

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE
MATERIAIS

JOÃO PEDRO CENIZ

UMA ABORDAGEM PARA OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE ROLOS DE
ESTEIRAS TRANSPORTADORAS DE MINÉRIOS

DISSERTAÇÃO

CURITIBA

2021

JOÃO PEDRO CENIZ

**UMA ABORDAGEM PARA OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE ROLOS DE
ESTEIRAS TRANSPORTADORAS DE MINÉRIOS**

An Approach to Structural Optimization of Ore Conveyor Belt Rollers

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Área de concentração: Mecânica dos Sólidos.

Orientador: Prof. Dr. Marco Antônio Luersen

CURITIBA

2021



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

Esta licença permite que outros façam download dos trabalhos e os compartilhem desde que atribuam crédito aos autores, mas sem que possam alterá-los de nenhuma forma ou utilizá-los para fins comerciais. O link sobre a imagem dá acesso a todos os termos da licença.



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Curitiba



JOAO PEDRO CENIZ

UMA ABORDAGEM PARA OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE ROLOS DE ESTEIRAS TRANSPORTADORAS DE MINÉRIOS

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Engenharia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
Área de concentração: Mecânica Dos Sólidos.

Data de aprovação: 17 de Junho de 2021

Prof Marco Antonio Luersen, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.a Ana Paula Carvalho Da Silva Ferreira, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Eduardo Marcio De Oliveira Lopes, Doutorado - Universidade Federal do Paraná (Ufpr)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 17/06/2021.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais e familiares, por me apoiarem, investirem e torcerem por mim na busca por meus objetivos.

Agradeço à minha namorada Luana por toda sua colaboração e companheirismo no período em que estive trabalhando nessa dissertação.

Meus agradecimentos ao Prof. Marco Luersen pela orientação durante o mestrado, por acreditar na minha capacidade e por todo o incentivo ao longo do projeto, além de sempre estar disponível para me ajudar e a tirar minhas dúvidas.

Agradeço ao Prof. Tiago Cousseau, por ter me fornecido a oportunidade de participar do projeto que se tornaria o tema de minha dissertação e por contribuir para a melhoria do trabalho.

Agradeço aos amigos que fiz durante o mestrado pelos momentos de alegria e por tornarem o ambiente mais agradável, especialmente ao Rodrigo Martins por compartilhar seus conhecimentos e me ajudar a enfrentar as dificuldades que apareceram ao longo desses dois anos.

Agradeço à Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais (PPGEM-CT) e ao Laboratório de Mecânica Estrutural (LaMEs) por disponibilizarem toda a infraestrutura necessária para a realização desse trabalho.

Agradeço à Vale S.A. e ao Instituto Tecnológico Vale (ITV) pelo apoio financeiro e técnico para o desenvolvimento deste trabalho através do projeto SAP 4600048682.

RESUMO

Ceniz, João Pedro. **Uma Abordagem para Otimização Estrutural de Rolos de Esteiras Transportadoras de Minérios**, Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 104 páginas, 2021.

A locomoção de materiais com o uso de esteiras transportadoras é amplamente utilizada e de extrema importância, sobretudo no setor de mineração. Para a realização desse tipo de transporte, comumente são utilizados sistemas de esteiras transportadoras compostos por diversos rolos, que também sustentam o peso proveniente do material transportado. A manutenção desse tipo de componente promove um alto custo anual e, quando executada, devido ao elevado peso do produto, são proporcionados riscos à integridade física do operador responsável pela reposição do componente danificado. Como forma de redução do peso, a adoção de materiais poliméricos em sua fabricação, ao invés dos usuais metálicos, é uma possível alternativa. Além disso, técnicas de otimização também podem ser utilizadas para tal fim. Nesse contexto, este trabalho propõe realizar a otimização estrutural paramétrica de rolos metálicos e poliméricos utilizando uma metodologia com uso de *scripts* escritos na plataforma Matlab e de um modelo numérico elaborado em *software* comercial de elementos finitos. Nos processos tradicionais de otimização, costumam ser demandadas muitas iterações, o que pode ser inviável quando a avaliação da função objetivo e/ou das restrições possuir um elevado custo computacional. Visando solucionar esse problema, fez-se uso de metamodelos de base radial (RBF), que são modelos substitutivos para representar uma função de alto custo. Com isso, a otimização é realizada no próprio metamodelo, com o uso do algoritmo *Globalized Bounded Nelder-Mead* (GBNM) e de um processo iterativo de refino do metamodelo. No presente caso, o problema é definido como a minimização da massa do sistema, que está sujeito à restrição do ângulo de desalinhamento dos mancais de rolamento e à uma tensão admissível. Como parâmetros a serem variados (variáveis de projeto), tem-se dimensões do tubo e do eixo. Com esta estratégia, foi obtida uma diminuição de 32,3% da massa em um projeto de rolo metálico e 18,9% em um rolo polimérico, confirmando a funcionalidade da metodologia proposta.

Palavras-chave: Rolos de correias transportadoras; Otimização estrutural; Metamodelos; Funções de base radial

ABSTRACT

Ceniz, João Pedro. **An Approach to Structural Optimization of Ore Conveyor Belt Rollers**, Master's Dissertation – Postgraduate Program in Mechanical and Materials Engineering, Federal University of Technology – Parana. Curitiba, 104 pages, 2021.

The locomotion of materials with the use of conveyor belts is widely used and is of extreme importance, especially in the mining sector. In order to carry out this type of transport, conveyor systems composed of several rollers are commonly used. The rollers also support the weight of the transported material. The maintenance of this type of component promotes a high annual cost and, when performed, due to the high weight of the product, it might provide risk to the physical integrity of the operator who is responsible for the replacement of the damaged component. As a way of weight reduction, the adoption of polymeric materials in its manufacture, rather than the usual metallic ones, is a possible alternative. Besides, optimization techniques can also be applied for this purpose. In this context, this work proposes to perform the parametric structural optimization of metallic and polymeric rollers using a methodology with the usage of scripts written in the Matlab platform and a numerical model built in commercial finite element code. In the traditional optimization processes, many iterations are often required, which may be impracticable when the evaluation of the objective function and/or constraints have a high computational cost. In order to overcome this drawback, metamodels based on radial base functions (RBF), which are surrogate models to represent a high-cost function, were used herein. Hence, the optimization is performed in the metamodel itself using the Globalized Bounded Nelder-Mead (GBNM), and an iterative process for refining the metamodel. In the present case, the problem is defined as minimizing the mass of the system, which is subject to the constraints of an allowable misalignment angle of the bearings and an allowable stress. The parameters to be changed (the design variables) are the dimensions of the roller and the shaft. With this strategy, it was obtained a decrease of 32.3% in the mass of a metallic roller project and of 18.9% in a polymeric roller, confirming the functionality of the proposed methodology.

Keywords: Conveyor belt rollers; Structural optimization; Metamodels; Radial basis functions

LISTA DE SÍMBOLOS

S	Conjunto viável
Σ	Somatório
\mathbf{x}	Vetor de variáveis
$f(\mathbf{x})$	Função objetivo
\mathbf{x}^*	Ponto de mínimo
h_j	Restrições de igualdade
g_i	Restrições de desigualdade
x_{iL}	Valor mínimo para uma determinada variável
x_{iu}	Valor máximo para uma determinada variável
E	Módulo de elasticidade
E_0	Módulo de elasticidade em estado novo
R_m	Resistência à tração
R_{m_0}	Resistência à tração em estado novo
n	Dimensão de um espaço ou número de pontos utilizados no projeto de experimentos
d	Distância entre pares de pontos
J_i	Quantidade de pares de pontos
\mathbf{y}	Respostas das funções de base radial
$\hat{f}(\mathbf{x})$	Função de aproximação de bases radiais
$\mathbf{x}^{(i)}$	Centro da função de base radial
ϕ_q	Parâmetro escalar utilizado para otimizar o hipercubo latino
$\boldsymbol{\psi}$	Matriz de interpolação do metamodelo de base radial
ω	Peso atribuído a função de base radial
\mathbf{w}	Matriz de coeficientes das funções radiais
σ	Parâmetro de forma do metamodelo de base radial
q	Número de pontos em cada dimensão do método dos hipercubos latinos
r	Distância euclidiana entre dois pontos
δ_r	Deformação radial da esfera mais carregada de um rolamento
K_r	Rigidez radial de um rolamento

F_r	Força radial aplicada sobre um rolamento
Z	Número de esferas de um rolamento
D	Diâmetro das esferas de um rolamento para cálculo de rigidez
α	Ângulo de contato da esfera mais carregada
S_{VM}	Tensão de von Mises
β	Ângulo de desalinhamento nos rolamentos
D_1	Variável de projeto
D_2	Variável de projeto
D_3	Variável de projeto
D_4	Variável de projeto
$f_p(\mathbf{x})$	Função objetivo penalizada
C_i	Parâmetro atuante caso uma restrição seja violada
m	Número de restrições
$R_{ec}(\mathbf{x})$	Valor da restrição em cada ponto estudado
$g_i(\mathbf{x})$	Valor de referência de cada restrição
k	Parâmetro que define o peso da violação das restrições
β_1	Ângulo causado por deslocamentos na pista superior de um rolamento
β_2	Ângulo causado por deslocamentos na pista inferior de um rolamento
DS_1	Deslocamento na pista superior de um rolamento
DS_2	Deslocamento na pista superior de um rolamento
DS_3	Deslocamento na pista inferior de um rolamento
DS_4	Deslocamento na pista inferior de um rolamento
Q_e	Indicador de qualidade de elemento de malha
C	Parâmetro do indicador de qualidade de elemento de malha
C_A	Comprimento de aresta
T_{OE}	Tamanho ótimo de elemento de malha
T_E	Tamanho do elemento de malha
θ_i	Valor ideal de cada ângulo interno de um elemento equilátero
$\theta_{máx}$	Maior ângulo interno encontrado em um elemento equilátero

θ_{\min} Menor ângulo interno encontrado em um elemento equilátero

S_k Indicador de distorção de elemento de malha

LISTA DE SIGLAS

PEAD	Polietileno de Alta Densidade
HDPE	Termo em inglês para PEAD (<i>High Density Polyethylene</i>)
AG	Algoritmos Genéticos
PP	Polipropileno
PS	Poliestireno
AO	Arranjo Ortogonal (<i>Orthogonal Array</i>)
RBF	Função de Base Radial (<i>Radial Basis Function</i>)
DOE	Projeto de Experimentos (<i>Design of Experiments</i>)
MEF	Método dos Elementos Finitos
LHS	Amostras de Hipercubo Latino (<i>Latin Hypercube Sampling</i>)
SHCB	Função <i>Six Hump Camel Back</i>
GBNM	Algoritmo <i>Globalized Bounded Nelder-Mead</i>
SPT	Ensaio de Embutimento (<i>Small Punch Test</i>)
UV	Radiação Ultravioleta

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esteira transportadora industrial em uso (a) e detalhe dos rolos (b)	18
Figura 2- Três tipos de otimização estrutural: otimização paramétrica de uma treliça plana (a); (b) otimização de forma (b) e otimização topológica (c). A configuração inicial é mostrada na esquerda e a configuração final é mostrada na direita.	20
Figura 3 – Vista de corte do Rolo J (rolo metálico) com indicação das peças.	24
Figura 4 – Vista de corte do Rolo Polimérico.....	24
Figura 5 – Rolo de carga triplo.	25
Figura 6 – Ângulo de desalinhamento no eixo.	26
Figura 7 – Exemplo genérico de curvas Carga - Alongamento para o mesmo material a diferentes temperaturas.	29
Figura 8 – Evolução do módulo de elasticidade do PEAD para diferentes temperaturas ao longo do tempo de envelhecimento, segundo o estudo de Guermazi et al. (2009).	32
Figura 9 – Evolução do limite de resistência à tração do PEAD para diferentes temperaturas ao longo do tempo de envelhecimento, segundo o estudo de Guermazi et al. (2009).	32
Figura 10 – Exemplo da evolução de um simplex do método de Nelder-Mead.....	36
Figura 11 - Exemplo de metamodelo de funções de base radial.	37
Figura 12 - Etapas de aplicação da otimização com metamodelagem.	38
Figura 13 - Exemplo de um plano de amostragem de um Fatorial Completo	40
Figura 14 - Distribuição de pontos ao longo de um domínio de um caso genérico com uso da metodologia de Hipercubos Latinos.	41
Figura 15 – Exemplo da Influência do parâmetro σ na construção de uma função de base Gaussiana.	44
Figura 16 – Geometria de um quadrante do rolo com planos de corte	50
Figura 17 – Representação do rolamento como componentes de mola.....	52
Figura 18 – Representação de $\frac{1}{4}$ da geometria do rolo para realização da otimização.	52
Figura 19 – Avaliação da malha do Rolo J pela métrica da qualidade do elemento.	54
Figura 20 – Avaliação da malha do Rolo J pela métrica da distorção	54
Figura 21 – Tensão de von Mises no rolo metálico (projeto inicial).	55

Figura 22 – Tensão de von Mises na região dos mancais (projeto inicial).	56
Figura 23 - Região da tensão máxima de von Mises no tubo (projeto inicial).....	56
Figura 24 – Deslocamentos na região onde são posicionados os rolamentos (projeto inicial).....	57
Figura 25 – Variáveis de projeto para a otimização do rolo metálico (Rolo J).	58
Figura 26 – Fluxograma do processo de otimização com metamodelo.	60
Figura 27 – Curva de tensão-deformação do PEAD.	62
Figura 28 – Tensão SVM da versão inicial do Rolo Polimérico	63
Figura 29 – Ângulo β da versão inicial do Rolo Polimérico	63
Figura 30 – Qualidade da malha do Rolo Polimérico pela métrica <i>Element Quality</i> . 64	
Figura 31 – Qualidade da malha do Rolo Polimérico pela métrica <i>Skewness</i>	64
Figura 32 – Módulo de relaxação do PEAD	65
Figura 33 – Variáveis de projeto para otimização do Rolo Polimérico	67
Figura 34 – Modificação no eixo do Rolo Polimérico.....	68
Figura 35 – Influência do diâmetro do eixo no ângulo β	69
Figura 36 – Função <i>Six Hump Camel Back</i> (SHCB).	70
Figura 37 – Metamodelo da função SHCB formada com 20 e 60 pontos amostrais. 71	
Figura 38 – Vista superior do metamodelo da função SHCB formada com 20 pontos amostrais.	72
Figura 39 – Vista superior do metamodelo da função SHCB formada com 60 pontos amostrais.	72
Figura 40 – Função de Branin-Hoo.	73
Figura 41 – À esquerda, metamodelo da função Branin-Hoo com 20 pontos amostrais e, à direita, com 60 pontos amostrais.	74
Figura 42 – Vista superior do metamodelo da Função Branin-Hoo com 20 pontos amostrais.	75
Figura 43 – Vista superior do metamodelo da Função Branin-Hoo com 60 pontos amostrais.	75
Figura 44 – Evolução da massa do rolo na otimização do caso 1 após formação do DOE.....	77
Figura 45 – Evolução da restrição de tensão para o caso 1.	78
Figura 46 - Evolução da restrição de ângulo de desalinhamento para o caso 1.	78

Figura 47 – Evolução da massa do rolo na otimização do caso 2 após formação do DOE.....	79
Figura 48 – Evolução da restrição de tensão para o caso 2. A linha vermelha indica o limite desta restrição.....	79
Figura 49 – Evolução da restrição de ângulo de desalinhamento para o caso 2.	80
Figura 50 – Evolução da massa do rolo na otimização do caso 3 após formação do DOE.....	80
Figura 51 – Evolução da restrição de tensão para o caso 3.	81
Figura 52 – Evolução da restrição de ângulo de desalinhamento para o caso 3. A linha vermelha indica o limite desta restrição.....	81
Figura 53 – Tensão de von Mises na superfície externa do tubo (versão otimizada do Rolo J).....	83
Figura 54 – Tensão de von Mises na região dos mancais (versão otimizada do Rolo J).	83
Figura 55 – Evolução da massa no processo de otimização do Rolo Polimérico	85
Figura 56 – Evolução da tensão no processo de otimização do Rolo Polimérico	85
Figura 57 – Evolução do ângulo no processo de otimização do Rolo Polimérico	86
Figura 58 – Evolução da massa do Rolo Polimérico no segundo caso de otimização	87
Figura 59 – Evolução da tensão do Rolo Polimérico no segundo caso de otimização. A linha vermelha indica o limite dessa restrição.....	88
Figura 60 – Evolução do ângulo do Rolo Polimérico no segundo caso de otimização. A linha vermelha indica o limite desta restrição.....	88
Figura 61 – Comportamento genérico da deformação (ϵ) devido à fluência.....	99
Figura 62 – Comportamento genérico da tensão (σ) devido à relaxação.....	99
Figura 63 – Associação de mola e amortecedor do modelo de Maxwell.....	100
Figura 64 – Associação de mola e amortecedor do modelo Kelvin ou Voigt.	101
Figura 65 – Variação do ângulo β com o efeito da viscoelasticidade.....	102
Figura 66 – Tensão de von Mises na superfície do tubo com efeito da viscoelasticidade (modelo otimizado).....	103
Figura 67 – Tensão de von Mises na superfície do tubo com efeito da viscoelasticidade (modelo inicial).....	103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dimensões para definição da carga admissível	26
Tabela 2 – Propriedades características do PEAD.....	30
Tabela 3 – Resultados médios de propriedades de cada amostra	31
Tabela 4 – Valores para o parâmetro C	47
Tabela 5 – Faixas de qualidade para a métrica de distorção de elementos finitos ...	48
Tabela 6 – Propriedades do material do rolo utilizadas na simulação.....	51
Tabela 7 – Estudo de convergência de malha.	53
Tabela 8 – Propriedades do material do Rolo Polimérico utilizadas na simulação. ...	62
Tabela 9 – Resultados da otimização da função SHCB.....	73
Tabela 10 – Resultados da otimização da função Branin-Hoo.....	76
Tabela 11 – Resumo dos resultados da otimização do Rolo J.....	82
Tabela 12 – Resumo dos resultados da otimização do Rolo Polimérico	86
Tabela 13 – Resumo dos resultados do segundo caso da otimização do Rolo Polimérico.....	89

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	CONTEXTO	17
1.2	OBJETIVO E JUSTIFICATIVA	21
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	22
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
2.1	ROLOS DE ESTEIRAS TRANSPORTADORAS DE MINÉRIOS	23
2.2	ALGUNS CONCEITOS SOBRE POLÍMEROS	27
2.2.1	COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS POLÍMEROS	29
2.3	OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL	33
2.3.1	OTIMIZAÇÃO COM METAMODELOS.....	36
2.3.2	PROJETO DE EXPERIMENTOS (DOE)	39
2.3.3	FUNÇÕES DE BASE RADIAL.....	42
2.3.4	CRITÉRIO DE PREENCHIMENTO	45
2.4	ALGUNS CONCEITOS SOBRE O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E QUALIDADE DE MALHA.....	46
3	METODOLOGIA	50
3.1	METODOLOGIA PARA ANÁLISE DO ROLETE METÁLICO	50
3.1.1	PROCEDIMENTO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ROLETE METÁLICO ..	50
3.1.2	PROCEDIMENTO DE OTIMIZAÇÃO DO ROLETE METÁLICO	57
3.2	METODOLOGIA PARA ANÁLISE DO ROLO POLIMÉRICO	61
3.2.1	PROCEDIMENTO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ROLO POLIMÉRICO..	61
3.2.2	PROCEDIMENTO DE OTIMIZAÇÃO DO ROLO POLIMÉRICO	66
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	70
4.1	OTIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES TESTE	70
4.2	OTIMIZAÇÃO DO ROLO METÁLICO	76

4.3	OTIMIZAÇÃO DO ROLO POLIMÉRICO	84
4.3.1	PRIMEIRO CASO DE OTIMIZAÇÃO DO ROLO POLIMÉRICO	84
4.3.2	SEGUNDO CASO DE OTIMIZAÇÃO DO ROLO POLIMÉRICO	87
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	90
5.1	CONCLUSÕES GERAIS.....	90
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	91
	REFERÊNCIAS.....	93
	APÊNDICE A - CONCEITOS SOBRE COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO DE POLÍMEROS	98
	APÊNDICE B - SIMULAÇÃO NUMÉRICA CONSIDERANDO A VISCOELASTICIDADE	102

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO

A crescente evolução tecnológica, em conjunto com a necessidade de se obter ganho sobre a concorrência, fizeram da otimização uma ferramenta fundamental para o desenvolvimento de produtos nas empresas. No entanto, na área da mecânica estrutural, existem alguns casos em que os produtos não são devidamente estudados, o que comumente pode proporcionar um superdimensionamento desses e até mesmo uma não adequação com relação às restrições impostas pelas normas vigentes. Um exemplo dessa situação é aplicável a alguns projetos de rolos de esteiras transportadoras. Esses componentes são amplamente utilizados, sobretudo no setor da mineração, onde estão propensos a ambientes severos de operação, sujeitos a altas cargas, exposição ao tempo, contaminação dos lubrificantes dos mancais e altas temperaturas.

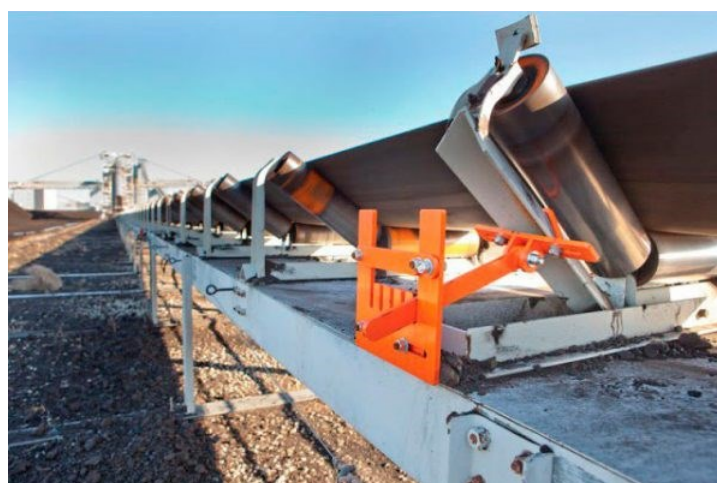
Devido a esses fatores, em conjunto com erros de montagem, erros de fabricação e desalinhamento da geometria durante o seu uso, anualmente, são gerados elevados gastos anuais com a manutenção desses rolos, e seu ciclo de vida pode variar bastante, tornando o produto propenso a falhas prematuras.

Na empresa Vale S.A., por exemplo, são substituídos cerca de 250 mil rolos anualmente, número que representa um gasto de aproximadamente R\$ 50 milhões à mineradora. Outra observação está relacionada à reposição do rolo quando este está danificado. Ao fazer a reposição, são oferecidos riscos ao operador responsável pela manutenção, pois a troca é feita manualmente e o componente possui uma elevada massa (20 a 70kg). Um exemplo do uso desses rolos pode ser visto na Figura 1.

Figura 1 – Esteira transportadora industrial em uso (a) e detalhe dos rolos (b)



(a)



(b)

Fonte: site Viga.¹

Uma alternativa para a redução da massa desse tipo de produto, além de alterações na sua geometria, é a utilização de rolos de materiais poliméricos, ao invés dos

¹ Disponível em: <https://viga.ind.br/corrierias_transportadoras_mineracao/>. Acesso em: 30 de novembro de 2020.

usuais metálicos, comumente fabricados em aço SAE 1020, ou até mesmo utilizar materiais metálicos com menor densidade, como ligas de alumínio.

Essa alternativa de se utilizar diferentes materiais tem ganho maior notoriedade na fabricação de rolos, porém, a norma NBR ISO 6678.2017, que regulamenta requisitos de fabricação e operação de rolos de esteiras transportadoras, não cita recomendações exclusivas a rolos produzidos em material polimérico ou com outros tipos de metais.

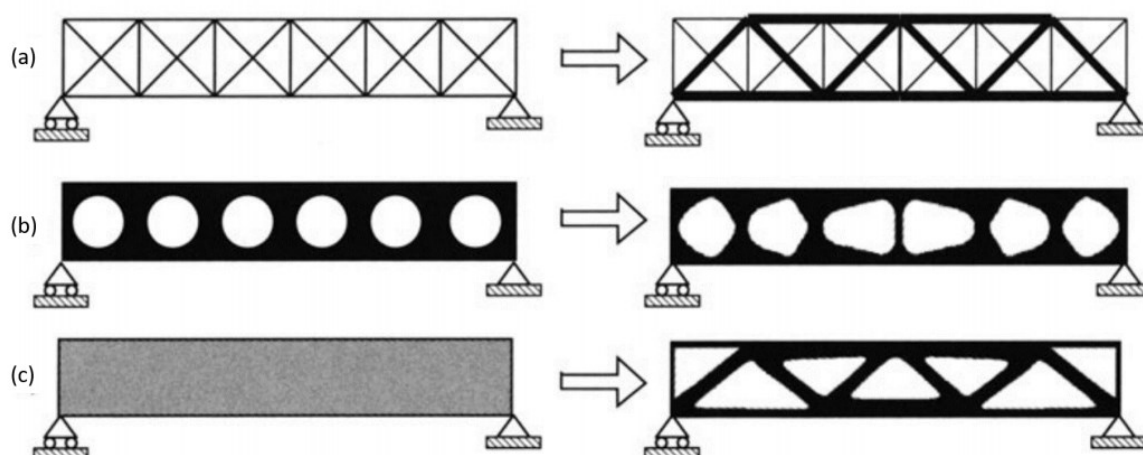
Nesse cenário, a compreensão do comportamento mecânico do material desses rolos fica à responsabilidade do projetista, pois não há especificações pré-definidas em norma para essa aplicação. Um exemplo da importância dessa observação condiz às diferenças entre os materiais metálicos e os poliméricos, visto que nos materiais poliméricos há uma maior susceptibilidade à variação em suas propriedades mecânicas dependendo de fatores externos, como temperatura, umidade, entre outros. Isso, em conjunto com o efeito viscoelástico e eventuais deformações no campo não-linear, tornam a análise mais complexa de ser realizada.

Uma alternativa para avaliar o comportamento mecânico da estrutura, com relação à distribuição das tensões e deformações, consiste na análise por elementos finitos. Com esse tipo de análise é possível obter uma exatidão aceitável e agilidade na avaliação de estruturas, mesmo que não sejam realizados ensaios experimentais. Outra vantagem é que essa técnica pode ser utilizada em conjunto com métodos numéricos para realização de otimizações.

De acordo com Christensen e Klarbring (2008), existem três tipos de otimização estrutural: otimização de forma, otimização paramétrica e otimização topológica. No primeiro tipo, procura-se encontrar uma nova geometria, como o próprio nome diz, modificando o seu formato, porém sem remover ou adicionar material em regiões que alterem a sua “topologia”. Na otimização paramétrica, o formato da estrutura é inalterado, somente algumas dimensões são modificadas ao longo da otimização, como por exemplo diâmetros, comprimentos e espessuras. Esse é o tipo de otimização que é utilizada e descrita ao longo deste trabalho. Na otimização topológica, a otimização ocorre de forma mais abrangente pois há uma alteração ainda mais significativa no formato da estrutura, isto é, a “topologia” (conjuntos de regiões com e sem material) pode ser modificada.

Dentre os três tipos de otimização citados, recomenda-se para uma primeira aplicação de estudo, a realização de uma otimização paramétrica (*sizing optimization*), visto que essa não promove alterações significativas no projeto do rolo e, consequentemente, em seus processos de fabricação. Portanto não são gerados novos gastos, pois a geometria é mantida e somente as seções (parâmetros) da estrutura são alteradas (DEB; GULATI, 2001), podendo se tornar mais espessas em algumas regiões e menos em outras. Para melhor compreensão das diferenças entre os tipos de otimização, a Figura 2 ilustra os três casos.

Figura 2- Três tipos de otimização estrutural: otimização paramétrica de uma treliça plana (a); (b) otimização de forma (b) e otimização topológica (c). A configuração inicial é mostrada na esquerda e a configuração final é mostrada na direita



Fonte: Bendsøe e Sigmund (2004).

Existem diversos tipos de algoritmos que podem ser empregados em uma otimização, dos quais alguns exemplos citados em Arora (2012) são: Gradientes Conjugados, Newton modificado, enxame de partículas, recozimento simulado e algoritmos genéticos. A escolha de um desses algoritmos e seu uso estão diretamente vinculados à formulação do problema, que é melhor explicada na seção 2.3. Porém, independente do algoritmo selecionado, usualmente, para se obter uma solução, são necessárias diversas iterações, as quais podem demandar um elevado tempo e custo computacional. Dependendo da complexidade do problema, fazer somente uso exclusivo de simulações numéricas se torna impraticável (PINA, 2010). Nessa situação, uma alternativa é

a utilização de modelos substitutos (também denominados metamodelos) para diminuir o custo computacional para a realização da otimização. De acordo com Rodrigues (2019), um metamodelo equivale a um modelo aproximado de alta fidelidade que é utilizado para substituir um modelo original. Na prática, corresponde a uma função aproximada que representa um experimento ou fenômeno físico, sendo construída a partir de um número finito de amostras provenientes de simulações. De forma a tornar a função aproximada mais acurada, é conveniente atribuir uma técnica de refinamento sequencial que, por exemplo, pode aumentar o número de pontos amostrais na região do mínimo global.

1.2 OBJETIVO E JUSTIFICATIVA

O objetivo deste trabalho é desenvolver e aplicar uma metodologia de otimização estrutural paramétrica para minimizar a massa de rolos de esteiras transportadoras de minérios. São analisadas as condições de operação do rolo, o qual deve sustentar uma carga estática estipulada pela norma NBR ISO 6678.2017, e atender às devidas restrições de projeto também explícitas na norma.

O trabalho tem como motivação a redução de gastos com a manutenção, ao tornar o produto menos propenso a falhas prematuras, além de reduzir riscos ao executar a reposição do produto quando este está danificado, visto que com a otimização é esperado se obter uma menor massa.

