

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETROTÉCNICA  
ESPECIALIZAÇÃO EM ENGENHARIA DA CONFIABILIDADE**

**KEVIN MAURICIO MENON RIBEIRO**

**OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DE EIXOS DE TRANSMISSÃO  
ROTATIVOS UTILIZANDO O CONCEITO DE PROJETO DE  
EXPERIMENTOS E ELEMENTOS FINITOS**

**MONOGRAFIA**

**CURITIBA-PARANÁ**

**2016**

**KEVIN MAURICIO MENON RIBEIRO**

**OTIMIZAÇÃO DO PROJETO DE EIXOS DE TRANSMISSÃO  
ROTATIVOS UTILIZANDO O CONCEITO DE PROJETO DE  
EXPERIMENTOS E ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho de Monografia apresentada como requisito parcial à obtenção do título Especialista em Engenharia da Confiabilidade, do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Emerson Rigoni

Co-orientador: Eng. André Luís Cerávolo de Carvalho

**CURITIBA**

**2016**

Folha destinada à inclusão da **Ficha Catalográfica** (elemento obrigatório somente para teses e dissertações) a ser solicitada ao Departamento de Biblioteca da UTFPR e posteriormente impressa no verso da Folha de Rosto (folha anterior).

Espaço destinado a elaboração da ficha catalográfica sob responsabilidade exclusiva do Departamento de Biblioteca da UTFPR.



Ministério da Educação  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
Nome do Campus

Nome da Diretoria / Coordenação / Departamento  
Preencher com o Nome do Curso



---

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

### **(A SER FORNECIDA PELA SECRETARIA DO CURSO)**

Otimização do Projeto de Eixos de Transmissão Rotativos Utilizando o Conceito de  
Projetos de Experimento e Elementos Finitos

por

Kevin Mauricio Menon Ribeiro

Esta Monografia foi apresentada em dezesseis de maio de dois mil e quinze como requisito parcial para a obtenção do título de Especialista em Engenharia da Confiabilidade. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

---

Prof. Dr. Emerson Rigoni  
Prof. Orientador

---

Prof. Ms. Carlos Henrique Mariano  
Membro titular

---

Prof. Dr. Marcelo Rodrigues  
Membro titular

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso -

## RESUMO

RIBEIRO, Kevin Mauricio Menon. **Otimização do Projeto de Eixos de Transmissão Rotativos Utilizando o Conceito de Projeto de Experimentos e Elementos Finitos**. 60 folhas. Monografia (Especialização em Engenharia da Confiabilidade) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná - campus Curitiba, 2015.

Um dos componentes mecânicos que merece destaque no projeto de máquinas são os eixos de transmissão. Estes eixos são utilizados com o intuito de transmitir o movimento de rotação e torque de um local ao outro em máquinas rotativas. Os eixos de transmissão estão submetidos a esforços de flexão, tração, compressão e torção os quais atuam de maneira isolada ou combinada. Devido a esta grande variedade de esforços, faz necessário que os projetistas levem cada vez mais em consideração a resistência a fadiga no projeto deste tipo de componente, sendo necessário avaliar a suas características através de simulações numéricas pelo Método de Elementos finitos. A combinação entre o método de elementos finitos juntamente com os conceitos provenientes de projeto de experimentos pode ser uma ferramenta eficaz na etapa de desenvolvimento de produtos. O uso de ferramentas computacionais de análise durante o projeto diminui os custos e o tempo de desenvolvimento de produto, permitindo inclusive que os projetistas avaliem os efeitos de diversos parâmetros, tais como a mudança de geometria e escolha do material, sem a necessidade da construção de protótipos físicos. O presente trabalho tem como foco realizar o projeto de um eixo de transmissão otimizado, visando maximizar o número de ciclos de vida até a falha e minimizar o gasto de material para sua fabricação. A referida otimização se dá pelo emprego dos conceitos provenientes do método de Elementos Finitos e do Projeto de Experimentos.

**Palavras-chave:** Elementos de Máquinas. Eixos. Elementos Finitos. Projeto de Experimentos. Otimização.

## ABSTRACT

RIBEIRO, Kevin Mauricio Menon. **Optimization of Rotary Drive Shafts Project Using the Design of Experiments and Finite Element Concept**. 60 folhas. Monografia (Especialização em Engenharia da Confiabilidade) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná - campus Curitiba, 2015.

One of the mechanical components worth mentioning in machine design are the shafts. The drive shafts are used in order to transmit rotational motion and torque from one location to another in rotating machinery. In real situations the drive shafts are subject to bending stress, tensile, compression and torsion which act in isolation or combination. Because of this wide variety of types of requests is necessary that designers increasingly take into account the fatigue resistance in the design of this type of component, it is necessary to evaluate its characteristics through numerical simulations by finite element method. The combination of the finite element method along with the concepts from design of experiments can be an effective tool in the product development stage. The use of computational tools of analysis during the design lowers costs and product development time, allowing even designers to evaluate the effects of various parameters such as the change of geometry and material choice, without the need to build physical prototyping. This study aims to optimize the design of a drive shaft to maximize the number of life cycles to failure and minimize the expenditure of material for their manufacture. Such optimization is through the use of concepts from the Finite Element Method and Design of Experiments.

**Keywords:** Machine elements. Shafts. Finite Element. Design of Experiments. Optimization.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Geometria do Eixo Rotativo a ser otimizado.....	14
Figura 2: Fratura por fadiga de um eixo de transmissão .....	17
Figura 3: Formação das Bandas de deslizamento e seu aspecto.....	19
Figura 4 Estágios de propagação de trinca.....	19
Figura 5: Diagrama $S-N$ traçado a partir dos resultados de fadiga axial completamente inversa. Material aço UNS G41300.....	21
Figura 6: Diagrama $\varepsilon-N$ vida sob deformação. Material aço 1020 laminado a frio. ..	22
Figura 7: Gráfico dos limites de resistência a fadiga versus resistência a tração procedentes de resultados de ensaios verdadeiros para uma grande quantidade de ferros forjados e de aços.....	23
Figura 8: Tensões cíclicas alternadas, repetidas e pulsante.....	24
Figura 9: Principais elementos tridimensionais para malhas em três dimensões.....	29
Figura 10: Relação de causa efeito entre os fatores e a resposta. ....	32
Figura 11: Fluxograma que descreve os métodos e técnicas utilizados. ....	38
Figura 12: Malha, condições de carregamento e condições de contorno para o eixo modelado nas dimensões de acordo com a figura 1 .....	40
Figura 13: Tensão equivalente de Von Mises para o eixo de acordo com as dimensões e carregamentos mostrado na figura 1.....	41
Figura 14: Deslocamento para o eixo de acordo com as dimensões e carregamentos mostrado na figura 1.. ..	41
Figura 15: Diagrama $S-N$ para o aço 1045 trefilado. ....	42
Figura 16: Diagrama $S-N$ para o aço 1020 laminado. ....	42
Figura 17: Ciclos até a falha para o eixo de acordo com as dimensões e carregamentos mostrado na figura 1.....	43
Figura 18: Valor máximo de deslocamento sofrido pelo eixo. ....	46
Figura 19: Valor mínimo de deslocamento sofrido pelo eixo.....	47
Figura 20: Magnitude dos efeitos dos fatores sobre a resposta de deslocamento...48	
Figura 21: Valor máximo da tensão equivalente de Von Mises sofrido pelo eixo...49	
Figura 22: Valor mínimo da tensão equivalente de Von Mises sofrido pelo eixo.....50	
Figura 23: Magnitude dos efeitos dos fatores sobre a resposta da Tensão Equivalente de Von Misse.....	50
Figura 24: Maior valor do número de ciclos até a falha.....	52
Figura 25: Menor valor do número de ciclos até a falha.....	52
Figura 26: Magnitude dos efeitos dos fatores sobre a resposta do número de ciclos até falha por Fadiga .....	53
Figura 27: Solução Ótima .....	56
Figura 28: Relação entre os fatores e a resposta.....	56
Figura 29: Eixo nas suas dimensões ótimas. ....	57

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Propriedades Mecânicas Aços 1020 e Aços 1045 .....	39
Quadro 2 - Fatores e seus respectivos níveis .....	39
Quadro 3 – Matriz experimental com os seus respectivos fatores .....	43
Quadro 4 – Matriz experimental com os seus respectivos fatores e resposta.....	45
Quadro 5 – Anova para a resposta de deslocamento .....	48
Quadro 6 – Anova para a resposta da tensão equivalente de Von Misses .....	51
Quadro 7– Anova para a resposta do número de ciclos até a falha.....	53



## LISTA DE ACRÔNIMOS

MEF	Método dos Elementos Finitos
DOE	<i>Desing of Experiments</i> – Projeto de Experimentos

## SUMÁRIO



<b>UTFPR</b> <small>UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ</small>	<b>16</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO	13
1.2 TEMA	14
1.3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	14
1.4 OBJETIVOS	15
1.4.1 Objetivos específicos	15
1.5 JUSTIFICATIVA	16
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO	16
<b>2 EIXOS DE TRANSMISSÃO E FADIGA</b>	<b>17</b>
2.1 EIXOS DE TRANSMISSÃO	17
2.2 FADIGA	17
2.2.1 Mecanismo de falha por Fadiga	18
2.3 MÉTODOS DA VIDA SOB FADIGA	20
2.4 LIMITES DE RESISTÊNCIA A FADIGA	22
2.5 CARREGAMENTOS EM FADIGA	24
2.6 FALHAS POR FADIGA EM EIXOS	26
<b>3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS</b>	<b>27</b>
3.1 INTRODUÇÃO	27
3.2 ETAPAS QUE ENVOLVEM UMA ANÁLISE DO MEF:	28
3.2.1 Etapa de pré-processamento	28
3.2.2 Etapa de processamento	28
3.2.3 Etapa de pós-processamento	29
3.3 GERAÇÃO DE MALHAS	29
3.4 VANTAGENS DO MEF	30
<b>4 PROJETO DE EXPERIMENTOS</b>	<b>31</b>
4.1 INTRODUÇÃO	31
4.2 OBJETIVOS DO DOE	32
4.3 CLASSIFICAÇÃO DO DOE	33
4.3.1 Projeto de Experimentos para a seleção de fatores	33
4.3.1.1 Projeto Fatorial Completo de dois níveis	34
4.3.2 Projeto de Experimentos para a Otimização da Superfície de Resposta	34
4.3.2.1 Método da superfície de Resposta	35
<b>5 METODOLOGIA</b>	<b>37</b>
5.1 MÉTODOS E TÉCNICAS UTILIZADAS	37
5.1.1 Definição dos fatores e espaço do projeto	38
5.1.2 Modelo em Elementos Finitos do Eixo de Transmissão	39

5.1.3 Definição do Projeto Experimental.....	43
<b>6 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>	<b>45</b>
6.1 INTRODUÇÃO.....	45
6.2 ANÁLISE DAS RESPOSTAS E SELEÇÃO DOS FATORES.....	46
6.2.1 Análise da resposta de deslocamento. ....	46
6.2.2 Análise da resposta da tensão equivalente de von misses.....	49
6.2.3 Análise da Resposta número de ciclos até a falha. ....	51
6.3 OTIMIZAÇÃO DO EIXO.....	54
6.4 GANHOS OBTIDOS .....	57
<b>7 CONCLUSÃO E SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>58</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>59</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Descreve-se neste capítulo os principais aspectos referentes ao projeto de eixos de transmissão procurando evidenciar o problema, o objetivo geral do presente trabalho, procurando situá-lo no contexto geral das linhas de pesquisa que dizem respeito à utilização do projeto de experimentos e no método de elementos finitos.

### 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

No contexto de competitividade em que a indústria brasileira está inserida, torna-se essencial que os produtos atinjam os níveis de qualidade demandados pelo mercado. Para isto engenheiros de produtos necessitam utilizar métodos eficazes para o desenvolvimento e otimização de produtos (BIAASEBETTI, 2013).

Um dos métodos eficazes é utilização de simulações numéricas através do Método dos Elementos Finitos para avaliar a performance e características do projeto antes da construção de um protótipo físico.

Em relação aos projetos de máquinas, tais como, compressores, bombas centrífugas e máquinas para elevação etc, um dos componentes mecânicos que merece destaque são os eixos de transmissão. Os eixos de transmissão são utilizados com o intuito de transmitir o movimento de rotação e torque de um local ao outro em máquinas rotativas.

Em situações reais os eixos de transmissão estão submetidos a esforços de flexão, tração, compressão e torção os quais atuam de maneira isolada ou combinada.

Devido a esta grande variedade de tipos de solicitações, faz necessário que os projetistas levem cada vez mais em consideração a resistência a fadiga no projeto deste tipo de componente, sendo necessário avaliar a suas características através de simulações numéricas pelo Método de Elementos finitos, sendo este ponto objeto de estudo de diversos pesquisadores tais como: GUJAR & BHASKAR (2013), ICKERT (2014), LEWANDOSKY (2013), SANTOS (2011).

Uma outra ferramenta para avaliar a performance de projetos são os Projetos de Experimento. A utilização do Projeto de Experimento pode contribuir no desenvolvimento do projeto de eixos de transmissão, através da identificação de

quais fatores e variáveis influenciam na resistência a fadiga tornando possível, desta maneira, otimizar o seu projeto.

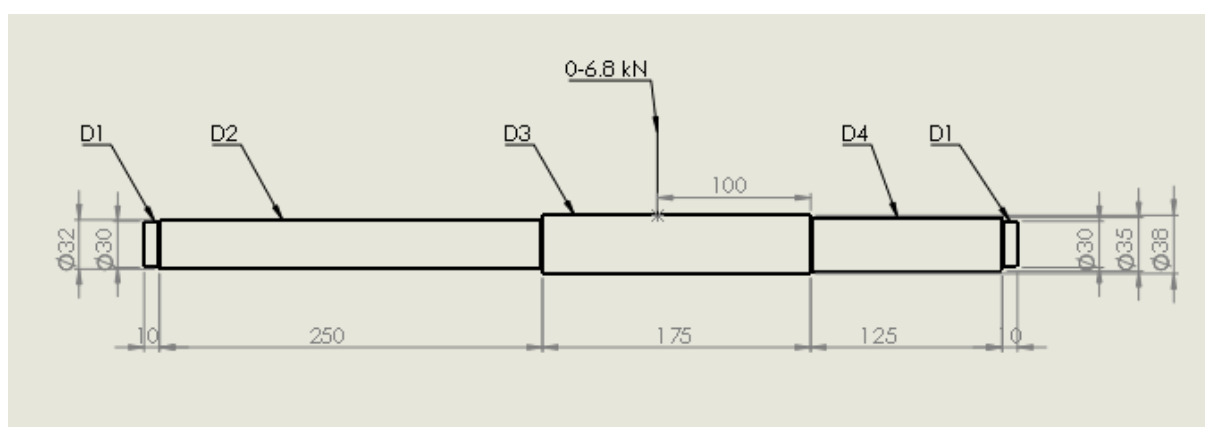
## 1.2 TEMA

O tema do presente trabalho consiste na otimização do projeto de eixos de transmissão. A otimização deste projeto envolve um comparativo entre diferentes valores de diâmetros e propriedades de materiais metálicos.

