

# ppgmat

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

**FLÁVIA MARIA GONÇALVES**

**ASPECTOS DE COLABORAÇÃO ENTRE PROFESSORES QUE ENSINAM  
MATEMÁTICA DURANTE O PLANEJAMENTO DE UMA AULA**

LONDRINA

2021

FLÁVIA MARIA GONÇALVES

**ASPECTOS DE COLABORAÇÃO ENTRE PROFESSORES QUE ENSINAM  
MATEMÁTICA DURANTE O PLANEJAMENTO DE UMA AULA**

**ASPECTS OF COLLABORATION BETWEEN TEACHERS WHO TEACH  
MATHEMATICS WHEN PLANNING A CLASS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Henrique Rizek Elias

LONDRINA

2021



4.0 Internacional

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



---

FLAVIA MARIA GONCALVES

**ASPECTOS DE COLABORAÇÃO ENTRE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA DURANTE O PLANEJAMENTO DE UMA AULA**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 20 de Maio de 2021

Prof Henrique Rizek Elias, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Bruno Rodrigo Teixeira, Doutorado - Universidade Estadual de Londrina (UEL)

Prof.a Marcele Tavares, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 20/05/2021.

Ao meu esposo, Elias, aos meus filhos,  
Luiz Gustavo e Laís, e à minha mãe, Eva, que sempre  
estiveram comigo durante minha caminhada,  
compreendendo minha ausência  
em alguns momentos.

## AGRADECIMENTOS

A todos que, de alguma forma, me ajudaram e tornaram possível a realização desta dissertação. Ao Professor Doutor Henrique Rizek Elias, por ter acreditado na minha capacidade, pelas orientações que foram valiosas, pelas suas críticas construtivas e apoio, que me guiaram ao longo deste processo.

À Silmara, minha companheira de mestrado, que sempre esteve disponível quando precisei.

Aos Professores *Marcele Tavares Mendes* e *Bruno Rodrigo Teixeira*, que gentilmente aceitaram participar da Banca Examinadora, cujas sugestões, recomendações e críticas foram fundamentais na realização deste estudo.

A todos os Professores do PPGMAT, Línlya, Zenaide, Jader, André, Andresa e Eliane, que contribuíram para o meu desenvolvimento profissional.

A minha família, pela compreensão, dedicação e carinho com que sempre acompanharam minha trajetória; em especial à minha mãe, que sempre esteve torcendo por mim.

Aos meus amores, *Elias*, *Luiz Gustavo* e *Lais*, pela paciência e cumplicidade ao longo desse trajeto.

A mim, que nunca desisti de buscar conhecimento.

*Ao professor devem-se oferecer oportunidades para reconsiderar suas práticas e examinar outras, bem como aprender mais sobre os conteúdos que ensinam e sobre os alunos a quem ensinam.*

*(BALL, COHEN, 1999 – tradução livre)*

GONÇALVES, Flávia Maria. **Aspectos de colaboração entre professores que ensinam Matemática durante o planejamento de uma aula.** 2021. 158 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

## RESUMO

O presente relatório de pesquisa foi desenvolvido em um projeto de formação continuada em Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Londrina, destinado a professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ao longo do ano de 2019, foram oito encontros presenciais envolvendo professores formadores, professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental e estudantes de mestrado. O processo formativo *Formação Continuada em Matemática para Docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental* buscou desenvolver um trabalho colaborativo na perspectiva do Estudo de Aula. Foram realizados dois ciclos de Estudo de Aula, sendo cada ciclo composto pelo planejamento de uma aula, desenvolvimento dessa aula por uma das professoras participantes do grupo e, por fim, pela análise conjunta da aula. A metodologia de investigação é qualitativa e interpretativa, com observação participante no processo formativo e no planejamento coletivo de uma aula. Nesse contexto, a pesquisa teve como objetivos analisar aspectos de trabalho colaborativo manifestados durante um encontro de planejamento coletivo de uma aula, em um processo formativo com professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e identificar que componentes do processo formativo possivelmente favoreceram a manifestação desses aspectos de trabalho colaborativo. Com base em referenciais teóricos que caracterizam o trabalho colaborativo, as análises foram realizadas considerando os seguintes aspectos da colaboração: *negociação, diálogo, divergência de ideias, confiança, partilha de experiências, reflexão e mutualidade*. Os dados da pesquisa foram produzidos a partir de produções escritas das professoras participantes e gravações em áudio e em vídeo do quarto encontro presencial do processo formativo, um encontro destinado ao planejamento coletivo de uma aula. Nesse dia, estavam presentes dois professores formadores, dez professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental e duas estudantes de mestrado. As análises foram divididas em cinco episódios considerados relevantes por indicarem manifestações dos aspectos da colaboração. Todos os aspectos mencionados emergiram nas análises, sendo predominante o *diálogo*, que permeou todos os episódios analisados. A *partilha de experiência* foi percebida em menor intensidade. Com relação aos componentes do processo formativo, as análises apontam a tarefa matemática, as intervenções dos professores formadores, a participação ativa de algumas professoras e a abordagem de ensino adotada como aquelas que favoreceram a manifestação desses aspectos de trabalho colaborativo. As conclusões indicam que o planejamento de aula é um momento propício para o trabalho colaborativo e que pode trazer benefícios tanto para o desenvolvimento profissional do professor que desenvolverá a aula como para os demais que participam desse momento.

**Palavras-chave:** Professores que Ensinam Matemática; Aspectos de colaboração; Desenvolvimento profissional; Planejamento coletivo de uma aula; Estudo de Aula.

GONÇALVES, Flávia Maria. **Aspects of collaboration between teachers who teach mathematics when planning a class.** 2021. 158 p. Dissertation (Master's degree in Mathematics Education) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

## ABSTRACT

This research report was developed in a project of continuing education in Mathematics, of the Federal Technological University of Paraná (UTFPR) - Londrina, aimed at teachers from the early years of elementary school. Throughout 2019, there were eight face-to-face meetings involving teacher trainers, teachers from the early years of elementary school and master's students. The formative process Continuing Education in Mathematics for Teachers of the Early Years of Elementary School sought to develop a collaborative work from the perspective of Lesson Study. Two classes of Lesson Study were performed, each cycle consisting of the planning of a lesson, development of this lesson by one of the teachers participating in the group and, finally, by the joint analysis of the lesson. The research methodology is qualitative and interpretative, with participant observation in the formative process and in the collective planning of a lesson. In this context, the research aimed to analyze aspects of collaborative work manifested during a collective planning meeting of a lesson, in a formative process with teachers who teach Mathematics in the early years of elementary school, and to identify which components of the formative process possibly favored the manifestation of these aspects of collaborative work. Based on theoretical references that characterize collaborative work, the analyses were performed considering the following aspects of collaboration: negotiation, dialogue, divergence of ideas, trust, sharing of experiences, reflection and mutuality. The research data were produced from written productions of the participating teachers and audio and video recordings of the fourth face-to-face meeting of the formative process, a meeting aimed at the collective planning of a lesson. On that day, two teacher-trainers were present, ten teachers from the early years of elementary school and two master's students. The analyses were divided into five episodes considered relevant because they indicated manifestations of the aspects of the collaboration. All aspects mentioned emerged in the analyses, and dialogue was predominant, which permeated all episodes analyzed. The sharing of experience was perceived in lower intensity. Regarding the components of the formative process, the analyses point to the mathematical task, the interventions of the training teachers, the active participation of some teachers and the teaching approach adopted as those that favored the manifestation of these aspects of collaborative work. The conclusions indicate that lesson planning is a propitious time for collaborative work and that it can bring benefits both to the professional development of the teacher who will develop the lesson and to the other who participate in this moment.

**Keywords:** Teachers who teach Mathematics; Aspects of collaboration; Professional Development; Planning a lesson collectively; Lesson Study.



## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> – Adaptação das diferentes representações de frações equivalentes feitas pelas professoras .....	59
<b>Figura 2</b> – Ideias de resolução da tarefa do basquete .....	78

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b> – Ações desenvolvidas na formação continuada em 2019.....	44
<b>Quadro 2</b> – Tarefa da Malha quadriculada.....	50
<b>Quadro 3</b> – Tarefa dos Arremessos de Basquete.....	50
<b>Quadro 4</b> – Cinco práticas para orquestrar produtivamente as discussões matemáticas .....	51
<b>Quadro 5</b> – Aspectos que evidenciam o trabalho colaborativo.....	53
<b>Quadro 6</b> – Tarefa da Malha Quadriculada.....	58
<b>Quadro 7</b> – Tarefa dos Arremessos de Basquete.....	64
<b>Quadro 8</b> – Tarefa reformulada: o Festival da Matemática .....	73
<b>Quadro 9</b> – As 10 formas de pensar a <i>Tarefa dos Arremessos de Basquete</i> apresentadas na plenária .....	78
<b>Quadro 10</b> – Síntese dos aspectos da colaboração manifestados no quarto encontro.....	87

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>11</b>
<b>1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>21</b>
1.1 Contextos da formação de professores no Brasil .....	22
1.2 Formação de professores que ensinam Matemática .....	26
1.3 Trabalho colaborativo.....	29
<b>2. METODOLOGIA DA PESQUISA.....</b>	<b>37</b>
2.1 Contexto da pesquisa .....	38
2.2 Procedimentos metodológicos.....	52
<b>3. ANÁLISE DOS DADOS .....</b>	<b>56</b>
3.1 <i>Episódio 1: a Tarefa da Malha Quadriculada</i> .....	57
3.2 <i>Episódio 2: as oportunidades de arremessos no treino de basquete</i> .....	64
3.3 <i>Episódio 3: o enunciado da tarefa matemática</i> .....	70
3.4 <i>Episódio 4: o empate entre Henrique e Tomé</i> .....	73
3.5 <i>Episódio 5: o sequenciamento das resoluções</i> .....	77
<b>4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>85</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>93</b>
<b>ANEXO A – FICHA DE AVALIAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL.....</b>	<b>100</b>
<b>APÊNDICE A – QUARTO ENCONTRO PRESENCIAL .....</b>	<b>104</b>
<b>APÊNDICE B – PRODUTO EDUCACIONAL.....</b>	<b>107</b>

## INTRODUÇÃO

Esta pesquisa vem da intenção de compreender, buscar, indagar e, se possível, constatar de que forma o professor que ensina Matemática, e aqui me incluo, desenvolve-se profissionalmente quando experiencia, em um processo formativo, alguns aspectos de trabalho colaborativo. Entendo que a profissão do professor traz algumas implicações e complexidades devido aos desafios inerentes ao exercício da docência, exigindo que estejamos em constante formação. A inspiração para essa intenção está em Freire (1996, p. 32) que afirma: “enquanto ensino continuo buscando...ensino porque busco, porque indago e me indago”. Assim, continuamente me indago e me educo, vivo o processo *continuum* de aprender e aprender.

A vontade de estar constantemente aprendendo tem origem em minha trajetória de formação para me tornar professora, mas, muito antes de me qualificar, já praticava a profissão de professora. Minha sala de aula era o quintal da minha casa, o quadro de giz foram as paredes de madeira da casa da minha família e o giz, um pedaço de carvão. Não posso esquecer dos meus alunos, que eram minhas irmãs e amigos vizinhos. Eu me encontrava nesse ambiente, e a Matemática sempre foi a disciplina preferida.

Com a chegada da transição do Ensino Fundamental (antigo Primeiro Grau) para o Ensino Médio, que, na época, era nominado ensino de Segundo Grau, finalmente teria a oportunidade de me tornar professora. Pude ingressar no Curso de Formação Docente em Nível Médio na modalidade Normal<sup>1</sup> e, já no primeiro ano, tive mais certeza do que eu queria. As aulas de Matemática me encantavam, pois eu enxergava a perfeição nos números, mas também via o temor a essa disciplina nos olhos dos colegas de classe. A aula de Didática da Matemática era lecionada pela professora Dulcides (*in memoriam*), minha inspiração. Ela e os demais professores que tive no período de formação me apresentaram teorias e teóricos da educação - Guy Brousseau, Lev Vygotsky, Jean Piaget, Paulo Freire e tantos outros - necessários para que pudesse me aprofundar na relação entre conteúdo e ensino, entender como os alunos concebem conhecimentos e os métodos de ensino. Terminando o último ano do Magistério, além de ser alfabetizadora, decidi que seria professora de Matemática e fui cursar Licenciatura em

---

<sup>1</sup> O Curso de Formação Docente em Nível Médio na modalidade Normal era conhecido como Magistério e ainda hoje é oferecido em escolas do Estado do Paraná. O Curso de Formação Docente é direcionado para quem concluiu o Ensino Fundamental (ou equivalente), tem duração de quatro anos (com disciplinas do Ensino Médio regular e disciplinas específicas) e habilita para dar aulas na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental. Por costume, vou utilizar o termo Magistério para me referir ao Curso de Formação Docente em Nível Médio.

Matemática em uma universidade pública. Foi quando percebi que meu conhecimento matemático, desenvolvido ao longo de todo o meu percurso no Ensino Fundamental e Médio, não era suficiente para ensinar Matemática. Eu tinha que estudar muito. Não foi fácil, mas terminei o curso de Licenciatura em Matemática.

Ainda na graduação, realizei outro sonho, ser mãe. Tive dois filhos em um período de dois anos, o que, em nenhum momento, interferiu nos meus estudos. Foram desafios que consegui conciliar.

Comecei a lecionar “como professora substituta” quando estava cursando o quarto ano de graduação. Foi uma experiência marcante, pois estava me constituindo professora que ensina Matemática. Alguns anos depois, passei no concurso municipal e fui lecionar nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ali eu não era somente a professora que ensinava Matemática, mas aquela que também ensinava Geografia, História, Português, Ciências. Nesse período, concomitante aos anos iniciais, tive oportunidades de lecionar, novamente como professora substituta, Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. A experiência de estar nos três ciclos de aprendizagem mostrou-me o quanto ainda precisava buscar conhecimentos que norteassem a minha prática, entendendo a necessidade de estar preparada para atender os diferentes contextos nos quais estava inserida.

A partir de 2009 passei a fazer parte do Quadro Próprio do Magistério<sup>2</sup>. Sempre busquei dar o meu melhor no ensino da Matemática, mas percebia o quanto os alunos demonstravam medo dessa disciplina. Carregava comigo o receio de que o desinteresse dos alunos pela disciplina pudesse crescer, talvez pela forma como ela era ensinada ou, até mesmo, por uma possível aversão trazida pelos alunos. Eu sabia que algo deveria ser feito. Em todo o meu percurso de ensinar e aprender, buscava nos programas de formação continuada de professores o aperfeiçoamento do meu conhecimento para poder melhor ensinar os alunos.

A princípio fui entender o termo “aperfeiçoamento” e compreendi que significava *tornar-se perfeito* ou *próximo do perfeito*. Perfeita, estou longe de ser, mas chegar próximo, quem sabe!, e o que me move é atender meus alunos com excelência. Para isso, fui em busca desse aperfeiçoamento. Os programas de formação que tive a oportunidade de experienciar, muitas vezes, eram entendidos por mim como “pacotes de treinamento”, pois tinham uma concepção de formação continuada que empregava apenas treinos de destrezas e técnicas. No entanto, o que eu buscava era mais do que treinar, mas também não sabia ao certo que tipo de formação

---

<sup>2</sup> Ao ingressar na Rede Estadual de Educação Básica do Paraná, o professor, aprovado via concurso, passa a pertencer ao Quadro Próprio do Magistério.

atenderia às minhas necessidades, apenas entendia que aqueles treinamentos não eram suficientes para atender a meus anseios.

Percebendo que os cursos de formação de que havia participado traziam ações temporárias, com tempo marcado para começar e terminar, sem influência em minha prática docente e com uma proposta engessada e predefinida, independente dos professores que ali estavam, fui em busca de uma formação que considerasse o meu contexto e permitisse o meu aperfeiçoamento profissional. Assim, foram cinco tentativas até ser aprovada na seleção de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) multicâmpus Cornélio Procopio e Londrina, pois acreditava que essa formação influenciaria positivamente em minha prática de ensinar.

Durante essas cinco tentativas, cresciam minhas observações e indagações a respeito da Matemática, do seu ensino e da aprendizagem dos alunos e, também, da minha formação profissional. Diante das observações e indagações, apresento um episódio que fortaleceu os motivos pelos quais busquei me aprimorar: durante uma aula em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental, uma aluna, que dizia *não* gostar da Matemática, talvez pela concepção negativa que carregava desde o início de sua formação, declarou que iria matricular-se, no ano seguinte, no Magistério e eu fiquei a refletir: como essa aluna e futura professora vai lidar com a alfabetização Matemática, uma vez que ela demonstrou desafeto pela disciplina? A formação proporcionada pelo Magistério dará conta de atender às demandas de que essa futura professora necessita?

Questionava-me se a formação que minha ex-aluna buscava no Magistério poderia reverter seu desgosto pela Matemática e oferecer uma formação que conseguisse ampliar e aprofundar seus conhecimentos matemáticos. Como indica Vasconcellos (2009), muitos alunos, por exemplo, minha ex-aluna, tornar-se-ão professores e retornarão para as salas de aula para ensinar algo com que não têm afinidade e que não dominam.

Ainda há outras questões que me inquietam: como o professor que ensina Matemática reconhece, ou não, os seus conhecimentos, suas crenças, concepções e aprendizagem sobre essa disciplina? Quais aspectos são essenciais para que a formação do professor tenha êxito? O que eu, enquanto professora, posso fazer para contribuir para a minha formação e a dos colegas de profissão?

Carrego esses questionamentos desde as formações continuadas nas quais participei, seja como professora participante, seja como formadora<sup>3</sup>. O contexto das formações apresentava abordagens múltiplas, muitas vezes sem continuidade (1 encontro por semestre) e desvinculadas da prática docente. Enquanto professora em formação, participei de processos formativos que ficavam apenas na teoria, com pouca conexão dessa teoria com a prática do professor. Em meu entendimento, os conhecimentos científicos teriam que estar relacionados com minha prática docente, mas essa conexão não ficava explícita ou, se ficava, passou despercebida por mim. O protagonismo docente parecia se reduzir a um caráter técnico, um mero aplicador de teorias alheias.

As oportunidades como participante ativa nessas formações eram poucas, pois o enredo das formações trazia objetivos estabelecidos previamente, com a ideia de um encontro com professores que transmitiam informações sem muita relevância para minha prática e que, muitas vezes, deixava de ser algo novo em relação aos anseios trazidos por cada professor. Da mesma forma, a experiência de estar como formadora me causou desapontamentos, após compreender que, assim como professora participante, o papel de formadora não era diferente, o contexto estava posto e havia poucas oportunidades de protagonizar ideias da prática docente.

As vivências nessas formações continuadas despertaram em mim interesses em conhecer outros modelos formativos que proporcionassem uma articulação maior entre teoria e prática, pois sentia a necessidade do desenvolvimento profissional além da mera transmissão de teorias. O desejo de poder compartilhar, dialogar, ajudar e colaborar gritava em mim, mas o impedimento era maior, pois, como participante ou formadora, a ideia sempre foi ouvir, assimilar e transferir algo que muitas vezes não acrescentaria nada à ação pedagógica.

A literatura (GATTI; BARRETTO, 2009; CURI, 2004; VASCONCELLOS, 2009) aponta que, nos cursos de Magistério, os futuros professores têm tido poucas oportunidades para uma formação matemática que possa atender às exigências da sociedade. Curi (2004) aponta que, quase sempre, os conhecimentos “de” e “sobre” Matemática têm apresentado pouca relevância, segundo as ementas dos cursos de formação inicial, tanto em nível médio como superior, e a ênfase fica em “como” ensinar.

---

<sup>3</sup> No Estado do Paraná, a Secretaria de Estado de Educação do Paraná (SEED) oferece a formação continuada aos professores da Educação Básica, de forma disciplinar e descentralizada. Os formadores são professores da rede de ensino convidados pelas regionais de educação, para atuar como formador após ter recebido instruções e orientações da Coordenação de Formação Continuada. De 2011 a 2015, atuei como formadora nas duas ofertas em cada ano.

Com esse cenário, senti-me na obrigação de fazer algo pensando na formação de professores, pois, na maioria dos cursos de Magistério, a formação oferecida pode ser frágil em alguns aspectos. Entre os professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, são históricas as lacunas conceituais quanto aos conteúdos de Matemática. Essa questão demanda a superação de alguns entraves para o exercício da docência, e essa preocupação vem sendo discutida por pesquisadores (CURI; PIRES, 2008; NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014) que admitem e sinalizam o quanto as experiências vivenciadas por professores em seu processo de formação constituem referência para sua prática profissional.

Ao olhar as lacunas que o futuro professor pode vir a carregar em sua trajetória profissional, percebo a importância da formação continuada, como processo, para contribuir no aperfeiçoamento e desenvolvimento profissional.

Diante do exposto, tracei um pré-projeto<sup>4</sup> cuja ideia era trabalhar com a formação continuada de professores que ensinam Matemática, considerando-a um processo permanente de aperfeiçoamento e ressignificações dos conhecimentos necessários para ensinar e aprender. Ao ser aprovada no processo de seleção do PPGMAT, e ser escolhida pelo meu orientador, acredito eu, pelo fato de ter esboçado uma ideia de algo que ele já estava desenvolvendo na universidade. Penso que meu projeto de pesquisa e minhas intenções se enquadravam na sua linha de pesquisa e, nesse momento, tive certeza de que estava e estou no caminho certo.

Em 2019, iniciei o mestrado profissional no PPGMAT e comecei a participar do projeto intitulado *Formação Continuada em Matemática para Docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*<sup>5</sup>, cujo objetivo era oportunizar, por meio da abordagem do Estudo de Aula (PONTE *et al.*, 2012; PONTE *et al.*, 2016), o desenvolvimento profissional das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental que participaram dos encontros ocorridos na UTFPR - câmpus Londrina. Diante dos exemplos de formação continuada citados anteriormente, considero que essas experiências (o mestrado profissional e a formação continuada oferecida) me oportunizaram não apenas a realização de uma pesquisa de mestrado, mas também compreender alguns daqueles aspectos que vinham me inquietando a respeito da formação continuada e, principalmente, promover o meu desenvolvimento profissional.

Durante a participação no projeto de formação continuada, fui apresentada ao Estudo de Aula, abordagem para a formação de professores que teve origem no Japão e que tem sido

---

<sup>4</sup> Pré-projeto apresentado para seleção do PPGMAT.

<sup>5</sup> Esse projeto será mais bem detalhado no Capítulo 3.



difundida em outros países. Além do Japão, os Estados Unidos e Portugal também fazem uso do Estudo de Aula como “um processo de formação continuada com o objetivo claro de, por meio de ciclos de reflexão, promover o desenvolvimento profissional do professor” (BEZERRA; MORELATTI, 2020, p. 73). Em Portugal, trabalhos como Ponte *et al.* (2014) e Ponte *et al.* (2016) assumem que esse ciclo é composto por: (i) planejamento de uma aula; (ii) desenvolvimento e observação da aula; (iii) análise e reflexão da aula; e (iv) sessões de seguimento<sup>6</sup>.

Como Bezerra e Morelatti (2020, p. 75) colocam, o Estudo de Aula é “um processo formativo que leva os professores a refletirem, por meio de um trabalho eminentemente colaborativo entre os pares, sobre a sua prática, tendo como foco a aprendizagem do aluno”. Assim, trata-se de um processo formativo que possui o objetivo claro de promover o desenvolvimento do professor, tendo como foco

a aprendizagem do aluno, no entanto, para que isso ocorra é fundamental que o professor trabalhe sobre si mesmo, sobre o conhecimento que tem sobre a Matemática e, conseqüentemente, sobre sua aprendizagem em todos os aspectos e que aprenda a valorizar o conhecimento do aluno (BEZERRA; MORELATTI, 2020).

Era uma perspectiva de trabalho como essa – com base na prática docente, que busca promover o desenvolvimento do professor por meio de um trabalho colaborativo e reflexivo, mas que tem como foco o aluno – que eu procurava em processos formativos que atuei, mas que só fui encontrar nesse que estou apresentando nesta Dissertação.

Envolvida na formação continuada, não apenas como pesquisadora, mas como professora participante, compreendi que o Estudo de Aula é um processo de desenvolvimento profissional que inclui o ambiente escolar, e os professores desempenham um papel central e ativo em sua própria formação, além de propiciar reflexões significativas sobre a ação pedagógica e conexões entre teoria e prática. Dentro desse contexto formativo, um elemento fundamental me chamava a atenção: a colaboração entre os participantes. Diversas pesquisas apontam (PONTE, 1998; BOAVIDA; PONTE; 2002) que contextos colaborativos favorecem o desenvolvimento profissional, uma vez que os professores “Aprendem uns com os outros, ao formarem comunidades de aprendizagem e prática e desenvolverem a habilidade de analisar sua atuação a partir dos olhos dos colegas” (CURI; NASCIMENTO; VECE; 2018, p. 23). No

---

<sup>6</sup> Segundo Bezerra e Morelatti (2020, p. 76), a sessão de seguimento “é quando, caso necessário, a aula é/ou pode ser realizada novamente por outro professor ou pelo mesmo em outra turma e, dessa forma, se repete o ciclo de discussão, observação e reflexão, buscando o aprimoramento da aula até que o grupo a considere satisfatória”.

Estudo de Aula, o trabalho colaborativo ganha destaque, sendo considerado um elemento fundamental para sua realização.

Diante da experiência no grupo de formação, das leituras e estudos realizados, comecei, juntamente com meu orientador, a refinar o projeto de pesquisa. Surgiu, então, a intenção de investigar com mais profundidade alguns aspectos envolvidos no trabalho colaborativo proporcionado pelo processo formativo pautado no Estudo de Aula.

Com base na revisão da literatura sobre o Estudo de Aula, percebemos que uma pesquisa que investigasse aspectos da colaboração no contexto do Estudo de Aula no Brasil poderia ser relevante, pois, em cada país (por exemplo, Portugal, Espanha, Estados Unidos), foram necessárias adaptações para se trabalhar com essa abordagem nos diferentes contextos e culturas. No Brasil não tem sido diferente. Como colocam Bezerra e Morelatti (2020), as poucas experiências que envolvem o Estudo de Aula no Brasil divulgadas até o momento apresentam adaptações dos modelos já conhecidos e utilizados em outros países. Justamente por essas adaptações e pelas poucas pesquisas, Bezerra e Morelatti (2020) comentam que, no Brasil, o Estudo de Aula é entendido “pela maioria dos pesquisadores como um contexto de formação” (p. 77) e não como uma metodologia, como acontece em outros países. De acordo com as autoras, em Portugal, Espanha e Estados Unidos, o Estudo de Aula tem *status* de metodologia, uma vez que:

após uma fase de adaptação à realidade local é possível dizer que nestes países está estabelecido um corpo de regras para o planejamento da aula baseada na Lesson Study, de forma que é possível realizar pesquisas, há um método que se define como um procedimento, técnica ou meio para se planejar uma aula de acordo com um plano pré-estabelecido (BEZERRA; MORELATTI, 2020, p 76)

Uma dessas adaptações necessárias ao contexto brasileiro, segundo Bezerra (2017, p. 33), pode decorrer do fato de haver um certo “isolamento dos professores causado por uma cultura do individualismo em nossas escolas”. Essa cultura do individualismo pode ser um desafio para o trabalho colaborativo e, portanto, merece ser investigado.

Diante disso, meu orientador e eu, definimos<sup>7</sup> que a presente pesquisa investigaria alguns aspectos da colaboração entre as professoras participantes durante o processo formativo. Dentro das etapas que envolvem um ciclo de Estudo de Aula, decidimos dar centralidade nas tarefas durante o planejamento coletivo de uma aula, dada a importância desse momento para

---

<sup>7</sup> A partir desse momento, o texto passa a ser escrito na primeira pessoa do plural, pois deixa de descrever a trajetória individual da pesquisadora e passa a incluir a contribuição (direta ou indireta) de outras pessoas no desenvolvimento da pesquisa.

o ensino e a aprendizagem da Matemática e por ser uma ocasião que propicia o compartilhamento de experiências, práticas, reflexões e expectativas das professoras envolvidas.

Akyuz, Dixon e Stephan (2013) ensinam que o planejamento do professor influencia significativamente a criação de oportunidades para os alunos aprenderem com compreensão, abrange o conteúdo a ser ensinado, o gerenciamento da transição de uma tarefa para outra e fornece o objetivo geral dos processos de sala de aula. Esses mesmos autores destacam a importância que a literatura atribui à relação entre planejamento e colaboração na prática docente. Um trabalho mencionado é o de Tricoglus (2007), relatando os benefícios que um planejamento colaborativo pode oferecer ao desenvolvimento do professor que desenvolverá a aula e aos demais, defendendo que as práticas de planejamento e de colaboração devem fazer parte da cultura de formação dos professores. Diante da importância de se planejar colaborativamente uma aula, buscamos analisar um encontro dedicado ao planejamento que envolveu: a seleção de uma tarefa, uma proposta de reformulação dessa tarefa e seu uso para promover discussões matemáticas produtivas em sala de aula.

Assim, nossa pesquisa tem os seguintes objetivos:

1) *analisar aspectos de trabalho colaborativo manifestados durante um encontro destinado ao planejamento coletivo de uma aula, em um processo formativo com professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental;*

2) *identificar componentes do processo formativo, que assumia o Estudo de Aula como processo de desenvolvimento profissional, que, possivelmente, favoreceram a manifestação desses aspectos de trabalho colaborativo.*

Este texto organiza-se em quatro capítulos, anterior aos capítulos iniciamos com a *Introdução* em que se apresenta a trajetória profissional da autora, mostrando sua motivação pessoal para investigar a formação de professores que ensinam Matemática, culminando na justificativa e nos objetivos que norteiam a pesquisa.

O Capítulo I, *Fundamentação Teórica*, apresenta um pouco do contexto histórico da formação de professores no Brasil, abordando, brevemente, uma visão sobre a maneira como se constituiu a complexa formação da profissão de professor. De uma forma mais específica, o capítulo aborda a formação continuada de professores que ensinam Matemática, buscando enfatizar alguns aspectos que caracterizam o trabalho colaborativo e que contribuem para o desenvolvimento profissional. São esses aspectos do trabalho colaborativo que sustentam as

análises dos dados referentes ao planejamento coletivo de uma aula realizada no contexto<sup>8</sup> de um Estudo de Aula.

O Capítulo II, *Metodologia da Pesquisa*, proporciona ao leitor a compreensão da forma como esta pesquisa foi executada. Apresenta o cenário da investigação, permeado pelo contexto da pesquisa, os procedimentos metodológicos, os sujeitos da pesquisa e uma breve colocação de como pretendemos analisar os dados.

O Capítulo III, *Análise de Dados*, descreve, analisa e interpreta os dados provenientes do planejamento da aula realizada na formação pelo grupo de professoras. Nessa análise, buscamos identificar os aspectos do trabalho colaborativo que são evidenciados no encontro, ao mesmo tempo que identificamos quais componentes do processo possivelmente favoreceram a manifestação desses aspectos.

O Capítulo IV, *Considerações Finais*, retoma nossos objetivos, sintetiza os resultados da pesquisa e, a partir desses, sugere possibilidades de pesquisas futuras. Concordamos com Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 165) quando afirmam que “Nenhuma pesquisa é definitiva”, na medida em que não temos a pretensão de apresentar uma resposta única e completa para o complexo tema da formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Pelo contrário, queremos contribuir para a produção de conhecimento a respeito da temática, juntando-nos a diversas outras pesquisas que se dedicam a compreender o papel da prática colaborativa no trabalho docente.

Antes de prosseguir para o Capítulo I, destacamos que a pesquisa foi desenvolvida em um Mestrado Profissional e, por isso, deve apresentar um Produto Educacional como resultado da investigação realizada. De acordo com Rizzatti *et al.* (2020, p. 4), um Produto Educacional (PE) pode ser entendido como o “resultado tangível oriundo de um processo gerado a partir de uma atividade de pesquisa” e “deve ser elaborado com o intuito de responder a uma pergunta/problema oriunda do campo de prática profissional”. O PE resultante desta pesquisa de mestrado é um conjunto de Tarefas de Aprendizagem Profissionais (TAP) (SMITH, 2001; RIBEIRO; PONTE, 2019) para serem trabalhadas com professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental em formação continuada ou inicial. Como descrevemos com mais detalhes no Capítulo II, as TAP aqui elaboradas visam promover discussões matemáticas envolvendo o conteúdo de frações e, principalmente, desencadear

---

<sup>8</sup> Aqui estamos assumindo o Estudo de Aula como um contexto de formação, como indicam Bezerra e Morelatti (2020).

compreensões a respeito dos aspectos colaborativos que podem favorecer essas discussões no contexto do planejamento de aulas.

## 1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A educação é um dos caminhos mais importantes para o desenvolvimento de uma sociedade. O indivíduo age de forma sensata na medida em que passa a conhecer o ambiente do qual faz parte. Aprender e agregar conhecimentos são condições para que se possa agir em sociedade. A educação escolar tem sido idealizada como fator principal para o desenvolvimento do pensamento crítico do indivíduo, na lógica de tornar-se capaz de responder aos desafios confrontados em sociedade. Nesse caminho, o professor ocupa uma posição de responsabilidade na formação do indivíduo, contribuindo para a emergência de processos de desenvolvimento que, possivelmente, não aconteceriam naturalmente. No entanto, essa profissão requer pensar a formação desse profissional para qualquer processo formativo (inicial e/ou continuado). O professor é chamado a responder a situações para as quais, muitas vezes, não há resposta pronta, e isso exige uma formação que permita estar à altura da responsabilidade que lhe é dada, construindo respostas possíveis para lidar com essas situações.

A formação profissional docente ganhou ênfase nas últimas décadas (FIORENTINI, *et al.*, 2002; GATTI; BARRETO, 2009; GATTI *et al.* 2019), destacadamente na pesquisa e nas políticas públicas. Diferentes contributos teóricos foram e estão sendo desenvolvidos, revelando a complexidade da prática docente e possibilitando o avanço na compreensão dos desafios da formação do professor.

Na década de 1980, surgiram iniciativas favoráveis à formação do professor, no sentido de seu aprimoramento profissional para o contexto sócio-histórico no qual estava inserido. Discussões sobre concepções e práticas de formação de professores, consideradas historicamente por estudos e pesquisas, explicam-se pela contínua busca do modelo ideal e práticas mais eficazes. As expectativas surgiam da ideia de superar a crença social de aptidão natural para o exercício da docência. Nesse sentido, Gatti *et al.* (2019, p.180) acrescentam:

Nas discussões sobre concepções e práticas na formação docente, a interdependência entre a necessidade de melhorar a formação dos professores e profissionalizar o magistério é uma bandeira sempre presente. Existe uma expectativa, de âmbito internacional, de que a formação inicial e continuada favoreça o processo de profissionalização e de legitimidade da profissão, superando a concepção da docência ligada a um saber vocacionado. (GATTI *et al.*, 2019, p.180)

As mudanças na forma de ensinar e aprender consistem em identificar nas diferentes concepções de formação do professor alguma que atenda aos diferentes contextos, sem reduzi-la à dimensão técnica e vocacional. Algumas referências (GAUTHIER, 1998; SHULMAN, 1986, 2004) mostram que a articulação entre teoria e prática e a promoção do desenvolvimento

profissional do professor, quando valorizada a subjetividade e tendo a pretensão de validar o conjunto de conhecimentos sobre o ensino a partir do que os professores são, fazem e sabem, acrescem a infraestrutura para a organização de programas de formação. A partir dessa perspectiva, as novas formas de pensar a formação e a profissão de professor dão o sentido favorável para aprender e se desenvolver profissionalmente.

É nesse contexto que vamos, ao longo deste capítulo, debruçar-nos sobre a formação continuada de professores que ensinam Matemática, observar caminhos para práticas de formação continuada, com vistas ao desenvolvimento profissional do professor.

### 1.1 Contextos da formação de professores no Brasil

Historicamente, no Brasil, as inquietações com a formação de professores não são recentes. No século XIX, a educação passava por análise e apresentava carência de reformas educacionais, destacando-se a necessidade de inovações curriculares e de adequação dos programas de formação dos professores.

Gatti e Barretto (2009) apresentam a ideia de que a formação de professores em cursos específicos foi implementada no Brasil, no final do século XIX, com Escolas Normais destinadas à formação de docentes para as “primeiras letras”. De acordo com Gatti e Barretto (2009, p. 37), “Essas escolas correspondiam ao nível secundário de então. Devemos lembrar que, nesse período, e ainda por décadas, a oferta de escolarização era bem escassa no país, destinada a bem poucos”.

Com a preocupação de formar professores, fez-se necessária a criação da Universidade para a formação profissional docente, pois, até então, a ocupação era, geralmente, exercida por profissionais liberais ou autodidatas. Há que se ponderar que o número de escolas, nessa época, era bem pequeno, assim como a quantidade de alunos.

Ao avançar na história, chegamos ao século XX, marcado pela expansão do sistema de ensino, que trouxe, como consequência, o aumento da demanda de professores. Nesse período, deu-se a organização definitiva dos cursos de formação de professores, surgindo, a partir da orientação do decreto 1.190, de abril de 1939, o esquema “3 + 1”, adotado nos cursos de Licenciatura e Pedagogia. Por esse esquema, três anos eram dedicados à formação profissionalizante específica de áreas de conhecimento (Bacharelado) e um ano à formação pedagógica (Licenciatura).

Esse modelo (3 + 1), segundo os entendimentos de Gatti e Barretto (2009), também foi aplicado no Curso de Pedagogia, destinado a formar bacharéis especialistas em educação e,

adicionalmente, formar professores para as escolas normais, que, por extensão e portaria ministerial, podiam lecionar algumas disciplinas no ensino secundário<sup>9</sup>.

As exigências para a adequação curricular e a formação dos professores passaram por diferentes estruturas e concepções, acontecendo ruptura dos pensamentos, até chegar ao destaque dado ao caráter sócio-histórico da formação e da necessidade de um profissional em desenvolvimento amplo, com pleno domínio e compreensão de seu tempo, ampliação da consciência crítica, o que lhe concede intervir no cenário escolar, na educação, na sociedade com o intuito de transformá-los.

Gatti e Barretto (2009) escrevem que, em meados do século passado, instituiu-se a legislação orientadora da formação de professores no Brasil, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB) 4.024/61, que promulgava a organização do sistema de ensino, mas não foi o suficiente para equacionar o dilema da formação de professores.

Mais tarde surgiu a Lei 5.692/71, com ênfase nos métodos e nas necessidades sociais, mais um período em que a formação de professores foi influenciada pelo modelo da racionalidade técnica (SCHÖN,1995), calcado na separação entre teoria e prática, supervalorizando o conhecimento específico para o ensino, e o professor com o exclusivo papel de executor de currículo.

No final do século XX e início do século XXI, a esperança de que o dilema da formação de professores seria equacionado e que o encontro “teoria e prática” aconteceria com a nova Lei de Diretrizes e Bases (LDB)<sup>10</sup> foram expectativas frustradas, prevalecendo o modelo educacional do início do século XX. Segundo Saviani (2009), a nova Lei apresentou alternativas para a formação superior de segunda categoria, acelerada e barata e com duração reduzida.

Em meio às formações que não valorizam a prática docente, mas que dão ênfase apenas ao conhecimento específico do conteúdo, geram-se questionamentos sobre o profissional que se está formando: Matemático ou professor de Matemática? Biólogo ou professor de Biologia? Essas adversidades ainda se encontram em pauta, uma vez que, ainda, não se satisfaz o ideário para a educação e a formação de professores (GATTI; BARRETTO, 2009).

Após a promulgação da LDB/96, surgiram propostas em relação à formação de professores, como cursos Normais Superiores, formação pedagógica para bacharéis e formação

---

<sup>9</sup> Nomenclatura correspondente aos atuais anos finais do Ensino Fundamental e ao Ensino Médio.

<sup>10</sup> Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Acesso em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/19394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm)



em serviço (educação continuada). No entanto, pouco inovam com relação à legislação anterior. As propostas expõem os fundamentos, traçam os níveis e o lócus da formação docente, também apresentam os requisitos para a valorização do magistério, porém as mudanças na política educacional são, muitas vezes, contraditórias e retroativas aos feitos anteriores.

Embora se considere que houve, nas últimas cinco décadas, um conjunto de medidas, intervenções e programas que necessitaram da aplicação de recursos do poder público e empenho dos sujeitos envolvidos nesses processos, o retorno percebido tem estado sempre inferior ao esperado, uma vez que “os recursos investidos não são coerentes com a melhora dos resultados de aprendizagem dos estudantes” (GATTI *et al.*, 2019, p. 178). Conforme apontam Gatti *et al.* (2019, p. 178), a insatisfação com esses resultados é agravada pela falta de políticas que “promovam a articulação entre a formação, a valorização e o desenvolvimento profissional”.

Continua sendo um desafio desenhar um currículo que contemple, de forma equilibrada, uma proposta que atenda a todos, seja na formação inicial, seja na formação continuada. Na medida em que as novas concepções de educação modificavam a ideia de formação, entendia-se a importância da formação permanente como forma de atender às especificidades das demandas do professorado na tentativa do aprendizado contínuo.

Conforme foi acontecendo o movimento educacional, o período entre 1990 e 2000 foi marcado pelo desejo de superar a racionalidade técnica<sup>11</sup> do ensino tradicional e acadêmico de formação de professores<sup>12</sup> e pela renovação dos programas educacionais (GATTI, 2008; IMBERNÓN, 2006). Nesse período, a formação continuada recebeu diferentes denominações: reciclagem, capacitação, treinamento, termo que traz o significado de aquisição de novas habilidades e conhecimentos.

Ao mesmo tempo que “treinamento” voltava-se para a ideia de aquisição de habilidades específicas, “reciclagem” apresentava um sentido mais amplo para o desempenho de um novo ofício, “capacitação” deixava subentendida a ideia de que quem se capacita são profissionais incapazes, que necessitam dessa ação para se tornarem capazes e habilitados para o exercício docente (GATTI *et al.*, 1972; MARIN, 1995; GATTI; BARRETO, 2009).

---

<sup>11</sup> Segundo Schön, a racionalidade técnica: “é uma epistemologia da prática derivada da filosofia positivista [...] [no ponto de vista da racionalidade técnica] os profissionais são aqueles que solucionam problemas instrumentais, selecionando os meios técnicos mais apropriados para propósitos específicos” (2000, p. 15)

<sup>12</sup> Processo que resulta nas hierarquias curriculares e acadêmicas que contrapõem o diálogo entre diferentes saberes, práticas e realidades.

Quanto à concepção de formação continuada, trata-se de um aperfeiçoamento profissional e cultural que se tem ao longo da vida, um aprofundamento da formação (GATTI, 2018). Qualquer denominação que corresponda a *formação continuada* tem origem em uma ideologia e concepção de que a educação apresente êxito e eficiência, no entanto trazem, implícitas, a desconsideração dos saberes docentes e as realidades do ambiente escolar.

É pertinente destacar que essas palavras, ao serem substituídas, foram moldando as concepções de formação continuada e adquirindo atribuições e comportamentos distintos. Outro destaque são as influências vindas das discussões sobre desenvolvimento profissional (NÓVOA, 1992; FIORENTINI; CRECCI, 2013; PONTE, 1994), professor reflexivo (SCHÖN, 1992) e professor pesquisador (STENHOUSE, 1975; LÜDKE, 2001; PEREIRA, 1998).

Pensar a ideia de professor reflexivo e de professor pesquisador implica a perspectiva do professor que reflete sobre sua prática, que se desenvolve em sua prática e, conseqüentemente, tem a pesquisa como exercício recorrente do seu trabalho docente (SCHÖN, 1992; LÜDKE, 2001; PEREIRA, 1998). Nesse sentido, as perspectivas de professor reflexivo e de professor pesquisador se contrapõem à ideia da racionalidade técnica porque assumem o professor como produtor de conhecimento sobre seu trabalho. Isso traz à tona a necessidade de concepções de formação continuada que considerem não apenas o conhecimento produzido e validado academicamente (por meio de pesquisas científicas), como também o conhecimento próprio da prática docente, desenvolvido especificamente no contexto das escolas da Educação Básica.