O método empregado para realização da otimização faz uso de técnicas utilizando duas plataformas computacionais: um código comercial de elementos finitos (Ansys) e um *software* de cálculo numérico (Matlab). Na primeira são realizadas simulações por elementos finitos, visando representar o comportamento mecânico estrutural que ocorre nos rolos, e na segunda é realizado o procedimento de otimização. De modo a reduzir o número de avaliações do modelo em elementos finitos e, conseqüentemente, o custo computacional, conceitos de metamodelagem são aplicados ao processo de otimização.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Este texto é composto por cinco capítulos que descrevem a base utilizada para realizar a presente pesquisa. No primeiro capítulo é apresentada uma introdução do tema estudado, em conjunto com os objetivos e justificativas. No segundo há uma revisão bibliográfica com o intuito de esclarecer ao leitor fundamentos do tema e da metodologia utilizada para desenvolvimento do projeto, tais como: rolos de esteiras transportadoras de minérios, otimização, otimização com metamodelos, funções de base radial, refinamento sequencial de metamodelos e simulações numéricas pelo método dos elementos finitos. O capítulo 3 descreve a metodologia a ser aplicada. No capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos e, por fim, no quinto capítulo são abordadas as conclusões gerais e elencados possíveis trabalhos futuros de continuidade da pesquisa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ROLOS DE ESTEIRAS TRANSPORTADORAS DE MINÉRIOS

Os rolos de esteiras transportadoras, também conhecidos como roletes, são estruturas que possuem o objetivo de direcionar, sustentar e/ou absorver o impacto de cargas das correias transportadoras carregadas com o material a ser transportado. Para evitar ambiguidade ao longo do texto, a denominação “rolo” será utilizada para indicar o conjunto montado, enquanto “tubo” servirá para indicar ao componente de formato cilíndrico externo que faz parte do conjunto.

Do ponto de vista estrutural, os rolos são constituídos por três tipos de componentes: mancais, eixo e tubo. Porém, podem haver adaptações de acordo com o modelo de rolo, como mostra na Figura 3, onde o tipo de rolo da imagem é classificado como rolo de envelope duplo por possuir dois tubos.

Os mancais são responsáveis por permitir o movimento de rotação do tubo, ao mesmo tempo que transferem a carga recebida no sistema ao eixo. Podem ser montados em peças nomeadas como canecas ou diretamente em contato com o tubo, além disso, devem possuir uma folga interna na categoria C3 e suportar uma carga dinâmica mínima definida de acordo com o tipo de rolo.

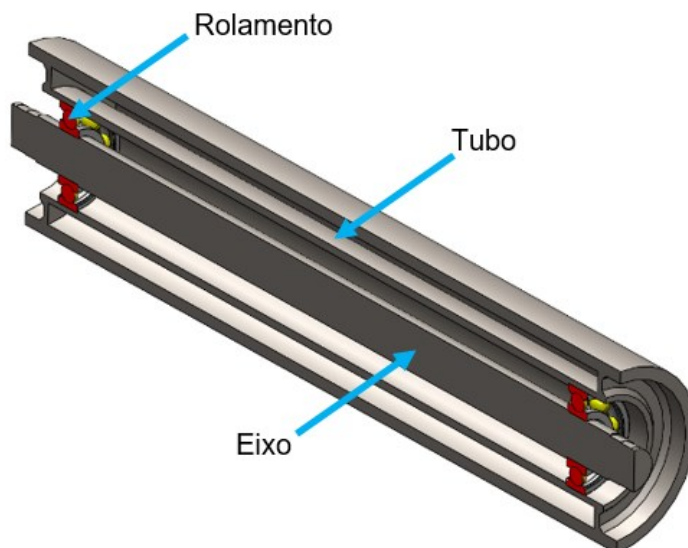
O eixo sustenta a carga do rolo, e está fixo sobre dois suportes em suas extremidades, impedindo o seu movimento vertical e axial. Seu dimensionamento é feito em função da carga e do comprimento do tubo, que deve satisfazer aos critérios de deflexão angular máxima permitida nos rolamentos.

Já os tubos costumam ser fabricados por um tubo de aço, com diâmetro e espessura adequados para receber diretamente a aplicação da carga proveniente do peso dos minérios que estão em contato com a correia.

A norma ABNT NBR 6678.2017 apresenta recomendações a respeito da seleção, condições operacionais e dimensionamento desses componentes. Seguindo os conceitos dessa norma, neste trabalho são estudados dois modelos de rolos e observados fatores como: a carga aplicada, tipo de rolo estudado, tensão máxima de flexão e o ângulo máximo de deflexão. Os modelos estudados dos rolos recebem a denominação de Rolo J ou Japonês, que está representado na Figura 3, e Rolo Polimérico, devido à

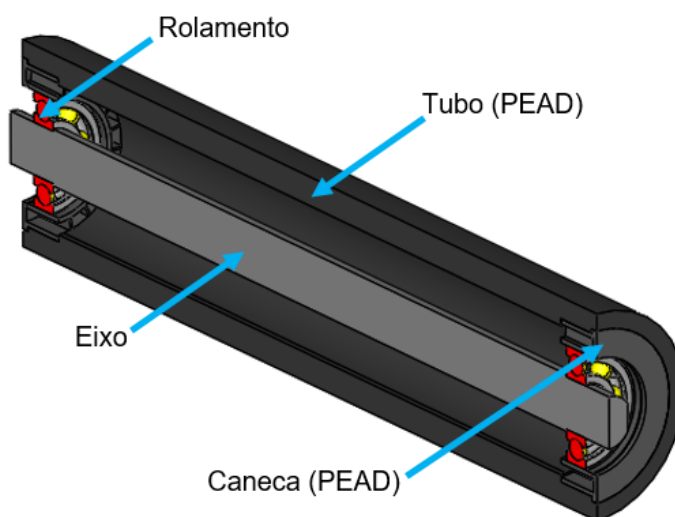
sua fabricação em polietileno de alta densidade (PEAD), como representado pela Figura 4.

Figura 3 – Vista de corte do Rolo J (rolo metálico) com indicação das peças



Fonte: Autoria própria

Figura 4 – Vista de corte do Rolo Polimérico



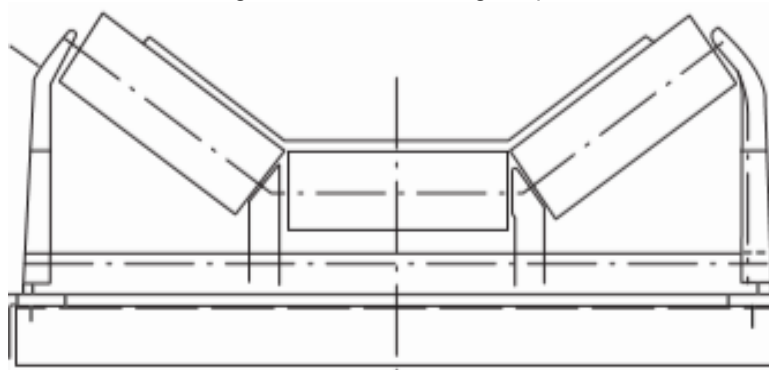
Fonte: Autoria própria

De acordo com a norma, existem basicamente três tipos de rolos: rolos de impacto, rolos de carga e rolos de retorno. Como evidenciado no próprio nome, os rolos de impacto recebem cargas dinâmicas de impacto, advindas do material quando despejado sobre a correia. Os rolos de carga possuem a função de sustentar o peso do

material por todo o comprimento da correia. Os rolos de retorno devem apenas suportar o peso da correia sem a presença de carregamento de material, servindo, portanto, somente para direcionar e conduzir o movimento da correia.

Ainda de acordo com a mesma norma, os rolos estudados são classificados como rolos de carga triplo, que recebem essa nomenclatura devido à função executada e à sua configuração original, possuindo três rolos posicionados lado a lado no mesmo suporte, como mostra a Figura 5. Sendo que, dentre os três rolos, o que está mais suscetível a sofrer falhas, condicionado a receber um maior peso, é o que está posicionado ao centro da configuração.

Figura 5 – Rolo de carga triplo



Fonte: ABNT NBR 6678.2017

Os valores máximos das cargas que devem ser suportadas pelos rolos são estipulados pela norma e definidos de acordo com o comprimento do tubo, a classificação e o número de série, que equivale ao diâmetro do eixo, em *mm*, na região onde são fixados os rolamentos. Vale ressaltar que o valor de carga a ser suportada (estipulada pela norma) não é definido em função do tipo de material utilizado para fabricação do tubo, portanto, para tubos poliméricos são seguidos os mesmos critérios que para tubos de material metálico. As cargas definidas para cada rolo podem ser observadas na Tabela 1, onde percebe-se que o Rolo Polimérico deve suportar uma carga diferente do Rolo J por conta das diferenças do número de série do eixo e do comprimento do tubo.

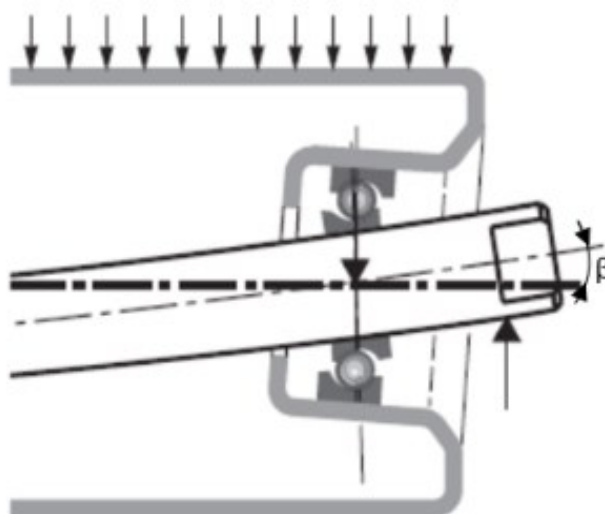
Tabela 1 – Dimensões para definição da carga admissível

Tipo de rolo	Série	Comprimento do tubo (mm)	Carga admissível (N)
Rolo J	45	760	11662
Rolo Polimérico	50	800	15817

Fonte: Autoria própria

Para os rolos de carga, independentemente de sua classificação, o valor máximo permitido pela norma para a tensão de flexão é 100 MPa. Esse valor, para os aços, corresponde à garantia de vida infinita à fadiga e sem plastificação, visto que se encontra em uma faixa de operação bem inferior à tensão limite de escoamento e à tensão limite de fadiga deste tipo de material. Já para o ângulo de desalinhamento, na região onde são posicionados os rolamentos, o valor não pode ultrapassar a 9' (0,15°, ou 0,0026 rad). Na Figura 6 este ângulo é representado por β . Para o Rolo Polimérico, a tensão de 100 MPa se torna inaceitável pois esse valor é bem superior à tensão de escoamento ou mesmo à tensão limite de resistência desse tipo de material, portanto a seleção de um valor alternativo deve ser feita de acordo com a literatura para a avaliação do seu comportamento mecânico.

Figura 6 – Ângulo de desalinhamento no eixo



Fonte: adaptado de ABNT NBR 6678.2017

Sabendo que há diversas aplicações e modelos de rolos, as considerações para realização de análises dessa estrutura são apresentadas na literatura de maneiras distintas.

No estudo de Shinde e Patil (2010), por exemplo, foi realizada a otimização de um sistema de transportadora de rolos por gravidade visando minimizar a massa dos tubos e dos demais componentes utilizados para a montagem. Durante as análises, que utilizavam o método dos elementos finitos (MEF), a carga considerada foi aplicada em linha com distribuição uniforme sobre quatro rolos, localizados ao centro da extensão da correia transportadora. Ao final do procedimento, houve uma redução de aproximadamente 30,9% do total da massa da estrutura.

Já em Berto et al. (2016), foi realizada, com auxílio do MEF, uma análise de fadiga somente do rolo, desconsiderando os demais componentes utilizados na montagem. Por utilizar simulação computacional, foi conveniente analisar um quarto da geometria, obtida com a divisão do rolo em dois planos de simetria. Nesse caso, a carga foi aplicada sobre o tubo da mesma forma comentada no estudo anterior, em linha e com distribuição uniforme, porém com um quarto da intensidade real aplicada devido à divisão da geometria.

Diferentemente dos dois estudos dos parágrafos anteriores, em Pawar et al. (2014) a carga aplicada sobre a superfície do tubo varia no sentido longitudinal do eixo, com maior intensidade no centro do tubo e, com menor intensidade nas regiões mais próximas aos apoios.

Com base nos estudos apresentados, percebe-se que uma maneira simplificada de realizar a simulação numérica dos rolos, é considerar $\frac{1}{4}$ da geometria e uma carga constante com distribuição uniforme. Porém, como neste trabalho são estudados dois modelos de rolos com materiais diferentes, é apropriado compreender os conceitos sobre polímeros, visto que possuem um comportamento diferente de materiais metálicos.

2.2 ALGUNS CONCEITOS SOBRE POLÍMEROS

Os materiais poliméricos, em particular os derivados de plantas e animais, têm sido usados por séculos, e logo após a Segunda Guerra Mundial, houve uma crescente demanda e revolução no seu uso na forma sintética, devido à sua produção ocorrer de

forma barata e suas propriedades poderem ser administradas num nível superior em comparação aos polímeros naturais (CALLISTER JR, 2002).

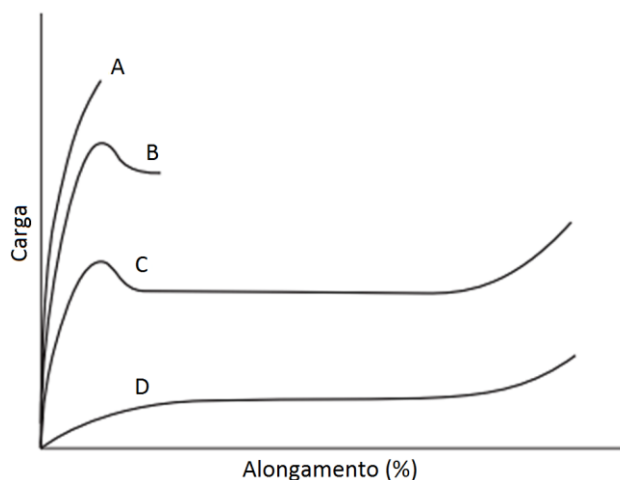
Segundo De Paoli (2008), a palavra polímero surgiu da união de duas palavras gregas, *poli* (muitos) e *meros* (iguais). Sendo assim, entende-se que polímeros são constituídos por macromoléculas formadas pelo conjunto de diversas unidades de repetição conhecidas como meros. Os polímeros podem atender às mais variadas aplicações, seja na fabricação de tubulações, pneus, embalagens, isolantes térmicos e, no caso desse projeto, em alguns modelos de rolos de esteiras transportadoras. Como exemplos relevantes desse tipo de material, tem-se: o polipropileno (PP), polietileno de alta densidade (PEAD), poliestireno (PS) e o nylon.

Uma característica percebida na maior parte dos polímeros é o seu comportamento mecânico possuir elevada dependência da velocidade de aplicação dos carregamentos e da temperatura de operação.

À medida que se aumenta a temperatura, o material tende a amolecer e, quando submetido à uma carga de tração, por exemplo, há uma maior deformação antes da ruptura. Diferentemente dessa situação, em um estado de temperaturas baixas, o material tende a se tornar mais frágil.

Tais observações podem ser percebidas no exemplo genérico da Figura 7, onde a curva carga-alongamento é estipulada para quatro diferentes temperaturas. Na Curva A, o comportamento é predominantemente frágil, portanto, corresponde à menor temperatura entre os quatro casos. Conforme aumenta a temperatura do material, maior se torna a sua deformação plástica e, por consequência disso, o comportamento do polímero tende a ser similar ao de uma borracha, como evidencia a Curva D.

Figura 7 – Exemplo genérico de curvas Carga - Alongamento para o mesmo material a diferentes temperaturas



Fonte: adaptado de Ward e Sweeney (2012)

2.2.1 COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS POLÍMEROS

Diversos fatores influenciam o comportamento mecânico dos polímeros, tais como tensões atuantes, tempo de aplicação da carga, temperatura e estrutura molecular. Além disso, diferentemente dos aços, os polímeros, mesmo em temperaturas ambientes e usuais de trabalho, tendem a apresentar um comportamento viscoelástico. Alguns conceitos sobre esse comportamento são apresentados no Apêndice A.

De acordo com Freitas (2018), as propriedades características do PEAD à 23°C em estado novo, material utilizado para fabricação de um dos modelos de rolos estudados neste trabalho, possuem valores contidos nas faixas de operação mostradas na Tabela 2.

Tabela 2 – Propriedades características do PEAD à 23°C

Propriedade	Valor
Densidade (g/cm ³)	0,94 – 0,97
Módulo de elasticidade de flexão (MPa)	1000 – 1500
Módulo de elasticidade (MPa)	1060 – 1380
Tensão de escoamento (MPa)	18 – 31
Tensão de ruptura (MPa)	22 – 31
Alongamento à ruptura (%)	10 – 1500
Resistência ao impacto izod (ft-lb/in. de entalhe)	0,4 – 4,0
Temperatura de fusão (°C)	125 – 132

Fonte: adaptado de Freitas (2018)

A degradação e as condições de uso do material são dois fatores de grande importância, uma vez que podem promover grandes variações nas propriedades mecânicas dos polímeros. De modo a compreender essas variações no material em estado envelhecido, no estudo de Zhao et al. (2018) foram avaliadas amostras de PEAD, que foram colocadas em uma estufa a 90°C durante um período de 56 dias. A cada 7 dias, uma das amostras era submetida ao ensaio SPT (*Small Punch Test*). Como resultado, ao analisar as curvas de tensão-deformação, na amostra com maior tempo de envelhecimento, houve um aumento em torno de 16% do limite de resistência à tração, em comparação ao seu valor inicial. Diferentemente do que ocorreu com o limite de resistência à tração, o alongamento mediante à ruptura do material reduziu aproximadamente 10% em comparação ao valor inicial.

A mesma observação de que não houve perdas na resistência mecânica do PEAD em estado envelhecido é retratada em Freitas (2018), onde foram comparados os materiais de três fabricantes de tubos de redes de distribuição de gás, que operavam em uma pressão média de 6,5 kgf/cm² e permaneciam enterrados em uma região com temperatura média de 22,75°C, com amplitude de 11,25 °C. Um dos materiais encontrava-se em estado novo (Amostra 1), outro após 6 anos de operação (Amostra 2) e outro após 12 anos de operação (Amostra 3).

A Tabela 3 apresenta as propriedades obtidas para cada uma das amostras. Um ponto a ser observado se refere à Amostra 2, que, segundo o fabricante, possuía uma

tensão de escoamento em torno de 20,18 MPa em estado novo e, após 6 anos de uso, este valor aumentou para um valor médio de 21,67 MPa.

Tabela 3 – Resultados médios de propriedades de cada amostra

Propriedade	Amostra 1	Amostra 2	Amostra 3
Tensão de escoamento (MPa)	21,04	21,67	21,30
Tensão de ruptura (MPa)	17,25	17,41	17,52
Deformação máxima (%)	1221	1143	1132
Tenacidade (J/m ³)	179,26	173,48	176,76
Densidade (g/m ³)	0,9453	0,9487	0,9517

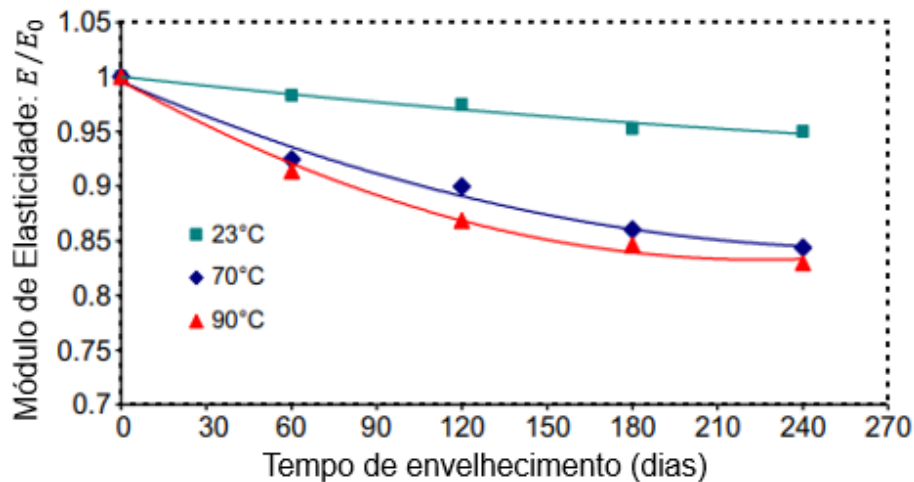
Fonte: adaptado de Freitas (2018)

Diferentemente do que foi apresentado por Freitas (2018) e Zhao et al. (2018), Guermazi et al. (2009) evidenciou uma redução de valores do módulo de elasticidade e da tensão limite de resistência de amostras de PEAD que foram envelhecidas. Foram estudadas três amostras que permaneceram imersas em água salina sintética por um período de 240 dias, de modo a simular um ambiente marinho. A primeira amostra permaneceu nesse período em uma temperatura de 23°C, a segunda em 70°C e a terceira a 90°C. Foi observado que quanto maior a temperatura, maior seriam os efeitos da degradação do polímero.

A Figura 8 evidencia a variação do módulo de elasticidade (E) em comparação ao seu valor em estado novo (E_0), enquanto na Figura 9, é apresentada a mudança do limite de resistência à tração (R_m) também em comparação ao seu estado novo (R_{m_0}).

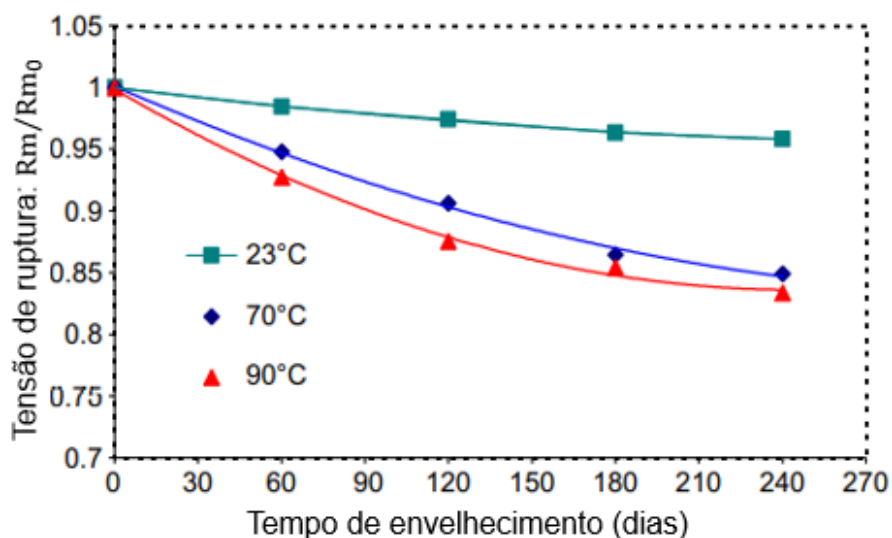
Para o envelhecimento a 23°C, após os 240 dias, se obteve uma redução de 5% no valor de E_0 , enquanto para a amostra envelhecida a 90°C, a redução foi de aproximadamente 17%. As figuras evidenciam que as curvas de resistência à tração apresentaram formato similar às do módulo de elasticidade.

Figura 8 – Evolução do módulo de elasticidade do PEAD para diferentes temperaturas ao longo do tempo de envelhecimento, segundo o estudo de Guermazi et al. (2009)



Fonte: adaptado de Guermazi et al. (2009)

Figura 9 – Evolução do limite de resistência à tração do PEAD para diferentes temperaturas ao longo do tempo de envelhecimento, segundo o estudo de Guermazi et al. (2009)



Fonte: adaptado de Guermazi et al. (2009)

Em outro estudo sobre envelhecimento do PEAD, Carrasco et al. (2001) avaliou amostras do material expostas à radiação ultravioleta (UV) em um período de 120 dias. De acordo com os autores, esse é um dos fatores ambientais que mais afetam os polímeros expostos a ações do tempo. Ao final do envelhecimento, Carrasco et al. (2001) registrou um aumento de aproximadamente 42% no módulo de Young, variando de 604

MPa para 855 MPa. A variação foi ainda maior quando se trata do alongamento, reduzindo de 231% para 7,4%. Já para o caso da tensão última de resistência à tração, houve uma redução de 23,1 MPa para 17,1 MPa.

Esta seção teve como intuito possibilitar a compreensão do quanto as propriedades mecânicas do PEAD podem variar na prática para diferentes situações, e assim, estipular as considerações da proposta de otimização estrutural. Nota-se que na maior parte dos casos estudados, após o envelhecimento, o módulo de elasticidade aumentou, tornando o PEAD mais rígido, enquanto isso, o alongamento das amostras diminuiu, caracterizando uma tendência à fragilização do material.

A próxima seção aborda os conceitos de otimização estrutural que, em conjunto com as considerações sobre polímeros até então apresentadas, possibilitaram a execução da otimização de um dos dois rolos estudados.

2.3 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

Um problema de otimização, segundo Arora (2012), é definido matematicamente como a minimização ou maximização de uma função objetivo, a qual pode estar sujeita a restrições de igualdade e/ou de desigualdade. Essa função objetivo contém as variáveis de projeto (parâmetros) e corresponde à representação física do problema em estudo. Em uma otimização estrutural, por exemplo, ela pode representar o volume ou a massa do componente em estudo. Já as restrições podem ser representadas como tensões ou deslocamentos admissíveis ao se aplicar uma carga na estrutura, ou seja, são delimitações que devem ser atendidas para que o projeto seja viável.

Sendo assim, a formulação de um problema de otimização, apresentada por Arora (2012), pode ser definida da maneira descrita a seguir: a função objetivo $f(\mathbf{x})$ a ser maximizada ou minimizada, dada por:

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

é constituída pelo vetor de variáveis de projeto \mathbf{x} ,

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2)$$

podendo estar sujeita a p restrições de igualdade,

$$h_j(\mathbf{x}) = h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, j = 1, \dots, p \quad (3)$$

e a m restrições de desigualdade,

$$g_i(\mathbf{x}) = g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0, i = 1, \dots, m \quad (4)$$

Comumente, ainda se referindo às restrições de desigualdade, são atribuídos os valores máximos (x_{iU}) e mínimos (x_{iL}) das variáveis estudadas, em uma condição definida da seguinte forma:

$$x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU}, i = 1, \dots, n \quad (5)$$

onde x_i são os valores permitidos para as variáveis, dos quais devem estar contidos no conjunto viável (S) do problema:

$$S = (\mathbf{x} \mid h_j(\mathbf{x}) = 0, j = 1, \dots, p; g_i(\mathbf{x}) \leq 0, i = 1, \dots, m) \quad (6)$$

O conjunto viável define as condições que um determinado conjunto de variáveis deve atender, para que seja considerado um possível ponto ótimo. Ou seja, todas as restrições devem ser respeitadas na obtenção da solução do problema. Nesse contexto, a respeito de uma otimização estrutural, compreende-se que o seu objetivo é encontrar um arranjo do material destinado a sustentar uma ou mais cargas, da melhor maneira possível (CHRISTENSEN e KLARBRING, 2008), evitando, assim, gastos desnecessários com excesso de material.

Como comentado no Capítulo 1, para iniciar o processo de otimização estrutural, é imprescindível definir o tipo de otimização que se pretende realizar, dentre os já citados (otimização de forma, otimização dimensional e otimização topológica). A partir dessa escolha, é possível decidir sobre as possíveis técnicas a serem utilizadas na resolução do problema, dentre elas, os algoritmos de otimização. Para isso, são observadas situações como: se existem ou não restrições, se há apenas uma ou mais funções objetivo ou até mesmo se são atribuídas muitas variáveis ao problema.

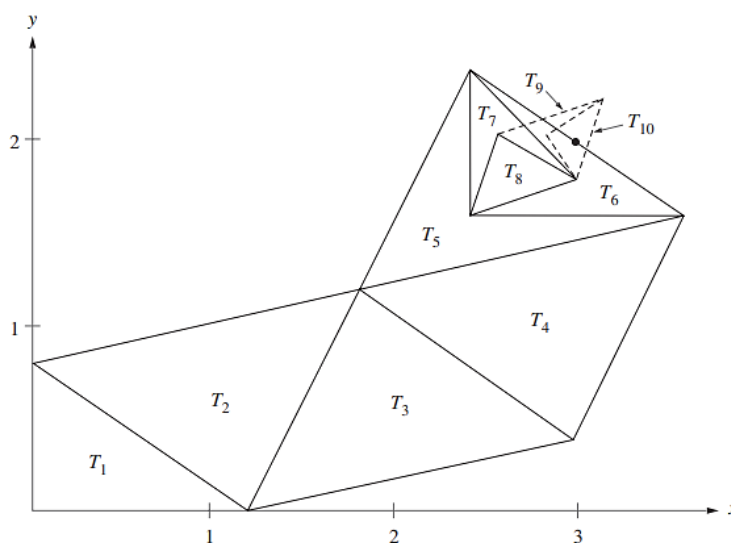
Segundo Fernandes (2009), os algoritmos de otimização podem ser classificados de duas formas principais: métodos determinísticos (ou clássicos) e métodos não-determinísticos. Nos algoritmos do primeiro grupo normalmente são realizados cálculos analíticos das derivadas (gradiente) e eles, por sua vez, apresentam limitações na prática quando a função objetivo é descontínua e/ou não diferenciável (RAO, 2009). Dentre esses podem ser citados: método dos gradientes conjugados, programação quadrática sequencial e multiplicadores de Lagrange.