O presente trabalho também aborda o uso da metodologia do projeto de experimentos (DOE) e análise pelo método dos elementos finitos (MEF). A integração destas diferentes ferramentas permite desenvolver um trabalho mais complexo, aproveitando as vantagens que cada metodologia possui no processo de desenvolvimentos de novos produtos.

## 1.3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema consiste em determinar as seções diametrais e a seleção de material com o intuito de otimizar a vida à fadiga de um eixo de transmissão rotativo com a configuração geométrica ilustrada na figura 1.



**Figura 1: Geometria do Eixo Rotativo a ser otimizado. Fonte: autoria própria.**

Os eixo pode ser projetado com tamanhos de  $D1$ ,  $D2$ ,  $D3$ , e  $D4$  variando em 10 mm cada. O eixo deve ser confeccionado de aço e possuir uma resistência de escoamento de 300  $mPa$  e uma resistência a tração de 400  $mPa$ . O eixo também

está submetido a um carregamento cíclico repetido variando entre 0 a 6.8 kN a 235 mm da extremidade direita do eixo conforme indicado na figura 1. Os diâmetros  $D1$  correspondem as seções onde o eixo está engastado sobre os rolamentos.

## 1.4 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo principal otimizar o projeto de um eixo de transmissão visando maximizar o número de ciclos de vida até a falha e minimizar o gasto de material para sua fabricação. A referida otimização se dá pelo emprego dos conceitos provenientes do método de Elementos Finitos e do Projeto de Experimentos.

### 1.4.1 Objetivos específicos

Para que este objetivo seja alcançado, faz-se necessário o cumprimento de algumas etapas específicas.

- Realizar estudos dirigidos a assuntos pertinentes ao trabalho (fadiga, elementos finitos, projeto de experimentos etc).
- Levantar o modelo em *cad* de um eixo de transmissão para simulação computacional.
- Fazer uso da metodologia de projeto de experimento para realizar a combinação das diferentes variáveis e níveis.
- Desenvolver o modelo numérico por elementos finitos e realizar as simulações computacionais das diferentes combinações sugeridas pelo projeto de experimento.
- Verificar quais fatores que possuem maior efeito sobre o deslocamento, tensão equivalente de Von Misses e número de ciclos até a falha por fadiga com o intuito de otimizar o seu projeto.

## 1.5 JUSTIFICATIVA

A principal justificativa do objetivo principal do trabalho proposto, deve-se ao fato de que o projeto de experimentos permite em realizar um estudo simultâneo entre os múltiplos fatores que afetam o comportamento mecânico de componentes estruturais presentes em máquinas industriais.

O uso de ferramentas computacionais de análise durante o projeto diminui os custos e o tempo de desenvolvimento de produto, permitindo inclusive que os projetistas avaliem os efeitos de diversos parâmetros, tais como a mudança de geometria e escolha do material, sem a necessidade da construção de protótipos físicos (MARIN, 2009).

## 1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

No capítulo 2 apresenta uma revisão de literatura sobre aspectos referentes ao projeto de eixos de transmissão e fadiga.

No capítulo 3 apresenta uma breve revisão de literatura sobre o método de elementos finitos e simulação de fadiga computacional.

No capítulo 4 apresenta uma revisão de literatura sobre os conceitos e aplicação do projeto de experimentos.

No capítulo 5 apresenta o modelo numérico por elementos finitos através do uso do software *CosmoWorks*, os carregamentos e condições de contornos sobre o eixo de transmissão bem como o projeto de experimento realizado através do uso do software *Design Expert*.

No capítulo 6 expõem os resultados obtidos pelas simulações computacionais, a identificação de quais parâmetros afetam na resistência a fadiga e a otimização da geometria do eixo.

Por final, no capítulo 7 apresenta as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 EIXOS DE TRANSMISSÃO E FADIGA

Para que haja um entendimento completo deste trabalho, faz-se necessário, antes de mais nada, realizar um breve estudo sobre os eixos de transmissão, sobre os principais fatores que afetam o seu comportamento mecânico e sobre o fenômeno da fadiga.

### 2.1 EIXOS DE TRANSMISSÃO

De acordo com Affonso (2012) os eixos de transmissão, na grande maioria das vezes, são utilizados para suportar componentes rotativos e/ou para transmitir potência ou movimento rotativo ou axial. Os eixos trabalham em condições extremamente variáveis de ambiente e estão sujeitos a carregamentos de torção, flexão, tração e combinações entre estes. Estes carregamentos se traduzem em tensões internas que estão normalmente relacionadas com o modo de falha do eixo.

A grande maioria das falhas encontradas nos eixos é resultante de fraturas por fadiga, cuja origem usualmente encontra-se em concentrações de tensão tais como: cantos vivos, filetes, entalhes, rasgos de chaveta, defeitos de forjamento etc (AFFONSO, 2012). A figura 2 ilustra a foto de um eixo que sofreu a fratura por fadiga.



Figura 2: Fratura por fadiga de um eixo de transmissão. Fonte: Lassen & Spagnoli

### 2.2 FADIGA

De acordo com Rosa (2002) a fadiga é uma redução gradual da capacidade de carga do componente, pela ruptura lenta do material, consequência do avanço



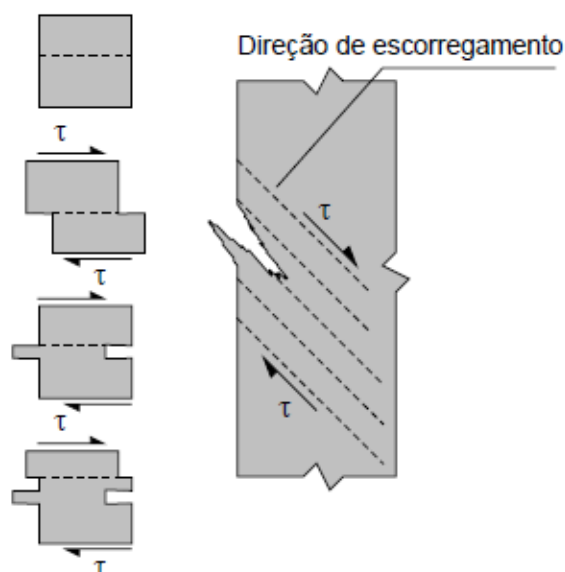
quase infinitesimal das fissuras que se formam em seu interior. Este crescimento ocorre devido a flutuações do estado de tensões no interior do material. As cargas variáveis no tempo, sejam elas cíclicas ou não, fazem que ocorram deformações plásticas variáveis também com o tempo localizadas em alguns pontos do componente. Estas deformações levam o material do componente a uma deterioração progressiva, dando origem à trinca a qual cresce até um tamanho crítico, suficiente para a ruptura final do mesmo.

### 2.2.1 Mecanismo de falha por Fadiga

As falhas por fadiga estão diretamente ligadas às deformações plásticas as quais são associadas com as tensões de cisalhamento. Em materiais policristalinos, onde os grãos possuem uma orientação aleatória dos planos atômicos como, por exemplo, os aços e ligas metálicas, a deformação plástica inicia-se nos grãos mais desfavoravelmente orientados, ou seja, em planos atômicos coincidentes ou próximos da direção da máxima tensão de cisalhamento permitindo, desta maneira, que ocorra um deslizamento entre os planos atômicos em questão (ROSA, 2002).

Estes deslizamentos que ocorrem nos grãos mais desfavoravelmente orientados, no caso de materiais dúcteis, formam os planos de deslizamento. Estes planos de deslizamento surgem já nos primeiros ciclos do carregamento. Em decorrência do prosseguimento das solicitações vão surgindo novos planos com o intuito de acomodar as novas deformações plásticas. Deste modo os conjuntos de planos de deslizamento formam uma banda de deslizamento, cuja densidade de planos vai gradativamente aumentando com o tempo (ROSA, 2002; SHIGLEY, 2004).

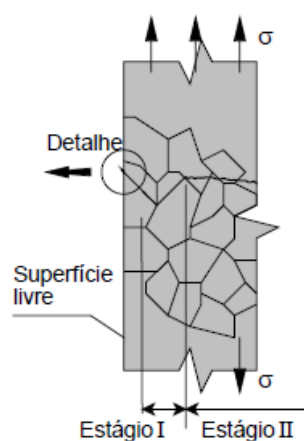
Os deslizamentos cíclicos que formam as bandas de deslizamento ocasionam na superfície da peça reentrâncias na forma de pequenas fendas superficiais chamadas intrusões e saliências de forma irregulares chamadas extrusões. A figura 3 ilustra a formação das bandas de deslizamento e seu aspecto.



**Figura 3: Formação das Bandas de deslizamento e seu aspecto. Fonte: ROSA (2002).**

Estas irregularidades formam pontos reentrantes, de concentração de tensão, que levam a formação de microtrincas. Estas microtrincas formam-se em geral nas inclusões, propagando-se paralelamente aos planos atômicos coincidentes da direção máxima tensão de cisalhamento (estágio I). As microtrincas seguem crescendo até atingir um tamanho tal que se propagam de maneira perpendicular em relação as tensões de tração atuantes no material do componente (estágio II) as quais levam a ruptura do material (ROSA, 2002).

Os estágios de propagação de trinca são ilustrados na figura 4.



**Figura 4 Estágios de propagação de trinca. Fonte: ROSA (2002)**

Rosa (2002) salienta, no entanto, que o tamanho da microtrinca responsável pela mudança do estágio I para o estágio II depende diretamente do nível de

solicitação, pois em um material altamente solicitado o material passa para o nível II com um microtrinca muito menor do que um material submetido a uma baixa solicitação.

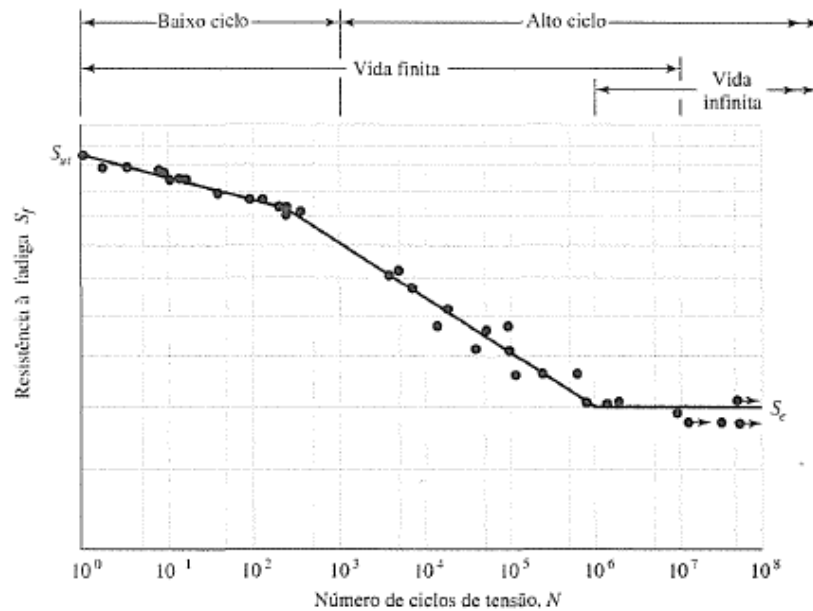
Por final, no caso de materiais frágeis e duros, como, por exemplo, ligas de alta resistência de alumínio e aço tratados para uma alta dureza, a nucleação das trincas inicia-se na interface entre matriz e as inclusões existentes formadas pelas impurezas e defeitos cristalográficos. Como a matriz não chega ser deformada plasticamente não surgem as bandas de deslizamento na superfície livre, com a nucleação iniciando mais no interior do material (ROSA, 2002).

## 2.3 MÉTODOS DA VIDA SOB FADIGA

De acordo com Shigley (2004) existem três abordagens fundamentais, existentes na literatura, utilizadas em projetos para prever quando, ou se, um componente de uma máquina irá falhar devido à fadiga em um período pré-determinado. Os três métodos são o método da vida sob tensão, método da vida sob deformação e o método da fratura linear elástica.

No método de vida sob tensão, este é baseado em níveis de tensão acompanhada com o número de ciclos para a ocorrência da falha por fadiga (ROSA, 2002).

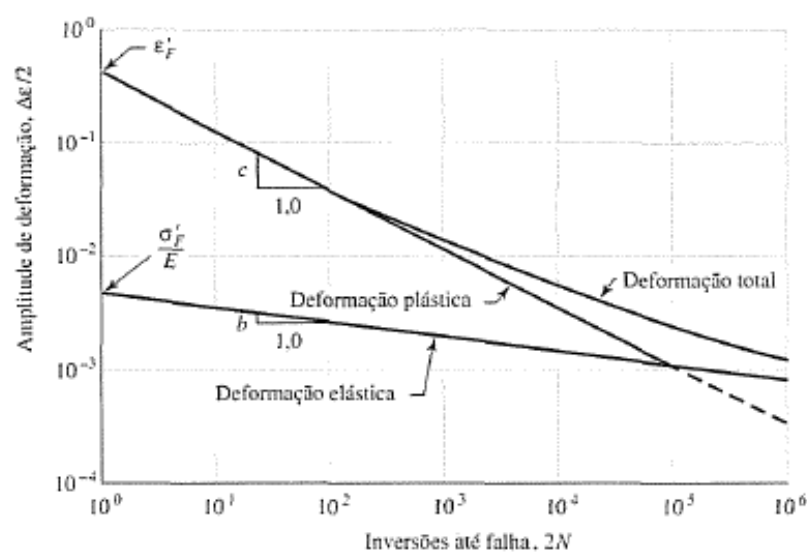
A figura 5 ilustra um diagrama da vida sob tensão, conhecido como diagrama  $S-N$ , onde o eixo da ordenadas corresponde à resistência a fadiga ( $S_f$ ) e os eixo das abscissas correspondem ao número de ciclos ( $N$ ) para a falha para cada nível de solicitação.



**Figura 5: Diagrama  $S-N$  traçado a partir dos resultados de fadiga axial completamente inversa. Material aço UNS G41300. Fonte : SHIGLEY (2004).**

No método da vida sob deformação encontra-se uma análise mais detalhada da deformação plástica em regiões onde as tensões e a deformação são consideradas para a estimativa da vida. Esse método é especialmente eficaz em aplicações que envolvem fadiga de baixo ciclo (SHIGLEY, 2004).

