UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ENGENHARIA QUÍMICA BACHARELADO EM ENGENHARIA QUÍMICA

LUCAS RODRIGUES DA SILVA

PREDIÇÃO DE PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DE EQUILÍBRIO LÍQUIDO-VAPOR COM USO DE REDES NEURAIS

PONTA GROSSA

LUCAS RODRIGUES DA SILVA

PREDIÇÃO DE PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DE EQUILÍBRIO LÍQUIDO-VAPOR COM USO DE REDES NEURAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Química, do Departamento de Engenharia Química, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientadora: Profa. Dra. Elis Regina Duarte

PONTA GROSSA



Ministério da Educação Universidade Tecnológica Federal do Paraná Câmpus Ponta Grossa Departamento Acadêmico de Engenharia Química



TERMO DE APROVAÇÃO

Predição de Propriedades Termodinâmicos de Equilíbrio Líquido-Vapor Com Uso de Redes Neurais

por

Lucas Rodrigues da Silva

Monografia apresentada no dia 06 de Novembro de 2017 ao Curso de Engenharia Química da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Ponta Grossa. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Everton Moraes Matos (UTFPR)

Profa. Dra. Erica Roberta Lovo da Rocha Watanabe (UTFPR)

> Profa. Dra. Elis Regina Duarte (UTFPR) Orientadora

> > Profa. Dra. Juliana de Paula Martins Responsável pelo TCC do Curso de Engenharia Química

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso de Engenharia Química.

A Deus pelo fôlego de vida e a sabedoria concedida, a cada manhã, para os aprendizados da vida.

Aos meus pais, Osmar e Carmem, pela paciência, instrução, amor e carinho em toda a minha jornada até aqui.

AGRADECIMENTOS

Desde já, afirmo que faltarão palavras de agradecimento pelo apoio e incentivo recebidos ao longo desta graduação.

Agradeço ao apoio incondicional da minha família, me mantendo forte em momentos difíceis e me fazendo visualizar o objetivo final.

À minha namorada que de forma tão paciente se propôs a tornar esta luta também sua, me ajudando com apoio e incentivo.

Aos meus amigos não se distinguindo pela distância que de longe ou perto me fizeram acreditar em meus projetos e planos.

À minha orientadora Profa. Dra. Elis Regina Duarte que aceitou a tarefa de não apenas me orientar durante a realização deste trabalho com conhecimento e dedicação, como, também, me aconselhar nas decisões da vida acadêmica.

À UTFPR pela estrutura e apoio científico concedido a mim como aluno.

"Entrega o teu caminho ao SENHOR, confia nEle, e o mais Ele fará." Salmos 37:5

RESUMO

SILVA, Lucas Rodrigues da. PREDIÇÃO DE PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DE EQUILÍBRIO LÍQUIDO-VAPOR COM USO DE REDES NEURAIS. 71 f. – Bacharelado em Engenharia Química, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2017.

Este trabalho tem como objetivo avaliar a utilização de redes neurais artificiais (RNAs) na predição de dados termodinâmicos de equilíbrio líquido-vapor (ELV), sendo discutido e avaliado o uso das RNAs para a predição de dados termodinâmicos de ELV para o sistema ternário clorofórmio-benzeno-1-butanol. Para a avaliação da eficiência, foram utilizados um total de 10 conjuntos que fazem menção às diversas condições de predição para as RNAs em relação a dados termodinâmicos, sendo formados por dados calculados pelo método NRTL, com o desenvolvimento de um algoritmo iterativo, e dados experimentais via literatura. Os dados foram para um sistema em equilíbrio às pressões de 105, 205 e 303 kPa. As RNAs foram desenvolvidas no ambiente MATLAB[®]. Foi realizado um estudo da melhor topologia para as RNAs que representassem cada um dos conjuntos. Na análise dos resultados apresentados pelas RNAs, verificou-se a eficiência em predizer dados após o treinamento com um conjunto inteiramente experimental resultando em desvios da ordem de 10^{-2} . Em condições de utilização de dados calculados observou-se uma maior dispersão dos dados em relação aos valores esperados. Assim, foi possível concluir que as RNAs conseguem predizer com eficiência propriedades termodinâmicas de sistemas em equilíbrio, sempre que treinadas com dados confiáveis, apresentando-se como uma alternativa para a predição de dados de sistemas que apresentam pouco ou nenhum referencial na literatura.

Palavras-chave: Termodinâmica. Redes neurais. Predição de dados.

ABSTRACT

SILVA, Lucas Rodrigues da. PREDICTION OF THERMODYNAMIC PROPERTIES OF LIQUID-VAPOR EQUILIBRIUM USING NEURAL NETWORKS. 71 f. – Bacharelado em Engenharia Química, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2017.

This work aims to evaluate the use of artificial neural networks (ANNs) in the prediction of thermodynamic vapor-liquid equilibrium (VLE) data. The use of ANNs for the prediction of thermodynamic VLE data for the chloroform-benzene-1-butanol ternary system was discussed and evaluated. For the evaluation of the efficiency, a total of 10 sets were used that mention the various conditions of prediction for ANNs in relation to thermodynamic data. These are formed by data calculated by the NRTL method, with the development of an iterative algorithm, and experimental data via literature. The data were for a system in equilibrium at pressures of 105, 205 and 303 kPa. ANNs were developed in the MATLAB[®] environment. A study of the best topology for the ANNs representing each of the sets was carried out. In the analysis of the results presented by ANNs, the efficiency in predicting data after training with a fully experimental set was found to result in deviations of the order of 10^{-2} . Under conditions of use of calculated data a greater dispersion of the data was observed in relation to the expected values. Thus, it was possible to conclude that ANNs can efficiently predict thermodynamic properties of equilibrium systems, whenever trained with reliable data, presenting as an alternative for predicting data from systems that have little or no reference in the literature.

Keywords: Thermodynamic. Neural networks. Prediction of data.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	– Diagrama do processo iterativo de Bolha T para modelo NRTL	25
FIGURA 2	– Representação de um neurônio biológico e suas estruturas	28
FIGURA 3	– Modelo do neurônio artificial MCP	28
FIGURA 4	– Exemplos gráficos de funções de ativação	30
FIGURA 5	– Ilustração de uma rede MLP com duas camadas ocultas	32
FIGURA 6	- Fluxograma do processo de aprendizado supervisionado	34

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 – Diagrama de ELV para o sistema acetona(1)-etanol(2) 18 GRÁFICO 2 – Diagrama de ELV para o sistema acetonitrila(1)-propanol(2) 19 GRÁFICO 3 -Relação entre o valor esperado e o calculado para y_1 da RNA para o C1 . 41 GRÁFICO 4 – Relação entre o valor esperado e o calculado para y_2 da RNA para o C1 . 41 GRÁFICO 5 – Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C1 . 42 GRÁFICO 6 – Relação entre o valor esperado e o calculado para y_1 da RNA para o C2 . 43 GRÁFICO 7 – Relação entre o valor esperado e o calculado para y_2 da RNA para o C2 . 43 GRÁFICO 8 – Relação entre o valor esperado e o calculado para *T* da RNA para o C2 44 GRÁFICO 9 – Relação entre o valor esperado e o calculado para y_1 da RNA para o C3 . 45 GRÁFICO 10-Relação entre o valor esperado e o calculado para y_2 da RNA para o C3 45 . GRÁFICO 11-Relação entre o valor esperado e o calculado para *T* da RNA para o C3 46 GRÁFICO 12-Relação entre o valor esperado e o calculado para y_1 da RNA para o C4 . 47 GRÁFICO 13-Relação entre o valor esperado e o calculado para y_2 da RNA para o C4 . 47 GRÁFICO 14-Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C4 48 GRÁFICO 15-Relação entre o valor esperado e o calculado para y_1 da RNA para o C5 49 GRÁFICO 16-Relação entre o valor esperado e o calculado para y_2 da RNA para o C5 . 49 GRÁFICO 17-Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C5 50 . GRÁFICO 18-Relação entre o valor esperado e o calculado para y_1 da RNA para o C6 51 GRÁFICO 19-Relação entre o valor esperado e o calculado para y_2 da RNA para o C6 . 51 GRÁFICO 20-Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C6 . 52 GRÁFICO 21-Relação entre o valor esperado e o calculado para y_1 da RNA para o C7 . 53 GRÁFICO 22-Relação entre o valor esperado e o calculado para y₂ da RNA para o C7 53 GRÁFICO 23-Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C7 54 GRÁFICO 24-Relação entre o valor esperado e o calculado para y_1 da RNA para o C8 . 55 GRÁFICO 25-Relação entre o valor esperado e o calculado para y_2 da RNA para o C8 55 . 56 GRÁFICO 26-Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C8 GRÁFICO 27-Relação entre o valor esperado e o calculado para y_1 da RNA para o C9 57 GRÁFICO 28-Relação entre o valor esperado e o calculado para y_2 da RNA para o C9 57 . GRÁFICO 29-Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C9 58 GRÁFICO 30-Relação entre o valor esperado e o calculado para y₁ da RNA para o C10 59 GRÁFICO 31-Relação entre o valor esperado e o calculado para y_2 da RNA para o C10 59 GRÁFICO 32-Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C10 60