No caso dos métodos não-determinísticos, o funcionamento ocorre sem a necessidade de utilizar uma direção de busca baseada em gradiente. Essa metodologia consiste em testar diversos pontos no campo de busca, de modo que, ao final da otimização, probabilisticamente seja encontrado o melhor conjunto de combinações das variáveis. Ainda de acordo com Fernandes (2009), esse tipo de método tende a imitar fenômenos ou processos da natureza, e dessa forma apresentam um grau de aleatoriedade. Entre eles, pode-se citar como exemplos: o método dos algoritmos genéticos (AG), colônia de formigas e o método do recozimento simulado (*simulated annealing*).

O algoritmo utilizado neste trabalho é um método não determinístico, chamado de *Globalized Bounded Nelder-Mead* (GBNM). De acordo com Luersen et al. (2004), o GBNM consiste em um método melhorado do algoritmo Nelder-Mead, que realiza uma procura iterativa por mínimos locais.

O método desenvolvido por Nelder e Mead (1965) consiste na procura direta (sem necessidade de cálculo de derivadas) de um ponto de mínimo de uma função real sem restrições. Ao longo do processo, em um espaço com n dimensões, há a comparação entre os valores da função objetivo nos $n + 1$ vértices de um simplex até que se encontre o ponto com o menor valor possível para a função objetivo. Um simplex é uma figura geométrica composta por $n + 1$ vértices, que é submetida a modificações ao longo do processo de otimização onde, em cada iteração, um vértice do simplex é substituído por um novo ponto, mais próximo ao ponto ótimo. Uma demonstração desse processo em duas dimensões está presente na Figura 10, onde diferentes configurações do simplex em forma de triângulo são obtidas ao longo de dez iterações, partindo do triângulo T_1 ao triângulo T_{10} .

Figura 10 – Exemplo da evolução de um simplex do método de Nelder-Mead



Fonte: Mathews e Fink (2004)

Diferentemente do método Nelder-Mead tradicional, no GBNM podem ser atribuídas ao problema de otimização restrições de desigualdade não lineares através de penalizações adaptativas. Além disso, outra diferença que pode ser observada consiste no critério de reinicialização probabilística do GBNM, onde após um período de procura estagnado na mesma região, o simplex é alocado em outra região do domínio da função de maneira aleatória e assim novos pontos são estudados, o que torna a procura pelo ponto ótimo global da função objetivo mais abrangente e assertiva.

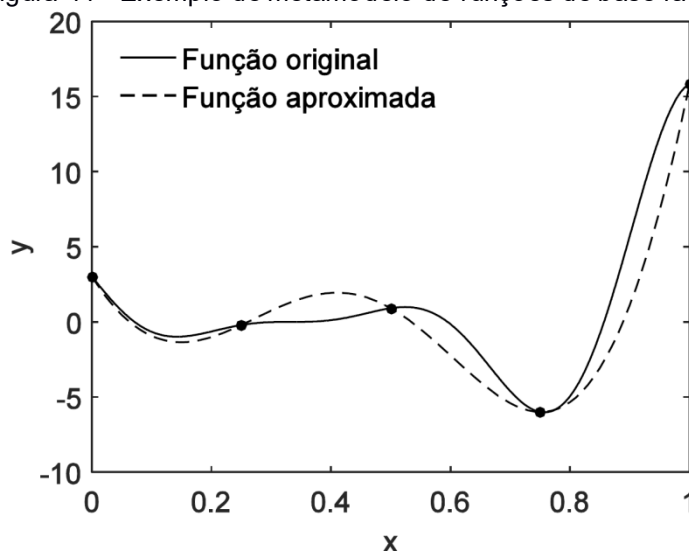
Para que o algoritmo funcione adequadamente, são requeridas diversas iterações. Se em cada uma delas for realizada uma simulação numérica, uma solução adequada pode levar diversas horas para ser obtida. Sendo assim, aplicar a otimização sobre um metamodelo desenvolvido a partir de um número reduzido de simulações numéricas se mostra uma alternativa recomendável, pois o problema pode ser otimizado de uma forma simplificada e mais rápida de ser executada.

2.3.1 OTIMIZAÇÃO COM METAMODELOS

Um metamodelo é uma representação simplificada, obtida a partir de avaliações de um modelo detalhado (ou de experimentos físicos). Se trata de uma função de aproximação, utilizada quando a resposta do modelo detalhado exige muito esforço e assim um número grande de simulações é inviável. Um exemplo da representação de um

metamodelo pode ser observado na Figura 11, onde são distribuídos pontos no domínio da função e com eles se obtém a função aproximada.

Figura 11 - Exemplo de metamodelo de funções de base radial



Fonte: Rodrigues (2019)

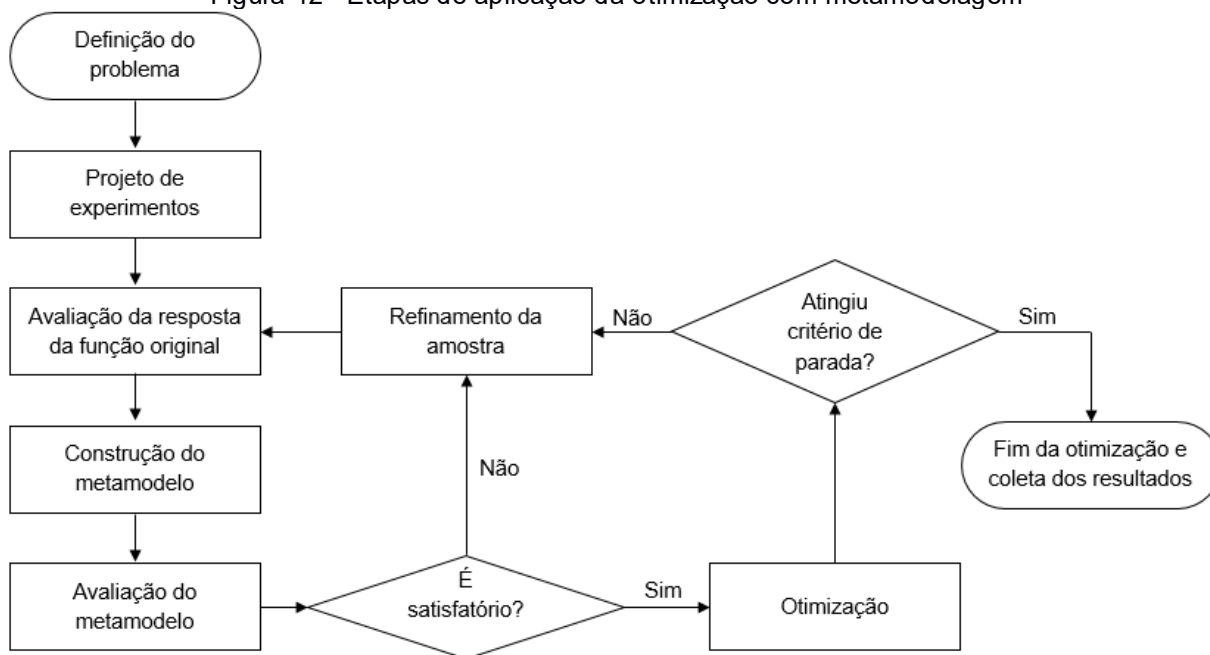
Segundo Wang (2007), existem três diferentes estratégias para utilização dos metamodelos em conjunto com a otimização: a primeira, conhecida como método tradicional, consiste em utilizar uma demasiada quantidade de pontos para avaliação da resposta da função original, criados em um processo denominado DOE (*Design of Experiments*). Com as respostas das simulações nesses pontos é criado um metamodelo global, que em seguida pode ou não ser validado a partir da avaliação de sua acurácia em comparação à função original e, após isso, a otimização nesse metamodelo é realizada.

Na segunda abordagem, basicamente os mesmos processos são executados, porém após a avaliação do metamodelo e/ou realização da otimização pode haver a criação de novos pontos (chamados pontos de preenchimento) os quais são incluídos no metamodelo, tornando-o mais exato.

Por fim, na terceira estratégia, ainda com base no mesmo autor, diferentemente das outras abordagens, não é utilizado um processo formal de otimização. Neste caso o metamodelo não é atribuído tipicamente como um modelo substituto, mas é utilizado como orientação para a criação de uma amostragem adaptativa, sem que haja a necessidade de um algoritmo de otimização para se encontrar o ponto ótimo.

Na prática, comumente é utilizada a segunda abordagem, que é aplicada em conjunto com a implementação de um algoritmo de otimização sobre o metamodelo desenvolvido e um procedimento de inclusão de pontos de preenchimento (refinamento do metamodelo). Esse processo pode ser melhor compreendido no fluxograma da Figura 12.

Figura 12 - Etapas de aplicação da otimização com metamodelagem



Fonte: Autoria própria

No processo descrito na Figura 12, é possível notar que, diferentemente de um método tradicional de otimização, onde se procura realizar diversas simulações de modo a atingir a convergência de um problema, a utilização de um metamodelo visa realizar algumas simulações para, a partir dessas, desenvolver uma função que é submetida à otimização. Essa função aproximada (o metamodelo) possui um custo computacional baixo, podendo ser avaliada assim inúmeras vezes em pouco tempo.

Com relação ao refino do metamodelo, para se obter uma melhor representação do problema, normalmente é requerida a criação de novos pontos e, dessa forma, são necessários novos acessos à função principal. Sendo assim, após realizar a otimização do metamodelo, frequentemente ocorre a seleção de alguns pontos, que pode ser realizada de maneira aleatória, ou de modo a colocar mais foco em regiões de inexatidão

da função encontrada. Esses pontos são testados na função principal e assim o metamodelo é atualizado para que novamente seja submetido ao processo de otimização. Um recurso que, segundo Mack et al (2007), pode contribuir para a qualidade do refino do metamodelo e descartar pontos inviáveis ao problema é a diminuição do tamanho do domínio.

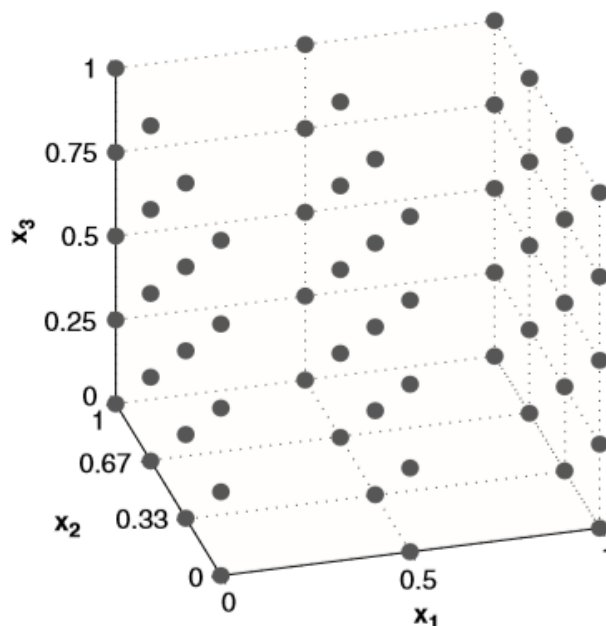
As etapas de aplicação de um metamodelo, a saber, projeto de experimentos (DOE) e construção do metamodelo são explicadas com mais detalhes na sequência.

2.3.2 PROJETO DE EXPERIMENTOS (DOE)

Com base em Messac (2015), o processo de modelagem generalizado de um metamodelo é realizado em três etapas: DOE, construção do metamodelo e validação deste. Nessa primeira etapa, são gerados os pontos experimentais, tidos como amostras, que correspondem a diversas combinações dos parâmetros. Na literatura, existem diversas formas para realizar a distribuição inicial desses pontos ao longo do domínio de possibilidades viáveis, e a escolha da técnica tem grande influência na acurácia do metamodelo desenvolvido (MESSAC, 2015). Algumas delas são: Monte Carlo, *Orthogonal Arrays (AO)*, Fatorial Completo e Hipercubo Latino (*Latin Hypercube Sampling*).

De modo a compreender essas técnicas, a que distribui de maneira mais intuitiva os pontos ao longo do domínio e que possui fácil implementação é a do Fatorial Completo. Esta consiste em dividir o espaço de possibilidades de maneira uniforme em diversos hipercubos, e nas arestas de cada unidade deles é inserido um ponto. O número de pontos (n) pode ser definido através da expressão $n = q_1 \times q_2 \times \dots \times q_k$, onde q representa o número de pontos em cada dimensão. Um exemplo da distribuição dos pontos de um fatorial completo em um espaço tridimensional pode ser percebido na Figura 13.

Figura 13 - Exemplo de um plano de amostragem de um Fatorial Completo

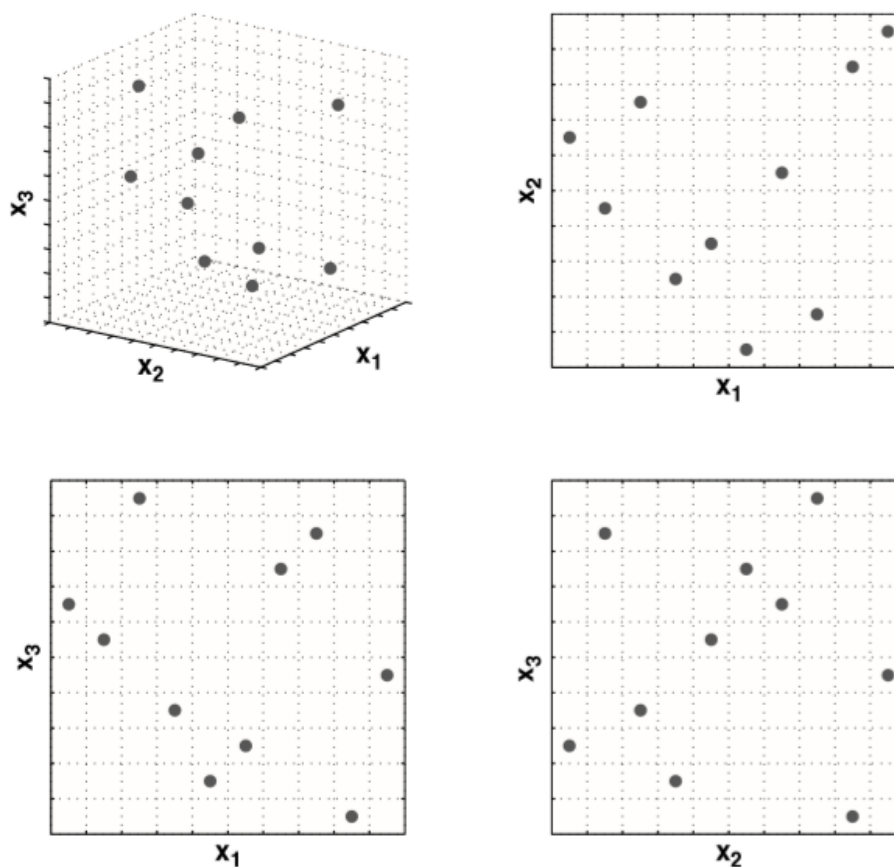


Fonte: Forrester et al (2008)

Como pode ser visto na figura, essa técnica abrange todo o espaço viável. Porém, para conseguir obter uma melhor exatidão desse método, os intervalos das variáveis podem ser divididos, e conseqüentemente o número de amostras aumenta significativamente. Essa desvantagem torna a implementação inviável em alguns casos, o que faz outros métodos serem mais eficientes, como, por exemplo, o Hipercubo Latino, utilizado neste trabalho.

No método do Hipercubo Latino (*LHS*), diferentemente do Fatorial Completo, não há uma distribuição dos pontos ao longo do espaço de maneira uniforme. As amostras são organizadas de modo que haja apenas uma única projeção ortogonal, nos eixos, de cada ponto avaliado. O funcionamento do algoritmo pode gerar pontos de maneira aleatória, e isso, conseqüentemente, não garante que o espaço seja estudado de forma adequada e abrangente. Esse problema se torna ainda mais evidente quanto maior for o número de variáveis, pois se torna mais difícil de preencher o espaço de projeto (LANHI, 2018). Uma solução pode ser aderir ao uso de pontos de preenchimento com o intuito de diminuir a quantidade de espaços vazios e refinar o metamodelo. Um exemplo genérico de uso da técnica dos Hipercubo Latinos está presente na Figura 14.

Figura 14 - Distribuição de pontos ao longo de um domínio de um caso genérico com uso da metodologia de Hipercubos Latinos



Fonte: Forrester et al. (2008)

Nesse contexto, para uso do *LHS*, é necessário definir uma métrica para avaliar a qualidade de distribuição dos pontos amostrais. A técnica apresentada por Morris e Mitchell (1995) e também por Forrester et al. (2008), nomeada como “max-min”, estipula d_1, d_2, \dots, d_m como sendo uma lista em ordem crescente da distância entre todos os possíveis pares de pontos contidos em um plano de amostras \mathbf{X} , em que J_1, J_2, \dots, J_m é definido de forma que J_j represente o número de pares de pontos separados pela distância d_j . De acordo com Rodrigues (2019), entende-se que a qualidade de distribuição destes pontos se torna melhor em uma amostra que se maximize d_1 , ao mesmo tempo que se minimize J_1 , que maximize d_2 , ao mesmo tempo que se minimize J_2 , e assim por diante. Tem-se, então, a seguinte equação:

$$d(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}) = \left(\sum_{j=1}^k |x_j^{(1)} - x_j^{(2)}|^p \right)^{1/p} \quad (7)$$

Ainda de acordo com os autores mencionados acima, para $p = 1$, tem-se a norma retangular e, para $p = 2$, tem-se a norma euclidiana. Para Forrester et al. (2008), há pouca evidência na literatura de qual norma é a mais indicada, porém, devido ao menor custo computacional, recomenda-se utilizar a norma retangular.

Com a finalidade de simplificar o processo de otimização e torná-lo mais eficiente, Morris e Mitchell (1995) desenvolveram um parâmetro escalar (ϕ_q) combinando os valores de J_j e d_j , de modo que quanto menor for o valor desse parâmetro, melhor se torna a qualidade da amostra. O parâmetro em questão é dado por

$$\phi_q(\mathbf{X}) = \left(\sum_{j=1}^m J_j d_j^{-q} \right)^{1/q} \quad (8)$$

Como comentado, após a etapa de dispersão dos pontos amostrais, o metamodelo é construído. O tipo mais adequado é definido pelo usuário, e sua escolha está relacionada com a técnica que melhor representa o modelo físico do problema ao qual é estudado. Partindo disso, na próxima seção há a apresentação do tipo metamodelo selecionado.

2.3.3 FUNÇÕES DE BASE RADIAL

Na literatura, os metamodelos mais utilizados em aplicações de engenharia são: regressões polinomiais, funções de base radial e kriging. Dentre esses, foi selecionada a técnica de funções de base radial (RBF) para o presente trabalho, uma vez que se adapta bem a diferentes tipos de problemas, lineares e não-lineares. Um metamodelo de base radial, como apresentado por Forrester et al. (2008), corresponde a uma interpolação que combina diversas funções simples, assim como em um modelo polinomial. Porém, o que difere é a utilização de bases, que são funções radialmente simétricas centralizadas nos diversos pontos espalhados ao longo do domínio.

De modo a compreender os conceitos de funções de base radial, considere uma função escalar que possui os pontos do projeto de experimentos $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(n)}\}^T$ cujas respectivas respostas são $\mathbf{y} = \{y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(n)}\}^T$. A função de aproximação de bases radiais \hat{f} pode ser escrita como

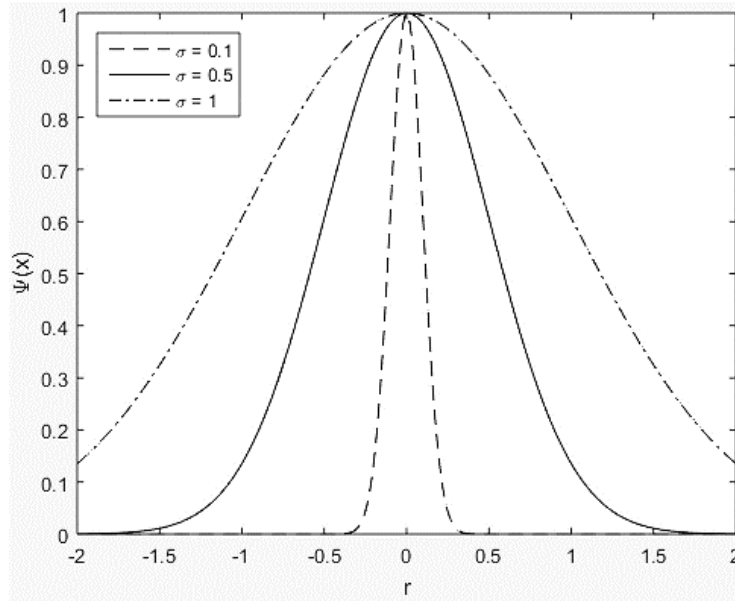
$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\psi} = \sum_{i=1}^n \omega_i \psi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(i)}\|) \quad (9)$$

onde são avaliadas as distâncias euclidianas entre o ponto a ser predito \mathbf{x} e o ponto amostral definido no projeto de experimentos $\mathbf{x}^{(i)}$, que corresponde ao centro da base. O termo ψ corresponde à função de base radial para cada ponto amostral, enquanto $\boldsymbol{\psi}$ é o vetor formado pelos n valores provenientes dessas funções. Cada função de base radial recebe um peso ω_i , que tem influência na acurácia do metamodelo. Para implementação desse método, costuma-se utilizar bases dos tipos:

- Linear: $\psi(r) = r$
- Cúbica: $\psi(r) = r^3$
- Spline: $\psi(r) = r^2 \ln(r)$
- Gaussiana: $\psi(r) = e^{-r^2/(2\sigma^2)}$
- Multiquadrática: $\psi(r) = \sqrt{r^2 + \sigma^2}$
- Multiquadrática inversa: $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{r^2 + \sigma^2}}$

sendo $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(i)}\|$. Além dos pesos ω_i , em alguns métodos há a necessidade de se calcular um parâmetro adicional, como no caso das funções de base Gaussiana e na Multiquadrática, onde o parâmetro de forma σ é utilizado para suavizar a curva, controlando a largura da base da função e o grau de influência dos pontos amostrais na construção do metamodelo. Essa observação pode ser compreendida com o exemplo genérico da Figura 15.

Figura 15 – Exemplo da Influência do parâmetro σ na construção de uma função de base Gaussiana



Fonte: Autoria própria

Após selecionar o tipo de função paramétrica, o peso ω pode ser estimado de maneira simplificada através da condição de interpolação:

$$\hat{f}(\mathbf{x}^{(j)}) = \sum_{i=1}^{n_c} \omega_i \psi(\|\mathbf{x}^{(j)} - \mathbf{x}^{(i)}\|) = y^{(j)}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

Assim, como menciona Forrester et al. (2008), mesmo que a função de aproximação seja altamente não-linear, a maneira de se encontrar os valores dos parâmetros de aproximação é a solução linear

$$\Psi \omega = \mathbf{y} \quad (11)$$

onde Ψ equivale à matriz de Gram definida por $\Psi_{ij} = \psi(\|\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^{(j)}\|)$, $i, j = 1, \dots, n$. Com base nisso, o cálculo dos parâmetros é realizado com $\omega = \Psi^{-1} \mathbf{y}$.

A funcionalidade do RBF em comparação a outros tipos de metamodelos pode ser observada em Jin et al. (2001), onde foram investigadas as vantagens e as desvantagens de cada técnica para diferentes tipos de problemas. No estudo, o desempenho

do metamodelo RBF foi o que apresentou os melhores resultados para as diferentes condições analisadas, tais como: não-linearidade, tamanho do problema e tamanho amostral. O desempenho se tornou ainda melhor em problemas de pequena escala e alto grau de não-linearidade. Outra observação se refere ao impacto do tamanho amostral, pois percebe-se que, para esse caso, o metamodelo RBF foi o que teve menor variação.

Em Hussain et al. (2002), a eficiência do metamodelo RBF também foi observada ao comparar seus resultados com metamodelos polinomiais. Foram testadas sete funções constituídas apenas por duas variáveis e, em todas, o RBF foi o que apresentou melhor ajuste.

Neste trabalho, além do uso da técnica do *LHS* para criação de um plano de amostras e do uso do método do RBF, foi necessário recorrer a um critério de preenchimento para aplicação ao metamodelo. Esse critério é exposto logo abaixo.

2.3.4 CRITÉRIO DE PREENCHIMENTO

A fim de se aumentar a exatidão dos metamodelos, visto que esses correspondem a funções de aproximação de uma função de alto custo, se torna adequado utilizar pontos de preenchimento. Dessa forma, neste trabalho, em que se procura realizar um processo de minimização, são inclusos pontos de preenchimento nas regiões de possíveis pontos de mínimos e em regiões aleatórias do modelo. A intenção de se avaliar pontos aleatórios é de evitar que alguma região do domínio não seja apropriadamente explorada.

O procedimento ocorre de maneira iterativa, utilizando o algoritmo GBNM para se encontrar o ponto ótimo do metamodelo. Posteriormente, esse ponto, em conjunto com um ponto aleatório são inclusos aos demais pontos da amostra e, então, avaliados com relação à função objetivo, atualizando o metamodelo.

O processo descrito é realizado até que o critério de parada seja atingido, que, nesse caso, corresponde ao número máximo de avaliações da função objetivo em um *software* que utiliza o método dos elementos finitos.

2.4 ALGUNS CONCEITOS SOBRE O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E QUALIDADE DE MALHA

Conforme Hutton (2003), o método dos elementos finitos (MEF) é uma técnica computacional destinada a resolver problemas de engenharia de forma aproximada. Esse método é recomendado para problemas onde a solução analítica é inviável ou de difícil obtenção e, de acordo com Rao (2017), possui a vantagem de ser utilizado em diversas áreas, tais como: transferência de calor, dinâmica de fluidos e campos magnéticos, não apresentando restrições ao formato da geometria a ser estudada.

Basicamente a execução do MEF consiste em dividir uma estrutura em diversos elementos, conectados entre si por pontos conhecidos como nós. Dessa forma, soluciona-se o problema de maneira numérica, atribuindo uma função de interpolação para a variável de interesse em cada um desses elementos. A discretização de uma geometria em um conjunto de elementos é conhecida como malha, e cada elemento possui uma geometria de formato simples, podendo ser quadrilátero e/ou triângulo para o caso bidimensional, ou hexaedro e/ou tetraedro para o caso tridimensional, mas seu intuito é o mesmo: tornar a solução global para a estrutura mais simples de ser obtida e com uma exatidão aceitável.

De acordo com Cook et al. (2002), existem essencialmente dois tipos de erros ao realizar uma análise por elementos finitos: erros de modelagem e erros de discretização. O primeiro está relacionado à representação física do problema pelo modelo, levando em consideração as condições de contorno, enquanto o segundo pode ser reduzido utilizando um número maior de elementos. Segundo o autor, mesmo que o erro de discretização seja reduzido a zero, o erro de modelagem continua a existir, pois a realidade não é perfeitamente reproduzida pelo MEF devido às manipulações realizadas nos cálculos numéricos que utilizam números de precisão finita.

Como forma de se avaliar a qualidade da malha empregada, existem indicadores que são disponibilizados pelos *softwares* de MEF, tais como: qualidade do elemento (*element quality*), distorção (*skewness*), qualidade ortogonal (*orthogonal quality*) e máximo ângulo de vértice (*maximum corner angle*). As duas primeiras são as que foram utilizadas neste trabalho e estipulam resultados com valores em uma escala de 0 a 1.

Conforme Ansys (2019), para o indicador da qualidade do elemento (Q_e), quanto mais próximo de 1, mais perfeito é o elemento, e quanto mais próximo de 0, pior é a sua modelagem. O funcionamento dessa métrica para elementos 2D utiliza como base a área e o comprimento das arestas (C_A), enquanto para elementos 3D, ao invés da área é estudado o volume. As equações (12) e (13) descrevem a aplicação para ambos os casos:

$$Q_e = C \left(\frac{\text{Área}}{\sum(C_A)^2} \right) \quad (12)$$

$$Q_e = C \left(\frac{\text{Volume}}{\sqrt{(\sum(C_A)^2)^3}} \right) \quad (13)$$

em que C representa um parâmetro definido para cada formato de elemento, com valores indicados na Tabela 4.

Tabela 4 – Valores para o parâmetro C

Tipo de elemento	Valor do parâmetro C
Triângulo	6,928
Quadrilátero	4
Tetraedro	124,708
Hexaedro	41,569
Cunha	62,354
Pirâmide	96

Fonte: Ansys (2019)

No método da distorção, a escala da qualidade tem funcionalidade ao contrário, pois nesse caso o método avalia o quanto o elemento está distorcido em comparação com um modelo padrão. Portanto, quanto mais próximo a 1, pior é o elemento e quanto mais próximo a 0, melhor. A Tabela 5 indica as faixas de qualidade de acordo com o valor encontrado.

Tabela 5 – Faixas de qualidade para a métrica de distorção de elementos finitos

Faixa de valores	Qualidade do elemento
1	Inaceitável
0,9 a <1	Péssimo
0,75 a 0,9	Ruim
0,5 a 0,75	Regular
0,25 a 0,5	Bom
> 0 a 0,25	Ótimo
0	Perfeito

Fonte: Autoria própria

Nessa métrica, a distorção (Sk) do elemento é avaliada de duas maneiras, uma denominada de *Equilateral-Volume-Based Skewness* e a outra *Normalized Equiangular Skewness*. Na primeira, destinada somente a elementos triangulares e tetraédricos, o indicador correspondente é calculado como:

$$Sk = \frac{T_{OE} - T_E}{T_{OE}} \quad (14)$$

onde T_{OE} é o tamanho ótimo do elemento referente a um modelo equilátero presente em uma circunferência circunscrita, e o termo T_E é o tamanho do elemento analisado.