A figura 6 ilustra o digrama da vida sob deformação ( $\epsilon-N$ ) onde o número de ciclo até falha é relacionada com a amplitude de deformação total do material  $\Delta\epsilon/2$ .



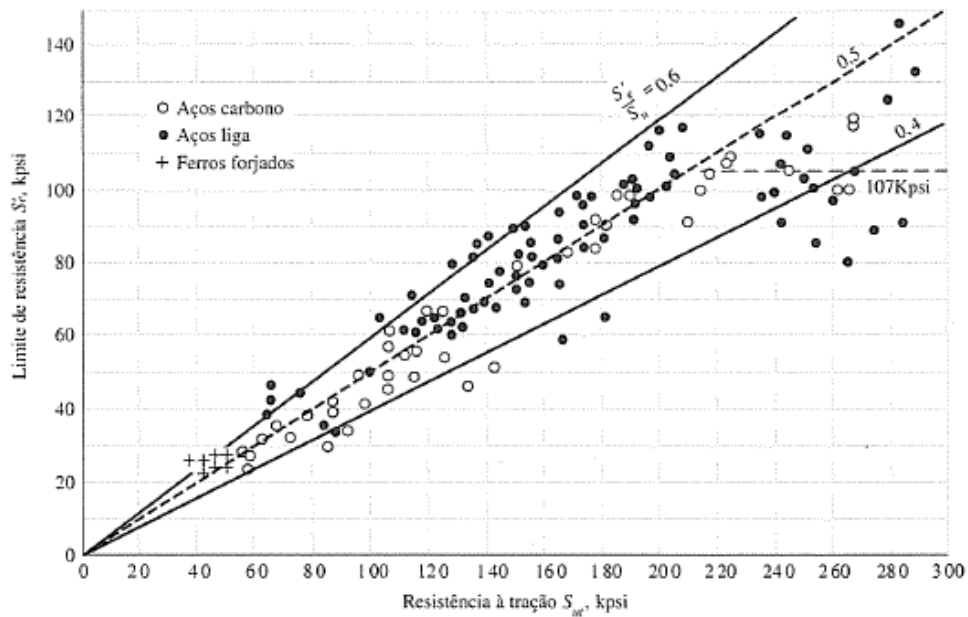
**Figura 6: Diagrama  $\epsilon - N$  vida sob deformação. Material aço 1020 laminado a frio. Fonte: SHIGLEY (2004).**

Por final, no método da mecânica da fratura linear elástica assume que uma trinca já esteja presente e tenha sido detectada. Dessa forma este método é empregado para prever o crescimento da trinca em relação à intensidade de tensão aplicada sobre o componente em estudo (SHIGLEY, 2004).

## 2.4 LIMITES DE RESISTÊNCIA A FADIGA

Para projetos preliminares, bem como para análise de falhas, existe a necessidade de utilizar um método rápido para a estimativa dos limites de resistência a fadiga (NORTON, 2009).

Existem muitos dados na literatura sobre os resultados provenientes de ensaios em vigas rotativas e de ensaios de tração simples de amostras tomados na mesma barra ou lingote (SHIGLEY, 2004). Traçando estes dois resultados, como mostrado na figura 7, é possível determinar se existe alguma relação entre estes dois conjuntos de resultados, onde:  $(S'_e)$  é o limite de resistência a fadiga e  $(S_{ut})$  é a resistência a tração.



**Figura 7: Gráfico dos limites de resistência a fadiga versus resistência a tração procedentes de resultados de ensaios verdadeiros para uma grande quantidade de ferros forjados e de aços. Fonte: SHIGLEY (2004).**

O gráfico da figura 7 sugere que os limites de resistência varia entre cerca de 40% a 60% da resistência a tração para aços com  $S_{ut}$  de 212 kpsi (1460 Mpa) aproximadamente. A partir deste valor, o espalhamento dos resultados começa a aumentar, mas a tendência parece equiparar-se, como sugerido pela linha horizontal tracejada em  $S'_e$  de 107 kpsi ( 740 Mpa).

Mischke (1987) *apud* Shigley (2004) analisou um grande número de dados provenientes de ensaios e conclui que o limite de resistência a tração pode, de fato, estar relacionada com a resistência a tração. Para aços a relação é:

$$S'_e = \left\{ \begin{array}{ll} 0,504S_{ut} & S_{ut} \leq 212kpsi \\ 107kpsi & S_{ut} > 212kpsi \\ 740Mpa & S_{ut} > 1460kpsi \end{array} \right\} \quad (1)$$

## 2.5 CARREGAMENTOS EM FADIGA

De acordo com Norton (2006) as típicas funções do tempo as quais as máquinas rotativas estão submetidas podem ser modeladas de acordo com a figura 8.

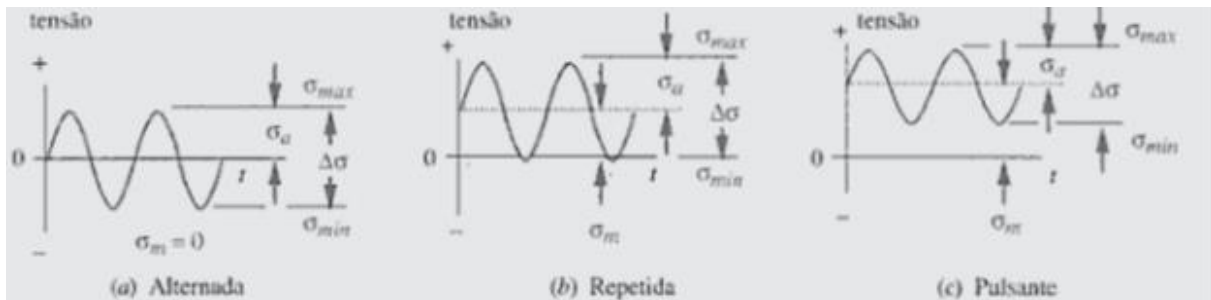


Figura 8: Tensões cíclicas alternadas, repetidas e pulsante. Fonte: NORTON (2006).

De acordo com a figura 8, o caso (a) mostra-se um caso totalmente reverso para qual o valor médio é zero. O caso (b) mostra-se um caso de tensão no qual a curva estende-se de zero para um valor máximo com um valor médio igual ao componente alternado, e por último, no caso (c) mostra-se uma versão dos casos mais gerais (chamado tensão pulsante) com todos os valores dos componentes diferentes de zero (SANTOS, 2011).

Ainda de acordo com a figura 8, pode-se escrever que o limite de tensão é definido como:

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} \quad (2)$$

A componente alternada pode ser escrita como:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (3)$$

e a componente média é definida como:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad (4)$$

Com isto pode-se destacar duas razões formadas

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (5)$$

e

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad (6)$$

A partir das equações (5) e (6) torna-se possível concluir que a tensão é totalmente alternada quando ( $R = -1$ ) e ( $A = \infty$ ), a tensão é repetida quando ( $R = 0$ ) e ( $A = 1$ ) e, por final, a tensão é pulsante quando ( $0 \leq R \leq 1$ ) e ( $1 \leq A \leq \infty$ ) (SANTOS, 2011).

Vale destacar que na utilização direta da curva  $S-N$  de qualquer material o valor da componente alternada ( $\sigma_a$ ) pode ser usada diretamente somente se a componente média ( $\sigma_m$ ) for igual a zero, caso contrário, torna-se necessário encontrar um valor de amplitude de tensão alternada equivalente ( $\sigma_{aeq}$ ), isto é, um valor onde a tensão medial é igual a zero (SANTOS, 2011).

De acordo com Shigley (2004) as quatro formulações mais utilizadas para a obtenção da amplitude de tensão são apresentadas pelas equações (7), (8), (9) e (10).

- Soderbeg (EUA, 1930)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{aeq}} + \frac{\sigma_m}{S_{yt}} = 1 \quad (7)$$

- Goodman (Inglaterra, 1889)



$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{aeq}} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = 1 \quad (8)$$

- Gerber (Alemanha, 1874)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{aeq}} + \left( \frac{\sigma_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1 \quad (9)$$

- Morrow (Alemanha, 1874)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{aeq}} + \frac{\sigma_m}{S_r} = 1 \quad (10)$$

Onde ( $S_{yt}$ ) é a tensão de escoamento, ( $S_{ut}$ ) é o limite de resistência a tração e  $S_r$  é o limite de resistência a ruptura.

## 2.6 FALHAS POR FADIGA EM EIXOS

De acordo com Affonso (2012) a fadiga inicia-se em uma região tracionada do eixo. Em casos de flexão unidirecional (o eixo suporta cargas em uma única direção) a trinca normalmente se inicia em um concentrador de tensão, o qual possibilita que a propagação de trincas seja mais rápida nas suas proximidades.

A carga cíclica que causa uma ruptura de eixo de um equipamento rotativo por fadiga pode ou não estar relacionado à rotação do eixo e às cargas de trabalhos normais. Se a frequência de aplicação da carga for igual à rotação do eixo, em pouco tempo o eixo vai percorrer um número de rotações suficientes para romper por fadiga.

### 3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Neste capítulo é apresentada uma breve revisão de literatura sobre a aplicação do método de elementos finitos, sobre as suas vantagens e desvantagens e, por final, sobre as características gerais dos programas computacionais de elementos finitos presente no mercado.

#### 3.1 INTRODUÇÃO

O método de elementos finitos é um método numérico para resolver problemas típicos de engenharia, tais como: problemas estruturais, de transferência de calor, mecânica dos fluidos, transportes de massa e eletromagnetismo (NORTON, 2006).

Para problemas envolvendo geometrias, propriedades e carregamentos complexos, geralmente não é possível obter soluções matemática analíticas. Estas são dadas por expressões matemáticas que retornam valores desejados de quantidades físicas desconhecidas em qualquer local de um corpo, como estruturas ou um sistema físico de interesse, e são, portanto, válidos por um número infinito de locais do corpo. Estas soluções analíticas exigem geralmente a solução de equações diferenciais ordinárias ou parciais, as quais, devido à existência de geometrias e carregamentos complexos não são geralmente obtidas. Assim, torna-se necessário o uso dos métodos numéricos, tais como o método dos elementos finitos, para soluções aceitáveis. A formulação de elementos finitos do problema resulta em um sistema de equações algébricas simultâneas de soluções, em vez de exigir a solução de equações diferenciais, produzindo valores aproximados das incógnitas em números discretos de pontos em um corpo contínuo. Assim, o processo de modelagem de um corpo se dá dividindo-o em um sistema equivalente de pequenos corpos (elementos finitos), interligados entre pontos em comum entre dois ou mais elementos. No método de elementos finitos, se formulam equações para cada elemento as quais são combinadas posteriormente com o intuito de encontrar a solução do corpo inteiro (LOGAN, 2007).

De maneira resumida, as soluções para problemas estruturais referem-se na determinação do deslocamento em cada nó do elemento e nas tensões no interior

de cada elemento que compõem a estrutura que é submetida à carga aplicada. Em problemas não estruturais podem ser, por exemplo, temperaturas ou pressões decorrentes de fluxos térmicos ou de fluídos.

Vale ressaltar, que neste trabalho não irá focar no método de elementos finitos (MEF), mas sim na sua aplicação que será realizado através do uso de softwares comerciais. Qualquer tópico que seja necessária a apresentação de formulas ou métodos serão apresentados com uma breve teoria.

### 3.2 ETAPAS QUE ENVOLVEM UMA ANÁLISE DO MEF:

De acordo com Moaveni (1999) *apud* Javarez (2013) existem três etapas envolvidas em uma análise de elementos finitos, são: as etapas pré-processamento, processamento e pós-processamento as quais serão detalhadas a seguir:

#### 3.2.1 Etapa de pré-processamento

Esta fase é caracterizada por:

- Criar e discretizar o domínio no MEF, ou seja, ao modelá-lo, subdividir o problema em nós e elemento;
- Assumir uma função de forma para representar o comportamento físico de cada elemento, ou seja, uma função de aproximação contínua e assumida para representar a solução do elemento;
- Desenvolver equações para um elemento
- Juntar os elementos para representar o problema inteiro. Construir a matriz de rigidez global.
- Aplicar condições de contorno, condições iniciais e carregamento.

#### 3.2.2 Etapa de processamento

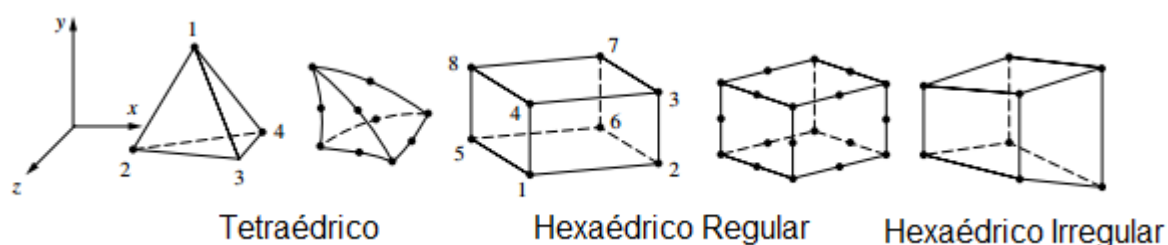
Esta etapa tem como objetivo resolver simultaneamente o conjunto de equações algébricas lineares para se obter soluções nodais, como valores de deslocamentos de diferentes nós, tensões, temperaturas, frequências nodais etc.

### 3.2.3 Etapa de pós-processamento

Nesta etapa obtêm-se as informações, tais como distribuição de pressão, tensão mecânica, tensão equivalente de Von Misses, deslocamentos, deformação mecânica, temperatura e outros parâmetros importantes em forma de gráfico ou tabelas.

## 3.3 GERAÇÃO DE MALHAS

De acordo com Javarez (2013) em modelagens de sólidos a partir do MEF, os softwares comerciais, na sua grande maioria, realizam cálculos em uma série de locais distintos dentro do domínio. O objetivo é decompor o domínio em uma malha com um número adequado de elementos para um resultado preciso. De acordo com Logan (2007) os principais elementos para construir uma malha em três dimensões são apresentados na figura 9.



**Figura 9: Principais elementos tridimensionais para malhas em três dimensões. Fonte: LOGAN (2007).**

Javarez (2007) ressalta que a malha tem um papel significativo na precisão e estabilidade do cálculo numérico, o autor ainda salienta que para se ter uma boa malha é necessário possuir três componentes: uma distribuição apropriada da malha e, por último, uma boa qualidade da malha. Pode-se dizer que os dois primeiros componentes dependem do processo de malha a ser utilizado, tais como funções avançadas de geração de malhas, métodos específicos de criação e locação de malhas, refinamento local, etc, as quais são recursos disponíveis pela grande

maioria dos softwares comerciais. Já o terceiro componente é dependente dos dois primeiros.