LISTA DE TABELAS

TABELA 1	_	Constantes da Eq. de Antoine para os componentes do sistema ternário	36
TABELA 2	_	Parâmetros binários do método NRTL para o sistema ternário à pressão de	
		105-303 kPa	36
TABELA 3	_	Resultados da rede para o conjunto C1	40
TABELA 4	_	Resultados da rede para o conjunto C2	42
TABELA 5	_	Resultados da rede para o conjunto C3	44
TABELA 6	_	Resultados da rede para o conjunto C4	46
TABELA 7	_	Resultados da rede para o conjunto C5	48
TABELA 8	_	Resultados da rede para o conjunto C6	50
TABELA 9	_	Resultados da rede para o conjunto C7	52
TABELA 10	_	Resultados da rede para o conjunto C8	54
TABELA 11	_	Resultados da rede para o conjunto C9	56
TABELA 12	_	Resultados da rede para o conjunto C10	58

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1	_	Tipos de métodos iterativos para cálculo de pontos de saturação	23
QUADRO 2	_	Resumo dos resultados das RNAs para os diversos conjuntos de dados para	
		o sistema clorofórmio-benzeno-1-butanol	62

LISTA DE SIGLAS

- ELV Equilíbrio Líquido-Vapor
- RNAs Redes Neurais Artificiais
- MSE Média do Somatório do Quadrado dos Erros
- SSE Somatório do Quadrado dos Erros

LISTA DE SÍMBOLOS

- π Número de fases do sistema
- μ Potencial químico
- *f* Fugacidade
- *R* Constante universal dos gases
- T Temperatura
- P Pressão
- ϕ_i Coeficiente de fugacidade
- γ_i Coeficiente de atividade
- *γ* Número Efetivo de Parâmetros

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 1	5
2 OBJETIVOS 1	6
2.1 OBJETIVO GERAL	6
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS 1	6
3 PROPRIEDADES DO EQUILÍBRIO LÍQUIDO-VAPOR 1	7
3.1 EQUILÍBRIO DE FASES 1	7
3.2 DIAGRAMAS DE EQUILÍBRIO 1	7
3.3 EQUAÇÃO DE ANTOINE: TEMPERATURA E PRESSÃO DE SATURAÇÃO 1	9
3.4 MODELOS TERMODINÂMICOS PARA ELV	20
3.4.1 Modelo de Idealidade: Lei de Raoult	21
3.4.2 A Não-Idealidade da Fase Líquida: Modelo NRTL	22
3.4.3 Métodos Iterativos para Cálculo dos Modelos de ELV 2	23
3.4.3.1 Processo iterativo para o Bolha T	24
4 CONCEITOS E MODELAGEM DAS REDES NEURAIS ARTIFICIAIS 2	26
4.1 HISTÓRICO	26
4.2 O QUE SÃO REDES NEURAIS ARTIFICIAIS?	27
4.2.1 Neurônio Artificial vs Biológico	27
4.2.1.1 Funções de ativação	29
4.3 ARQUITETURAS DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	30
4.3.1 Redes <i>Feedforward</i>	30
4.3.1.1 Perceptron simples	31
4.3.1.2 MLP: <i>perceptron</i> de múltiplas camadas e o <i>Backpropagation</i>	31
4.3.2 Tipos de Aprendizado	33
4.3.2.1 Aprendizado supervisionado	33
4.3.2.2 Aprendizado não-supervisionado	34
4.4 ALGORITMOS DE TREINAMENTO	34
4.4.1 Resilient Backpropagation	34
4.4.2 Algoritmo de Levenberg-Marquardt	35
4.4.2.1 Regularização Bayesiana	35
5 METODOLOGIA 3	\$6
5.1 ELABORAÇÃO DO SCRIPT BOLHA T	\$6
5.2 CONJUNTOS DE DADOS 3	\$7
5.2.1 Camadas de Entrada e Saída 3	\$7
5.3 ELABORAÇÃO DAS REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	\$8
5.3.1 Parâmetros Utilizados para a Elaboração das RNAs 3	\$8
5.3.2 Parâmetros de Performance	;9
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES 4	0
6.1 DEFINIÇÃO DAS TOPOLOGIAS 4	-0
6.1.1 Rede para o Conjunto C1 4	0
6.1.2 Rede para o Conjunto C2 4	2
6.1.3 Rede para o Conjunto C3 4	3

6.1.4 Rede para o Conjunto C4	46
6.1.5 Rede para o Conjunto C5	48
6.1.6 Rede para o Conjunto C6	50
6.1.7 Rede para o Conjunto C7	52
6.1.8 Rede para o Conjunto C8	54
6.1.9 Rede para o Conjunto C9	56
6.1.10Rede para o Conjunto C10	58
6.2 ANÁLISE DAS REDES	60
6.2.1 Análise das RNAs dos Conjuntos C1-C3	60
6.2.2 Análise das RNAs dos Conjuntos C4-C6	61
6.2.3 Análise da RNA do Conjunto C7	61
6.2.4 Análise das RNAs dos Conjuntos C8-C10	62
6.3 RESUMO DOS RESULTADOS PARA OS CONJUNTOS DE DADOS	62
7 CONCLUSÕES	63
REFERÊNCIAS	65
Apêndice A – ALGORITMO PARA O SCRIPT BOLHA T	67

1 INTRODUÇÃO

No cotidiano de uma indústria ou no desenvolver da pesquisa científica de um estudante é necessário constantemente a obtenção de dados experimentais, ou simplesmente dados que representem numericamente um determinado fenômeno físico ou químico. Se tratando propriamente de propriedades termodinâmicas, o uso se torna constante e necessário a depender da área. Esse uso pode se tornar enfadonho pela limitação da diversidade dos dados, dada a especificidade dos mesmos variando para cada composto e condição, levando à situação de obtenção seja por via da modelagem matemática ou experimentalmente em laboratório.

Para dados termodinâmicos de equilíbrio líquido-vapor (ELV) os ensaios laboratoriais por vezes requerem condições de difícil satisfação (pressão e temperatura crítica, por exemplo), além de trazer demora aos estudos científicos devido ao tempo empreendido em cada ensaio. Já por modelagem matemática encontra-se pela frente a complexidade as equações que se aproximam de um sistema real, quando opta-se pela simplificação, por vezes, é deixado de lado a precisão necessária para a resolução de diversos problemas.

Estudos em diversas áreas tem mostrado o uso eficiente de redes neurais artificias ou RNAs para predizer situações, ações, dentre outras como dados termodinâmicos. Sua capacidade de se "adaptar" às diversas situações levando à resolução de problemas, conferem às RNAs uma *maleabilidade* quanto às aplicações. É pensando nisto que foi trazida a interrogação: as RNAs podem predizer com eficiência dados termodinâmicos?