Para a *Normalized Equiangular Skewness*, aplicável a todos os tipos de elementos, é realizada uma avaliação dos ângulos internos do elemento em comparação com um elemento ideal equilátero. Por exemplo, para um quadrado entende-se que cada ângulo interno possua 90° enquanto para triângulos esse valor deve ser 60° . O indicador para esse caso é obtido como

$$Sk = \max \left[\frac{\theta_{máx} - \theta_i}{180 - \theta_i}, \frac{\theta_i - \theta_{mín}}{\theta_i} \right] \quad (15)$$

em que θ_i é o valor ideal de cada ângulo interno para um elemento equilátero, $\theta_{máx}$, o maior ângulo interno encontrado no elemento, e $\theta_{mín}$, o menor ângulo interno encontrado no elemento.

A partir da avaliação da qualidade da malha e, se necessário, efetuadas possíveis correções, a análise por MEF pode ser continuada. Segundo Hutton (2003), esse tipo de análise, em *software* de elementos finitos, é dividida em três etapas: pré-processamento, processamento e pós-processamento, descritas a seguir.

Pré-processamento: nessa etapa, a malha de elementos finitos é criada, são definidas as propriedades dos materiais, e estipulados os carregamentos e as condições de contorno do problema.

Processamento: com base nos dados inseridos no pré-processamento, o software gera automaticamente as matrizes das equações que descrevem o comportamento de cada elemento, e as combina de forma a estudar a estrutura em sua totalidade, para que em seguida sejam realizados os devidos cálculos. Em uma análise estrutural, por exemplo, são obtidas as tensões, deslocamentos e deformações.

Pós-processamento: nesse passo, são emitidos os valores da solução dos cálculos da etapa anterior em forma de tabelas e gráficos com descrição em cores, para que o usuário do programa possa visualizar e avaliar os resultados.

Neste trabalho, a análise por elementos finitos é utilizada para obter a resposta do comportamento estrutural de um rolo de esteira transportadora em suas condições de operação.

3 METODOLOGIA

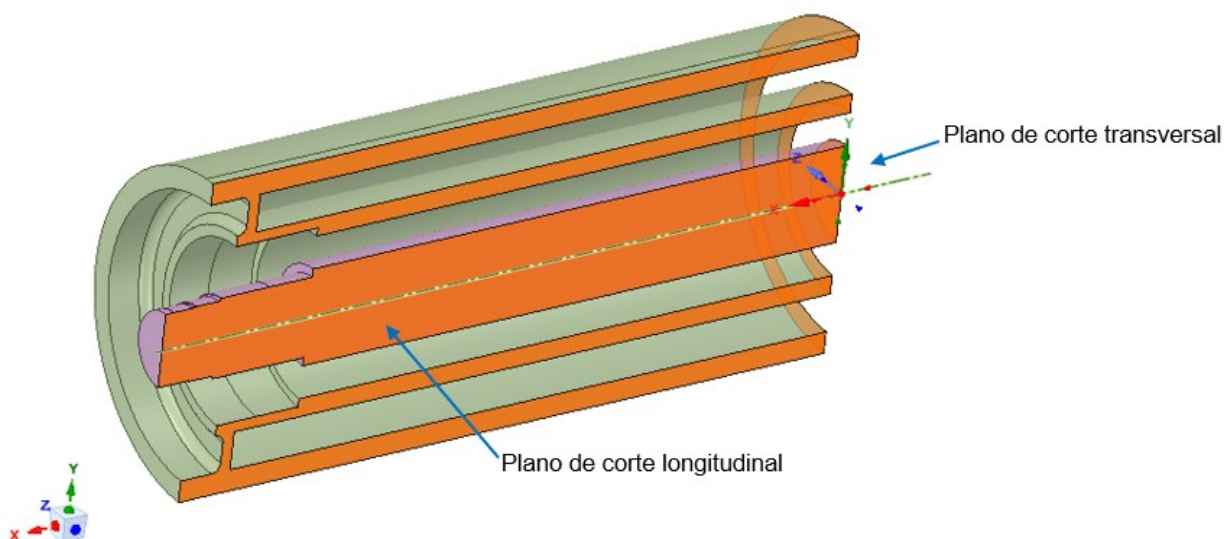
Neste capítulo são detalhadas as etapas decorrentes da implementação do processo de otimização. Inicia-se com as considerações de projeto para a simulação numérica estrutural dos rolos e, em seguida, é apresentado o detalhamento geral da estratégia de otimização.

3.1 METODOLOGIA PARA ANÁLISE DO ROLO METÁLICO

3.1.1 PROCEDIMENTO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ROLO METÁLICO

Com um modelo construído no *software* Ansys Workbench foram realizadas as análises pelo MEF utilizando as considerações da norma ABNT NBR 6678.2017. Para isso, o tipo de análise realizada é o de carga estática, e devido à simetria da geometria em dois planos, é simulado apenas um quadrante do rolo. Como mostra a Figura 16, há dois planos de corte destacados na cor laranja, um longitudinal e um transversal.

Figura 16 – Geometria de um quadrante do rolo com planos de corte



Fonte: Autoria própria

As propriedades do rolo são apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6 – Propriedades do material do rolo utilizadas na simulação

Propriedade	Valor
Largura da área de contato (correia – tubo) (mm)	12,4
Largura dos rolamentos (mm)	25
Módulo de elasticidade (NBR 6678.2017) (GPa)	210
Coefficiente de Poisson	0,3
Densidade (kg/m ³)	7850

Fonte: Autoria própria

Na Tabela 6, o valor da largura da área de contato entre a correia e o tubo foi calculado através das equações de Hertz obtidas em Johnson (1985), onde foi considerada uma carga de distribuição constante ao longo da área de contato e desprezado o comportamento hiperelástico do material da correia. Assim, de maneira conservadora, foi obtida a área de contato no cenário com maior solicitação das tensões possível.

Outro recurso utilizado na modelagem numérica do rolo, que está retratado na Figura 17, foi a representação dos rolamentos como componentes de molas. Apesar da representação de elementos de amortecimento na figura, focou-se apenas na rigidez.

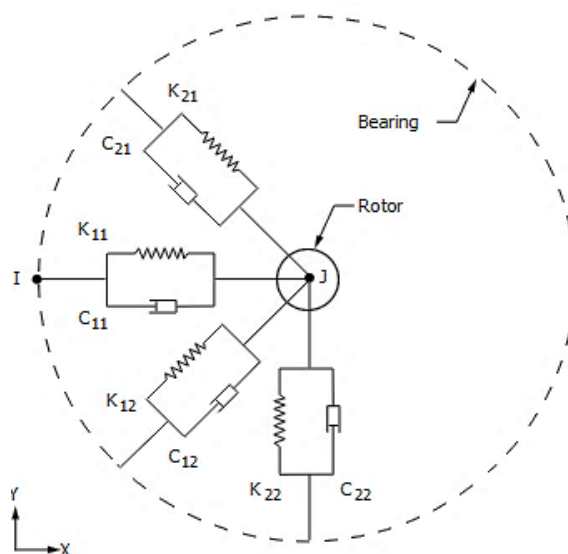
A metade do valor da rigidez radial dos mancais foi calculada com base em Gargiulo (1980) e equivalente a 94856 N/mm. As equações (16) e (17) descrevem os cálculos para obtenção do deslocamento radial da esfera mais carregada (δ_r) e da rigidez radial (K_r) do rolamento, utilizando o sistema inglês de unidades.

$$\delta_r = 46,2 \times 10^{-6} \sqrt[3]{\frac{F_r^2}{DZ^2 \cos^5 \alpha}} \quad (16)$$

$$K_r = 4,77 \times 10^{-6} Z \sqrt{D\delta_r \cos^5 \alpha} \quad (17)$$

onde F_r é a força radial aplicada ao rolamento, Z é o número de esferas, D é o diâmetro das esferas e α equivale ao ângulo de contato da esfera mais carregada.

Figura 17 – Representação do rolamento como componentes de mola



Fonte: Ansys (2019)

Essa representação utiliza menos elementos finitos e foi apropriada pois o modelo com elementos sólidos não proporcionava uma rigidez adequada, próximo daquela dos mancais reais. A Figura 18 indica a representação dos rolamentos, assim como a região de aplicação das forças, esta última em vermelho.

Figura 18 – Representação de ¼ da geometria do rolo para realização da otimização

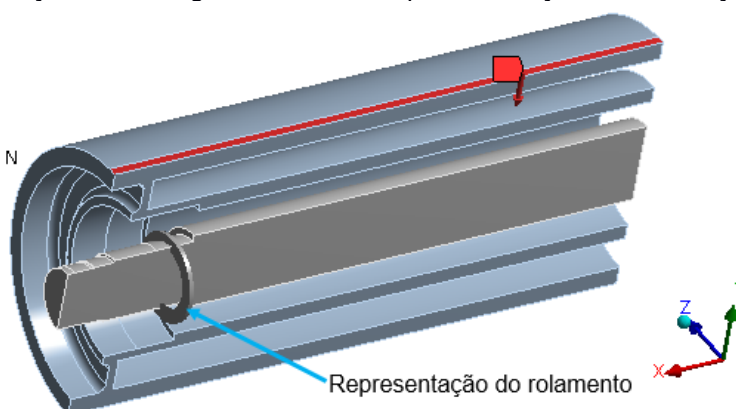
A: Static Structural

Force

Time: 1, s

26/01/2021 14:09

Force: 2915,5 N
Components: 0,-2915,5,0, N



Fonte: Autoria própria

Foi utilizado um elemento sólido com formato predominantemente hexaédrico e tamanho médio de 6 mm, valor encontrado após um estudo de convergência de malha,

e que possibilitou uma acurácia aceitável. A Tabela 7 apresenta o estudo de convergência da malha, onde o critério utilizado é a diferença entre o máximo valor da tensão de von Mises obtido com um refinamento de malha em relação àquele obtido com um refinamento imediatamente anterior.

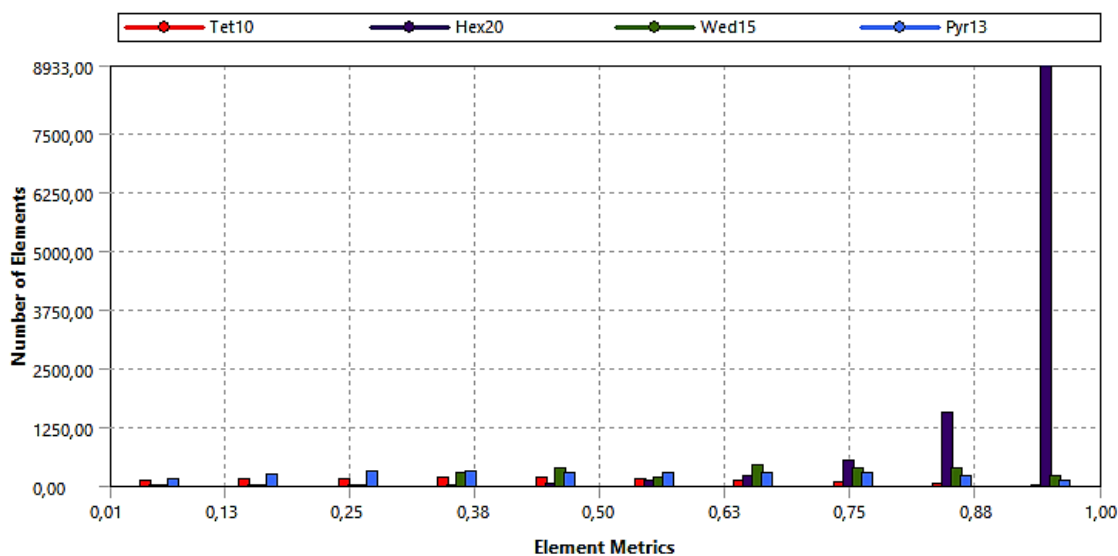
Tabela 7 – Estudo de convergência de malha

Tamanho médio do elemento (mm)	Número de nós	Número de elementos	Tensão máxima de von Mises (MPa)	Diferença (%)
15	8805	1745	15,555	-
10	19552	4131	13,068	16,0%
6	74834	16753	14,996	14,7%
5	121919	27274	15,161	1,1%

Fonte: Autoria própria

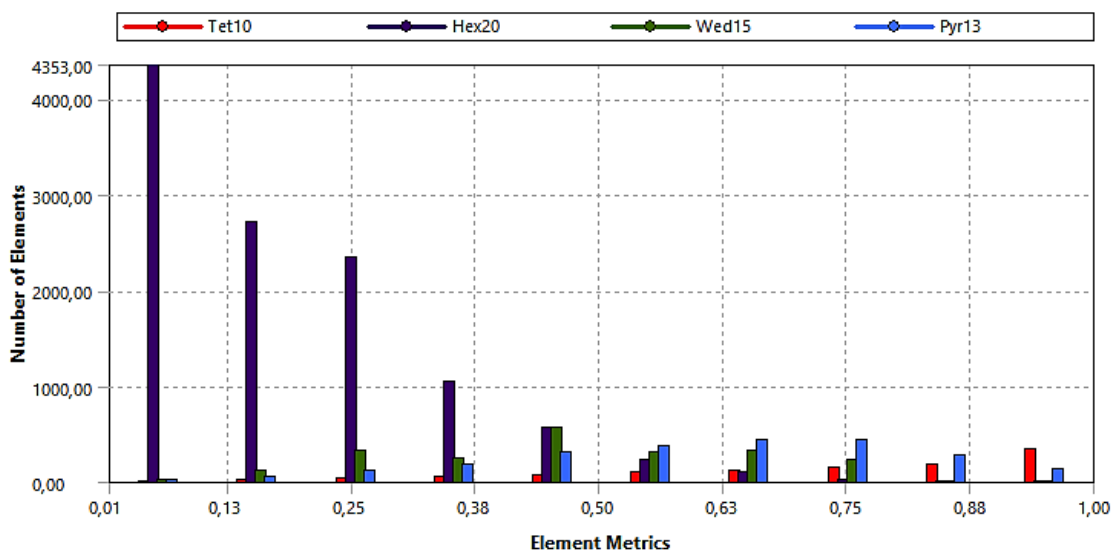
Além da convergência da malha, como foi comentado, foram utilizadas duas métricas para avaliar a qualidade dessa malha. Pela métrica da qualidade do elemento (Q_e), o valor médio da escala foi de 0,8044, ou seja, em uma faixa adequada. Já pelo indicador de distorção, a média encontrada foi de 0,3127, o que consequentemente também representa uma faixa adequada, lembrando que, na distorção, quanto mais próximo a 0, melhor. As Figuras 19 e 20 indicam a quantidade de elementos de acordo com o seu tipo e escala de qualidade para a métrica estudada. Cada tipo de elemento possui uma barra de cor específica e um código atribuído pelo *software* que está indicado na legenda superior aos gráficos.

Figura 19 – Avaliação da malha do Rolo J pela métrica da qualidade do elemento



Fonte: Autoria própria

Figura 20 – Avaliação da malha do Rolo J pela métrica da distorção

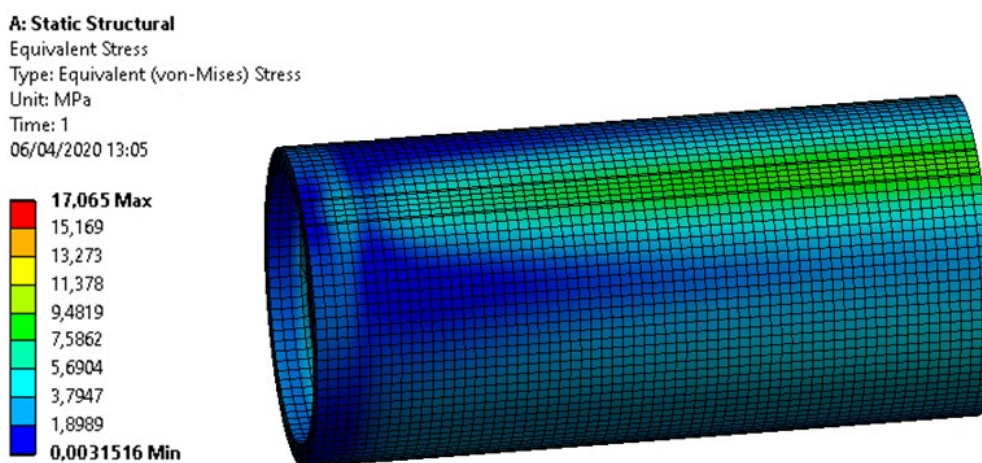


Fonte: Autoria própria

Após avaliar a qualidade da malha, com a execução das simulações, os resultados procurados são: a tensão máxima de von Mises (S_{VM}) no rolo e os deslocamentos mínimos e máximos no tubo e no eixo na região onde são posicionados os rolamentos. Com esses deslocamentos é possível obter o ângulo de deflexão do rolamento (β).

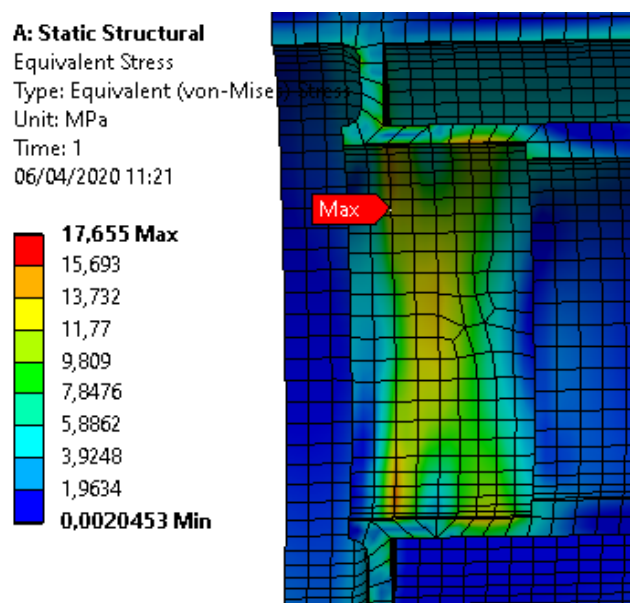
As Figuras 21, 22 e 23 mostram a tensão de von Mises do tubo em sua geometria inicial, enquanto a Figura 24 mostra esquematicamente os deslocamentos necessários para se encontrar o ângulo β . Na figura, as linhas tracejadas correspondem às pistas superior e inferior do rolamento em seu posicionamento inicial, DS_1 e DS_2 aos deslocamentos na pista superior, e DS_3 e DS_4 aos deslocamentos na pista inferior. As linhas em azul descrevem a posição de ambas as pistas após os deslocamentos. Seguindo o exemplo da figura, o ângulo β é calculado pela soma dos ângulos β_1 e β_2 , os quais se referem a cada uma das pistas e são obtidos por meio da equação de tangente, onde a soma dos deslocamentos de cada pista é equivalente ao cateto oposto, enquanto a largura da pista dos rolamentos equivale ao cateto adjacente. Ou seja, no caso da pista superior, o cateto oposto a β_1 é igual à soma entre DS_1 e DS_2 ; já para β_2 , esse componente é calculado com DS_3 e DS_4 .

Figura 21 – Tensão de von Mises no rolo metálico (projeto inicial)



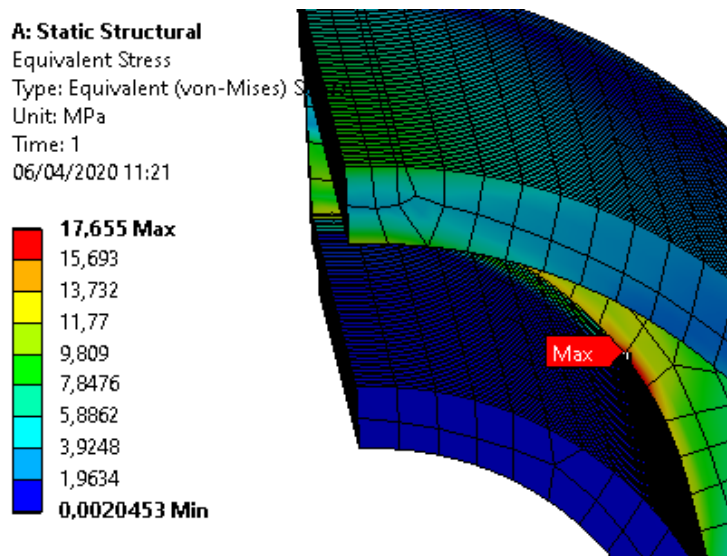
Fonte: Autoria própria

Figura 22 – Tensão de von Mises na região dos mancais (projeto inicial)



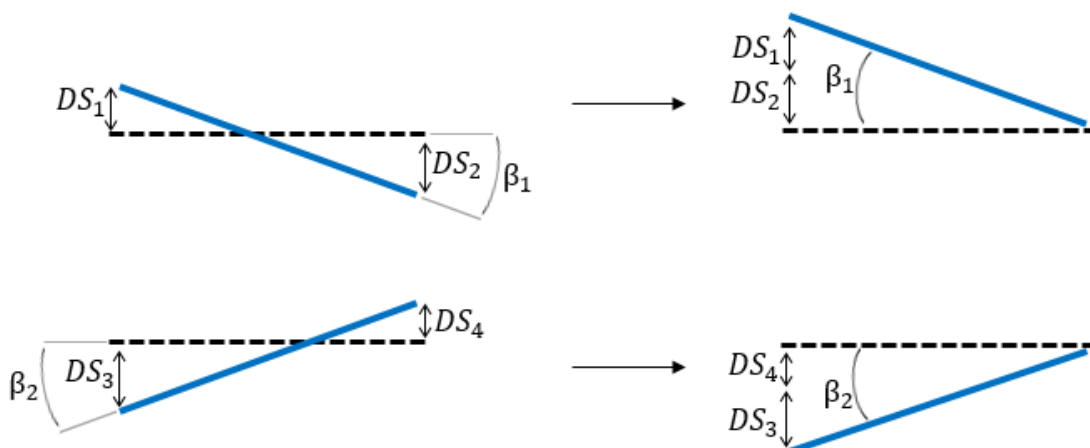
Fonte: Autoria própria

Figura 23 - Região da tensão máxima de von Mises no tubo (projeto inicial)



Fonte: Autoria própria

Figura 24 – Deslocamentos na região onde são posicionados os rolamentos (projeto inicial)



Fonte: Autoria própria

Esses resultados, em conjunto com a definição da massa do rolo, são armazenados em um arquivo na extensão .CSV. Esse arquivo é lido e interpretado por um *script* em Matlab, que utiliza os seus valores na execução do algoritmo de otimização.

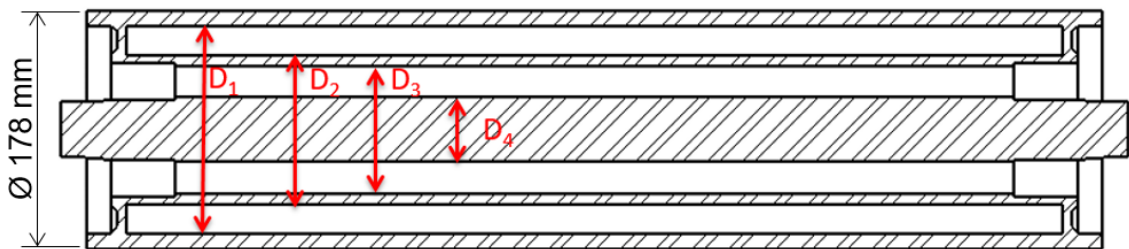
3.1.2 PROCEDIMENTO DE OTIMIZAÇÃO DO ROLO METÁLICO

Conforme apresentado na Seção 2.3, um problema de otimização, segundo Arora (2012), é definido matematicamente como a minimização ou maximização de uma função objetivo que pode estar sujeita a restrições de igualdade e/ou desigualdade. Dentro dessa função, existem as variáveis de projeto (parâmetros) que correspondem aos valores que são modificados na procura pelo ponto ótimo. A respeito das restrições, estas estipulam delimitações no projeto que devem ser atendidas para torná-lo viável. No presente trabalho, a formulação do problema de otimização do Rolo J pode ser escrita como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar } \{ \text{Massa } (D_1, D_2, D_3, D_4) \} \\ \text{Sujeito a: } \left\{ \begin{array}{l} 134 \text{ mm} \leq D_1 \leq 168 \text{ mm} \\ 110 \text{ mm} \leq D_2 \leq 131,6 \text{ mm} \\ 87 \text{ mm} \leq D_3 \leq 91 \text{ mm} \\ 54 \text{ mm} \leq D_4 \leq 63 \text{ mm} \\ S_{VM} \leq 100 \text{ MPa} \\ \beta \leq 9' \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (18)$$

onde D_i são as variáveis de projeto, que podem ser observadas na Figura 25, S_{VM} representa a tensão máxima de von Mises e β o ângulo de desalinhamento. Vale lembrar que os valores de 100 MPa e 9' para as restrições são provenientes da norma ABNT NBR 6678.2017.

Figura 25 – Variáveis de projeto para a otimização do rolo metálico (Rolo J)



Fonte: Autoria própria

As restrições com maior relevância para D_1 e D_2 se referem à espessura mínima para o tubo definida pela norma, que deve ser igual ou superior que 5 mm. No caso de D_1 , a restrição é definida para o diâmetro máximo pois o diâmetro externo do tubo, pela NBR é igual a 178 mm. Para D_2 , a restrição para espessura é o tida como o diâmetro mínimo, pois na região onde os rolamentos são posicionados o diâmetro é de 100 mm. Já para D_3 e D_4 , as restrições máximas foram definidas de acordo com as recomendações do fabricante dos rolamentos.

As restrições de tensão e de ângulo de desalinhamento são tratadas com a técnica da penalização. Caso para um determinado ponto ao menos uma restrição não seja atendida, é atribuída uma penalidade à função objetivo, tornando o seu valor maior para aquele ponto. Conforme o ponto não esteja de acordo com mais restrições, conseqüentemente o valor da função objetivo será ainda maior. A definição da função de

penalidade seguiu como base a metodologia descrita por Smith e Coit (1997), onde, de maneira generalizada, segundo os autores, a função pode ser descrita da seguinte forma:

$$f_p(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m C_i \delta_i \quad (19)$$

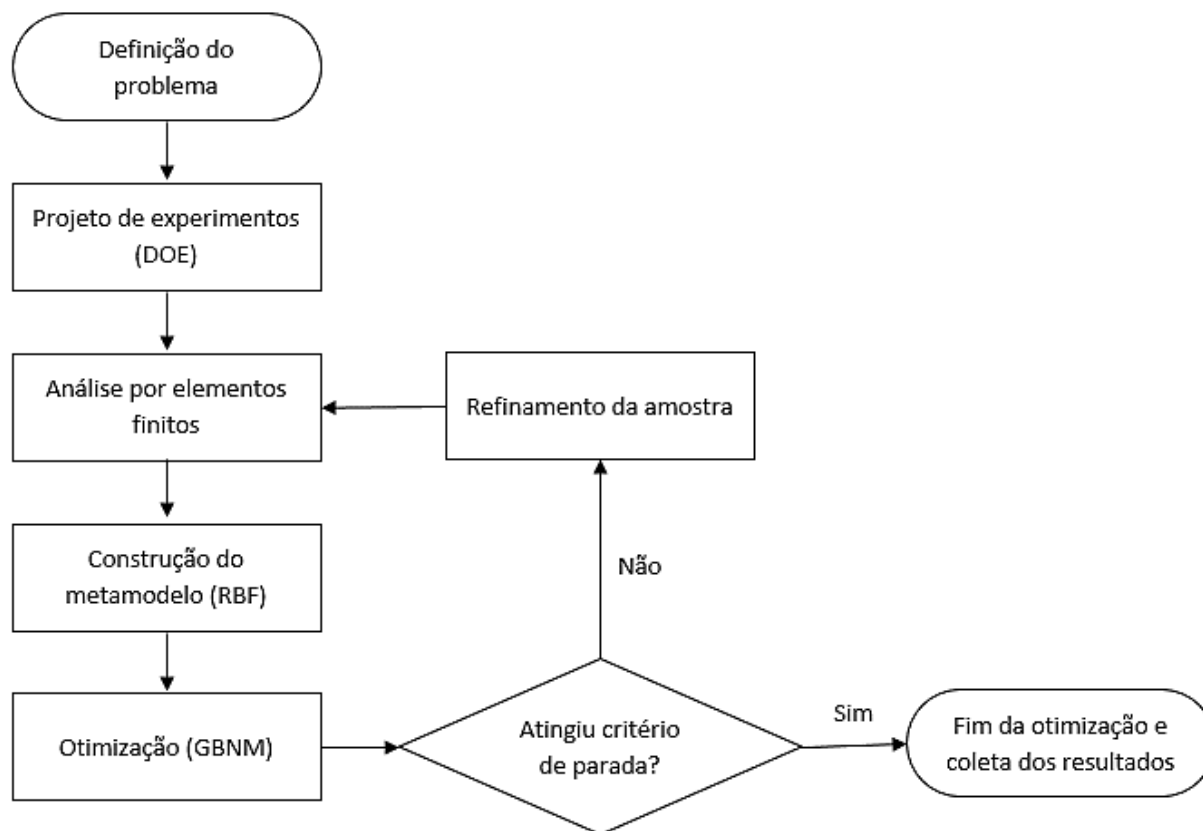
sendo $f_p(\mathbf{x})$ a função objetivo penalizada, $f(\mathbf{x})$ a função objetivo não penalizada, C_i um parâmetro imposto caso a restrição i seja violada e δ_i um parâmetro que possui valor igual a 1 caso a restrição seja violada, ou valor nulo caso a restrição não seja violada. Ao adaptar esse conceito ao problema estudado, foi proposto utilizar a equação:

$$f_p(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m \left(\left(\frac{R_{ec}(\mathbf{x})}{g_i(\mathbf{x})} \right)^k - 1 \right) f(\mathbf{x}) \delta_i \quad (20)$$

na qual $R_{ec}(\mathbf{x})$ é o valor da função de restrição em cada ponto estudado e $g_i(\mathbf{x})$ os valores de referência de cada restrição (por exemplo para S_{VM} o valor de referência é 100 MPa). Na equação, k é um parâmetro que define o peso da violação das restrições, o qual é definido pelo usuário. Essa função de penalidade se aplica apenas às duas restrições definidas pela norma ABNT NBR 6678.2017, a de tensão máxima e a de ângulo máximo, enquanto as restrições dimensionais são tratadas como limites do domínio do metamodelo, ou seja, cada um dos pontos estudados na otimização já pertence ao intervalo pré-definido do problema.