### 3.4 VANTAGENS DO MEF

Como mencionado anteriormente o MEF tem sido aplicado atualmente em um vasto número de problemas sejam eles estruturais ou não. Este método tem um número grande de vantagens, que segundo Logan (2007), torna o mesmo muito popular. Estas vantagens incluem a habilidade de:

- Modelar corpos de formato irregular com bastante facilidade;
- Trabalhar com condições de cargas em geral sem dificuldades;
- Modelar corpos compostos de vários materiais diferentes, por que as equações dos elementos são avaliadas individualmente;
- Capacidade de trabalhar com um número ilimitado e tipos de condições de contorno;
- Facilidade para alterar o tipo de elemento de maneira rápida e barata;
- Incluir efeitos dinâmicos;
- Trabalhar com comportamentos não lineares e materiais não lineares;

O método de elementos finitos em análise estrutural permite o projetista detectar problemas de deformações, vibrações e problemas térmicos durante o processo de projeto e avaliar mudanças antes de construir um protótipo. No entanto, é necessário que o projetista tenha um conhecimento do método e das suas características para garantir uma confiança e aceitabilidade do modelo.

## 4 PROJETO DE EXPERIMENTOS

Descreve-se neste capítulo os principais aspectos referentes ao projeto de experimentos, os seus objetivos e os seus tipos. Vale salientar, que os conceitos abordados neste capítulo são baseados nas considerações presentes nos seguintes manuais e autores: *Engineering Statistics Handbook*, *Reliasoft Experiment Design & Analysis Reference* e Antony (2003).

### 4.1 INTRODUÇÃO

Muito dos conhecimentos de produtos e processos de engenharia são provenientes de dados experimentais. Um experimento é uma série de ensaios conduzidos de maneira sistemática, que tem como objetivo principal entender um processo já existente ou explorar a performance técnica de novos produtos e processos. O Projeto de Experimentos, conhecido como *Design of Experiments-DOE*, é uma ferramenta que desenvolve uma estratégia para experimentação que maximiza o conhecimento de engenharia utilizando o mínimo de recursos.

O Projeto de Experimentos envolve a compressão dos efeitos de diferentes variáveis sobre outra variável. Em termos técnicos, o objetivo principal do DOE é estabelecer uma relação de causa e efeito entre um número de variáveis independentes e uma variável dependente. A variável dependente, dentro do contexto do DOE, é chamada de resposta ou saídas, e as variáveis independentes são chamadas de fatores ou entradas. Os experimentos, por sua vez, podem ser executados em diferentes níveis de valores dos fatores. Na Figura 10 ilustra a relação de causa e efeito entre as variáveis dependentes (saídas) e independentes (entradas)

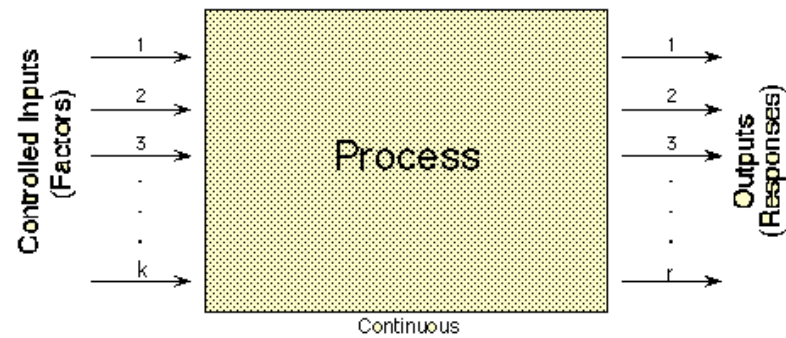


Figura 10: Relação de causa efeito entre os fatores e a resposta.  
Disponível: <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>

Cada execução de um experimento relaciona a combinação de dois níveis de fatores, e cada uma das combinações é referido como sendo um tratamento. Quando os mesmos números de observações são tomados a partir da resposta para cada um dos tratamentos o experimento é dito como sendo equilibrado. As observações repetidas em um determinado tratamento são chamadas repetições.

O número de tratamentos de um experimento é determinado com base nos níveis dos fatores sendo investigados. Por exemplo, se um experimento deve ser executado envolvendo dois fatores, com o primeiro fator possuindo  $m$  níveis e o segundo possuindo  $n$  níveis, então as  $m \times n$  combinações de tratamento podem ser executadas. Se todas as  $m \times n$  combinações de tratamento são executadas o experimento é dito como sendo um fatorial total. Se somente algumas das  $m \times n$  combinações de tratamentos são executadas o experimento é dito como sendo um fatorial fracionado. Em experimentos fatoriais totais, todos os fatores e interações podem ser investigados, enquanto que em experimentos fatoriais fracionado alguns tratamentos deixam de ser investigados (*Reliasoft Experiment Desing & Analysis Reference*).

## 4.2 OBJETIVOS DO DOE

Em geral o Projeto de Experimentos possui os seguintes objetivos (*Engineering Statistics Handbook*):

- Determinar as principais causas de variação das respostas de um sistema;

- Encontrar condições dos fatores que permitem otimizar as respostas de um sistema.
- Comparar as respostas de um sistema obtidas em diferentes configurações dos fatores;
- Obter um modelo matemático do sistema em estudo com o intuito de prever respostas futuras.

### 4.3 CLASSIFICAÇÃO DO DOE

O Projeto de Experimento possui as seguintes classificações de acordo com a sua aplicação (Antony,2003; *Engineering Statistics Handbook*):

- Para comparação;
- Para seleção de fatores;
- Para a otimização da superfície de resposta;
- Para produtos ou processos robustos;
- Para testes de vida e determinação da confiabilidade;
- Para experimentos que possuem restrições nos fatores e nas respostas;

Este trabalho irá focar-se apenas nos Projetos de Experimentos para a seleção de fatores e para a otimização da superfície de resposta.

#### 4.3.1 Projeto de Experimentos para a seleção de fatores

Em experimentos fatoriais, múltiplos fatores são investigados simultaneamente durante o teste. O objetivo do Projeto de Experimentos para a seleção de fatores é identificar quais os fatores que possuem efeitos significantes nas respostas, bem como investigar os efeitos das interações entre os fatores. O projeto de experimentos para a seleção de fatores, podem ser: Projeto Fatorial Completo de  $N$  Níveis, Projeto Fatorial Completo de 2 Níveis, Projeto Fatorial Fracionado de  $N$  níveis, Projeto Fatorial Fracionado de 2 níveis, Projeto Fatorial Plackett-Burman, Projeto Fatorial Taguchi. Neste trabalho apenas será abordado o



Projeto Fatorial Completo de 2 níveis (*Reliasoft Experiment Desing & Analysis Reference*).

#### 4.3.1.1 Projeto Fatorial Completo de dois níveis

O projeto fatorial de dois níveis ou projeto  $2^k$  é uma categoria especial de projetos fatoriais onde todos os fatores apenas tem dois níveis. Neste tipo de projeto são requeridos  $k$  fatores para  $2^k$  execuções para apenas uma repetição. Por exemplo, projeto fatorial de dois níveis com quatros fatores será requerido  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$  execuções (*Reliasoft Experiment Desing & Analysis Reference*).

#### 4.3.2 Projeto de Experimentos para a Otimização da Superfície de Resposta

O projeto fatorial de dois níveis ajuda identificar quais fatores afetam significativamente à resposta. Uma vez que estes fatores são identificados, o próximo passo é determinar a melhor configuração desses fatores que resultam em um valor ótimo da resposta. Este método em questão é exclusivamente usado para examinar a superfície, ou a relação entre a resposta e os fatores que afetam a resposta (*Reliasoft Experiment Desing & Analysis Reference*).

O projeto de experimentos para otimização da superfície de resposta envolve os seguintes passos (*Reliasoft Experiment Desing & Analysis Reference; Engineering Statistics Handbook*):

1. Faz necessário movimentar-se das condições de operações atuais para as condições próximas ou em sua vizinhança onde a resposta é ótima. Isto é feito pelo método da ascensão acentuada (steepest ascent) no caso quando se deseja maximizar a resposta, ou ainda, pelo método do declínio acentuado (steepest descente) quando é desejado minimizar a resposta.
2. Uma vez que que nas proximidades da resposta ótima faz necessário ajustar um modelo mais elaborado entre as a respostas e o modelo. Para

isto usa-se projetos de experimentos especiais conhecidos como Método da Superfície de Resposta. Estes modelos são utilizados para resultar em valores máximos ou mínimos da resposta.

3. É possível que uns certos números de respostas devem ser otimizados ao mesmo tempo. Por exemplo, quando se quer maximizar uma resposta e minimizar outra resposta. Os melhores ajustes para cada uma das respostas podem levar a conflitos de configurações dos fatores. Uma configuração equilibrada deve ser encontrada no intuito de apresentar valores mais adequados para todas as respostas.

#### 4.3.2.1 Método da superfície de Resposta

No projeto de Experimentos para a Otimização da Superfície de Resposta, geralmente é utilizado modelos de regressão de segunda ordem, isto deve-se ao fato, que perto da solução ótima um modelo de primeira ordem deixa de ser adequado. O modelo de segunda ordem para  $k$  fatores segue a seguinte forma (*Reliasoft Experiment Desing & Analysis Reference*):

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + \beta_{11} x_1^2 + \dots + \beta_{kk} x_k^2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \dots + \beta_{k-1,k} x_{k-1} x_k + \varepsilon \quad (11)$$

Este modelo contém  $p = (k + 1)(k + 2) / 2$  parâmetros de regressão que incluem os coeficientes para os efeitos dos fatores principais  $(\beta_1, \beta_2 \dots \beta_k)$ , coeficientes quadráticos dos fatores dos efeitos principais  $(\beta_{11}, \beta_{22} \dots \beta_{kk})$  e o coeficientes dos efeitos das interações entre dois fatores  $(\beta_{12}, \beta_{13} \dots \beta_{k-1,k})$ . Em um projeto fatorial completo com todos os fatores em três níveis iria fornecer estimativas de todos os parâmetros de regressão necessários. No entanto, projetos fatoriais completos em três níveis se tornam mais caros devido ao número de execução de tratamentos aumentar rapidamente com o número de fatores envolvidos no experimento. Portanto, como proposta para a análise do Método de Superfície de Resposta, são usados modelos de projeto de experimentos especiais que se

ajustam a um modelo de segunda ordem com a utilização de poucos recursos. Exemplos deste tipo de projeto de experimentos são os projetos *Central Composite* e os projetos *Box-Behnken*. Vale salientar que neste trabalho se fara a aplicação do projeto *Central Composite*. Uma análise mais detalhada sobre o a formulação matemática e estatística do método do projeto *Central Composite* pode ser encontrado em: Reliasoft Experiment Desing & Analysis Reference e Antony (2003).

## 5 METODOLOGIA

Neste capítulo é descrito, em detalhes, a aplicação do referencial teórico descritos nos capítulos 1, 2 e 3 com o intuito de se cumprir o objetivo principal do presente trabalho.

### 5.1 MÉTODOS E TÉCNICAS UTILIZADAS

Para a realização da otimização do eixo de transmissão rotativo exposto no problema na seção 1.3, primeiramente fez necessário definir quais eram os fatores e espaço de projetos. Posteriormente foi concebido o modelo em *Cad* e construído o modelo numérico por elementos finitos do eixo exposto na figura 1. Com a definição dos fatores e espaço de projeto e juntamente com o modelo em *Cad*, foi possível realizar o projeto experimental e executar as simulações numéricas por elementos finitos para cada observação sugerida pelo projeto experimental. Como resultado ou resposta das simulações numéricas foram capturados os valores máximos de deslocamento, tensão equivalente de Von-Misses e o número de ciclos para falha em fadiga decorrentes do carregamento agindo sobre o eixo.

Em relação a análise das respostas obtidas primeiramente realizou-se uma análise para selecionar quais fatores afetam diretamente a resposta e sua respectiva influência física obtidas através das simulações. Após realizado esta etapa, foi possível realizar a otimização dos fatores mais significativos e conseqüentemente otimizar a geometria do eixo com o intuito de maximizar o número de ciclos até falha por fadiga.

Na figura 11 ilustra o fluxograma que descreve, de maneira resumida, os métodos e técnicas utilizados no presente trabalho.

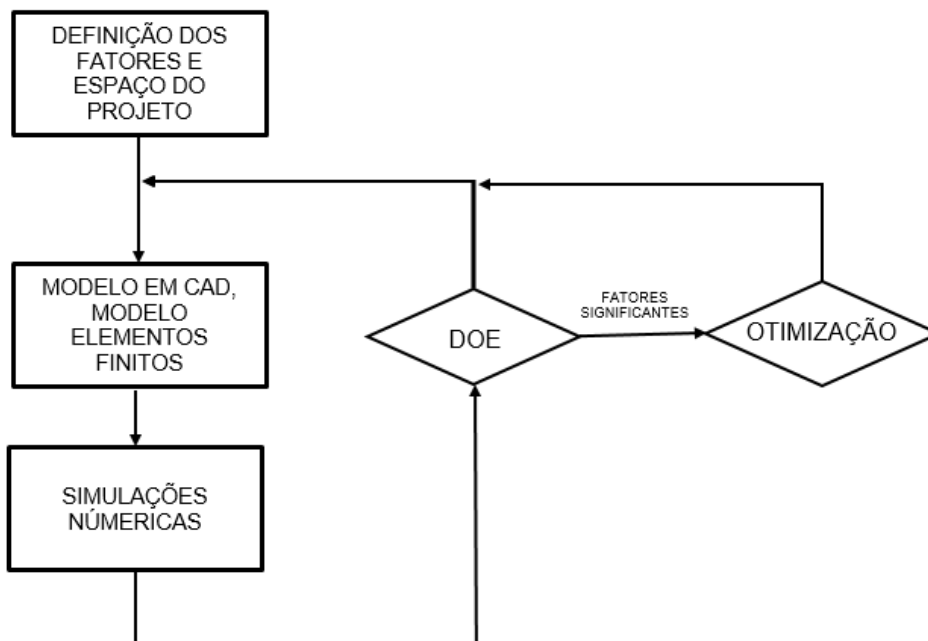


Figura 11: Fluxograma que descreve os métodos e técnicas utilizados. Fonte: Autoria Própria.

### 5.1.1 Definição dos fatores e espaço do projeto

Os fatores de projeto selecionados foram os diâmetros  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$ ,  $D_4$ , e a escolha do material.