Vivenciamos um processo de reforma conceitual da formação continuada, em que

as propostas inspiradas no conceito de capacitação cedem lugar a um novo paradigma, mais centrado no potencial de auto- crescimento do professor, no reconhecimento de uma base de conhecimentos já existente no seu cabedal de recursos profissionais, como suporte sobre o qual trabalhar novos conceitos e opções (GATTI; BARRETTO, 2009, p. 202).

Gatti e Barretto (2009) reiteram que o protagonismo do professor passa a ser cada vez mais valorizado, assim como o ambiente escolar. Segundo Gatti *et al.* (2019), têm sido cada vez mais frequentes as ações de formação continuada com o foco na escola e em suas necessidades, fortalecendo e legitimando o espaço escolar como lócus privilegiado de formação continuada permanente, mas não exclusivo.

Com base nesse breve resgate histórico da formação de professores e das mudanças percebidas ao longo dos anos, caminha-se com a expectativa de promover uma educação de qualidade, comprometida com a democratização do conhecimento, que valorize o professor e que ofereça oportunidades para seu desenvolvimento profissional. No entanto, concordamos

com Imbernón (2009, p. 42) quando afirma que “A formação por si só consegue muito pouco se não estiver aliada a mudanças do contexto, da organização, de gestão e de relações de poder entre os professores”.

Na próxima seção, trazemos a discussão especificamente para o campo da formação de professores que ensinam Matemática.

## 1.2 Formação de professores que ensinam Matemática

Segundo Nacarato, Mengali e Passos (2017), por um longo período, a formação de professores para atuarem na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, geralmente, provinha da formação em nível Médio, nos cursos de Magistério. Como indicam as autoras, se, por um lado, esses cursos apresentavam uma proposta pedagógica consistente e interessante, por outro, a oferta de metodologia de ensino de Matemática era posta em segundo plano devido à ausência de professores com formação própria para trabalhar com abordagens próprias para o ensino da Matemática. Muitos professores formadores eram pedagogos e o ensino da Matemática ficava muito restrito às técnicas e algoritmos. Originava-se daí, muitas vezes, “uma formação centrada em processos metodológicos desconsiderando os fundamentos da matemática” (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2017, p.18). Em consequência, o resultado era uma formação com inúmeras lacunas conceituais nesse campo do conhecimento.

Pesquisadores, como Curi (2004), Curi e Pires (2008), Nacarato *et al.* (2011) e Fiorentini *et al.* (2016), revelam em suas pesquisas a fragilidade da formação matemática ofertada a professores de todos os segmentos educacionais. Essas fragilidades/lacunas na formação de professores que ensinam Matemática podem gerar consequências na aprendizagem dos estudantes, uma vez que os professores, muitas vezes, se veem na condição de ensinar o que nem sempre aprenderam, tornando o ensino da Matemática reduzido a cálculos.

A pouca carga horária destinada à formação matemática, a importância dada aos aspectos metodológicos em relação aos conteúdos matemáticos, a desarticulação entre teoria e prática e o privilégio dado às técnicas e procedimentos são os principais problemas nominados em pesquisas sobre a formação inicial de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009).

De certa forma, as oportunidades para uma formação matemática consistente apresentam-se reduzidas aos professores que vão ensinar Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. As lacunas deixadas durante a formação inicial, frequentemente, acabam sendo preenchidas pelas crenças sobre a Matemática e sobre o ensino da Matemática que os

professores construíram ao longo do tempo enquanto alunos da Educação Básica. Uma consequência disso é a reprodução de modelos de ensino e de concepção sobre a Matemática que nem sempre são adequados para os dias atuais.

A variedade de conhecimentos profissionais necessários para o ensino vem sendo cada vez mais investigada e discutida. Shulman (1986, 1987), por exemplo, buscou compreender quais são os conhecimentos base para exercer o trabalho docente e elencou um conjunto de categorias de conhecimentos dos professores, a saber: conhecimento específico do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento do aluno; conhecimento pedagógico geral; conhecimento do currículo; conhecimento dos alunos e suas características; conhecimento dos contextos educacionais; conhecimento dos fins, propósitos e valores da educação. No contexto mais específico da Matemática, autores, como Ball, Thames e Phelps (2008) e Carrillo *et al.* (2013), discutem aspectos voltados ao conhecimento matemático demandados na prática docente.

Esses avanços das pesquisas no âmbito da Educação Matemática nos permitem dizer que “o tempo de formação inicial não é suficiente para preparar plenamente nenhum profissional e, em particular, o professor que exerce atividades com diversos enfoques: científico, cognitivo, psicopedagógico, sociológico, dentre outros” (BORBA, 2017, p. 120). Por isso, para além de problematizar a formação matemática dos professores oferecida em cursos de formação inicial, é necessário, também, debater e avançar nas propostas de formação continuada visando ao desenvolvimento profissional que atenda às demandas atuais para o ensino da Matemática nas escolas.

Há algum tempo, esse conceito – o de desenvolvimento profissional do professor – tem sido recorrente na literatura sobre formação de professores e, em particular, sobre a formação de professores que ensinam Matemática. Vamos apresentar algumas dessas perspectivas a partir deste momento.

Ponte (1998) estabelece distinções entre a formação tradicionalmente concebida e o que se entende por desenvolvimento profissional. Embora pareçam equivalentes, o autor destaca suas principais diferenças, são elas: (i) a formação está muito ligada à ideia de “frequentar” cursos, já no desenvolvimento profissional, a ideia de frequentar cursos acontece, mas vem acompanhada de outras atividades e partilhas de experiências; (ii) na formação, o movimento acontece de *fora* para *dentro* na assimilação dos conhecimentos que lhes são transmitidos, já no desenvolvimento profissional, o movimento é de *dentro* para *fora*, “cabendo ao professor as decisões fundamentais relativamente às questões que quer considerar, aos projectos que quer empreender e ao modo como os quer executar” (PONTE, 1998, p. 2); (iii) a formação visa

atender àquilo em que o professor é carente, enquanto o desenvolvimento profissional direciona sua atenção às potencialidades do professor; (iv) a formação é compartimentada por assuntos ou disciplinas, já “o desenvolvimento profissional implica o professor como um todo nos seus aspectos cognitivos, afectivos e relacionais” (PONTE, 1998, p. 2); (v) a formação parte da teoria e, geralmente, não chega a sair da teoria, enquanto o desenvolvimento profissional busca considerar a teoria e a prática de forma interligada.

Para Marcelo (2009), a denominação *desenvolvimento profissional* é adequada à concepção do professor enquanto profissional do ensino. O autor também esclarece que o conceito desenvolvimento tem uma conotação de evolução e continuidade, levando ao entendimento da superação dos entraves entre formação inicial e continuada dos professores.

Ainda segundo Marcelo (2009), o desenvolvimento profissional do professor indica as seguintes características: (i) baseia-se no professor como sujeito que aprende de forma ativa quando envolvido em tarefas concretas de ensino, avaliação, observação e reflexão; (ii) entende-se como sendo um processo a longo prazo; (iii) assume-se como um processo que tem lugar em contextos concretos, isto é, “as experiências mais eficazes para o desenvolvimento profissional docente são aquelas que se baseiam na escola e que se relacionam com as actividades diárias realizadas pelos professores” (MARCELO, 2009, p. 11); (iv) está diretamente relacionado com os processos de reformas (políticas, curriculares etc.) que atingem o contexto da escola e, conseqüentemente, os professores; (v) o professor é visto como um prático reflexivo; (vi) o desenvolvimento profissional é concebido como um processo colaborativo; (vii) o desenvolvimento profissional pode adaptar diferentes formas em diferentes contextos.

Com base em Marcelo (2009), podemos dizer que o desenvolvimento profissional é motivado por essas características, podendo ser entendido como a combinação de condições internas e externas de crescimento e de conhecimento que envolvem o interesse, a busca e aceitação do novo, com abrangência no espaço escolar, com reflexões individual e coletiva, a partilha de conhecimentos e com a colaboração entre profissionais.

Para Fiorentini (2008), o desenvolvimento profissional pode ser entendido

como um processo contínuo que tem início antes de ingressar na licenciatura, estendendo-se ao longo de toda sua vida profissional e acontece nos múltiplos espaços e momentos da vida de cada um, envolvendo aspectos pessoais, familiares, institucionais e socioculturais (FIORENTINI, 2008, p. 45, *apud* FIORENTINI; CRECCI, 2013, p. 13).

Day (2001), por sua vez, entende que o desenvolvimento profissional docente envolve

[...] todas as experiências espontâneas de aprendizagem e as actividades conscientemente planificadas, realizadas para benefício, directo ou indirecto, do indivíduo, do grupo ou da escola e que contribuem, através destes, para a qualidade da educação na sala de aula. É o processo através do qual os professores, enquanto agentes de mudança, revêem, renovam e ampliam, individual ou colectivamente, o seu compromisso com os propósitos morais de ensino, adquirem e desenvolvem, de forma crítica, juntamente com as crianças, jovens e colegas, o conhecimento, as destrezas e a inteligência emocional, essenciais para uma reflexão, planificação e prática profissionais eficazes, em cada uma das fases das suas vidas profissionais (DAY, 2001, p. 20-21).

Todas essas definições de desenvolvimento profissional docente (PONTE, 1998; MARCELO, 2009; FIORENTINI, 2008; DAY, 2001) evidenciam a complexidade do processo, que, como dizem Fiorentini e Crecci (2013, p. 13), é um processo de “vir a ser, de transformar-se ao longo do tempo ou a partir de uma ação formativa”, indicando que promover o desenvolvimento profissional dos professores vai muito além de oferecer cursos, palestras e *workshops*. Para Nacarato, Mengali e Passos (2017), há diversos fatores que potencializam o desenvolvimento profissional.

Há, assim, uma multiplicidade de fatores que interferem no desenvolvimento profissional docente. Sabemos que há contextos de formação que potencializam o desenvolvimento profissional e outros que quase ou nada contribuem. Dentre os fatores favoráveis, destacamos: o trabalho compartilhado ou colaborativo; as práticas investigativas; as práticas coletivas e reflexivas; e a adoção de práticas de formação que possam desencadear a reflexão e, conseqüentemente, o desenvolvimento profissional (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2017, p.124).

Na mesma direção, Fiorentini e Crecci (2013), com base em um levantamento feito por Passos *et al.* (2006), indicam que há, pelo menos, três diferentes tipos de práticas consideradas potencialmente catalisadoras de desenvolvimento profissional: as práticas reflexivas<sup>13</sup>, as práticas colaborativas<sup>14</sup> e as práticas investigativas<sup>15</sup> (FIORENTINI; CRECCI, 2013).

Neste trabalho, destacamos a prática colaborativa como potencialmente catalisadora do desenvolvimento profissional. Dedicamos a próxima seção a apresentar aspectos de um trabalho colaborativo que consideramos nas análises desta pesquisa.

### 1.3 Trabalho colaborativo

---

<sup>13</sup> Prática reflexiva: possibilidade do professor se questionar, refletir, rever, analisar e redirecionar suas práticas de ensino.

<sup>14</sup> Prática colaborativa: compartilhamento de práticas e saberes decorrentes do confronto de diferentes pontos de vista, bem como dos estranhamentos (FIORENTINI; GRANDO; MISKULIN, 2009).

<sup>15</sup> Prática investigativa: processo de investigação da prática docente mediante reflexão na ação e sobre a ação de ensinar e aprender (FIORENTINI; CRECCI, 2016).

Muitos autores (BOAVIDA; PONTE, 2002; MENEZES; PONTE, 2010; FERREIRA, 2006) confirmam a importância do trabalho colaborativo entre os professores para se alcançar o desenvolvimento profissional. A possibilidade de se estudar em um processo de colaboração possibilita múltiplos olhares sobre uma mesma realidade, diferentes linguagens, referências e estilos de trabalho.

A sala de aula, a escola e a universidade são consideradas espaços de conhecimento e, portanto, potenciais para o desenvolvimento profissional de professores. Entendendo que o processo formativo se prolonga ao longo da carreira docente, Ferreira (2003) ressalta

a importância de um ambiente de formação e atuação docente, na dimensão do trabalho coletivo-colaborativo, para proporcionar aos professores oportunidades de desenvolver-se profissionalmente, de virem a ser sujeitos da sua própria formação, no compartilhamento de suas experiências, saberes e aprendizagens da prática docente e também na busca de inovações e de soluções para os problemas que emergem do cotidiano escolar (FERREIRA, 2003, p.42).

Nessa mesma perspectiva, Saraiva e Ponte (2003) acrescentam que, na dimensão do trabalho colaborativo, o professor pode assumir mais integralmente sua profissionalidade, aprofundar e tornar mais consistente seu conhecimento e suas práticas de ensino, podendo pensar e agir com intencionalidade, com conhecimento próprio e com a capacidade de decidir e agir de acordo com as necessidades da sua situação concreta.

Como mencionamos na seção anterior, o processo de desenvolvimento profissional é longo, inicia-se durante a vida escolar e mantém-se por toda a vida profissional. Desse modo, espera-se que os programas de formação ofereçam ferramentas aos professores que potencializem as aprendizagens ao longo da profissão e que tenham como base o conhecimento da prática docente. Oferecer oportunidades de (re)considerar a prática de sala de aula, aprender sobre o conteúdo que se ensina e sobre os alunos a quem se ensina (BALL; COHEN, 1999) são perspectivas de formação que favorecem o trabalho em colaboração e que podem refletir em mudanças na prática do professor. A concepção de trabalho colaborativo possibilita a diversificação das estratégias de ensino, da valorização e da eficácia do professor, ecoando na aprendizagem dos alunos.

Diferentes pesquisadores apresentam diversas formas de caracterizar um trabalho colaborativo. Ponte e Serrazina (2003, p. 16) comentam que, “Para uns, todo o trabalho conjunto de diversas pessoas pode ser considerado colaboração; para outros tal termo deve ser reservado para formas de trabalho com certas características especiais”. A depender da perspectiva adotada, essas características podem variar.

De acordo Boavida e Ponte (2002), para que se constitua um ambiente de trabalho colaborativo, é importante criar uma sintonia entre os professores em uma relação de respeito mútuo, diálogo, confiança e que haja negociação entre os envolvidos nas tomadas de decisão. Menezes e Ponte (2009) e Boavida e Ponte (2002) destacam que essas relações são positivas, pois podem influenciar na aprendizagem e no desenvolvimento profissional. Ponderam, ainda, que essas relações surgem da experiência pessoal em contextos sociais com relações interpessoais, e a qualidade do contato nessas relações depende da interação entre os professores.

Costa e Fiorentini (2007) consideram que são muitas as formas de trabalho coletivo, a colaboração é uma dessas formas. No entanto, os autores sinalizam que o simples fato de estar reunido em uma mesma ação não quer dizer que se está em um trabalho colaborativo. Para que se configure um trabalho coletivo, que seja colaborativo, tudo depende dos objetivos, das relações estabelecidas, do contexto, da prática.

Boavida e Ponte (2002) se fundamentam nos trabalhos de Wagner (1997) e Day (1999) para apresentarem uma compreensão de colaboração. Boavida e Ponte (2002) indicam que a colaboração representa uma forma particular de cooperação, em que pessoas buscam o desenvolvimento profissional de forma mútua. Nesse sentido, cooperar é considerada uma ação conjunta de diversas operações, enquanto colaborar também é uma ação conjunta, mas com uma dose maior de partilha e interação.

Para esclarecer essa diferença, Boavida e Ponte (2002) discutem a partir da etimologia dos termos. As palavras colaborar e cooperar derivam, respectivamente, dos termos *labore* (trabalhar) e *operare* (operar). Por mais que ambas sejam acompanhadas pelo prefixo *co*, que significa ação conjunta, não devem ser tomadas como sinônimos, uma vez que “há uma diferença de alcance entre trabalhar e operar” (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 4). Os autores referem que “operar é realizar uma operação, em muitos casos relativamente simples e bem definida” (p.4), enquanto “trabalhar é desenvolver actividade para atingir determinados fins; é pensar, preparar, reflectir, formar, empenhar-se” (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 4).

Day (1999 *apud* BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 4) expõe que, na cooperação, as relações de poder e as ações dos participantes no trabalho cooperativo não são interrogadas. Do ponto de vista de Day (1999), conforme indicam Boavida e Ponte (2002), a colaboração pressupõe negociação cuidadosa, decisões síncronas, comunicação ativa, diálogo e aprendizagem por parte de todos os participantes no processo formativo.

Como já mencionamos, Boavida e Ponte (2002) apontam aspectos que necessitam ser observados na constituição do grupo em colaboração para que atenda aos objetivos traçados. A



*confiança*, um primeiro passo para o real alcance da colaboração, desenvolve-se em um clima de respeito e cuidado, seja em nível pessoal ou profissional. Ter *confiança* implica expor ideias abertamente, questionar valores e ações uns dos outros, respeitando e sendo respeitado. O *diálogo* é considerado um instrumento fundamental, sendo importante aceitar a voz de cada sujeito e ter noção de que nenhuma ideia é definitiva. Deve-se perceber que esse aspecto é mais que um instrumento consensual, ele pode revogar contradições e renovar compreensões. A *negociação* é mais um dos aspectos que permeia o processo colaborativo do princípio ao fim. De acordo com Boavida e Ponte (2002, p. 7), “[...] é preciso ser capaz de negociar objetivos, modos de trabalho, modos de relacionamento, prioridades e até significados de conceitos fundamentais”. Esse aspecto visa enfrentar as ambiguidades que possam surgir na trajetória do processo do trabalho colaborativo.

Implícita à ideia de colaboração está, também, a relação de *mutualidade*, pois todos têm algo a dar e algo a receber no trabalho colaborativo. Um desequilíbrio nessa relação torna controverso atribuir a essa ideia o título de colaboração. No entanto, a mutualidade e o equilíbrio não significam igualdade absoluta, pois todos os participantes têm um papel reconhecido no projeto e se beneficiam dele (BOAVIDA; PONTE, 2002). Conforme apontam os autores, “a igualdade como meta pode ser inviável – em especial nos projectos em que existem membros com diferentes papéis dada a sua formação específica – e procurar impô-la à força pode ser não só artificial como contraproducente” (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 6).

A *reflexão* também é um aspecto que pode emergir e ser potencializado por uma prática colaborativa. Para Saraiva e Ponte (2003), se pesquisadores e professores trabalharem colaborativamente, é possível que os diferentes pontos de vista, quando compartilhados, favoreçam o desenvolvimento do conhecimento relacionado à prática de ensino. Nesse momento de partilha entre os participantes, o pesquisador pode ter acesso à reflexão feita pelo professor (SARAIVA; PONTE, 2003).

Esses autores consideram que “a reflexão é assim um processo pelo qual os professores estruturam e reestruturam o seu conhecimento prático e pessoal” (SARAIVA; PONTE, 2003, p.8), ganhando confiança nas capacidades para fazer e ensinar Matemática. A *reflexão* é

mais do que uma simples tomada de consciência da nossa experiência e do nosso conhecimento (reflexão sobre os conteúdos). Ela envolve, também, a crítica sobre como estamos a perceber, pensar, julgar e agir (reflexão sobre os processos), bem como sobre as razões do porquê de termos feito o que fizemos (reflexão sobre as premissas). Recorremos à reflexão quando queremos uma orientação para a negociação de um passo numa série de acções ou quando nos debatemos com uma dificuldade na compreensão de uma nova experiência (SARAIVA; PONTE, 2003, p.7).

Para Boavida e Ponte (2002, p. 2), a colaboração oferece importantes vantagens, uma vez que reunindo “diversas pessoas que interagem, dialogam e refletem em conjunto, criam-se sinergias que possibilitam uma capacidade de reflexão acrescida e um aumento das possibilidades de aprendizagem mútua”.

Outro aspecto importante e destacado por Ponte *et al.* (2017, p. 89) é a *partilha de experiência*. Os autores revelam que essa prática apresenta grande valor na formação, pois “os professores podem conhecer situações algo semelhantes às vivenciadas nas suas salas de aula, mas que enriquecem o seu conhecimento sobre as potencialidades dessas situações”. Entende-se que a *partilha de experiência* pode fortalecer a relação que se estabelece entre formação e prática de ensino. Segundo Nóvoa (2003, p.13), “ninguém aprende sozinho, isolado. A formação exige partilha. A atividade docente necessita de dispositivos de acompanhamento”. Gauthier (1998) também declara a importância da partilha de experiências, enfatiza que não há como dissociar o professor de sua experiência profissional em virtude das experiências que sempre são partilhadas em espaços sociais de convivência, como a escola. Ao afirmar a importância da partilha de experiência, o autor reforça que os professores não utilizam apenas as experiências como suporte para o desenvolvimento profissional, eles carregam toda uma bagagem de experiências e saberes que provêm da formação profissional, que apresenta lacunas, mas que não se pode desprezar.

Não é fácil implementar o trabalho colaborativo, e é difícil mantê-lo com esses requisitos que apresentamos até aqui. O conjunto de pessoas com interesses comuns não “nasce colaborativo”, torna-se colaborativo a partir de um processo que desenvolve essencialmente a confiança, o respeito mútuo e o respeito pela diversidade (CURI; MARTINS, 2018). De acordo com Curi e Martins (2018), o processo colaborativo provém da resignificação da posição pessoal, das vivências compartilhadas e de questionamentos dos professores: de onde falam, o que estão fazendo e o que pretendem fazer.

Boavida e Ponte (2002) apresentam quatro características que tornam o trabalho colaborativo particularmente vulnerável. A primeira é o fato de que a colaboração é marcada pela *imprevisibilidade*, pois o processo traz características dinâmicas, criativas e mutáveis. Frequentemente, é necessário rever os pensamentos, as negociações, as decisões e reajustar o caminho para que não se corra o risco de caminhar à deriva, sem objetivo nítido. De fato, esse reajuste pode demandar mudanças nos papéis dos participantes e requerer (re)negociação durante o desenvolvimento da proposta.

A segunda característica é saber *gerir a diferença*. Num trabalho em colaboração, há diversidades entre os participantes: objetivos próprios, prioridades e entendimentos distintos, sendo necessário atender e equilibrar esses aspectos.

A terceira característica diz respeito a conseguir *gerir os custos e benefícios*. De acordo com Boavida e Ponte (2002), um “dos problemas com que se defrontam muitos projectos é a desigualdade entre os custos e os benefícios que desses projectos retiram os diversos participantes” (p. 11). Como afirmam Ponte e Serrazina (2003, p. 19), “é preciso saber avaliar os potenciais custos e benefícios de cada um dos membros de um grupo colaborativo, procurar negociá-los de modo equilibrado e ter bastante atenção ao que se pede e ao que se dá a cada participante”.

A quarta e última característica apresentada por Boavida e Ponte refere-se a estar *atento em relação à autossatisfação confortável e complacente e ao conformismo*. Como afirmam os autores, a “colaboração não serve só para boas causas” (p. 11), pois ela pode servir também para reforçar práticas e pontos de vistas já existentes. Como colocam Ponte e Serrazina (2003, p. 20),

Quando os participantes acham que está tudo bem, que nada de substancial há a melhorar – a não ser, eventualmente, alguns pequenos pormenores – o cenário está montado para uma atitude auto-complacente. Isso pode conduzir ao anulamento da individualidade e da criatividade individuais e fazer do grupo uma força conservadora, em vez de o tornar num efectivo apoio para a identificação e a resolução dos problemas que, em última análise, constituem a sua razão de ser.

Sendo assim, é importante a compreensão recíproca do mundo uns dos outros, reconhecendo os esforços e benefícios para alcançar a paridade na colaboração.

São múltiplas as formas de se trabalhar em processos de formação de professores para buscar a colaboração entre os envolvidos. Uma delas é o Estudo de Aula, que “é um processo de desenvolvimento profissional originário do Japão e hoje em dia praticado em todo o mundo” (QUARESMA; PONTE, 2019, p 369). No Estudo de Aula, os

professores trabalham em conjunto, procurando identificar dificuldades dos alunos, e reparam em detalhe uma aula que depois observam e analisam em profundidade. No fundo, realizam uma pequena investigação sobre a sua própria prática profissional, em contexto colaborativo, informada pelas orientações curriculares e pelos resultados da investigação relevante (PONTE *et al.*, 2016, p. 869).

Para Utimura, Borelli e Curi (2020), o Estudo de Aula

[...] proporciona potencialidade para promover o desenvolvimento profissional dos professores participantes e os desafios apresentados são os de convencer os professores que a metodologia é possível de ser realizada nas escolas com o grupo de professores; que contribui para a prática docente; e que a presença dos pesquisadores, possa com o tempo, não olhar de maneira avaliativa o trabalho que será

desenvolvido, mas sim de forma colaborativa [...] (UTIMURA; BORELLI; CURI, 2020, p.10).

Tanto Ponte *et al.* (2016) como Utimura, Borelli e Curi (2020) evidenciam a característica colaborativa do Estudo de Aula. Essa forma de colaboração oportuniza que os professores – de maneira estruturada e sustentada, centrada na aprendizagem do aluno – realizem reflexões sobre a sua própria prática e arrisquem novas concepções de ensino e aprendizagem.

Um aspecto de grande importância do Estudo de Aula é o fato de centrar-se nas aprendizagens dos alunos e não no trabalho dos professores, distinguindo-se, assim, de outros processos de formação que envolvem observação de aula centrada na atuação do professor (MURATA, 2011). Para Ponte *et al.* (2016), a experiência em um ciclo<sup>16</sup> de Estudo de Aula consiste na oportunidade de os professores aprenderem questões importantes em relação ao conteúdo que ensinam, às orientações curriculares, aos processos de raciocínio e às necessidades dos alunos, além da dinâmica da sala de aula. O Estudo de Aula é, também, considerado promotor de desenvolvimento profissional, sobretudo no conhecimento didático, no que tange à seleção de tarefas, à atenção aos processos de raciocínio dos alunos e à condução de discussões matemáticas coletivas (QUARESMA; PONTE, 2016).

Como indicam Baldin (2009), Utimura (2015) e Bezerra (2017), há alguns desafios na implementação da abordagem do Estudo de Aula no Brasil. A aceitação por parte dos professores é um deles, pois é comum se sentirem inseguros em um processo formativo em que terão suas aulas gravadas e depois analisadas. No Japão, diferentemente do Brasil, a metodologia está mais bem estabelecida na cultura de formação dos professores há mais de um século (BEZERRA, 2017).

Na literatura brasileira, esses desafios são partilhados, indicando a pertinência de adaptação à cultura educacional brasileira. Para Bezerra (2017) e Curi (2020), estabelecer tal abordagem na vida profissional dos professores requer tempo, mudança de postura e rescindir com a cultura do trabalho individualista. Para tanto, propostas de trabalhos colaborativos são essenciais. Menezes e Ponte (2010) sintetizam a noção de colaboração entre professores chamando a atenção para esse individualismo que insiste em ser uma característica do trabalho docente.

Em resumo, a colaboração profissional de professores é um conceito multifacetado, assumindo naturezas e formas diversas. Como denominador comum a todas elas está

---

<sup>16</sup> Nesta pesquisa, assumimos o ciclo de Estudo de Aula composto por planejamento, desenvolvimento e análise coletiva de uma aula.

a interação entre profissionais, procurando alcançar um ou vários objectivos comuns ou pelo menos partilhados em parte. Parece inquestionável a importância e a necessidade da colaboração entre os professores. A discussão em torno desta ideia, num grupo profissional que trabalha organizado em instituições escolares, e que tem necessidade de estabelecer cadeias de relações com outros agentes educativos – visando objectivos comuns – só ganha proeminência por o individualismo ser ainda, em muitos países, a característica dominante da profissão (MENEZES; PONTE, 2010, p. 9).

Finalizamos este capítulo ressaltando nossa perspectiva de que o desenvolvimento profissional do professor pode ser potencializado em trabalhos colaborativos e que uma forma de se trabalhar em colaboração é por meio da metodologia do Estudo de Aula. Esses foram os princípios que fundamentaram o processo formativo de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental que esta pesquisa se propõe a investigar. Como o próximo capítulo explica, a proposta do processo formativo foi constituir um grupo de trabalho colaborativo, seguindo as características apresentadas por Boavida e Ponte (2002) e Menezes e Ponte (2010). No entanto, nesta pesquisa, não se teve a pretensão de caracterizar o grupo de professores como um grupo colaborativo ou não. Ao apresentar o contexto da pesquisa, explicitamos algumas características do processo formativo que indicam a intenção de constituir um grupo de trabalho colaborativo, mas, nosso foco de pesquisa esteve centrado em um único encontro, aquele destinado ao planejamento coletivo de uma aula<sup>17</sup>. Queremos enxergar, nesse encontro e nas discussões ocorridas nele, alguns dos aspectos do trabalho colaborativo mencionados ao longo deste capítulo.

---

<sup>17</sup> No próximo capítulo, justificamos essa decisão de analisar somente o encontro referente ao planejamento coletivo da aula.

## 2. METODOLOGIA DA PESQUISA

Em seu poema “Provérbios e cantares”, Antonio Machado diz: “Caminhante, não há caminho. Faz-se caminho ao andar.” Transferindo esse pensamento para o contexto de nossa pesquisa, ele nos remete à ideia de que o caminho para a realização de uma pesquisa qualitativa não é conhecido previamente, mas vai se delineando conforme a pesquisadora avança nos estudos e nas análises dos dados. É como afirmam Bogdan e Biklen (1994, p. 50), “Não se trata de montar um quebra-cabeças cuja forma final conhecemos de antemão. Está-se a construir um quadro que vai ganhando forma à medida que se recolhem e examinam as partes”.

Compreendemos a pesquisa que executamos como uma atividade humana e social que irá exprimir valores, escolhas, concepções e alguns desassossegos pessoais provenientes da prática cotidiana e de reflexões que transitam nas ações de uma pesquisadora iniciante, a autora deste texto.

Retomamos os objetivos de nossa pesquisa para, ao longo do capítulo, explicitar suas características, descrever o contexto em que foi realizada e detalhar os aspectos metodológicos assumidos:

1) *analisar aspectos de trabalho colaborativo manifestados durante um encontro destinado ao planejamento coletivo de uma aula em um processo formativo com professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental;*

2) *identificar componentes do processo formativo, que assumia o Estudo de Aula como processo de desenvolvimento profissional, que, possivelmente, favoreceram a manifestação desses aspectos de trabalho colaborativo.*

Como já indicamos, a presente pesquisa é de natureza qualitativa, de acordo com Bogdan e Biklen (1994). Os dados foram produzidos em um ambiente natural de formação continuada que envolveu professores formadores, professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental e estudantes do PPGMAT. Os dados efetivamente utilizados nesta pesquisa foram produzidos por meio de gravações em vídeo e em áudio (posteriormente transcritos), produções escritas das professoras participantes e, também, por anotações feitas pela pesquisadora, que atuou como “observadora participante” (LUDKE; ANDRÉ, 1986). Assim, a pesquisadora, por meio de suas interpretações dos dados e com base no referencial teórico anunciado, procurou analisar “de forma indutiva” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 50) os dados a fim de estabelecer uma compreensão do objeto de estudo (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Na próxima seção, detalhamos o contexto da pesquisa, descrevendo o projeto que deu origem ao processo formativo e detalhando características da constituição do grupo e do encontro que foi objeto de nossa investigação.

## 2.1 Contexto da pesquisa

Esta pesquisa está inserida no contexto do Projeto de Extensão<sup>18</sup> intitulado “*Formação Continuada em Matemática para Docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental*”, proposto por professores do Departamento Acadêmico de Matemática (DAMAT) da UTFPR - Londrina e destinado a professoras do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, em parceria com a Secretaria Municipal de Educação (SME) de Londrina-PR. Consta nesse Projeto de Extensão que os objetivos previstos para essa formação continuada eram: (i) promover o desenvolvimento profissional dos professores dos anos iniciais, especificamente professores que ministram aula no 4º ano e no 5º ano; um desenvolvimento profissional baseado na prática com potencial para transformar seus conhecimentos, suas crenças e hábitos de ensino, fazendo conexões diretas com a prática de ensino (SMITH, 2001); (ii) buscar formas de promover essas transformações em contextos naturais (PONTE *et al.*, 2016). Para tanto, desejava-se realizar um trabalho colaborativo por meio do Estudo de Aula.

O projeto vigorou por dois anos, 2018 e 2019. Foram constituídos dois grupos distintos em cada ano. Detalharemos, brevemente, cada um desses grupos, mas alertamos que a presente pesquisa foi realizada com o grupo de 2019. Como a experiência vivida pelos professores formadores no grupo de 2018 teve implicações<sup>19</sup> no andamento do grupo de 2019, principalmente no que diz respeito à colaboração, vamos descrever, brevemente, como foi o processo formativo de 2018 para, em seguida, descrever o de 2019 e focar o encontro de planejamento de uma aula, que é o objeto de análise na pesquisa.

Em 2018, o processo formativo foi proposto por três professores da UTFPR - Londrina, sendo um deles o orientador desta pesquisa. O Projeto de Extensão foi realizado em parceria com a Secretaria Municipal de Educação (SME) de Londrina, que contribuiu para, entre outras coisas, viabilizar a liberação das professoras da rede municipal em suas escolas nos dias dos encontros.

---

<sup>18</sup> Projeto de extensão homologado e desenvolvido na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – câmpus Londrina.

<sup>19</sup> Uma análise mais cuidadosa da comparação entre esses dois grupos (o de 2018 e o de 2019) está apresentada em Elias e Trevisan (2020).

Em 2018, a SME participou mais fortemente de algumas decisões que tiveram implicações na constituição e no andamento do grupo. Essas decisões envolveram a periodicidade dos encontros, o dia da semana em que aconteceram e, também, a indicação das professoras dos anos iniciais para participarem do projeto.

Os encontros aconteceram às quartas-feiras, das 13h30 às 17h30. A escolha por esse dia se deu pelo fato de a SME tentar organizar, para toda a rede municipal de Londrina, um dia da semana específico para as horas-atividade dos professores de cada ano escolar. Por exemplo, os professores que atuavam no 4º ano do Ensino Fundamental teriam a quarta-feira para desenvolver suas horas-atividade e os professores do 5º ano teriam a quinta-feira. Diante do dia da semana que melhor se adequava aos professores formadores e à condição posta pela SME, o grupo de 2018 foi constituído apenas por professoras do 4º ano e os encontros aconteceram às quartas-feiras.

A respeito da periodicidade dos encontros, a SME solicitou que os encontros não fossem realizados quinzenalmente, como queriam os formadores, mencionando que as escolas poderiam não autorizar a liberação das professoras por tantos dias. Por isso, foram realizados oito encontros entre os meses de abril e de outubro de 2018, praticamente um encontro por mês (ELIAS; TREVISAN, 2020).

Sobre a indicação das professoras que participariam da formação, a SME elencou as escolas que poderiam liberar alguma(s) de suas professoras. Com base nisso, a própria SME entrou em contato com os diretores das escolas elencadas e eles indicaram as professoras que fizeram parte do grupo. Isto é, não podemos dizer que a participação das professoras em 2018 foi voluntária (ELIAS; TREVISAN, 2020).

A quantidade de professoras convidadas foi decidida por meio de uma negociação entre os professores formadores e a SME. Os formadores desejavam um número pequeno de professoras para desenvolverem um trabalho na perspectiva desejada, e a SME aceitou. Assim, o grupo de 2018 contou com seis professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental da rede municipal de Londrina, três professores formadores e uma estudante do PPGMAT, também professora dos anos iniciais.

Como relatam Elias e Trevisan (2020), os professores formadores não tinham muita experiência em trabalhar numa perspectiva de trabalho colaborativo como a pretendida. A condução do grupo tentava seguir o que os formadores vinham estudando sobre grupos colaborativos, buscando uma relação horizontal entre todos os participantes, sem que os próprios formadores exercessem excessivamente os papéis de liderança e concentrassem neles



a tomada de decisões. Buscava-se, dessa maneira, que as professoras participassem de quase todas as escolhas e decisões (ELIAS; TREVISAN, 2020).

Havia, por parte dos formadores, um certo cuidado (talvez excessivo) com a sugestão apontada por Boavida e Ponte (2002, p. 6): “Se a relação é muito desequilibrada, havendo uns que dão muito e recebem pouco e vice-versa, é problemático atribuir a essa actividade um carácter de colaboração”. No entanto, houve certa dificuldade em perceber que “mutualidade e equilíbrio não significam igualdade absoluta” (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 6). Ao deixar grande parte das decisões e escolhas para ser tomada no grupo e, também, ao deixar que as professoras sempre compartilhassem suas experiências e histórias de sala de aula, o ciclo de Estudo de Aula pouco avançou.

O planeamento de uma aula para ser desenvolvida por uma das integrantes do grupo demorou a se consolidar. Inicialmente, o grupo escolheu o tema matemático divisão de números naturais. Os encontros do primeiro semestre de 2018 foram dedicados a estudar esse tema, mas o planeamento de uma aula não caminhou. Os professores formadores propunham leituras (artigos académicos, documentos curriculares) e discussões com vistas a evitar que as professoras reproduzissem práticas conservadoras frequentemente utilizadas no ensino de divisão, como, por exemplo, centrar o foco apenas no algoritmo. No entanto, como ressaltam Elias e Trevisan (2020, p. 194),

As discussões no grupo, geralmente, caíam em situações que os formadores não sabiam conduzir para promover uma mudança na concepção sobre o ensino de Matemática. Os formadores não souberam lidar com a resistência da professora e, ao mesmo tempo, manter uma relação horizontal no grupo, sem serem impositivos.

O primeiro semestre de 2018 se encerrou e, após 4 encontros, não havia um planeamento de aula encaminhado. No segundo semestre, o grupo decidiu modificar o tema matemático para frações, pois esse conteúdo seria abordado com seus alunos. Um novo planeamento foi iniciado, novos estudos, novos artigos científicos e novas discussões.

No sétimo encontro do grupo (o terceiro encontro do segundo semestre), uma aula foi planejada coletivamente. Com base no trabalho de Lins e Silva (2006), um dos textos estudados no grupo, foi elaborada a *Tarefa dos Canudos*, que solicitava aos estudantes medirem objetos da sala utilizando apenas um canudo. O objetivo era que os números racionais na forma fracionária fossem introduzidos a partir de seu significado de medida, o “que não era comum para as professoras, que estavam acostumadas a iniciar o trabalho de frações por meio do significado de parte-todo (usualmente utilizando pizzas e barras de chocolate)” (ELIAS;

TREVISAN, 2020, p. 191). Uma das professoras participantes aceitou desenvolver a aula em sua turma de 4<sup>o</sup> ano.

Cinco dias após o planejamento, no dia 08 de outubro de 2018, uma segunda-feira de manhã, foi desenvolvida a aula. Para observar e gravar em áudio e vídeo, estavam presentes um dos formadores e a estudante do PPGMAT. As demais professoras não participaram, informando que não teriam liberação em suas escolas para acompanhar a aula (ELIAS; TREVISAN, 2020).

O oitavo e último encontro de 2018 foi destinado à análise coletiva da aula desenvolvida. Entretanto, além dos professores formadores e da estudante do PPGMAT, somente a professora que desenvolveu a aula compareceu. Isso exigiu mudanças na dinâmica prevista pelos formadores para a análise da aula, tornando-se mais uma conversa pessoal com a professora do que uma análise coletiva do desenvolvimento de sua aula. Nesse encontro, houve também a reformulação da *Tarefa dos Canudos*, na tentativa de melhorar a proposta a partir do que foi analisado, e o planejamento de uma nova aula a ser desenvolvida. No entanto, a aula reformulada não foi desenvolvida, uma vez que a professora ficou doente e, como já era outubro de 2018, não havia mais tempo para novo desenvolvimento da aula (ELIAS; TREVISAN, 2020).

Assim, o ciclo do Estudo de Aula realizado em 2018 constou de uma aula planejada coletivamente e desenvolvida por uma das professoras participantes. A análise da aula, última etapa do ciclo de Estudo de Aula, não foi como o esperado pelos formadores. Na visão de Elias e Trevisan (2020), foi uma combinação de fatores que contribuíram para as dificuldades encontradas. Por um lado, o grupo de 2018 era formado por professoras que não conheciam previamente a proposta do processo formativo, não haviam procurado a formação de forma voluntária, não conheciam e não estavam dispostas a trabalhar na perspectiva do Estudo de Aula e eram resistentes a algumas propostas dos formadores (ELIAS; TREVISAN, 2020). Por outro lado, os professores formadores tinham pouca experiência com o trabalho colaborativo e buscavam formar um grupo colaborativo tentando, a todo momento, evitar “a posição de chefes do grupo” (ELIAS; TREVISAN, 2020, p. 194).

Passamos agora a descrever o processo formativo de 2019, que, em comparação com 2018, foi diferente em vários aspectos. Somente dois daqueles três professores formadores fizeram parte do processo. A parceria com a SME permaneceu, mas, dessa vez, com menor engajamento da Secretaria. A proposta da formação continuada foi, novamente, negociada com a SME, mas sua maior colaboração foi na divulgação e no convite, disparando *e-mail* a todas as professoras do 4<sup>o</sup> e do 5<sup>o</sup> anos do Ensino Fundamental do município. Diferentemente do que

ocorrera em 2018, no ano de 2019, a SME não cuidou de viabilizar a liberação das professoras junto às escolas. Essa liberação ficou por conta do combinado entre professora e diretor(a), de acordo com a logística da hora-atividade de cada participante. As professoras interessadas realizaram suas inscrições por meio de um formulário enviado no *e-mail*-convite.

Nesse *e-mail*-convite, os professores formadores detalhavam como seria o processo formativo (explicitando a proposta de Estudo de Aula). Após receberem o *e-mail* com as informações do processo formativo, as professoras interessadas entraram em contato com os formadores, também por *e-mail*, sem intermediação da SME. Após a confirmação de suas inscrições no processo formativo, era responsabilidade das professoras negociarem diretamente com as diretoras de suas escolas a liberação de sua hora-atividade.

Ao enviar o *e-mail* com uma breve explicação sobre a proposta e aguardar o retorno de quem desejava efetivar sua inscrição, os professores formadores esperavam uma participação voluntária, diferente do que ocorreu em 2018.

No mesmo *e-mail*, foi enviado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), informando que os dados produzidos no grupo poderiam ser objeto de análise em pesquisas futuras. Para fazer parte do processo formativo, as interessadas não eram obrigadas a assinar o TCLE, mas todas as professoras integrantes assinaram o TCLE e aceitaram ser participantes de pesquisas futuras, desde que mantendo o anonimato. Por isso, os nomes das professoras utilizados neste texto são todos fictícios.

Foram realizados 8 encontros presenciais, um por mês, com início em abril e término em novembro de 2019. Cada encontro teve duração de aproximadamente 4 horas (das 13h30 às 17h30), sempre às quintas-feiras, conforme a proposta enviada no *e-mail*-convite. O dia da semana e a periodicidade dos encontros foram decididos pelos professores formadores.

Durante o período de inscrições, 30 professoras enviaram *e-mail* manifestando interesse na formação continuada. No entanto, 17 confirmaram suas participações e, no primeiro encontro, 14 professoras compareceram. Dessa maneira, além das professoras participantes, o grupo era formado por duas novas mestrandas do PPGMAT (uma delas, a autora desta pesquisa) e os dois professores formadores (um deles, orientador deste trabalho). Para a realização de um trabalho colaborativo por meio do Estudo de Aula, esse número (14 professoras) pode ser considerado alto, pois pode dificultar o envolvimento de todos os participantes durante as atividades propostas e, também, inviabilizar que uma relação mais próxima entre os participantes seja estabelecida. Mesmo assim, os professores formadores não quiseram limitar a quantidade de participantes com um número muito baixo, pois a experiência de 2018 mostrou

que a desistência ao longo do processo é bastante comum. Logo, era preferível adaptar<sup>20</sup> a dinâmica dos encontros considerando um número maior de pessoas do que a improvisar quando o encontro conta com uma ou duas professoras.

