRUZ, A. P. GOINSK, F. M. Fantan: uma proposta de ensino de divisão euclidiana para deficientes visuais [MINICURSO]. In: **II Semana Acadêmica das Licenciaturas**. 2018. Disponível em: <https://www.even3.com.br/semanadaslicenciaturas/> . Acesso em: nov. 2019.

OLIVEIRA, N. M. PANOSSIAN, M. L. Números inteiros e deficiências múltiplas: um estudo de caso durante o PIBID. In: **III Encontro das Licenciaturas Região Sul** 2019. Disponível em: <https://eventos.ufpr.br/enlic/ENLICSUL2019/paper/view/2167>. Acesso em: nov. 2019

OLIVEIRA, N. M. PANOSSIAN, M. L. Projeto de Extensão: A Organização do Ensino de Matemática para Cegos. In: **VIII Seminário de extensão e inovação da UTFPR.** 2018. Disponível em: <https://eventos.utfpr.edu.br//sei/sei2018/paper/viewFile/2540/666>. Acesso em: nov. 2019.

PANOSSIAN, M. L. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes**: indicadores para a organização do ensino. 2008. 179 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

PANOSSIAN, M. L. MOURA, M. O. O Jogo Fantan: explorações didáticas. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). 2010. Disponível em: < https://docplayer.com.br/44953284-O-jogo-fantan-exploracoes-didaticas.html>. Acesso em: fev. 2020.

PANOSSIAN, M. L. SOUSA, M. C. MOURA, M. O. Nexos conceituais do conhecimento algébrico a partir do movimento histórico e lógico. In: MORETTI, V. D. CEDRO, W. L. **Educação matemática e a teoria histórico-cultural**: um olhar sobre as pesquisas. Campinas: Mercado de Letras. 2017.

RODRIGUES, M. R. V. M. SILVA, M. G. L. **A história escolar à luz do seu olhar: relatos de alunos com deficiência visual**. Revista Polyphonía, v. 24/1, jan./jun. 2013.

ROSA, A. Descubra as principais partes do olho e suas funções!. *Blog* RetinaPro. 2019. Disponível em: < https://retinapro.com.br/blog/principais-partes-do-olho/>. Acesso em: fev. 2020.

SANTOS, C. O. **O movimento conceitual de fração a partir dos fundamentos da lógica dialética para o modo de organização do ensin**o. 2017. 89 f. Dissertação (Mestrado em Educação) -Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2017.

SOUSA, M. C. PANOSSIAN, M. L. CEDRO, W. L. Concepções de álgebra e de seu ensino: um panorama. In: ___. **Do movimento lógico histórico à organização do ensino**: o percurso dos conceitos algébricos. Campinas: Mercado de Letras, 2014.

UNESCO. **Declaração Mundial sobre Educação para Todos**. 1998. Disponível em: <https://www.unicef.org/brazil/declaracao-mundial-sobre-educacao-para-todos-conferencia-de-jomtien-1990>. Acesso em: nov. 2019.

UNESCO. **Declaração de Salamanca**: Sobre Princípios, Políticas e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais. 1994. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/salamanca.pdf>. Acesso em: nov. 2019.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A. F. SHULTE, A. P. **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

VYGOTSKY, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VYGOTSKY, L. S. LURIA, A. R. LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Editora Ícone: São Paulo, 1986.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

VYGOTSKY, L. S. **Fundamentos de defectología**: obras completas. Habana: Editorial Pueblo y Educación. 1997.

# APÊNDICES

## APÊNDICE A: PLANEJAMENTO DA HISTÓRIA VIRTUAL DO CONCEITO

### A COBRANÇA DE IMPOSTOS NO EGITO

Por estar localizada numa região desértica, a civilização egípcia se desenvolveu ao longo das férteis margens do rio Nilo, ocupando toda sua extensão em cerca de 10 a 20 quilômetros das águas. Era extremamente dependente do rio, tanto para a manutenção das atividades agrícolas e da pecuária, como para o transporte de mercadorias e comunicação entre as diversas cidades. Tão apropriada era a navegação entre as várias regiões banhadas pelo Nilo, que os egípcios não precisaram construir estradas. O calendário egípcio era dividido conforme as fases do Nilo, sendo elas: cheia, plantio e colheita. Durante a cheia as águas do Nilo invadiam os terrenos de cada um dos moradores, que com a baixa do nível das águas na época de plantio, tornavam-se muito férteis (já que estiveram por meses em contato com a água). Como a economia egípcia tinha como base a troca de mercadorias, os impostos eram coletados na forma de cereais. Os governadores avaliavam anualmente a arrecadação de cereais naquele ano, baseando seus cálculos na área de superfície de cada terreno.