Neste trabalho foi discutido e avaliado o uso das RNAs para a predição de dados termodinâmicos de ELV para o sistema ternário clorofórmio-benzeno-1-butanol. A escolha deste sistema foi realizada mediante a disponibilidade dos dados experimentais para diversas condições de temperatura e pressão na literatura. Foi realizado um estudo das diversas topologias possíveis para a aplicação das RNAs neste caso, assim como os diversos métodos de aprendizagem. Para provar a eficiência e usabilidade comparou-se as predições com os modelos termodinâmicos usuais e dados experimentais.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Avaliar a utilização de redes neurais artificiais na predição de dados termodinâmicos de equilíbrio líquido-vapor.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desenvolver um algoritmo para o script bolha T.
- Obter para o sistema ternário clorofórmio-benzeno-1-butanol os dados de equilíbrio líquido-vapor, pelo script bolha T e via literatura, para os conjuntos de treinamento e testes, e selecioná-los.
- Definir os conjuntos de dados para cada diferente situação de predição e avaliar a melhor topologia para cada um deles.
- Verificar a precisão da predição dos dados do modelo selecionado para cada conjunto.

3 PROPRIEDADES DO EQUILÍBRIO LÍQUIDO-VAPOR

Neste capítulo serão discutidos conceitos intrínsecos à compreensão de toda a parte termodinâmica que sustenta a problemática deste trabalho. Noções da representação do equilíbrio, sua importância e aplicações; assim como, os modelos termodinâmicos presentes na literatura para o estudo de um ELV.

3.1 EQUILÍBRIO DE FASES

Pode-se definir equilíbrio como um estado estático no qual o sistema não sofre variações em suas propriedades macroscópicas ao longo do tempo. Esse sistema pode ser composto por duas ou mais fases homogêneas em equilíbrio, onde é admitido que em todos os pontos destas fases as propriedades intensivas¹ são as mesmas. Para o equilíbrio líquido-vapor essa condição pode ser satisfeita quando o fluxo de moléculas é permanente na interface das fases em equilíbrio, ou seja, não há transferência líquida de matéria entre as fases (SMITH et al., 2007; PRAUSNITZ et al., 1999).

3.2 DIAGRAMAS DE EQUILÍBRIO

Para uma análise quantitativa do equilíbrio líquido-vapor (ELV) tem-se o uso de diagramas que representam graficamente suas propriedades. Utilizar-se-á misturas binárias com dados da literatura de forma a elucidar à interpretação desses diagramas.

Para definir o número máximo de propriedades que devem ser especificadas para definir o estado do sistema, tem-se a Regra das Fases de Gibbs. Esta é definida por $P = 2 + m - \pi$, onde *m* é o número de componentes (portanto, igual a dois) e neste sistema deve existir ao menos uma fase (portanto, $\pi = 1$), o que resulta em P = 3. Logo, tem-se um máximo de três propriedades igual a três, que geralmente são: temperatura, pressão e fração mássica (ou molar) (SMITH et al., 2007; SANDLER, 2006).

O Gráfico 1 representa um diagrama de ELV formado por uma mistura binária ideal

¹Propriedades intensivas são propriedades que independem da massa, tamanho ou forma do sistema. Por exemplo: temperatura, pressão, etc.

ou comum caracterizada por certas curvas e áreas que estão descritas a seguir.

- Área I: é a região de líquido, onde mantendo-se uma fração mássica qualquer constante à medida que aumentamos a temperatura até tocar a primeira curva, passa-se de líquido sub-resfriado a saturado;
- Área II: é a região entre as curvas, que representa a mistura de líquido-vapor saturada;
- Área III: é região acima da curva superior, onde seguindo verticalmente de qualquer ponto dessa curva passa-se de vapor saturado a superaquecido.



Gráfico 1: Diagrama de ELV para o sistema acetona(1)-etanol(2)

Fonte: Dados experimentais obtidos de Amer et al. (1956).

As curvas representadas no Gráfico 1 ganham esses nomes devido aos conceitos de ponto de orvalho e ponto de bolha que nada mais são do que pontos de saturação. Um *ponto de orvalho* é o ponto onde, para uma determinada pressão e temperatura, ocorre a condensação de uma certa espécie química, em outras palavras, ocorre a primeira "gota de orvalho". Já um *ponto de bolha* é onde ocorre a vaporização para determinada pressão e temperatura, portanto, é formada a primeira bolha no sistema.

Pode existir um ponto no diagrama de ELV que as curvas de ponto de orvalho e bolha se tocam, neste ponto as frações mássicas de líquido e vapor seriam iguais a uma dada temperatura e pressão, o que sugere que a composição do vapor e do líquido permanecem iguais para aquela solução à medida que ela evapora ou condensa. Caso isso ocorra, diz-se que há formação de um *azeótropo* conforme ilustrado no Gráfico 2. Quando tem-se um ponto de azeotropia chamase essa mistura de não-ideal, que ao contrário de uma mistura comum esse tipo contém um

ponto de ebulição constante, portanto no ponto de azeotropia ela não pode ser separada por métodos que utilizem a faixa de temperatura de ebulição dos componentes como parâmetro, vide destilação (SMITH et al., 2007).



Gráfico 2: Diagrama de ELV para o sistema acetonitrila(1)-propanol(2)

Fonte: Dados experimentais obtidos de Tu e Ou (1998).

3.3 EQUAÇÃO DE ANTOINE: TEMPERATURA E PRESSÃO DE SATURAÇÃO

Para resolver os modelos de ELV se faz necessário o cálculo iterativo das pressões e temperaturas de saturação dos componentes. Uma maneira de se obter esses valores, não mediante o trabalho exaustivo de consulta às tabelas, é recorrer à equação de Antoine, definida de forma a explicitar T como,

$$T = \frac{B_i}{A_i - \log_{10} P_i^S} - C_i$$
(3.1)

onde P_i^S é a pressão da fase vapor, A_i , B_i e C_i são constantes específicas para a espécie *i* em questão, as unidades para *T* e *P* dependem das constantes. Caso inverta, admitindo temperatura como de saturação e P como a pressão parcial do sistema na Equação 3.1, chega-se ao resultado de

$$T_i^S = \frac{B_i}{A_i - \log_{10} P} - C_i$$
(3.2)

obtendo a temperatura de saturação para a espécie *i*. Pode-se também, através de manipulações básicas explicitar a pressão de saturação na Equação 3.1, chegando-se à relação

$$P_i^S = 10^{\left(A_i - \frac{B_i}{C_i + T}\right)}$$
(3.3)

é importante lembrar que para uma espécie química *j* o resultado é análogo.

3.4 MODELOS TERMODINÂMICOS PARA ELV

Em termos matemáticos a igualdade das propriedades intensivas dado um sistema em equilíbrio, conforme conceituado na seção 3.1, para um número π de fases e *m* componentes segundo Prausnitz et al. (1999) é descrita como,

$$T^{(1)} = T^{(2)} = \cdots = T^{(\pi)}$$
 (3.4)

$$P^{(1)} = P^{(2)} = \cdots = P^{(\pi)}$$
 (3.5)

$$\begin{aligned}
\mu_{1}^{(1)} &= \mu_{1}^{(2)} = \cdots = \mu_{1}^{(\pi)} \\
\mu_{2}^{(1)} &= \mu_{2}^{(2)} = \cdots = \mu_{2}^{(\pi)} \\
\vdots & \vdots & \vdots \\
\mu_{m}^{(1)} &= \mu_{m}^{(2)} = \cdots = \mu_{m}^{(\pi)}
\end{aligned}$$
(3.6)

essa relação matemática demonstrada nas equações acima é obtida quando considera-se um equilíbrio interno do sistema (fechado e heterogêneo), assim, os fenômenos de transferência de calor, massa e trabalho de fronteira são uniformes em toda parte do sistema. Estas equações trazem um critério fundamental para um equilíbrio de fases (PRAUSNITZ et al., 1999).