A partir da formulação do problema, foi definida a metodologia de otimização, na qual faz-se uso do algoritmo *Globalized Bounded Nelder-Mead* (GBNM), desenvolvido por Luersen et al. (2004), aplicado sobre um metamodelo RBF com base em experimentos de simulação numérica realizados no Ansys. As etapas do processo de otimização podem ser visualizadas no fluxograma da Figura 26.

Figura 26 – Fluxograma do processo de otimização com metamodelo



Fonte: Autoria própria

Como pode ser observado no fluxograma, o processo é iniciado com o desenvolvimento do DOE, onde a partir dos pontos gerados com a metodologia LHS no Matlab, são criados arquivos de texto com as combinações de variáveis. Em seguida, o Matlab executa o Ansys Workbench, inserindo cada um dos pontos gerados no DOE, até que todos os pontos do arquivo de texto sejam simulados.

Após obter os resultados da função objetivo e das restrições, estes são avaliados e inclusos em um arquivo de texto, podendo ou não estarem condicionados à atuação da penalidade. Posteriormente, os dados deste arquivo são interpretados para construção do metamodelo na plataforma Matlab que, após concluído, é submetido ao processo de otimização com o algoritmo GBNM.

Depois de se obter o ponto ótimo dessa primeira versão do metamodelo, um novo ponto é criado aleatoriamente. Com isso, são realizadas as simulações desses dois pontos, o ótimo e o aleatório, e dessa forma o metamodelo é atualizado e novamente são obtidos dois novos pontos.

Esse ciclo de atualização do metamodelo com uso de pontos de preenchimento é realizado até que o número máximo de iterações (número de simulações por elementos finitos), definido previamente, seja atingido. Esse número, quando se trata de metamodelos, costuma ser estipulado de acordo com o tempo máximo proposto para realização dos cálculos.

3.2 METODOLOGIA PARA ANÁLISE DO ROLO POLIMÉRICO

3.2.1 PROCEDIMENTO DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ROLO POLIMÉRICO

Nas simulações do processo de otimização do Rolo Polimérico foram desconsiderados os efeitos da viscoelasticidade do PEAD, por conta da complexidade da representação desse fenômeno, o que aumentaria consideravelmente o tempo de otimização, tornando-a inviável, e também por não haver unanimidade na literatura quanto à variação das propriedades mecânicas do material após o seu envelhecimento. Dessa forma, entendeu-se como apropriado realizar, em seguida da otimização, uma simulação levando em conta as propriedades viscoelásticas do polímero. Foi analisada a versão inicial e também a otimizada rolo.

Na otimização, as simulações utilizaram basicamente a mesma metodologia do Rolo J, ou seja, analisou-se um quadrante da geometria do rolo, representando os rolamentos com elementos de mola. A área de aplicação da carga também foi calculada por meio das equações de Hertz e a análise realizada foi do tipo estática. Sendo assim, as diferenças entre as condições de simulação da otimização do Rolo Polimérico e as do Rolo J condizem basicamente aos dados das propriedades do material. Para o PEAD, estes dados estão presentes na Tabela 8.

Tabela 8 – Propriedades do material do Rolo Polimérico utilizadas na simulação

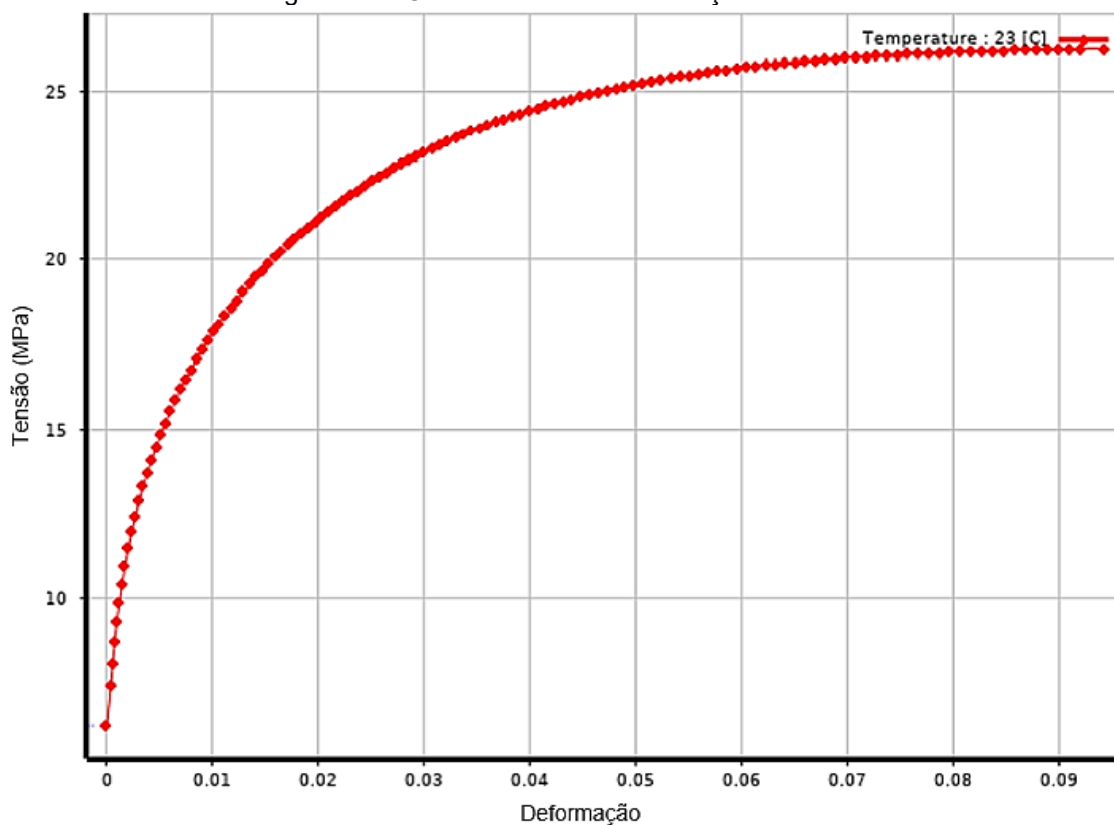
Propriedade	Valor
Largura da área de contato (correia – tubo) (mm)	15
Largura dos rolamentos (mm)	27
Rigidez total calculada do rolamento (N/mm)	220966,4
Módulo de elasticidade* (MPa)	1211,9
Coefficiente de Poisson	0,46
Densidade (kg/m ³)	950

* Cálculo baseado nos resultados obtidos por Kouketsu (2021)

Fonte: Autoria própria

Ainda sobre as propriedades do PEAD, foi utilizada a curva de tensão-deformação representada na Figura 27.

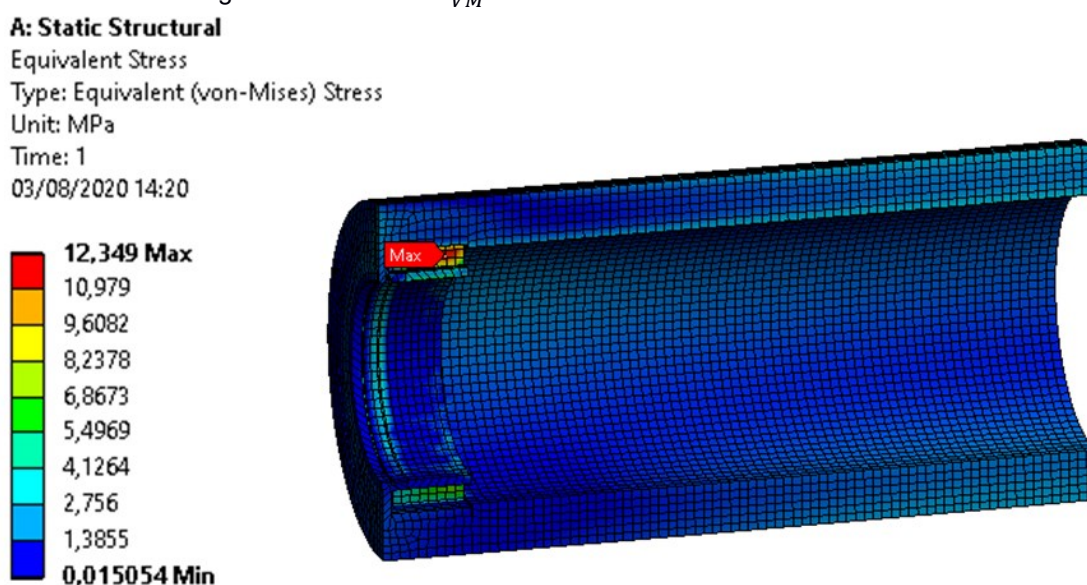
Figura 27 – Curva de tensão-deformação do PEAD



Fonte: adaptado de Kouketsu (2021)

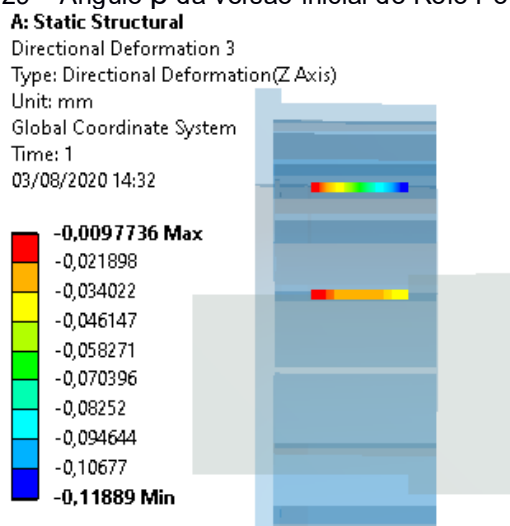
Assim como no Rolo J, os resultados procurados nas simulações foram a tensão de von Mises (S_{VM}) e o ângulo de desalinhamento (β). As Figuras 28 e 29 mostram a obtenção desses dois valores para a versão inicial do Rolo Polimérico.

Figura 28 – Tensão S_{VM} da versão inicial do Rolo Polimérico



Fonte: Autoria própria

Figura 29 – Ângulo β da versão inicial do Rolo Polimérico

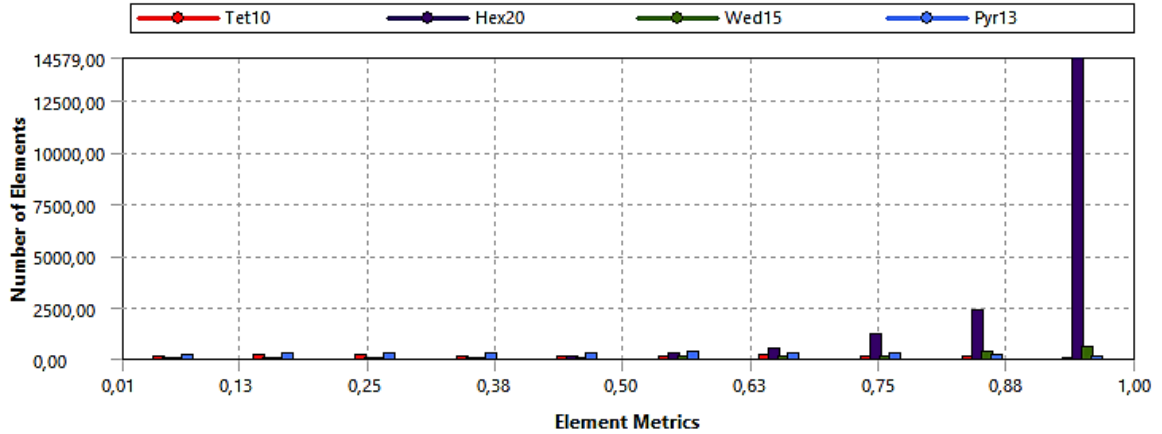


Fonte: Autoria própria

Ao avaliar a qualidade da malha pelo indicador da qualidade do elemento, foi constatado um valor médio de qualidade em torno de 0,87 para os elementos, enquanto

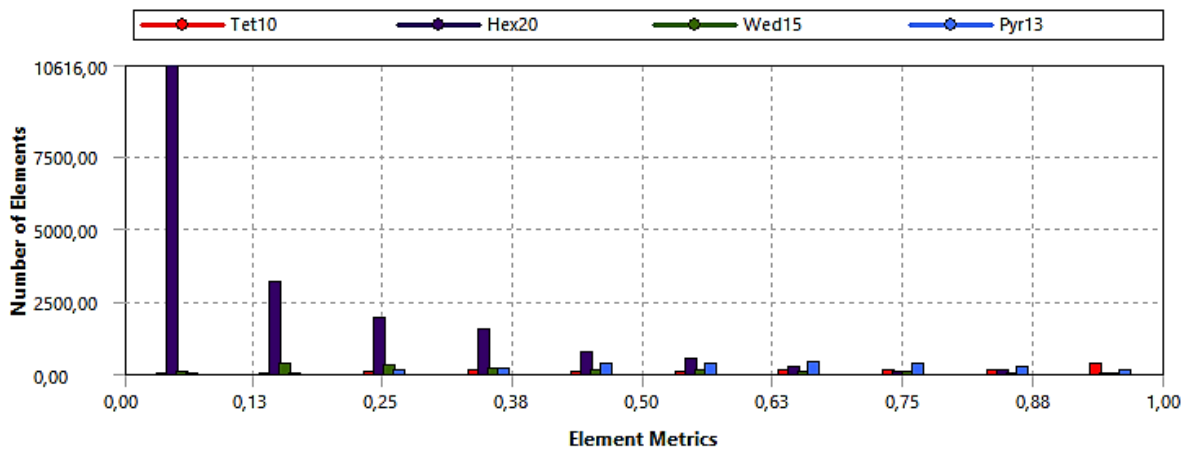
para o método da distorção, o valor encontrado foi de 0,22, ou seja, ambos os valores estão em faixas de exatidão adequadas. Os gráficos que descrevem a quantidade de elementos para cada escala de qualidade estão presentes nas Figuras 30 e 31.

Figura 30 – Qualidade da malha do Rolo Polimérico pela métrica *Element Quality*



Fonte: Autoria própria

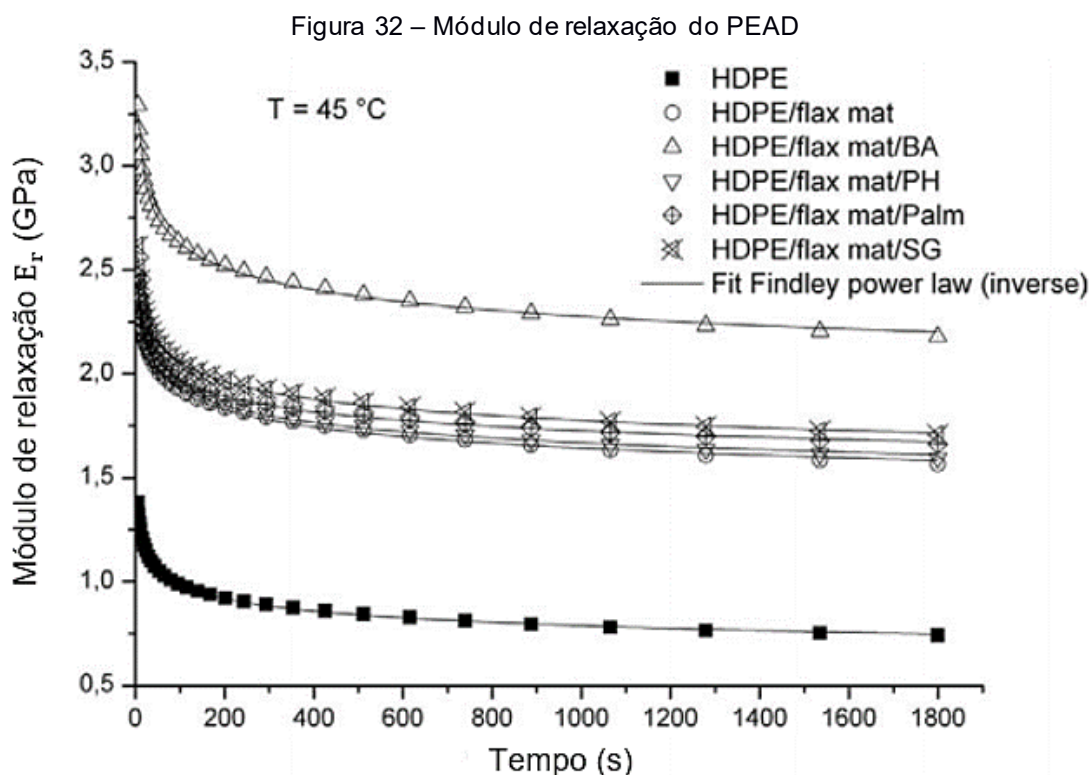
Figura 31 – Qualidade da malha do Rolo Polimérico pela métrica *Skewness*



Fonte: Autoria própria

Na simulação numérica de verificação, que foi realizada após a otimização considerando a viscoelasticidade, por se tratar de um estudo onde as propriedades do material variam com o tempo, ao invés de uma análise estática, efetuou-se uma análise transiente para a versão otimizada do rolo e outra para a versão original. Nesse tipo de análise, foi considerado o módulo de relaxação do PEAD obtido através dos pontos da Figura 32. Nela, o PEAD recebe a nomenclatura de HDPE (*High Density Polyethylene*).

Como os valores das propriedades do material estudado costumam ser diferentes de uma referência para a outra, foi selecionada uma curva em que seus dados se encontram numa região próxima ao valor do módulo de elasticidade que foi utilizado nas análises da otimização.



Fonte: adaptado de Siengchin e Rungsardthong (2013)

A partir dos dados da Figura 32, a curva aproximada, que descreve o módulo de relaxação, é obtida com o método das séries de Prony, o qual é detalhado em Ansys (2019) e Pacheco et al. (2015). A faixa de tempo dos ensaios é de 30 minutos e corresponde ao período em que a variação do módulo de relaxação é mais elevada. Após isso, pressupõe-se que as curvas para o material tendem a se estabilizar, não apresentando variações tão contundentes. Com esse estudo, esperou-se compreender aproximadamente o quanto S_{VM} e β podem variar ao longo do tempo e, com isso, propor melhores soluções ao problema de otimização. Por se tratar de uma análise adicional, seus resultados são apresentados no Apêndice B.

3.2.2 PROCEDIMENTO DE OTIMIZAÇÃO DO ROLO POLIMÉRICO

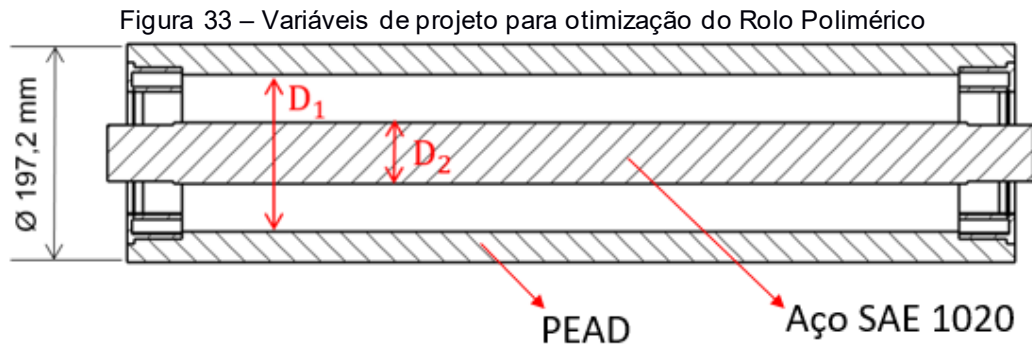
Para o Rolo Polimérico, assim como ocorreu com as simulações por elementos finitos, se fez uso do mesmo procedimento de otimização implementado no Rolo J, diferindo-se apenas nos valores das restrições e na quantidade de variáveis para formulação do problema de otimização. No entanto, para o Rolo Polimérico, foram considerados dois casos de otimização. O primeiro pode ser considerado como caso padrão, e o segundo, como uma proposta de projeto em que se buscou uma melhoria ainda mais significativa em comparação aos resultados da otimização anterior. Para o caso padrão, o problema é definido como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar } \{ \text{Massa } (D_1, D_2) \} \\ \text{Sujeito a: } \left\{ \begin{array}{l} 120 \text{ mm} \leq D_1 \leq 150 \text{ mm} \\ 61 \text{ mm} \leq D_2 \leq 65 \text{ mm} \\ S_{VM} \leq 18 \text{ MPa} \\ \beta \leq 9' \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (21)$$

Como foi comentado, o valor de 100 MPa para tensão admissível, considerado na otimização do Rolo J, é inviável para o PEAD, pois a falha ocorre com valor muito inferior. Portanto, de acordo com a literatura, foi considerado o valor de 18 MPa para essa restrição. Já o valor da restrição de ângulo permanece inalterado pois está condicionado à operação dos rolamentos.

As variáveis de projeto, que são modificadas durante o processo de otimização, podem ser observadas na vista com seção de corte do rolo na

Figura 33. Nota-se na figura, que diferentemente do Rolo J, o Rolo Polimérico, em sua montagem, possui apenas um tubo e canecas para fixação dos rolamentos, sendo ambas as partes constituídas em PEAD, enquanto apenas o eixo é fabricado em aço SAE 1020.



Fonte: Autoria própria

Nas variáveis da

Figura 33, as restrições dimensionais do diâmetro D_1 , que define a espessura do tubo, foram determinadas de modo a não intervir na fixação das canecas, que não sofreram alterações em suas dimensões durante o processo de otimização. Já para as restrições de D_2 , variável referente ao diâmetro central do eixo, a definição se deu de acordo com as recomendações do fabricante dos rolamentos. No segundo caso de otimização, essas restrições foram adaptadas ao novo problema proposto.

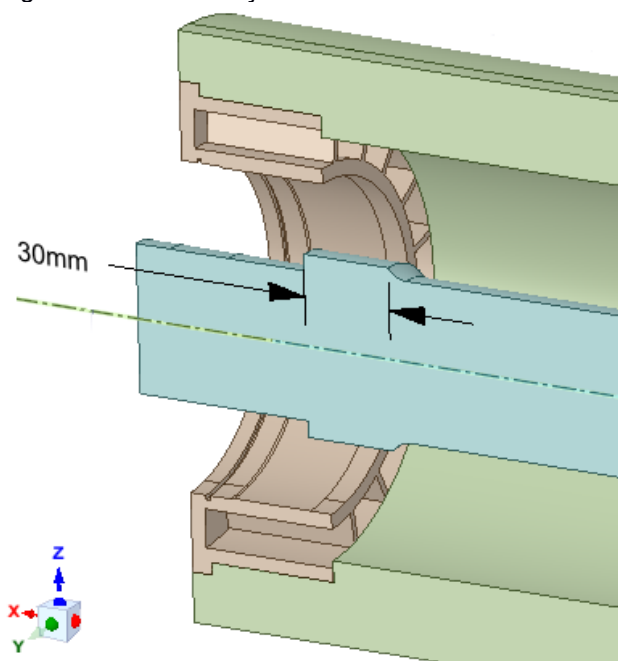
No segundo caso de otimização, buscou-se um projeto mais aplicável do ponto de vista operacional, levando em conta as incertezas provenientes do envelhecimento do material e a atuação da viscoelasticidade. Para essa situação, o problema de otimização é definido como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar } \{ \text{Massa } (D_1, D_2) \} \\ \text{Sujeito a: } \left\{ \begin{array}{l} 100 \text{ mm} \leq D_1 \leq 150 \text{ mm} \\ 44 \text{ mm} \leq D_2 \leq 60 \text{ mm} \\ S_{VM} \leq 12 \text{ MPa} \\ \beta \leq 6' \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (22)$$

Neste caso, foi atribuído um fator de segurança de 1,5 para as restrições S_{VM} e β do problema anterior. As variáveis foram as mesmas do caso anterior, porém, para se atingir a nova faixa de operação das restrições, seus limites foram alterados. A mudança mais expressiva aplicada à geometria foi condicionar uma amplitude de variação do diâmetro central do eixo abaixo de 61 mm, definidos anteriormente como limite infe-

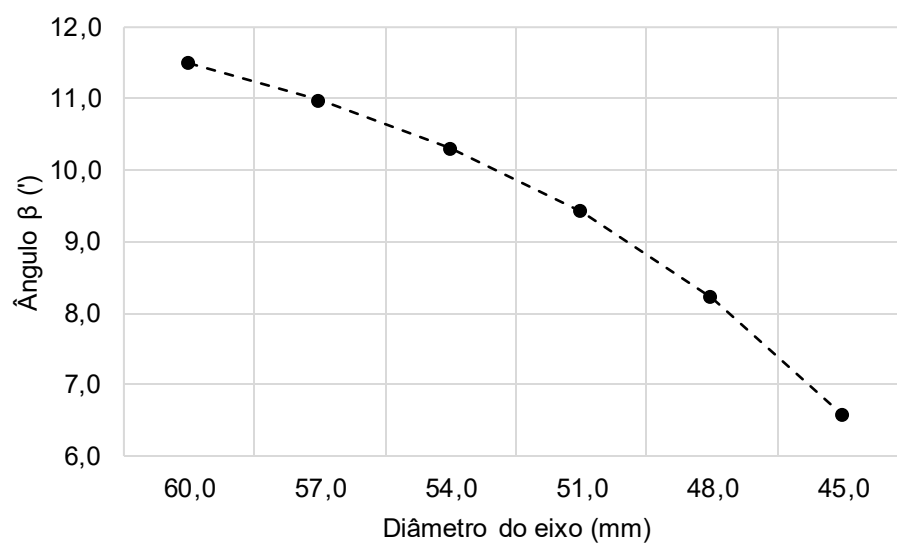
rior. Como forma de regularizar o novo projeto de eixo, do ponto de vista das recomendações do fabricante dos rolamentos, o diâmetro de 61 mm foi mantido fixo para um ressalto, na região que fica em contato com os rolamentos. Dessa forma, o diâmetro central poderia ser variado. Essa descrição pode ser melhor compreendida na Figura 34, onde o ressalto com 30mm de largura indica a região com diâmetro fixado.

Figura 34 – Modificação no eixo do Rolo Polimérico



Fonte: Autoria própria

A geometria do eixo foi modificada com o intuito de diminuir a sua rigidez e possibilitar uma deformação relativa menor em relação à parte externa do rolo (PEAD), e assim obter valores inferiores a $6'$ para o ângulo β , visto que o componente tem grande influência sobre o valor desse ângulo. Como mostrado na Figura 35, ao alterar D_2 e manter D_1 fixo com um valor de 142 mm, o ângulo β tende a diminuir consideravelmente (há uma redução de 42,8% ao variar D_2 de 60 para 45 mm, por exemplo). Quanto à tensão S_{VM} , neste teste, o seu valor se manteve inalterado em torno de 12,66 MPa. Portanto, entende-se que a variável D_2 não tem relevância direta para a restrição de tensão no tubo.

Figura 35 – Influência do diâmetro do eixo no ângulo β 

Fonte: Autoria própria

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

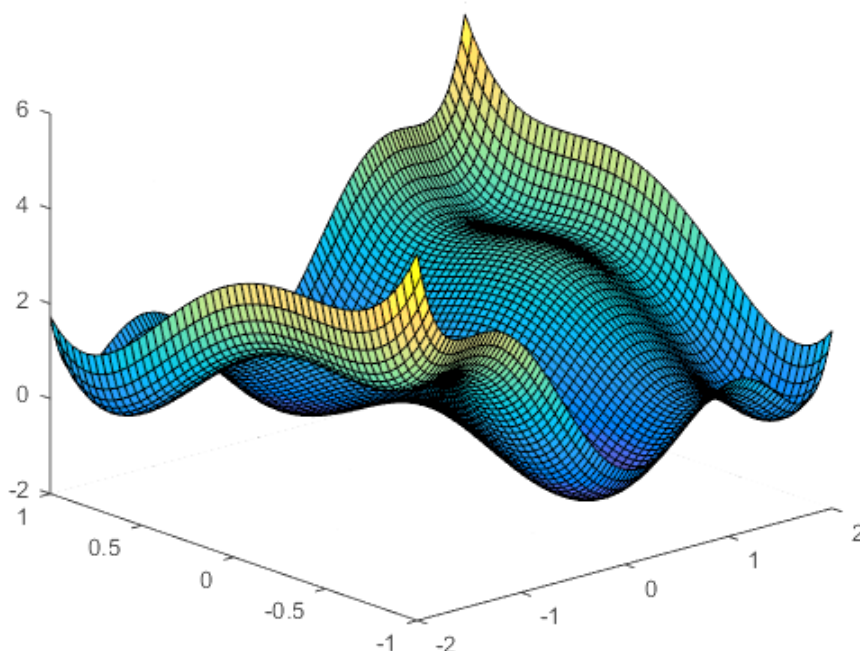
Este capítulo apresenta os resultados obtidos aplicando-se a metodologia proposta. Inicialmente são apresentados problemas de otimização de funções teste (funções analíticas); em seguida, faz-se a aplicação para os rolos metálico e polimérico.

4.1 OTIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES TESTE

Com o intuito de avaliar a eficiência do metamodelo antes de aplicar a metodologia de otimização à geometria do rolo, foram realizados testes para encontrar os pontos mínimos de duas funções contínuas conhecidas na literatura. Em cada um dos casos, não houve restrições de igualdade ou desigualdade agregadas ao problema, com exceção para fatores dimensionais do domínio de cada função. A realização desse estudo foi fundamentada na ferramenta descrita por Mueller (2012).

O primeiro caso estudado foi a função *Six Hump Camel Back* (SHCB), que está ilustrada na Figura 36.