Foram selecionados dois níveis para cada fator. Para os diâmetros decidiu-se variar em 10 milímetros cada um. Já em relação a escolha de material devido as exigências do projeto, decidiu selecionar um aço de baixa de resistência e alta resistência. O aço de baixa resistência selecionado foi aço 1020 laminado e o aço de alta resistência foi o aço 1045.

No quadro 1 mostram as propriedades mecânicas dos aços 1020 laminado e do aço 1045 trefilado respectivamente.

**Quadro 1 – Propriedades Mecânicas Aços 1020 e Aços 1045**

Propriedades Mecânicas		
Propriedades	Aço 1020 laminado	Aço 1045
Limite de escoamento (Mpa)	530	351,7
Resistência a Tração (Mpa)	625	420,5
Modulo de Elasticidade (Mpa)	2050000	200000
Coefficiente de Poisson	0,29	0,29

Fonte: Solidworks Material Library

No quadro 2 mostra os fatores, com seus respectivos níveis para o eixo de transmissão rotativo da figura 1.

**Quadro 2 - Fatores e seus respectivos níveis**

Fatores	Níveis	Valores
Diâmetro $D1$	Baixo	20
	Alto	30
Diâmetro $D2$	Baixo	32
	Alto	42
Diâmetro $D3$	Baixo	38
	Alto	48
Diâmetro $D4$	Baixo	35
	Alto	45
Material	Baixo	1020
	Alto	1045

Fonte: Autoria Própria

### 5.1.2 Modelo em Elementos Finitos do Eixo de Transmissão

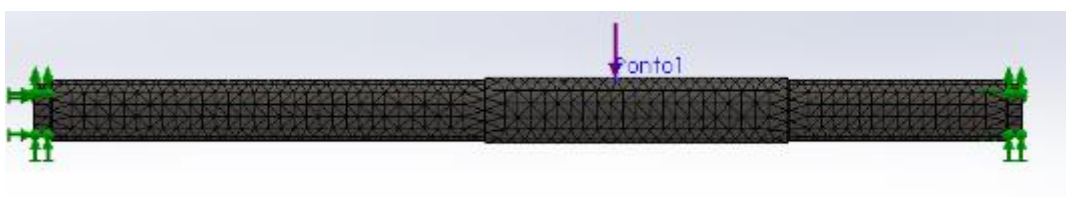
O modelo em elementos finitos do eixo representado pela figura 1 foi realizado através do software comercial CosmoWorks em conjunto com Software Solidworks para a construção de modelos em Cad.

Para o processo de modelamento em elementos finitos para o eixo em questão foi utilizado uma malha sólida com elementos tetraédricos. A malha foi gerada através do gerenciador automático de malhas no CosmoWorks. O tamanho do elemento tetraédrico utilizado foi de 7,68mm.

Em relação as condições de contorno, as mesmas foram inseridas nas extremidades das faces do eixo, as quais estão em contato com rolamento e, portanto, possui deslocamento prescrito nulo em todos os seus graus de liberdade nas direções cartesianas  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

A condição de carregamento foi aplicada de acordo com a especificação do problema na seção 1.3.

Na Figura 12 é mostrada a malha utilizadas, as condições de carregamento indicada pela seta rocha e, por final, das condições de contorno indicada pela setas verdes, para o eixo modelado nas dimensões de acordo com a figura 1.

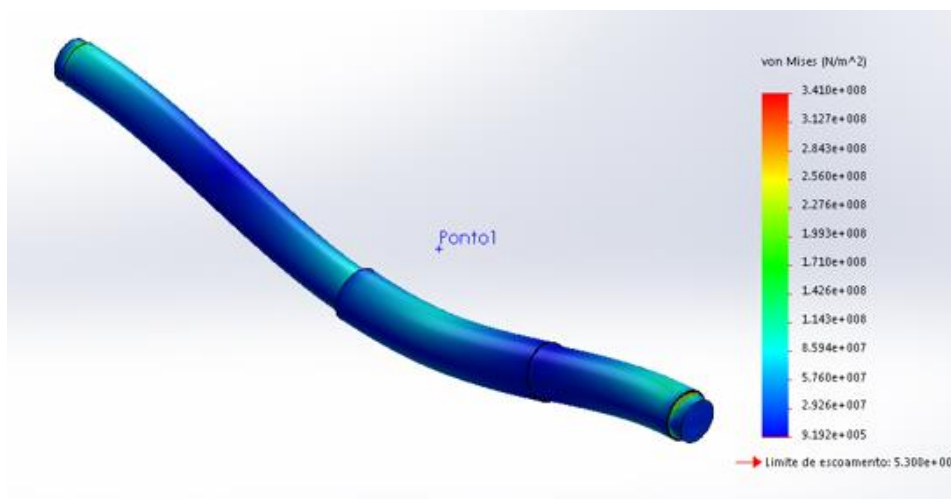


**Figura 12: Malha, condições de carregamento e condições de contorno para o eixo modelado nas dimensões de acordo com a figura 1 Fonte: Autoria Própria.**

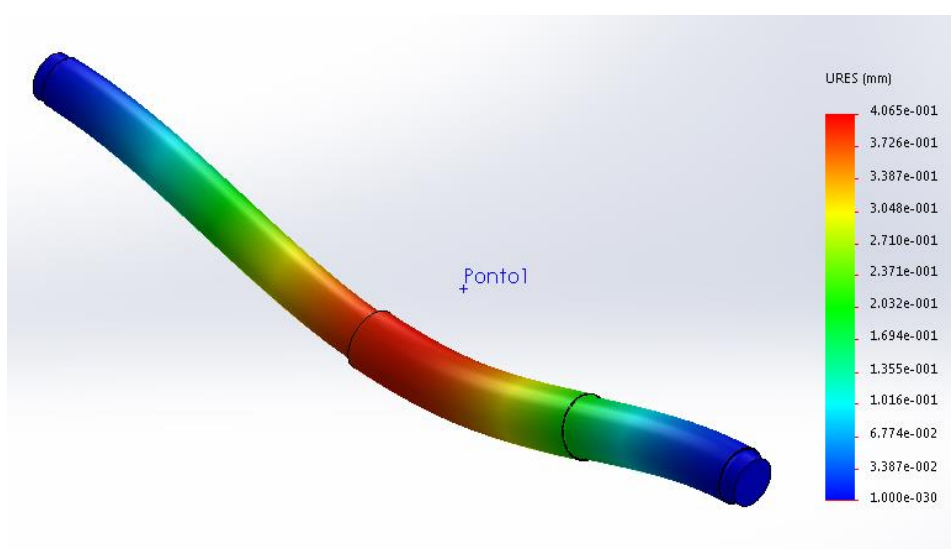
Vale salientar, devido ao projeto fatorial completo de dois fatores, como será mostrada nas próximas, as combinações entre os fatores geraram valores diferentes de números de elementos para cada observação.

Em relação a simulação a mesma foi realizada em duas etapas.

A primeira etapa, diz respeito a execução de uma simulação estática com o intuito de capturar os valores máximo da tensão equivalente de Von-Misses e o deslocamento sofridos pelo eixo. As figuras 13 e 14 mostram os valores das tensões de von-misses e de deslocamento respectivamente para o eixo de acordo com as dimensões e carregamentos mostrados na figura 1 e com o aço 1045.



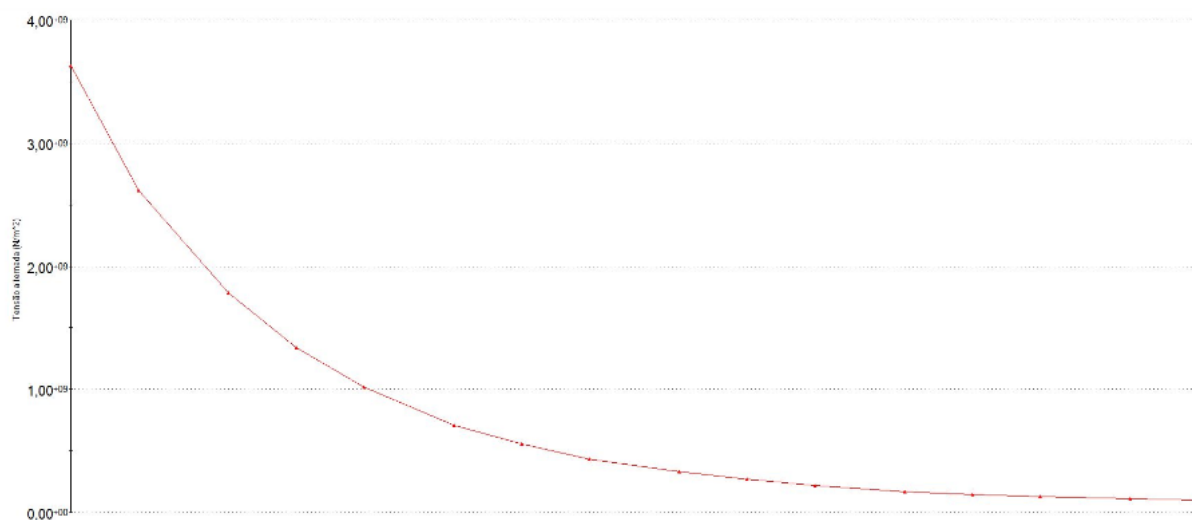
**Figura 13: Tensão equivalente de Von Mises para o eixo de acordo com as dimensões e carregamentos mostrado na figura 1. Fonte: Autoria Própria.**



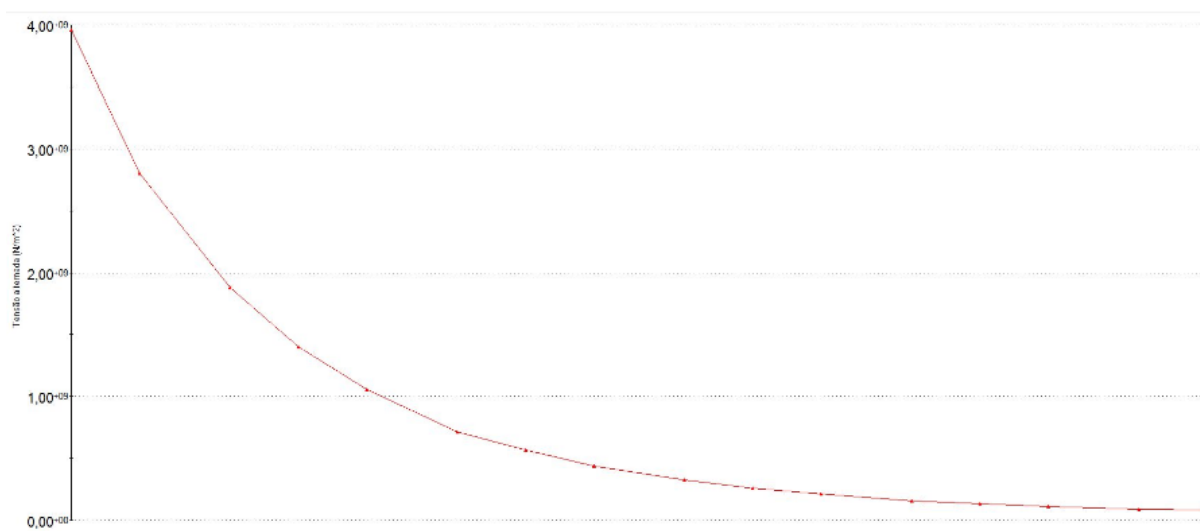
**Figura 14: Deslocamento para o eixo de acordo com as dimensões e carregamentos mostrado na figura 1. Fonte: Autoria Própria.**

A segunda etapa diz respeito a simulações por fadiga com o intuito de capturar o número de ciclos até a falha por fadiga. Vale ressaltar, que para esta simulação para a correção da tensão média foi utilizado o critério de Goodman equação 8 exposto na seção 2.5. Também utilizou-se o método da vida sob tensão exposta na seção 2.3. Como definido na seção 5.1.1 a utilização dos aço 1045 trefilado e aço 1020 laminado, as figuras 15 e 16 ilustram o gráfico  $S-N$  para ambos os materiais respectivamente, que foram obtidos a partir da biblioteca de materiais do software Solidworks.



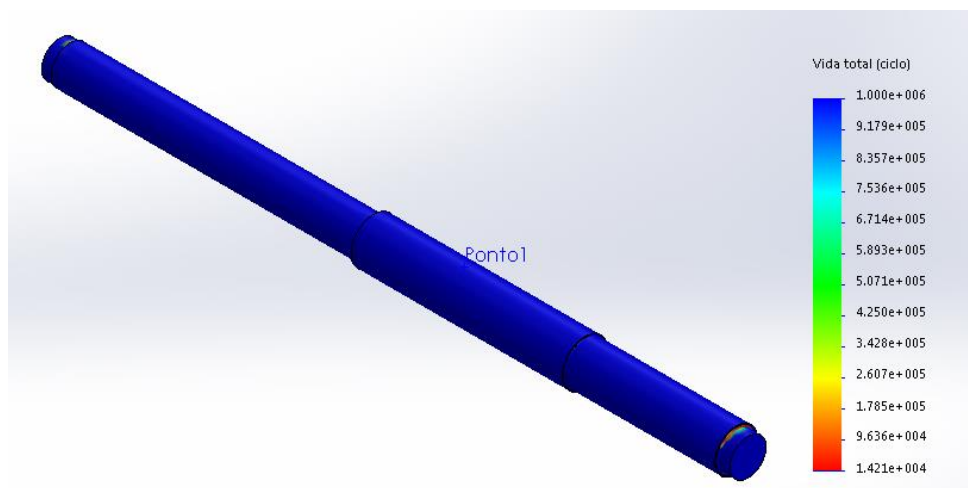


**Figura 15: Diagrama  $S - N$  para o aço 1045 trefilado. Fonte: Solid Works Library.**



**Figura 16: Diagrama  $S - N$  para o aço 1020 laminado. Fonte: Solid Works Library.**

Por final, a figura 16 mostra os valores de ciclo até a falha para o eixo de acordo com as dimensões e carregamentos mostrados na figura 1 e com o aço 1045.



**Figura 17: Ciclos até a falha para o eixo de acordo com as dimensões e carregamentos mostrado na figura 1. Fonte: Autoria Própria.**

Dando continuidade ao trabalho, nas próximas seções é mostrada a definição do projeto experimental e os resultados obtidos a partir dele.

### 5.1.3 Definição do Projeto Experimental

De acordo com os fatores estabelecidos expostas na tabela 2 decidiu-se realizar um projeto fatorial completo de dois níveis. O projeto fatorial completo foi construído através da utilização do Software Design Expert 9. Como consiste em 5 fatores faz necessário realizar trinta e duas execuções de simulações numéricas entre as diversas combinações entre os fatores.