No conjunto de Equações 3.6 foi representado o potencial químico, μ , que governa a transferência de massa do sistema. Este pode se relacionar com uma propriedade definida por Lewis como *fugacidade*, de símbolo *f* (PRAUSNITZ et al., 1999), generalizando a equação diferencial do potencial químico para substâncias reais. Por definição, a Equação 3.7 traz esta relação,

$$\mu - \mu_i^0 = RT \ln \frac{f_i}{f_i^0} \tag{3.7}$$

onde R é a constante universal dos gases e T é a temperatura em K. A fugacidade leva a outro critério que pode ser estabelecido se tratando do equilíbrio de fases, pois segundo Smith et al. (2007, p. 300) "[...] múltiplas fases nas mesmas T e P estão em equilíbrio quando a fugacidade de cada espécie constituinte é a mesma em todas as fases." O que leva à outras igualdades:

$$\begin{aligned}
f_1^{(1)} &= f_1^{(2)} = \cdots = f_1^{(\pi)} \\
f_2^{(1)} &= f_2^{(2)} = \cdots = f_2^{(\pi)} \\
\vdots &\vdots &\vdots \\
f_m^{(1)} &= f_m^{(2)} = \cdots = f_m^{(\pi)}
\end{aligned}$$
(3.8)

Pode-se definir para um componente i qualquer a fugacidade das fases líquida (L) e vapor (V). Por definição, de Smith et al. (2007, Cap. 11), tem-se as seguintes equações,

$$f_i^V = y_i \phi_i P \tag{3.9}$$

$$f_i^L = x_i \gamma_i f_i \tag{3.10}$$

onde ϕ_i é o coeficiente de fugacidade e γ_i é o coeficiente de atividade. Levando-se em consideração a igualdade estabelecida pelo conjunto de Equações 3.8, pode-se igualar as Equações 3.9 e 3.10 obter a seguinte relação:

$$y_i \phi_i P = x_i \gamma_i f_i \tag{3.11}$$

Por definição, f_i é dado pela equação,

$$f_{i} = \phi_{i}^{S} P_{i}^{S} \underbrace{\exp\left[\frac{V_{i}^{L}(P - P_{i}^{S})}{RT}\right]}_{\text{Fator de Poynting}}$$
(3.12)

na equação o sobrescrito *S* representa o termo "saturação", que designa aos estados líquido ou vapor saturado conforme a variável, já a exponencial é um fator de correção que pode assumir valor unitário em pressões baixas e moderadas (RIBEIRO, 2005). Substituindo a Equação 3.12 na 3.11 e rearranjando, tem-se

$$y_i = x_i \gamma_i \frac{\phi_i^S}{\phi_i} \frac{P_i^S}{P} \exp\left[\frac{V_i^L(P - P_i^S)}{RT}\right]$$
(3.13)

desprezando o fator de Poynting dadas as condições de ELV e supondo modelo de gás ideal para a fase vapor, onde a razão dos coeficientes de fugacidade assume, também, o valor unitário. A Equação 3.14 chega ao valor de y_i :

$$y_i = \frac{x_i \gamma_i P_i^3}{P} \tag{3.14}$$

Estas considerações e conceitos são necessários para explicitar e resolver os modelos termodinâmicos de ELV, abordados a seguir, especificando o problema e muitas vezes simplificando o cálculo das equações de modelos complexos.

3.4.1 Modelo de Idealidade: Lei de Raoult

Pode-se fazer uma simples aplicação para as relações de equilíbrio. Para a Equação 3.8 dado um sistema com dois componentes, tendo duas fases em equilíbrio: líquido e vapor; a

distribuição do equilíbrio para o componente 1 (PRAUSNITZ et al., 1999), é dada por

$$f_1^V = f_1^L \tag{3.15}$$

onde os sobrescritos *L* e *V* representam, respectivamente, as fases líquida e vapor. A partir de agora fazer-se-á algumas considerações para estabelecer uma relação entre a fugacidade e a fração molar de cada fase. Para a fase vapor, irá se estabelecer que para T e P constantes a fugacidade desta fase é proporcional à fração molar, y_1 ; igualmente para a fase líquida, a fugacidade é proporcional à fração molar, x_1 (PRAUSNITZ et al., 1999). Assim a Equação 3.15, torna-se

$$y_1 f_1^V = x_1 f_1^L \tag{3.16}$$

onde essas considerações partem da premissa de que ambas as fases são ideais. Considerando agora que o componente 1 é puro e sua fase vapor representa um gás ideal, e na fase líquida o efeito da pressão na fugacidade ser desprezível às moderadas pressões (PRAUSNITZ et al., 1999). A Equação (3.16) torna-se

$$y_1 P = x_1 P_1^S (3.17)$$

conhecida como *lei de Raoult*, onde P_1^S é a pressão de vapor de saturação do componente 1 puro e o lado esquerdo, y_1P , representa a pressão parcial do componente 1 (SMITH et al., 2007).

3.4.2 A Não-Idealidade da Fase Líquida: Modelo NRTL

Mesmo que a lei de Raoult forneça uma boa aproximação para determinadas condições, ela não é aplicável quando se trata da maioria das misturas reais. Conforme abordado na seção 3.4.1, as condições estabelecidas para a fase líquida levam a assumir que as espécies em equilíbrio devem ser quimicamente parecidas, limitando o uso do modelo (SMITH et al., 2007).

Para corrigir o fato da não-idealidade da fase líquida é apresentado o modelo NRTL do inglês *non-random-two-liquid* de Prausnitz et al. (1999), que considera a energia de Gibbs (*G*) em excesso (não desprezando o coeficiente de atividade) e trabalhando diretamente com o conceito de *composição local* sendo elucidado da seguinte forma:

No interior de uma solução líquida, composições locais, diferentes da composição global da mistura, são supostamente responsáveis pelas orientações moleculares não-aleatórias e interações de curto alcance, que resultam de diferenças no tamanho molecular e nas forças intermoleculares (SMITH et al., 2007, p. 335).

Em comparação ao modelo de Raoult, por levar em consideração as forças

intermoleculares o modelo NRTL tem melhor aproximação aos dados experimentais (MARTINS et al., 2010). Portanto, é possível agora fazer uma boa aproximação da fase líquida pela introdução de parâmetros que aumentam a complexidade do cálculo, mas, generalizam o uso para misturas reais.

Agora, o coeficiente de atividade para uma espécie qualquer i e um sistema de m componentes, é dado por Prausnitz et al. (1999),

$$\ln \gamma_{i} = \frac{\sum_{j=1}^{m} \tau_{ji} G_{ji} x_{j}}{\sum_{l=1}^{m} G_{li} x_{l}} + \sum_{j=1}^{m} \left[\frac{x_{j} G_{ij}}{\sum_{l=1}^{m} G_{lj} x_{l}} \left(\tau_{ij} - \frac{\sum_{r=1}^{m} x_{r} \tau_{rj} G_{rj}}{\sum_{l=1}^{m} G_{lj} x_{l}} \right) \right]$$
(3.18)

1

onde

$$\tau_{ji} = \frac{g_{ji} - g_{ii}}{RT} = \frac{a_{ji} + \frac{b_{ji}}{T}}{R}$$
(3.19)

$$G_{ji} = \exp(-\alpha_{ji}\tau_{ji})$$
 e $(\alpha_{ji} = \alpha_{ij})$, $(a_{ii} = b_{ii} = \alpha_{ii} = 0)$. (3.20)

O subíndice *j* se refere às outras espécies que não a *i*. Os parâmetros a_{ii} , $a_{ij} \in \alpha_{ji}$ são obtidos mediante consulta a literatura, para o sistema multicomponente em questão e as determinadas pressões ou temperaturas fornecidas (RIBEIRO, 2005).

3.4.3 Métodos Iterativos para Cálculo dos Modelos de ELV

Existem métodos iterativos que facilitam a obtenção de propriedades de ELV através dos modelos apresentados, para obtenção da fração mássica, $T \, e P$. Os métodos apresentados na literatura consistem em iniciar o processo iterativo pela estimativa de duas propriedades, e ao final obter outras duas. Através das variáveis de saída tem-se a nomenclatura para o método iterativo, que consiste em quatro tipos conforme o Quadro 1.

Método	Variáveis de Entrada	Variáveis de Saída
Bolha P	$x_i \in T$	<i>y_i</i> e <i>P</i>
Orvalho P	yi e T	$x_i \in P$
Bolha T	$x_i \in P$	y _i e T
Orvalho T	<i>y_i</i> e <i>P</i>	$x_i \in T$

Quadro 1: Tipos de métodos iterativos para cálculo de pontos de saturação

Fonte: Smith et al. (2007)

3.4.3.1 Processo iterativo para o Bolha T

O método iterativo escolhido de forma à se adequar com o interesse deste trabalho é o Bolha T, onde irá se obter como propriedades de saída a fração mássica da fase vapor e a temperatura, entrando com a pressão parcial obtida pelos dados experimentais da literatura. Irá se empregar o modelo NRTL para ELV e para a estimativa inicial e cálculo de algumas etapas do processo iterativo demonstrar-se-á outras equações de relevância.