Figura 36 – Função *Six Hump Camel Back* (SHCB)



Fonte: Autoria própria

Essa função é definida por

$$f(x) = \left(4 - 2,1x_1^2 + \frac{x_1^4}{3}\right)x_1^2 + x_1x_2 + (-4 + 4x_2^2)x_2^2 \quad (23)$$

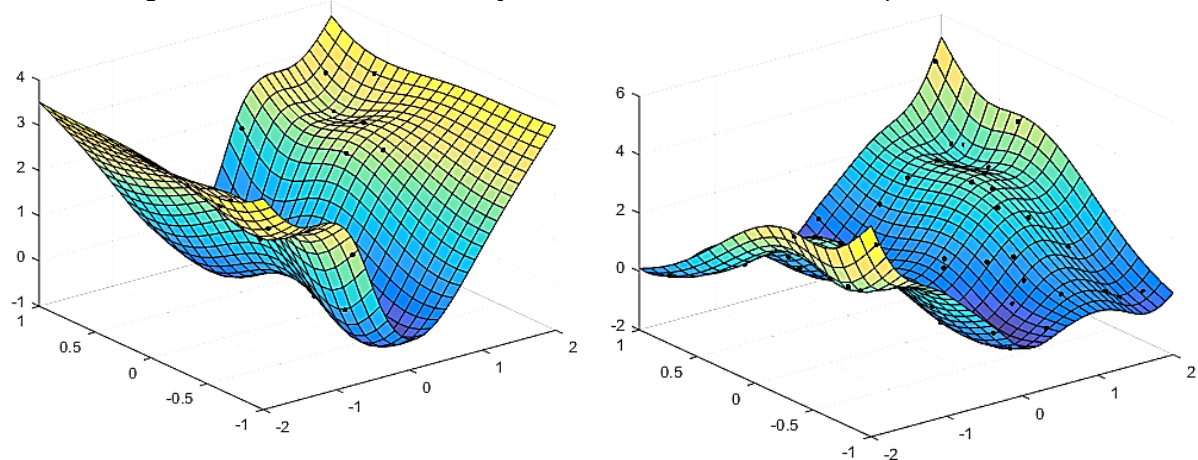
sendo

$$x_1 \in [-2; 2] \quad ; \quad x_2 \in [-1; 1] \quad (24)$$

Nessa função, o ponto mínimo encontra-se em $f(x^*) = -1,0316$, para as coordenadas $\mathbf{x}^* = (0,0898; -0,7126)$ e $(-0,0898; 0,7126)$.

Na Figura 37 há uma comparação entre a função obtida como o metamodelo RBF formado com uma amostra de 20 pontos, à esquerda, e outro formado com 60 pontos, à direita, ambos obtidos a partir do método dos Hipercubos Latinos. Os pontos pretos na imagem representam os pontos do DOE.

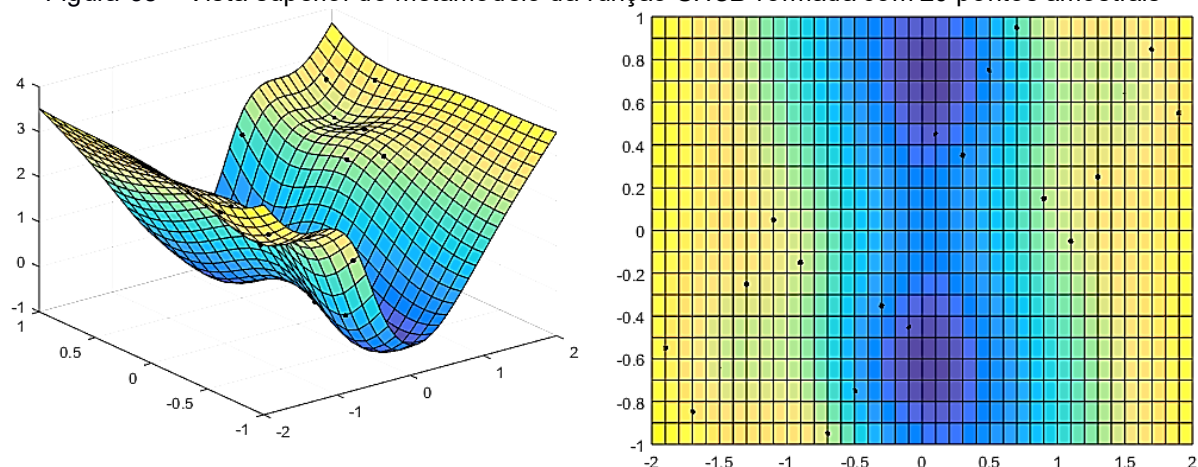
Figura 37 – Metamodelo da função SHCB formada com 20 e 60 pontos amostrais



Fonte: Autoria própria

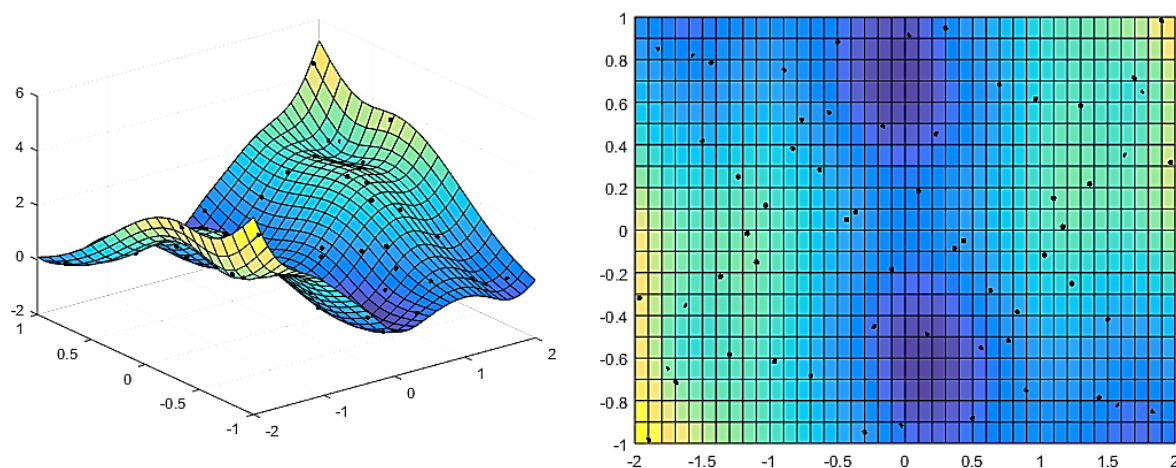
A partir da Figura 37, percebe-se visualmente que o número total de pontos amostrais tem grande influência na exatidão da formação do metamodelo. A mesma comparação entre os diferentes tamanhos amostrais pode ser feita nas Figuras 38 e 39, onde há uma vista superior das respectivas funções de 20 e 60 pontos. Nessas figuras, são notáveis as diferenças de profundidade.

Figura 38 – Vista superior do metamodelo da função *SHCB* formada com 20 pontos amostrais



Fonte: Autoria própria

Figura 39 – Vista superior do metamodelo da função *SHCB* formada com 60 pontos amostrais



Fonte: Autoria própria

Para realizar o processo de otimização com o algoritmo GBNM, três metamodelos com diferentes números amostrais que descrevem a função *SHCB* foram utilizados. Os respectivos resultados estão apresentados na Tabela 9.

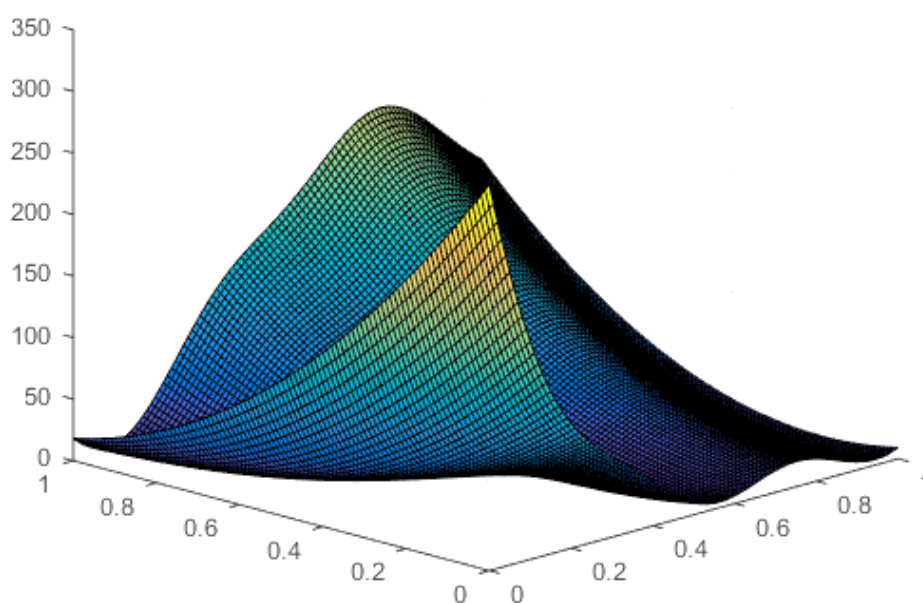
Tabela 9 – Resultados da otimização da função SHCB

Amostra inicial	Pontos de refino	Nº iterações GBNM	$f(x^*)$	Erro (%)
60	20	300	-1,0316	0,000
20	20	300	-1,0313	-0,029
10	10	300	-1,0217	-0,964

Fonte: Autoria própria

A partir da análise da Tabela 9, nota-se que há pouca divergência entre os resultados dos pontos mínimos encontrados para os três metamodelos. Entretanto, percebe-se que à medida que o número de pontos do DOE e o número de pontos de refino diminuem, a tendência é de que aumente o erro. A mesma observação se torna ainda mais relevante na Tabela 10, relativa à segunda função estudada, a de Branin-Hoo. A Figura 40 ilustra essa função.

Figura 40 – Função de Branin-Hoo



Fonte: Autoria própria

A função Branin-Hoo é dada por

$$f(x) = \left(\bar{x}_2 - \frac{5,1 \bar{x}_1^2}{4\pi^2} + \frac{5,1 \bar{x}_1}{\pi} - 6 \right)^2 + 10 \left(1 - \frac{1}{8\pi} \right) \cos(\bar{x}_1) + 10 \quad (25)$$

sendo

$$\bar{x}_2 \in [-5; 10] \text{ e } \bar{x}_1 \in [0; 15] \quad (26)$$

onde

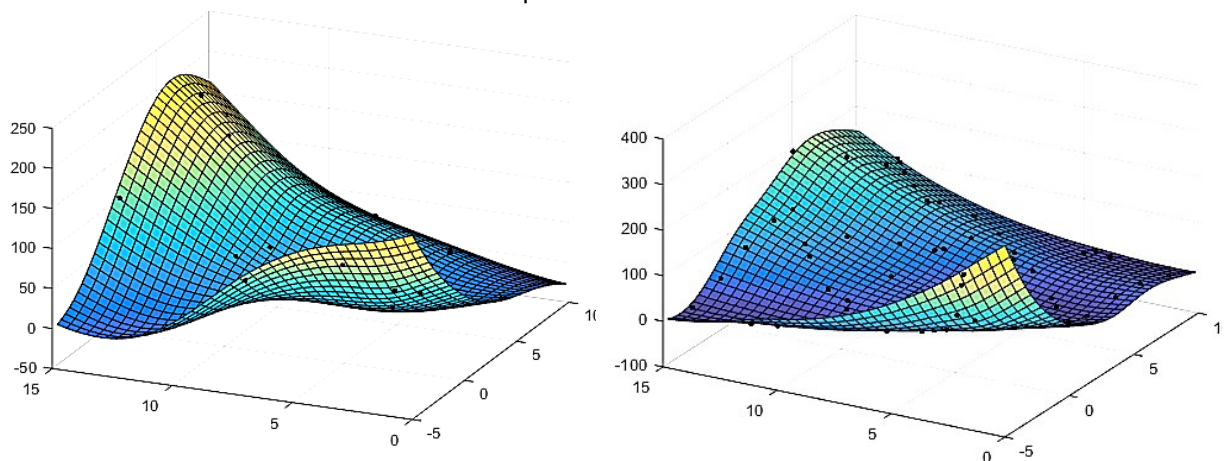
$$\bar{x}_1 = 15x_1 - 5 \text{ e } \bar{x}_2 = 15x_2 \quad (27)$$

Nessa função há três pontos de mínimos globais com $f(\mathbf{x}^*) = 0,397887$, que são

$$\mathbf{x}^* = (-\pi; 12,275); (\pi; 2,275) \text{ e } (9,42478; 2,475)$$

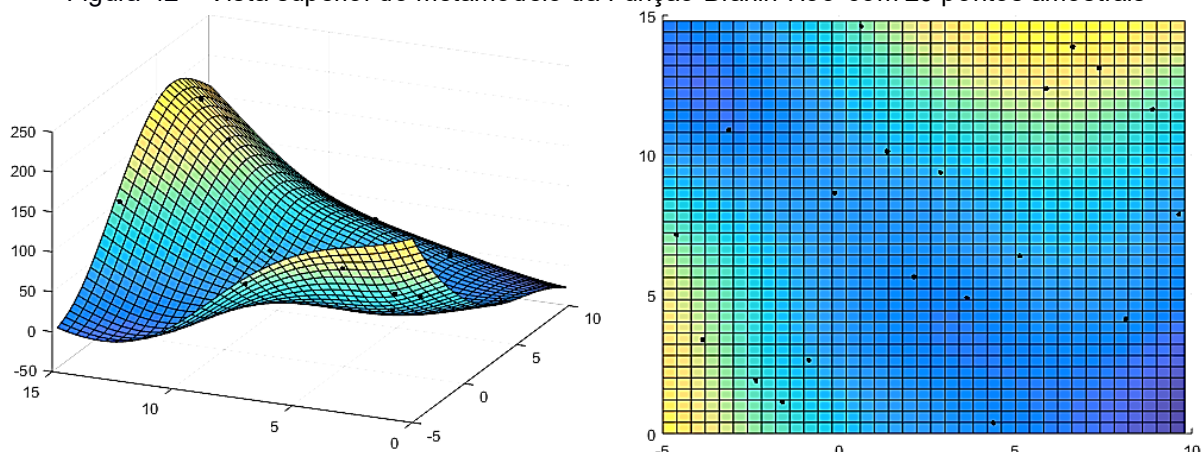
Assim como foi feito com a função SHCB, a comparação entre os metamodelos com diferentes pontos amostrais pode ser observada nas Figuras 41, 42 e 43.

Figura 41 – À esquerda, metamodelo da função Branin-Hoo com 20 pontos amostrais e, à direita, com 60 pontos amostrais



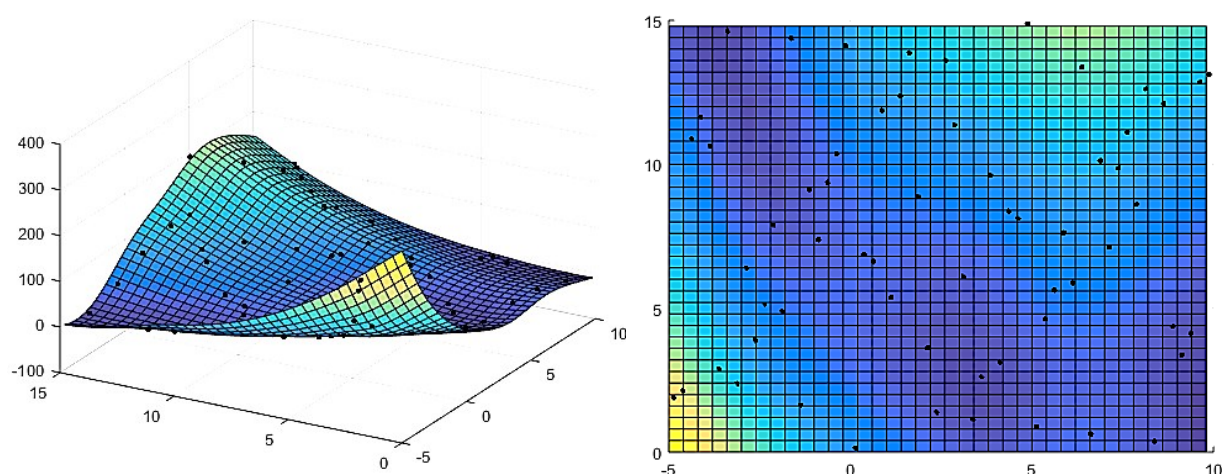
Fonte: Autoria própria

Figura 42 – Vista superior do metamodelo da Função Branin-Hoo com 20 pontos amostrais



Fonte: Autoria própria

Figura 43 – Vista superior do metamodelo da Função Branin-Hoo com 60 pontos amostrais



Fonte: Autoria própria

No processo de otimização da função Branin-Hoo com o algoritmo GBNM, assim como feito com a função SHCB, três metamodelos com diferentes números de pontos amostrais foram utilizados. A Tabela 10 sumariza os resultados encontrados. Na função Branin-Hoo, para obter os resultados com erro mínimo após convergência, houve a necessidade de se utilizar uma maior quantidade de pontos amostrais em comparação àqueles utilizados para a função SHCB

Tabela 10 – Resultados da otimização da função Branin-Hoo

Amostra inicial	Pontos de refino	Nº iterações GBNM	$f(x^*)$	Erro (%)
60	20	300	0,3985	0,15
20	20	300	0,4513	13,42
10	10	300	1,8854	373,86

Fonte: Autoria própria

Com esse dois testes aplicados a funções analíticas, certificou-se a funcionalidade do método de otimização, desde a criação do metamodelo até a otimização do mesmo. Com isso, a otimização do Rolo J pôde ser iniciada.

4.2 OTIMIZAÇÃO DO ROLO METÁLICO

Em um computador com processador i7–3517U e memória RAM de 6 GB, foram testados três casos de otimização para o rolo metálico. O primeiro com 40 simulações (caso 1), o segundo com 50 simulações (caso 2) e o terceiro com 80 simulações (caso 3).

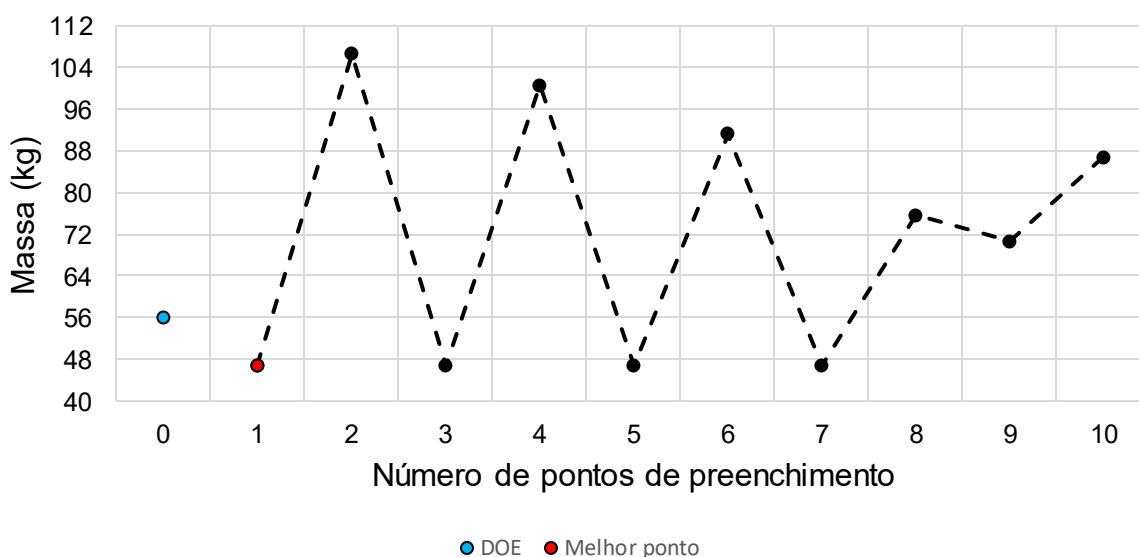
No caso 1, o problema de otimização resolvido é aquele apresentado na Equação (18). O tempo demandado para realização da otimização no caso 1 foi de aproximadamente 2h40min, sendo 30 simulações utilizadas com pontos amostrais do DOE, e as outras 10 são compostas com 5 pontos ótimos encontrados nos metamodelos desenvolvidos e as outras 5 utilizando valores aleatórios para as variáveis, atuando de forma alternada entre o ponto de ótimo do metamodelo e o aleatório.

No caso 2 a otimização serviu como teste para verificação do comportamento do metamodelo com relação à violação da restrição de tensão, visto que, no caso 1, em nenhum momento essa restrição foi violada (conforme é mostrado na sequência). Nesse caso, ao invés da restrição de 100 MPa, utilizou-se como limite para a tensão o valor de 60 MPa, isto é, um coeficiente de segurança adicional para esta restrição. O tempo demandado para a otimização desse caso foi de aproximadamente 2h18min, sendo 30 simulações utilizadas para pontos do DOE, 10 para os pontos ótimos encontrados nos metamodelos desenvolvidos e as outras 10 utilizando valores aleatórios para as variáveis, de forma alternada entre o ponto de ótimo do metamodelo e o aleatório.

No caso 3, de forma similar ao caso 2, a otimização serviu como teste em relação à restrição, porém, dessa vez para analisar a restrição sobre o ângulo de desalinhamento dos mancais, onde ao invés de 9' impôs-se o limite de 5'. O tempo para realização dessa otimização foi de aproximadamente 2h 12min, utilizando 30 simulações para pontos do DOE, 25 de pontos ótimos encontrados dos metamodelos e outras 25 para pontos aleatórios.

Inicialmente, a massa do rolo era de 69,136 kg, sem considerar elementos de vedação e rolamentos, sendo que após a otimização no caso 1, chegou-se a 46,795 kg. A evolução da redução da massa após as simulações do DOE pode ser observada na Figura 44, onde o ponto do DOE com a mínima massa está marcado em azul, e o melhor ponto obtido após o processo de otimização encontra-se em vermelho. O gráfico desta figura apresenta um aspecto de “serra”, devido à massa dos pontos aleatórios ser maior que a massa dos pontos ótimos definidos ao longo da otimização. Como as simulações desses dois tipos de pontos ocorre alternadamente, a existência de picos no gráfico se torna visível.

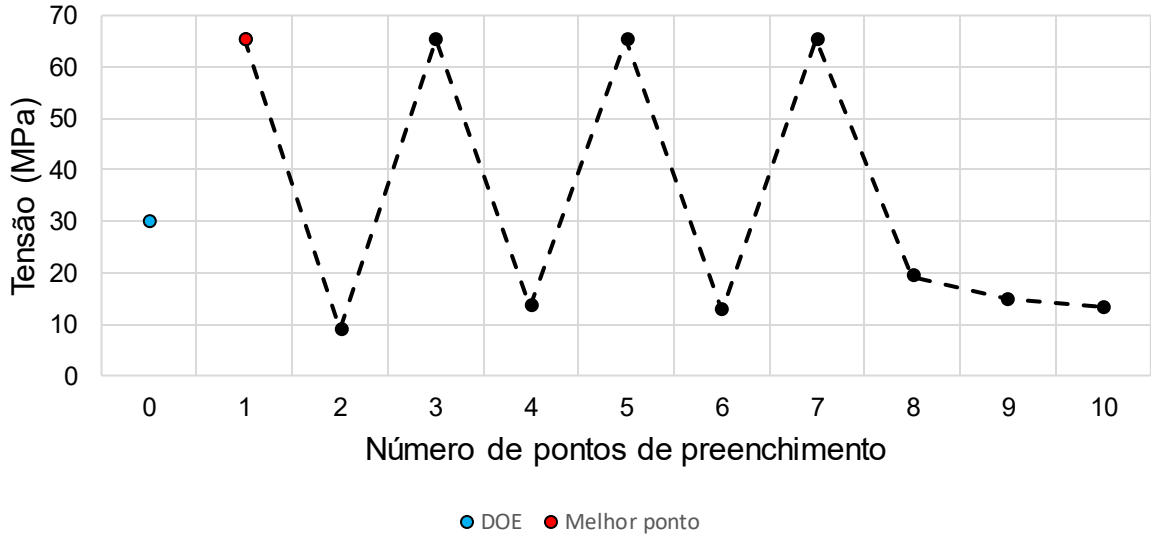
Figura 44 – Evolução da massa do rolo na otimização do caso 1 após formação do DOE



Fonte: Autoria própria

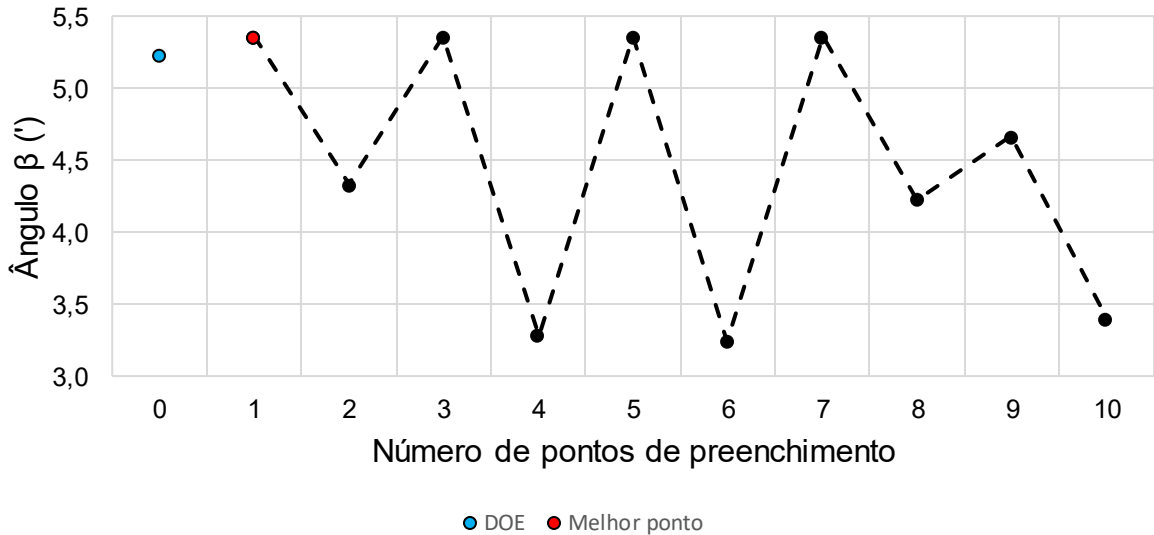
A evolução da restrição de tensão da otimização do caso 1, após as simulações dos pontos do DOE, pode ser observada na Figura 45, enquanto a evolução da restrição de ângulo pode ser vista na Figura 46.

Figura 45 – Evolução da restrição de tensão para o caso 1



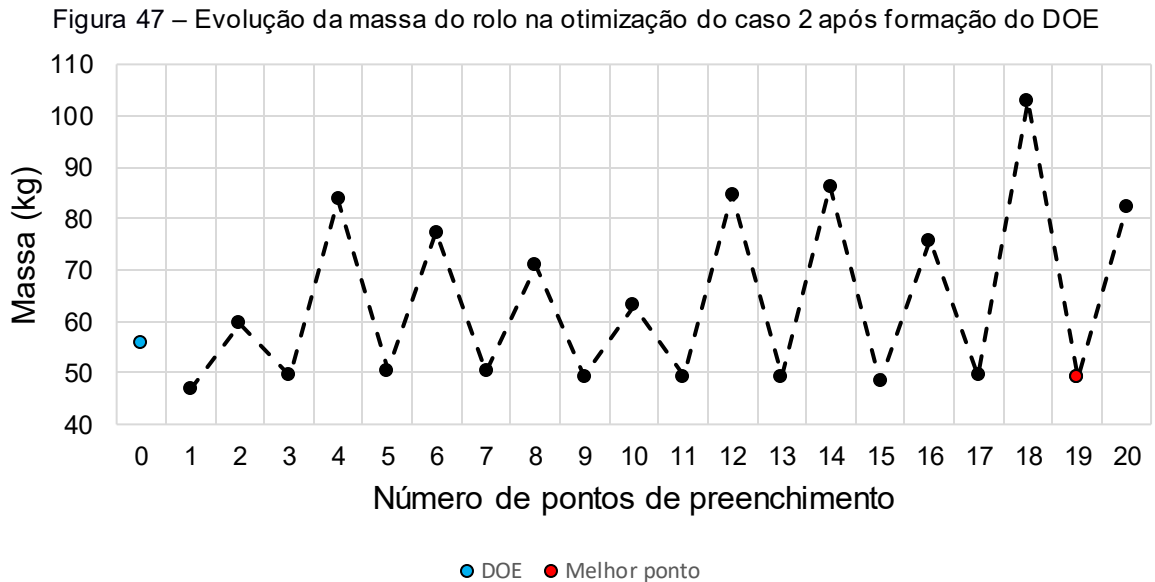
Fonte: Autoria própria

Figura 46 - Evolução da restrição de ângulo de desalinhamento para o caso 1



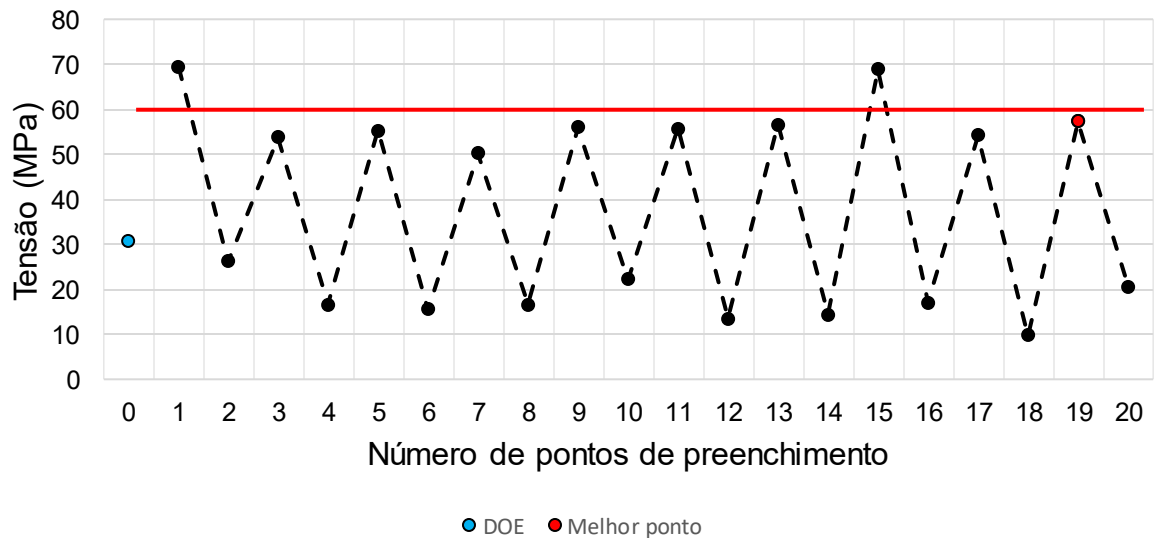
Fonte: Autoria própria

No caso 2, após a otimização, encontrou-se o valor de 49,12 kg para a massa. A evolução do valor da massa para esse caso pode ser observada na Figura 47, enquanto a evolução de cada uma das restrições pode ser observada nas Figuras 48 e 49 respectivamente.