**1**. Os terrenos de cada um dos moradores às margens do rio Nilo possuíam o mesmo tamanho durante todo o ano?

**2.** Como podemos medir um terreno? Que aspectos devemos considerar?

**3.** Quais desses aspectos estão relacionados com a diferença de tamanho total ao longo do ano? Porque?

**4.** Existem nestes terrenos medidas que são fixas?

**5.** Suponha que na época de maior cheia um terreno tenha 15 metros de largura e 20 metros de comprimento. Como podemos representar as dimensões dele após a baixa do rio?

**6.** Como você representaria a área deste terreno durante a cheia? E na baixa?

**7.** Existem outras coisas/características que podemos mensurar? Quais dessas coisas/características podem variar?

APÊNDICE B: PLANEJAMENTO DA PRIMEIRA FASE DO JOGO

**REGRAS DO JOGO**

O jogo tem 3 rodadas, em cada rodada os dois jogadores tem sua vez de obter pontuação. Cada jogador deve, na sua vez, retirar um punhado de bolinhas da caixa e jogá-las no tabuleiro. Depois deve contar quantas bolinhas há em cada faixa do tabuleiro, observando o relevo da faixa, e anotar em seu computador a quantia. Após terminar todas as faixas o jogador deve fazer as contas no computador e anunciar ao adversário a sua pontuação. Após cada rodada um dos jogadores deve tirar uma carta com números de 1 a 6, será o valor de cada bolinha. Ganha a rodada quem tiver maior pontuação e ganha o jogo quem vencer mais rodadas.

1. Que elementos interferem no resultado? Esses elementos têm valores fixos?
2. Esses elementos que variam são chamados variáveis. Quantas e quais são as variáveis do jogo?
3. Como e entre que valores ocorre essa variação? Existem limites?
4. Em uma rodada o jogador fez 20 pontos, 7 caíram no setor positivo e 3 na região negativa, registre e diga qual era o valor da bolinha.
5. Na questão anterior, o valor da bolinha era variável?

# APÊNDICE C: PLANEJAMENTO DA SEGUNDA FASE DO JOGO

## QUESTIONÁRIO

1. Que elementos interferem no resultado? Esses elementos têm valores fixos?
2. Quantas e quais são as variáveis do jogo?
3. Como e entre que valores ocorre essa variação? Existem limites?
4. Um jogador diz ao outro que fez 30 pontos, mas seu adversário esqueceu quanto valia a face de papel crepom nesta rodada. A soma foi 22, mas ainda faltam contar dois dados de face de papel crepom na parte positiva do tabuleiro. Como podemos expressar matematicamente este problema? E qual o valor da face de papel crepom?
5. Na questão anterior o valor da face de papel crepom podia mudar ou era único? Neste caso, a face de papel crepom é uma variável do jogo? Porquê?

APÊNDICE D: PLANEJAMENTO DA SITUAÇÃO EMERGENTE DO COTIDIANO

**A CANTINA DA ESCOLA**

Certo dia houve um reajuste na tabela de preços da cantina da escola, então a tabela ficou da seguinte forma:

Café: R$ 1,50

Chá: R$ 2,00

Pão de queijo: R$ 1,00

Fatia de bolo: R$ 3,00

Salgados: R$ 3,00

Suco natural: R$ 5,00

1. O que pode ser comprado com R$10,00?
2. E com 20 reais?
3. Quanto seria gasto comprando:
    a) um café e um pão de queijo?
    b) um salgado e um suco natural?
    c) 2 pães de queijo e um café?
4. Um grupo de amigos ia a cantina todos os dias e sempre faziam um único pedido para economizar tempo na fila. Todo dia, cada um comprava um suco natural e um salgado e repassava o valor ao amigo que faria o pedido.
    a) Quanto cada um gastava com o lanche?
    b) Quanto ficaria o pedido se o grupo daquele dia tivesse 3 amigos?
    c) E se houvessem 5 amigos no grupo?
    d) E se tivéssemos n amigos?

5. Um dia, alguns desses colegas decidiram trocar o pedido para um chá e uma fatia de bolo, entretanto outros mantiveram o pedido de um suco natural e um salgado. Como podemos representar o valor total do pedido?

6. Que grandezas estão envolvidas nesta situação?

7. Existem variáveis nos problemas acima? Se sim, diga quais são.

8. Dizemos que uma variável é independente quando seu valor não sofre influência do valor de outra variável e que uma variável é dependente quando precisamos do valor de outra variável para determinar o valor dela. Analise se os seguintes elementos são variáveis e se são dependentes ou independentes entre si:

   a) Valor da fatia de bolo e valor do chá.

   b) Quantidade de salgados e quantidade de amigos do grupo.

   c) Quantidade de produtos comprados e valor da compra.

   d) Preço de cada produto e valor da compra.

9. Num evento interescolar, este grupo de amigos foi a uma outra escola, onde a tabela de preços não ficava exposta. Enquanto esperavam na fila da cantina ouviram o pedido de dois alunos: o primeiro pediu um suco e três pães de queijo e gastou R$8,50, o segundo aluno pediu 2 sucos e 2 pães de queijo e gastou R$11,00. Quanto custa cada pão de queijo e cada copo de suco nesta escola?