Tanto os formadores como as duas mestrandas participaram de todos os encontros. As mestrandas atuaram como professoras participantes e como pesquisadoras (observando e fazendo registros de alguns acontecimentos). Os professores formadores, além de proponentes do processo formativo e de realizarem os planejamentos das ações desenvolvidas, propunham e mediavam as discussões entre as professoras participantes durante os encontros.

Elias e Trevisan (2020) apresentam algumas mudanças na postura dos professores formadores para o grupo de 2019, levando em consideração o que haviam vivenciado no ano anterior.

No novo grupo, em 2019, os formadores decidiram mudar algumas condutas, sendo mais diretivos nas ações e buscando envolver o trabalho com a sala de aula das professoras o quanto antes, uma vez que essa estratégia foi considerada importante para engajá-las na proposta. Evitaram, também, abrir muito espaço nas discussões que envolvessem relato de histórias de sala de aula ou de experiências que reforçassem o conservadorismo da prática (BALL; COHEN, 1999). A intenção de ir o quanto antes para a sala de uma das professoras foi colocada desde o primeiro encontro de 2019 (ELIAS; TREVISAN, 2020, p. 194).

Em 2019, os professores formadores buscaram preservar a proposta de um grupo que matinha uma relação de igualdade entre os membros, debatendo objetivos que pudessem beneficiar a todos, mas tentaram delimitar melhor as opções e o tempo destinado a determinadas atividades. Em comparação a 2018, os formadores revisaram a questão da igualdade entre os membros do grupo, compreendendo que não significava uma igualdade absoluta entre os membros, mas que cada participante “tem de assumir um mínimo de protagonismo, não se reduzindo, por exemplo, o seu papel ao de um mero fornecedor de dados a outros participantes” (BOAVIDA; PONTE, 2002, p. 6).

Ao longo de toda a formação, buscou-se incentivar as professoras a se envolverem nas decisões do grupo, seja selecionando o conteúdo matemático a ser investigado, seja propondo tarefas matemáticas a serem discutidas e os objetivos dos estudos. Entre um encontro presencial e outro, porém, a partir do que o grupo decidia, os professores formadores delimitavam ainda mais essas escolhas e delineavam a dinâmica do encontro seguinte, sempre buscando proporcionar estudos que se somassem aos debates matemáticos e didáticos.

---

<sup>20</sup> Com um número grande de participantes, os encontros passaram a ter momentos em pequenos grupos (com 4 ou 5 professoras) sucedidos por momentos de discussões envolvendo todo o grupo. Esse momento envolvendo todos do grupo é chamado de plenária.

Por exemplo, logo no primeiro encontro de 2019, os professores formadores levaram trechos da aula desenvolvida pela professora no ano anterior para que as novas professoras pudessem vivenciar a análise de uma aula, como pretendido com o Estudo de Aula. Como mencionam Elias e Trevisan (2020, p. 194), “foi desenvolvida uma reflexão coletiva com o objetivo de que as professoras experienciassem essa estratégia de trabalho. Além disso, os formadores propuseram manter o tema matemático abordado na aula (frações), o que foi aceito pelo grupo”. Também em conjunto, ficou decidido que a *Tarefa dos Canudos* seria reformulada no grupo e desenvolvida por uma das professoras.

Como sugerem Elias e Trevisan (2020), a nova conduta dos professores, junto a outros fatores (por exemplo, a participação voluntária das professoras), parecem ter surtido algum efeito, pois, após 5 meses e 5 encontros presenciais, dois ciclos de Estudo de Aula completos (planejamento, desenvolvimento e análise de uma aula) foram realizados.

Além dos encontros presenciais, havia tarefas não presenciais entre esses encontros. De abril a novembro de 2019, foram realizadas as seguintes ações nessa formação: (i) oito encontros presenciais; (ii) tarefas não presenciais anteriores aos encontros presenciais; (iii) desenvolvimento de duas aulas, planejadas coletivamente, por duas professoras integrantes em sua própria sala de aula com estudantes do 4º e do 5º ano; (iv) reflexões individuais realizadas pelas professoras após suas aulas e (v) análises dessas aulas com o grupo de professoras em encontros presenciais.

O Quadro 1 detalha essas ações desenvolvidas ao longo de todo o processo formativo. As ações descritas, com exceção de algumas não presenciais, foram gravadas em áudio e em vídeo.

**Quadro 1** – Ações desenvolvidas na formação continuada em 2019

<b>Primeiro Semestre de 2019</b>		
	<b>Ações</b>	<b>Objetivos</b>
Não presencial	Estudos prévios a respeito do Estudo de Aula. Foram sugeridos, pelos professores formadores, materiais de consulta e levantadas algumas questões sobre a abordagem do Estudo de Aula para serem respondidas e levadas no primeiro encontro.	Primeiro contato (caso não tivessem) com a abordagem do Estudo de Aulas.
Primeiro encontro presencial. Dia 04/04/2019	Apresentação dos integrantes.	Conhecer os integrantes, os nomes das escolas em que trabalham e as turmas em que atuam.
	Estudo de uma aula planejada na formação continuada proposta pelos professores formadores em 2018 e	Experienciar a abordagem do Estudo de Aula a partir de trechos da aula desenvolvida em 2018.

	desenvolvida por uma professora participante naquele ano.	Discutir a tarefa matemática (“Tarefa dos Canudos”) desenvolvida na aula estudada, cujo objetivo foi introduzir a necessidade do uso do número racional na forma fracionária pelo seu significado de medida.
Não presencial	Estudos prévios a respeito do Estudo de Aula: vídeo <sup>21</sup> e trechos do artigo Ponte <i>et al.</i> (2016).	Aprofundar o conhecimento a respeito do Estudo de Aula.
	Tarefas matemáticas envolvendo diferentes significados de número racional na forma fracionária, retiradas de Campos, Magina e Nunes (2006).	Levantar reflexões sobre significados de número racional na forma fracionária para além de parte-todo, como as ideias de quociente, razão e medida.
Segundo encontro presencial. Dia 02-05-2019	A partir das tarefas matemáticas deixadas para o momento não presencial, apresentação e discussão dos diferentes significados de número racional na forma fracionária.	Discutir os diferentes significados, bem como as ideias de comparação e equivalência de frações. Antecipar resoluções de estudantes ao resolver as tarefas matemáticas e promover formas de abordar dificuldades que estudantes podem apresentar.
Desenvolvimento da aula. Dia 14-05-2019	Gravação da aula desenvolvida por uma das integrantes.	Realização da aula desenvolvida a partir da “Tarefa dos Canudos”, planejada coletivamente.
Não presencial	Reflexão, após a aula, realizada pela professora regente.	Proporcionar à professora um momento de reflexão sobre a aula, revisitando seu planejamento, comparando-o com o desenvolvimento da aula e pensando nas aulas futuras.
	Tarefas matemáticas que permitem desenvolver práticas de Ensino Exploratório (CANAVARRO, 2011) com diferentes significados de frações.	Levantar reflexões sobre o planejamento de aulas na perspectiva do Ensino Exploratório.
Terceiro encontro presencial. Dia 06-06-2019	Estudo da aula desenvolvida pela professora.	Analisar a aula desenvolvida por uma das professoras do grupo, proporcionando reflexões a respeito da aprendizagem dos alunos referente à introdução das frações por meio do significado de medida.
Não presencial	A partir de 5 enunciados envolvendo diferentes significados, antecipar diferentes formas de pensar de seus alunos.	Trabalhar, com as professoras, a prática de antecipar formas de pensar dos estudantes e, também, os diferentes significados dos números racionais na forma fracionária.

<sup>21</sup> II Congresso Internacional Envolvimento dos Alunos na Escola - João Pedro da Ponte (versão compacta). Link para acesso: <https://www.youtube.com/watch?v=NcsXG0npRLc&t=3s>. Acessado em: 28 de dezembro de 2020.

	Realizar a leitura de um texto e assistir a um vídeo sobre o Ensino Exploratório (Canavarro, 2011).	Familiarizar as professoras com as cinco práticas para conduzir discussões matemáticas produtivas em sala de aula propostas por Stein <i>et al.</i> (2008), a saber: antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões.
	Selecionar tarefas matemáticas sobre frações que sejam usuais em suas práticas docentes.	Conhecer tarefas matemáticas sobre frações que as professoras frequentemente utilizam com suas turmas.
<b>Quarto encontro presencial. Dia 04-07-2019</b>	Tarefas matemáticas para explorar diferentes aspectos envolvendo frações.	Discutir as tarefas matemática (“A Malha Quadriculada” e “Tarefa dos Arremessos de Basquete”), com o objetivo de introduzir o significado de fração equivalente.
	Planejamento de uma nova aula, a ser ministrada por outra professora do grupo.	Selecionar uma das tarefas e promover uma experiência com as práticas de antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões de modo que uma professora pudesse trabalhar a tarefa e as práticas em sua turma.
Desenvolvimento da aula. Dia 31/07/2019	Gravação da aula desenvolvida por uma das integrantes.	Filmar a aula para posterior estudo junto ao grupo.
Não presencial	Reflexão, após a aula, realizada pela professora regente.	Proporcionar à professora um momento de reflexão sobre a aula, revisitando seu planejamento, comparando-o com o desenvolvimento da aula e pensando nas aulas futuras.
<b>Segundo semestre de 2019</b>		
<b>Quinto encontro presencial. Dia 15/08/2019</b>	Apresentação dos novos integrantes.	Conhecer os integrantes, os nomes das escolas em que trabalham e as turmas em que atuam.
	Estudo de uma aula planejada na formação continuada proposta pelos integrantes do 1º semestre de 2019 e desenvolvida por uma professora participante naquele semestre.	Discutir a tarefa matemática desenvolvida na aula estudada, com o objetivo de trabalhar a ideia de fração equivalente.
Não Presencial	Assistir e responder a algumas questões da entrevista concedida pela pesquisadora Lourdes Onuchic	Conhecer a metodologia de Resolução de Problemas <sup>23</sup> ; estudar e refletir sobre os campos aditivo e multiplicativo de Vergnaud.

<sup>23</sup> A partir da negociação com o grupo de professoras no quinto encontro e pelo interesse delas em trabalhar com Resolução de Problemas, no processo formativo, foram abordadas, de maneira introdutória, algumas discussões a respeito dessa metodologia.

	para a série “Salto para o Futuro” na TV Escola <sup>22</sup> . Responder a algumas questões sobre o trabalho com Resolução de Problemas envolvendo ensino e aprendizagem das quatro operações, a partir de um material da pesquisadora Nilza Bertoni.	
<b>Sexto encontro presencial. Dia 12-09-2019</b>	A partir das tarefas deixadas para o momento não presencial, discutir o ensino das operações por meio da resolução de problemas.	Discussão sobre a perspectiva de trabalho com Resolução de Problemas, de acordo com a literatura em Educação Matemática. Trabalhar o campo aditivo e alguns dos diferentes significados da adição e da multiplicação, considerando as habilidades presentes na Base Nacional Comum Curricular.
Não Presencial	Estudar o texto “Práticas de Discussão em Sala de Aula de Matemática” (RODRIGUES; MENEZES; PONTE, 2018). Retomar o estudo do campo multiplicativo a partir do material da pesquisadora Nilza Bertoni.	Aprofundar as compreensões dos campos aditivo e multiplicativo, bem como trabalhar com formas de promover discussões matemáticas coletivas em sala de aula.
<b>Sétimo encontro presencial. Dia 17-10-2019</b>	Em pequenos grupos, realizar um planejamento coletivo de uma aula a partir de um problema que envolva o campo multiplicativo.	Elaborar coletivamente tarefas matemáticas envolvendo situações-problema que promovam discussões envolvendo, simultaneamente, a multiplicação e a divisão; antecipar formas de pensar de seus alunos e pensar formas de conduzir o pensamento dos alunos a partir das antecipações.
Não Presencial	Analisar as situações-problema elaboradas pelos grupos, avaliar as antecipações já feitas por cada grupo, propor novas formas de resolver a situação-problema e sequenciar as diferentes resoluções.	Trabalhar as ideias de antecipar e sequenciar diferentes formas de pensar uma mesma situação-problema.
<b>Oitavo encontro presencial. Dia 21/11/2019</b>	Socialização dos planejamentos feitos por cada grupo, discussão em plenária. Avaliação individual sobre o processo formativo que estava se encerrando.	Socializar e sistematizar as discussões feitas nos pequenos grupos. Obter um retorno das participantes sobre o processo formativo a partir de uma avaliação individual por escrito.

Fonte: autoria própria (2021)

<sup>22</sup> Link para acesso: <https://www.youtube.com/watch?v=yOXUi9FfQ18>. Acessado em: 28 de dezembro de 2020.



Antes de descrever especificamente o encontro a ser analisado nesta pesquisa, é preciso fazer um esclarecimento sobre as mudanças ocorridas no grupo no segundo semestre de 2019. O quarto encontro, realizado no mês de julho, contou com 09 professoras. Os professores formadores consideravam um número adequado para o bom andamento da proposta formativa, mas outras professoras sinalizaram que, no segundo semestre, deixariam de participar em razão de seus trabalhos ou outros motivos pessoais. Tal fato causou preocupação nos professores formadores, que se lembraram da experiência de 2018, quando o grupo iniciou, contou com seis professoras e somente uma permaneceu até o último encontro (ELIAS; TREVISAN, 2020).

Com receio de reduzir muito o número de participantes para o segundo semestre de 2019, os professores formadores abriram novas inscrições, iniciando uma nova divulgação da formação continuada. Dessa vez, a divulgação foi feita pelas redes sociais, sem intermédio algum da SME, dando oportunidades a professoras de cidades vizinhas que quisessem integrar o grupo. O novo meio utilizado para a divulgação atingiu um número maior de professoras e o grupo passou a contar com 24 integrantes no encontro do mês de agosto, sendo 6 professoras que já estavam desde o primeiro semestre e 18 novas integrantes. O último encontro de 2019, no mês de novembro, contou com 19 professoras participantes.

O ingresso de novas professoras teve impacto na delimitação da presente pesquisa. Inicialmente, nosso objetivo era investigar aspectos da colaboração durante os encontros presenciais que envolvessem um ciclo completo de Estudo de Aula realizado no grupo. Para tanto, analisaríamos o quarto e quinto encontros, conforme Quadro 1, que se referem ao planejamento e à análise coletiva da aula desenvolvida no dia 31 de julho. Essa já seria uma primeira delimitação da pesquisa, pois, como o processo formativo todo proporcionou uma quantidade de informações e de dados para análise muito grande, sendo difícil investigar todo o processo no curto período em que se desenvolve uma dissertação de mestrado. Prevíamos esse primeiro recorte para buscar aprofundar alguns aspectos em vez de tentarmos investigar o todo. Além disso, esta pesquisa se encontra em um projeto de pesquisa maior, com outras pesquisas que estão investigando outros recortes do mesmo processo formativo.

Entretanto, como novas professoras ingressaram no grupo a partir do quinto encontro, revisamos nossa proposta inicial, pois a presença de novos membros poderia comprometer a análise dos aspectos da colaboração entre as professoras participantes. Decidimos delimitar a pesquisa ao quarto encontro, destinado ao planejamento coletivo de uma aula, uma vez que reuniria apenas as professoras que estavam juntas no processo desde o primeiro encontro e poderiam ter estabelecido uma relação de confiança e amizade entre elas, favorecendo a

manifestação de aspectos da colaboração. Por isso, no Quadro 1, o quarto encontro (no dia 04 de julho) está destacado e é sobre ele que comentamos a partir de agora.

As tarefas não presenciais tinham por objetivo antecipar estudos relevantes para os encontros presenciais, assim, as professoras tomavam conhecimento e refletiam sobre o tema antes do encontro. Foi em uma dessas tarefas não presenciais, anterior ao quarto encontro, que os formadores solicitaram às professoras que encaminhassem uma tarefa matemática (poderia ser mais do que uma), que abordasse o conteúdo “frações”, para ser discutida no encontro presencial. A proposta era que as professoras enviassem tarefas que costumavam utilizar em suas práticas.

Dentre as várias tarefas encaminhadas, duas foram selecionadas pelos professores formadores e levadas para o quarto encontro. Essa atitude dos formadores é mais um exemplo da nova postura adotada em 2019: as professoras participantes apresentavam tarefas utilizadas em suas práticas e, ao invés de deixar um encontro inteiro para analisarem coletivamente cada tarefa e decidirem qual (ou quais) delas poderia(m) ser reformulada(s) e utilizada(s) em uma aula, os professores formadores fizeram uma análise prévia e levaram apenas duas, para agilizar e permitir que a discussão caminhasse mais rapidamente.

A escolha por essas duas tarefas, segundo o Professor formador e orientador deste trabalho, deu-se porque abordavam diferentes aspectos relacionados às frações (tema matemático negociado no grupo). A primeira tarefa, aqui chamada de *Tarefa da Malha Quadriculada*, permite uma discussão das diferentes representações (fracionária, decimal, gráfica e percentual) dos números racionais. A segunda tarefa, aqui chamada de *Tarefa dos Arremessos de Basquete*, possibilita trabalhar com as ideias de comparação e equivalência de frações. Além disso, na perspectiva dos professores formadores, ambas as tarefas têm potencial para uma abordagem de nível elevado (STEIN; SMITH, 2015). Outras tarefas enviadas pelas professoras poderiam ser selecionadas, mas os professores formadores entenderam, no momento da escolha, que essas duas cumpriam bem o papel esperado.

Dessa forma, tais tarefas, apresentadas<sup>24</sup> nos Quadros 2 e 3, foram inspirações para o planejamento da aula desenvolvida por uma professora (integrante do processo formativo) em sua aula com seus alunos.

---

<sup>24</sup> As tarefas apresentadas nos Quadros 2 e 3 foram selecionadas e enviadas pelas próprias professoras participantes. Em uma busca realizada na Internet, apenas para saber se as tarefas estavam disponíveis e para referenciá-las adequadamente, percebemos que a tarefa apresentada no Quadro 3 tinha como fonte Ponte e Quaresma (2014). Já para a tarefa apresentada no Quadro 2, não encontramos uma fonte.

**Quadro 2** – Tarefa da Malha quadriculada

Utilize a malha quadriculada para mostrar que:

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 0,50 = 50\%, \text{ explique seu pensamento.}$$

Fonte: autoria própria (2021)

**Quadro 3** – Tarefa dos Arremessos de Basquete

Num treino de basquetebol, dois jogadores estiveram a fazer lançamentos ao cesto, e Henrique conseguiu marcar 4 dos 6 lançamentos, enquanto Tomé conseguiu marcar 7 dos 12 lançamentos.

- a) Represente, sob a forma de fração, os lançamentos concretizados por cada um deles.
- b) Indique quem deveria ser escolhido para representar a equipe e por quê.

Fonte: adaptado de Ponte e Quaresma (2014)

Os encontros presenciais sempre eram divididos em dois momentos, um de discussão em pequenos grupos e outro de discussão em plenária, momento em que os pequenos grupos socializam suas produções e acontecia o debate com todos juntos. No entanto, nesse quarto encontro, os professores formadores incluíram um momento anterior à formação de pequenos grupos. Foi solicitado às professoras participantes que, individualmente, tentassem resolver as duas tarefas. Com isso, os professores formadores esperavam que as professoras participantes chegassem aos pequenos grupos com algumas ideias formadas sobre as tarefas. Em seguida, os professores formadores propuseram que, em pequenos grupos, as professoras resolvessem e antecipassem possíveis diferentes formas de pensar de seus alunos ao lidarem com essas duas tarefas. Na sequência, fez-se a discussão no grande grupo. Naquele dia, estavam presentes nove professoras, sendo formados dois pequenos grupos, um com cinco e outro com quatro professoras.

Ao se planejar a aula coletivamente, esperava-se que alguma das professoras participantes se dispusesse a ministrá-la. Além disso, havia a sugestão dos formadores de que, no desenvolvimento da aula, fossem consideradas as práticas propostas por Stein *et al.* (2008) com a intenção de promover discussões matemática produtivas, abordagem que já vinha acontecendo em encontros anteriores. Por isso, os professores formadores guiaram o planejamento de forma a trabalhar cinco práticas que propiciam discussões matemáticas produtivas, são elas: antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões. O Quadro 4 explica cada uma dessas ações.

**Quadro 4** – Cinco práticas para orquestrar produtivamente as discussões matemáticas

Antecipar	Adquirir confiança com a matemática da tarefa; precaver situações imprevistas; explorar todo o potencial da tarefa; desenvolver expectativas sobre a interpretação e o envolvimento dos alunos na tarefa; elencar uma diversidade de estratégias – corretas e incorretas – que os alunos poderão fazer com diferentes graus de sofisticação; relacionar essas interpretações e estratégias com os conceitos, representações, procedimentos, práticas, que deseje para o aprendizado dos alunos.
Monitorar	Observar e ouvir os alunos/grupos; avaliar a validade matemática das suas ideias e respostas; interpretar e dar sentido ao pensamento matemático dos alunos e, mesmo que pareça estranho, ir ao seu encontro.
Selecionar	Identificar e selecionar os alunos/grupos cujas respostas são importantes para partilhar com toda a turma na fase de discussão de modo a proporcionar uma diversidade de “peças matemáticas” adequadas ao propósito matemático da aula.
Sequenciar	A prática “Sequenciar” refere à ordem das apresentações das resoluções dos alunos e dos objetivos visados pelo professor. Os critérios para sequenciar é o professor que define, exemplo: a estratégia que a maioria da turma utilizou, resposta baseada em erro. A ideia de sequenciar é obter uma discussão matemática coerente.
Estabelecer Conexões	Há diversas maneiras de colaborar para estabelecer conexões e, ao analisar, comparar e confrontar as diferenças e semelhanças nas resoluções apresentadas, pode-se fazer alusões a partir de indagações, como: O que é semelhante ou diferentes entre si nas resoluções apresentadas? Identifique o que é semelhante ou diferente em duas ou mais resoluções apresentadas?

Fonte: traduzido e adaptado de Stein *et al.* (2008)

Em um segundo momento, a partir das antecipações feitas pelos pequenos grupos, a plenária pautou-se por discutir essas antecipações e trabalhar as outras práticas, tais como selecionar, sequenciar e estabelecer conexões, com vistas a proporcionar às professoras melhores condições para orquestrar produtivamente as discussões matemáticas em sala de aula.

De acordo com Stein *et al.* (2008) e Canavarro (2011), a escolha da tarefa é primordial, pois deve apresentar potencial para proporcionar aprendizagens matemáticas sofisticadas, que vão além da aplicação de regras e procedimentos. Foi assim que, entre as duas tarefas, o grupo escolheu a *Tarefa dos Arremessos de Basquete* para ser debatida com mais detalhes e que a professora Deise, participante do processo formativo, se prontificou a desenvolver a aula em sua turma de 5º ano do Ensino Fundamental.

Decidida qual tarefa seria utilizada na aula a ser realizada, o grupo passou a reformular o enunciado com base nas discussões que estavam sendo feitas. Essa reformulação do enunciado só foi finalizada pela professora Deise, após o quarto encontro do grupo, dias antes dela desenvolver a *Tarefa dos Arremessos de Basquete* em sua turma. Por isso, entendemos que o quarto encontro do processo formativo se configurou com um momento de planejamento

coletivo de uma aula (planejamento este que foi centrado nas discussões de duas tarefas matemáticas, na seleção de uma delas, na realização das cinco práticas para promover discussões matemáticas produtivas (Quadro 4)) que influenciou fortemente o planejamento individual da professora.

Os detalhes das escolhas, decisões e reformulações feitas coletivamente no grupo serão foco de análise nesta pesquisa, pois envolvem os aspectos da colaboração que visamos evidenciar.

Descrito, portanto, o contexto da pesquisa e, em particular, o quarto encontro do processo formativo ocorrido em 2019, apresentamos, na próxima seção, os procedimentos metodológicos da pesquisa, explicitando os instrumentos utilizados na produção de dados e os procedimentos para analisá-los.

## 2.2 Procedimentos metodológicos

Já mencionamos que os dados analisados nesta pesquisa foram produzidos no quarto encontro do processo formativo por meio de anotações feitas a partir da observação participante da pesquisadora, da produção escrita das professoras e das transcrições das gravações de áudio e de vídeo do encontro em questão.

Como também atuou como professora participante, quando eram formados pequenos grupos, a pesquisadora sempre esteve presente em algum grupo e, do mesmo modo, participou das discussões nas plenárias. Com base nisso, os dados analisados nesta pesquisa foram produzidos em dois momentos: i) discussões e produções escritas realizadas no pequeno grupo em que a pesquisadora era integrante, formado por quatro professoras, cujos nomes fictícios são Deise, Maria, Ely e Ângela; ii) na plenária, com a participação de todas as professoras, não apenas as integrantes do grupo da pesquisadora. Dessa forma, além de Deise, Maria, Ely e Ângela, as professoras Márcia, Ana, Tina, Selma e Carla também aparecem em nossas análises.

Para a análise desses dados, assumimos um caráter descritivo e interpretativo. Conforme Bogdan e Biklen (1994), a análise dos dados configura-se como o processo de busca e de organização sistemática de transcrições de áudios e vídeos, notas de campo e demais materiais com o objetivo de ampliar a compreensão desses dados e divulgar aos outros aquilo que encontramos. De acordo com os autores, “A análise envolve o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos

aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 205).

A organização dos dados foi inspirada em algumas noções da Análise do Conteúdo (BARDIN, 1977). Para Bardin (1977), a Análise do Conteúdo pode ser entendida como:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter (por procedimentos) sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN, 1977, p.42).

De acordo com Bardin (1977), há uma organização para a análise, que é disposta em diferentes fases em torno de três polos cronológicos: (i) a pré-análise; (ii) a exploração do material; (iii) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. Para este estudo, realizamos uma *leitura flutuante* de todo o material disponível, delimitando aquilo que, de fato, foi submetido à análise e que constitui o *corpus* da pesquisa. Isso significa que realizamos uma leitura integral das transcrições do grupo de professoras de que a pesquisadora fazia parte e, também, das transcrições da plenária. Dessa primeira leitura dos dados do quarto encontro, foram sendo selecionados os episódios que indicavam manifestações de algum dos aspectos do trabalho colaborativo mencionados no Capítulo 1, a saber: *a negociação*, *o diálogo*, *a divergência de ideias*, *a confiança*, *a partilha de experiências*, *a reflexão* e *a mutualidade*. Para relembrar ao leitor, apresentamos o Quadro 5 com a descrição de cada aspecto considerado nas análises.

**Quadro 5** – Aspectos que evidenciam o trabalho colaborativo

Negociação	A <i>negociação</i> é um dos fatores considerados essenciais para o processo colaborativo. É a etapa em que se identifica se os professores estão abertos para estabelecer relações com seus pares e que permite os pontos de equilíbrio no grupo, de evoluir profissionalmente e de tomar decisões. Esse elemento é compreendido como um sugestivo convite à participação e à colaboração de cada participante.
Diálogo	No <i>diálogo</i> , buscamos as formas como o grupo aceita a voz do outro. Ele é fundamental quando considerado instrumento que permite superar as contradições, mediar o confronto de ideias e estruturar novos conhecimentos.
Mutualidade	No processo de colaboração, a <i>mutualidade</i> é elemento essencial, porque olhamos para a interação, a reciprocidade, na qual se doam e se recebem conhecimentos e se consolida o espaço formativo.
Confiança	A <i>confiança</i> é o primeiro elemento de colaboração que atrelamos à prática de ouvir o outro. É fundamental que os professores se sintam à vontade em questionar abertamente ideias e experiências uns dos outros.
Divergência de ideias	A <i>divergência de ideias</i> tem impacto direto nas relações interpessoais. É nesse impacto que tentamos encontrar as diferenças de perspectiva, crenças e práticas,

	além de reconhecer entre os professores o confronto de perspectivas e práticas de que não compartilham ou que não admiram. No entanto, os níveis de divergência de ideias são considerados essenciais para o desenvolvimento de acordos e o surgimento de benefícios coletivos.
Partilha de experiências	As <i>partilhas de experiências</i> constituem práticas que fortalecem a formação do professor, pois as diferentes experiências possibilitam desconstruir possíveis equívocos, permitindo discussões e reflexões, embasadas e fundamentadas teoricamente, conectadas às práticas de sala de aula.
Reflexão	No processo de <i>reflexão</i> , o pensar na experiência e no próprio conhecimento estabelece relações com eventos de incerteza, instabilidade e conflito de valores. O professor pode reconsiderar seu pensamento tácito e desenvolver uma nova maneira de compreender as situações problemáticas e as incertezas.

Fonte: autoria própria (2021)

Entendemos que os aspectos da colaboração se manifestam por meio das interações estabelecidas entre os membros do grupo que discutem, refletem e produzem ações conjuntas visando a objetivos comuns. Como já descrito, toda colaboração tem um caráter emergente, assinalado pela imprevisibilidade e dotado de negociações e decisões coletivas (PONTE, 2004). Apesar de estarmos analisando pontualmente um único encontro do processo formativo, entendemos que o encontro escolhido – justamente por ser um encontro de planejamento de uma aula (propício para o compartilhamento de ideias, partilhas de experiências e de expectativas) e por ser precedido por outros três encontros que contemplaram um ciclo de Estudo de aula (permitindo que as participantes tenham criado um ambiente de confiança e de amizade) – pode se configurar como um momento potencial para emergir certos aspectos da colaboração.

Acreditando nisso, como resultado desta dissertação e a partir das análises realizadas no encontro de planejamento de uma aula, produzimos, enquanto Produto Educacional, algumas Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) com o objetivo de abordar discussões matemáticas e, principalmente, aspectos da colaboração com professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

De acordo com Smith (2001), as TAP são elaboradas a partir de *amostras autênticas da prática*, isto é, materiais obtidos de situações reais que envolvem o trabalho docente, tais como: tarefas matemáticas utilizadas por professores, diálogos entre estudantes e professor em sala de aula, protocolos de resolução de estudantes, planejamentos de aula feitos pelo professor. Esses materiais possuem potencial para auxiliar os professores a desenvolverem compreensões a respeito de um conteúdo específico, de questões pedagógicas ou, ainda, de conhecimentos sobre a aprendizagem dos estudantes (SMITH, 2001).

É importante destacar que as *amostras autênticas da prática* não são auto-organizadas, mas fornecem a matéria-prima em torno da qual uma TAP pode ser concebida. Isso significa que as *amostras autênticas da prática* precisam ser organizadas de acordo com determinado objetivo a fim de se tornarem TAP e fazerem parte de um currículo para a formação de professores (SMITH, 2001). Para Smith (2001), uma maneira de delinear uma TAP é considerar o conjunto de ações que comumente envolve o trabalho docente. Neste trabalho, consideramos a ação de planejar (coletivamente) uma aula.

Dessa maneira, selecionamos e organizamos algumas *amostras autênticas da prática* produzidas durante o quarto encontro do processo formativo e elaboramos perguntas para promover discussões e reflexões entre professores em formação que possam fazer uso das TAP propostas. Para as escolhas das *amostras autênticas da prática*, fizemos uso dos momentos que envolveram alguma das seguintes características: i) tarefas matemáticas de natureza exploratória, isto é, uma tarefa aberta e acessível à maioria dos alunos (PONTE, 2014, p. 21); ii) diálogos (entre as professoras no grupo ou entre as professoras e professores formadores no grupo) que apresentassem discussões matemáticas; e iii) momentos em que alguns aspectos da colaboração (BOAVIDA; PONTE, 2002) foram mobilizados.

Essas TAP produzidas em nossa pesquisa encontram-se no Apêndice B e, também, em um arquivo independente, como um material próprio e pronto para ser utilizado em outros processos formativos. Além disso, uma das cinco TAP elaboradas, bem como essa apresentação sobre Tarefas de Aprendizagem Profissional, estão em Elias, Rodrigues e Gonçalves (2021, no prelo).

Descritos os procedimentos metodológicos da pesquisa e, também, da elaboração do Produto Educacional, passamos para o capítulo das análises.



### 3. ANÁLISE DOS DADOS

Como apontam Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 133), é da análise que “depende a obtenção de resultados consistentes e de respostas convincentes às questões no início da investigação”.

Para atingirmos os objetivos de nossa pesquisa, dividimos este capítulo em seções nas quais analisamos os episódios do quarto encontro que indicam manifestações de aspectos do trabalho colaborativo envolvendo as professoras participantes.

Antes de entrarmos, especificamente, nas análises desses episódios, vamos descrever como a proposta para a dinâmica do grupo, feita pelos professores formadores, foi se delineando naquele dia.

Era uma quinta-feira fria e todos, com exceção do Professor formador 2, estavam agasalhados. As professoras participantes conversavam sobre seus alunos enquanto os professores formadores conversavam entre si e se organizavam para iniciar o encontro. As duas câmeras filmadoras utilizadas em encontros anteriores não estavam disponíveis para os professores formadores. Esse imprevisto foi contornado pelo uso de um *notebook* para gravar o encontro em áudio e vídeo, além dos celulares que gravaram os áudios dos pequenos grupos.

Enquanto as professoras ainda conversavam, o Professor formador 2 começou a distribuir uma folha que continha as tarefas (*Tarefa da Malha Quadriculada* e *Tarefa dos Arremessos de Basquete*). Nesse instante, o Professor formador 2 iniciou o encontro.

**Professor formador 2:** *Comentei um pouquinho com vocês no último encontro sobre nossa intenção de trabalhar um pouco hoje com tarefas, né? Algumas de vocês enviaram tarefas envolvendo a ideia de fração e a gente separou algumas dessas que vocês mandaram, separamos duas. Essas duas aqui são tarefas que vocês entregaram para a gente. Então, a gente vai trabalhar com essas tarefas. Em um primeiro momento, a gente gostaria que vocês resolvessem essas duas tarefas, resolvessem da maneira como elas estão propostas, por professoras. Individualmente, depois a gente passa para um trabalho coletivo.*

Com isso, iniciava-se uma trajetória que visava chegar a um planejamento de uma aula, passando pelas seguintes etapas: trabalho individual, trabalho em grupo, a seleção de uma tarefa, discussões matemáticas produtivas e, se fosse o caso, a reformulação do enunciado. Estes aspectos foram compreendidos por nós como momento disparador para nossas análises, considerando que nossos objetivos não estão voltados para o planejamento da aula

especificamente, mas para os aspectos colaborativos manifestados no processo de planejamento dessa aula.

As professoras ficaram trabalhando individualmente por 14 minutos. Em seguida, os professores formadores propuseram fazer dois pequenos grupos, um com cinco professoras e outro com quatro professoras. O Professor formador 2 entregou outra folha (Apêndice A) com perguntas que visavam orientar o trabalho com as práticas para conduzir discussões matemáticas produtivas (STEIN *et al.* 2008).

**Professor formador 2:** *Essa folha tem algumas perguntas que vão na direção daquele texto que vocês leram para o encontro passado, o texto sobre o Ensino Exploratório, que falava de algumas práticas para promover discussões em sala de aula.*

A partir desse momento, as professoras começaram a trabalhar em conjunto e os professores formadores transitavam entre os dois grupos, ouvindo e conversando com as professoras.

As professoras permaneceram por 40 minutos discutindo em seus grupos. Após esse tempo, o Professor formador 1 solicitou que uma roda fosse formada, abrindo o debate para o grande grupo. As discussões na plenária duraram cerca de 90 minutos.

Para as análises a seguir, utilizamos alguns códigos visando facilitar a compreensão do leitor e, também, ilustrar as falas que embasam nossas interpretações. Esses códigos estão em cada fala de um diálogo e são compostos por duas letras sucedidas por um número. A primeira letra indica se o diálogo ocorreu no pequeno grupo (P) ou no grande grupo (G), também chamado de plenária. A segunda letra (A, B, C, D, ...) indica que o trecho faz parte de um mesmo diálogo e leva em conta a ordem cronológica dos fatos. O número indica a sequência dentro de um mesmo diálogo. Por exemplo, o código PB2 indica uma fala que ocorreu em um diálogo no pequeno grupo, mas esse diálogo ocorreu depois da fala PA5, também no pequeno grupo.

Também informamos que, para atingir ao nosso segundo objetivo (*identificar componentes do processo formativo que, possivelmente, favoreceram a manifestação dos aspectos de trabalho colaborativo*), usamos a estratégia de sublinhar os trechos que dizem respeito a esses componentes.

### 3.1 Episódio 1: a Tarefa da Malha Quadriculada

Apresentamos novamente a *Tarefa da Malha Quadriculada*, agora no Quadro 6.

**Quadro 6** – Tarefa da Malha Quadriculada

Utilize a malha quadriculada para mostrar que:

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 0,50 = 50\%, \text{ explique seu pensamento.}$$

Fonte: autoria própria (2021)

Essa tarefa aborda diferentes formas de representar um número racional (forma fracionária, decimal, porcentual e gráfica). Percebe-se que o enunciado é direto, sem muitos detalhes e contexto, contendo apenas dois comandos: utilize a malha quadriculada e explique seu pensamento. O enunciado da tarefa não indica o uso de uma malha de tamanho específico (uma malha  $10 \times 10$ , por exemplo). Essa escolha deveria ser feita pelas próprias professoras, a partir da maneira que entendiam ser mais apropriada para resolver a tarefa.

O pequeno grupo formado por Deise, Ely, Maria e Ângela iniciou a discussão com base nos registros feitos por cada uma delas antes da formação dos pequenos grupos.

**PA1 – Maria:** *Eu estou vendo que está tudo diferente, só vocês duas [Deise e Ely] aqui é que está bem parecida. Eu já pensei de outra forma. [risos]*

**PA2 – Ely:** *Eu levei em consideração isso aqui, olha...*

**PA3 – Maria:** *É, você levou em consideração o 100, né?*

**PA4 – Ely:** *É!*

**PA5 – Ângela:** *Eu pensei assim.*

**PA6 – Maria:** *É, você pensou em uma unidade dividindo em dois.*

**PA7 – Maria:** *Cinquenta centésimos. Tá, fez uma malha quadriculada de...com 100.... É, você [Ângela] pensou em uma unidade dividindo em dois. Eu já peguei uma malha quadriculada qualquer, eu peguei uma malha de  $3 \times 4$  e tomei a metade, fiz a representação. Você [Deise] também fez o mesmo que ela [Ely], né?*

**PA8 – Deise:** *Eu fiz, porque ele [Professor formador 1] falou para usar a malha quadriculada, e para eu representar todos, eu achei que era mais fácil fazer assim.*

**PA9 – Maria:** *Mas era para representar todos?*

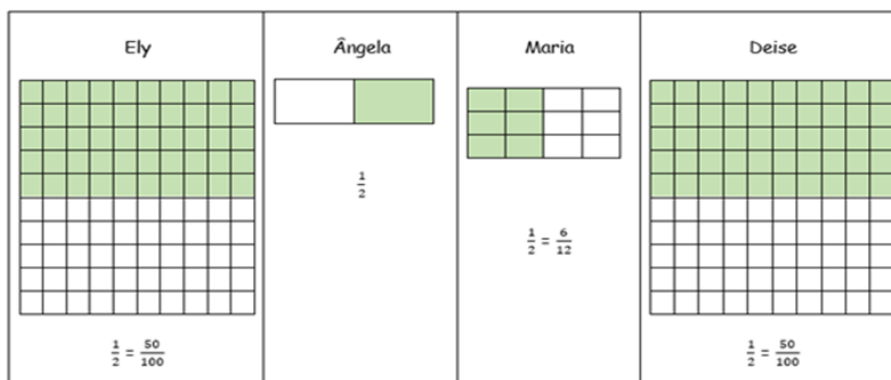
**PA10 – Deise:** *Não. Utilize para mostrar que eles são equivalentes.*

**PA11 – Maria:** *Ah, sim.*

**PA12 – Deise:** *Então, para mostrar a equivalência deles, eu achei mais fácil fazer esse desenho assim e porque, assim, eu coloquei que o inteiro é o mesmo, né? Para ficar mais fácil falar que é equivalente, mostrar para criança, tem que mostrar um inteiro igual, eu pensei. Então o inteiro é o mesmo, malha com 100 quadradinhos e metade deles é 50 quadradinhos. E as outras são apenas suas diversas maneiras de representar a mesma quantidade do inteiro, ou seja, são todos equivalentes. Porque, daí, quando eu represento  $\frac{50}{100}$  aqui, que é esse verde, as outras formas são só o jeito diferente de colocar no número decimal e na porcentagem, entendeu? Ai, o inteiro é o mesmo e fica fácil de mostrar a equivalência aqui.*

A Figura 1 apresenta uma adaptação que fizemos das respostas dadas pelas professoras em suas resoluções escritas.

**Figura 1** – Adaptação das diferentes representações de frações equivalentes feitas pelas professoras



Fonte: dados da pesquisa

A professora Ângela, apesar de ter feito uma representação diferente das demais, não expôs verbalmente sua forma de pensar. Esse não foi um comportamento de Ângela somente nesse episódio, pois, ao longo de todo o processo formativo, a professora pouco se manifestava.

Por alguns minutos, a discussão a propósito da *Tarefa da Malha Quadrículada* deu espaço para o debate da *Tarefa dos Arremessos de Basquete*. Parece que as professoras estavam satisfeitas com as respostas dadas.

Em um determinado instante, o Professor formador 2 se aproximou do grupo e passou a conversar com as professoras sobre ideias a respeito das tarefas.

**PB1 – Professor formador 2:** *E a primeira questão?*

**PB2 – Maria:** *A primeira cada uma fez de um... a duas ali fizeram de um jeito e eu fiz de outro. Aqui eu peguei uma malha de  $3 \times 4$ , porque você não deu uma malha quadrículada, a gente colocou uma malha aqui.*

**PB3 – Professor formador 2:** *Então, você fez uma malha retangular?*

**PB4 – Maria:** *Uma malha retangular de  $3 \times 4$  e dessa malha eu representei a metade. E para mim, eu já visualizo aqui a metade, que representa, para mim, 50 centésimos, que eu estou levando em consideração que esses doze retângulos menores representam 100% e eu tomei a metade deles, que são seis. Isso que eu fiz. As duas colegas colocaram a malha mesmo de 100.*

**PB5 – Professor formador 2:** *Por que desse jeito? Como você sai do  $\frac{1}{2}$  para o  $\frac{50}{100}$ ?*

**PB6 – Deise:** *Foi o que eu falei pra ela [Maria], eu preciso mostrar para o meu aluno, então eu peguei o mesmo inteiro. Então, a malha dividida em 100 quadradinhos. O inteiro é o mesmo, para poder mostrar a equivalência. A malha com 100 quadradinhos e metade deles é 50 quadradinhos e as outras são apenas suas diversas maneiras de representar a mesma quantidade do inteiro, ou seja, são todos equivalentes. Então eu peguei a malha, olha: “cinquenta sobre cem”, “cinquenta centésimos” e depois “cinquenta por cento”. Estou mostrando no mesmo inteiro para ele entender.*

**PB7 – Professor formador 2:** *Então, no caso, a malha com  $10 \times 10$  é importante, nesse caso, para mostrar...*

**PB8 – Deise:** *Para mostrar as equivalências.*

**PB9 – Maria:** *Eu fiz dessa forma, não pensei no aluno, pensei em mim. Porque eu já visualizo isso. Não pensei lá no aluno dos anos iniciais. Mas, para eu chegar do meio para cinquenta centésimos, eu ia multiplicar por cinquenta. E o cinquenta, para mim, representa o cinquenta por cento.*

**PB10 – Professor formador 2:** *Talvez você não esteja usando tanto a malha para mostrar essa relação, um sobre dois e o cinquenta sobre cem.*

**PB11 – Maria:** *Hum, não! Eu acho que representei, aqui foi só uma representação... não foi bem a malha, igual o caso delas que fizeram  $10 \times 10$ .*

Toda essa conversa que envolveu a *Tarefa da Malha Quadriculada* contempla, basicamente, o compartilhamento de conhecimentos matemáticos das professoras. Entendemos que a abordagem dos professores formadores – de deixar um momento para as professoras resolverem individualmente as tarefas – parece ter sido adequada, pois permitiu que, no pequeno grupo, cada uma apresentasse suas formas de pensar sem a interferência de outras pessoas. Isto é, todas elas já haviam formulado alguma ideia sobre o problema antes de ouvir as demais.