No quadro 3 é exposta a matriz experimental com os seus respectivos fatores em dois níveis para a execução das simulações numéricas

**Quadro 3 – Matriz experimental com os seus respectivos fatores**

Ordem	Fatores				
	D1	D2	D3	D4	Material
1	40	32	38	45	Aço 1045
2	30	42	48	35	Aço 1045
3	30	32	38	45	Aço 1045
4	30	42	38	35	Aço 1020
5	30	32	38	35	Aço 1045
6	40	32	38	35	Aço 1020
7	30	42	48	45	Aço 1045

8	40	32	48	35	Aço 1020
9	40	42	38	45	Aço 1020
10	40	42	48	45	Aço 1020
11	30	32	48	35	Aço 1020
12	40	42	38	45	Aço 1045
13	30	42	38	45	Aço 1045
14	40	42	38	35	Aço 1020
15	40	32	38	45	Aço 1020
16	40	42	38	35	Aço 1045
17	40	42	48	35	Aço 1020
18	40	32	38	35	Aço 1045
19	30	32	38	45	Aço 1020
20	40	32	48	35	Aço 1045
21	30	42	38	35	Aço 1045
22	30	32	38	35	Aço 1020
23	40	32	48	45	Aço 1045
24	40	42	48	45	Aço 1045
25	30	32	48	45	Aço 1020
26	40	32	48	45	Aço 1020
27	30	42	48	45	Aço 1020
28	30	42	38	45	Aço 1020
29	30	32	48	45	Aço 1045
30	30	42	48	35	Aço 1020
31	40	42	48	35	Aço 1045
32	30	32	48	35	Aço 1045

Fonte: Autoria Própria

Vale ressaltar que o projeto fatorial completo de dois níveis tem como intuito identificar quais fatores que afetam nas respostas, como já dito anteriormente, tensão de equivalente de Von Misses, deslocamento e número de ciclos até por fadiga. Após identificado os fatores mais significativos foi utilizado o método da superfície da resposta utilizando o projeto experimental *Central Composite* para maximizar o número de ciclos até falha por fadiga. Esta análise em especial é exposta no capítulo 6, intitulado como Apresentação e Análise dos resultados.

## 6 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo é apresentando os resultados obtidos pelas simulações computacionais, a identificação dos fatores que impactam na resposta e, por final, a otimização da geometria do eixo.

### 6.1 INTRODUÇÃO

No quadro 4 é apresentado as respostas, obtidas via simulação computacional, do projeto fatorial completo de dois níveis apresentado na tabela 3.

**Quadro 4 – Matriz experimental com os seus respectivos fatores e resposta**

Ordem	Fatores					Respostas		
	D1	D2	D3	D4	Material	Deslocamento (mm) (max)	Tensão V.M (MPA) (max)	Ciclos até a falha
1	40	32	38	45	Aço 1045	0,292915	249570000	68156,3
2	30	42	48	35	Aço 1045	0,204469	290643000	29968,2
3	30	32	38	45	Aço 1045	0,324019	493134000	3181,36
4	30	42	38	35	Aço 1020	0,312053	422700000	2072,08
5	30	32	38	35	Aço 1045	0,4066	341015000	14209,4
6	40	32	38	35	Aço 1020	0,41132	2,26936+08	41939,9
7	30	42	48	45	Aço 1045	0,178127	332700000	15207,9
8	40	32	48	35	Aço 1020	0,339486	187987000	111544
9	40	42	38	45	Aço 1020	0,209721	227460000	48909,2
10	40	42	48	45	Aço 1020	0,148482	184850000	158567
11	30	32	48	35	Aço 1020	0,205632	297530000	13514,4
12	40	42	38	45	Aço 1045	0,211528	225383000	92543
13	30	42	38	45	Aço 1045	0,253762	419219000	5384
14	40	42	38	35	Aço 1020	0,286601	204699000	68436
15	40	32	38	45	Aço 1020	0,299623	251430000	41969
16	40	42	38	35	Aço 1045	0,29045	227560000	98087,2
17	40	42	48	35	Aço 1020	0,1986	172790000	156318
18	40	32	38	35	Aço 1045	0,49518	218750000	112408
19	30	32	38	45	Aço 1020	0,335095	493910000	751,95
20	40	32	48	35	Aço 1045	0,350419	214990000	184504
21	30	42	38	35	Aço 1045	0,308743	365040000	9179
22	30	32	38	35	Aço 1020	0,408385	443130000	1781,35
23	40	32	48	45	Aço 1045	0,267722	221390000	98503
24	40	42	48	45	Aço 1045	0,15206	178100000	717554

25	30	32	48	45	Aço 1020	0,294895	401957000	2179,12
26	40	32	48	45	Aço 1020	0,264162	160590000	202693
27	30	42	48	45	Aço 1020	0,176025	322100000	7870
28	30	42	38	45	Aço 1020	0,261567	419070000	2301
29	30	32	48	45	Aço 1045	0,287396	439420000	6606
30	30	42	48	35	Aço 1020	0,207567	379880000	3423,1
31	40	42	48	35	Aço 1045	0,193784	172790000	482197
32	30	32	48	35	Aço 1045	0,335986	286800000	29480,2

Fonte: Autoria Própria

## 6.2 ANÁLISE DAS RESPOSTAS E SELEÇÃO DOS FATORES

Cada uma das respostas exposta na tabela 4 foi analisada individualmente.

### 6.2.1 Análise da resposta de deslocamento.

A partir da tabela 4 foi possível observar que o valor máximo de deslocamento obtido via simulação numérica foi de 0,148482 mm, que corresponde a observação de ordem número 10, com os respectivos fatores:  $D1=40\text{mm}$ ,  $D2=42\text{mm}$ ,  $D3=48\text{mm}$ ,  $D4=45\text{mm}$  e material aço 1020. Na figura 18 mostra o valor máximo de deslocamento sofrido pelo eixo.

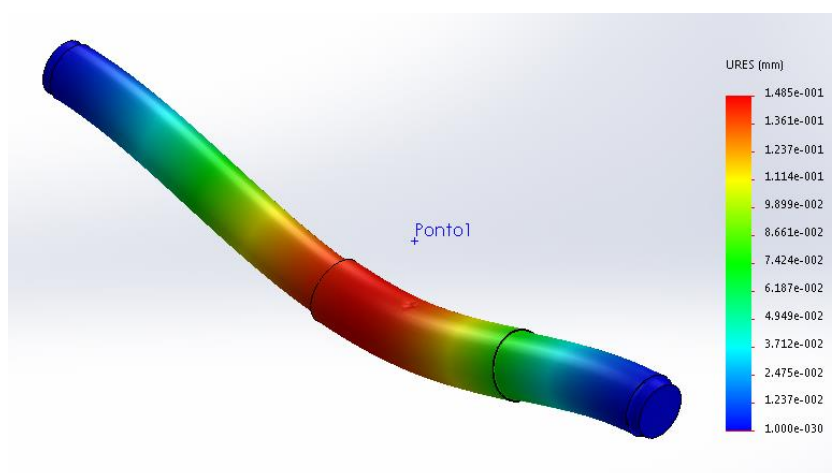
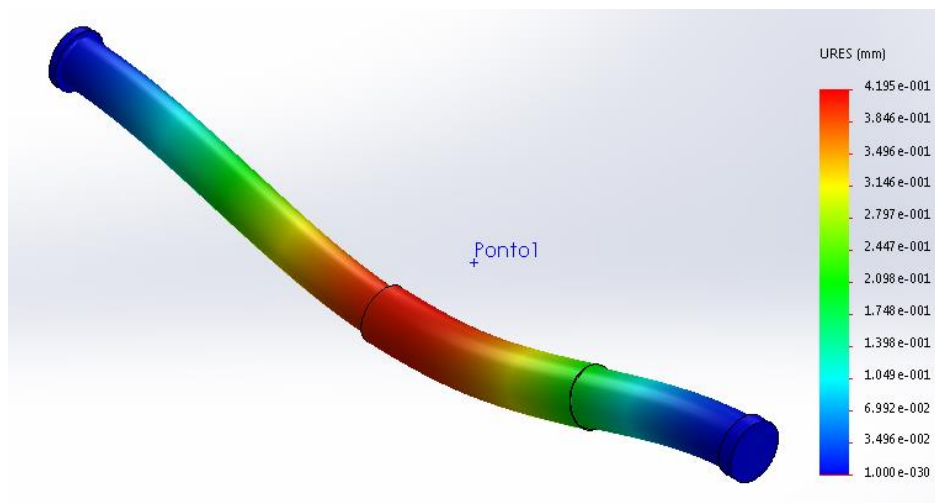


Figura 18: Valor máximo de deslocamento sofrido pelo eixo. Fonte: Autoria Própria.

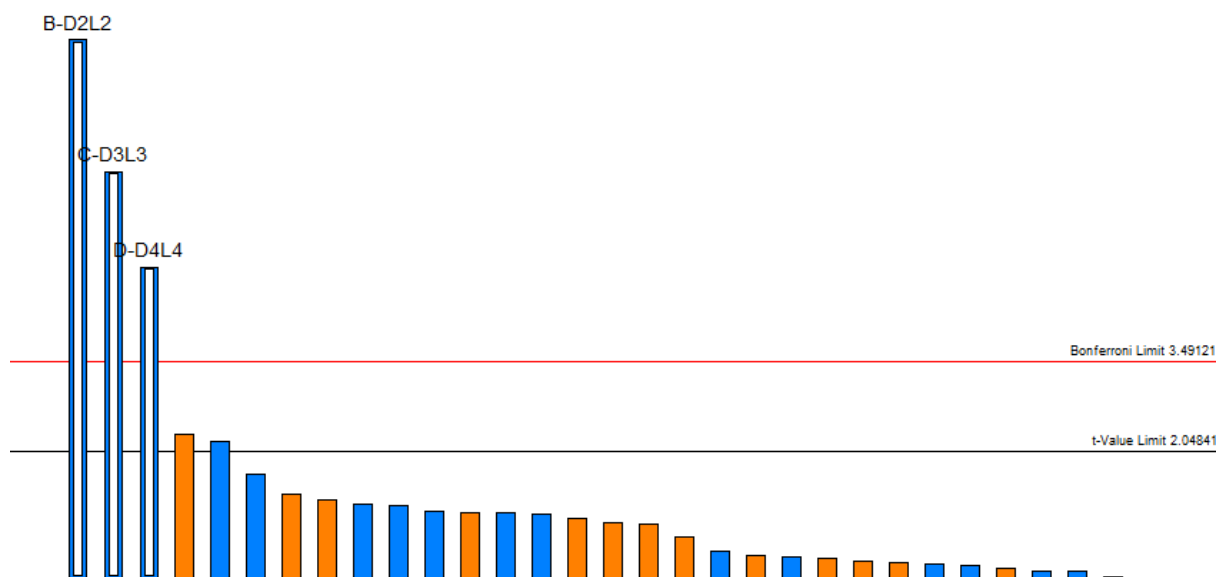
Ainda a partir da tabela 4, foi possível constatar que o valor mínimo de deslocamento sofrido pelo eixo foi de 0,49518 que corresponde a observação de

ordem número 18, com os respectivos fatores:  $D1=40\text{mm}$ ,  $D2=32\text{mm}$ ,  $D3=38\text{mm}$ ,  $D4=35\text{mm}$  e material aço 1045. Na figura 19 mostra o valor mínimo de deslocamento sofrido pelo o eixo.



**Figura 19: Valor mínimo de deslocamento sofrido pelo eixo. Fonte: Autoria Própria.**

Com o intuito de se avaliar quais os fatores que mais impactam sobre a resposta, que diz respeito a resposta de deslocamento, através do recurso de análise de efeito presente no software Design Expert foi possível ranquear de maneira hierárquica quais os fatores impactavam em maiores magnitudes de efeito sobre a resposta. Na figura 20 mostra o gráfico de pareto que mostra a magnitude dos efeitos dos fatores sobre a resposta de deslocamento.



**Figura 20: Magnitude dos efeitos dos fatores sobre a resposta de deslocamento. Fonte: Autoria Própria.**

Analisando a figura 20 torna-se evidente que os fatores que geram os maiores efeitos sobre a resposta de deslocamento são os fatores  $D3$  e  $D4$ .

Com o intuito de se avaliar se os fatores são ou não significativos na resposta, a partir do software Design Expert, torna-se possível realizar a análise de variância (ANOVA) e, desta maneira, identificar a significância dos fatores e do modelo estatístico proveniente do projeto de experimentos. No quadro 5 é mostrado os resultados da Anova para a resposta de deslocamento.

**Quadro 5 – Anova para a resposta de deslocamento**

Fatores	Soma das Raízes	Média das Raízes	Valor de F	Valor de P
Modelo estatístico	0,178611421	0,03572228	27,91793886	<0,0001
D1	0,000243476	0,00024348	0,190283322	0,6663
D2	0,093020196	0,0930202	72,69781926	<0,0001
D3	0,053036174	0,05303617	41,4492156	<0,0001
D4	0,031136104	0,0311361	24,33371401	<0,0001
Material	0,00117547	0,00117547	0,918662115	0,3467

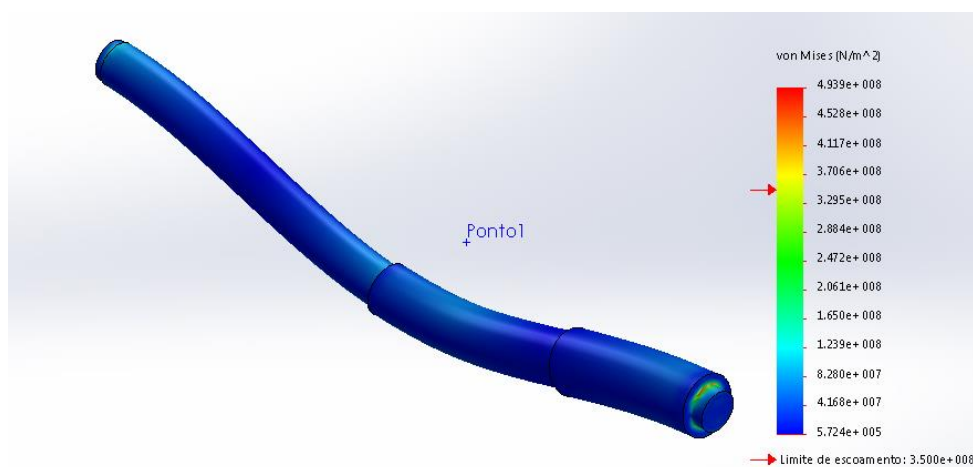
**Fonte: Autoria Própria**

O valor do modelo estatístico de F igual a 27,9197 implica que o modelo estatístico é significativo. Valores de P menores que 0,05 implicam que os termos do modelo estatístico são significantes, portanto, para este caso os fatores  $D2$ ,  $D3$  e  $D4$  são significativos.