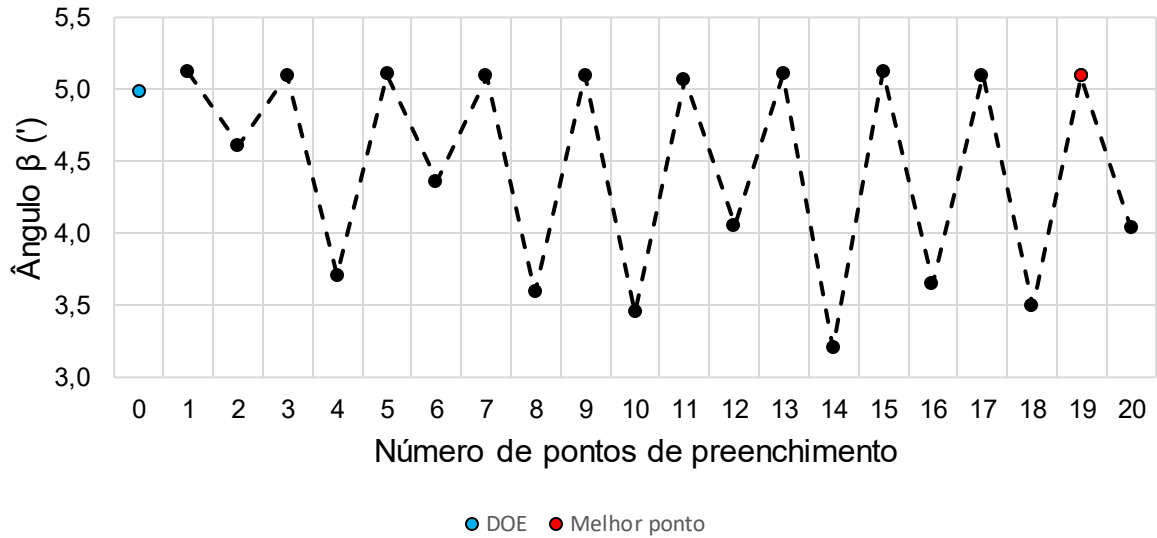
Fonte: Autoria própria

Figura 48 – Evolução da restrição de tensão para o caso 2. A linha vermelha indica o limite desta restrição



Fonte: Autoria própria

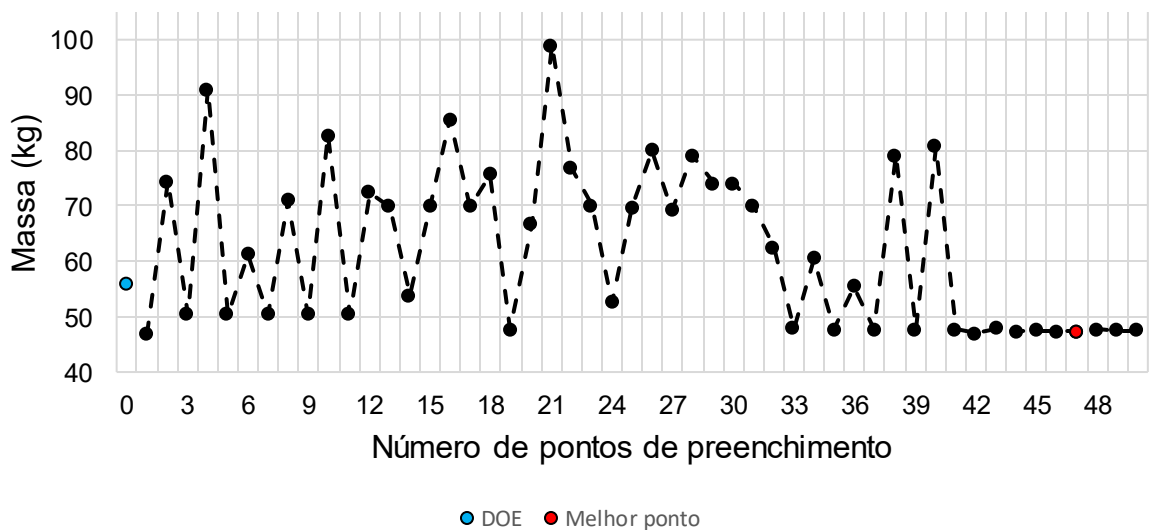
Figura 49 – Evolução da restrição de ângulo de desalinhamento para o caso 2



Fonte: Autoria própria

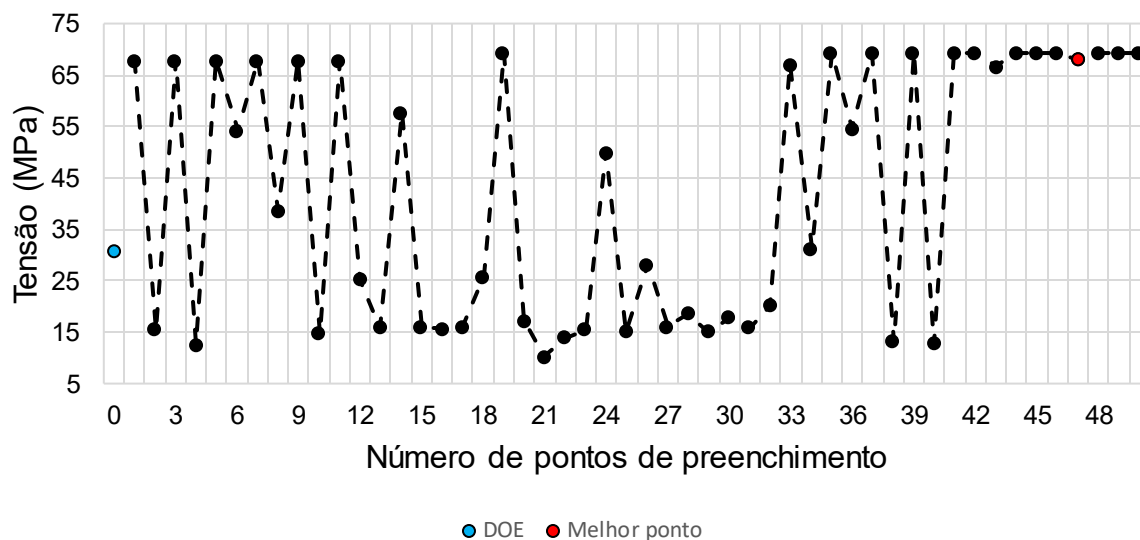
A evolução da massa do caso 3 pode ser observada na Figura 50, onde, após a realização da otimização, foi obtido o valor de 47,27 kg para o rolo. Nota-se que a partir do ponto 41, não houve variações significativas na massa, porém o ângulo continuou variando, o que justificou a necessidade dos pontos de preenchimento posteriores. A evolução de cada uma das restrições desse caso, pode ser observada nas Figuras 51 e 52.

Figura 50 – Evolução da massa do rolo na otimização do caso 3 após formação do DOE



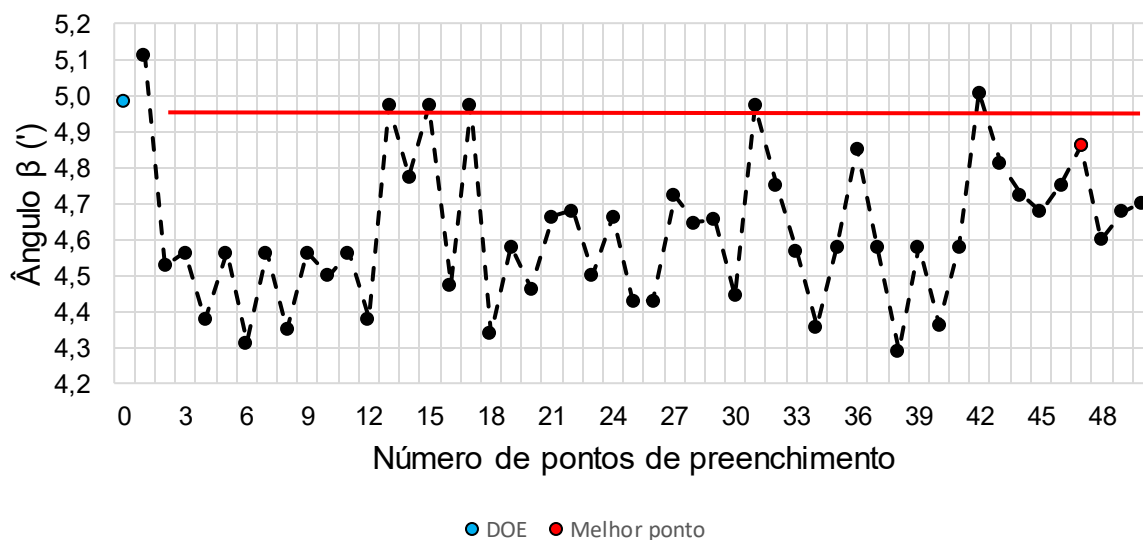
Fonte: Autoria própria

Figura 51 – Evolução da restrição de tensão para o caso 3



Fonte: Autoria própria

Figura 52 – Evolução da restrição de ângulo de desalinhamento para o caso 3. A linha vermelha indica o limite desta restrição



Fonte: Autoria própria

Os valores obtidos para a configuração final do rolo em comparação à sua versão inicial estão presentes na Tabela 11. Nela, assim como o restante dos dados desse

capítulo, os valores dados para a massa não incluem as massas dos rolamentos e dos componentes dos labirintos para vedação do rolo.

Com a realização da otimização, se obteve uma redução de aproximadamente 32% da massa do rolo, respeitando os critérios definidos para as restrições. Os respectivos valores dos fatores de segurança encontrados para S_{VM} e β foram: 1,44 e 1,76. Nos casos 2 e 3, foi confirmada a funcionalidade da função de penalização, pois garantiu que as restrições não fossem violadas, inclusive permanecendo abaixo dos valores máximos permitidos.

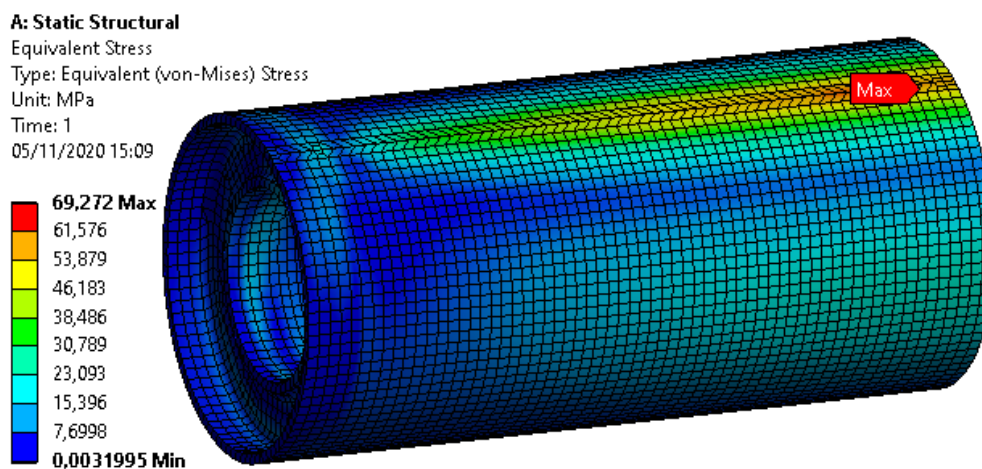
Tabela 11 – Resumo dos resultados da otimização do Rolo J

Propriedades	Projeto Inicial	Projeto Final (Caso 1)	Projeto Final (Caso 2)	Projeto Final (Caso 3)
Nº de simulações	-	40	50	80
Massa (kg)	69,14	46,80	49,12	47,27
D_1 (mm)	154,00	168,00	167,04	167,92
D_2 (mm)	111,60	110,00	110,00	110,00
D_3 (mm)	91,00	91,00	89,82	91,00
D_4 (mm)	54,00	54,00	54,04	54,86
S_{VM} (MPa)	17,07	69,27	57,26	67,98
β (‘)	4,96	5,12	5,09	4,86

Fonte: Autoria própria

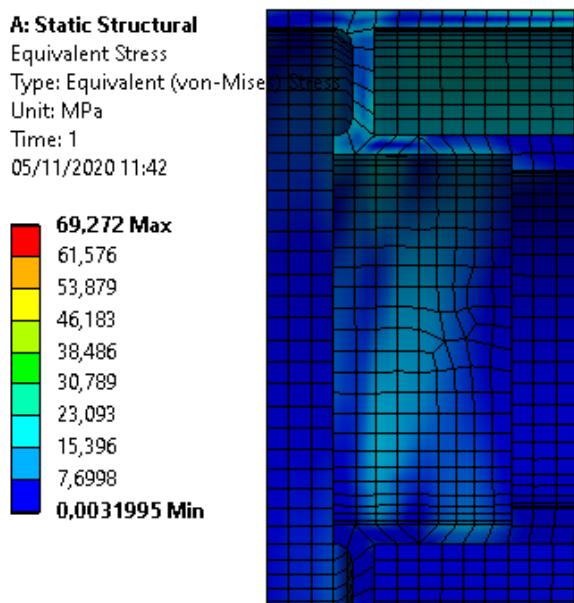
Ao analisar as Figuras 53 e 54, observa-se a distribuição das tensões na versão otimizada do rolo metálico, que é diferente em comparação ao rolo em sua versão original.

Figura 53 – Tensão de von Mises na superfície externa do tubo (versão otimizada do Rolo J)



Fonte: Autoria própria

Figura 54 – Tensão de von Mises na região dos mancais (versão otimizada do Rolo J)



Fonte: Autoria própria

Uma vez concluído o processo de otimização e avaliação dos resultados do Rolo J, foi dado início à otimização do Rolo Polimérico.

4.3 OTIMIZAÇÃO DO ROLO POLIMÉRICO

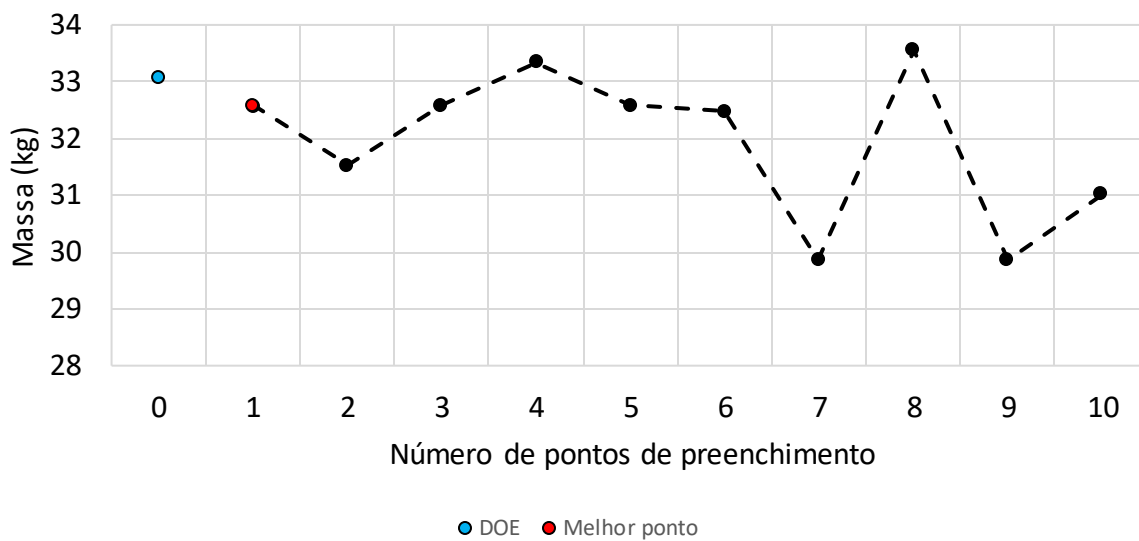
Nesta seção são mostrados os resultados dos dois casos de otimização do Rolo Polimérico. Recordar-se que o primeiro se trata apenas da otimização do modelo padrão do rolo, enquanto o segundo corresponde à otimização de um modelo modificado, de modo a se atingir maiores valores para os fatores de segurança das restrições (tensão máxima e ângulo de desalinhamento dos mancais).

4.3.1 PRIMEIRO CASO DE OTIMIZAÇÃO DO ROLO POLIMÉRICO

Conforme apresentado na metodologia do Capítulo 3, o primeiro caso de otimização solucionado para o Rolo Polimérico é aquele definido pela Equação (21). Em comparação ao Rolo J, as otimizações do Rolo Polimérico levaram mais tempo para serem realizadas pois as análises foram do tipo não-linear devido ao comportamento do material. Foram necessárias aproximadamente 5h50min para execução do primeiro caso de otimização, onde, ao todo, foram demandadas 30 simulações: 20 para definição do DOE e 10 para refino do metamodelo. Assim como ocorreu na otimização do Rolo J, foram utilizados dois tipos de pontos de refino do metamodelo. Das 10 simulações empregadas para isso, 5 se tratam de pontos ótimos encontrados dos metamodelos e as outras 5 utilizaram valores aleatórios para as variáveis, sempre atuando de maneira alternada entre os dois tipos de pontos de refinamento.

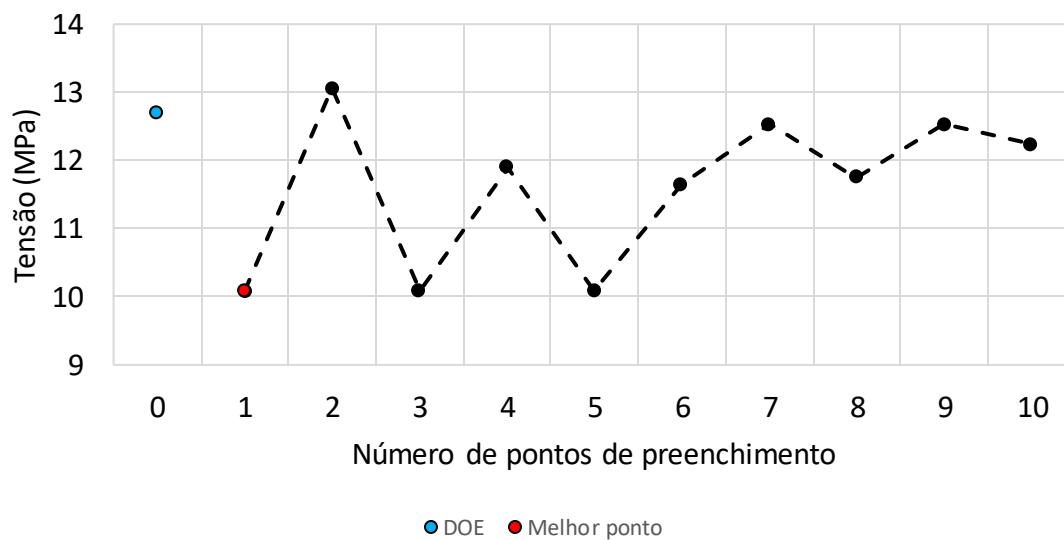
Inicialmente a massa do rolo era de 29,57 kg (desconsiderando elementos de vedação e rolamentos) e, após a otimização, chegou-se a 32,58 kg. A evolução dos valores da massa após as simulações do DOE pode ser observada na Figura 55, lembrando que o ponto azul e o ponto vermelho representam, respectivamente, o melhor ponto do DOE e o melhor ponto encontrado após o processo de otimização. Já os gráficos que descrevem a evolução das restrições de tensão e de ângulo estão apresentados nas Figuras 56 e 57.

Figura 55 – Evolução da massa no processo de otimização do Rolo Polimérico



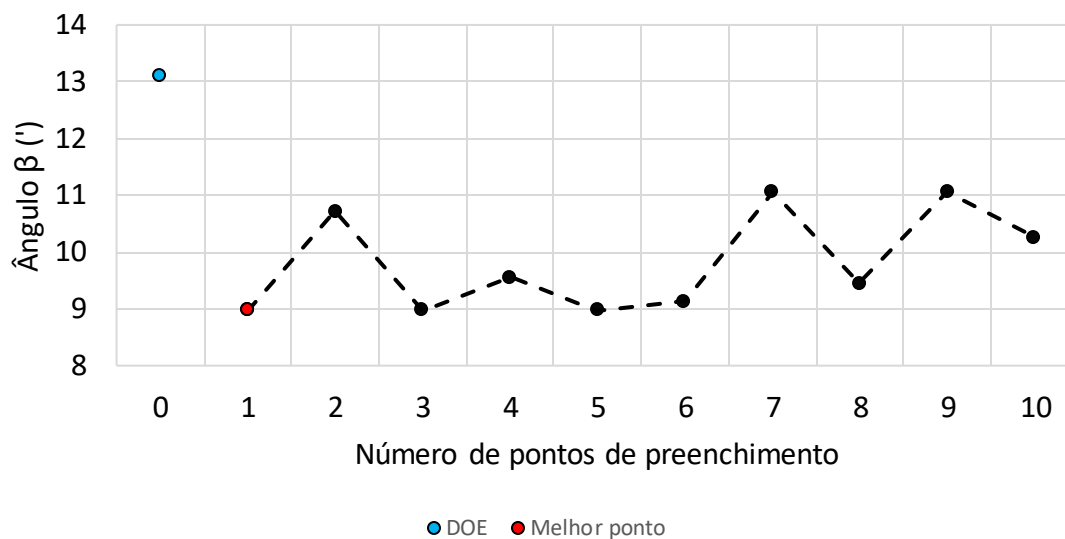
Fonte: Autoria própria

Figura 56 – Evolução da tensão no processo de otimização do Rolo Polimérico



Fonte: Autoria própria

Figura 57 – Evolução do ângulo no processo de otimização do Rolo Polimérico



Fonte: Autoria própria

A comparação das propriedades do rolo em suas versões inicial e final está apresentada na Tabela 12. Houve um aumento de 10,2% da massa do rolo com a realização da otimização, e isso ocorreu devido às modificações em sua geometria para proporcionar maior rigidez e assim respeitar a restrição de ângulo, que era violada na versão inicial do rolo.

Tabela 12 – Resumo dos resultados da otimização do Rolo Polimérico

Propriedade	Projeto inicial	Projeto final	Variação
Massa (kg)	29,57	32,58	+10,20%
D_1 (mm)	142,00	120,00	-15,50%
D_2 (mm)	61,00	61,00	0%
Espessura ($\emptyset_{ext} - D_1$) (mm)	27,60	38,60	+39,90%
S_{VM} (MPa)	12,35	10,08	-18,30%
β (')	11,27	8,96	-20,50%

Fonte: Autoria própria

4.3.2 SEGUNDO CASO DE OTIMIZAÇÃO DO ROLO POLIMÉRICO

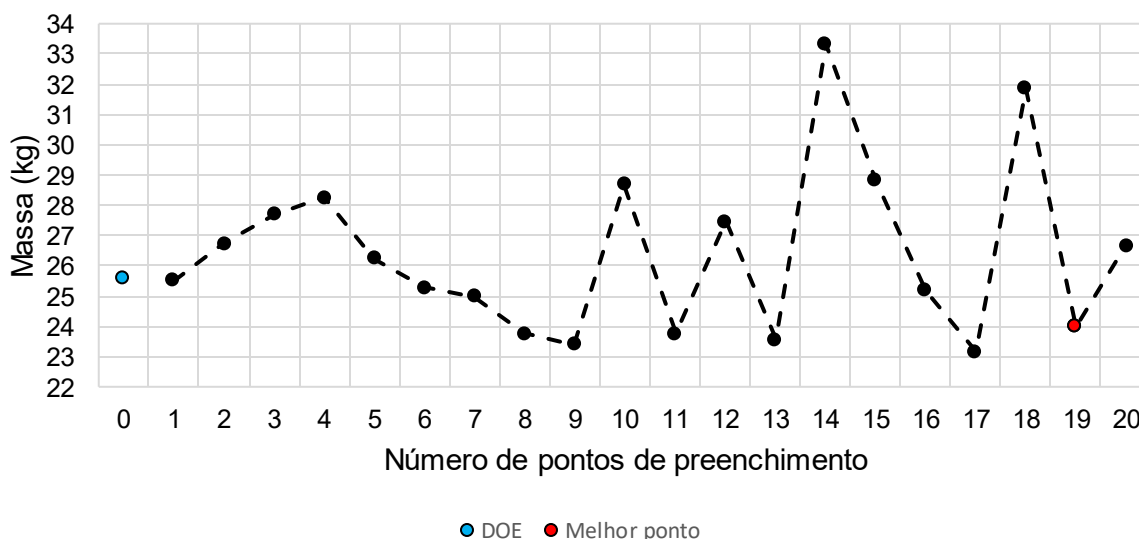
No segundo caso de otimização do Rolo Polimérico, o problema resolvido é aquele apresentado na Equação (22). Em relação ao primeiro caso, foram considerados fatores de segurança de 1,5 sobre as restrições e modificados os limites das variáveis de projeto.

O processo computacional deste caso demandou aproximadamente 7h, utilizando um total de 40 simulações. Dessas 40, 20 destinaram-se ao DOE e as outras 20 ao refinamento e otimização do metamodelo. Vale lembrar que no refinamento foi utilizado o mesmo critério dos demais casos de otimização, ou seja, alternando a simulação de um ponto ótimo em seguida da simulação de um ponto aleatório.

Diferentemente do que ocorreu na otimização anterior do Rolo Polimérico, a massa do rolo otimizado se tornou menor em comparação à geometria inicial, chegando a 23,99 kg, ante os 29,57kg, o que representa uma redução de aproximadamente 19%.

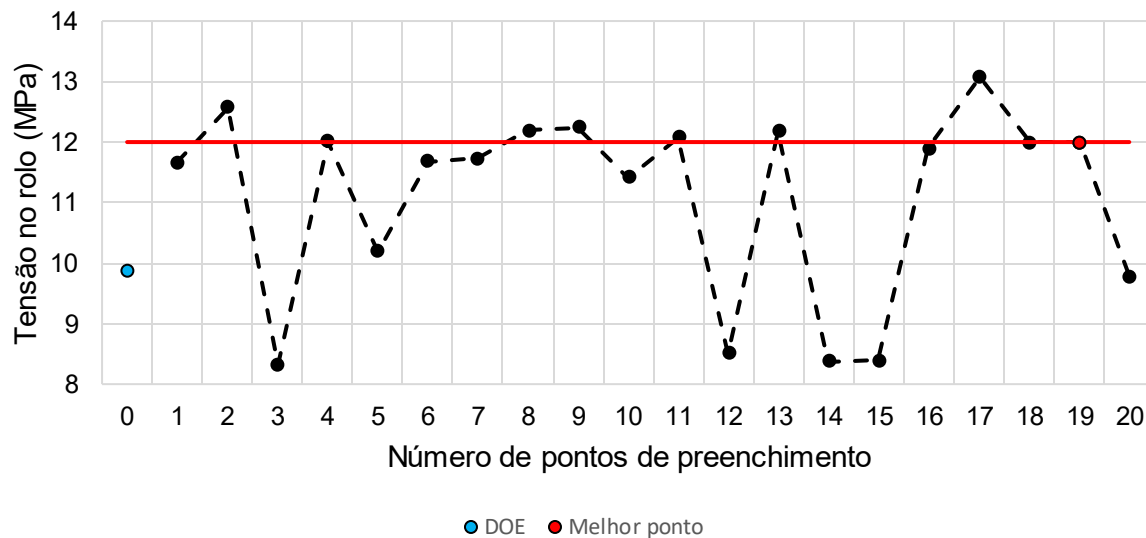
A evolução dos valores da massa após as simulações dos pontos do DOE pode ser observada na Figura 58. Já os gráficos que descrevem as restrições de tensão e de ângulo correspondem às Figuras 59 e 60.