A primeira estimativa para a temperatura do sistema será dada pela média ponderada das temperaturas de saturação dos *m* componentes da mistura, o que leva à

$$T = \sum_{i=1}^{m} x_i T_i^S$$
(3.21)

Uma das etapas do método iterativo é a identificação da espécie *j*, que em linguagem simples se trata da outra espécie que está variando a fração mássica no sistema. Logo, para um sistema ternário um dos componentes permanecerá com uma determinada fração mássica constante enquanto variar-se-á a espécie de interesse *i* e a espécie *j*. Um pensamento análogo pode ser feito para um sistema multicomponente, de tal forma que apenas duas espécies irão variar sua composição para o cálculo, é importante lembrar que somatório das frações mássicas de todas as espécies deve sempre resultar em um. Para o cálculo da pressão de vapor da espécie *j*, irá se manipular a Equação 3.14 obtendo-se o termo P_j^S através da multiplicação de ambos os lados da igualdade pelo mesmo, e aplicando o somatório (RIBEIRO, 2005). O resultado é a Equação 3.22:

$$P_j^S = \frac{P}{\sum\limits_{i=1}^m x_i \gamma_i \frac{P_i^S}{P_j^S}}$$
(3.22)

Por fim, pode-se ilustrar o método iterativo aplicado ao modelo NRTL a partir do diagrama na Figura 1.



Figura 1: Diagrama do processo iterativo de Bolha T para modelo NRTL

Fonte: Reproduzido de Ribeiro (2005)

Avalie, $\delta T < \text{erro}?$

Imprima $T e y_i$

Sim

Não

4 CONCEITOS E MODELAGEM DAS REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

Para complementação do conhecimento necessário para a realização deste trabalho será apresentado neste capítulo, de forma breve, um pouco sobre as RNAs. Desde seu desenvolvimento histórico, modelagem primitiva, até os modelos mais utilizados e suas evoluções aplicáveis ao problema da predição de dados.

4.1 HISTÓRICO

Através do trabalho desenvolvido por Warren McCulloch e Walter Pitts, em 1943, intitulado "*A Logical Calculus of the Ideas Immament in Nervous Activity*" teve-se a ideia do modelo do primeiro neurônio artificial. Neste trabalho foram discutidos aspectos da modelagem matemática com respeito ao sistema nervoso humano, concentrando-se então em descrever como seria a representação de um neurônio artificial e suas capacidades (BRAGA et al., 2007; COPPIN, 2013).

Apenas em 1949, foi introduzido o estudo das técnicas de aprendizagem para as redes neurais artificiais ou RNAs, onde Donald Hebb pode introduzir que variação dos pesos nas entradas dos neurônios é a base para a flexibilidade de aprendizado das RNAs; a sua teoria ficou conhecida como *Regra Hebb* e é utilizada ainda hoje. Mais tarde Widrow e Hoff também contribuíram com a *Regra Delta*, conhecida pelo uso do gradiente descendente para minimização do erro. No ano de 1958, teve-se através de Rosenblatt um novo modelo nomeado de *perceptron*, que acredita em uma "independência" das RNAs para a classificação de padrões sem exigir grandes interferências humanas quanto às pressuposições na entrada dos dados. O modelo *perceptron* foi questionado por Minsky e Papert anos mais tarde, devido a limitação para resolução de problemas de maior complexidade se limitando à funções linearmente separáveis. Sem avanços consideráveis nas pesquisas, o estudo das RNAs voltou a chamar à atenção em 1982 com John Hopfield mostrando a capacidade associativa das RNAs se relacionando com problemas físicos. Com a exposição do algoritmo *Back-propagation* contrariando a visão de Minsky e Papert sobre o modelo *perceptron* demonstrando que RNAs de múltiplas camadas são capazes de resolver problemas bem complexos (BRAGA et al., 2007).

Desde então, devido ao crescente progresso da tecnologia o estudo e desenvolvimento

das RNAs tem tido grandes avanços, e atualmente os estudos se concentram em desenvolvimento de modelos de treinamento eficientes e à aplicação para solução de problemas reais (BRAGA et al., 2007).

4.2 O QUE SÃO REDES NEURAIS ARTIFICIAIS?

As RNAs derivam da associação com o cérebro humano, ou o sistema nervoso, que consegue processar informações complexas e diversas em um período muito pequeno em relação a supercomputadores, por exemplo. A facilidade em reconhecer padrões desse tipo de estrutura biológica chama a atenção para estudos. Esse tipo de característica provêm de uma aprendizagem contínua armazenando dados associados a cada tipo de situação para um posterior uso, característica das RNAs. Essa inspiração no entanto não garante a igualdade das RNAs com o cérebro humano, e na maneira simples de defini-las diz-se que são estruturas modeladas para realizar uma única tarefa da forma que faria o cérebro humano. Essa forma de realizar pode ser modelada por dois atributos herdados pelas RNAs, a capacidade de aprendizagem adquirindo conhecimento e a "energia" das ligações conferidas pelos pesos atribuídos às entradas dos neurônios (HAYKIN, 2001).

4.2.1 Neurônio Artificial vs Biológico

Um neurônio biológico, ilustrado na Figura 2, é uma unidade do sistema nervoso humano que se caracteriza pela associação em paralelo e estrutura composta por três unidades majoritárias: dendritos, corpo celular e axônio. Os dendritos são responsáveis por receber os sinais dos outros neurônios e transmitir ao corpo celular, que por sua vez no núcleo contém a informação sobre os traços hereditários. O axônio é responsável por receber do corpo celular o sinal e transmiti-lo através da sinapse nervosa pelo caminho dos seus terminais aos outros dendritos do neurônio posterior (BASHEER; HAJMEER, 2000).

A analogia para o neurônio artificial dá-se primeiramente pelos sinais de entrada, que representam os sinais variados vindos de outras terminações conectadas aos dendritos. Estes são recebidos pela função soma que realiza um somatório dos sinais ponderados pelas sinapses relacionadas a cada neurônio e chegam até uma função de ativação representada pelo papel do axônio (BASHEER; HAJMEER, 2000; HAYKIN, 2001).

O modelo que representa de maneira primitiva um neurônio biológico é o MCP, proposto inicialmente por McCulloch e Pitts. Este modelo representado na Figura 3, tem entradas com pesos associados (w_{kj}) que provêm dos terminais de *m* neurônios. Esses pesos



Figura 2: Representação de um neurônio biológico e suas estruturas

Fonte: Autoria Própria

diferem dos neurônios biológicos por poderem assumir valores negativos. Caso o valor da função soma atinga um valor limite, a função de ativação libera ou não a saída (BRAGA et al., 2007). Cada neurônio recebe também um bias (b_k) , termo que causa o aumento ou diminuição



Fonte: Reproduzido e adaptado de Haykin (2001)

da entrada líquida (a depender do seu sinal) da função de ativação. O sinal de saída y_k de um neurônio pode ser modelado como

$$y_k = f_a(\boldsymbol{v}_k) \tag{4.1}$$

onde

$$\upsilon_k = b_k + \sum_{j=1}^m w_{kj} x_j \tag{4.2}$$

para *m* neurônios. Onde o índice *j* representa o neurônio e o *k* o terminal de onde provêm a

entrada e v_k é o potencial de ativação (HAYKIN, 2001).

4.2.1.1 Funções de ativação

Na literatura encontra-se, diversos tipos para funções de ativação (f_a) para definir a saída de um neurônio, sendo essas lineares ou não-lineares. Funções de ativação lineares tem pouco uso perante problemas reais, para as não lineares pode-se dividi-las em que assumem valores de 0 a 1, e de -1 a 1 (DUARTE, 2004).