Quando o pequeno grupo iniciou a discussão, Maria percebeu, como podemos notar em PA1, as *divergências de ideias* presentes nas resoluções propostas pelas professoras. Em PA7, percebemos que Maria lê em voz alta a forma de resolução de Deise e Ely, buscando compreender e, ao mesmo tempo, explicar como elas pensaram. Há uma diferença nas escolhas das malhas (uma construiu uma malha  $10 \times 10$  e a outra uma malha  $3 \times 4$ ) para fazer as representações.

De PA8 até PA12, Deise e Maria *dialogam* na tentativa de compreender e superar algumas diferenças nas formas de pensar. Esse *diálogo* ganha novos elementos quando o Professor formador 2 se aproxima e faz alguns questionamentos, buscando entender a forma de pensar de Maria (PB1 e PB3) e tentando problematizar essa sua forma de pensar no contexto da tarefa (PB5). Foi em PB6 que Deise manifestou sua *confiança* em apresentar ao Professor formador 2 o que ela já havia falado para Maria antes de ele se aproximar do grupo. Maria ouviu novamente a forma de pensar de Deise e, em PB9, concluiu que a diferença entre sua resolução e a da professora Deise estava no fato de que ela (Maria) resolveu a tarefa pensando em si mesma e não em um aluno dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Esse foi o motivo pelo qual Maria não se preocupou em abordar em detalhes as etapas para sair do  $\frac{1}{2}$  e chegar ao 50% utilizando a malha quadriculada. Maria usou seus conhecimentos prévios para rapidamente concluir que  $\frac{1}{2}$  é o mesmo que 50%.

A *Tarefa da Malha Quadriculada* também foi objeto de discussão na plenária. O Professor formador 2 iniciou a plenária.

**GA1 – Professor formador 2:** *Na primeira tarefa, que estratégias diferentes, que diferentes formas de resolver surgiram nos grupos?*

O próprio Professor formador 2 convidou o grupo de Deise, Ely, Maria e Ângela a apresentarem suas resoluções, comentando que, nesse grupo, surgiram três resoluções distintas. Em particular, o Professor formador 2 estimulou a professora Deise a apresentar suas ideias, e ela não hesitou em compartilhá-las. Em seguida, Maria também apresentou sua resolução. Ambas, Deise e Maria, pareciam à vontade para partilhar suas ideias, sem terem medo de questionamentos ou críticas. Esses questionamentos vieram para ambas. Um exemplo é o caso da professora Carla, integrante de outro pequeno grupo, que questionou Maria da mesma forma que o Professor formador fizera em PB5.

**GA2 – Maria:** *Eu fiz diferente. Eu fiz uma malha de  $3 \times 4$ , daí eu não pensei no aluno, pensei como professora. Uma malha  $3 \times 4$  são 12, daí eu peguei a metade, que é 50% e que é o mesmo que o 0,50.*

**GA3 – Carla:** *Mas, e o 50 de 100?*

**GA4 – Maria:** *O 50 de 100, o Professor formador 2 também me fez essa pergunta. Ai eu ia multiplicar por 50, o  $\frac{1}{2}$  eu ia multiplicar por 50 o numerador e o denominador.*

**GA5 – Carla:** *Hum!*

**GA6 – Maria:** *Eu não pensei na hora de explicar para um aluno, eu pensei no meu pensamento, entendeu. Lógico que se eu for...*

**GA7 – Carla:** *O problema é que você não consegue, em uma única malha, representar as quatro formas.*

**GA8 – Maria:** *Não! Não! Então, mas se eu for fazer essa tarefa com meus alunos, eu lógico que eu vou usar uma malha  $10 \times 10$ .*

Esse momento da conversa é relevante, pois, novamente, mostra Maria disposta a dialogar sobre suas ideias, mesmo que ela já tivesse sido contestada no pequeno grupo. Aqui, Maria mostra *confiança* no grupo, na medida em que se expõe com o objetivo de contribuir com o trabalho colaborativo. Em GA2, quando Maria diz que “fez diferente”, manifesta essa intenção de contribuir com os diferentes olhares para a tarefa.

A participação de Carla na conversa mostrou que estava atenta ao que Maria dizia, fazendo uma pergunta (GA3) e justificando sua pergunta com um comentário (GA7) pertinente à discussão matemática. Acreditamos que o comentário de Deise (PB6) e os questionamentos feitos pelo Professor formador 2 e pela professora Carla (PB5 e GA3, respectivamente) podem ter sido disparadores de uma *reflexão* por parte de Maria, pois, como vemos em GA8, ela externaliza que poderia fazer diferente se fosse em outro contexto.

Observamos que a malha quadriculada utilizada por Maria (GA2) foi alvo de estranhamentos e discussões. Diante das discussões (GA2 a GA8), o Professor formador 1 procurou fortalecer o diálogo indagando o grupo sobre a ideia de se utilizar a malha. Diferentes ideias surgiram e, com elas, a experiência de sala de aula. O momento foi propício para Deise expor seu modo de trabalhar com as diferentes representações do número racional. *A partilha*

de experiência fica evidenciada no diálogo sobre a importância de se usar a malha na representação das equivalências (decimal, fracionária e percentual), como mostra o diálogo abaixo.

**GA9 - Professor formador 1:** ... *Se de algum modo eu quero evidenciar a representação dessas equivalências, ... será que a malha quadriculada seria um recurso interessante ou o quadricular uma malha deveria ser uma iniciativa do aluno? Como é que vocês pensariam?*

**GA10 – Selma:** *Deveria ser o quadrado em branco, para ele [aluno] fazer o desenho.*

**GA11 – Professor formador 1:** *O quadrado em branco me permitiria o que?*

**GA12 – Deise:** *Fica até mais fácil uma malha para eles quadricular, daí não fica tudo igual.*

**GA13 – Selma:** *É, cada um vai representar sua atividade.*

**GA14 – Tina:** *Só que aí o quadrado referência tem que ser o mesmo?*

**GA15 – Deise:** *É, tem de ser igual.*

**GA16 – Selma:** *Mesmo tamanho, mesmo modelo.*

**GA17 – Maria:** *Você [Deise] tem aquele quadriculado que me mostrou? Uma malha só com linhas.*

**GA18 – Deise:** *Ah sim, esse só com linhas que poderia facilitar ... ó eu uso assim, um quadrado né, várias formas da malha, aí eu xeroco vários desses aqui, aí eu entrego para eles, esse dividido em 10, esse em 100, então eles [alunos] vão representando na malha de diferentes formas.*

**GA19 – Professor formador 1:** *Você já tem um quadrado mais refinado, um quadrado...*

**GA20 – Deise:** *É já tenho uma matriz, como a gente fala, que a gente entrega nos grupos e aí eles representam.*

**GA21 – Professor formador 1:** *Vocês acham que esse tipo de recurso seria interessante para essa tarefa? Seria adequada, a malha quadriculada? Seria o melhor recurso? Como é que vocês pensaram?*

**GA22 – Deise:** *Eu acho que tem que representar.*

**GA23 – Ely:** *Já no 5º ano, já dá pra você trabalhar assim, num 4º ano a malha quadriculada*

**GA24 – Professor formador 2:** *Mais direcionado.*

**GA25 – Ely:** *É, é uma introdução...*

**GA26 – Carla:** *Acho que daí usaríamos o material que temos em mãos, usar o caderno já, esse tipo de representação de metade, ...esses conceitos a gente já trabalha no caderno quadriculado desde o primeiro aninho, eles fazem situações problema já no caderno com o quadriculado pronto ...*

O papel do formador e os questionamentos foram gatilhos para que Deise e as demais professoras dialogassem sobre a importância de se usar a malha quadriculada ou não. Nos diálogos de GA9 a GA16, notamos que Maria estava atenta às respostas de Selma, Deise e Tina, o que a fez *refletir* sobre elas e trazer à tona uma experiência que Deise havia exposto quando ambas estavam no pequeno grupo. Maria se recordou desse momento e solicitou (GA17) a Deise que mostrasse ao grande grupo sua forma de usar a malha quadriculada com seus alunos. Observamos que Deise se sentiu à vontade e *partilhou sua experiência*: mostrou seu diário de classe ao grupo com todas as formas de malha que utiliza com seus alunos.

Diante do que Deise expôs, o Professor formador 1 acolheu a experiência de Deise e lançou outro questionamento (GA21) a respeito de o recurso “malha quadriculada” ser interessante ou ser adequado para a tarefa. Deise foi enfática: “...*acho que tem que*

*representar*”. Ely, então, acrescentou que seria possível utilizar as malhas apresentadas por Deise na turma do 5º ano e frisou que, no 4º ano, utilizam-se somente a malha quadriculada, que se pode chamar de malha clássica 10 x 10, com a qual se trabalha no início para depois trabalhar com as mais sofisticadas, como as da Deise.

Carla finalizou o diálogo, divergindo de Deise e disse que utiliza o material que tem para trabalhar, o caderno quadriculado. Disse, ainda, que a malha quadriculada é utilizada desde os primeiros anos de escolarização. Percebemos que a professora *partilha sua experiência* como professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental, quando diz: “...daí usáramos o material que temos em mãos...” e “esses conceitos a gente já trabalha no caderno quadriculado desde o primeiro aninho”. Dessa forma, compreendemos que as experiências de sala de aula com o recurso “malha quadriculada” são diversificadas conforme os instrumentos (xerox da malha e caderno quadriculado) disponibilizados às professoras.

Para finalizar a análise desse episódio, destacamos o papel da tarefa matemática para a emersão de aspectos de um trabalho colaborativo. Como dissemos, a tarefa (Quadro 6) não apresentava um contexto e o que era solicitado parecia ser claro. No entanto, nas falas das professoras, percebe-se que tanto a informação sobre a malha quadriculada quanto a solicitação “explique seu pensamento” foram cruciais para algumas das discussões que analisamos. Em PB2, Maria justifica sua escolha por uma malha  $3 \times 4$  pelo fato de que não foi dada uma malha quadriculada específica. Em PA10 e em GA2, as professoras Deise e Maria, respectivamente, interpretam a solicitação “explique seu pensamento” de maneiras diferentes. Deise encara como se estivesse explicando a uma criança, o que exige dela certos cuidados em cada passagem da resolução. Maria, por sua vez, explicou como uma professora que já sabe que  $50\%$  é igual a  $\frac{1}{2}$ , pensa.

Além das diferentes ideias e diferentes malhas que foram ditas nesse episódio, percebemos que as professoras consideram importante utilizar materiais manipuláveis, como a malha quadriculada. Vemos essa validação nos trechos GA20 e GA22, quando Deise apresenta suas malhas e quando diz: “*Eu acho que tem que representar.*”, mas não diz em que instante deve-se representar. A professora Ely completa o diálogo (GA25) dizendo ser uma introdução (referindo-se à malha quadriculada menos sofisticada) para a representação dos racionais.

Diante desse episódio, compreendemos que o uso desse recurso tem sua importância nos processos de ensino e aprendizagem, no entanto os recursos devem estar conectados a contextos “que levem ao exercício da análise e da reflexão, em última instância, a base para a atividade matemática” (BRASIL, 1997, p.19).



### 3.2 Episódio 2: as oportunidades de arremessos no treino de basquete

Nesse episódio, trazemos parte das discussões coletivas que ocorreram ao longo do desenvolvimento da *Tarefa dos Arremessos de Basquete*, apresentada novamente no Quadro 7. Essa tarefa traz como ideias matemáticas principais a comparação e a equivalência de frações.

**Quadro 7** – Tarefa dos Arremessos de Basquete

Num treino de basquetebol, dois jogadores estiveram a fazer lançamentos ao cesto e Henrique conseguiu marcar 4 dos 6 lançamentos, enquanto Tomé conseguiu marcar 7 dos 12 lançamentos.

- a) Represente, sob a forma de fração, os lançamentos concretizados por cada um deles.
- b) Indique quem deveria ser escolhido para representar a equipe e por quê.

Fonte: adaptado de Ponte e Quaresma (2014)

Assim como ocorreu com a *Tarefa da Malha Quadriculada*, houve o primeiro momento em que as professoras resolveram a tarefa individualmente para, em seguida, a discussão passar a ser feita em pequenos grupos e, depois, em plenária, o que permitiu o compartilhamento de diferentes formas de resolução.

Aqui, continuamos nossas análises com o pequeno grupo formado por Deise, Maria, Ely e Ângela. A discussão se iniciou com Maria questionando sobre a tarefa.

**PC1 – Maria:** *E no segundo? No treino de basquetebol.*

**PC2 – Ely:** *Sobre forma de fração,  $\frac{4}{6}$  e  $\frac{7}{12}$  [Aqui, Ely respondeu o item a) da tarefa]. E, no meu ver, foi o Henrique, porque de todos os lançamentos que ele fez, dos 6, ele acertou a maioria, né?*

**PC3 – Maria:** *Ele acertou a maioria!*

**PC4 – Ely:** *É, ele acertou mais com relação a Tomé.*

**PC5 – Deise:** *Eu não!*

**PC6 – Maria:** *Hum, e daí você usou a representação em desenho também?*

**PC7 – Ely:** *É, não... eu estava aqui, enquanto elas terminavam, eu estava representando, né? Mas, eu nem tinha feito isso daqui.*

**PC8 – Deise:** *Eu coloquei assim, que o Henrique acertou mais com relação aos lançamentos possíveis que ele conseguiu. Então, ele conseguiu, de 6 que ele conseguiu fazer, ele acertou 4. Então, ele conseguiu mais em relação ao que ele conseguiu fazer.*

**PC9 – Deise:** *Mas, se eu fosse escolher, eu escolheria o Tomé, acho que ele deveria ser escolhido, porque ele conseguiu o dobro de lançamentos, que foi 12, né? E ele marcou mais que o Henrique, sete. Do que ele conseguiu, ele ainda marcou, o Henrique conseguiu só 4 e ele conseguiu 7, então pra mim eu escolheria o Tomé. Porque aqui fala que é num jogo de basquete ...então num jogo de basquete é quem consegue lançar, não é, assim... não é um jogo onde todos tinham a mesma quantidade de lançamentos. Não! Então, eu escolheria o Tomé, porque ele conseguiu 12, o dobro de lançamentos de Henrique e o Henrique fez 4 pontos nesse jogo e ele fez 7. Eu escolheria o Tomé.*

**PC10 – Maria:** *Mas, não foi dado a oportunidade, a mesma oportunidade para o Henrique.*

**PC11 – Ely:** *Não foi colocado nada.*

**PC12 – Deise:** *Não, mas olha, num treino, tá? Dois jogadores estiveram a fazer lançamento ao cesto e Henrique conseguiu, os dois conseguiram fazer (lançamentos).*

Nesse diálogo, percebe-se que a professora Deise apresentou duas ideias para a tarefa. Na primeira ideia, ela diz que Henrique acertou mais com relação aos arremessos possíveis que ele conseguiu. Em PC8, ainda não é possível identificar, com clareza, qual é o pensamento de Deise. Por exemplo, a professora poderia estar pensando por meio da comparação de frações (isto é, comparando  $\frac{4}{6}$  e  $\frac{7}{12}$ ) para dizer que “*ele conseguiu mais em relação ao que ele conseguiu fazer*” ou, de outro modo, Deise poderia estar se referindo ao número de erros, considerando que Henrique errou apenas dois lançamentos enquanto Tomé errou cinco. Essa segunda interpretação é possível, pois Deise está considerando a quantidade de acertos em relação à quantidade de arremessos que os jogadores conseguiram.

A segunda ideia apresentada pela professora parece levar em conta essa mesma interpretação, considerando as oportunidades de arremessos criadas pelos jogadores. Assim, sua escolha é pelo Tomé, uma vez que a quantidade de arremessos foi maior e a quantidade de acertos também (PC9). Nesse caso, a tomada de decisão de Deise está pautada na quantidade de oportunidades criadas pelo jogador e na comparação entre os acertos. Deise não faz uma comparação entre as frações.

A primeira ideia da professora Deise (PC8) pode estar na mesma direção do que a professora Ely diz em PC2. No entanto, a segunda forma de pensamento colocada por Deise (PC9) gera *divergência de ideias* que promovem *diálogos* entre os envolvidos. Em PC10 e PC11, as professoras Maria e Ely contestam a segunda ideia apresentada por Deise, o que a leva a justificar sua forma de pensar em PC12.

Em um momento posterior, ainda no pequeno grupo, o Professor formador 2 se aproximou para ouvir e discutir junto com as professoras. Nesse diálogo entre o formador e as integrantes do grupo, foi possível compreender melhor a forma de pensar de Deise. Após a professora Maria apresentar ao Professor formador as diferentes formas de pensar que surgiram no grupo, a discussão se inicia com a resolução proposta por Deise.

**PD1 – Professor formador 2:** *Na sua interpretação [Deise], o que você tem a mais de diferente das outras interpretações?*

**PD2 – Deise:** *Não, eu só, eu fui por assim, acho que um jogador para ser considerado bom, ele tem que ser... Então, um no jogo de basquete não tinha limite, não está falando que os dois estão a arremessar 6 cestas. Falou, um teve 6 oportunidades e conseguiu 4 e o outro teve 12, o dobro, e acertou 7.*

**PD3 – Professor formador 2:** *Você está levando em consideração a quantidade de tentativas que ele fez?*

**PD4 – Ely:** *A quantidade de arremessos.*

**PD5 – Deise:** *As tentativas e acertos. De 4 e 7 em um jogo, quem fez mais? Quem fez 7. Num jogo, se você acertou 4 e eu acertei 7, eu fiz mais que você, então eu também tenho qualidade na quantidade de arremessos e eu consegui mais.*

**PD6 – Maria:** *Sem levar em consideração a quantidade de arremessos, as possibilidades serem diferentes...*

**PD7 – Deise:** *A diferença do... a diferença de possibilidades e acerto. Que daí aqui dá 2, o Henrique foi melhor. Dos 6, ele arremessou 4, o outro errou mais. Mas, no jogo, quem fez mais? Entendeu?*

No diálogo anterior, Deise torna suas ideias um pouco mais claras, permitindo-nos compreender suas falas em PC8 e em PC9. Em PD7, Deise evidencia que o Henrique poderia ser o escolhido se considerássemos a diferença entre a quantidade de arremessos realizados e a quantidade de acertos. Apesar de, em PD7, Deise se equivocar ao dizer que “*Dos 6, ele arremessou 4*”, quando, na verdade, ela parecia querer dizer que, dos seis arremessos, Henrique acertou 4, a professora manifesta uma possibilidade de resolução da tarefa pautada na comparação entre os números de erros (dois e cinco). Apesar de cogitar essa possibilidade, para sua tomada de decisão, Deise prefere considerar o fato de que, por se tratar de um jogo de basquete, quem fez mais pontos merece ser o escolhido, ou seja, Tomé.

A resolução proposta por Deise parece ter colocado outras professoras para *refletirem e repensarem* suas resoluções.

**PD8 – Professor formador 2:** *Como é que você fez Ely?*

**PD9 – Ely:** *Eu pensei o mesmo que ela [Maria]. Nós consideramos os lançamentos e acertos, daí o Henrique por ter lançado 6 e acertado 4, seria escolhido.*

**PD10 – Professor formador 2:** *Como é que você fez essa comparação para saber que é maior?*

**PD11 – Ely:** *Comparando 4 acertos de 6 lançamentos e 7 de 12, aí montei a fração dos dois, e comparei. Foi o que aí ela [Deise] colocou: mas, de 12 lançamentos ele acertou 7, então a gente tem de levar em consideração a questão dos lançamentos. Mas, eu montei as frações e considereei que ele [Henrique] acertou mais, teve mais acertos do que o outro [Tomé] que lançou mais.*

Em PD11, Ely parece ponderar sua forma de resolver a tarefa, quando “*aceita a voz do outro*”, característica do *diálogo* proporcionado pela colaboração entre as participantes. Ely parece não ter abandonado sua forma de pensar, que era semelhante à de Maria (PD9), mas a ampliou, incorporando as considerações feitas por Deise.

Muitas vezes, o processo resolutivo de uma tarefa pode provocar a exploração do contexto, extrapolando o que aparece no enunciado. Esse foi o caso da *Tarefa dos Arremessos de Basquete*, em que a proposta central era abordar as ideias de comparação e de equivalência de frações, mas a professora Deise (PD2) trouxe outra abordagem que também pode ser problematizada na tomada de decisão. A tarefa matemática permitiu o surgimento de diferentes significados, que de algum modo, não estão livres de ambiguidades ou de um eventual erro ou

engano. No entanto, a participação ativa da professora Deise foi fundamental para que essa forma de resolver a tarefa emergisse e proporcionasse discussões matemáticas pertinentes.

Na sequência da conversa entre o Professor formador 2 e as professoras, notamos outro aspecto essencial do trabalho colaborativo: a *mutualidade*. Esse aspecto fica evidente quando há uma interação entre o Professor formador 2 e as professoras – principalmente Deise – e há a partilha de conhecimentos.

**PE1 – Ely:** [essa tarefa] dá margem para muita coisa, né? Se nós, como professoras, já quebramos um pouco a cabeça, imagina um aluno. Vai do direcionamento do que você quer que o aluno... onde você quer que o aluno chegue.

**PE2 – Deise:** Ou uma fração, duas frações, que você consiga chegar em uma equivalência, para você poder comparar. Pode até dar duas frações com denominadores diferentes, não tem problema. Mas, que tenha alguma forma de ele fazer uma comparação, achar um [denominador] comum e desenhar e ver..., sabe?

**PE3 – Professor formador 2:** Mas, nesse caso não daria para fazer isso? Com essas frações?

**PE4 – Deise:** É, não! Eu acho que não. Não por causa do 7.

**PE5 – Professor formador 2:** Por quê? O 7 é...

**PE6 – Deise:** Porque aqui [nessas frações] eu não vou conseguir, por exemplo, nem simplificar e nem ir... ah, aqui dá, mas... [referindo-se à fração  $\frac{4}{6}$ , que é possível simplificar].

**PE7 – Professor formador 2:** Uma você consegue simplificar, a outra não?

**PE8 – Deise:** Ah, não! É... aqui também dá para chegar no 12 [referindo-se ao denominador da fração  $\frac{4}{6}$ ], se eu fizer por 2.

O tom da fala de Deise é de quem está descobrindo, naquele exato momento, que é, sim, possível usar frações equivalentes para fazer a comparação de frações. Enquanto falava, a professora fazia as contas, multiplicando numerador e denominador por 2 e conclui:

**PE9 – Deise:** Duas vezes seis, doze. Duas vezes quatro, oito. Oito doze avos. *Aí eu vou... ah, aí vai ser o Henrique.* [contrariando sua primeira resposta dada anteriormente, que considerava o Tomé como o escolhido]

**PE10 – Ely:** É verdade, já dá, sim!

**PE11 – Professor formador 2:** *Aí essa comparação de frações agora você fez como?*

**PE12 – Deise:** *Aí essa comparação... É! Não, eu queria achar um denominador comum. Então, eu achei agora, com a multiplicação. Deu oito doze avos para o Henrique e sete doze avos para o Tomé. Então, aí o Henrique, nessa comparação, teve mais ... Eu consigo mostrar para meu aluno, ele consegue ver que o Henrique foi melhor. Mas, na situação do jogo... Por exemplo, eu estava escrevendo isso [referindo-se à tentativa de fazer comparação de frações], mas aí eu apaguei tudo e falei: Não, mas é jogo. Se o jogador lançou mais e fez mais, é ele.* [esse era o argumento inicial da professora para escolher o Tomé e não o Henrique]

**PE13 – Professor formador 2:** *Sim, é uma forma de pensar. Em um jogo, quem consegue mais oportunidades de fazer gol, pensando no futebol, eu prefiro esse jogador que consegue gerar mais oportunidades do que alguém que gera menos.*

**PE14 – Deise:** *Sim, então, mas agora que eu achei uma equivalente... eu não estava conseguindo achar um jeito por causa do 7, eu fiquei parada no 7. Mas, agora, comparando, o Henrique está melhor.*

**PE15 – Professor formador 2:** *Porque aí, quando você fez essa fração equivalente, você chegou em frações de mesmo denominador...*

**PE16 – Deise:** *Sim! Posso comparar.*

**PE17 – Ely:** *Agora dá para comparar.*

**PE18 – Deise:** *Porque oito doze avos é maior do que sete doze avos. Agora eu consigo comparar, mas, eu ainda acho que na situação de basquete, quem arremessa e faz mais, ganha.*

A partilha de conhecimentos, a *mutualidade*, manifesta-se no diálogo acima. O Professor formador 2 questiona Deise (PE3, PE5, PE7 e PE11) de tal modo que a coloca para *refletir* sobre algo que parecia estar impedindo-a (PE2, PE4 e PE6) de pensar a resolução da tarefa de modo diferente. Esses questionamentos fizeram a própria Deise chegar a uma conclusão (PE9 e PE12) diferente daquela a que tinha chegado inicialmente. No entanto, mesmo ampliando sua compreensão da resolução da tarefa, em PE12 e PE18, Deise ainda destaca que, por se tratar de um jogo, se um jogador lançou mais vezes, ele deve ser o escolhido. Em PE13, o Professor formador concorda com a forma de pensar de Deise, reconhecendo-a como uma tomada de decisão possível para a escolha do jogador.

Ao não invalidar a resposta da professora Deise, o Professor formador a deixa com outras possibilidades e não apenas aquela que era a esperada por ele (utilizando frações equivalentes para comparar as frações).

As diferentes formas de pensar a *Tarefa dos Arremessos de Basquete* também geraram discussão na plenária.

**GB1 – Professor formador 1:** *E o treino de basquete?*

Nesse momento, todas riram da tarefa, pelo fato de um dos personagens do enunciado ter o mesmo nome de uns dos professores formadores. Foi coincidência, uma vez que a tarefa proposta estava exatamente da mesma maneira como havia sido enviada pela professora Márcia, que a selecionou por achá-la interessante. O Professor formador 2 iniciou a discussão questionando como a professora Márcia, que estava no outro pequeno grupo (não estava no grupo de Deise), havia resolvido.

**GB2 – Professor formador 2:** *Como você resolveu?*

**GB3 – Márcia:** *Olha, eu coloquei aqui a fração, comparação as frações.*

**GB4 – Professor formador 1:** *Como é que você comparou as frações?*

**GB5 – Márcia:** *É, primeiro representei na forma de fração, eu coloquei quatro sextos e sete doze avos. Agora tem que comparar, agora é mais difícil. [risos]*

**GB6 – Professor formador 1:** *Você comparou pensando de que maneira?*

**GB7 – Márcia:** *Eu pensei que o Tomé fez mais pontos, ele fez 7 de 12 jogadas e o outro fez 4 de 6, aí entrou aquela discussão, quem fez mais? Quem fez menos? Aí vai do tempo. Quanto teve ele teve tempo? O mesmo tempo para jogar 12 e outro 6?*

**GB8 – Professor formador 2:** *Depende do tempo. A sua maneira de pensar e comparar essas duas frações, depende do tempo, e a sua conclusão foi...*

**GB9 – Márcia:** *Olha, no primeiro pensamento eu pensei que o Tomé tinha feito mais, mas quando você vai pensar muito, simplificar fração, eu não lembro como simplifica fração.*

**GB10 – Professor formador 2:** *Nessa sua maneira, você escolheria o Tomé?*

**GB11 – Márcia:** *É, eu escolheria o Tomé.*

**GB12 – Professor formador 2:** *Você escolheria o Tomé, por conta de?*

**GB12 – Márcia:** *Mais lançamentos.*

**GB13 – Professor formador 1:** *Mais lançamentos. Você está querendo dizer, mais lançamentos ou mais acertos?*

**GB14 – Márcia:** *Ele teve mais lançamentos. Ele teve 12 lançamentos que é o dobro de 6.*

**GB15 – Professor formador 2:** *No mesmo tempo, ele teve mais lançamento?*

**GB16 – Márcia:** *É no mesmo tempo!*

**GB17 – Professor formador 1:** *Mesmo que ele tivesse acertado 5, ele continuaria sendo o melhor?*

**GB18 – Márcia:** *Então, se você for pensar no tempo, teria sido mais. Pensando assim, rapidamente. Mas, se você for pensar na comparação e dobrar o tempo do 6 [arremessos] lá e tivesse [acertado] 8, seria 8 de 12. Assim o outro teria feito mais, o Henrique, se fosse para dobrar a jogada do Henrique, né? Ai fiquei perdida, aí eu não sei mais.*

Nesse diálogo, a professora Márcia expõe sua ideia, considerando inicialmente que se deve fazer a comparação entre frações (GB3). Márcia, porém, não tinha facilidades em realizar essa comparação (GB5), o que exigiu dela buscar outra forma de tomar a decisão. Foi então que Márcia apresentou uma ideia semelhante à da professora Deise, considerando as oportunidades de lançamentos realizados em um determinado intervalo de tempo.

É interessante notar que, em GB9, Márcia evidencia que sua dificuldade em simplificar frações a levou a escolher o jogador Tomé (GB9 e GB11), já que Tomé tinha acertado mais cestas do que Henrique. A dificuldade em lidar com frações equivalentes também parece ter sido um problema para Deise, como discutimos anteriormente.

Ainda nesse diálogo, percebemos a *reflexão* feita por Márcia nos trechos GB7, GB9 e GB18, decorrente dos questionamentos dos professores formadores. Márcia apresenta sua interpretação, reflete e conclui dizendo que não sabe fazer a simplificação de frações (GB9). A professora se sentiu à vontade para expor abertamente suas ideias, sem medo de ser questionada pela divergência de pensamentos, manifestando algum nível de *confiança* com o grupo.

Esse episódio, que narra o debate das oportunidades de arremessos no treino de Basquete, foi central no quarto encontro. Não apenas Deise, mas outras professoras também interpretaram a tarefa de modo que a comparação entre as frações não seria decisiva na tomada de decisão. O trecho a seguir mostra que a professora Carla compartilha da mesma ideia de Deise e Márcia.

**GC1 – Carla:** *Quem deveria ser escolhido? Eu fiquei pensando, eu na minha turma, que criança eu escolheria?*

**GC2 – Deise:** *Quem faz mais e quem acerta mais.*

**GC3 – Carla:** *Aí eu pensei assim: Eu vou escolher quem fez mais pontos, porque quem vence o jogo é quem faz mais pontos. Não interessa, mesmo que o guri tivesse acertado 6 dele, ele teve o treino, no treino os dois tiveram o mesmo período, foi a mesma oportunidade que tiveram. Mesmo que ele [Henrique] tivesse acertado 100% o outro [Tomé] ainda teria feito mais pontos, quem vence é quem faz mais pontos.*

**GC4 – Ângela:** *É, mas não tem nada falando de tempo lá, é só número de arremesso para um e número de arremesso para o outro.*

**GC5 – Carla:** *É, mas é num treino.*

Apesar de haver convergências de ideias por parte de algumas professoras, Ângela externaliza não concordar com Deise, Márcia e Carla. Em GC4, a *divergência de ideias* fica evidente. A tarefa matemática possibilitou essa e outras divergências e discussões, que estão apresentadas e analisadas em outros episódios. No entanto, esse episódio é relevante para nossas análises, pois as discussões do contexto (o treino de basquete, o tempo para cada jogador e as oportunidades criadas nesse mesmo intervalo de tempo) foram cruciais para que as professoras decidissem, em conjunto, que a melhor coisa a fazer era modificar o enunciado da tarefa. Esse momento de *negociação*, que pautou a mudança do contexto presente no enunciado, está apresentado na próxima seção.

Antes de finalizarmos este episódio, consideramos ser relevante tornar mais explícita a forma de pensar de Deise apresentada em PC8 e em PD7. No diálogo a seguir, Deise manifesta sua ideia inicial de que a comparação poderia ser feita pelo número de erros de cada jogador.

**GD1 – Ana:** *Eu pensei assim: ele lançou 6 vezes, não foi? E acertou 4, ou seja, só errou duas. O outro jogou 12 e acertou 7, então ele errou cinco. Eu pensei assim!*

**GD2 – Professor formador 2:** *Então, por esse motivo?*

**GD3 – Ana:** *Eu escolho o Henrique, ele acertou mais e errou menos.*

**GD4 – Deise:** *É, o meu pensamento primeiro foi esse, acertou mais do que os lances que ele teria, mas daí eu achei que estava muito fácil e apaguei ...*

**GD5 – Carla:** *Eu também, eu apaguei o Henrique e coloquei o Tomé.*

Em GD1, Ana argumenta que Henrique só errou dois arremessos, enquanto Tomé errou cinco. Nessa comparação, em GD3, Ana conclui que o Henrique deve ser escolhido, uma vez que “errou menos”. As professoras Deise e Carla (GC4 e GC5) comentam que tiveram a mesma ideia de Ana, mas, sem confiança em suas respostas, ambas apagaram suas resoluções.

### 3.3 *Episódio 3: o enunciado da tarefa matemática*

O contexto de uma tarefa pode apresentar situações reais, imaginárias, ou até mesmo ser apenas um enredo puramente matemático. Consideramos que o contexto pode ser um potencializador para o processo de raciocínio matemático.

O episódio 3, que complementa o episódio anterior, analisa de que maneira o enunciado da *Tarefa dos Arremessos de Basquete* promoveu *diálogos, divergências de ideias e negociações* entre os envolvidos no grupo. As professoras reconheceram que o contexto pode

ser uma ação rotineira aos olhos dos alunos, mas não é o suficiente para que possa haver aprendizagem ou resolver uma tarefa sobre frações.

Retomamos o diálogo a partir das linhas PD10 e PD11 apresentadas na seção anterior, retiradas do momento em que o Professor formador 2 se aproximou do pequeno grupo para ouvir e discutir com as professoras. Na sequência do diálogo, percebemos que começa a surgir a proposta de modificar o enunciado.

**PD10 – Professor formador 2:** *Como é que você fez essa comparação para saber que é maior?*

**PD11 – Ely:** *Comparando 4 acertos de 6 lançamentos e 7 de 12, aí montei a fração dos dois, e comparei. Foi o que aí ela [Deise] colocou: mas, de 12 lançamentos ele acertou 7, então a gente tem de levar em consideração a questão dos lançamentos. Mas, eu montei as frações e considerei que ele [Henrique] acertou mais, teve mais acertos do que o outro [Tomé] que lançou mais.*

**PD12 – Professor formador 2:** *Então essa forma de pensar, que leva em consideração que um conseguiu fazer 12 arremessos e o outro conseguiu fazer 6, é...se a gente não quiser que leve a essa forma de pensar, o enunciado ele dá margem para isso, né? A gente teria que mudar alguma...*

**PD13 – Ely:** *Teria que reformular. Foi o que eu disse, tem que ser reformulado esse enunciado, porque dá margem para muita coisa, se nós como professoras, já quebra um pouco a cabeça nesse sentido, imagina o aluno, aí vai do direcionamento do que você quer aonde o aluno chegue.*

Em PD12, o Professor formador começa a indicar a possibilidade de modificar algo no enunciado para tentar evitar que as resoluções dos estudantes fujam muito do que pode ser o objetivo da tarefa planejado pelo professor. Muitas vezes, o processo resolutivo de uma tarefa pode provocar a exploração do contexto para além do que aparece no enunciado. No entanto, conforme indica Ely em PD13, depende do direcionamento do professor. Os diálogos PE da seção anterior também indicam que o diálogo estabelecido entre o Professor formador 2 e as professoras participantes foi fundamental para a mediação entre o que se esperava com a tarefa matemática (o trabalho com equivalência e comparação de frações) e a forma como a professora Deise estava pensando.

Ainda no pequeno grupo, Ely e Deise *negociam* a forma como o novo enunciado poderia ser escrito.

**PF1 – Ely:** *Para que não dê margem para ele pensar na questão dos 12 lançamentos e dos 6. É que eu não sei qual é a intenção aí. É fazer ele entender que...*

**PF2 – Maria:** *É fazer ele entender equivalência de frações, quatro sextos e sete doze avos. Vai fazer o aluno buscar? O objetivo é esse?*

**PF3 – Deise:** *Eu acho que é.*

**PF4 – Maria:** *Reconhecer qual é maior e menor? O objetivo seria esse.*

**PF5 – Ely:** *Acho que tem que mudar a questão. [...] Uma coisa mais objetiva, que não dê tanta margem para ele pensar nessa questão aí do...*

**PF6 – Deise:** *Da qualidade do jogador... Eu acho que teria que mudar esse negócio aí de esporte, de ser uma coisa mais...*

**PF7 – Ely:** *Mais objetiva.*



**PF8 – Deise:** *Em vez de basquete, ser ...o número de questões de prova. Como que eu posso comparar quem foi melhor se uma prova ele tinha 6 questões e ele acertou 4, e a outra tinha 12 questões e ele acertou 7? Ai, a prova não tem como ser “aproveitar o momento”, igual o lançamento, então seria uma coisa mais fixa [referindo-se ao fato de que, em um jogo de basquete, o número de arremessos depende das oportunidades que são criadas, enquanto em uma prova, o número de questões é dado].*

**PF9 – Ely:** *É, é objetiva, é aquilo ali, né?*

**PF10 – Deise:** *Ai eu consigo comparar, e eu vou ter que comparar uma prova com 6 questões acertou 4 e outra com 12 questões e acertou 6, quem seria? então eu partilharia por uma questão mais fechada.*

Inicialmente, as professoras discutem o objetivo da tarefa. Que ideias matemáticas se quer trabalhar com a *Tarefa dos Arremessos de Basquete*? No entanto, para evitar problemas de interpretação com a questão dos arremessos, as professoras Ely e Deise sugerem a reformulação do contexto da tarefa. A *negociação* entre as professoras sobre a necessidade da reformulação do enunciado surge pelo fato de elas pensarem como os alunos interpretariam a tarefa (como Ely externaliza em PD13), considerando ser mais viável uma coisa mais “objetiva” (PF7 e PF9) ou mais “fixa” (PF8).

Na plenária, a professora Deise reforça que o enunciado deveria ser reformulado e que o contexto deveria ser outro, não o jogo de basquete.

**GE1 – Deise:** *A gente só falou do Tomé por causa do contexto. Não tem...Teria que não ser basquete, teria que ser, a gente estava falando [no pequeno grupo], tinha que alguma coisa assim, tipo prova, por exemplo. Uma prova com 6 questões outra prova com 12 questões, porque daí não interessa, assim... interessa a quantidade de acertos. Daí eu conseguiria fazer essa comparação melhor sem ver essa questão [ela faz gestos de arremessos].*

**GE2 – Professor formador 2:** *Tem uma palavra que, de algum modo, eliminaria aquele problema, seria “aproveitamento”, né? Quem teria o melhor aproveitamento? Porque esse aproveitamento remeteria à ideia de...*

**GE3 – Deise:** *Também de qualidade, porque se eu peguei mais e arremessei, tem mais qualidade.*

**GE4 – Professor formador 1:** *Mas, eu não sei se [a ideia de aproveitamento] mudaria totalmente, não. Porque olha [apontando para a lousa], ele [Tomé] aproveitou mais, arremessou doze. É porque a gente tem um conceito de que aproveitamento é uma ideia de proporcionalidade. Mas, se eu pensar no senso comum da palavra aproveitamento, eu acho que ela não vai ajudar, não.*

**GE5 – Deise:** *Tomé!*

**GE6 – Professor formador 1:** *Vou escolher o Tomé, aproveitou melhor, lançou doze.*

**GE7 – Deise:** *É, lançou mais, fez mais.*

Em GE1, Deise menciona que só escolheu Tomé por conta do contexto e, por isso, sugere modificar o enunciado. O Professor formador 2 tenta sugerir um ajuste no enunciado que não exigiria a mudança do contexto da situação (GE2), mas essa sugestão foi contestada tanto pelo Professor formador 1 (GE4 e GE6) como por Deise (GE3, GE5 e GE7). Esse trecho é um exemplo de como se deu a *negociação* para a proposta de reformulação do enunciado. Do mesmo modo, evidencia como a relação entre professores formadores e professoras

participantes era horizontal, na medida em que a professora se sente à vontade para discordar do Professor formador 1 e reafirmar sua compreensão de que o mais adequado seria modificar o contexto apresentado na tarefa.

Esse novo contexto sugerido por Deise envolve questões de uma prova de Matemática, já que em sua escola haveria um Festival da Matemática, um evento anual promovido pela escola. Não houve tempo para que o novo enunciado fosse elaborado durante o quarto encontro, mas, por diversas vezes, foi pronunciado pela professora Deise. E em negociação, o grupo entendeu que Deise poderia reescrevê-lo, visto que ela seria a responsável por desenvolver a aula com sua turma de 5º ano. Dias antes da realização da aula, Deise enviou o novo enunciado por *e-mail* aos professores formadores, que concordaram com as alterações feitas. O Quadro 8 mostra a tarefa reformulada.

**Quadro 8** – Tarefa reformulada: o Festival da Matemática

Para o desempate do Festival da Matemática, a professora precisou lançar mais desafios para as equipes. Ao corrigir, percebeu que o grupo que mais pontuou no primeiro desafio foi o grupo da Emanuelle. Eles marcaram 4 pontos dos 6 possíveis no primeiro desafio. Já no segundo desafio, a equipe que mais pontuou foi a da Clara, pois conseguiram acertar 7 dos 12 pontos possíveis. E agora? Com base nessas informações, ajude a professora a calcular a equipe que deveria ser escolhida para representar a nossa sala na Etapa Escola do Festival da Matemática. Justifique a sua resposta.

Fonte: dados da pesquisa

A tarefa reformulada carrega os mesmos dados numéricos da *Tarefa dos Arremessos de Basquete*, não apresentando, no enunciado, a ideia de se utilizar fração como representação (como havia no item a) da tarefa original), o que pode deixar a tarefa mais aberta e demandar certa exploração por parte dos estudantes. Apesar de a tarefa ter sido reescrita somente pela professora Deise, entendemos que foi fruto de um trabalho que manifestou aspectos da colaboração, tais como a *negociação*, o *diálogo*, a *divergência de ideias* e a *mutualidade*. Novamente, entendemos que a tarefa matemática foi fundamental para o desencadeamento desses aspectos.

### 3.4 *Episódio 4*: o empate entre Henrique e Tomé

Analisamos agora o diálogo proporcionado pela professora Ângela quando sugeriu um empate entre os jogadores Henrique e Tomé na *Tarefa dos arremessos de Basquete*. O

argumento dessa professora foi que Henrique, ao acertar 4 de 6 arremessos, acertou a metade mais 1 (50% mais 1), já que acertou 3 + 1 arremessos; e Tomé, que acertou 7 de 12 arremessos, também acertou a metade mais 1 (50% mais 1), uma vez que acertou 6 + 1 arremessos. Portanto, para essa professora, Henrique e Tomé empataram.

Esse episódio se inicia no pequeno grupo, quando se discutia quem deveria ser escolhido no contexto da tarefa. Dentre as possibilidades levantadas pelas professoras (mencionadas nos episódios anteriores), a professora Ângela apresenta uma forma de pensar divergente: o empate entre os jogadores.