Figura 58 – Evolução da massa do Rolo Polimérico no segundo caso de otimização



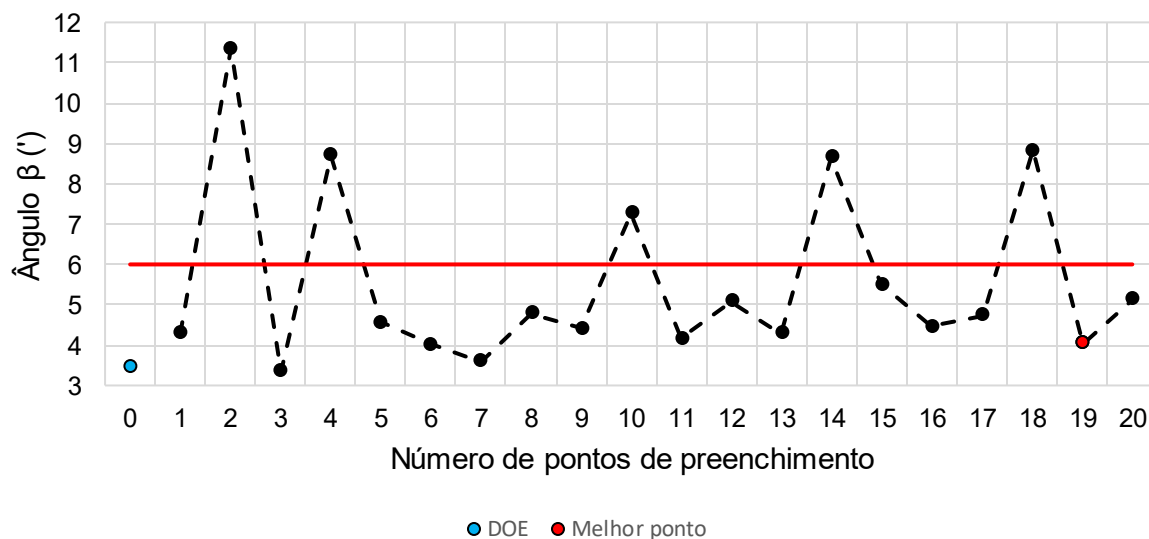
Fonte: Autoria própria

Figura 59 – Evolução da tensão do Rolo Polimérico no segundo caso de otimização. A linha vermelha indica o limite dessa restrição



Fonte: Autoria própria

Figura 60 – Evolução do ângulo do Rolo Polimérico no segundo caso de otimização. A linha vermelha indica o limite dessa restrição



Fonte: Autoria própria

A comparação entre os valores das variáveis e das restrições pode ser feita ao analisar os resultados da Tabela 13. Nela, é possível notar que o componente com maior variação é o do ângulo β por conta da modificação no eixo.

Tabela 13 – Resumo dos resultados do segundo caso da otimização do Rolo Polimérico

Propriedade	Projeto inicial	Projeto final	Variação
Massa (kg)	29,57	23,99	-18,90%
D_1 (mm)	142,00	130,72	-7,90%
D_2 (mm)	61,00	44,00	-27,90%
Espessura ($\emptyset_{ext} - D_1$) (mm)	27,60	33,20	+20,30%
S_{VM} (MPa)	12,35	11,99	-2,90%
β (°)	11,27	4,03	-64,20%

Fonte: Autoria própria

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 CONCLUSÕES GERAIS

O presente trabalho teve como objetivo principal elaborar e aplicar uma metodologia de otimização estrutural paramétrica para minimizar a massa de dois modelos de rolos de esteiras transportadoras de minérios. Tal objetivo foi alcançado, ao reduzir a massa dos dois respectivos modelos de rolo.

O primeiro modelo, nomeado como Rolo J, é constituído, do ponto de vista estrutural, apenas por materiais metálicos. Já no segundo modelo, o componente externo do sistema, que fica em contato com a esteira, assim como o componente fixado aos mancais são fabricados em material polimérico.

Sendo assim, para esse segundo caso, é necessário recorrer a simulações não-lineares para representar o comportamento do material, fato que aumenta significativamente o tempo de otimização. Para contornar essa situação, fez-se uso de metamodelos de base radial para substituir o modelo original, o que diminui significativamente o tempo computacional e agiliza o processo de otimização.

O metamodelo foi construído a partir de respostas de simulações feitas com valores das variáveis de projeto definidos pela técnica de projeto de experimentos denominada hipercubo latino, e, quando finalizado, foi otimizado com o algoritmo GBNM.

Além disso, o metamodelo é refinado iterativamente com o uso de pontos de preenchimento, os quais foram obtidos a partir dos pontos ótimos das versões anteriores do metamodelo e com pontos aleatórios dispersos no domínio do problema.

Inicialmente a metodologia de otimização foi aplicada a funções testes analíticas, cujos pontos de ótimo são conhecidos. Essa etapa teve importância ao avaliar o funcionamento do algoritmo proposto com diferentes pontos de preenchimento e para diferentes funções. Nessas análises, a metodologia demonstrou ser eficiente, o que permitiu a sua aplicação para a otimização dos rolos.

A otimização dos rolos estava condicionada a duas restrições. Portanto, além do problema padrão, para o primeiro modelo de rolo, o Rolo J, foram avaliados outros dois cenários de otimização, dos quais serviram como uma forma de verificar a funcionalidade da metodologia de otimização ao alterar os valores limites de cada uma das duas

restrições. Novamente, o procedimento se mostrou adequado e, com isso, foram gerados resultados satisfatórios promovendo uma redução de 32,3% da massa inicial, com fatores de segurança de 1,44 e 1,75 para a restrição de tensão e para a restrição de ângulo, respectivamente.

A otimização do Rolo Polimérico foi realizada para dois diferentes casos, que faziam uso do mesmo tipo de restrições do problema de otimização do Rolo J, porém com valores diferentes. No primeiro caso, tido como padrão, a metodologia foi aplicada sobre a geometria original do rolo. Enquanto no segundo, a geometria do eixo foi modificada, permitindo uma melhoria significativa dos resultados da otimização e, dessa forma, possibilitando um projeto mais seguro quanto às suas restrições. Essa afirmação é notável ao comparar os dois casos, tendo como referência os valores de 18 MPa e 9' para as restrições de tensão e de ângulo. Para o primeiro caso, a massa do rolo aumentou 10,2%, com fatores de segurança de 1,79 e 1,00 para as respectivas restrições, enquanto que, no segundo caso de otimização, houve uma redução de 18,9% da massa do rolo, com fatores de segurança de 1,50 e 2,23 para as restrições.

Devido à desconsideração das propriedades viscoelásticas nas simulações do processo de otimização, a alternativa recorrida para se analisar tais propriedades foi realizar um segundo tipo de simulação numérica, no qual foi aplicado à versão otimizada do Rolo Polimérico e também à sua versão inicial. Ao comparar os resultados das duas geometrias, percebe-se que na versão otimizada o ângulo final de desalinhamento dos mancais é 43,60% menor em relação ao modelo inicial do rolo. Já para a tensão do tubo houve um aumento, entretanto os valores estão abaixo dos admissíveis, sendo o ângulo, como já esperado, a restrição mais dominante do projeto.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões de trabalhos futuros, em continuidade à presente pesquisa, sugere-se:

- Refinamento do modelo da otimização: levar em conta o contato entre a correia e o tubo ao invés de se utilizar uma carga aplicada; considerar um material do tipo viscoelástico; representar a correia como um material compósito; incluir a rotação do tubo na análise; analisar com cargas dinâmicas alternadas.

- Utilizar dados das propriedades mecânicas de rolos que foram utilizados em campo, e assim analisar de forma mais realística os efeitos de envelhecimento do material.
- Analisar rolos de diferentes geometrias e materiais;
- Combinar a estratégia de otimização paramétrica aqui apresentada com otimização topológica, de forma a se obter maiores reduções de massa.

REFERÊNCIAS

- ABNT, NBR 6678:2017 - **Transportadores contínuos - Transportadores de correias - Rolos - Projeto, seleção e padronização**, Máquinas e Equipamentos Mecânicos, 2017.
- ARORA, J. **Introduction to optimum design**. 3. ed. San Diego: Academic Press, 2012.
- ANSYS Academic Research Mechanical, Release 19.2, Help System, 2019.
- BENDSOE, M. P.; SIGMUND, O. **Topology optimization: theory, methods, and applications**. Springer Science & Business Media, 2004.
- BERTO, F.; CAMPAGNOLO, A.; CHEBAT, F.; CINCERA, M.; SANTINI, M. Fatigue strength of steel rollers with failure occurring at the weld root based on the local strain energy values: modelling and fatigue assessment. **International Journal of Fatigue**, v. 82, p. 643-657, 2016.
- CALLISTER JR, W. D. **Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução**, 5ª Edição. Rio de Janeiro: LTC, 2002.
- CANEVAROLO JR, S. V. **Ciência dos polímeros**. Artiliber editora, São Paulo, 2002.
- CARRASCO, F.; PAGÈS, P.; PASCUAL, S.; COLOM, X. Artificial aging of high-density polyethylene by ultraviolet irradiation. **European polymer journal**, v. 37, n. 7, p. 1457-1464, 2001.
- CHENG, J. J.; POLAK, M. A.; PENLIDIS, A. An alternative approach to estimating parameters in creep models of high-density polyethylene. **Polymer Engineering and Science**, p. 1227–1235, 2010.
- CHRISTENSEN, P. W; KLARBRING, A. **An Introduction to Structural Optimization**. Springer Science & Business Media, 1 ed, 2008.
- COOK, R. D.; MALKUS, R. D.; PLESHA, M. E.; WITT, R. J. **Concepts and Application of Finite Element Analysis**. John Wiley & Sons, 2002.

Correias Transportadoras para Mineração. **Viga**, 2020. Disponível em: <https://viga.ind.br/corrierias_transportadoras_mineracao/>. Acesso em: 30 de novembro de 2020.

DEB, K.; GULATI, S. Design of truss-structures for minimum weight using genetic algorithms. **Finite Element in Analysis and Design**, v. 37, p. 447-465, 2001.

DE PAOLI, M. A. **Degradação e Estabilização de Polímeros**. 2 ed. Chemkeys, 2008.

FERNANDES, J. T. **Otimização Estrutural de Materiais Compostos Laminados Usando Superfície de Resposta e Algoritmos Genéticos**. Dissertação de mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

FORRESTER, A. I.J.; SÓBESTER, A.; KEANE, A. J. **Engineering design via surrogate modelling: a practical guide**. 1 ed., Pondicherry, India: John Wiley & Sons, 2008.

FREITAS, R. **Caracterização Física e Mecânica de Tubulações de Polietileno de Alta Densidade - PEAD**. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2018.

GARGIULO, E. P. A simple way to estimate bearing stiffness. **Tech Briefs**, 1980.

GUERMAZI, N.; ELLEUCH, K.; AYEDI, H. F. The effect of time and aging temperature on structural and mechanical properties of pipeline coating. **Materials & Design**, v. 30, n. 6, p. 2006-2010, 2009.

HUSSAIN, M. F.; BARTON, R. R.; JOSHI, S. B. Metamodeling: radial basis functions, versus polynomials. **European Journal of Operational Research**, v. 138, n. 1, p. 142-154, 2002.

HUTTON, D. V. **Fundamentals of Finite Element Analysis**, McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2003.

JIN, R.; CHEN, W.; SIMPSON, T. W. Comparative studies of metamodelling techniques under multiple modelling criteria. **Structural and multidisciplinary optimization**, v. 23, n. 1, p. 1-13, 2001.

JOHNSON, K. L. **Contact mechanics**. 1ª ed, Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

KOUKETSU, F. **Influência da Umidade e da Radiação UV na Resistência ao Riscamento de Polietilenos para Rolos de Carga de Transportadores de Correia**. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2021.

KUHL, A. **Uma formulação viscoelastoplástica não linear aplicada ao polietileno de alta densidade (PEAD)**. Dissertação de mestrado. Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2014.

LANHI, S. **Otimização de Materiais Periódicos Trelaçados via Método de Homogeneização NIAH e Metamodelo de Kriging**. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

LUERSEN, M. A.; LE RICHE, R.; GUYON, F. A constrained, globalized, and bounded Nelder-Mead method for engineering optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 27, p. 43-54, 2004.

MACK, Y.; GOEL, T.; SHYY, W.; HAFKA, R. Surrogate model-based optimization framework: a case study in aerospace design. –in. **Evolutionary Computation in Dynamic and Uncertain Environments**. p. 323–342, 2007.

MATHEWS, J. H.; FINK, K. D. **Numerical methods using MATLAB**. Vol. 4. Upper Saddle River, NJ: Pearson prentice hall, 2004.

MESSAC, A. **Optimization in Practice with MATLAB for Engineering Students and Professionals**. New York: Cambridge University Press, 2015.

MORRIS, M. D.; MITCHELL, T. J. Exploratory designs for computational experiments. **Journal of statistical planning and inference**, v. 43, n. 3, p. 381–402, 1995.

MUELLER, J. **User guide for modularized surrogate model toolbox**. Department of Mathematics, Tampere University of Technology, Tampere, Finland, 2012.

NELDER, J.A.; MEAD, R. A simplex for function minimization. **Computer Journal**, v. 7, p. 308–313, 1965.

OHSAKI M. **Optimization of finite dimensional structures**, CRC Press, 1ª Ed., 2010.

PACHECO, J. E. L.; BAVASTRI, C. A.; PEREIRA, J. T. Viscoelastic relaxation modulus characterization using Prony series. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 12, n. 2, p. 420-445, 2015.

PAWAR, J.; DATE, D. D.; SATAV, P. Design and optimization of roller in belt conveyor system for weight reduction. **International Journal of Mechanical and Production Engineering**, v. 2, n. 8, p. 34-37, 2014.

PINA, A. A; **Metodologias de Análise, Síntese e Otimização de Sistemas para Produção de Petróleo Offshore Através de Metamodelos e Enxame de Partículas**. Tese de Doutorado - COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2010.

RAO, S. S. **Engineering Optimization: Theory and Practice**, John Wiley & Sons, 2 Ed. New Jersey, 2009.

RAO, S. S. **The finite element method in engineering**. Butterworth-heinemann, 5ª Ed. 2017.

RODRIGUES, M. T. **Otimização ao Impacto de Estruturas do Tipo Honeycomb via Funções de Base Radial**. 99 f. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

SIENGCHIN, S.; RUNGSARDTHONG, V. HDPE reinforced with nanoparticle, natural and animal fibers: Morphology, thermal, mechanical, stress relaxation, water absorption and impact properties. **Journal of Thermoplastic Composite Materials**, v. 26, n. 8, p. 1025-1040, 2013.

SHINDE, S. M.; PATIL, R. B. Optimization Technique Used for the Roller Conveyor System for Weight Reduction. **International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)**, v. 1, 2010.

SMITH, A. E.; COIT, D. W. Constraint handling techniques - Penalty functions. In: Thomas Bäck, David B. Fogel, and Zbigniew Michalewicz. (Org.). **Handbook of evolutionary computation**. 1^a Ed. Oxford University Press, 1997, v. 97, C5.2.

WANG, G.; SHAN, S. Review of metamodeling techniques in support of engineering design optimization. **Journal of Mechanical Design**, v. 129, n. 4, p. 370-380, 2007.

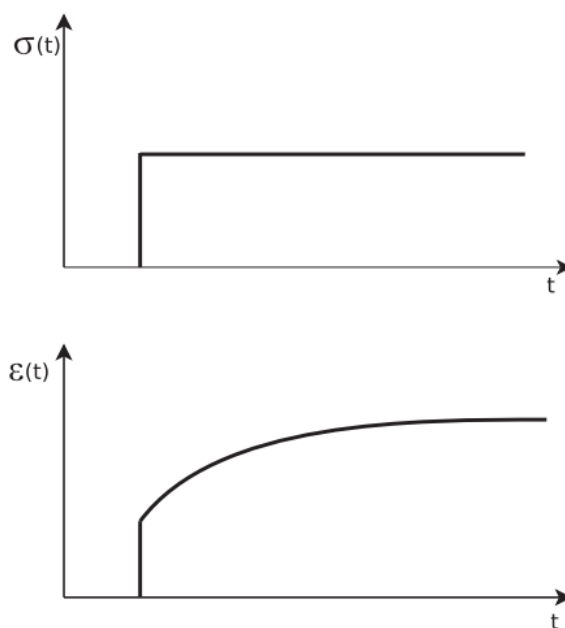
WARD, I. M.; SWEENEY, John. **Mechanical properties of solid polymers**. John Wiley & Sons, 2012.

ZHAO, B.; ZHANG, S.; SUN, C.; GUO, J.; Yu, Y. X.; Xu, T. Aging Behaviour and Properties Evaluation of High-Density Poly-ethylene (HDPE) in Heating-Oxygen Environment, **IOP Conference Series Materials Science and Engineering**, v.369, p. 12021, 2018.

APÊNDICE A - ALGUNS CONCEITOS SOBRE COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO DE POLÍMEROS

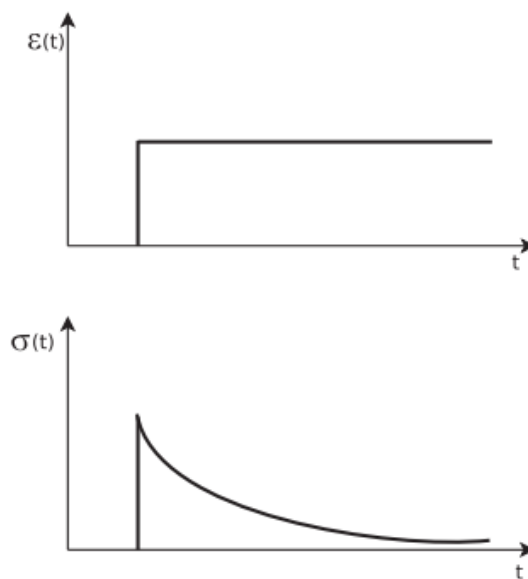
De modo a auxiliar a compreensão do leitor sobre o assunto, o objetivo deste apêndice é apresentar conceitos básicos sobre o comportamento mecânico de polímeros, sem muito aprofundamento.

Os polímeros apresentam o fenômeno da viscoelasticidade que, de acordo com Kuhl (2014), trata-se de uma propriedade que combina o comportamento viscoso, típico de fluidos, e o comportamento elástico, típico de sólidos. No comportamento elástico, ao aplicar uma tensão, o material se deforma e, ao retirar essa tensão, o material retorna o mesmo tanto que foi deformado. Para um material viscoso, a deformação depende do tempo em que a tensão é aplicada e, ao retirar a tensão, o material não retorna essa deformação. O comportamento puramente elástico-linear, onde a tensão é proporcional à deformação, costuma ser observado em polímeros quando a carga é aplicada durante pouco tempo (CHENG et al. 2010) ou, de acordo com Ward e Sweeney (2012), quando o polímero opera em baixas deformações. Com exceção dessas situações, ao aplicar cargas durante um longo período de tempo, o comportamento viscoelástico dos polímeros é predominante. Partindo dessas observações, Canevarolo JR (2012) afirma que para o estudo de polímeros, são requeridos ensaios de curta e longa duração, devido à grande dependência que esses materiais têm com relação à escala de tempo de solicitação, visto que esta tem relação direta à maneira como o polímero se comporta. Como consequência disso, para os polímeros são evidenciados dois fenômenos: a fluência e a relaxação. A fluência, com base em Cheng et al. (2010), é a tendência do material se deformar permanentemente ao longo do tempo à medida que uma carga constante é aplicada. Esse comportamento pode ser observado na Figura 61.

Figura 61 – Comportamento genérico da deformação (ε) devido à fluência

Fonte: (KUHL, 2014)

No caso da relaxação, essa ocorre quando a tensão reduz com o tempo de modo a manter a deformação constante. A Figura 62 ilustra o comportamento desse fenômeno.

Figura 62 – Comportamento genérico da tensão (σ) devido à relaxação

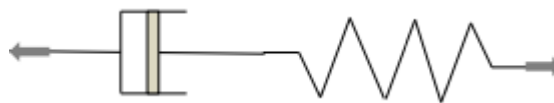
Fonte: (KUHL, 2014)

A representação analítica desses comportamentos (elástico e viscoso), de forma simplificada, pode ser definida através de elementos de mola e amortecedor, respectivamente. A mola corresponde ao comportamento descrito por Hooke, onde a deformação sofrida é proporcional à tensão aplicada, e a rigidez equivale ao módulo de elasticidade do material. Enquanto isso, o amortecedor segue o comportamento Newtoniano, ou seja, a tensão é diretamente proporcional à variação da deformação com relação ao tempo (CANEVAROLO JR, 2002).

De modo a representar o comportamento do polímero, são apresentados diferentes arranjos na literatura. Dois modelos simples que são utilizados para uma primeira abordagem de aproximação, costumam ser: o modelo de Maxwell e o modelo de Kelvin ou Voigt.

No modelo de Maxwell, o conjunto de mola e amortecedor está associado em série, como mostra a Figura 63.

Figura 63 – Associação de mola e amortecedor do modelo de Maxwell



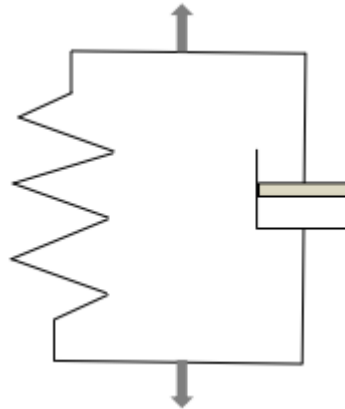
Fonte: Navarro (2017)

A tensão nesse sistema é a mesma em cada um dos dois elementos, porém a deformação total é equivalente ao somatório das deformações em cada elemento. A tensão inicial obtida com esse modelo é máxima e, com o tempo, tende a decair exponencialmente.

Sobre esse modelo, Ward e Sweeney (2012) afirmam que a relaxação geralmente não pode ser representada por uma exponencial simples, sendo que esta não irá decair necessariamente a zero em um tempo infinito, porém, mesmo não garantindo uma elevada acurácia ao que se observa na prática com o polímero, Canevarolo JR (2002) afirma que este é um modelo conveniente para representar um ensaio de relaxação de tensão.

No modelo Kelvin ou Voigt, diferentemente do Modelo Maxwell, o conjunto de mola e amortecedor está associado em paralelo, como mostra a Figura 64.

Figura 64 – Associação de mola e amortecedor do modelo Kelvin ou Voigt



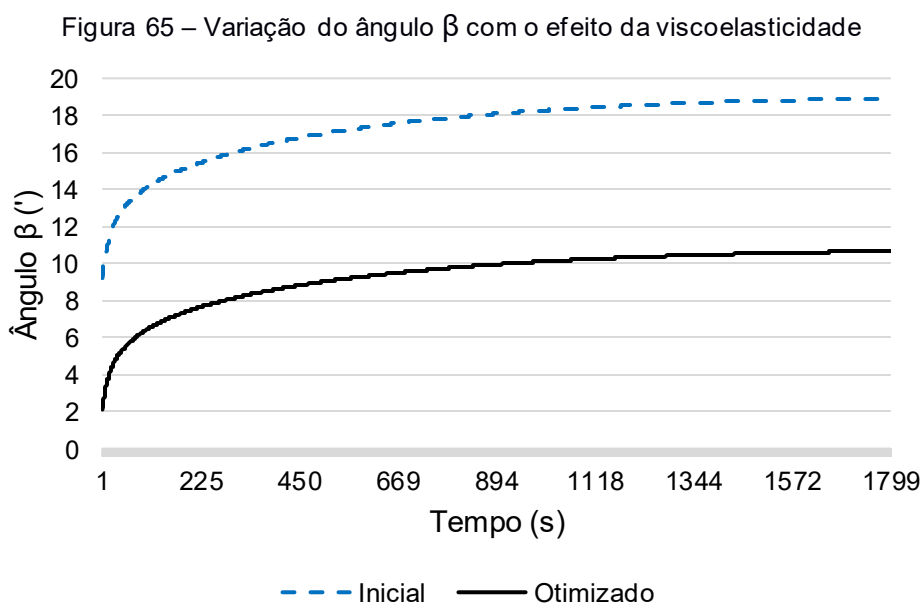
Fonte: Navarro (2017)

Nesse sistema, a tensão total é equivalente ao somatório das tensões individuais atuantes na mola e no amortecedor, e a deformação é a mesma para cada um dos dois elementos.

Ward e Sweeney (2012) afirmam que o modelo de Kelvin-Voigt é incapaz de descrever o comportamento de relaxação, entretanto, para Canevarolo JR (2002) este modelo é conveniente para representar o fenômeno da fluência. Visto que se tratam de técnicas de aproximação com métodos analíticos, como forma de melhorar a acurácia, comumente na literatura são encontrados exemplos com combinações desses dois modelos.

APÊNDICE B - SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ROLO POLIMÉRICO CONSIDERANDO A VISCOELASTICIDADE

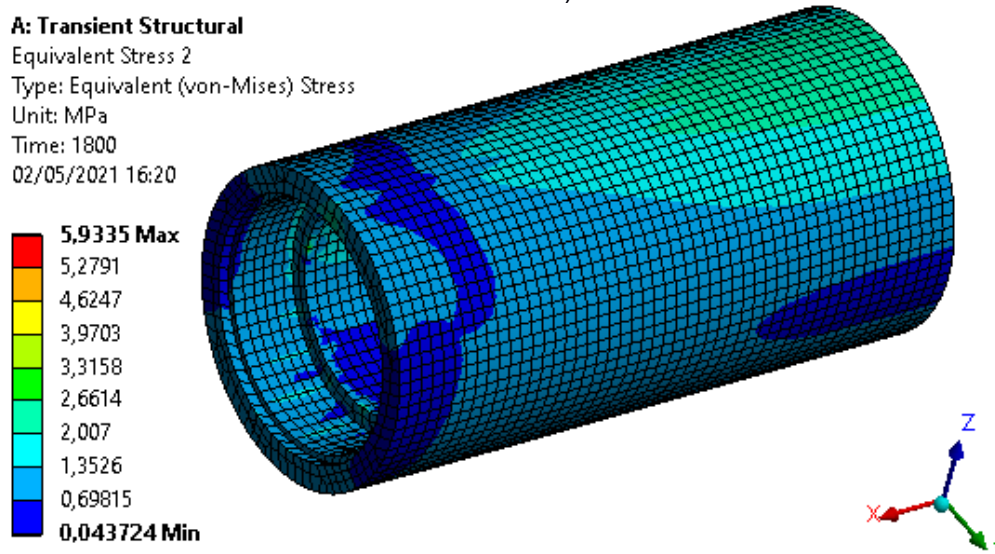
Como comentado na seção 3.2.1, após a otimização do Rolo Polimérico foi realizada uma simulação transitória para verificar a variação dos valores de suas restrições (ângulo de desalinhamento e tensão máxima) com o tempo. Esse tipo de simulação foi realizado com a geometria inicial do rolo e também com a geometria do segundo caso de otimização, a qual possui alterações significativas em suas dimensões. Dessa forma foi possível comparar os dois resultados. Vale lembrar que nessa simulação não foi considerado o movimento de rotação do tubo e, portanto, a carga se manteve constantemente aplicada em apenas uma região durante um período de 30 minutos. Como os dados do material para essa simulação foram retirados de uma referência diferente das análises do processo de otimização, foi coerente comparar o comportamento do rolo com e sem o efeito da viscoelasticidade utilizando os dados provenientes de Siengchin e Rungsardthong (2013) (cf. Figura 32). Sendo assim, com relação ao ângulo β , para o modelo otimizado, o seu valor foi alterado de 2,10' para 10,67' ao atribuir a viscoelasticidade. No caso do modelo inicial do rolo, esse ângulo mudou de 9,21' para 18,92'. A evolução do valor do ângulo β de cada um dos dois modelos ao longo do tempo pode ser vista na Figura 65.



Fonte: Autoria própria

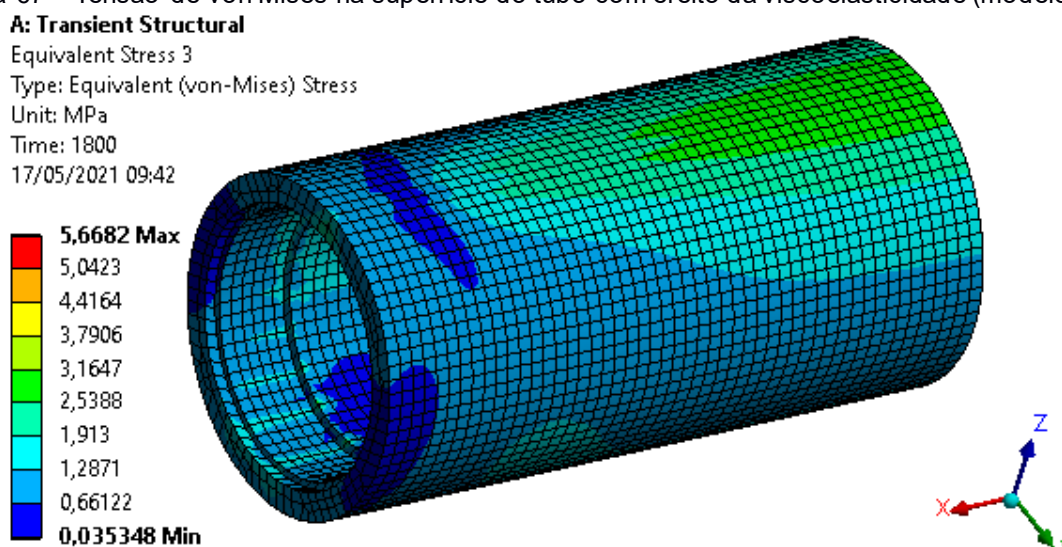
Já para os valores da tensão máxima de von Mises, as variações foram menores. Para o modelo otimizado, representado na Figura 66, a tensão no tubo passou de 4,99 MPa para 5,94 MPa. No caso do modelo inicial do rolo, sem otimização, esse valor passou de 5,07 MPa para 5,67 MPa, como mostra na Figura 67.

Figura 66 – Tensão de von Mises na superfície do tubo com efeito da viscoelasticidade (modelo otimizado)



Fonte: Autoria própria

Figura 67 – Tensão de von Mises na superfície do tubo com efeito da viscoelasticidade (modelo inicial)



Fonte: Autoria própria

No modelo otimizado do rolo, a tensão máxima de von Mises na região da caneca ficou na faixa dos valores da tensão de escoamento do material, como mostra na Tabela 2. Porém, esse resultado foi desconsiderado devido à possibilidade de existirem concentrações de tensões fictícias condicionadas ao refinamento da malha. Sendo assim, entende-se que o ângulo de desalinhamento dos rolamentos é o fator de maior relevância nas análises.

Por se tratar de análises do tipo transitória e com comportamento do material mais complexo que o elástico-linear, o tempo computacional decorrido para a realização da simulação do rolo otimizado foi em torno de 25h13min, enquanto para o rolo em sua versão inicial, esse valor foi de 25h22min. Com isso, é possível compreender que se torna inviável utilizar esse tipo de análise durante a otimização, uma vez que são necessárias inúmeras simulações.