Para funções que assumem valores de 0 a 1, tem-se como exemplo a *função de Heaviside*, demonstrada na Equação 4.3 pelo seu uso na modelagem do neurônio MCP. Nesta função, caso o valor seja não-negativo o neurônio irá realizar um sinal de valor 1, e caso contrário o valor 0 (HAYKIN, 2001).

$$f_a(v_k) = \begin{cases} 1, & \text{se } v_k \ge 0\\ 0, & \text{se } v_k < 0 \end{cases}$$
(4.3)

Outra função que assume apenas valores positivos é a função sigmoidal, tendo características que a fazem como de longe a mais usada atualmente. Ela alia a forma de um comportamento linear com um não-linear. A Equação 4.4 representa um tipo de função sigmoidal a *função logística*, tendo *a* como seu parâmetro de inclinação. Diferente da função de Heaviside, a função logística assume valores contínuos de 0 a 1, vide exemplo gráfico na Figura 4a (BRAGA et al., 2007; HAYKIN, 2001).

$$f_a(v_k) = \frac{1}{1 + \exp(-av_k)} \tag{4.4}$$

Já a função tangente hiperbólica assume valores de -1 a 1, sendo representada pela Equação 4.5. Seu exemplo gráfico é visto na Figura 4b. A possibilidade de assumir valores negativos traz à esta função benefícios quanto à análise dos dados, podendo acelerar o processo de convergência da rede em relação a funções não-simétricas (como a função logística) (HAYKIN, 2001).

$$f_a(v_k) = \tanh(v_k) \tag{4.5}$$



4.3 ARQUITETURAS DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

Quando fala-se da *arquitetura* de uma RNA trata-se do modo em que os neurônios, uns em relação aos outros, estão organizados. Nesta seção serão abordados alguns tipos de arquiteturas de RNAs. Antes, porém, define-se uma RNA como dividida em três conjuntos principais, sendo eles: camadas de entrada, camadas intermediárias (ou ocultas) e camadas de saída.

Basicamente, as camadas de entrada são responsáveis por recepcionar os dados que chegam à rede. Estes dados ou sinais são normalizados em relação às funções de ativação, para posteriormente responder com uma melhor precisão aos cálculos empregados na rede. O próximo conjunto são as camadas ocultas, às quais conferem o trabalho de processar a informação extraída de acordo com as características do problema. Por último, os neurônios da camada de saída tem o papel fundamental de, através dos dados provenientes das camadas anteriores, apresentar os resultados da rede (SILVA et al., 2010).

4.3.1 Redes Feedforward

Tendo como significado redes com alimentação direta, as redes do tipo *Feedforward* tem a característica dos dados transitarem de maneira unidirecional, ou seja, cada camada se conecta à próxima seguindo em direção à camada de saída. Estas podem se apresentar com uma única camada neural ou camadas múltiplas. Alguns dos tipos mais comuns que apresentam a arquitetura *Feedforward* são: *Perceptron* simples e o MLP (SILVA et al., 2010; HAYKIN,

2001).

4.3.1.1 *Perceptron* simples

O *Perceptron* é utilizado para o reconhecimento de padrões que são linearmente separáveis¹, sendo a arquitetura mais simples para esse tipo de problema. Esse tipo de rede é composto por apenas uma camada neural, a camada de saída, e esta contendo apenas um neurônio (a saída esperada). Mesmo com sua simplicidade, o *Perceptron* foi o impulso inicial necessário para o desenvolvimento da pesquisa em RNAs que chegaria à modelos com maior capacidade computacional (SILVA et al., 2010).

4.3.1.2 MLP: perceptron de múltiplas camadas e o Backpropagation

O tipo de rede MLP (*Multilayer Perceptron*), consiste basicamente no surgimento de uma ou mais camadas intermediárias, com funções de ativação sigmoidais, na arquitetura da rede. Essas camadas garantem um poder computacional muito forte às redes MLP, lidando com problemas não-linearmente separáveis (SILVA et al., 2010). Segundo Braga et al. (2007), com duas camadas intermediárias as redes MLP são capazes de representar teoricamente qualquer função, dada que a precisão dos resultados será de acordo com o aumento do número de neurônios (complexidade) das camadas intermediárias.

Conforme observado na Figura 5, o sinal advindo de cada uma das entradas percorre cada um dos neurônios em direção à camada de saída. Diferente do modelo simples do *Perceptron* o MLP conta com *m* saídas correspondentes ao processo de estudo, número que corresponde à quantidade de neurônios da última camada neural (SILVA et al., 2010).

Nesta arquitetura a trajetória que o sinal percorre é inicialmente entrando pela camada de entrada, depois chegam as camadas ocultas que tratam de coletar todas as características inerentes ao processo e reproduzem isso na forma do ajuste dos pesos de cada um dos neurônios. Os números gerados na saída desses neurônios são tratados, pela respectiva função de ativação da camada intermediária correspondente, e chegam à camada de saída, onde produzem os resultados de acordo com o padrão que se espera das saídas do processo (SILVA et al., 2010).

O algoritmo de treinamento desenvolvido inicialmente para solucionar o problema dos ajustes de pesos dos neurônios do MLP foi o *Backpropagation* (ou retropropagação), fazendo uso do método do gradiente descendente. Este processo de treinamento tem duas fases bem

¹São linearmente separáveis padrões que podem ser resolvidos utilizando-se uma reta ou um hiperplano (HAYKIN, 2001).



Figura 5: Ilustração de uma rede MLP com duas camadas ocultas

Fonte: Reproduzido e adaptado de Silva et al. (2010)

evidentes, nomeadas de: fase *forward* e fase *backward* (BRAGA et al., 2007; SILVA et al., 2010). Com base na Figura 5, tendo uma rede exemplo com essas características, pode-se descrever segundo Braga et al. (2007) essas fases a seguir.

- Fase *forward*: se dá no sentido da esquerda para a direita da figura. Nessa fase os ajustes dos pesos são realizados de acordo com as entradas, seguindo os determinadas etapas:
 - 1. Um vetor com os dados de entrada é apresentado à camada de entrada, e são calculados os valores de saída dos neurônios da primeira camada oculta.
 - 2. Os valores de saída provenientes da camada oculta anterior se destinam as entradas da próxima camada. Então, as saídas desta camada são calculadas. Este processo é análogo para todas as camadas intermediárias até que se chegue à camada de saída.
 - As saídas geradas pela camada de saída são comparadas com os resultados desejados para o vetor de entrada correspondente. A diferença entre esses dois valores gera o erro para cada um dos vetores.
- Fase *backward*: se dá no sentido da direta para a esquerda da figura. Utilizando-se do erro entre a saída desejada e a saída obtida pela rede para o ajuste dos pesos de cada um dos neurônios que compõem a rede. As etapas são:
 - 1. O erro obtido na última etapa pela camada de saída, é tido como parâmetro para ajuste dos pesos desta mesma camada. O método utilizado é o gradiente

descendente².

- O valor do erro é levado para a camada anterior à camada de saída, a última camada oculta. Com uso dos pesos calculados por esta camada, se obtém o erro proporcional à influência de cada um dos neurônios, da mesma, no erro obtido na saída.
- 3. Os valores dos erros obtidos na última camada oculta são usados para o recálculo dos seus respectivos pesos de acordo com o gradiente descendente.
- Ocorre a propagação do erro até que os pesos da primeira camada oculta sejam ajustados, assim todos os pesos das camadas neurais são ajustados segundo o vetor de entrada e a saída esperada.

4.3.2 Tipos de Aprendizado

Sobre o aprendizado no contexto de RNAs, Mendel e McClaren (1970, apud HAYKIN, 2001, p. 75) trazem a definição a seguir.

Aprendizado é um processo pelo qual os parâmetros livres de uma rede neural são adaptados através de um processo de estimulação pelo ambiente no qual a rede está inserida. O tipo de aprendizagem é determinado pela maneira pela qual a modificação dos parâmetros ocorre.

Nesta seção serão elucidadas duas grandes classes de aprendizado utilizado nas RNAs, isto irá conduzir ao maior entendimento das características de adaptabilidade e generalização já discutidas quanto esta classe da inteligência artificial.

4.3.2.1 Aprendizado supervisionado

Nesta classe de aprendizado, diz-se que a rede aprende com o auxílio de um "professor". Este professor é representado pelo conhecimentos dos dados de entrada e saída, os quais são desconhecidos para a rede em treinamento. Um fluxograma do aprendizado supervisionado está ilustrado na Figura 6 (HAYKIN, 2001).