**PH1 – Ângela:** *Se for ver, olha... o 7 em relação ao 12 é metade mais 1, aqui também [referindo-se ao fato de que 4 é a metade de 6 mais 1], os dois fizeram igual, então.*

**PH2 – Deise:** *Como assim?*

**PH3 – Ângela:** *Porque olha... 7 é a metade mais 1, ele fez. Aqui também, a metade desse [6] mais 1. Se for ver, os dois.*

**PH4 – Deise:** *Não, mas a metade aqui é 3. Ah, entendi. Metade do quê?*

**PH5 – Ângela:** *Metade dos lançamentos, 3 mais 1 aqui também 6 mais 1.*

**PH6 – Deise:** *É também.*

**PH7 – Maria:** *Se você for pensar... só que se você for fazer a divisão das frações? Pensando... Não dá, não dá o decimal certo. Dá 0,6 e o outro dá 0,58...*

**PH8 – Deise:** *Não dá pra achar, pela equivalência não dá pra achar.*

**PH9 – Maria:** *Eu já coloquei o Henrique e eu pensei na equivalência de frações. Eu peguei o denominador comum entre eles.*

A colocação de Ângela leva a professora Deise ao questionamento (PH2 e PH4) para que possa compreender a ideia. Percebe-se, em um primeiro instante, que há por parte de Deise um estranhamento quanto à forma de pensar de Ângela. No entanto, Deise ouve a explicação de Ângela e não se opõe, aceita como mais uma forma de pensamento (PH6). Já a professora Maria questiona que, se essa comparação fosse feita usando os números decimais (PH7) ( $\frac{4}{6} = 0,6$  e  $\frac{7}{12} = 0,58\bar{3}$ ), não daria empate. Em PH8 Deise concorda.

As professoras continuam apresentando suas ideias para resolver a tarefa quando retomam a forma de pensar de Ângela.

**PH10 – Ely:** *É, eu acho que esse problema tinha que ser reformulado.*

**PH11 – Deise:** *Não, eu acho que ele é pra isso mesmo.*

**PH12 – Maria:** *Para gerar essa discussão, porque se você for pensar o que a...*

**PH13 – Deise:** *Agora, o que ela falou, é legal.*

**PH14 – Maria:** *Tem sentido também. Tem sentido.*

**PH15 – Deise:** *Se for olhar pelo que ela falou, está empatado. Mas, deixa eu entender de novo. Doze, metade. Tá.*

**PH16 – Ângela:** *Metade de 6 é 3. Ele fez mais 1. Metade de 12 é 6, ele fez mais 1. Só que é igual você falou, se ele teve mais oportunidades, se ele foi melhor no jogo, teria que ser escolhido ele [referindo-se ao Tomé].*

Em PH13 e PH 14, Deise e Maria parecem validar a maneira de pensar de Ângela. Em PH15, Deise pede novas explicações para Ângela, pois quer entender de novo. Ângela explica novamente seu pensamento, mas parece estar mudando sua escolha a partir do que Deise havia sugerido anteriormente (PH16).

Quando o Professor formador 2 está com o grupo, após as professoras apresentarem suas resoluções para a tarefa, ele busca entender o raciocínio apresentado por Ângela e faz questionamentos.

**PI1 – Professor formador 2:** *E a dela [referindo-se à Ângela], foi assim: um acertou 50% mais 1 e o outro 50% mais 1, está empatado. A questão é: 50% de quê?*

**PI2 – Maria:** *Das bolas.*

**PI3 – Ely:** *Dos lançamentos.*

**PI4 – Ângela:** *Das cestas.*

**PI5 – Professor formador 2:** *Mas, se a gente pensar em porcentagem, o que significa essa porcentagem e essa...?*

**PI6 – Deise:** *Dá diferença.*

**PI7 – Maria:** *Dá diferença.*

**PI8 – Professor formador 2:** *Mas é uma forma de se pensar, os alunos poderiam chegar nessa forma.*

Em PI1, o Professor formador 2 tenta levar as professoras a refletirem sobre a validade da resposta apresentada por Ângela. No entanto, analisamos que a abordagem do professor não foi a mais apropriada, uma vez que o problema não está no 50% e, sim, no “mais 1”, uma vez que esse 1 representa porcentagens diferentes em cada caso. Para o todo igual a 6, o 1 representa  $\frac{1}{6} = 0,1\bar{6} \cong 16,6\%$  e para o todo igual a 12, o 1 representa  $\frac{1}{12} = 0,08\bar{3} \cong 8,3\%$ . Mesmo assim, as professoras Deise e Maria reconhecem que a comparação feita por Ângela não é adequada.

Em PI8, o Professor formador deixa claro que, apesar de não ser a forma adequada, a resposta dada por Ângela é oportuna e importante para que haja discussões matemáticas que favoreçam a construção de conhecimentos.

Professor formador 2 e professoras continuam debatendo coletivamente. O próximo diálogo mostra a professora Ângela sentindo-se à vontade e mostrando *confiança* para retomar sua forma de pensar. Mesmo após Deise dizer que Henrique foi melhor, Ângela reafirma que ainda considera que Henrique e Tomé estavam empatados nos arremessos.

**PJ1 - Deise:** *É, eu queria achar um denominador comum. Então, eu achei. Agora, com a multiplicação, deu  $\frac{8}{12}$  para o Henrique e  $\frac{7}{12}$  para o Tomé. Então, o Henrique nessa comparação teve mais. Eu consigo mostrar para o meu aluno e ele consegue ver que o Henrique foi melhor.*

**PJ2 - Ângela:** *Eu ainda acho que eles estão empatados.*

**PJ3 – Professor formador 2:** *Você acha que eles estão empatados por quê?*

**PJ4 - Ângela:** *Pelo mesmo tanto...ele teve 6, e acertou 3 mais 1. Ele teve 12, 6 mais 1.*

[...]

**PJ5 – Ângela:** *Ele poderia ter errado se ele tivesse 12.* [referindo-se à possibilidade de Henrique ter arremessado 12 vezes ao invés de 6]

**PJ6 – Professor formador 2:** *Como que é? Ele poderia ter? Desculpa.*

**PJ7 – Ângela:** *Não, daí vai ficar meio confuso. Se ele tivesse 12, seria a mesma quantidade, não seria?*

**PJ8 – Professor formador 2:** *Se esse cara aqui tivesse 12 oportunidades, se a gente considerar...*

**PJ9 – Ângela:** *Não, ia ser 8.* [interrompendo o Professor formador 2].

**PJ10 – Professor formador 2:** *Ia ser oito?*

**PJ11 – Ângela:** *Teria acertado mais.*

**PJ12 – Professor formador 2:** *Mais. Aham! Então, quer dizer, não estaria empatado?*

**PJ13 – Ângela:** *Não, é o Henrique.*

**PJ14 – Professor formador 2:** *Se o Henrique tiver a mesma quantidade de arremessos que o Tomé teve....*

**PJ15 – Ângela:** *Teria acertado 8.*

Em PJ2, Ângela reforça sua conclusão e o Professor formador 2 tenta entendê-la. Em PJ5, Ângela tenta explicar seu pensamento, mas não dá sequência. A professora parecia estar pensando em voz alta quando, em PJ7, coloca-se em dúvida. O Professor formador 2 tenta colaborar, mas a própria Ângela parece chegar a uma conclusão (PJ9). Por mais que a professora tenha percebido (em PJ9) que, mantendo-se o aproveitamento, Henrique acertaria 8 de 12 arremessos, entendemos que foi o *diálogo* entre os envolvidos que proporcionou sua *reflexão*. Em PJ11 e PJ13, fica evidente que Ângela modificou sua conclusão a respeito da tomada de decisão: não houve empate!

O diálogo com o Professor formador 2 contribuiu para essa nova forma de pensar. No entanto, o grupo ainda não tinha proporcionado à professora Ângela o motivo de “50% *mais 1*” não ser adequado. Ao menos de forma explícita, isso ainda não estava dito. Somente na plenária é que a professora Tina tocou no ponto central.

**GH1 – Professor formador 1:** *Alguém pensou nessa ideia de metade mais 1, como é que é isso?*

**GH2 – Deise:** *Aqui* [apontou para Ângela].

**GH3 – Carla:** *Porque aquele lá fez metade e jogou mais um e o outro também jogou metade mais 1.*

**GH4 – Tina:** *É metade mais 1, só que esse mais 1 não é igual para o Henrique e para o Tomé. Por isso que eu voltei atrás [na forma como a professora estava pensando inicialmente] e eu acho que o Henrique é o que fez mais. Porque dois terços é um pouco maior do que meio, um pouco mais do que meio.*

[...]

**GH5 – Professor formador 2:** *Assim dava empate?* [o professor pergunta, pois estava registrando na lousa todas as resoluções e conclusões]

**GH6 – Todas as professoras:** *É, dava empate.* [colaborando com o Professor formador 2, para que ele escrevesse na lousa a conclusão daquela forma de pensar]

**GH7 – Tina:** *Só que eu acho que esse mais 1 não é igual.*

Nesse *diálogo*, a professora Ângela não se manifestou em relação ao questionamento, talvez porque outras professoras (Carla e Tina) tenham tomado a frente. A professora Tina externalizou, em GH4 e GH7, que o “mais 1” não é o mesmo para as duas situações. Em GH4, ela esboçou a explicação: “*porque dois terços é um pouco maior do que 1*”. Minutos depois, em outro momento da plenária, Tina deixou isso mais claro, afirmando que o  $\frac{7}{12}$  também era maior do que a metade: “*eu não sei dizer o quanto mais, mas eu sei que é menos do que  $\frac{2}{3}$* ”.

Não temos condições de analisar se Ângela compreendeu qual era o problema da resposta “50% mais 1”. Nossos dados não nos permitem tirar essa conclusão, pois a professora não se manifestou mais a esse respeito. Sabemos, sim, que ela repensou sua tomada de decisão (PJ13), mas não sabemos se ela compreendeu, do ponto de vista da matemática, o erro de se considerar o “50% mais 1” no caso da *Tarefa dos Arremessos de Basquete*. Apesar disso, entendemos que o ambiente colaborativo deu oportunidades para que Ângela pudesse ter essa compreensão, uma vez que a professora Tina, por duas vezes, comentou o motivo. Os professores formadores parecem não ter aproveitado a participação de Tina para explorar esse ponto com Ângela e as demais professoras. Esse episódio revela a imprevisibilidade, em que os professores formadores se depararam com um raciocínio que não esperavam, daí a importância de se antecipar possíveis formas de pensar.

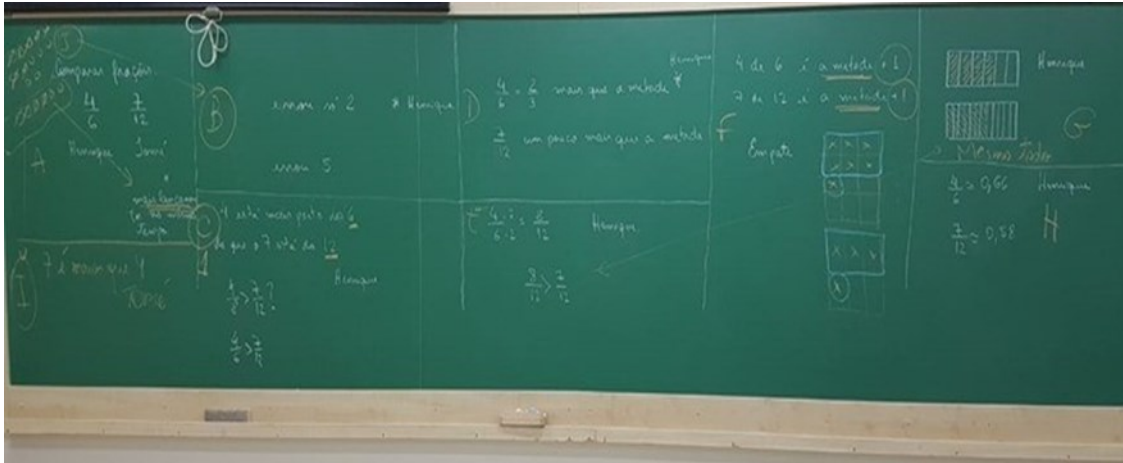
Já afirmamos que a professora se manifestou muito pouco ao longo do processo formativo. No entanto, nesse episódio, sua participação foi essencial para proporcionar discussões produtivas. A participação de Tina foi relevante, ainda, porque permitiu maior clareza da discussão matemática em questão. Além da participação ativa das professoras, o papel do Professor formador 2 também foi um componente do processo formativo que favoreceu a manifestação dos aspectos de trabalho colaborativo apresentados nesse episódio.

### 3.5 *Episódio 5: o sequenciamento das resoluções*

Enquanto as professoras participantes externalizavam suas formas de resolver a *Tarefa dos Arremessos de Basquete*, o Professor formador 2 registrava essas formas, uma por uma, na lousa. As professoras manifestaram algumas dessas formas espontaneamente. Outras foram estimuladas pelos professores formadores com frases como: “*ocorreu para alguém o uso do desenho?*” (Professor formador 1) ou “*tem uma maneira que foi falada [no pequeno grupo], acho que foi a Tina, mas não sei se foi levada adiante [...]*” (Professor formador 2). A partir disso, foram construídas, na lousa, dez formas de pensar/resolver a tarefa. A Figura 2 ilustra

essas formas e traduz todos os aspectos do trabalho colaborativo percebidos ao longo do quarto encontro presencial em apenas uma imagem. Para nós, a Figura 2 sintetiza o trabalho colaborativo que consideramos exitoso.

**Figura 2** – Ideias de resolução da tarefa do basquete



Fonte: dados da pesquisa

Reconhecendo a dificuldade de visualizar e compreender as resoluções apresentadas na Figura 2, transcrevemos cada uma delas no Quadro 9 e, quando necessário, tentamos dar mais alguns detalhes para ajudar na compreensão.

**Quadro 9** – As 10 formas de pensar a *Tarefa dos Arremessos de Basquete* apresentadas na plenária

**Forma A:** “Comparando as frações” (a professora Márcia queria comparar as frações, mas não sabia como fazê-lo) e considerando número de arremessos em um mesmo intervalo de tempo.

$$\text{Henrique } \frac{4}{6}$$

$$\text{Tomé } \frac{7}{12}$$

Tomé fez mais pontos, 7 acertos de 12 lançamentos. Já o Henrique fez 4 acertos de 6 lançamentos.

**Conclusão:** A escolha é pelo Tomé, pois acertou mais em um mesmo intervalo de tempo.

**Forma B:** Quantidades de erros, a ideia está na subtração do total de lançamentos e acertos.

Henrique fez 6 lançamentos e teve 4 acertos. Errou só 2.

Tomé fez 12 lançamentos e teve 7 acertos. Errou 5.

**Conclusão:** A escolha é pelo Henrique, pois teve menos erros.

**Forma C:** Proximidade do número de acertos com o número de lançamentos.

O 4 está mais perto do 6 do que o 7 está do 12.

**Conclusão:** A escolha é pelo Henrique, pois o 4 está mais perto do 6 do que o 7 do 12.

**Forma D:** A referência foi a “metade”.

Tomé:  $\frac{7}{12}$  é um pouco mais que a metade, pois, como  $12 \div 2 = 6$ , se fosse a metade dos lançamentos seria  $\frac{6}{12}$ . Então,  $\frac{7}{12}$  é um pouco mais do que  $\frac{1}{2}$  ou um pouco mais que a metade.

Henrique:  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ . O  $\frac{2}{3}$  também é um pouco mais do que meio, mas o  $\frac{2}{3}$  é um pouco mais do que o um pouco mais de meio do  $\frac{7}{12}$ .

**Conclusão:** A escolha é pelo Henrique, pois o  $\frac{2}{3}$  é maior do que  $\frac{7}{12}$ .

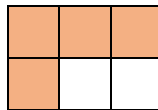
**Forma E:** Comparação de frações, utilizando a equivalência de frações para tornar o denominador comum.

$$\text{Henrique: } \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{2} = \frac{8}{12} \qquad \text{Tomé: } \frac{7}{12}$$

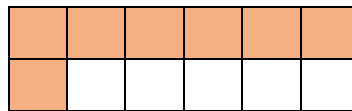
**Conclusão:** A escolha é pelo Henrique, pois  $\frac{8}{12} > \frac{7}{12}$ .

**Forma F:** A metade mais um.

Henrique: (3 + 1) arremessos certos de um total de 6 arremessos.



Tomé: (6 + 1) arremessos certos de um total de 12 arremessos.



**Conclusão:** Empate, pois ambos acertaram a metade mais um.

**Forma G:** Representação pictórica, retângulos do mesmo tamanho divididos em quantidades de partes diferentes.

Henrique  $\frac{4}{6}$



Tomé  $\frac{7}{12}$



**Conclusão:** A escolha é pelo Henrique, pois a figura indica que  $\frac{4}{6}$  é maior que  $\frac{7}{12}$ .

**Forma H:** Comparação usando os números decimais aproximados.

$$\text{Henrique } \frac{4}{6} \cong 0,66$$

$$\text{Tomé } \frac{7}{12} \cong 0,58$$

**Conclusão:** A escolha é pelo Henrique, pois seu desempenho foi melhor, já que  $0,66 > 0,58$ .

**Forma I:** Comparando apenas os numeradores.

$$\text{Henrique } \frac{4}{6}$$

$$\text{Tomé } \frac{7}{12}$$

**Conclusão:** A escolha é pelo Tomé, pois  $7 > 4$ .



**Forma J:** Representação pictórica, as bolas de basquete representam o número de arremessos e os riscos indicam a quantidade de acertos.



**Conclusão:** A escolha é pelo Tomé, pois foram 7 bolas riscadas para Tomé e apenas 4 para Henrique.

Fonte: autoria própria (2021)

O Quadro 9 apresenta as formas de pensar e as conclusões que podem ser tiradas a partir de cada uma delas. Nas formas A, I e J, a decisão é pelo jogador Tomé. Nas formas B, C, D, E, G e H, a escolha seria pelo jogador Henrique. Já na forma F, o resultado seria empate entre os jogadores. As letras usadas para nomear as formas de pensar visavam facilitar o momento do sequenciamento das resoluções, isto é, o momento de estabelecer uma ordem, a partir de critérios discutidos coletivamente. As letras não indicavam a ordem em si, mas eram uma maneira de nomear as resoluções para possibilitar estabelecer uma discussão matemática produtiva em sala de aula, caso essas resoluções aparecessem na turma do 5º ano da professora Deise.

O *Episódio 5* analisa como se deu a *negociação* entre os envolvidos para definirem o sequenciamento das resoluções. O Professor formador 1 inicia com um questionamento sobre a quarta prática de orquestrar uma discussão matemática de maneira produtiva - sequenciar (STEIN *et al.*, 2008).

**GI1 – Professor formador 1:** *E o sequenciar, o que seria sequenciar?*

**GI2 – Deise:** *Seria a organização para apresentar as respostas. Não é? Conforme foi selecionando e colocaria.*

**GI3 – Professor formador 1:** *Se fosse para a gente pensar ali, coloque essas estratégias numa sequência, a gente elencou algumas para discutir. Como que seria essa sequência? Como é que é?*

**GI4 – Deise:** *Eu tinha pensado no desenho...mas depois disso daí, eu não sei. O desenho já mataria a charada*

A ideia colocada pela professora Deise demonstra que ela identificou essa prática com a ação dos professores formadores ao realizarem os registros das resoluções na lousa. No entanto, quando surge o segundo questionamento (GI3), feito pelo professor formado 1, sobre

como seria essa sequência, Deise indicou que iniciaria pelo desenho, talvez porque essa forma seria uma das primeiras formas que seus alunos pudessem apresentar. No mesmo instante, porém, a professora reflete e diz que essa forma daria a resposta de imediato ao aluno. O Professor formador 1 não ajuíza em um primeiro momento a ideia de Deise e formula um novo questionamento (GI5), talvez porque a ideia não trouxesse conexão com o sequenciamento nesse momento inicial:

**GI5 – Professor formador 1:** *Então vamos pensar assim, quais dessas que você escolheria para levar para o quadro, vamos supor que aparecessem todas essas lá na sua aula. Quais dessas você escolheria para levar para discussão?*

**GI6 – Deise:** *Eu acho que a C, mesmo não sendo, ah eu não sei. Acho que de bater o olho essa seria uma das primeiras respostas, sempre aparece isso na fração.*

**GI7 – Professor formador 1:** *Então essa questão você levaria?*

**GI8 – Deise:** *É, de primeiro, eu levaria sim.*

**GI9 – Tina:** *Eu acho que levaria essa em que compara os numeradores 4 e 7 [forma I], e 7 é maior, tem alunos que pensaria neles. Mas, principalmente no 4º ano que é mais básico né e que não entende a questão do numerador e denominador, então eu acho que surgiria esse daí.*

De GI5 a GI9, as discussões estão voltadas para o sequenciamento das tarefas. Sendo assim, é realizado um ensaio, levando em consideração quais formas de pensar podem ser interessantes para levar à lousa, no momento da discussão com todos os alunos. Ideias distintas surgem entre os alunos, mas o professor tem que selecionar algumas para levar para a lousa, compreendendo que não dá para levar todas. Observa-se que as professoras tiveram a oportunidade de realizar os dois papéis, ora de professora, ora de alunas: pensar como os alunos para levantar ideias e agir como professora na intenção de escolher as ideias que geram discussões produtivas matematicamente.

A partir do novo questionamento, Deise sugere outra ideia (GI6), porém põe em dúvida sua sugestão. Nesse diálogo, percebe-se, também, a *divergência de ideias* entre GI6 e GI9, Deise diz ser uma ideia que sempre surge nas resoluções dos alunos; em oposição, Tina indica a forma I - comparação de numeradores - como sendo um pensamento comum entre os alunos, em particular, do 4º ano. Percebemos que, até aqui, mantém-se a discussão sobre os critérios para iniciar o sequenciamento, mas a *divergência de ideias* perdura. Esse é um aspecto do trabalho colaborativo e que estimula a discussão matemática entre os envolvidos.

Com a intenção de realizar conexões de ideias, o Professor formador 2 questiona se há semelhanças entre resoluções.

**GI10 – Professor formador 2:** *Há uma semelhança entre B e C?*

**GI11 – Deise:** *Sim.*

**GI12 – Professor formador 2:** *Em termo de selecionar, a gente não vai poder levar todas e eu quero estipular algumas coisas.*

**GI13 – Deise:** *Poderia levar a B e tirar a C.*

**GI14 – Ana:** *Pensei na B mais pela proporção do que na fração em si.*

**GI15 – Tina:** *Mas para levar a B, a C e a I a gente poderia juntá-las e mostrar ao aluno a gente pode dizer que um está com 2 e outro está com 5, partindo da mesma porção de arremessos, eles estão dentro da mesma quantidade, ...é tentar fazer o aluno enxergar que eu só posso comparar se elas estiverem no mesmo denominador, ou seja na mesma porção. Então, é tentar levar através dessas três resoluções levar eles a tentarem visualizar isso. Eu tenho que levar para o mesmo contexto, a mesma quantidade de porção para poder comparar.*

Nesse diálogo, o Professor formador 2 interage com as professoras Deise, Ana e Tina. A *negociação* vem da fala em GI12, cujo objetivo é filtrar as ideias a serem escolhidas para o sequenciamento. Em GI11, a professora Deise concorda que há semelhança entre as formas B e C, porém faz outro indicativo em GI13. Ana compartilha da ideia de Deise e acrescenta uma justificativa para sua escolha. Para gerar mais conexões entre as formas de resolução, vemos, em GI15, que Tina não descarta a possibilidade de levar para a discussão as formas B, C e I. Percebe-se que as três formas de pensar são semelhantes e que são possíveis entre os alunos. A partir delas, pode-se entender que há uma forma de comparar frações, que é possuir o mesmo denominador. Em um primeiro instante, verificamos uma ideia de sequenciamento, com as formas B, C, I, que pode ser finalizada com a forma J.

Ainda não satisfeito, o Professor formador 1 alega que a discussão está rodando em torno das formas B, C e I, mas acredita que há outras possibilidades de sequenciamento. Dessa forma, o Professor formador 1 mobiliza (GI16) a exploração de conexões e ideias matemáticas.

**GI16 – Professor formador 1:** *Estamos rodando em torno desses três. Vocês destacariam alguma dessas outras? Vocês começariam com alguma forma...*

**GI17 – Márcia:** *Eu coloquei que começaria com o desenho [forma G].*

**GI18 – Tina:** *Eu também coloquei que começaria com desenho por causa dos lançamentos, não esse desenho [forma G] complexo aí.*

**GI19 – Professor formador 1:** *Que desenho?*

**GI20 – Tina:** *[...] fazer o desenho na mesma porção, isso é complexo para eles [referindo-se à forma G]. Daí, eles vão desenhar 6 bolinhas representando a bola de basquete e mais 12 bolinhas de basquete e vão fazer um X nas que acertou. É nesse desenho que eu tinha pensado que os alunos usariam e não esse desenho [forma G]. Entendeu?*

A ideia de que o início do sequenciamento aconteça pelo desenho retorna nesse diálogo (GI17 e GI18). No entanto, Tina expõe sua ideia de utilizar o desenho e expressa sua versão para o uso do desenho (GI20). O Professor formador 1 vai até a lousa e representa a ideia de Tina, para melhor compreensão do pensamento de Tina.

**GI21 – Professor formador 1:** *Alguma coisa parecida com isso?* [o Professor formador 1 faz o desenho das bolas de basquete, como aparece no canto superior esquerdo da Figura 2]

**GI22 – Tina:** *Exato! Eu ia começar por isso.*

A professora Tina manifesta sua preocupação (GI20) sobre a complexidade da representação com desenho por não ter conexão com o contexto da tarefa. Tina demonstra

*confiança* no que diz e sua sugestão (forma J) é levada para discussão como forma de conectar com as demais ideias. Dando prosseguimento ao processo de sequenciamento, o Professor formador 1 questiona as ideias próximas da maneira pensada pela professora.

**GI23 – Professor formador 1:** *E aí essa forma está mais próxima do quê? ... Que conexão a gente vê com essas respostas?... Não são 10 respostas totalmente dispersas, elas têm conexões. Quais que se conectam aqui? Esse desenho [forma J] se conecta com o que? Esse desenho pode me levar a...*

**GI24 – Tina:** *A forma B.*

**GI25 – Carla:** *Para I.*

**GI26 – Professor formador 1:** *Ou para a própria A, mais lançamentos. Todas essas são uma maneira de olhar de uma forma absoluta para esses números... todas essas [forma C, B e I] tem coisas em comuns, são leituras absolutas. Tem alguma outra que está bem próxima disso? Em um nível um pouquinho mais refinado, eu diria que é essa [forma F], porque a metade também...*

**GI27 – Tina:** *Eu acho que a D também...*

**GI28 – Carla:** *É metade e metade.*

**GI29 – Professor formador 1:** *...aqui tem 12, um, dois, ...eu acho que o seu desenho seria assim. E o outro, a metade mais 1. Olha esse aqui tem metade e esse também tem metade, mais 1.*

Outras ideias consideradas, talvez mais avançadas em relação ao sequenciamento C, B, I e J, são elencadas pelo Professor formador 1, pois ele considera que, entre as dez formas, via-se a possibilidade de outro sequenciamento, com outras conexões e conhecimento matemático a ser explorado, no caso, a ideia de metade. O indicativo, em GI26, levou as professoras a olharem para a forma F (a ideia de metade + 1), encontrar conexões e pensar em um outro sequenciamento. Tina sugere que a forma D (metade e um pouco mais que a metade) poderia conectar-se com a forma F e Carla completa o pensamento. Esse *diálogo* foi promotor de um segundo sequenciamento, sendo F, D e J. As formas F e D retratam a ideia de metade, um pouco mais da metade e metade mais 1. São ideias que apresentam um nível maior de complexidade e compreensão da aprendizagem de fração, logo, um sequenciamento mais refinado.

A representação das ideias matemáticas através do desenho continua. No entanto, o desenho, aqui mencionado, segundo a professora Deise, referindo-se à forma E, “comprova” (GJ3) uma resolução.

**GJ1 – Deise:** *eu falo que o desenho é mais frequente porque ele comprova o que está dizendo ali [forma D].*

**GJ2 – Professor formador 1:** *Mas o desenho, o desenho pode ser que eu posso balizar esse negócio [forma D] aqui com outro e chegar no desenho [forma G].*

**GJ3 – Deise:** *Isso, isso, e comprova o E.*

**GJ4 – Professor formador 1:** *...o aluno que pensou o desenho não está com o mesmo patamar desse [forma D]. Esse [forma D] tem que ser levado pra cá [forma G], porque aqui ele ainda não tem conhecimento.*

**GJ5 – Deise:** *É um passo a mais.*

**GJ6 – Professor formador 1:** *Isso, é um passo a mais.*

**GJ7 – Deise:** *Dali [forma D] passa pra lá [forma G] e vai para o final [forma E].*

A professora Deise tem consciência de que o desenho faz parte desse sequenciamento, mas o papel do Professor formador foi essencial para que ela reconsiderasse sua primeira ideia (GI4 e GJ1) e reestruturasse sua maneira de apresentar o sequenciamento matemático para a discussão com seus alunos. O *diálogo* foi basilar para (re)estruturar o pensamento de Deise e, conseqüentemente, trouxe o terceiro sequenciamento, D, G e E.

Diante das três sugestões de sequenciamento, não se decidiu por um, por entender que os três sequenciamentos ((C, B, I, J); (F, D, J) e (D, G, E)) têm potencialidades, isto é, podem atender aos objetivos pretendidos com a tarefa e não esgotam a matemática necessária ao aprendizado do aluno.

Por fim, compreendemos que a abordagem de ensino adotada (Ensino Exploratório), que visava promover discussões matemáticas produtivas, também foi essencial para a manifestação de aspectos da colaboração no quarto encontro. Os professores formadores pretendiam trabalhar essa abordagem de ensino com as professoras para que elas a levassem para suas práticas em sala de aula. Para isso, os professores formadores tentaram realizar as cinco práticas (antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar, estabelecer conexões) no próprio grupo, para que as professoras vivenciassem uma experiência desse tipo.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivos: *analisar aspectos de trabalho colaborativo manifestados durante um encontro destinado ao planejamento coletivo de uma aula em um processo formativo com professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e identificar componentes do processo formativo, que assumia o Estudo de Aula como processo de desenvolvimento profissional, que, possivelmente, favoreceram a manifestação desses aspectos de trabalho colaborativo.* Para tanto, analisamos o quarto encontro do processo formativo, destinado ao planejamento coletivo de uma aula, e, com base nos aspectos da colaboração apresentados no Quadro 5, realizamos nossas análises.

As literaturas que revisamos nos indicavam que o processo formativo, pautado no Estudo de Aula e que valoriza o ambiente escolar e as ações desenvolvidas pelos professores em sua própria formação, propiciaria significativas reflexões sobre a ação pedagógica e o encadeamento entre teoria e prática. Dentro desse contexto formativo, também observamos que o elemento “colaboração” poderia trazer benefícios para o desenvolvimento profissional do professor. Um processo formativo que valoriza a colaboração é entendido como a ação de aprender uns com os outros em grupos de aprendizagem e prática, é desenvolver conjuntamente a habilidade de analisar sua prática pedagógica a partir de diferentes olhares, além de planejar em colaboração. Nesse sentido, compreendemos que as práticas de planejar e de colaborar são elementos que devem fazer parte dos processos de formação de professores.

Diante do apoio teórico e com os dados coletados, realizamos nossas análises, a partir de cinco episódios ocorridos no quarto encontro, que nos apresentaram indicativos dos aspectos do trabalho colaborativo com o envolvimento das professoras participantes.

Podemos dividir o quarto encontro em três momentos. No primeiro momento, as professoras foram convidadas a resolver duas tarefas (*Tarefa da Malha Quadriculada* e a *Tarefa dos Arremessos de Basquete*) individualmente. No segundo momento, passou-se para o trabalho coletivo em dois pequenos grupos, nos quais as professoras responderam a algumas perguntas que as orientaram com a dinâmica do trabalho e que envolviam as práticas de discussões matemáticas produtivas (Stein *et al.* 2008). Dos pequenos grupos, produzimos parte dos dados para as análises. O terceiro e último momento aconteceu com a formação da plenária, que também chamamos de grande grupo, completando a produção dos dados.

Com os dados em mãos, buscamos atingir nossos objetivos e, para torná-los mais evidentes, traçamos a estratégia de destacar (em itálico) os *aspectos de colaboração* e

(sublinhados) os componentes que favoreceram os aspectos de trabalho colaborativo, pois pensamos que, assim, seria mais fácil a compreensão.

Quanto ao primeiro objetivo de nossa pesquisa, apresentamos os aspectos da colaboração que foram analisados ao longo dos cinco episódios.

O primeiro episódio (a tarefa da malha quadriculada) gerou discussões em que pudemos observar a participação das professoras, uma mais, outras menos. Percebemos a manifestação de alguns aspectos de colaboração, como o *diálogo* (carro-chefe das discussões) que deu sequência a outros aspectos. Os excertos mostram como as professoras expuseram seus pensamentos, resultado da *confiança* que foi o primeiro aspecto atrelado à prática de ouvir o outro no programa de formação. As *divergências de ideias* podem ser percebidas quando discutem a resolução da tarefa sugerida pelas próprias professoras. Alguns trechos trazem comentários e questionamentos que podem ter sido disparadores de mais um aspecto, a *reflexão*, que fica evidenciado quando uma das professoras muda seu pensamento diante das demais ideias expostas, que acreditamos ser resultado da reflexão.

No segundo episódio, o trabalho realizado com a *Tarefa dos Arremessos de Basquete* também revelou os mesmos aspectos citados no episódio anterior, a eles somou-se um outro aspecto essencial, a *mutualidade*. O surgimento desse aspecto deve-se aos diálogos, que foram recíprocos. Ainda nesse episódio, a tarefa matemática possibilitou discussões em torno do enunciado da tarefa, do contexto que apresentava (treino de basquete) e das *divergências de ideias* que foram evidenciadas, pois, em conjunto, as professoras decidiram, mediante *negociação*, a mudança do contexto presente no enunciado.

A *Tarefa dos Arremessos de Basquete* gerou inúmeras discussões, e uma delas não pode ser ignorada, foi a *negociação* pelo novo enunciado. O terceiro episódio pode ser considerado uma consequência do episódio anterior, no qual surgem *divergências de ideias* a respeito do enunciado da tarefa e as professoras sinalizavam a mudança ou a reformulação do enunciado. Nele, observamos que três aspectos de colaboração foram evidenciados: *diálogo*, *divergência de ideia e negociação*. Os diálogos nortearam o contexto do enunciado e como os alunos poderiam vir a interpretar se o contexto fosse mantido. As *divergências de ideias* surgem como ingrediente enriquecedor das discussões e a negociação, como meio para reformular o enunciado. A relação entre professores formadores e professoras participantes foi horizontal. Isso foi um fator determinante na negociação para modificar o enunciado da tarefa e é também uma característica do trabalho colaborativo, sem hierarquia, todos com os mesmos valores e direitos de falar e ouvir. Como resultado da negociação e da homogeneidade, a tarefa foi reformulada e passou a ter o contexto que foi sugerido e discutido na plenária.

O quarto episódio trouxe a *reflexão* e a *divergência de ideias* de forma bem explícita, pois o entendimento de que haveria um empate como resultado da resolução da tarefa resultou na multiplicidade de conceitos corretos e incorretos, que, em algum momento, foi importante discutir. Diante disso, ressaltamos a ideia de Esteban (2001) de que as divergências de ideias nos dão pistas e indícios relevantes que nos possibilitam olhar além do imediatamente perceptível. Acreditamos que se passa das *divergências de ideias* para a *reflexão*, etapa em que podemos estruturar e reestruturar o conhecimento prático e pessoal, e que é possível aprender quando tomamos consciência e examinamos os pressupostos de nossas práticas.

No último episódio, a *negociação* é o aspecto de destaque. Esse é considerado o momento de discussão coletiva em que se estabelecem as oportunidades para a negociação de significados matemáticos e a construção de novo conhecimento (PONTE, 2005). Esse momento valoriza todos os processos de raciocínio, formais e informais, e, a partir desses raciocínios, busca-se ampliar, dar suporte ao conhecimento formal e, concomitantemente, realizar o sequenciamento das resoluções. A prática de sequenciar é considerada para orientar o percurso de exploração de ideias matemáticas e discutir o potencial de aprendizagem matemática em cada resolução, desde a aplicação de conceitos aos procedimentos de treinamento.

Concluimos que todos os episódios aqui analisados evidenciaram algum aspecto de colaboração. O Quadro 10 sintetiza as manifestações desses aspectos em cada episódio analisado.

**Quadro 10** – Síntese dos aspectos da colaboração manifestados no quarto encontro

	<i>Episódio 1</i>	<i>Episódio 2</i>	<i>Episódio 3</i>	<i>Episódio 4</i>	<i>Episódio 5</i>
<i>Negociação</i>		X	X		X
<i>Diálogo</i>	X	X	X	X	X
<i>Mutualidade</i>		X	X		
<i>Confiança</i>	X	X		X	X
<i>Divergência de Ideias</i>	X	X	X	X	X
<i>Partilha de experiências</i>	X				
<i>Reflexão</i>	X	X		X	

Fonte: autoria própria (2021)

Com base no Quadro 10, podemos constatar que o *diálogo* foi o aspecto dominante em todos os episódios observados e que a multiplicidade de vozes enriquece o entendimento. No entanto, esse aspecto não foi apenas um instrumento de discussões de senso comum, também gerou confrontos de ideias e, como consequência, novos entendimentos.



Outro aspecto com destaque em quatro episódios é a *confiança*, que consideramos como o primeiro passo para a colaboração, que é a base para a estruturação das ideias, dos novos conhecimentos e das ações e resultante do ato de ouvir e ser ouvido. Isso valoriza as contribuições e solidifica o sentimento de pertencimento ao grupo.

A *divergência de ideias* também esteve presente em quase todos os episódios, o que demonstra a presença de diferentes oportunidades de interação e conhecimentos. Nessa perspectiva, compreendemos que as interações trouxeram características pessoais, temporais e de espaço. Tratava-se de um grupo com indivíduos distintos, mas com objetivos em comum, professoras de diferentes níveis de atuação, de diferentes espaços e diferentes escala de conhecimentos, porém com capacidade de consenso e respeito pela diferença. Notamos isso nos momentos em que negociar foi preciso.

A *negociação* é uma constante nas várias intervenientes de um trabalho em colaboração, mais especificamente, quando se trata de conflitos e *divergência de ideias*. Esse aspecto esteve presente nos episódios 2, 3 e 4. Acreditamos que isso ocorreu porque eram episódios que discutiam a mesma tarefa, mas com diferentes olhares.

A ação reflexiva também emerge em alguns episódios analisados. Nesses momentos, as professoras, ao se depararem com as *divergências de ideias* e com as incertezas, reconsideravam o pensamento subentendido e desenvolviam uma nova maneira de compreender problemas e situações. Isso nos fez entender que o professor é capaz de aprender, desaprender, reestruturar, aperfeiçoar e desenvolver-se quando há oferta de tempo e espaço para a *reflexão*. No entanto, é preciso vencer o imobilismo, ter vontade e persistência, caso contrário não há sentido ter tempo e espaço se não quiser aprender.

A *mutualidade* foi percebida com menos intensidade nos episódios analisados. No entanto, é possível dizer que, a todo momento, o grupo permitia que todos pudessem dar e receber, possibilitando a partilha de conhecimentos no trabalho conjunto.

Também percebemos a *partilha de experiência*. Por meio do *diálogo* constante e da *confiança* que se estabeleceu entre as professoras do grupo, a Professora Deise sentiu-se segura em *partilhar experiência* concreta e vivida por ela. Observamos que a *partilha de experiência* se fez presente apenas no episódio 1. É possível que isso se deva ao fato de que, no episódio 1, foi discutida a *Tarefa da Malha Quadriculada*, um recurso que pode ser comum para as professoras em suas aulas. Os demais episódios centraram-se na *Tarefa dos Arremessos de Basquete*, talvez uma tarefa menos comum para as professoras e, portanto, com poucas experiências a serem compartilhadas sobre ela.

Notamos que os aspectos do trabalho colaborativo foram manifestados nos diferentes episódios, uns mais outros menos. Houve momentos em que dois ou mais aspectos surgiram em um único episódio. Vale ressaltar que, em outros momentos do quarto encontro, mesmo que não analisados nesta pesquisa, os aspectos da colaboração podem ter sido manifestados. No entanto, os cinco episódios aqui apresentados são recortes dos principais acontecimentos daquele dia.

Com relação ao segundo objetivo da pesquisa, em cada episódio, identificamos que componentes favoreceram os aspectos de trabalho colaborativo durante o planejamento coletivo de uma aula. Percebemos que esses componentes foram: a tarefa matemática, as intervenções dos professores formadores, a participação ativa de algumas professoras e a abordagem de ensino adotada.

Os aspectos de colaboração em si favorecem a formação docente, mas observamos que a manifestação de cada aspecto teve a contribuição de alguma forma dos componentes, a qual já destacamos. Acreditamos que o componente abordagem de ensino parece ter favorecido a manifestação da *negociação*, do *diálogo* e das *divergências de ideias*.

Consideramos que a tarefa matemática tenha favorecido o *diálogo*, a *divergência de ideias* e a *reflexão*. Junto a esse componente, temos as intervenções dos professores formadores, que julgamos essenciais para a *reflexão* em grupo. A participação ativa de algumas professoras também colaborou na manifestação do *diálogo*, da *confiança*, da *mutualidade* e da *negociação*. Entendemos que uma formação, sem a participação dos integrantes, deixa de ser colaborativa em uma abordagem de Ensino Exploratório.

Até aqui fizemos análises e considerações sobre o Capítulo 3, que foram substanciais para que possamos tecer algumas conclusões sobre o contexto formativo. Assim, entendemos que planejar o ensino, pensar como os alunos pensam, selecionar e elaborar tarefas e, a partir delas, antecipar as respostas dos alunos, corretas ou não, torna a formação continuada, nos moldes de trabalho colaborativo, essencial aos professores que continuam a aprender concomitantemente às suas práticas.

Destacamos o potencial do planejamento de aula enquanto um momento propício para o trabalho colaborativo. Quando um professor planeja uma aula individualmente, sem ouvir e conhecer outras formas de pensar, a prática de antecipar, por exemplo, fica restrita às suas formas de compreender aquilo que irá abordar. No entanto, quando esse planejamento é pensado coletivamente, diferentes compreensões são incorporadas, o que amplia as chances de o professor estar preparado para as variadas formas de pensar que possam surgir no dia da aula com seus alunos. A Figura 2, apresentada no episódio 5, ilustra isso, pois traz o resultado do

compartilhamento de diferentes formas de pensar, que, eventualmente, poderiam não ser previstas por um professor isolado. Se, por um lado, um planejamento de aula, por mais bem elaborado que seja, não impede que imprevistos aconteçam, uma vez que não há como antecipar tudo o que pode ocorrer em uma sala de aula; por outro lado, um planejamento coletivo que incorpore uma diversidade de formas de pensar pode minimizar as situações de improviso dos professores, evitando, inclusive, que o professor desperdice oportunidades importantes para promover discussões matemáticas produtivas. Nesse sentido, esta pesquisa corrobora com Tricoglus (2007), quando relata os benefícios que um planejamento colaborativo pode oferecer ao desenvolvimento profissional do professor que desenvolverá a aula e aos demais.

Em momento algum desta pesquisa, quisemos caracterizar o grupo como um grupo colaborativo, pois entendemos que, para isso, a investigação deveria se dar por um período maior, envolvendo mais encontros presenciais, de modo a enxergar a colaboração emergindo ao longo do processo. Focamos a pesquisa em um único encontro, por isso preferimos analisar alguns aspectos da colaboração manifestados nesse dia. Essa é uma limitação da pesquisa, uma vez que não realizou um olhar longitudinal para o grupo de professores que se formou. Nesse sentido, entendemos a necessidade de, enquanto possibilidades de pesquisas futuras, investigar o antes e o depois do quarto encontro, a fim de ter mais clareza sobre a possibilidade de se caracterizar o grupo como colaborativo.

No entanto, também valorizamos a análise a respeito de um trabalho pontual em um único encontro, pois foi possível aprofundar em cada episódio de um único encontro, permitindo ir além de analisar os aspectos da colaboração, identificando, também, os componentes do processo formativo que parecem ter favorecido a manifestação desses aspectos.

Sobre a ótica geral da formação continuada, ainda dizemos que há muito o que fazer, ainda trazemos resquícios dos modelos de formação tradicional. O trabalho colaborativo, quando associado à própria prática de sala de aula, contribui para que se desconstrua a ideia de que o professor é um mero receptor e transmissor de conteúdo. Acreditamos na potencialidade do desenvolvimento profissional por meios de formações que colocam o professor, o aluno, a realidade de sala de aula e as próprias práticas como o centro de discussões formativas.