Com base nos resultados obtidos no quadro 5 e nos resultados das figuras 17 e 18 é possível concluir que os valores de diâmetro impactam diretamente nos valores de deslocamento. Também é possível concluir que para valores de diâmetros maiores se tem menores deslocamentos. Uma das possíveis causas do diâmetro  $D1$  não ser significativa na resposta ao deslocamento deve-se ao fato que para este diâmetro em específico foi imposta a condição de contorno, que coincide com o valor prescrito nulo de deslocamento.

### 6.2.2 Análise da resposta da tensão equivalente de von misses.

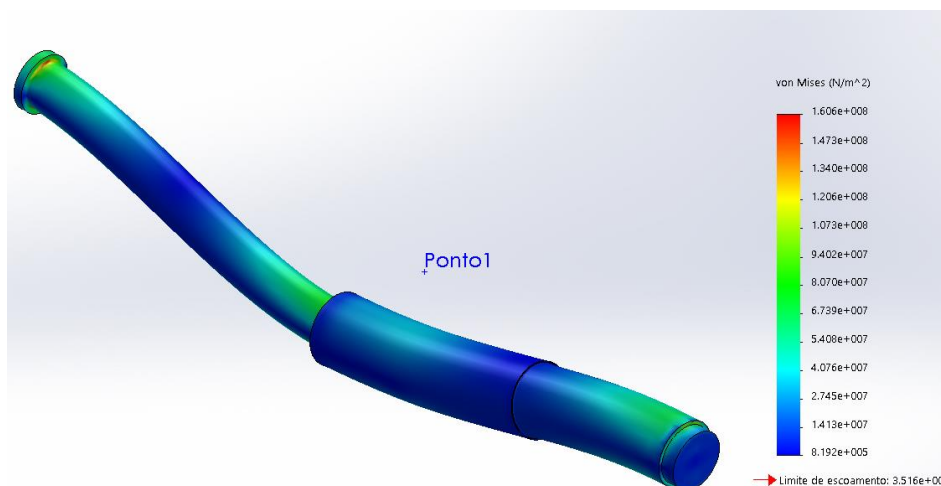
A partir do quadro 4 foi possível observar que o maior valor de tensão equivalente encontrado a partir das simulações numéricas foi de 494 Mpa que corresponde a observação de ordem número 19, com os respectivos fatores:  $D1=30$ ,  $D2=32$ ,  $D3=38$ ,  $D4=45$  e Material Aço 1020. Na Figura 21 é mostrado o maior valor da tensão equivalente de Von Misses sofrido pelo eixo.



**Figura 21: Valor máximo da tensão equivalente de Von Misses sofrido pelo eixo. Fonte: Autoria Própria.**

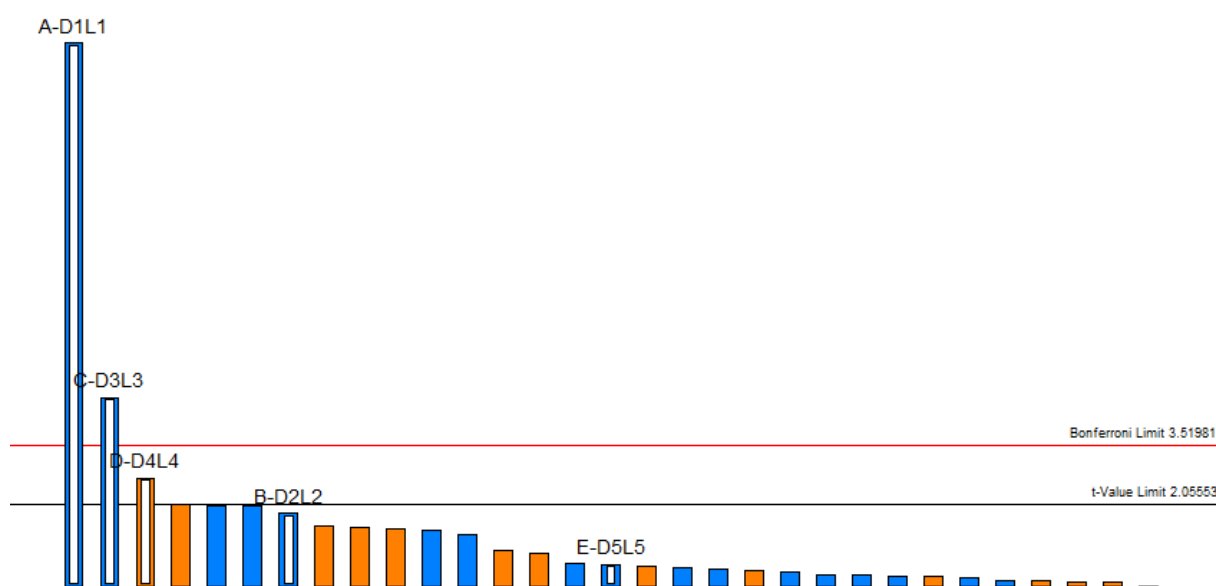
Ainda a partir do quadro 4 o valor mínimo da tensão equivalente sofrida pelo eixo é de 161 Mpa correspondente a observação de ordem número 26, com os respectivos fatores:  $D1=40$ ,  $D2=32$ ,  $D3=48$ ,  $D4=45$ . Na figura 21 é mostrado o menor valor da tensão equivalente de Von Misses sofrido pelo eixo.





**Figura 22: Valor mínimo da tensão equivalente de Von Mises sofrido pelo eixo. Fonte: Autoria Própria.**

Da mesma maneira como no caso do deslocamento a Figura 22 mostra o gráfico de pareto que mostra a magnitude dos efeitos dos fatores sobre a resposta de tensão equivalente de Von Mises.



**Figura 23: Magnitude dos efeitos dos fatores sobre a resposta da Tensão Equivalente de Von Mises. Fonte: Autoria Própria.**

Analisando a figura 23 é possível observar que os fatores que impactam em maiores efeitos na resposta de deslocamento são os fatores  $D1$  e  $D3$ .

Da mesma maneira como para a resposta de deslocamento, para a resposta da tensão equivalente de Von misses foi realizado a análise de variâncias com o intuito de se determinar se os fatores eram ou não significativos. No quadro 6 é

mostrado os resultados da Anova para a resposta da tensão equivalente de Von Misses.

**Quadro 6 – Anova para a resposta da tensão equivalente de Von Misses**

Fatores	soma das Raízes	Média das Raízes	Valor de F	Valor de P
Modelo estatístico	2,94424E+17	5,8885E+16	42,84199832	<0,0001
D1	2,49037E+17	2,4904E+17	181,1881696	<0,0001
D2	4,59733E+15	4,5973E+15	3,344811795	0,0789
D3	3,02881E+16	3,0288E+16	22,03627203	<0,0001
D4	1,00481E+16	1,0048E+16	7,310521792	0,0119
Material	4,53871E+14	4,5387E+14	0,33021637	0,5705

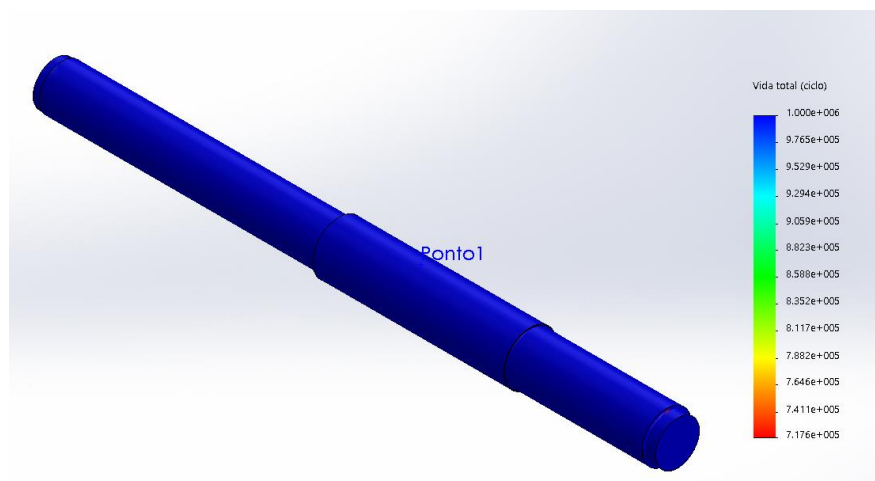
**Fonte: Autoria Própria**

A partir do quadro 6, através da mesma análise utilizado para o caso de deslocamento, pode-se constatar que apenas os fatores *D1* e *D3* são significantes.

Por Final analisando as Figura 20, 21 e 22 e os resultados da tabela 6, torna-se possível concluir que os fatores *D1* e *D3* aparentam ser os fatores mais significantes devido a geração de concentração de tensão gerado pelas mudanças de diâmetros provenientes da geometria do eixo.

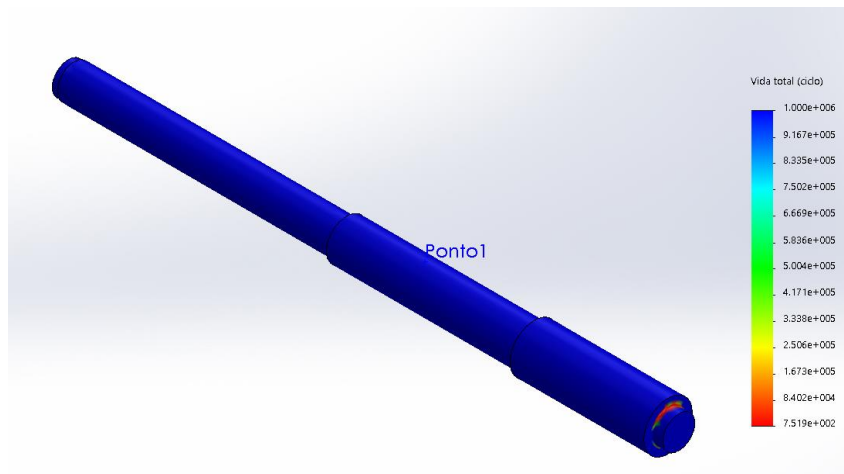
### 6.2.3 Análise da Resposta número de ciclos até a falha.

A partir do quadro 4 foi possível observar que o maior valor de ciclo até a falha por fadiga é de 717554 ciclos correspondendo a observação de ordem número 24, com o seguintes fatores:  $D1=40$ ,  $D2=42$ ,  $D3=48$ ,  $D4=45$  e material aço 1045 trefilado. Na Figura 24 é mostrado o maior valor de ciclo até a falha sofrido pelo eixo.



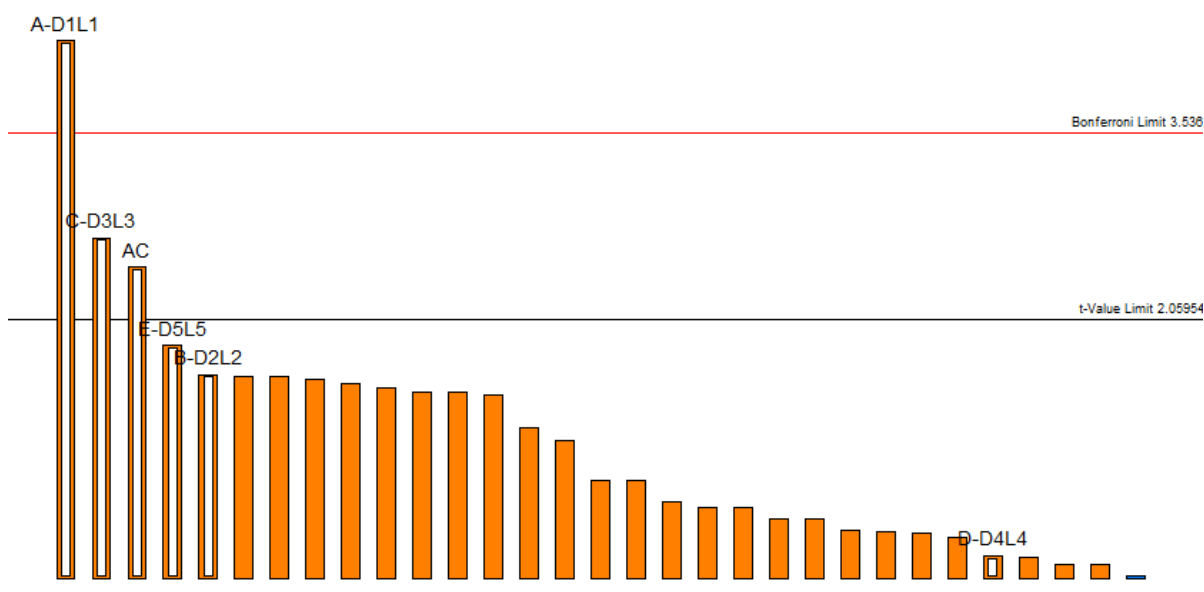
**Figura 24: Maior valor do número de ciclos até a falha. Fonte: Autoria Própria.**

Ainda a partir da tabela 4 o menor valor encontrado para o número de ciclos até a falha é de 751,95 ciclos, correspondente a observação de ordem número 19, com os respectivos fatores:  $D1=30$ ,  $D2=32$ ,  $D3=38$ ,  $D4=45$  e material aço 1020 laminado. Na Figura 25 é mostrado o menor valor de ciclo até a falha sofrido pelo eixo.



**Figura 25: Menor valor do número de ciclos até a falha. Fonte: Autoria Própria.**

Da mesma maneira como nos casos anteriores a Figura 26 mostra o gráfico de pareto que mostra a magnitude dos efeitos dos fatores sobre a resposta do número de ciclos até a falha por fadiga



**Figura 26: Magnitude dos efeitos dos fatores sobre a resposta do número de ciclos até falha por Fadiga. Fonte: Autoria Própria.**

Analisando a figura 26 é possível observar que os fatores que impactam em maiores efeitos na resposta do número de ciclos até a falha por fadiga são os fatores *D1* e *D3*.

Da mesma maneira que foi realizada para os casos anteriores, para a resposta do número de ciclos até a falha por fadiga foi realizado a análise de variâncias com o intuito de se determinar se os fatores eram ou não significativos. No quadro 7 é mostrado os resultados da Anova para a resposta do número de ciclos até a falha por fadiga.

**quadro 7– Anova para a resposta do número de ciclos até a falha.**

Fatores	soma das Raízes	Média das Raízes	Valor de F	Valor de P
Modelo estatístico	4,17078E+11	6,9513E+10	6,311523155	0,0004
D1	2,01171E+11	2,0117E+11	18,26563157	0,0002
D2	29076402014	2,9076E+10	2,640032309	0,1167
D3	80884449112	8,0884E+10	7,344015907	0,012
D4	401251956,1	401251956	0,036432229	0,8502
Material	38012100590	3,8012E+10	3,451361473	0,075

**Fonte: Autoria Própria**

Portanto, a partir do quadro 7 e através das mesmas análises realizadas para os casos anteriores, pode-se constatar que apenas os fatores  $D1$  e  $D3$  são significantes.