Desta forma, ocorre o ajuste contínuo dos pesos devido à análise dos conjuntos de entrada e saída, essas ações de análise são direcionadas conforme o algoritmo de treinamento utilizado finalizando quando o erro máximo desejado é obtido (SILVA et al., 2010).

²A dedução das equações do método do gradiente descendente, ou regra Delta, não é o objetivo deste trabalho, mas, pode ser conferida em Haykin (2001, p. 188-200).



Figura 6: Fluxograma do processo de aprendizado supervisionado

Fonte: Reproduzido de Braga et al. (2007)

4.3.2.2 Aprendizado não-supervisionado

No caso do aprendizado não-supervisionado a rede desconhece os dados de saída esperados. Logo, ela mesma deve prever suas ações com base nas características presentes em cada conjunto de treinamento. Dividindo-os em subconjuntos (*clusters*) com características parecidas que possam auxiliar no ajuste dos pesos para reproduzir essas particularidades internas da rede (SILVA et al., 2010).

4.4 ALGORITMOS DE TREINAMENTO

No treinamento pode-se ter diferentes regras de aprendizado, estas são traduzidas na forma de algoritmos de treinamento. A depender do problema diferentes formas de treinamento podem conferir maior precisão à RNA, em contrapartida apresentam cálculos mais complexos no tratamento do erro exigindo maior poder computacional.

Um dos problemas encontrados no treinamento de RNAs é o *overtraining* ou supertreinamento. O supertreinamento se dá pelo treinamento excessivo causando a perda de generalização em uma rede neural. Na prática para o tipo MLP (Seção 4.3.1.2) um aumento indefinido no número de camadas intermediárias e dos neurônios, não irão conferir [sempre] uma maior precisão aos resultados esperados. Isso ocorre devido à capacidade da RNA se ajustar apenas aos pontos específicos dados na etapa de treinamento, consequentemente o erro (em relação aos resultados) será baixo nesta etapa e alto na etapa de testes, onde a rede recebe vetores de entrada até então desconhecidos (SILVA et al., 2010; HAYKIN, 2001).

4.4.1 Resilient Backpropagation

Como uma evolução ao *Backpropagation*, que conforme dito (Seção 4.3.1.2) geralmente faz uso da função sigmoide nas camadas intermediárias, o algoritmo *Resilient*
Backpropagation (RPROP) diminui os efeitos prejudiciais das magnitudes das derivadas parciais dos pesos. O uso da função sigmoide faz com que o um conjunto de dados de intervalo infinito seja transformado a um intervalo finito; por vezes, então, surge um problema ao utilizar o gradiente descendente para o treinamento; já que sua magnitude pode ser muito pequena provocando pequenos ajustes, embora os valores para os pesos e desvios estão distantes dos ideais. Portanto, o algoritmo RPROP faz uso apenas da direção das derivadas parciais e não da magnitude, fazendo com que, se necessário, a alteração dos pesos e desvios possa ocorrer em maior grau (RIEDMILLER; BRAUN, 1993).

4.4.2 Algoritmo de Levenberg-Marquardt

O algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM) é uma otimização do *backpropagation*, o qual tem por característica uma convergência mais rápida em relação ao mesmo, apresentando portanto um maior desempenho. Sendo considerado um dos algoritmos mais rápidos de aprendizado para redes *Feedforward*, ele pode ter como desvantagem o requisito de maior poder de processamento computacional (RIBEIRO, 2005; GONÇALVES et al., 2010).

4.4.2.1 Regularização Bayesiana

A regularização Bayesiana faz o ajuste dos pesos e bias segundo o algoritmo de otimização de Levenberg-Marquardt. Entretanto para a redução do erro quadrático e melhor ajuste dos pesos ela adiciona mais um termo, o somatório do quadrado dos pesos e *bias* (SSW), que confere uma nova característica capaz de produzir uma rede com maior generalização e com respostas mais adequadas (MACKAY, 1991). A adição deste termo modifica a chamada função-objetivo (F), a qual tem o objetivo de ser minimizada e tem a seguinte forma:

$$F = \alpha \cdot SSE + \beta \cdot SSW \tag{4.6}$$

Os parâmetros α e β são coeficientes ajustáveis pela aplicação da lei de Bayes. O somatório dos erros quadrados é dado por SSE (RIBEIRO, 2005).

5 METODOLOGIA

O objetivo deste capítulo consiste em descrever o procedimento de pesquisa para a comprovação da eficiência na predição de dados de equilíbrio líquido-vapor (ELV) pelas redes neurais artificiais (RNAs).

5.1 ELABORAÇÃO DO SCRIPT BOLHA T

Os chamados "dados calculados" utilizados nos conjuntos para cada uma das redes foram obtidos pela geração de uma matriz-resultado do algoritmo do script Bolha T.

O script Bolha T, consistindo em um código para o cálculo iterativo de dados de ELV, foi desenvolvido em ambiente MATLAB[®], conforme descrito na Seção 3.4.3.1. Os parâmetros para a equação de Antoine (veja a Seção 3.3) para cada um dos componentes do sistema clorofórmio-benzeno-1-butanol estão descritos na Tabela 1, em que as unidades para a temperatura e pressão, são graus Celsius e milímetros de mercúrio, respectivamente. Os parâmetros para as equações do método NRTL para cada um dos componentes do sistema estão descritos na Tabela 2, para esses as unidades estão de acordo com o SI (Sistema Internacional de Unidades).

Tabela 1: Constantes da Eq. de Antoine para os componentes do sistema ternário

Componentes	Α	В	С
clorofórmio	7,44777	1488,99	264,915
benzeno	7,20090	1415,80	248,028
1-butanol	7,93060	1738,40	226,606
	~		

Fonte: Gmehling et al. (1977)

Tabela 2: Parâmetros binários do método NRTL para o sistema ternário à pressão de 105-303 kPa

Componentes ij	a_{ij}	a_{ji}	b_{ij}	b_{ji}	α_{ij}
clorofórmio-benzeno	-1,0488	0,6209	607,006	-480,842	0,3
clorofórmio-1-butanol	-4,4258	0,9208	1899,05	-410,59	0,3
benzeno-1-butanol	0,0504	-0,9781	519,583	323,861	0,3

Fonte: Gmehling et al. (1977)

O código-fonte do algoritmo do script Bolha T utilizado nesse trabalho está disponível no Apêndice A.

5.2 CONJUNTOS DE DADOS

Para a adequação com o objetivo desse trabalho foram utilizados diversos conjuntos que fazem menção às diversas condições de predição para as RNAs em relação a dados termodinâmicos. Os dados experimentais são disponíveis para os equilíbrios isobáricos às pressões de 105, 205 e 303 kPa. Estes dados foram obtidos mediante literatura experimental pelo DECHEMA (veja Gmehling et al. (1977)).

Ao todo foram utilizados 10 conjuntos, sendo estes subdivididos em conjuntos de treinamento e teste. A nomenclatura dos conjuntos é dada por Cn, onde n representa o número do respectivo conjunto.

Os conjuntos C1, C2 e C3 representando cada uma das três pressões disponíveis nos dados experimentais, cada um destes compostos em sua totalidade por dados experimentais, sendo 20 vetores para o subconjunto de treinamento e 5 vetores para o subconjunto de teste. Os conjuntos C4, C5 e C6 representando cada uma das três pressões disponíveis nos dados experimentais, cada um destes compostos por dados calculados e experimentais, sendo 100 vetores de dados calculados para o subconjunto de treinamento e 25 vetores de dados experimentais para o subconjunto de teste.

O conjunto C7 é formado por 300 vetores de dados calculados, para as três pressões disponíveis, no subconjunto de treinamento e 75 vetores de dados experimentais, também para todas as pressões, no subconjunto de teste. O conjunto C8 é formado por 200 vetores de dados calculados, para as pressões de 105 e 205 kPa, no subconjunto de treinamento e 25 vetores de dados experimentais, para a pressão de 303 kPa, no subconjunto de teste. O conjunto C9 é formado por 200 vetores de dados calculados, para as pressões de 105 e 205 kPa, no subconjunto de teste. O conjunto C9 é formado por 200 vetores de dados calculados, para as pressões de 105 e 303 kPa, no subconjunto de teste. O conjunto de teste. O conjunto C10 é formado por 200 vetores de dados calculados, para a pressão de 205 kPa, no subconjunto de treinamento e 25 vetores de dados por 200 vetores de dados calculados, para a pressão de 205 kPa, no subconjunto de teste. O conjunto C10 é formado por 200 vetores de dados calculados, para as pressões de 205 kPa, no subconjunto de treinamento e 25 vetores de dados por 200 vetores de dados calculados, para a pressão de 205 kPa, no subconjunto de teste.