Consideramos a formação continuada, com abordagem colaborativa, um caminho privilegiado para o desenvolvimento profissional do professor. Nesse caminho, podemos compartilhar saberes e experiências, discutir e refletir sobre situações identificadas na prática de sala de aula para, com isso, aprofundar o conhecimento para ensinar Matemática. O Produto

Educacional, fruto dessa dissertação, é uma tentativa de contribuir com esse caminho que acreditamos.

Antes de finalizar, uma pesquisa que busca analisar aspectos de trabalho colaborativo durante um processo formativo com professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, merece ser comentada pela pesquisadora perante suas aprendizagens pessoais, pois ela vivenciou e experienciou esse processo.

Logo no início desse trabalho, a pesquisadora disserta sobre as fragilidades das formações que havia participado, comentando sobre as lacunas oriundas da formação inicial e das crenças construídas ao longo do tempo enquanto aluna da Educação Básica e sua busca por uma formação que lhe desse a oportunidade de trazer sua realidade de sala de aula para dentro do processo formativo e que pudesse ser ouvida.

Enquanto pesquisadora e participante do processo formativo, buscou não falar muito na prática formativa, pois as integrantes do processo, muitas vezes, falaram por ela, as inquietações eram as mesmas.

Durante o processo formativo foi possível aprender que, em comparação com outros modelos de formação, a dinâmica formativa oportunizou experiências nas quais os aspectos colaborativos e as perspectivas de cada integrante no processo do desenvolvimento profissional foi considerado, mostrando que práticas formativas que valorizam o conhecimento didático, a prática de sala de aula, a reflexão e a colaboração, permitem o exercício da sua formação com certa autonomia.

Na literatura de Hargreaves (1998), vimos que há uma cultura individual do professor, por diversas razões de natureza histórica, demográfica e de organização do sistema educativo, e que essa não é uma opção do professor por essa forma de trabalhar ou formar-se. Nesse viés que a pesquisadora portava suas inquietações, não era sua opção, mas era o que tinha no momento. A busca por formações que articulassem outras competências profissionais, como os aspectos de colaboração e outros elementos (*negociação, diálogo, divergência de ideias, confiança, partilha de experiências, reflexão e mutualidade, os conhecimentos da prática profissional e a autonomia de dialogar*) continuou.

Foi no processo formativo intitulado *Formação Continuada em Matemática para Docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental* que a pesquisadora se deparou com elementos que favorecessem o desenvolvimento profissional, e então a oportunidade de crescimento profissional completou-se, de um lado está a própria formação (mestrado) como pesquisadora e de outro a formação como professora.

Diante de tudo o que foi dito, o que se assenta como aprendizagem, foi a amenização das inquietações, ao fazer parte de um contexto formativo em que professoras e pesquisadora puderam estabelecer relações profissionais de natureza colaborativa e formativa sem a cultura do individualismo e o mais importante o retorno dessa formação ao nosso destinatário, o estudante.

## REFERÊNCIAS

- ANDRÉ, M. Formação de Professores: a Constituição de um Campo de Estudos. **Educação**, v. 33, n. 3, 19 dez. 2010.
- ANDRÉ, M. Pesquisa sobre formação de professores: tensões e perspectivas do campo. **Coleção ANPED Sudeste 2011**, Rio de Janeiro, RJ, livro 2, p. 24-36, 2011.
- AKYUZ, D.; DIXON, J. K.; STEPHAN, M. Improving the quality of mathematics teaching with effective planning practices. **Teacher Development: journal of teachers' professional development**, v. 17, n. 1, p. 92-106, 2013.
- BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practitioners: toward a practice-based theory of professional education. In: G. Sykes e L. Darling-Hammond (Eds.) **Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice**. San Francisco: Jossey Bass, pp. 3-32, 1999.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BALDIN, Y.Y. O significado da introdução da metodologia japonesa de Lesson Study nos cursos de capacitação professores de Matemática no Brasil. In: 9º SIMPÓSIO BRASIL-JAPÃO, 2009, São Paulo. **Anais...** São Paulo, 2009, p. 1-5.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.
- BEZERRA, R. C. **Aprendizagens e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental no contexto da Lesson Study**. 2017. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, São Paulo.
- BEZERRA, R. C.; MORELATTI, M. R. M. Aprendizagens de Professores que Ensinam Matemática no contexto da *Lesson Study*. **Hipátia**. v.5, n.1, p. 72-85, jun.2020.
- BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In: GTI (Org.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 43-55.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto – Portugal. Porto Editora, 1994. 336p.
- BORBA, R. E. de S. R. Formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática na escolarização inicial. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 25, n. 1, p. 117–134, 2017.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

- CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; NUNES, T. **O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino.** Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.8, n.1, p. 125-136, 2006.
- CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, 115, 11-17, nov/dez 2011.
- CARRILLO, J. *et al.* Determining Specialised Knowledge For Mathematics Teaching. In: UBUZ, B.; HASER, C. *et al.* (Ed.). **VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8)**. 8. Antalya, Turkey: Middle East Technical University, Ankara, p. 2985-2994, 2013.
- CYRINO, M. C. C. Preparação e emancipação profissional na formação inicial do professor de Matemática. In: NACARATO, A.M.; PAIVA, M.A.V (Org.) **A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas.** Belo Horizonte: Autêntica, 2013, p.77-88
- CLARKE, D. Time to reflect. **Journal of Mathematics Teacher Education, Dordrecht, Netherlands**, v. 3, n. 3, p. 201-203, 2000.
- COSTA, G.L.M; FIORENTINI, D. Mudança da cultura docente em um contexto de trabalho colaborativo de introdução das tecnologias de informação e comunicação na prática escolar. **Revista Bolema**, Rio Claro, SP, v.20, n. 27, p. 1-19, 2007.
- CURI, E. **Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos.** 2004. 278 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.
- CURI, E. **A Matemática e os Professores dos Anos Iniciais.** São Paulo: Musa, 2005, 174p.
- CURI, E; MARTINS, P. B.; Contribuições e desafios de um projeto de pesquisa que envolve grupos colaborativos e a metodologia Lesson Study. **Revista brasileira de ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 11, n. 2, p. 478-497, mai./ago. 2018.
- CURI, E.; NASCIMENTO, J. C. P.; VECE, J. P. (Org.). **Grupos colaborativos e lesson study: contribuições para a melhoria do ensino de Matemática e desenvolvimento profissional de professores.** São Paulo: Alexa Cultural, 2018. 188p.
- DAY, C. **Desenvolvimento Profissional de Professores: Os desafios da aprendizagem permanente.** Lisboa: Porto Editora, 2001.
- ELIAS, H. R.; TREVISAN, A. L. Desafios à constituição de grupos colaborativos com professoras de anos iniciais para a realização de estudos de aula. **VIDYA** (Santa Maria - online), v. 40, p. 183-202, 2020.
- ELIAS, H. R.; RODRIGUES, S. R.; GONÇALVES, F. M. Tarefas de Aprendizagem Profissional: propostas para o desenvolvimento profissional baseado na prática docente. In: MENDES, M. T.; JUSTULIN, A. M. (Org). **Produtos educacionais e resultados de pesquisas em educação matemática.** 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2021. No Prelo.

ESTEBAN, M. T. **A avaliação no cotidiano escolar**. 3ªed. Rio de Janeiro: DP&A, 2001a.

FERREIRA, A. C. **Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática**: uma experiência de trabalho colaborativo. 2003. 368 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. Desenvolvimento profissional docente: um termo guarda-chuva ou um novo sentido à formação?. **Formação Docente – Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores**, v. 5, n. 8, p. 11-23, 30 jun. 2013.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V., Interloquções com Marilyn Cochran-Smith sobre aprendizagem e pesquisa do professor em comunidades investigativas. **Revista Brasileira de Educação**, v. 21, n. 65, p. 505-524, 2016.

FIORENTINI *et al.* **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática**: período 2001 – 2012. Dario Fiorentini; Cármen Lúcia Brancaglioni Passos; Rosana Catarina Rodrigues de Lima. (Org.) - Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2012.

FIORENTINI, D; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S. (org.). Práticas de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática. Campinas: **Mercado de Letras**, 2009.

FIORENTINI, D. *et al.* Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p. 137-159, 2002.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**. São Paulo, Paz e Terra, 1996

GATTI, B. Formação de professores: licenciaturas, currículos e políticas. **Movimento-revista de educação**, Submissões, n. 2, aug. 2015.

GATTI, B. Por uma política de formação de professores. [Entrevista concedida a] Bruno de Pierro. **Pesquisa FAPESP**, São Paulo, n.267, p.24-29, mai.2018.

Disponível em: < [https://revistapesquisa.fapesp.br/wp-content/uploads/2018/05/Pesquisa\\_267\\_completo.pdf](https://revistapesquisa.fapesp.br/wp-content/uploads/2018/05/Pesquisa_267_completo.pdf)>. Acesso em: 11 jan. 2021.

GATTI, B. A.; BARRETTO, E.S. (coord.). **Professores do Brasil**: impasses e desafios. Brasília: UNESCO, 2009.

GATTI, B. A. Análise das políticas públicas para formação continuada no Brasil, na última década. **Revista Brasileira de Educação**, v. 13, nº37, jan./abr., 2008.

GATTI, B. A. **A Construção da Pesquisa em Educação no Brasil**. Brasília: Liber Livro Editora, 2007, 87p.

GATTI, B. A.; MELLO, G. N.; BERNARDES, N. M. G. **Algumas considerações sobre o treinamento do pessoal de ensino**. Caderno de Pesquisa Fundação Carlos Chagas, São Paulo, out. 1972.



- GATTI, B. A. *et al.* Professores do Brasil: novos cenários de formação. Edições Unesco, UNESCO, Brasília, 2019.
- GAUTHIER, C. **Por uma teoria da pedagogia: pesquisas contemporâneas sobre o saber docente.** Ijuí, RS: Editora UNIJUÍ, 1998.
- HARGREAVES, A. **Os professores em tempo de mudança:** O trabalho e cultura dos professores na idade pós-moderna. Lisboa: Mc Fraw-Hill, 1998.
- IMBERNÓN, F. **Formação docente e profissional:** formar-se para a mudança e a incerteza. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2006.
- IMBERNÓN, F. **Formação permanente do professorado:** novas tendências. São Paulo: Cortez, 2009.
- LINS, R. C., SILVA, H. da. **Frações.** Brasília: MEC, SEB, SEED, UNESP, 2006. 39 p. (Coleção PRÓ-LETRAMENTO, Fascículo 04).
- LITTLE, J. The persistence of privacy: Autonomy and initiative in teachers professional relations. **Teachers College**, v.91, n. 4, 1990, p.509-536
- LÜDKE, M. O professor, seu saber e sua pesquisa. **Educação & Sociedade**, Campinas: CEDES, n. 74, p. 77-96, 2001.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação:** Abordagens Qualitativas. 6ª. Edição. São Paulo: EPU, 1986.
- MARCELO, C. Desenvolvimento profissional docente: passado e futuro. Sísifo: **Revista de Ciências da Educação**, Lisboa, n. 8, p. 7-22, jan./abr. 2009.
- MARIN, A. J. **Educação continuada:** introdução a uma análise de termos e concepções. Cadernos Cedes, Campinas, n. 36, 1995.
- MENEZES, L. **Investigar para ensinar Matemática: contributos de um projecto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores.** 2004. 702f. Tese (Doutorado em Educação: especialidade de Didáctica da Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa: APM.
- MENEZES, L.; PONTE, J.P. Investigação colaborativa de professores e ensino da Matemática: caminhos para o desenvolvimento profissional. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 1-32, out. 2009/abr. 2010.
- MURATA, A. Introduction: Conceptual overview of lesson study. In L. C. Hart, A. Alston & A. Murata (Eds.), **Lesson study research and practice in mathematics education: Learning together.** New York, NY: Springer, p. 1 – 12, 2011
- NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.

NACARATO, A. M. **A formação do professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisas.** (Org.) NACARATO, A.M.; PAIVA, M.A.V. 3 ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

NÓVOA, A. Os professores e a sua formação. Lisboa: **Dom Quixote**, 1992.

NÓVOA, A. Profissão: Professor. Reflexões Históricas e Sociológicas, in **Análise Psicológica**, v.1-2-3, n.7, p. 435-456, 1989.

NÓVOA, A. **Os professores e a sua formação.** Portugal, Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1995.

NÓVOA, A. Alguns dilemas do professor no contexto de complexidade. **Revista Pátio**, ano VII, nº 27, p.13, ago./out.-2003.

OLIVEIRA, I.; SERRAZINA, L. A reflexão e o professor como investigador. In GTI (Org.). **Reflectir e investigar sobre a prática profissional.** Lisboa: APM, 2002. p. 29-42.

PEREIRA, E. M. A. Professor como pesquisador: o enfoque da pesquisa-ação na prática docente. In: Geraldi, C.; Fiorentini, D.; Pereira, E. M. A. (Orgs.). **Cartografias do trabalho docente.** Campinas: Mercado de Letras, p. 153-182, 1998.

PONTE, J. P. Mathematics teachers' professional knowledge. In: PONTE, J. P.; MATOS, J. F. (Ed.). **Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.** Lisboa, Portugal: PME, v. 1, p. 195-210, 1994.

PONTE, J. P. Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org), **Reflectir e investigar sobre a prática profissional** (pp. 5-28). Lisboa: APM. p. 5 -28, 2002.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. **Conferência Plenária apresentada no Encontro Nacional de Professores de Matemática ProfMat- 1998**, realizado em Guimarães. In Actas do ProfMat 98. Lisboa: APM. p. 27 -44, 1998.

PONTE, J. P. *et al.* Formação de professores dos primeiros anos em articulação com o contexto de prática de ensino de matemática. **Relime [online]**, v.20, n.1, p.71-94, 2017.

PONTE, J. P. *et al.* O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 868 - 891, dez. 2016.

PONTE, J. P. *et al.* Os estudos de aula como processo colaborativo e reflexivo de desenvolvimento profissional. In: **A formação, os saberes e os desafios do professor que ensina Matemática**, Publisher: Editora CRV, Editores: Josimar Sousa; Ivete Cevallos, p.61-82, 2014.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. Representações e processos de raciocínio na comparação e ordenação de números racionais numa abordagem exploratória. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1464 – 1484, dez. 2014.

PONTE, J. P. *et al.* Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, n. 5, p. 7-24, 2012.

PONTE, J. P. Formação do professor de matemática: perspectivas atuais. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IE/UL, p. 343-358, 2014.

PONTE, J. P.; CHAPMAN, O. **Mathematics teachers' knowledge and practices**. In A. Gutierrez, & P. Boero (Eds.), Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future, p. 461-494, 2006.

PONTE, J.P.; SERRAZINA, L. Professores e formadores investigam a sua própria prática: o papel da colaboração. **Zetetiké**, v. 11, n. 20, p. 51-84, 2003.

PONTE, J. P. Investigar a nossa própria prática: Uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. In: E. Castro & E. Torre (Eds.), **Investigación en educación matemática**. Coruña: Universidad da Coruña. p. 61 -84, 2004.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P; Dinâmicas de Reflexão e Colaboração entre Professores do 1.º Ciclo num Estudo de Aula em Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 33, n. 63, p. 368-388, abr. 2019.

QUARESMA, M., PONTE, J. P. Comunicação, tarefas e raciocínio: aprendizagens profissionais proporcionadas por um estudo de aula. **Zetetike**, v.23, n.2, p. 297-310, 2016.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. **Compreensão dos Números Racionais, Comparação e Ordenação**: O caso de Leonor. *Interacções*. n.20. p.37-69. 2012.

RIBEIRO, A. J.; AGUIAR, M.; TREVISAN, A. L. Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. **Quadrante**, Vol. 29, n. 1, 2020.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of function. **Acta Scientiae – ULBRA**, Canoas, v. 21, p. 49-74, 2019.

RICHIT, A.; PONTE, J.P. A Colaboração Profissional em Estudos de Aula na Perspectiva de Professores Participantes. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 33, n. 64, p. 937-962, ago. 2019.

RIZZATTI *et al.* Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020.

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J.P. Práticas de Discussão em Sala de Aula de Matemática: os casos de dois professores. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 61, p. 398-418, ago. 2018.

SARAIVA, M.; PONTE, J. P. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Quadrante**, v.12, n.2, p. 25-52, 2003.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos do problema no contexto brasileiro. **Rev. Bras. Educ. [online]**. v.14, n. 40, p. 143-155, 2009.

SCHON, Donald. **Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SCHÖN, D. A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (coord.) **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, p. 77-91, 1995.

SCHÖN, D.A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (Coord.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Publicações Dom Quixote. Instituto de Inovação Educacional, 1992. p. 77-92.

SMITH, M. S. **Practice-based professional development for teachers of mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2001.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Harvard, v.57, n.1, p.1-22, 1987.

STEIN, M. K. *et al.* Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. **Mathematical Thinking and Learning**, v.10, n.4, p. 313-340, 2008.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, v. 3, p. 268-275, 1998.

STENHOUSE, L. An introduction to curriculum research and development. Londres: Heinemann, 1975.

TRICOGIUS, G. Teacher Planning in the Development of Collaborative Cultures. **Education 3-13**, v. 28, n. 1, p. 22-28, 2007.

UTIMURA, G; BORELLI, S; CURI, E. Lesson Study (Estudo de Aula) em diferentes países: uso, etapas, potencialidades e desafios. **Educação Matemática Debate**, v. 4, p. 1-16, 2020.

WAGNER, J. The unavoidable intervention of educational research: A framework for reconsidering research-practitioner cooperation. **Educational Researcher**, v.26, n.7, p. 13-22,1997.

VASCONCELLOS, M. **Formação docente e entrada na carreira: uma análise dos saberes mobilizados pelos professores que ensinam matemática nos anos iniciais**. 2009. 206f. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande.

**ANEXO A – FICHA DE AVALIAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL**

## Ficha De Avaliação De Produto/Processo Educacional

Adaptado de: Rizzatti, I. M. *et al.* Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. *ACTIO*, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12657>. Acesso em 14 de dezembro de 2020.

<b>Instituição de Ensino Superior</b>	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
<b>Programa de Pós-Graduação</b>	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT)
<b>Título da Dissertação</b>	Aspectos de colaboração entre professores que ensinam Matemática durante o planejamento de uma aula
<b>Título do Produto/Processo Educacional</b>	Tarefas de Aprendizagem Profissional: a colaboração na construção do conhecimento matemático
<b>Autores do Produto/Processo Educacional</b>	<b>Discente:</b> Flávia Maria Gonçalves
	<b>Orientador/Orientadora:</b> Henrique Rizek Elias
	<b>Outros</b> (se houver):
<b>Data da Defesa</b>	20/05/2021
<b>FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE)</b>	
Esta ficha de avaliação deve ser preenchida pelos membros da banca do exame de defesa da dissertação e do produto/processo educacional. Deve ser preenchida uma única ficha por todos os membros da banca, que decidirão conjuntamente sobre os itens nela presentes.	
<p><b>Aderência:</b> avalia-se se o PE apresenta ligação com os temas relativos às linhas de pesquisas do Programa de Pós-Graduação. *<u>Apenas um item pode ser marcado.</u></p> <p>Linhas de Pesquisa do PPGMAT: <i>L1: Formação de Professores e Construção do Conhecimento Matemático</i> (abrange discussões e reflexões acerca da formação inicial e em serviço dos professores que ensinam Matemática, bem como o estudo de tendências em Ensino de Matemática, promovendo reflexões críticas e analíticas a respeito das potencialidades de cada uma no processo de construção do conhecimento matemático nos diferentes níveis de escolaridade); <i>L2: Recursos Educacionais e Tecnologias no Ensino de Matemática</i> (trata da análise e do desenvolvimento de recursos educacionais para os processos de ensino e de aprendizagem matemática, atrelados aos aportes tecnológicos existentes).</p>	<p>( ) Sem clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.</p> <p>(X) Com clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.</p>
<p><b>Aplicação, aplicabilidade e replicabilidade:</b> refere-se ao fato de o PE já ter sido aplicado (mesmo que em uma situação que simule o funcionamento do PE) ou ao seu potencial de utilização e de</p>	<p>(X) PE tem características de aplicabilidade, mas não foi aplicado durante a pesquisa.</p>

<p>facilidade de acesso e compartilhamento para que seja acessado e utilizado de forma integral e/ou parcial em diferentes sistemas.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p> <p>A propriedade de aplicação refere-se ao processo e/ou artefato (real ou virtual) e divide-se em três níveis:</p> <p>1) aplicável – quando o PE tem potencial de utilização direta, mas não foi aplicado; 2) aplicado – quando o PE foi aplicado uma vez, podendo ser na forma de um piloto/protótipo; 3) replicável – o PE está acessível e sua descrição permite a utilização por outras pessoas considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação.</p> <p>Para o curso de Mestrado Profissional, o PE deve ser aplicável e é recomendado que seja aplicado.</p>	<p><input type="checkbox"/> PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e não tem potencial de replicabilidade.</p> <p><input type="checkbox"/> PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).</p> <p><input type="checkbox"/> PE foi aplicado em diferentes ambientes/momentos e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).</p>
<p><b>Abrangência territorial:</b> refere-se a uma definição da abrangência de aplicabilidade ou replicabilidade do PE (local, regional, nacional ou internacional). Não se refere à aplicação do PE durante a pesquisa, mas à potencialidade de aplicação ou replicação futuramente.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado e a justificativa é obrigatória.</u></p>	<p><input type="checkbox"/> Local</p> <p><input type="checkbox"/> Regional</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Nacional</p> <p><input type="checkbox"/> Internacional</p> <p>Justificativa (<i>obrigatória</i>): o PE envolve um tema matemático (fração) abordado em âmbito nacional; uma vez que o foco é promover reflexões a respeito do trabalho colaborativo, o PE pode ser utilizado em processos formativos em diversos contextos, não sendo restrito a um contexto local específico.</p>
<p><b>Impacto:</b> considera-se a forma como o PE foi utilizado e/ou aplicado no sistema relacionado à prática profissional do discente (não precisa ser, necessariamente, em seu local de trabalho).</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p>	<p><input type="checkbox"/> PE não utilizado no sistema relacionado à prática profissional do discente (esta opção inclui a situação em que o PE foi utilizado e/ou aplicado em um contexto simulado, na forma de protótipo/piloto).</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> PE com aplicação no sistema relacionado à prática profissional do discente.</p>
<p><b>Área impactada</b></p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p>	<p><input type="checkbox"/> Econômica;</p> <p><input type="checkbox"/> Saúde;</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Ensino;</p> <p><input type="checkbox"/> Cultural;</p> <p><input type="checkbox"/> Ambiental;</p>

	<input type="checkbox"/> Científica; <input type="checkbox"/> Aprendizagem.
<p><b>Complexidade:</b> compreende-se como uma propriedade do PE relacionada às etapas de elaboração, desenvolvimento e/ou validação do PE.</p> <p><u>*Podem ser marcados nenhum, um ou vários itens.</u></p>	<input checked="" type="checkbox"/> O PE foi concebido a partir de experiências, observações e/ou práticas do discente, de modo atrelado à questão de pesquisa da dissertação. <input checked="" type="checkbox"/> A metodologia apresenta clara e objetivamente, no texto da dissertação, a forma de elaboração, aplicação (se for o caso) e análise do PE. <input checked="" type="checkbox"/> Há, no texto da dissertação, uma reflexão sobre o PE com base nos referenciais teóricos e metodológicos empregados na dissertação. <input type="checkbox"/> Há, no texto da dissertação, apontamentos sobre os limites de utilização do PE.
<p><b>Inovação:</b> considera-se que o PE é inovador, se foi criado a partir de algo novo ou da reflexão e modificação de algo já existente revisitado de forma inovadora e original. A inovação não deriva apenas do PE em si, mas da sua metodologia de desenvolvimento, do emprego de técnicas e recursos para torná-lo mais acessível, do contexto social em que foi utilizado ou de outros fatores. Entende-se que a inovação (tecnológica, educacional e/ou social) no ensino está atrelada a uma mudança de mentalidade e/ou do modo de fazer de educadores.</p>	<input type="checkbox"/> PE de alto teor inovador (desenvolvimento com base em conhecimento inédito). <input checked="" type="checkbox"/> PE com médio teor inovador (combinação e/ou compilação de conhecimentos preestabelecidos). <input type="checkbox"/> PE com baixo teor inovador (adaptação de conhecimentos existentes).

**Membros da banca examinadora de defesa**

Nome	Instituição
Henrique Rizek Elias	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Bruno Rodrigo Teixeira	Universidade Estadual de Londrina
Marcele Tavares Mendes	Universidade Tecnológica Federal do Paraná



**APÊNDICE A – QUARTO ENCONTRO PRESENCIAL**

### Encontro de 04 de julho de 2019

As duas tarefas abaixo foram selecionadas entre aquelas trazidas por vocês no último encontro presencial. Nosso objetivo no encontro de hoje é resolver, discutir, explorar e conectar ideias matemáticas presentes nas tarefas. Se necessário, reescrever os enunciados e elaborar uma nova tarefa a partir dessas.

#### Parte 1.

Resolva as tarefas abaixo.

- 1) Utilize a malha quadriculada para mostrar que:

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 0,50 = 50\%$$

Explique como você pensou.

- 2) Num treino de basquete dois jogadores estiveram a fazer lançamentos ao cesto e Henrique conseguiu marcar 4 dos 6 lançamentos enquanto Tomé conseguiu marcar 7 dos 12 lançamentos.

- a) Represente sob a forma de fração os lançamentos concretizados por cada um deles.
- b) Indique quem deveria ser escolhido para representar a equipe e por quê.

#### Parte 2.

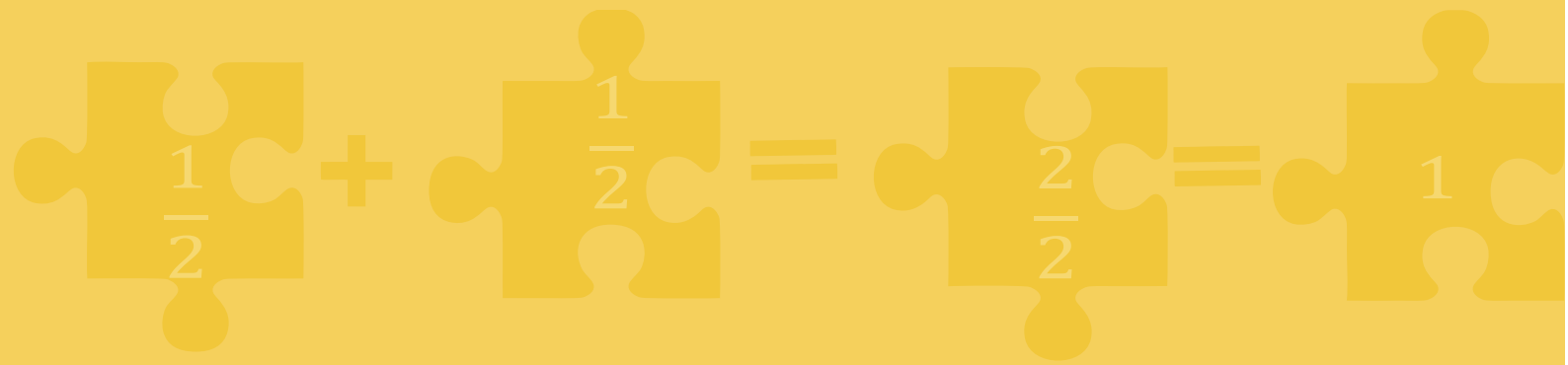
Conforme o texto lido “Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios” da autora Ana Paula Canavarro, podemos pensar em cinco práticas que visam proporcionar ao professor melhores condições para orquestrar produtivamente discussões matemáticas, a saber: *antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar e conectar* as respostas dos alunos.

Além disso, de acordo com a autora, é importante escolher criteriosamente tarefas matemáticas valiosas com potencial para proporcionar aos alunos aprendizagens matemáticas sofisticadas, que vão além da aplicação de conceitos e treino de procedimentos.

Nesse sentido,

- 1) Que ideias matemáticas estão presentes nas duas tarefas?
- 2) Que conhecimentos prévios são necessários para resolver as duas tarefas?
- 3) Que objetivos (em termos da aprendizagem matemática) um professor poderia ter ao propor essas tarefas para seus alunos?
- 4) Com seu grupo, discuta diferentes estratégias matemáticas – corretas ou incorretas – que seus alunos podem abordar para resolver essas tarefas.
- 5) Coloque essas diferentes estratégias de resolução em uma sequência. Por que escolheu essa sequência?
- 6) Que tipo de conexões matemáticas podemos fazer entre essas diferentes estratégias?
- 7) Considerando que você quer utilizar essa tarefa com sua turma, faria alterações nos enunciados? Por quê?

**APÊNDICE B – PRODUTO EDUCACIONAL**



tarefas de aprendizagem  
profissional: a

# COLLABO PARÇAÇO

na construção do  
conhecimento matemático

Autores:  
Flávia Maria Gonçalves  
Henrique Rizek Elias



# Tarefas de Aprendizagem Profissional: a colaboração na construção do conhecimento matemático

Professional Learning Tasks: collaboration  
in the construction of mathematical knowledge

Londrina, 2021

Tarefas de Aprendizagem Profissional: a  
colaboração na construção do conhecimento  
matemático

Professional Learning Tasks: collaboration  
in the construction of mathematical knowledge

Produto Educacional



**Universidade Tecnológica Federal  
do Paraná**

**ppgmat**

**Programa de Pós-Graduação em  
Ensino de Matemática**

*campi* Cornélio Procópio e Londrina

Autores | Prof. Flávia Maria Gonçalves  
Prof. Dr. Henrique Rizek Elias



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Câmpus Londrina



FLAVIA MARIA GONCALVES

**ASPECTOS DE COLABORAÇÃO ENTRE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA DURANTE O PLANEJAMENTO DE UMA AULA**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 20 de Maio de 2021

Prof Henrique Rizek Elias, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Bruno Rodrigo Teixeira, Doutorado - Universidade Estadual de Londrina (UEL)

Prof.a Marcele Tavares, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

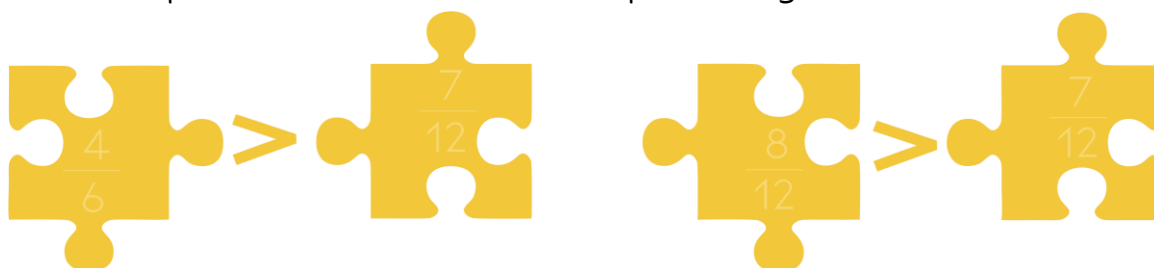
Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 20/05/2021.



## Ao professor formador

Olá, professor formador! Compartilhamos este Produto Educacional com você, pois reconhecemos a importância do seu papel na formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e acreditamos que este material possa contribuir para o desenvolvimento profissional de ambos (professor formador e professor que ensina Matemática). O material foi desenvolvido no contexto de formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e que estão sempre a aprender no exercício de suas próprias práticas. Nosso propósito é provocar reflexões, discussões matemáticas envolvendo números racionais e possibilitar o desenvolvimento profissional docente a partir das chamadas Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP). Você pode estar se perguntando: o que é uma TAP? Com base nos trabalhos de Smith (2001), Ball e Cohen (1999) e Ribeiro e Ponte (2019), Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020) consideram que as TAP são tarefas elaboradas com a finalidade de propiciar aprendizagens aos professores em uma situação específica e são caracterizadas pelo uso de registros de prática docente, tais como, protocolos de resoluções de estudantes, recortes de propostas curriculares e de planos de ensino, diálogos entre professores e entre professor e estudantes. Assim, continuam Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020), ao combinar tais registros na elaboração das TAP, tais tarefas se constituem em ferramentas poderosas para que se leve, para o contexto da formação de professores, aspectos da prática da sala de aula.

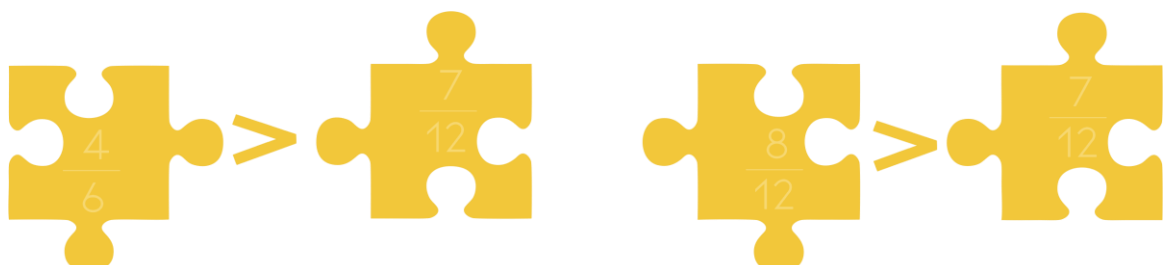
Com uso de TAP com as características supracitadas, é possível promover, por exemplo, discussões e reflexões sobre o conhecimento matemático do professor, (re)pensar a sua prática e as formas de aprendizagem do aluno. No



caso particular das TAP aqui apresentadas, também desejamos promover reflexões a respeito de um aspecto importante para o trabalho docente: a colaboração. Deixamos aqui uma sementinha para se trabalhar a colaboração entre professores, pois entendemos que “ninguém aprende sozinho, isolado. A formação exige partilha. A atividade docente necessita de dispositivos de acompanhamento” (NÓVOA, 2003, p. 13).

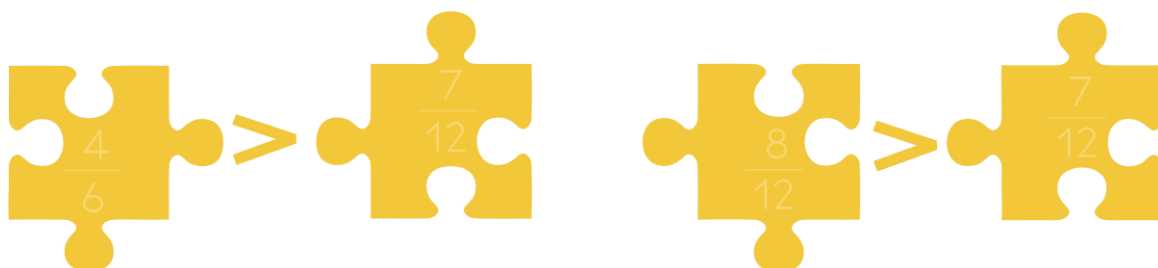
Então, convidamos você, que se preocupa com a formação (inicial ou continuada) de professores e que busca trabalhar de forma colaborativa, a explorar as TAP que foram intencionalmente e carinhosamente elaboradas para que, de algum modo, possam proporcionar reflexões e aprendizagens para contribuir com o desenvolvimento profissional de professores formadores e professores que estão em formação.

Boa leitura!



## SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO</b>	<b>7</b>
<b>TAREFAS DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL</b>	<b>12</b>
<b>AS CINCO TAP</b>	<b>14</b>
<b>Primeira TAP</b>	<b>18</b>
<i>Primeira tarefa de aprendizagem profissional</i>	19
<b>Segunda TAP</b>	<b>23</b>
<i>Segunda tarefa de aprendizagem profissional</i>	24
<b>Terceira TAP</b>	<b>29</b>
<i>Terceira tarefa de aprendizagem profissional</i>	30
<b>Quarta TAP</b>	<b>34</b>
<i>Quarta tarefa de aprendizagem profissional</i>	35
<b>Quinta TAP</b>	<b>41</b>
<i>Quinta tarefa de aprendizagem profissional</i>	42
<b>COMENTÁRIOS FINAIS</b>	<b>47</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>48</b>

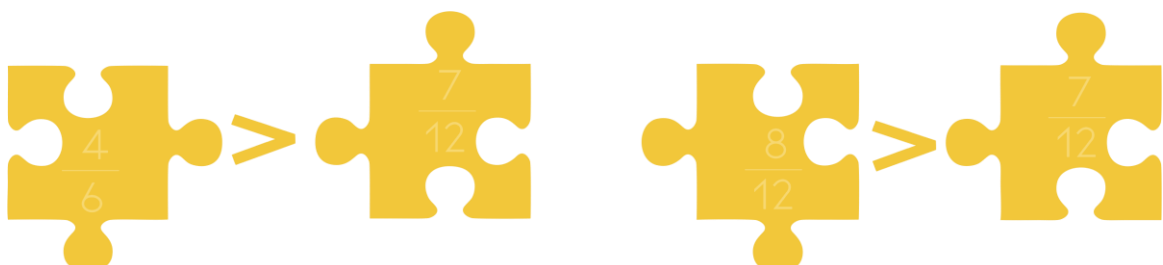


## APRESENTAÇÃO

Compreendemos que o trabalho docente é complexo e exige mais do que o domínio do conteúdo a ser ensinado, é preciso conhecimento específico sobre como ensinar, por que ensinar e para quem ensinar. É importante conhecer seus estudantes, o contexto em que se trabalha e os documentos curriculares que orientam sua prática em sala de aula. Mas, também não é “apenas” isso. É importante que se tenha compreensão do papel social de sua profissão e as discussões políticas e econômicas que envolvem o trabalho docente. Essas e outras variáveis incidem diariamente no exercício da docência e, por isso, entendemos que uma formação que visa promover o desenvolvimento profissional docente deve trazer a profissão para dentro da discussão, sendo uma formação baseada na prática. O conjunto de Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP) aqui apresentado não aborda todas as dimensões do trabalho do professor que ensina Matemática, mas visa abarcar alguns aspectos.

O Produto Educacional (PE) proposto é destinado a professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo como contexto uma proposta de trabalho colaborativo, de trocas de experiências, de ideias e de conhecimentos da/sobre a prática docente. O tema matemático levado em consideração envolve o conjunto dos números racionais, particularmente, a comparação e a ordenação de números racionais na forma fracionária e as diferentes formas de representar um número racional (fracionária, decimal, porcentagem, gráfica).

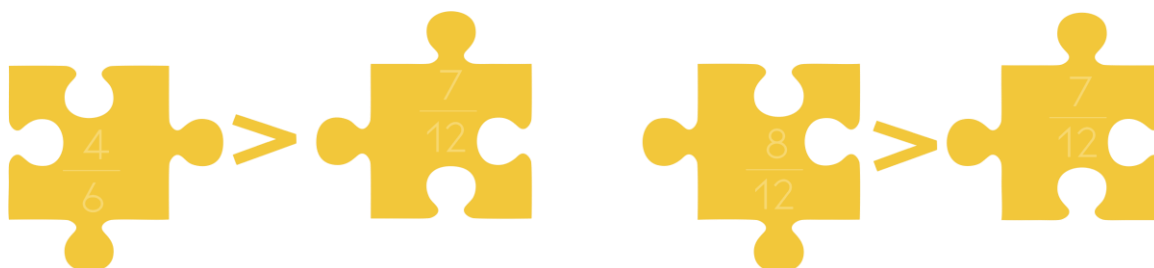
O PE é resultado da pesquisa de mestrado profissional intitulada “Aspectos de colaboração entre professores que ensinam Matemática durante o planejamento de uma aula”



vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), câmpus Cornélio Procópio e Londrina. O objetivo da pesquisa foi *analisar aspectos de trabalho colaborativo manifestados durante o planejamento coletivo de uma aula realizado em um processo formativo com professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e identificar componentes do processo formativo, que assumia o Estudo de Aula como processo de desenvolvimento profissional, que possivelmente favoreceram a manifestação desses aspectos de trabalho colaborativo.*

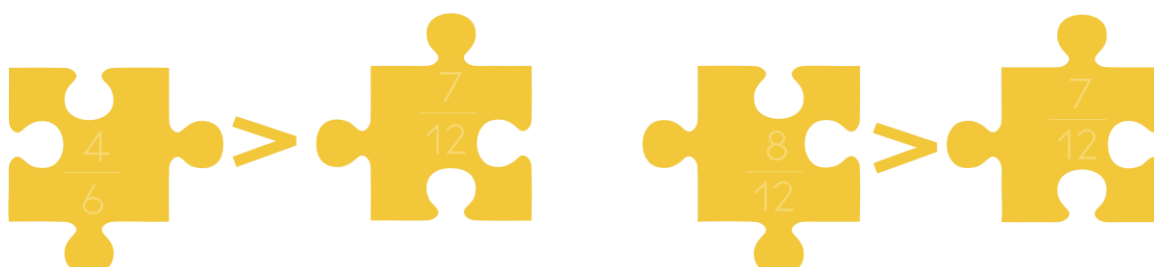
A pesquisa foi desenvolvida no contexto de um processo formativo que envolveu professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e ocorreu de abril a novembro de 2019, com encontros presenciais uma vez ao mês com 4 horas cada, totalizando oito encontros e 60 horas de formação (incluindo horas de atividades não presenciais). Tal processo formativo contou com a participação de professoras de diferentes escolas de redes municipais de ensino, duas mestrandas do PPGMAT (sendo uma delas autora deste material) e dois professores formadores (sendo um deles autor deste material). A intenção da formação continuada foi contribuir para o desenvolvimento profissional das professoras participantes a partir da prática de sala de aula e realizando um trabalho colaborativo por meio dos Estudos de Aula (PONTE; BAPTISTA; VELEZ; COSTA, 2012).

A concepção de desenvolvimento profissional docente assumida foi aquela apresentada por Ponte (1998), quando diferencia *Modelos Tradicionais de Formação e Desenvolvimento Profissional*, a saber: (i) a formação está muito ligada à ideia de “frequentar” cursos, já no desenvolvimento profissional, a ideia de frequentar cursos



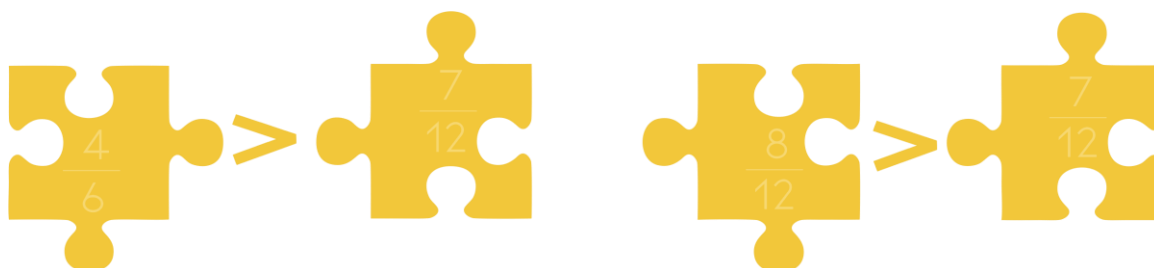
acontece, mas vem acompanhada de outras atividades e trocas de experiências; (ii) na formação, o movimento acontece de fora para dentro na assimilação dos conhecimentos que lhes são transmitidos, já no desenvolvimento profissional, o movimento é de dentro para fora, “cabendo ao professor as decisões fundamentais relativamente às questões que quer considerar, aos projectos que quer empreender e ao modo como os quer executar” (PONTE, 1998, p. 2); (iii) a formação visa atender àquilo em que o professor é carente, enquanto o desenvolvimento profissional direciona sua atenção às potencialidades do professor; (iv) a formação é compartimentada por assuntos ou disciplinas, já “o desenvolvimento profissional implica o professor como um todo nos seus aspectos cognitivos, afectivos e relacionais” (PONTE, 1998, p. 2); (v) a formação parte da teoria e, geralmente, não chega a sair da teoria, enquanto o desenvolvimento profissional busca considerar a teoria e a prática de forma interligada.