Pode-se concluir, portanto, que para valores maiores de  $D1$  e  $D3$  se tem maiores valores do número de ciclos até a falha por fadiga. Também observando-se em detalhe a tabela 4 pode-se constatar que a medida que os valores da tensão equivalente de Von Misses e deslocamento vão aumentando resultam em menores valores do número de ciclos até a falha por fadiga. Desta maneira, é possível concluir que a variação das seções diamétricas que acarretam em concentrações de tensões possui relações diretas com a resistência a fadiga como de acordo com a revisão de literatura realizada.

Apesar do material não ter dado um grau de significância elevado é possível concluir que as observações com a utilização do aço 1045 trefilado acarretam em maiores valores de número de ciclo até a falha por fadiga.

### 6.3 OTIMIZAÇÃO DO EIXO

Com o propósito de se cumprir o objetivo proposto do presente trabalho faz necessário proceder o processo de otimização do eixo de transmissão conforme a figura 1.

O processo de otimização consiste na redução de material para a fabricação, que coincide em menores valores de diâmetros na geometria do eixo, e na maximização do número de ciclos até a falha por fadiga. Para isto, decidiu-se apenas otimizar os fatores que são significantes na resposta em questão, no caso os valores de diâmetro  $D1$  e  $D3$ . Em relação aos outros fatores que dizem respeito a geometria do eixo decidiu-se manter os mesmos nos valores de nível baixo, da seguinte forma:  $D2=32$  e  $D4=35$ . Em relação ao material como as simulações numéricas realizadas com o aço 1045 trefilado resultaram em maiores valores de números de ciclos até a falha, decidiu usar o mesmo para a otimização.

O processo de otimização foi realizado através do método da superfície de resposta através do projeto experimental *Central Composite*. A matriz experimental gerada através do software *Desing Expert* para os fatores  $D1$  e  $D3$  juntamente com

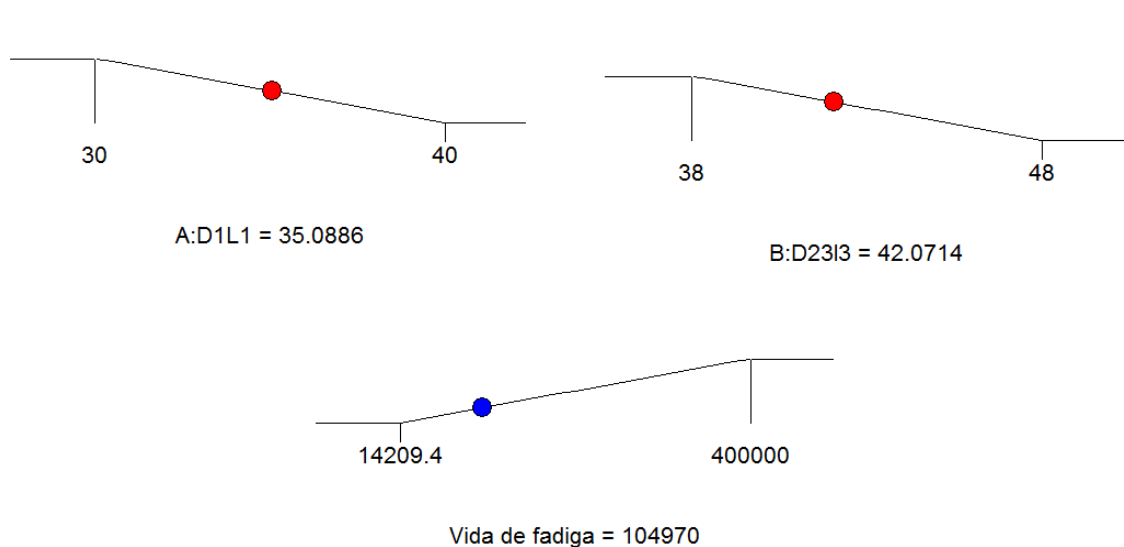
a resposta para cada observação sugerida pelo projeto experimental *Central Composite* é exposta no quadro 8.

**Quadro 8– Matriz Experimental para otimização dos fatores  $D1$  e  $D3$ .**

Ordem	Fatores		Resposta
	D1	D3	Ciclos até a falha
1	42	43	185698
2	30	38	14209,4
3	40	48	400000
4	40	38	139059
5	35	43	71471
6	30	48	66713
7	35	36	14209,4
8	35	43	71471

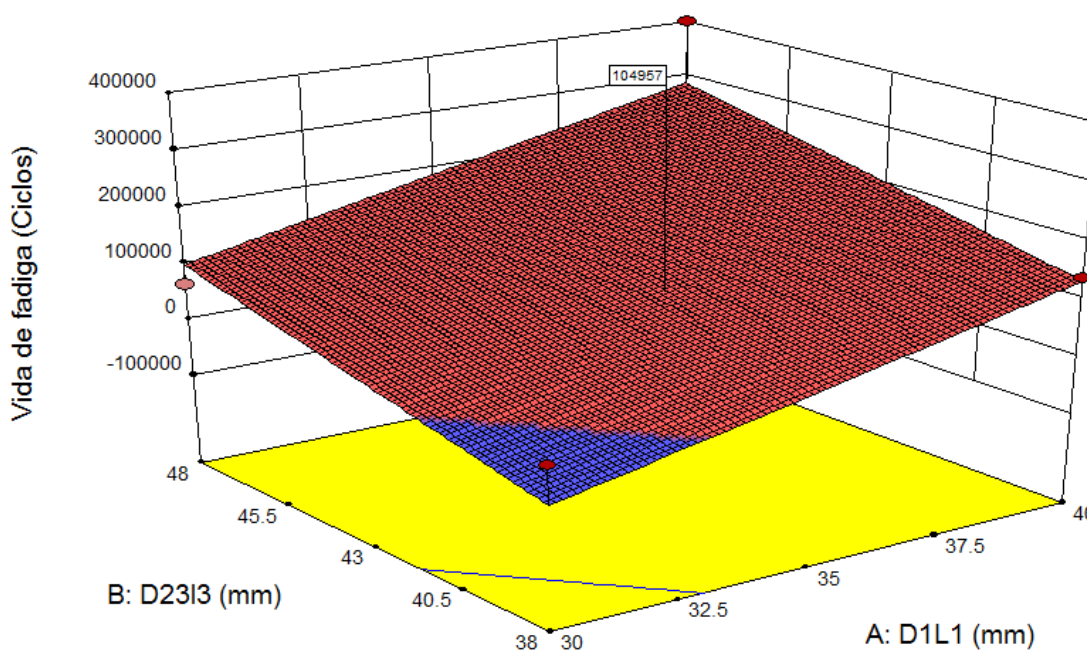
**Fonte: Autoria Própria**

Com o intuito de minimizar os valores dos diâmetros  $D1$  e  $D3$  e maximizar os valores do número de ciclos até a falha através do recurso de otimização presente no *Software Design Expert* foi possível estabelecer os valores ótimos. Na figura 27 é exposta os valores ótimos que minimizam os fatores  $D1$  e  $D3$  e maximização do valor do número de ciclo até a falha.



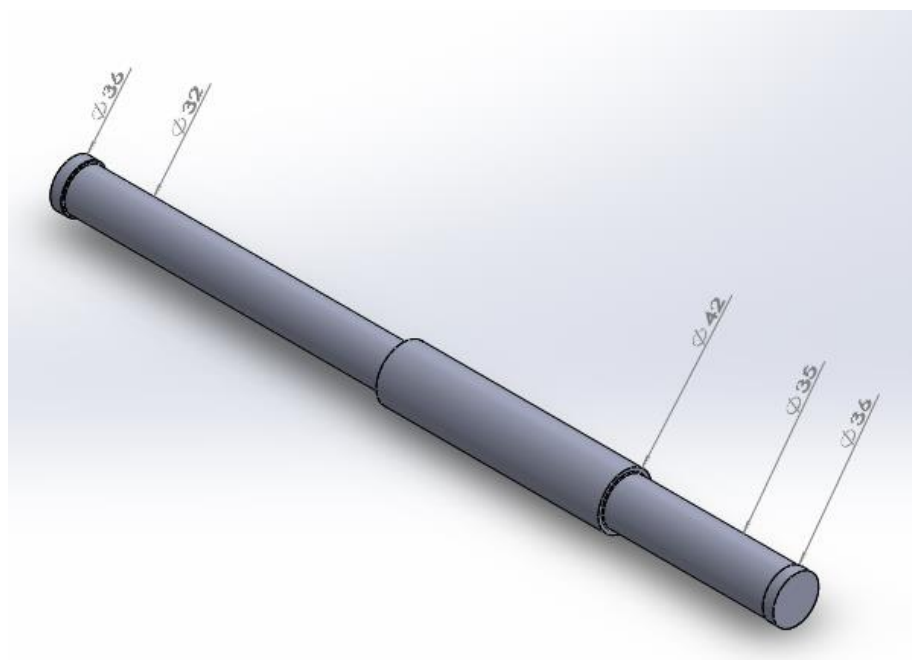
**Figura 27: Solução Ótima Fonte: Autoria Própria.**

Na figura 28 é mostrada a relação entre os fatores e a resposta o qual é possível observar a solução ótima para o problema.



**Figura 28: Relação entre os fatores e a resposta. Fonte: Autoria Própria.**

Por final, na figura 29 é mostrado o eixo nas suas dimensões ótimas.



**Figura 29: Eixo nas suas dimensões ótimas. Fonte: Autoria Própria.**

## 6.4 GANHOS OBTIDOS

A partir dos resultados expostos na seção 6.3 é possível destacar que houve os seguintes ganhos:

- Design ótimo das seções diametrais: foi possível minimizar os valores em milímetros das seções diametrais, o que conseqüentemente reduz o custo na compra de material e fabricação;
- Maximização do valor de vida de fadiga: foi possível aumentar o tempo de vida útil do componente e além disso tornou-se possível saber também quais os prazos para possíveis intervenções e manutenções no componente.

Vale destacar, no entanto, como trata-se de simulações computacionais faz-se necessário realizar teste em campos com a geometria do eixo otimizado no presente trabalho para a validação dos resultados.



## 7 CONCLUSÃO E SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS

A partir da análise dos resultados foi possível identificar quais são os parâmetros que influenciam nas respostas obtidas através das simulações numéricas e permitindo uma maior facilidade para interpretar o fenômeno físico que ocorre. Portanto, é possível concluir que o Projeto de Experimentos com o projeto fatorial completo em dois níveis mostrou-se uma ferramenta muito útil durante o projeto do eixo.

O que diz respeito a otimização o método da superfície de resposta também se mostrou uma ferramenta muito útil para o processo de otimização. Vale salientar, que existe algoritmos e métodos específicos para otimização de projeto estruturas, no entanto, este trabalho permitiu utilizar e mostrar um método alternativo para otimização quando não se tem recursos ou conhecimento necessários e que aparenta ter um resultado satisfatório, foi possível reduzir as seções diamétricas e prolongar a vida de fadiga do componente.

Também vale ressaltar que os resultados obtidos via simulação numérica pode-se diferenciar dos resultados obtidos em situações reais. Isto deve-se ao fato que as simulações numéricas não levam em conta os efeitos estatísticos inerentes ao processo de fabricação do eixo, tais como variações nas tolerâncias geométricas e nas propriedades mecânicas do material.

Com o intuito de dar continuidade para este trabalho, as sugestões para trabalhos futuros são as seguintes:

- Realizar ensaios experimentais do eixo com os mesmos fatores e níveis com o objetivo de comparar os resultados obtidos via simulação numérica.
- Comparar o resultado obtido da otimização com outros métodos e recursos disponíveis para a otimização.
- Incorporar no modelo numérico de Elementos Finitos aspectos das variações estatísticas dos fatores decorrentes do processo de fabricação do eixo.

## REFERÊNCIAS

AFFONSO, L.O.A. Equipamentos Mecânicos: Análise de Falhas e Soluções de Problemas. 3 ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2012.123p.

BIASEBETTI, F. **Otimização do Projeto de Válvulas Utilizando os Conceitos de Projetos de Experimentos.** 2013. Dissertação (Mestrado) -Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2013.

GUJAR, R.A; BHASKAR, S.V. Shaft Desing Under Fatigue Loading by Using Modied Goodman Method. **International Journal of Engineering Research and Application (IJERA).** ISSN: 2248-9622. Vol. 3, Issue 4, Jul-Aug 2013. Pp103.

ICKERT, Fernando. **Ensaio de Fadiga por Flexão para Eixos Desenvolvidos com Diferentes Materiais.** 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Horizontina. Horizontina, 2014.

JAVAREZ, Laercio. **Projeto e Validação de um Porta Ferramentas Assistido para a Usinagem de Ultraprecisão.** 2013. Teses (Doutorado) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2013.

LASSEN, T; SPAGNOLI, A. Fatigue Cracks Paths in Shafts Subjected to Bending and Tosion.Disponível em: <http://www.gruppofrattura.it/pdf/cp/cp2006/65.pdf>

LEWANDOSKI, Mauro. F.G. **Bancadas de Ensaio de Fadiga para Eixos Submetidos a Flexão.** 2013. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Horizontina. Horizontina, 2013.

LOGAN, L.Daryl. **First Couse in The Finite Element Method.** 4 ed. University of Wisconsin-Platteville: Thomson, 2007. Volume 1.

NORTON. L.Robert. **Machine Design.** 3 ed. New Jersey: Pearson Education, 2006. 984p.

RELIASOFT. **Experiment Design & Analysis Reference**. Tucson, Arizona, EUA. Disponível em: [http://www.synthesisplatform.net/references/Experiment\\_Design\\_and\\_Analysis\\_Reference.pdf](http://www.synthesisplatform.net/references/Experiment_Design_and_Analysis_Reference.pdf)

ROSA, Edison da, “**Análise de Resistência Mecânica de Peças e Componentes Estruturais: Mecânica da Fratura e Fadiga**”. Florianópolis:2002. Disponível em: <http://grante.ufsc.br/download/Fadiga/FADIGA-Livro-Edison-da-Rosa.pdf>

SANTOS, André dos. **Análise de Falhas por Fadiga em Alto Ciclo em Eixos de Transmissão Utilizando o Método de Elementos Finitos**. 2011. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista. Guaratinguetá, 2011.

SHIGLEY. J.E. **Elementos de Máquinas**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 2004. Volume 1, 353p.