Autores como Fiorentini e Crecci (2013) consideram que algumas práticas podem ser indutoras do desenvolvimento profissional, sendo que uma delas é o trabalho colaborativo por meio do Estudo de Aula. Abreviadamente, o Estudo de Aula envolve o interesse comum entre um grupo de professores que, em conjunto, planeja com detalhes uma aula sobre um tema matemático escolhido e, em seguida, um integrante do grupo desenvolve a aula com seus alunos enquanto os demais membros observam e registram a aula. Após a aula efetivada, o grupo se reúne e analisa a aula coletivamente, promovendo reflexões com vistas ao desenvolvimento profissional dos professores envolvidos. Uma nova aula pode ser planejada a partir das análises e avaliações feitas e o processo pode ser repetido por outro professor do grupo, com outros alunos.



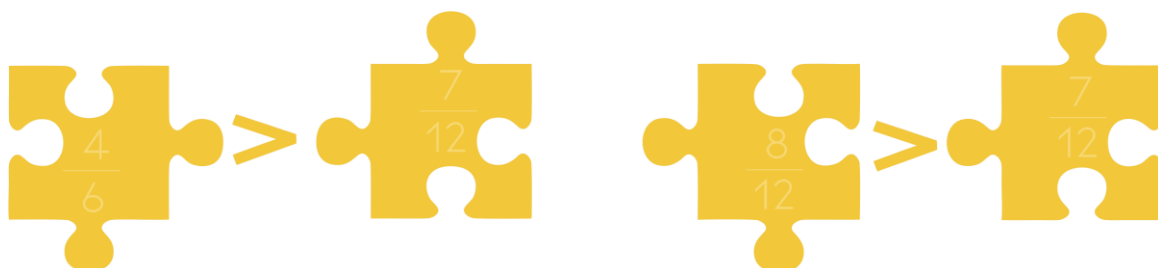
No trabalho com o Estudo de aula, há dois aspectos bastante importantes: um é a investigação sobre a própria prática docente e o outro é o contexto colaborativo. Segundo Boavida e Ponte (2002), a *colaboração* é um termo apropriado para o trabalho em conjunto, sem hierarquia, com base na igualdade de relações, com ajuda mútua, em comum objetivo e que todos tenham benefícios. No trabalho colaborativo, é interessante que se tenha um grupo heterogêneo, com integrantes de diferentes contextos e realidades: professores em formação inicial, professores da Educação Básica, estudantes de pós-graduação, pesquisadores. Dessa forma, busca-se diminuir o distanciamento entre a prática profissional docente e a investigação educacional, entre a escola e a universidade, entre a teoria e a prática.

Dentro das etapas que envolvem um ciclo de Estudo de Aula (planejamento, desenvolvimento e análise de uma aula), na pesquisa de mestrado, focamos o planejamento coletivo de uma aula, dada a importância desse momento para o ensino e a aprendizagem da Matemática e por ser uma ocasião que propicia o compartilhamento de experiências, práticas, reflexões e expectativas dos professores envolvidos. Akyuz, Dixon e Stephan (2013) apontam que o planejamento do professor influencia significativamente a criação de oportunidades para os alunos aprenderem com compreensão, abrange o conteúdo a ser ensinado, o gerenciamento da transição de uma tarefa para outra e fornece o objetivo geral dos processos de sala de aula. Esses mesmos autores destacam a importância que a literatura atribui à relação entre planejamento e colaboração na prática docente. Tricoglus (2007) relata os benefícios que um planejamento colaborativo pode oferecer ao desenvolvimento do professor que desenvolverá a aula e aos demais, defendendo que as práticas de planejamento e



de colaboração devem fazer parte da cultura de formação dos professores.

Sob essas perspectivas, desenvolvemos a pesquisa de mestrado. Como resultado desse processo, elaboramos o PE aqui apresentado. Tal PE é constituído por um conjunto de TAP. Segundo Ribeiro e Ponte (2019), as TAP são tarefas elaboradas para propiciar a aprendizagem docente em eventos específicos a partir de dados da própria prática do professor. Para explicar melhor o que são essas TAP, dedicamos a próxima seção a detalhar o processo de construção das cinco TAP propostas neste PE.



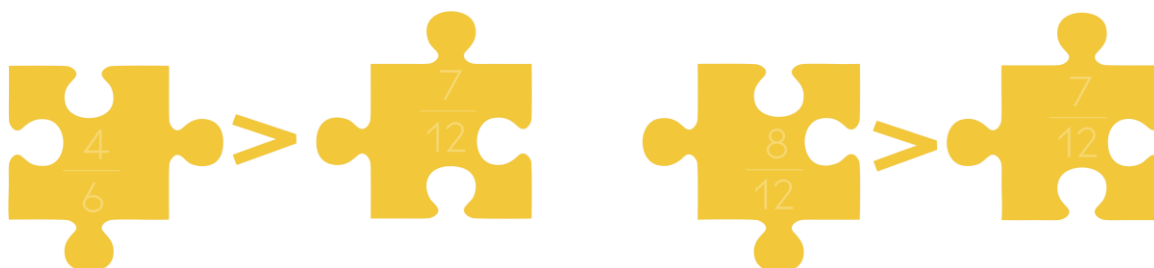


## TAREFAS DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL

Segundo Ball e Cohen (1999), as TAP são tarefas que envolvem professores no trabalho do ensino e que podem ser desenvolvidas a fim de encontrar um objetivo específico para a aprendizagem do professor, levando em consideração o conhecimento prévio e as experiências que os professores trazem de sua atividade.

Para Smith (2001), as TAP são elaboradas a partir de *amostras autênticas da prática*, que são materiais obtidos de situações reais que envolvem o trabalho docente, tais como: tarefas matemáticas selecionadas e utilizadas por professores, diálogos entre estudantes e professor em sala de aula, protocolos de resolução de estudantes, planejamentos de aula feitos por professores. Tais materiais possuem potencial para auxiliar os professores a desenvolverem compreensões a respeito de um conteúdo específico, de questões pedagógicas ou, ainda, de conhecimentos sobre a aprendizagem dos estudantes (SMITH, 2001).

As *amostras autênticas da prática* não são auto-organizadas, mas fornecem a matéria-prima em torno da qual uma TAP pode ser concebida. Isso significa que as *amostras autênticas da prática* precisam ser organizadas de acordo com determinado objetivo a fim de se tornarem TAP e fazerem parte de um currículo para a formação de professores (SMITH, 2001). Para Smith (2001), uma maneira de delinear uma TAP é considerar o conjunto de ações que comumente envolve o trabalho docente: planejar, desenvolver, analisar e replanejar uma aula. Dentro dessas etapas do ciclo do trabalho docente, as TAP apresentadas neste PE foram produzidas a partir de *amostras autênticas da prática* obtidas durante a ação de planejar



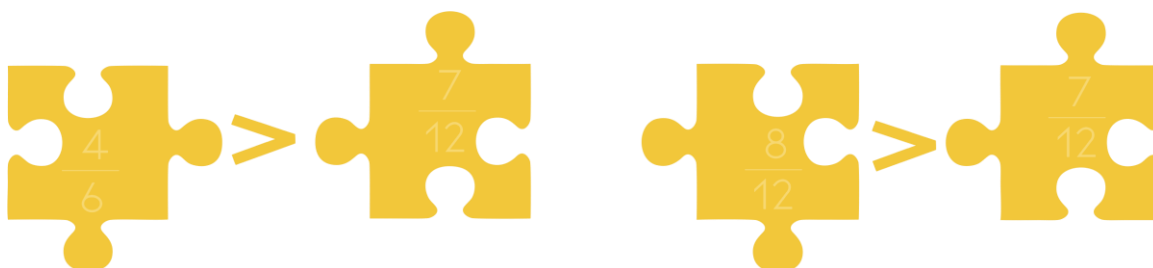
(coletivamente) uma aula, realizada no quarto encontro do processo formativo mencionado anteriormente.

Selecionamos e organizamos *amostras autênticas da prática* e elaboramos perguntas para promover discussões e reflexões entre professores em formação, compondo, assim, cinco TAP. Para as escolhas das *amostras autênticas da prática*, fizemos uso dos momentos que envolveram alguma das seguintes características: i) tarefas matemáticas com potencial para gerar discussões matemáticas; ii) diálogos (entre as professoras no grupo ou entre as professoras e professores formadores no grupo) que apresentassem discussões matemáticas; e iii) momentos em que aspectos da colaboração (BOAVIDA; PONTE, 2002) foram mobilizados.

As tarefas matemáticas selecionadas foram duas e elas estiveram presentes nas discussões ocorridas no quarto encontro do grupo. Tais tarefas haviam sido escolhidas pelas professoras participantes do processo quando foram solicitadas a indicarem tarefas matemáticas utilizadas em suas práticas. Uma tarefa é a que chamamos de “Tarefa dos Arremessos do Basquete”, de Ponte e Quaresma (2014), e a outra é a “Tarefa da Malha Quadriculada”, cuja fonte não encontramos na internet.

Com relação aos diálogos selecionados e os momentos de colaboração recortados e utilizados na elaboração das TAP, foram trechos submetidos à análise no trabalho de dissertação que deu origem a este PE. Os trechos de diálogos apresentados nas TAP são momentos críticos de discussão entre os participantes do processo formativo, com potencial para proporcionar reflexões e debates acerca de ideias matemáticas consideradas e de aspectos do trabalho colaborativo.

Na próxima seção, são apresentadas as cinco TAP que organizamos.



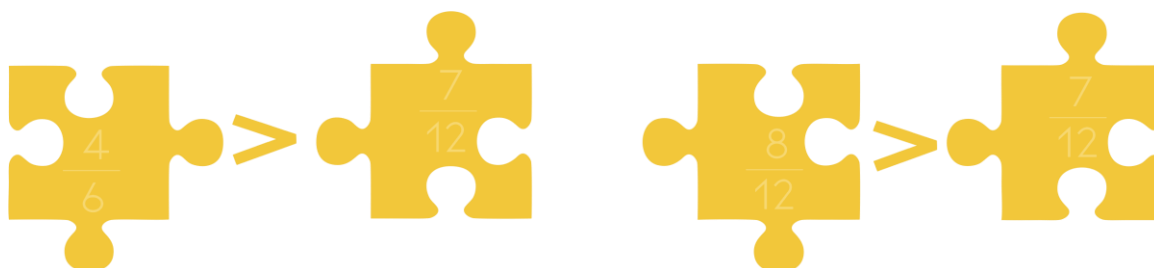
## AS CINCO TAP

As cinco TAP foram pensadas para serem utilizadas em um contexto formativo de trabalho colaborativo com professores e futuros professores que tenham um objetivo comum. Antes de apresentá-las, descrevemos as TAP destacando a característica que a deu origem (tarefa matemática, diálogo com discussões matemáticas e diálogos que evidenciam aspectos da colaboração) e os objetivos esperados para cada uma delas. Esses objetivos não são fixos e podem ser adaptados de acordo com a intenção de quem vai fazer uso da TAP em um contexto formativo. Além disso, as TAP são independentes umas das outras, podendo ou não serem trabalhadas juntas e em sequência. A escolha vai depender da intencionalidade de quem for utilizá-las.

O conteúdo matemático que estava sendo abordado naquele quarto encontro era o conjunto dos números racionais, em especial, a comparação e a ordenação de números racionais na forma fracionária e as diferentes formas de representar um número racional (fracionária, decimal, porcentagem, gráfica). Por isso, entendemos que as TAP possuem potencial para promover discussões matemáticas a respeito desses temas.

**A primeira TAP** foi elaborada a partir de uma tarefa matemática, a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”, que procurava trabalhar as ideias de comparação e ordenação de frações. O uso dessa tarefa matemática proporcionou diálogos com discussões matemáticas e, também, diálogos com aspectos da colaboração sendo mobilizados entre as professoras participantes e um dos professores formadores.

A TAP contém seis itens. Nos três primeiros itens, o objetivo é trabalhar a prática de antecipar formas de pensar

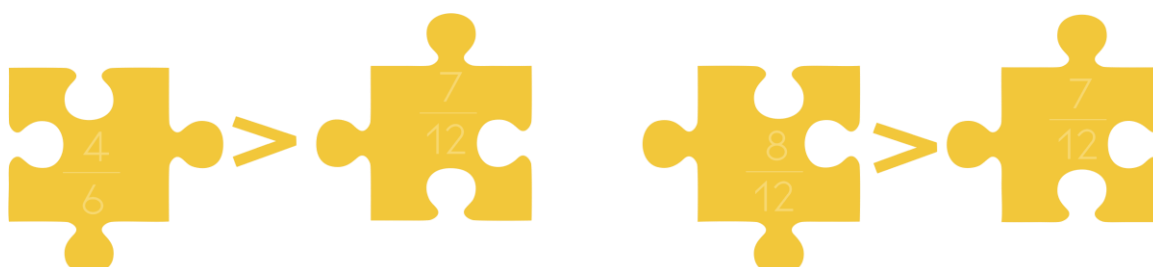


dos estudantes e identificar potencialidades da tarefa matemática utilizada. Na sequência, são apresentados trechos de diálogos entre professoras participantes e um professor formador sucedidos por outros três itens com o objetivo de promover reflexões sobre a forma como uma professora estava pensando a tarefa matemática e, principalmente, reconhecer o papel do trabalho colaborativo na mudança da forma de pensar da professora.

A **segunda TAP** foi elaborada a partir de uma tarefa matemática (“Tarefa dos Arremessos do Basquete”) e de sua reformulação (“Tarefa do Festival da Matemática”). Além disso, também foram utilizados diálogos com discussões matemáticas entre as professoras participantes e um dos professores formadores, cujo foco estava no debate acerca do enunciado da tarefa.

A TAP contém seis itens. Nos três primeiros itens, o objetivo principal é discutir a forma de pensar de uma professora e problematizar o enunciado da tarefa matemática. Em particular, sugere-se debater sobre a necessidade de se modificar o enunciado de uma tarefa, tornando-a mais “fechada” (PONTE, 2005) para evitar possíveis dificuldades apresentadas por estudantes. O quarto item tem por objetivo promover uma discussão a respeito da importância da divergência de ideias no grupo de professoras, estimulando a reflexão sobre maneiras de contrapor uma determinada forma de pensar apresentada. Em seguida, é apresentada a tarefa matemática com o enunciado reformulado (“Tarefa do Festival da Matemática”) sucedida por dois novos itens que visam propor reflexões a respeito do novo enunciado e do papel do contexto de uma tarefa matemática (PONTE; QUARESMA, 2014).

A **terceira TAP** foi elaborada a partir de uma tarefa matemática, a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”, que

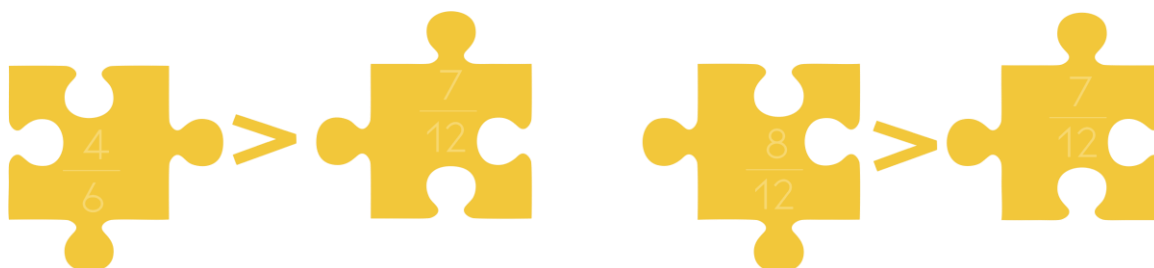


procurava trabalhar as ideias de comparação e ordenação de frações. O uso dessa tarefa matemática proporcionou diálogos com discussões matemáticas e, também, diálogos com aspectos da colaboração sendo mobilizados entre as professoras participantes e um dos professores formadores.

A TAP contém oito itens. Inicialmente, é apresentada a tarefa matemática seguida por um trecho de diálogo envolvendo as professoras participantes. São apresentados quatro itens com o objetivo de avaliar a resposta dada por uma professora, reconhecer o erro matemático presente na resposta, refletir sobre possíveis abordagens para superar esse erro e analisar o potencial da forma de pensar manifestada por outra professora. Em seguida, outro trecho de diálogo, agora incluindo um professor formador, é utilizado e quatro novos itens são apresentados com o objetivo de oportunizar aprendizagens a respeito da importância da discussão coletiva na promoção de reflexões que suscitem mudanças na forma de pensar da professora.

A **quarta TAP** foi elaborada a partir de uma tarefa matemática, a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”. Além disso, essa TAP é composta por um quadro (Quadro 6) que contém dez diferentes formas possíveis de pensar a tarefa que surgiram no encontro formativo dedicado ao planejamento de uma aula para o 5º ano do Ensino Fundamental.

A TAP contém sete itens. Nos dois primeiros itens, o objetivo é analisar as diferentes formas de pensar apresentadas no Quadro 6, discutindo se, matematicamente, essas formas de pensar e resolver a tarefa estão corretas ou não. Os quatro próximos itens visam trabalhar as práticas de antecipar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões propostas por Stein *et al.* (2008) e trazidas para o contexto do Ensino Exploratório (CANAVARRO, 2011) para promover discussões matemáticas

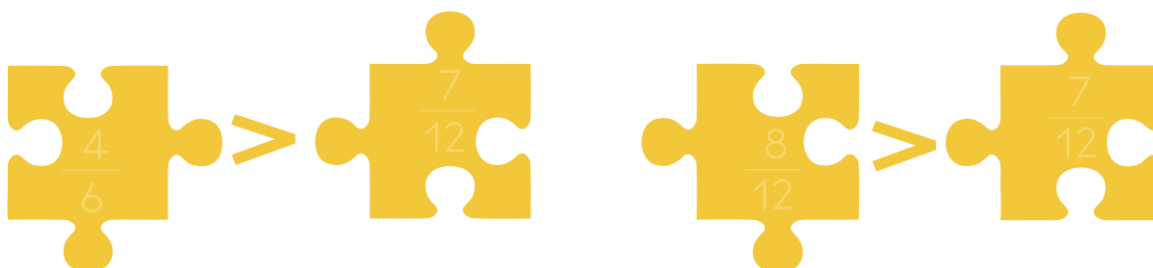


produtivas. O último item tem por objetivo gerar debate e reflexões acerca do potencial do trabalho colaborativo para planejar uma aula e promover discussões matemáticas em sala de aula.

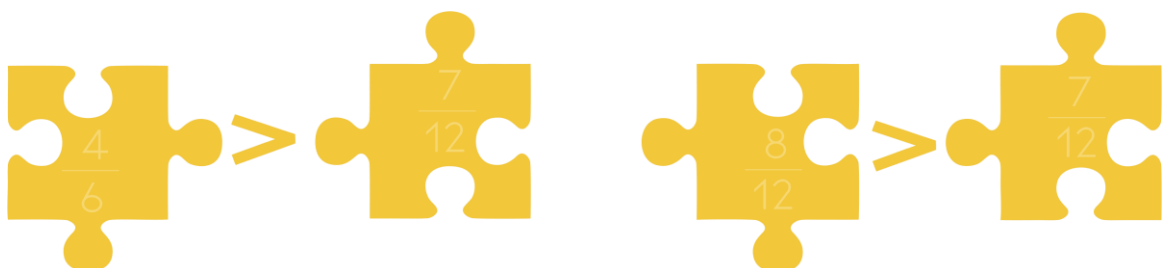
A quinta TAP foi elaborada a partir de uma tarefa matemática, a “Tarefa da Malha Quadriculada”, que procurava trabalhar as ideias de representar um número racional na forma fracionária, decimal, percentual e pictórica. O uso dessa tarefa matemática proporcionou diálogos com discussões matemáticas, e o surgimento de diálogos com alguns aspectos de colaboração sendo mobilizados entre as professoras participantes.

A TAP contém oito itens. Nos dois primeiros itens, o objetivo é propor uma reflexão, individual, a respeito da resolução da tarefa e o uso do recurso “malha quadriculada” no ensino das diferentes representações dos números racionais. Na sequência, é apresentado um trecho de diálogo entre quatro professoras participantes com discussões matemáticas sucedido por três outros itens com o objetivo de gerar reflexões coletivas sobre como as professoras estavam pensando a tarefa matemática. Em seguida, um novo trecho de diálogo – agora com alguns aspectos da colaboração sendo mobilizados entre as professoras participantes – sucedido por três novos itens cujos objetivos são promover discussões matemáticas sobre o uso da malha quadriculada no ensino das diferentes representações dos números racionais e, também, gerar reflexões sobre o papel da colaboração para contribuir com o planejamento de uma aula.

Como dissemos, as TAP são independentes, mas também podem ser trabalhadas conjuntamente. Sugerimos que os itens de cada TAP sejam apresentados individualmente, evitando que itens posteriores ofereçam respostas antes do esperado. A seguir, apresentamos as TAP.



## Primeira TAP



## Primeira tarefa de aprendizagem profissional

O Quadro 1 apresenta a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”, discutida por um grupo de professoras durante o planejamento coletivo de uma aula para o 5º ano do Ensino Fundamental.

### Quadro 1 - Tarefa dos Arremessos de Basquete

Num treino de basquetebol dois jogadores estiveram a fazer lançamentos ao cesto e Henrique conseguiu marcar 4 dos 6 lançamentos enquanto Tomé conseguiu marcar 7 dos 12 lançamentos.

- Represente sob a forma de fração os lançamentos concretizados por cada um deles.
- Indique quem deveria ser escolhido para representar a equipe e por quê.

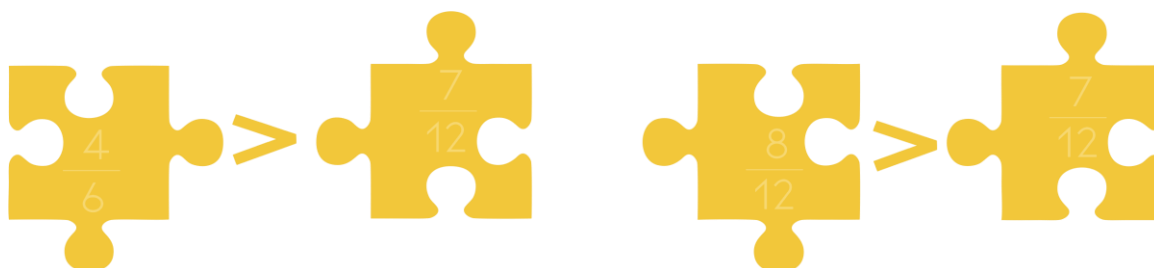
Fonte: adaptado de Ponte e Quaresma (2014)

**a)** Antes de ouvir os demais integrantes de seu grupo, reflita e registre como você acredita que seus alunos poderiam resolver aos dois itens da tarefa.

**b)** No grupo, compartilhem as respostas dadas no item anterior (Como você esperaria que os alunos resolvessem a tarefa?). Justifiquem suas decisões e registrem, se houver, as diferentes formas de resolver que surgiram no grupo.

**c)** Que oportunidades para aprender matemática são oferecidas pela tarefa?

No grupo de professoras que ensinam Matemática no Ensino Fundamental em que essa tarefa foi discutida, diferentes formas de pensar e de resolver a tarefa surgiram. Um trecho da conversa está transcrito a seguir. Nele, participaram as professoras Ely e Deise e o Professor





formador. Ao resolver a Tarefa do Basquete, a professora Deise concluiu que quem deveria ser indicado para representar a equipe deveria ser Tomé e seu argumento era de que, em um jogo de basquete, quem cria mais oportunidades para arremessar na cesta e quem acerta mais deve ser o escolhido. Esse argumento surge para Deise depois de tentar buscar, sem sucesso, frações com mesmo denominador para fazer a comparação. Vejamos o diálogo:

**Ely:** [essa tarefa] dá margem para muita coisa, né? Se nós, como professoras, já quebramos um pouco a cabeça, imagina um aluno. Vai do direcionamento do que você quer que o aluno... onde você quer que o aluno chegue.

**Deise:** Ou uma fração, duas frações, que você consiga chegar em uma equivalência, para você poder comparar. Pode até dar duas frações com denominadores diferentes, não tem problema. Mas, que tenha alguma forma de ele fazer uma comparação, achar um [denominador] comum e desenhar e ver..., sabe?

**Professor formador:** Mas, nesse caso não daria para fazer isso? Com essas frações?

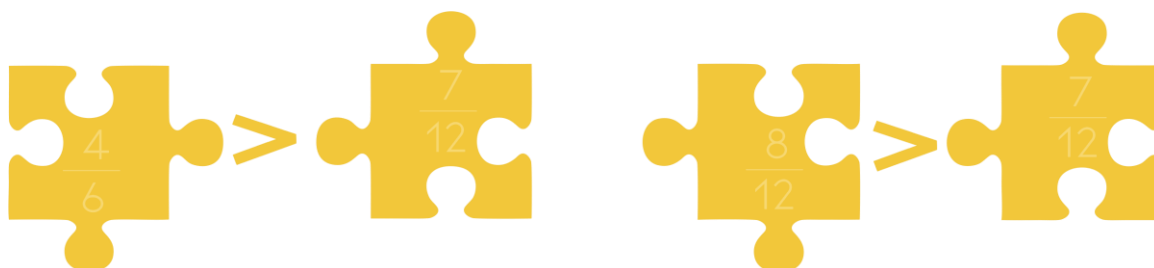
**Deise:** É, não! Eu acho que não. Não por causa do 7.

**Professor formador:** Por quê? O 7 é...

**Deise:** Porque aqui [nessas frações] eu não vou conseguir, por exemplo, nem simplificar e nem ir... ah, aqui dá, mas... [referindo-se à fração  $\frac{4}{6}$ , que é possível simplificar].

**Professor formador:** Uma você consegue simplificar, a outra não?

**Deise:** Ah, não! É... aqui também dá para chegar no 12 [referindo-se ao denominador da fração  $\frac{4}{6}$ ], se eu fizer por 2.



A professora faz as contas, multiplicando numerador e denominador por 2 e conclui:

**Deise:** *oito doze avos. Aí eu vou... Ah, aí vai ser o Henrique.*

[contrariando sua primeira resposta dada anteriormente]

**Ely:** *É verdade!* [também surpresa com a nova conclusão]

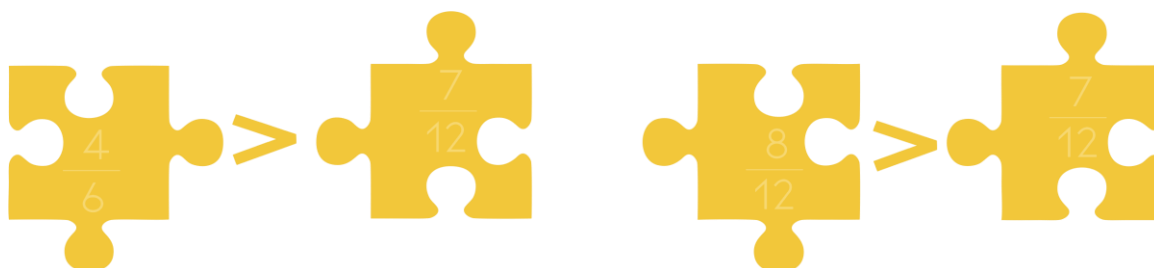
**Professor formador:** *Aí essa comparação de frações agora você fez como?*

**Deise:** *Aí essa comparação... É! Não, eu queria achar um denominador comum. Então, eu achei agora, com a multiplicação. Deu oito doze avos para o Henrique e 7 doze avos para o Tomé. Então, aí o Henrique, nessa comparação, teve mais ... Eu consigo mostrar para meu aluno, ele consegue ver que o Henrique foi melhor. Mas, na situação do jogo... eu estava pensando nisso, mas aí eu apaguei tudo e falei: Não, mas é jogo. Se o cara lançou mais e fez mais, é ele. [esse era o argumento inicial da Professora 2 para escolher o Tomé e não o Henrique]*

**Professor formador:** *Sim, é uma forma de pensar. Em um jogo, quem consegue mais oportunidades de fazer gol, pensando no futebol, eu prefiro esse cara que consegue gerar mais oportunidades do que alguém que gera menos.*

**Deise:** *Sim, então, mas agora que eu achei uma equivalente... eu não estava conseguindo achar um jeito por causa do 7, eu fiquei parada no 7. Mas, agora, comparando, o Henrique está melhor. [...] Mas, eu ainda acho que na situação de basquete, quem arremessa e faz mais, ganha.*

Com base no diálogo acima, discutam em grupo os seguintes questionamentos:

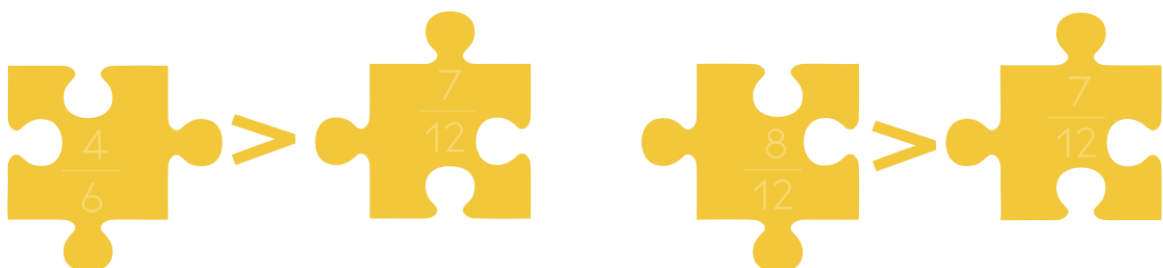


d) No início do trecho, a Deise sugere uma impossibilidade de fazer a comparação de frações. Por que vocês acreditam que isso aconteceu? O que a motivou a pensar dessa forma? Os números utilizados no enunciado deveriam ser modificados para evitar um pensamento como o apresentado pela Deise?

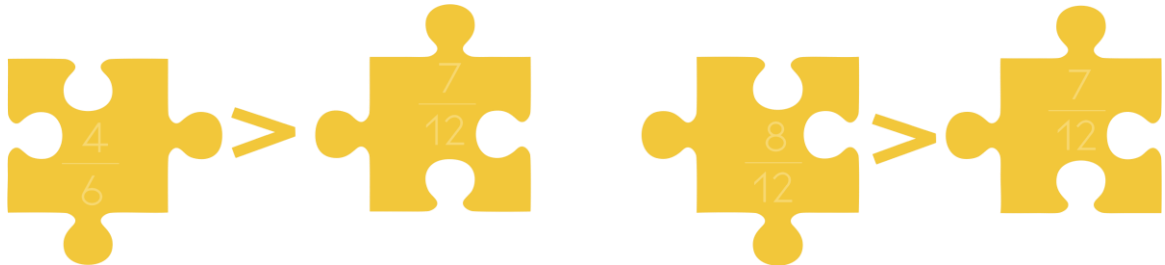
e) Aos poucos, a Deise parece ir modificando sua compreensão a respeito da comparação daquelas frações. A que vocês atribuem essa mudança?

f) Ao final do diálogo, é possível perceber que Deise levanta duas possibilidades: 1) Fazer a comparação entre as frações e escolher o Henrique; 2) Levar em consideração que se trata de um jogo de basquete e escolher o Tomé, pois ele criou mais oportunidades de arremesso e fez mais pontos.

Comente com seu grupo sobre essas duas possibilidades. Seria necessário fazer alguma reformulação no enunciado para evitar alguma dessas possibilidades?



# Segunda TAP



## Segunda tarefa de aprendizagem profissional

O Quadro 2 apresenta a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”, discutida por um grupo de professoras durante o planejamento coletivo de uma aula para o 5º ano do Ensino Fundamental.

### Quadro 2 – Tarefa dos Arremessos de Basquete

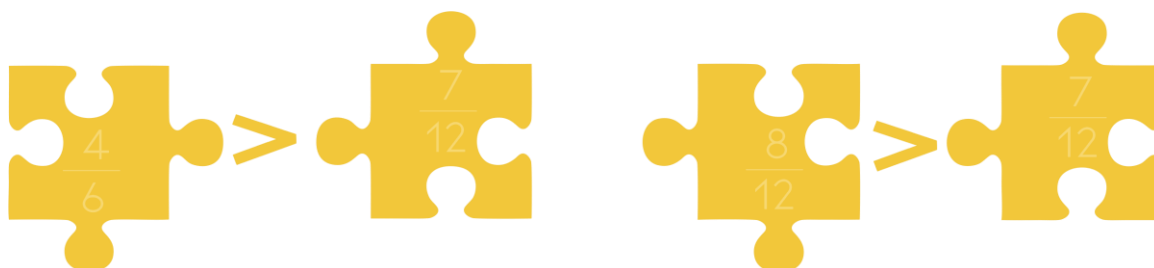
Num treino de basquetebol dois jogadores estiveram a fazer lançamentos ao cesto e Henrique conseguiu marcar 4 dos 6 lançamentos enquanto Tomé conseguiu marcar 7 dos 12 lançamentos.

- Represente sob a forma de fração os lançamentos concretizados por cada um deles.
- Indique quem deveria ser escolhido para representar a equipe e por quê.

Fonte: adaptado de Ponte e Quaresma (2014)

O diálogo apresentado abaixo foi retirado do seguinte contexto: a professora Deise acredita que o contexto do jogo de Basquetebol pode levar os estudantes a escolherem o jogador Tomé porque, em um jogo de Basquetebol, quem consegue arremessar e acertar mais vezes em um mesmo intervalo de tempo deve ser escolhido. Como ela diz, trata-se de uma questão de “qualidade do jogador”, pois ele consegue criar mais oportunidades durante uma partida. Como saída para esse problema, Deise sugere modificar o enunciado. Vejamos o diálogo que envolveu três professoras (Deise, Ely e Maria) e um Professor formador.

**Deise:** *Se eu fosse escolher, eu escolheria o Tomé. Acho que ele deveria ser escolhido, porque conseguiu o dobro de lançamentos, que foram 12, né? E ele marcou mais que o*



*Henrique, sete. Do que ele conseguiu, ele ainda marcou, o Henrique conseguiu só 4 e ele [Tomé] conseguiu 7. Então, pra mim, eu escolheria o Tomé. Porque aqui fala que é num jogo de basquete ...então num jogo de basquete é quem consegue lançar. Não é um jogo onde todos tinham a mesma quantidade de lançamentos. Não! Então, eu escolheria o Tomé, porque ele conseguiu 12, o dobro de lançamentos de Henrique e o Henrique fez 4 pontos nesse jogo e ele fez 7. Eu escolheria o Tomé.*

[...]

**Professor formador:** *Então, essa forma de pensar, que leva em consideração que um conseguiu fazer 12 arremessos e o outro conseguiu fazer 6, é...se a gente não quiser que leve a essa forma de pensar, o enunciado ele dá margem para isso, né? A gente teria que mudar alguma...*

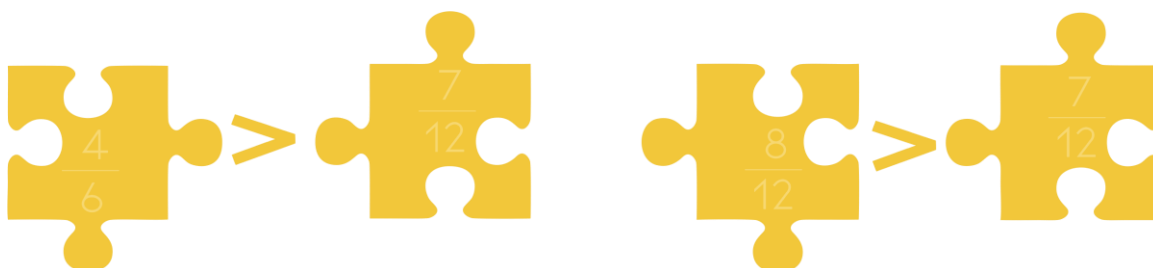
**Ely:** *Teria que reformular... tem que ser reformulado esse enunciado, porque dá margem para muita coisa, se nós, como professoras, já quebramos um pouco a cabeça nesse sentido, imagina o aluno, aí vai do direcionamento do que você quer aonde o aluno chegue.*

**Ely:** *Para que não dê margem para ele pensar na questão dos 12 lançamentos e dos 6. É que eu não sei qual é a intenção aí. É fazer ele entender que...*

**Maria:** *É fazer ele entender equivalência de frações, quatro sextos e sete doze avos. Vai fazer o aluno buscar? O objetivo é esse?*

**Deise:** *Eu acho que é.*

**Maria:** *Reconhecer qual é maior e menor? O objetivo seria esse?*



**Ely:** *Acho que tem que mudar a questão. [...] Uma coisa mais objetiva, que não dê tanta margem para ele pensar nessa questão aí do...*

**Deise:** *Da qualidade do jogador... Eu acho que teria que mudar esse negócio aí de esporte, de ser uma coisa mais...*

**Ely:** *Mais objetiva.*

**Deise:** *Em vez de basquete, ser ...o número de questões de prova. Como que eu posso comparar quem foi melhor se uma prova ele tinha 6 questões e ele acertou 4, e a outra tinha 12 questões e ele acertou 7? Aí a prova não tem como ser “aproveitar o momento”, igual o lançamento, então seria uma coisa mais fixa [referindo-se ao fato de que, em um jogo de basquete, o número de arremessos depende das chances que são criadas, enquanto em uma prova, o número de questões é dado].*

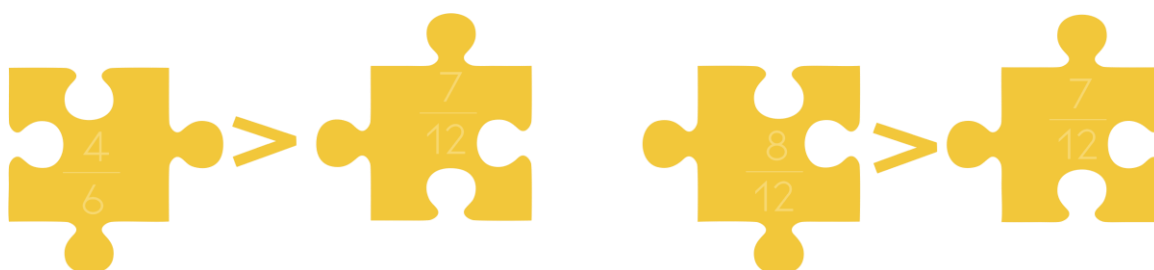
**Ely:** *É, é objetiva né, é aquilo ali, né?*

**Deise:** *Aí eu consigo comparar, e eu vou ter que comparar uma prova com 6 questões acertou 4 e outra com 12 questões e acertou 6, quem seria? então eu trocaria por uma questão mais fechada.*

Com base no diálogo apresentado, discuta com seu grupo as seguintes questões:

**a)** Como vocês consideram a interpretação apresentada pela professora Deise para a tarefa matemática?

**b)** Suponha que vocês levem essa tarefa matemática para seus alunos. Vocês consideram que eles também podem interpretá-la da mesma forma que a professora indicou? Por quê?



c) Vocês consideram que uma questão mais direta do tipo “compare as frações  $\frac{4}{6}$  e  $\frac{7}{12}$  e diga qual é a maior” seria mais adequada aos estudantes? Justifique.

d) No trecho do diálogo, não é possível perceber divergências de ideias entre as professoras envolvidas. Se vocês estivessem presentes no dia em que o diálogo ocorreu, que perguntas fariam para a professora Deise para contrapor sua interpretação da tarefa e fazê-la repensar?

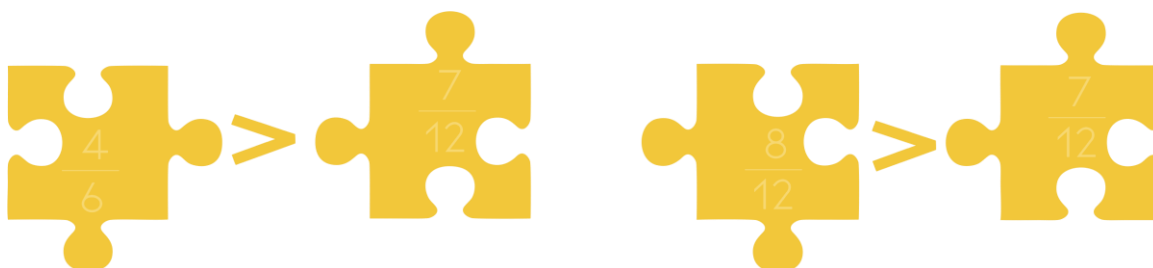
A professora Deise reformulou o enunciado, conforme indicou no diálogo visto.

### Quadro 3 - Tarefa reformulada: o Festival da Matemática

Para o desempate do Festival da Matemática, a professora precisou lançar mais desafios para as equipes. Ao corrigir, percebeu que o grupo que mais pontuou no primeiro desafio foi o grupo da Emanuelle. Eles marcaram 4 pontos dos 6 possíveis no primeiro desafio. Já no segundo desafio, a equipe que mais pontuou foi a da Clara, pois conseguiram acertar 7 dos 12 pontos possíveis. E agora? Com base nessas informações, ajude a professora a calcular a equipe que deveria ser escolhida para representar a nossa sala na Etapa Escola do Festival da Matemática. Justifique a sua resposta.

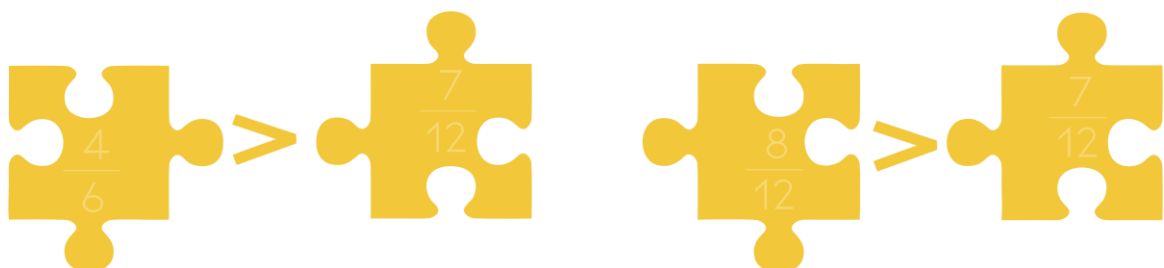
Fonte: dados da pesquisa

e) Se o objetivo da tarefa matemática for trabalhar a comparação de frações, vocês consideram que o novo enunciado, proposto pela professora Deise, elimina a possibilidade de interpretação que ela indicou no diálogo acima? Discuta com seu grupo o novo contexto da tarefa matemática.

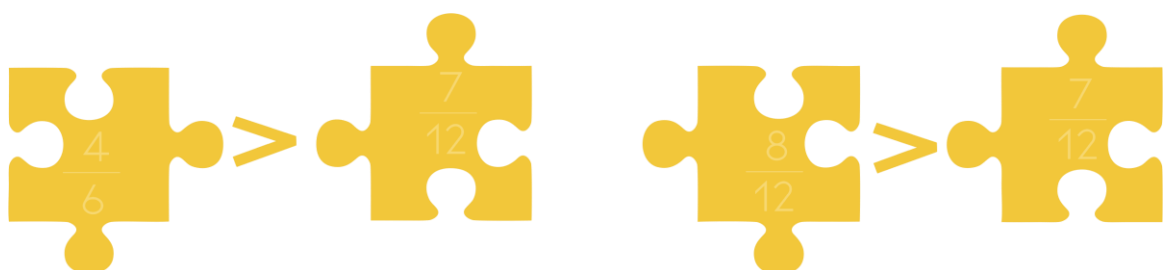




f) Vocês acreditam que o contexto da tarefa seja apenas um mobilizador do conteúdo matemática a ser ensinado? Ou que o contexto oferece potencialidade na interpretação da matemática abordada?



# Terceira TAP



## Terceira tarefa de aprendizagem profissional

O Quadro 4 apresenta a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”, discutida por um grupo de professoras durante o planejamento coletivo de uma aula para o 5º ano do Ensino Fundamental.

### Quadro 4 – Tarefa dos Arremessos de Basquete

Num treino de basquetebol dois jogadores estiveram a fazer lançamentos ao cesto e Henrique conseguiu marcar 4 dos 6 lançamentos enquanto Tomé conseguiu marcar 7 dos 12 lançamentos.

- Represente sob a forma de fração os lançamentos concretizados por cada um deles.
- Indique quem deveria ser escolhido para representar a equipe e por quê.

Fonte: adaptado de Ponte e Quaresma (2014)

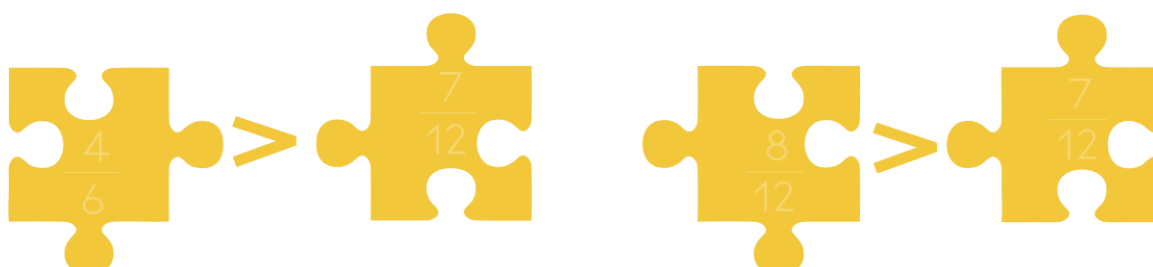
O trecho de diálogo a seguir mostra que, em certo momento da discussão, uma professora, aqui chamada de Ângela, sugere que houve empate entre os jogadores Henrique e Tomé. O diálogo envolve as professoras Ângela, Deise e Maria.

**Ângela:** *Se for ver, olha... o 7 em relação ao 12 é metade mais 1. Aqui também [referindo-se ao fato de que 4 é a metade de 6 mais 1]! Os dois fizeram igual, então.*

**Deise:** *Como assim?*

**Ângela:** *Porque olha, 7 é a metade mais 1, ele fez. Aqui também, a metade desse [6] mais 1. Se for ver, os dois.*

**Deise:** *Não, mas a metade aqui é 3. Ah, entendi. Metade do quê?*



**Ângela:** Metade dos lançamentos, 3 mais 1, aqui também, 6 mais 1.

**Deise:** É, também.

**Maria:** Se você for pensar... só que se você for fazer a divisão das frações? Pensando... Não dá, não dá o decimal certo. Dá 0,6 e o outro dá 0,58...

**Deise:** Não dá pra achar, pela equivalência não dá pra achar.

**Maria:** Eu já coloquei o Henrique e eu pensei na equivalência de frações. Eu peguei o denominador comum entre eles.

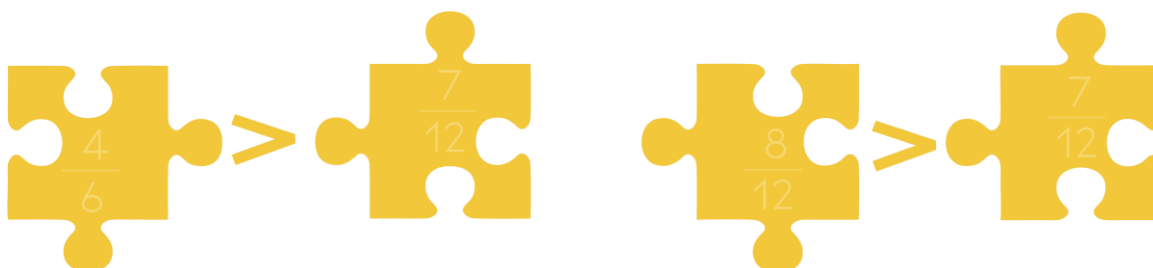
Com base no diálogo acima, discuta com seu grupo os itens a seguir.

**a)** A ideia apresentada por Ângela é adequada para a tomada de decisão para a escolha entre os jogadores Henrique e Tomé? Por quê?

**b)** De que maneira seria possível mostrar para a professora Ângela que, matematicamente, a ideia apresentada por ela está incorreta? Que argumentos matemáticos podem ser utilizados nesse caso?

**c)** Maria questiona a argumentação de Ângela e apresenta a comparação utilizando números decimais aproximados. Essa forma de pensar de Maria é adequada para mostrar à Ângela que sua maneira de pensar estava matematicamente incorreta? Essa forma apresentada por Maria seria adequada para alunos do 5º ano?

**d)** Apesar de não ser matematicamente correta, seria possível utilizar a resposta dada por Ângela para promover



discussões matemáticas que favoreçam a construção de conhecimentos? De que maneira?

O trecho apresentado a seguir ocorreu no mesmo grupo de professoras pouco tempo depois que o trecho anterior. O professor formador (Professor formador) se aproximou do grupo enquanto Ângela, Deise e Maria debatiam a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”.

**Deise:** *É, eu queria achar um denominador comum. Então, eu achei. Agora, com a multiplicação, deu  $\frac{8}{12}$  para o Henrique e  $\frac{7}{12}$  para o Tomé. Então, o Henrique, nessa comparação, teve mais. Eu consigo mostrar para o meu aluno e ele consegue ver que o Henrique foi melhor.*

**Ângela:** *Eu ainda acho que eles estão empatados.*

**Professor formador:** *Você acha que eles estão empatados por quê?*

**Ângela:** *Pelo mesmo tanto...ele [Henrique] teve 6 e acertou 3 mais 1. Ele [Tomé] teve 12, 6 mais 1.*

**Ângela:** *Ele poderia ter errado se ele tivesse 12. [referindo-se à possibilidade de Henrique ter arremessado 12 vezes ao invés de 6]*

**Professor formador:** *Como que é? Ele poderia ter? Desculpa.*

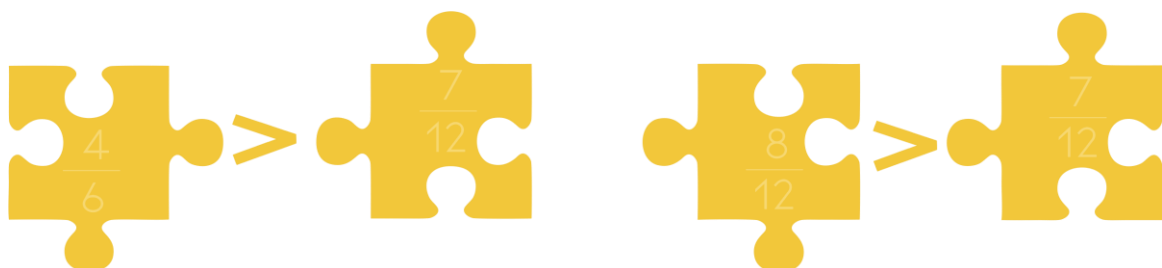
**Ângela:** *Não, daí vai ficar meio confuso. Se ele tivesse 12, seria a mesma quantidade, não seria?*

**Professor formador:** *Se esse cara aqui tivesse 12 oportunidades, se a gente considerar...*

**Ângela:** *Não, ia ser 8. [interrompendo o professor formador Professor formador].*

**Professor formador:** *Ia ser oito?*

**Ângela:** *Teria acertado mais.*



**Professor formador:** *Mais. Aham! Então, quer dizer, não estaria empatado?*

**Ângela:** *Não, é o Henrique.*

**Professor formador:** *Se o Henrique tiver a mesma quantidade de arremessos que o Tomé teve....*

**Ângela:** *Teria acertado 8.*

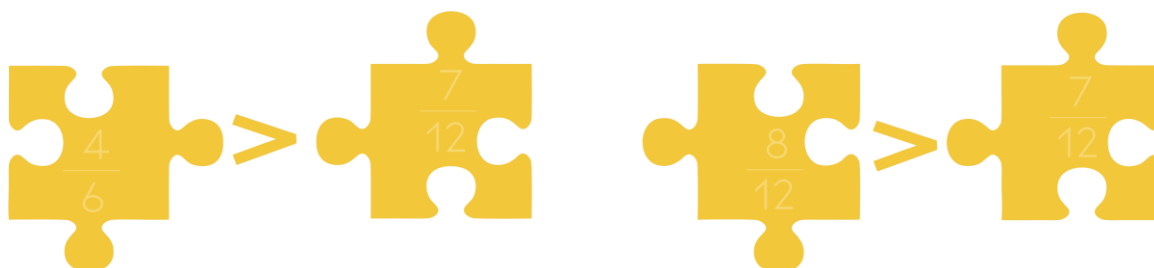
Com seu grupo, discuta os seguintes itens.

e) Quando Ângela afirma que os dois estão empatados “pelo mesmo tanto”, o que ela parece estar querendo dizer com “mesmo tanto”? Expliquem o pensamento manifestado por Ângela.

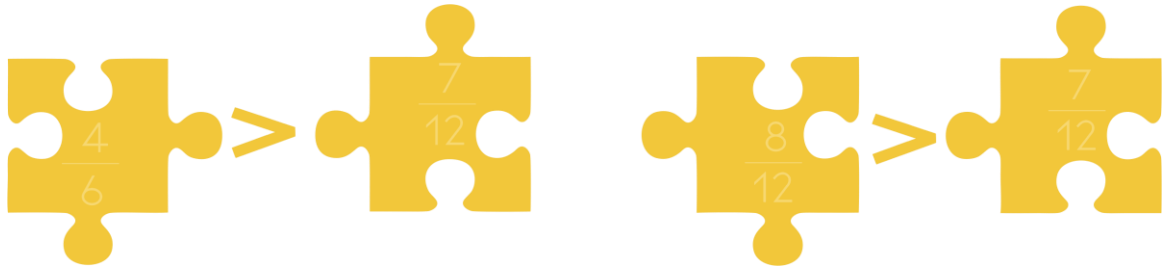
f) Mesmo depois de Maria fazer a comparação por números decimais aproximados e Deise afirmar, por meio de comparação entre as frações, que Henrique foi melhor, Ângela afirma que continua achando que houve empate. No entanto, na sequência, ela modifica sua resposta. Com base no diálogo, o que pode ter favorecido essa mudança de pensamento da professora Ângela? O que, aparentemente, a fez mudar de ideia?

g) Vocês acreditam que a professora compreendeu o erro matemático que há em afirmar que ambos (Henrique e Tomé) estavam empatados por terem feito “a metade +1” ou ela mudou de ideia por outro motivo?

h) Qual foi o papel do Professor formador nesse processo?



# Quarta TAP



## Quarta tarefa de aprendizagem profissional

O Quadro 5 apresenta a “Tarefa dos Arremessos de Basquete”, discutida por um grupo de professoras durante o planejamento coletivo de uma aula para o 5º ano do Ensino Fundamental.

### Quadro 5 - Tarefa dos Arremessos de Basquete

Num treino de basquetebol dois jogadores estiveram a fazer lançamentos ao cesto e Henrique conseguiu marcar 4 dos 6 lançamentos enquanto Tomé conseguiu marcar 7 dos 12 lançamentos.

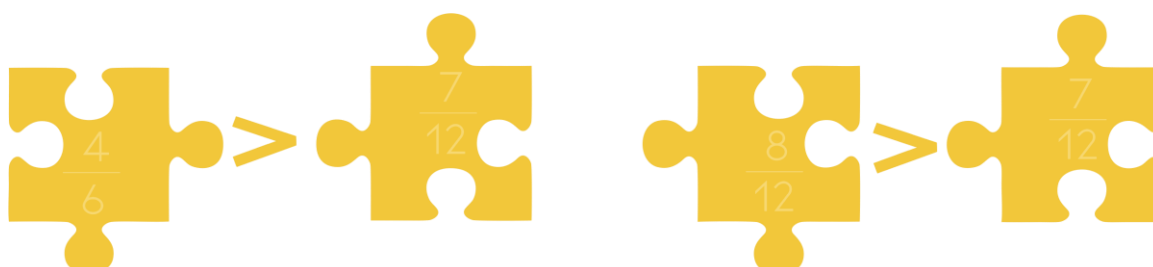
- Represente sob a forma de fração os lançamentos concretizados por cada um deles.
- Indique quem deveria ser escolhido para representar a equipe e por quê.

Fonte: adaptado de Ponte e Quaresma (2014)

As discussões coletivas entre as professoras e professores formadores geraram diferentes formas de pensar e de resolver a tarefa apresentada no Quadro 5. Essas diferentes formas que emergiram foram organizadas no Quadro 6, com a intenção de exercitar algumas das práticas para promover discussões matemáticas produtivas em sala de aula.

Por isso, sugere-se ao leitor o artigo<sup>1</sup> “Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios” (CANAVARRO, 2011). Esse artigo apresenta as práticas para promover discussões matemáticas produtivas, propostas por Stein et al. (2008), que contribuem para o

<sup>1</sup> CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. Educação e Matemática, 115, pp. 11-17, 2011. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10174/4265>, acessado em 22 de abril de 2021.

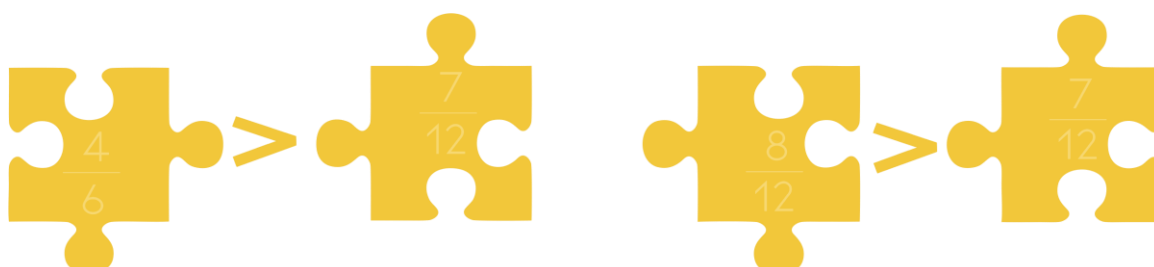




desenvolvimento do Ensino Exploratório da Matemática (CANAVARRO, 2011) e problematiza alguns desafios.

Relativamente às ideias representadas, podemos exercitar a prática de **antecipar** possíveis formas de pensar dos alunos e decidir de forma fundamentada sobre quais aspectos matemáticos focar e como conduzir a discussão matemática com toda a turma. Manifestadas as diferentes formas de pensar pelos alunos, podemos realizar a prática de **selecionar** as ideias que o professor considera mais pertinentes para serem compartilhadas com toda a turma, de forma proporcionar o contato com uma diversidade de ideias matemáticas. Essa seleção pode ser feita a partir de critérios adotados pelo professor, como: resoluções com diferentes estratégias matemáticas; resoluções com representações matemáticas diversas, sobretudo as mais eficazes; resoluções incorretas. Após selecionar, o professor pode **sequenciar** essas diferentes formas de pensar, isto é, o professor pode estabelecer uma ordem a ser apresentada na lousa e discutida com os alunos. Esse sequenciamento pode ser feito, por exemplo, começando pela resolução que o professor julgar ser de mais fácil compreensão pelos alunos e ir avançando para as consideradas mais difíceis. Por fim, o professor pode **estabelecer conexões**, buscando identificar possíveis relações matemáticas entre as resoluções apresentadas. Dessa maneira, é possível conduzir a discussão matemática com os alunos até chegar no objetivo pretendido pelo professor ao propor a tarefa matemática, fazendo uso de variadas formas de pensar que emergiram durante a aula.

O Quadro 6 apresenta dez formas de pensar a “Tarefa dos Arremessos de Basquete” emergidas e organizadas pelo grupo de professoras e professores formadores.



**Quadro 6** –Dez formas de pensar a Tarefa dos Arremessos de Basquete

**Forma A:** “comparando as frações” e considerando número de arremessos em um mesmo intervalo de tempo.

$$\text{Henrique } \frac{4}{6}$$

$$\text{Tomé } \frac{7}{12}$$

Tomé fez mais pontos, 7 acertos de 12 lançamentos. Já o Henrique fez 4 acertos de 6 lançamentos.

**Conclusão:** a escolha é pelo Tomé, pois acertou mais em um mesmo intervalo de tempo. Em um jogo de basquete, quem cria mais oportunidades de arremessos e acerta mais cestas deve ser escolhido.

**Forma B:** o foco está na comparação entre o número de erros de cada jogador. A ideia está na subtração do número de lançamentos e do número de acertos.

Henrique: fez 6 lançamentos e teve 4 acertos. Errou só 2.

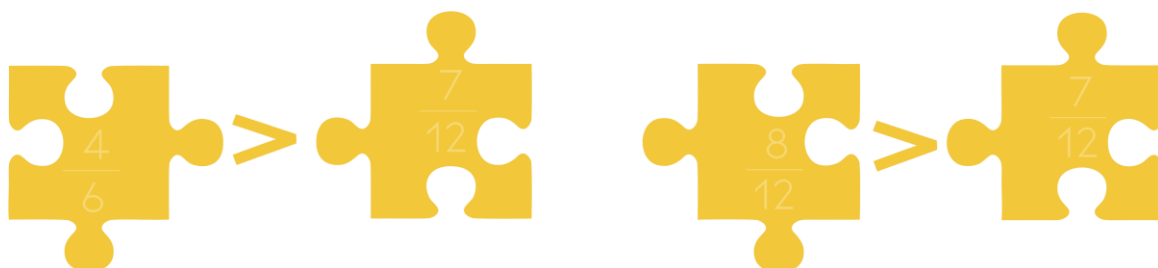
Tomé: fez 12 lançamentos e teve 7 acertos. Errou 5.

**Conclusão:** a escolha é pelo Henrique, pois teve menos erros.

**Forma C:** proximidade do número de acertos com o número de lançamentos.

O 4 está mais perto do 6 do que o 7 está do 12.

**Conclusão:** a escolha é pelo Henrique, pois o 4 está mais perto do 6 do que o 7 do 12.



**Forma D:** a referência foi a “metade”.

Tomé:  $\frac{7}{12}$  é um pouco mais que a metade, pois, como  $12 \div 2 = 6$ , se fosse a metade dos lançamentos seria  $\frac{6}{12}$ . Então,  $\frac{7}{12}$  é um pouco mais do que  $\frac{1}{2}$  ou um pouco mais que a metade.

Henrique:  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ . O  $\frac{2}{3}$  também é um pouco mais do que meio, mas o  $\frac{2}{3}$  é um pouco mais do que o um pouco mais de meio do  $\frac{7}{12}$ .

**Conclusão:** a escolha é pelo Henrique, pois o  $\frac{2}{3}$  é maior do que  $\frac{7}{12}$ .

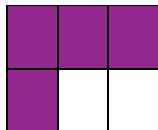
**Forma E:** Comparação de frações, utilizando a equivalência de frações para tornar o denominador comum.

$$\text{Henrique: } \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{2} = \frac{8}{12} \qquad \text{Tomé: } \frac{7}{12}$$

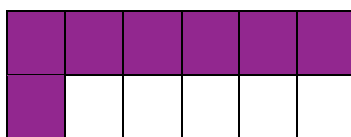
**Conclusão:** a escolha é pelo Henrique, pois  $\frac{8}{12} > \frac{7}{12}$ .

**Forma F:** a metade mais um.

Henrique: (3 + 1) arremessos certos de um total de 6 arremessos.



Tomé: (6 + 1) arremessos certos de um total de 12 arremessos.



**Conclusão:** empate, pois ambos acertaram a metade mais um.

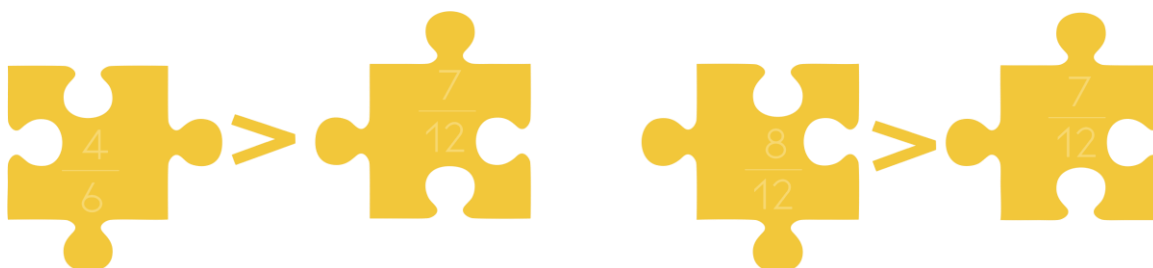
**Forma G:** representação pictórica, retângulos do mesmo tamanho dividido em quantidade de partes diferentes.



Henrique  $\frac{4}{6}$



Tomé  $\frac{7}{12}$



**Conclusão:** a escolha é pelo Henrique, pois a figura indica que  $\frac{4}{6}$  é maior que  $\frac{7}{12}$ .

**Forma H:** comparação usando os números decimais aproximados.

Henrique  $\frac{4}{6} \cong 0,66$

Tomé  $\frac{7}{12} \cong 0,58$

**Conclusão:** a escolha é pelo Henrique, pois seu desempenho foi melhor, já que  $0,66 > 0,58$ .

**Forma I:** comparando apenas os numeradores.

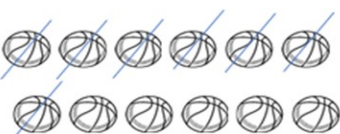
Henrique  $\frac{4}{6}$

Tomé  $\frac{7}{12}$

**Conclusão:** a escolha é pelo Tomé, pois  $7 > 4$ .

**Forma J:** representação pictórica, as bolas de basquete representando o número de arremessos e os riscos indicando a quantidade de acertos.

Henrique   $\frac{4}{6}$

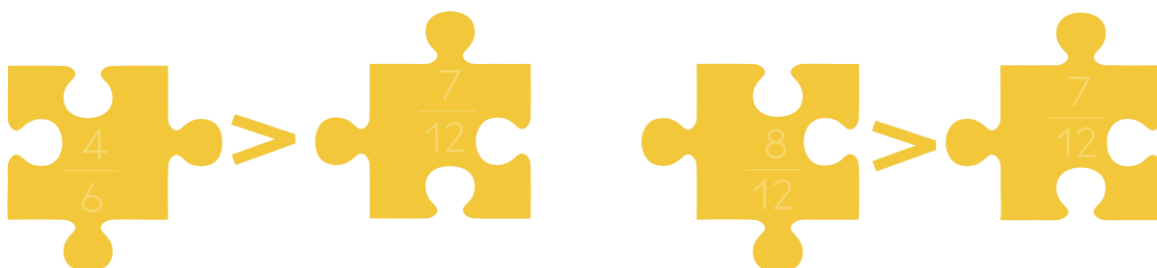
Tomé   $\frac{7}{12}$

**Conclusão:** a escolha é pelo Tomé, pois foram 7 bolas riscadas para Tomé e apenas 4 para Henrique.

Fonte: autoria própria (2021)

Com base no Quadro 6, discuta com seu grupo os itens a seguir.

a) Como vocês avaliam cada uma das dez formas de pensar a “Tarefa dos Arremessos do Basquete” apresentadas? É possível dizer que há resoluções corretas ou incorretas? Justifique.



b) No caso de haver resoluções consideradas matematicamente incorretas, discuta o motivo de não estarem corretas.

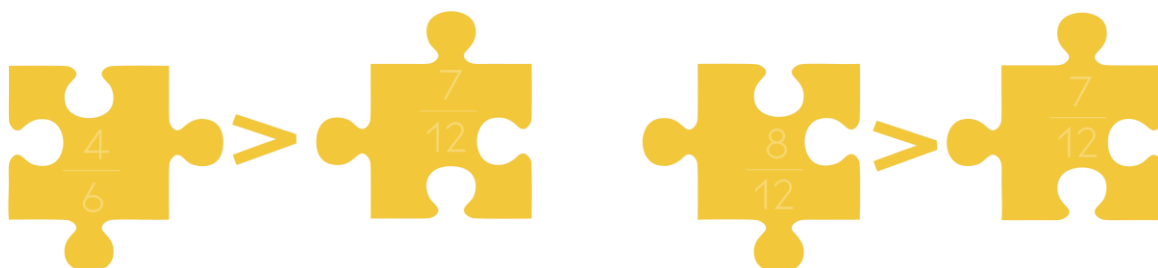
c) Dentre as dez formas apresentadas, quais vocês acreditam que seus alunos manifestariam em sala de aula? Por quê?

d) Suponha que, enquanto resolvem individualmente ou em pequenos grupos, os alunos de suas turmas tenham manifestado todas as formas de pensar apresentadas no Quadro 6. Quais vocês consideram conveniente selecionar para levar à lousa e promover uma discussão com seus alunos? Quais vocês excluiriam (isto é, não selecionariam para levar à lousa)? Por quê?

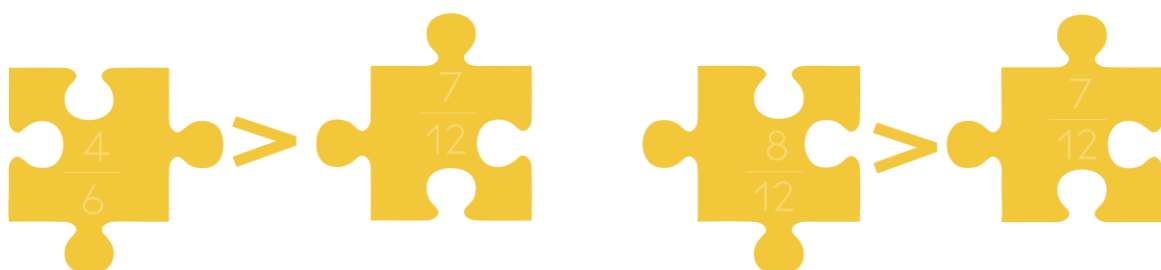
e) Com base na resposta do item d), dentre aquelas resoluções que vocês selecionaram, que critérios vocês usariam para sequenciar essas resoluções para serem apresentadas na lousa? Como ficaria esse sequenciamento?

f) Com base na resposta do item e), considerando o sequenciamento estabelecido, quais as conexões matemáticas podem ser feitas entre as resoluções selecionadas e sequenciadas? Explique-as.

g) O Quadro 6 apresenta o resultado de um trabalho com características colaborativas, na medida em que foi construído a partir de diálogos, trocas de ideias, divergências de formas de pensar entre professores. De que maneira vocês avaliam que o trabalho colaborativo pode contribuir tanto para o planejamento de uma aula quanto na aprendizagem da Matemática de seus alunos? Debata com seu grupo.



# Quinta TAP



## Quinta tarefa de aprendizagem profissional

O Quadro 7 apresenta a “Tarefa da Malha Quadriculada”, discutida por um grupo de professoras durante o planejamento coletivo de uma aula para o 5º ano do Ensino Fundamental. Essa é uma tarefa que apresenta o enunciado de forma direta, sem muitos detalhes e contexto.

### Quadro 7 – Tarefa da Malha Quadriculada

Utilize a malha quadriculada para mostrar que:

$$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 0,50 = 50\%, \text{ explique seu pensamento.}$$

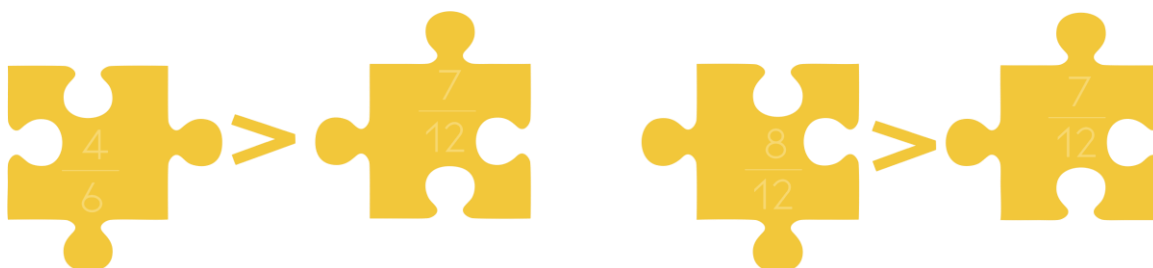
Fonte: autoria própria (2021)

Com base na “Tarefa da Malha Quadriculada” apresentada no Quadro 7, responda individualmente aos itens abaixo.

**a)** Você acredita que a representação geométrica utilizando a malha quadriculada permite que o aluno relacione os números racionais na forma fracionária, na forma decimal e na forma percentual? De que maneira isso pode ser feito?

**b)** Você faz uso da malha quadriculada em sua prática de sala de aula para trabalhar com essas diferentes formas de representar os números racionais? Se sim, de que maneira a utiliza? Se não, por quê? Não conhece ou conhece, mas prefere não usar?

A partir da tarefa apresentada no Quadro 7, um grupo de professoras (aqui chamadas de Deise, Ely, Maria e Ângela) inicia uma discussão com base nos registros escritos feitos por cada uma delas ao resolverem a tarefa individualmente. Veja o diálogo ocorrido no grupo com as quatro professoras.



**Maria:** *Eu estou vendo que está tudo diferente, só vocês duas [Deise e Ely] aqui é que está bem parecida. Eu já pensei de outra forma.*

**Ely:** *Eu levei em consideração isso aqui olha...*

**Maria:** *É, você levou em consideração o 100, né?*

**Ely:** *É!*

**Ângela:** *Eu pensei assim.*

**Maria:** *É, você pensou em uma unidade dividindo em dois.*

**Maria:** *Cinquenta centésimos. Tá, fez uma malha quadriculada de...com 100.... E, você [Ângela] pensou em uma unidade dividindo em dois. Eu já peguei uma malha quadriculada qualquer, eu peguei uma malha de  $3 \times 4$  e tomei a metade, fiz a representação. Você [Deise] também fez o mesmo que ela [Ely], né?*

**Deise:** *Eu fiz, porque ele [professor formador] falou para usar a malha quadriculada, e, para eu representar todos, achei que era mais fácil fazer assim.*

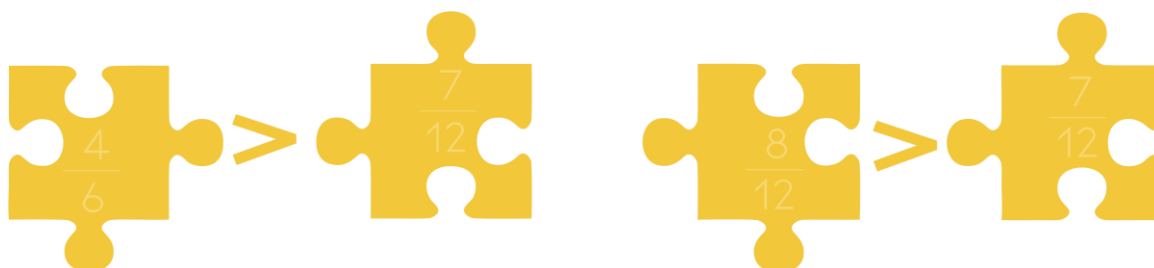
**Maria:** *Mas, era para representar todos?*

**Deise:** *Não. Utilize para mostrar que eles são equivalentes.*

**Maria:** *Ah, sim.*

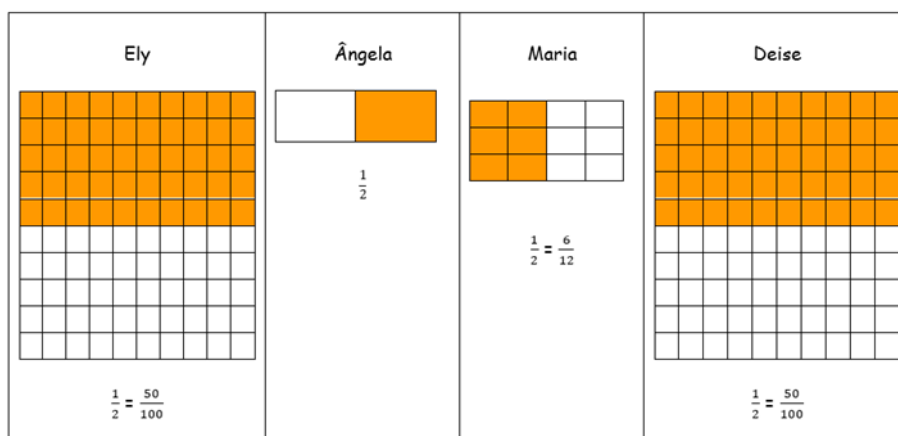
**Deise:** *Então, para mostrar a equivalência deles, eu achei mais fácil fazer esse desenho assim e porque, assim, eu coloquei que o inteiro é o mesmo, né? Para ficar mais fácil falar que é equivalente, mostrar para criança, tem que mostrar um inteiro igual, eu pensei. Então o inteiro é o mesmo, malha com 100 quadradinhos e metade deles é 50 quadradinhos. E as outras são apenas suas diversas maneiras de representar a mesma quantidade do inteiro, ou seja, são todos equivalentes. Porque, daí, quando eu represento  $\frac{50}{100}$  aqui, que é esse verde, as outras formas são só o jeito diferente de colocar no número decimal e na porcentagem, entendeu? Aí, o inteiro é o mesmo e fica fácil de mostrar a equivalência aqui.*

A Figura 1 ilustra as formas de pensar de Deise, Ely, Maria e Ângela quando resolveram individualmente, antes de debaterem no grupo.





**Figura 1** – Adaptação das diferentes representações de frações equivalentes feitas pelas professoras



Fonte: dados da pesquisa

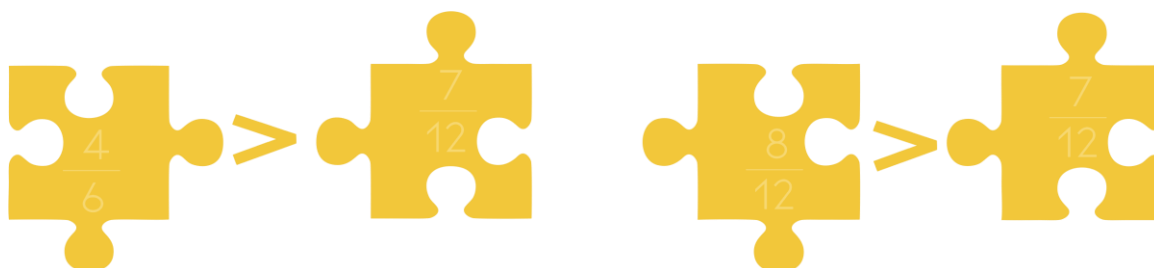
A partir do trecho de diálogo e da Figura 1, discuta com seu grupo os seguintes itens:

c) No diálogo é possível verificar que surgiram formas semelhantes e formas diferentes de pensar/resolver a tarefa, tal como apresenta a Figura 1. Como vocês avaliam cada uma dessas formas?

d) Sobre as formas de resolução apresentadas no diálogo e na Figura 1, podemos dizer que todas representam “metade”?

e) O enunciado da “Tarefa da Malha Quadriculada” não especifica o tamanho da malha, o que permite às professoras escolherem o tamanho que preferirem, como pode ser visto na Figura 1. Apesar de ser uma escolha arbitrária, é possível dizer que há alguma escolha mais apropriada para o que se quer mostrar na tarefa? Ou tanto faz a escolha do tamanho da malha?

Sobre esse item e), as professoras envolvidas no planejamento coletivo da aula para o 5º ano do Ensino Fundamental também conversaram. Veja o diálogo a seguir,



que envolveu as professoras Maria e Carla quando todas as professoras do grupo pronunciavam suas formas de resolver a “Tarefa da Malha Quadriculada”.

**Maria:** *Eu fiz diferente. Eu fiz uma malha de  $3 \times 4$ , daí eu não pensei no aluno, pensei como professora. Uma malha  $3 \times 4$  são 12, daí eu peguei a metade, que é 50% e que é o mesmo que o 0,50.*

**Carla:** *Mas, e o 50 de 100?*

**Maria:** *O 50 de 100, eu ia multiplicar por 50, o  $\frac{1}{2}$  eu ia multiplicar por 50 o numerador e o denominador.*

**Carla:** *Hum!*

**Maria:** *Eu não pensei na hora de explicar para um aluno, eu pensei no meu pensamento, entendeu. Lógico que se eu for...*

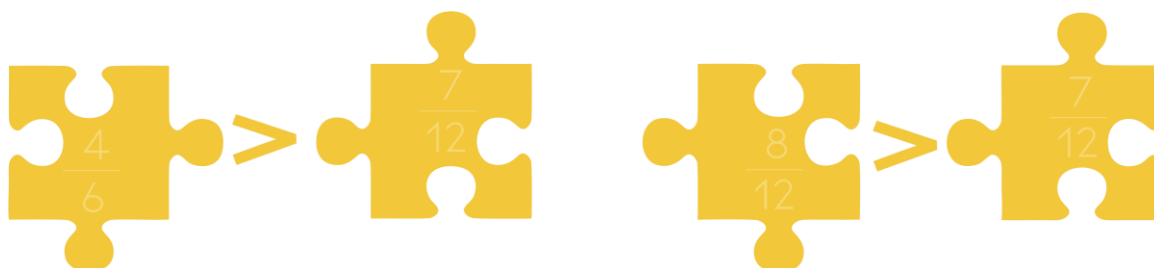
**Carla:** *O problema é que você não consegue, em uma única malha, representar as quatro formas.*

**Maria:** *Não! Não! Então, mas se eu for fazer essa tarefa com meus alunos, eu lógico que eu vou usar uma malha  $10 \times 10$ .*

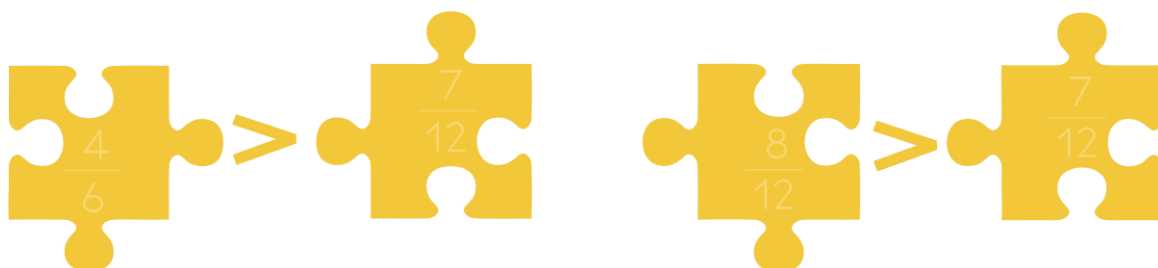
f) Por que vocês acham que a professora Carla diz para a professora Maria que “o problema é que você não consegue, em uma única malha, representar as quatro formas”? Ela está correta ao apontar isso? O mesmo comentário valeria para a representação feita pela professora Ângela (conforme Figura 1)?

g) Quando pensamos nas frações equivalentes  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{50}{100}$  representadas na malha quadriculada, não é difícil visualizar e dizer 1 de 2 quadradinhos ou 50 de 100 quadradinhos, respectivamente. No entanto, como seria possível relacionar a malha quadriculada com a representação decimal 0,5?

h) Os trechos de diálogo aqui apresentados, bem como a Figura 1, mostram o trabalho coletivo que envolveu as professoras Deise, Ely, Maria, Ângela e Carla enquanto planejavam uma aula a partir da tarefa matemática apresentada. Discuta com seu grupo, com base nos dados aqui apresentados, de que modo o trabalho coletivo pode



ter favorecido a discussão matemática e, portanto, enriquecido o planejamento da aula pretendida.



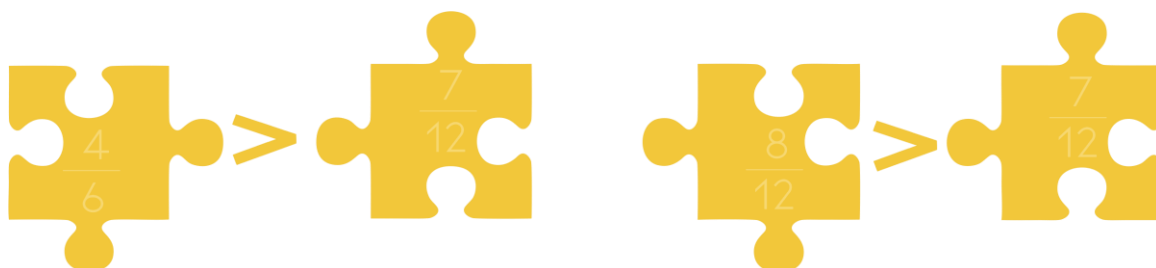
## COMENTÁRIOS FINAIS

Nossa expectativa ao apresentar essas TAP é proporcionar à comunidade de professores que ensinam Matemática uma possibilidade de se trabalhar em processos formativos que trazem situações da prática de sala de aula, da mesma forma como experienciamos em nossa pesquisa.

Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020) dizem que o uso de Tarefas de Aprendizagem Profissional permite aos professores saírem do isolamento que vivem em suas escolas e vivenciarem oportunidades de aprenderem uns com os outros, favorecendo a mobilização e o aprofundamento de conhecimentos matemáticos.

Segundo Ribeiro, Aguiar e Trevisan (2020), as TAP por si só não certificam um ambiente favorável para a aprendizagem profissional dos professores, é preciso a interação entre professores, futuros professores e professores formadores para a construção de um contexto que favoreça a mobilização e aprofundamento do conhecimento docente.

No entanto, acreditamos que as TAP aqui elaboradas têm potencial para contribuir com a formação de professores a partir de situações que envolvem prática docente, aprofundando o conhecimento matemático para o ensino das frações, no sentido de promover uma formação voltada para a compreensão de realidades pedagógicas e não a apresentação de modelos prontos e acabados.



## REFERÊNCIAS

AKYUZ, D.; DIXON, J. K.; STEPHAN, M. Improving the quality of mathematics teaching with effective planning practices. **Teacher Development: journal of teachers' professional development**, v. 17, n. 1, p. 92-106, 2013.

BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practitioners: toward a practice-based theory of professional education. In: G. Sykes e L. Darling-Hammond (Eds.) **Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice**. San Francisco: Jossey Bass, pp. 3-32, 1999.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content Knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In: GTI (Org.). **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 43-55.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, 115, 11-17, nov/dez 2011.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. Desenvolvimento profissional docente: um termo guarda-chuva ou um novo sentido à formação?. **Formação Docente – Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores**, v. 5, n. 8, p. 11-23, 30 jun. 2013.

NÓVOA, A. Alguns dilemas do professor no contexto de complexidade. **Revista Pátio**, ano VII, nº 27, ago./out.-2003.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.), **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. **Conferência Plenária apresentada no Encontro Nacional de Professores de Matemática ProfMat- 1998**, realizado em

Guimarães. In Actas do ProfMat 98. Lisboa: APM. p. 27 -44, 1998.

PONTE, J. P. *et al.* Os estudos de aula como processo colaborativo e reflexivo de desenvolvimento profissional. In: **A formação, os saberes e os desafios do professor que ensina Matemática**, Publisher: Editora CRV, Editores: Josimar Sousa; Ivete Cevallos, p.61-82, 2014.

PONTE, J. P. *et al.* Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, n. 5, p. 7-24, 2012.

PONTE, J. P. Formação do professor de matemática: perspectivas atuais. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IE/UL, p. 343-358, 2014.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. Representações e processos de raciocínio na comparação e ordenação de números racionais numa abordagem exploratória. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1464 – 1484, dez. 2014.

RIBEIRO, A. J.; AGUIAR, M.; TREVISAN, A. L. Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. **Quadrante**, Vol. 29, n. 1, 2020.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of function. **Acta Scientiae – ULBRA**, Canoas, v. 21, p. 49-74, 2019.

SERRAZINA, M. de L. O Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º e 2º Ciclo do Ensino Básico: balanço possível. **Interacções**, Santarém, Escola Superior de Educação, n. 12, p. 4-22, 2009.

SMITH, M. S. **Practice-based professional development for teachers of mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2001.

STEIN, M. K. *et al.* Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate

student thinking. **Mathematical Thinking and Learning**, v.10, n.4, p. 313-340, 2008.

TRICOGLUS, G. Teacher Planning in the Development of Collaborative Cultures. **Education 3-13**, v. 28, n. 1, p. 22-28, 2007.