5.2.1 Camadas de Entrada e Saída

As propriedades para a camada de entrada das redes formadas pelos conjuntos C1, C2, C3, C4, C5 e C6 são as frações molares x_1 e x_2 e para a camara de saída: y_1 , y_2 e T. A partir

do conjunto C7, foi introduzida a pressão do sistema na camada de entrada da RNA, portanto, como propriedades na camada de entrada das redes formadas pelos conjuntos C7, C8, C9 e C10 temos P, x_1 e x_2 , e para a camada de saída: y_1 , y_2 e T.

Os dados fazem referência ao sistema ternário (1)clorofórmio-(2)benzeno-(3)1butanol. Os números entre parêntesis se relacionam com os subíndices das propriedades.

5.3 ELABORAÇÃO DAS REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

A elaboração das RNAs foi realizada com uso do *software* MATLAB[®] (versão R2013b) em linha de código, com uso majoritário da função fitnet (*Neural Network Fitting*) para a criação de cada RNA e da função train (*Train Neural Network*) para o treinamento e testes.

5.3.1 Parâmetros Utilizados para a Elaboração das RNAs

Segundo Si-Moussa et al. (2008), para uma escolha adequada de uma RNA aplicada a problemas de engenharia, levam-se em conta os seguintes fatores:

- 1. Arquitetura da Rede (Seção 4.3)
- 2. **Topologia da Rede** (número de camadas ocultas, número de neurônios das camadas ocultas)
- 3. Funções de Ativação (Seção 4.2.1.1)
- 4. Algoritmos de Treinamento (Seção 4.4)

A arquitetura de rede utilizada foi do tipo *Feedforward*. A topologia das RNAs foi dada por no máximo duas camadas intermediárias já que segundo citado na Seção 4.3, uma RNA de duas camadas ocultas pode aproximar praticamente qualquer função. Ainda sobre a topologia, o número de neurônios de cada uma destas camadas ocultas foi parte da avaliação deste trabalho com a observação dos parâmetros de performance, permitindo observar a melhor estrutura para cada conjunto de dados.

A função de ativação escolhida foi a sigmoidal e para o treinamento o algoritmo de Levenberg-Marquardt com Regularização Bayesiana, já que apresenta uma otimização em relação aos outros algoritmos (veja a Seção 4.4.2.1).

5.3.2 Parâmetros de Performance

Para adotar um critério de parada o algoritmo de treinamento se utiliza diversos parâmetros de performance da rede, estes, também, utilizados para a avaliação da precisão e eficiência da rede posteriormente. O parâmetro de performance principal do algoritmo de Levenberg-Marquardt com Regularização Bayesiana é média do somatório do quadrado dos erros (MSE) obtido pelo somatório do quadrado dos erros (SSE), os quais são calculados, respectivamente, pelas Equações 5.2 e 5.1.

$$SSE = \sum_{i=1}^{N} (y_{1,\text{teste}} - y_{1,\text{calculado}})^2 + \sum_{i=1}^{N} (y_{2,\text{teste}} - y_{2,\text{calculado}})^2 + \sum_{i=1}^{N} (T_{\text{teste}} - T_{\text{calculado}})^2$$
(5.1)

$$MSE = \frac{SSE}{N}$$
(5.2)

onde N é o número de vetores de entrada, e cada um dos termos somados na Eq. 5.1 representa o SSE de cada saída individual.

O MSE permite verificar a magnitude do erro entre os valores esperados e os valores calculados pela rede, sendo assim quanto mais próximo a zero melhor. Outro parâmetro importante é o γ , o qual indica o número de parâmetros (pesos e *bias*) efetivos da rede, de modo que, mesmo com o aumento de neurônios em camadas intermediárias esse número tende a ficar constante, indicando a topologia adequada (RIBEIRO, 2005).

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo será apresentado os resultados alcançados com o uso das redes neurais artificiais (RNAs) e também as análises para cada um dos conjuntos de dados perante os resultados.

6.1 DEFINIÇÃO DAS TOPOLOGIAS

Foram realizados testes dos conjuntos de dados com diferentes topologias de RNA. Para os conjuntos C1 a C6, as topologias serão representadas por 2xnx3, representando 2 neurônios na camada de entrada ($x_1 e x_2$), n neurônios na camada intermediária e 3 neurônios na camada de saída (y_1 , $y_2 e T$). Para os conjuntos C7 a C10, as topologias são representadas por 3xnx3, representando 3 neurônios na camada de entrada (P, $x_1 e x_2$), n neurônios na camada intermediária e 3 neurônios na camada de saída (y_1 , $y_2 e T$).

Todas os testes para as diferentes topologias das RNAs se iniciaram com 2 neurônios na camada intermediária, variando até um número máximo que, com a observação dos parâmetros de performance, se verifique a satisfação da topologia para o conjunto de dados.

6.1.1 Rede para o Conjunto C1

A Tabela 3 mostra os resultados para as diferentes topologias utilizadas na RNA do conjunto C1.

Та	Tabela 3: Resultados da rede para o conjunto C1				
Торо	logia	MSE treinamento	MSE testes	γ	
2x2	2x3	9,98E-02	3,24E-01	2,09	
2x3	3x3	8,35E-02	7,07E-01	4,15	
$2x^4$	lx3	5,71E-02	3,20E-01	3,45	
2x5	5x3	1,12E-01	9,49E-02	2,99	
2x6	óx3	9,28E-02	1,28E-01	2,82	
2x7	7x3	6,33E-05	2,93E+00	3,83	
2x8	3x3	1,08E-01	7,65E-02	2,78	

Fonte: Autoria própria.

Analisando a Tabela 3, verifica-se que com 5 neurônios na camada intermediária a rede apresentou MSE baixo observando que houve pouca divergência entre os resultados esperados e os calculados pela rede. Também, a partir de 5 neurônios verifica-se que a rede apresenta um γ que tende a ficar constante, dando ainda mais confiança para a escolha da topologia 2x5x3 como a melhor para o conjunto C1. A seguir são apresentados os gráficos da relação dos resultados calculados *vs*. esperados para a RNA escolhida para o conjunto C1.

Gráfico 3: Relação entre o valor esperado e o calculado para y1 da RNA para o C1



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 4: Relação entre o valor esperado e o calculado para y2 da RNA para o C1



Conforme observado nos Gráficos 3 e 4 as frações molares y_1 e y_2 apresentaram uma



Gráfico 5: Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C1

Fonte: Autoria própria.

dispersão considerável diante da natureza decimal dessas propriedades. Já no Gráfico 5 observase uma boa correlação entre os dados da temperatura do sistema.

6.1.2 Rede para o Conjunto C2

A Tabela 4 mostra os resultados para as diferentes topologias utilizadas na RNA do conjunto C2.

Tabela 4: Resultados da rede para o conjunto C2				
Topologia	MSE treinamento	MSE testes	γ	
2x2x3	5,34E-02	1,70E-01	1,73	
2x3x3	2,85E-02	1,65E-01	3,73	
2x4x3	3,94E-02	9,19E-02	3,05	
2x5x3	4,66E-02	2,21E-01	2,80	
2x6x3	2,00E-02	3,20E-01	3,12	
2x7x3	1,69E-02	1,40E-01	3,14	

Fonte: Autoria própria.

Seguindo a mesma análise feita para o conjunto C1, na Tabela 4 verifica-se que com 4 neurônios na camada intermediária a rede apresentou MSE baixo, com pouca divergência entre os resultados esperados e os calculados pela rede. Também, a partir de 4 neurônios verifica-se que a rede apresenta um γ que tende a ficar constante, dando ainda mais confiança para a escolha da topologia 2x4x3 como a melhor para o conjunto C2. A seguir são apresentados os gráficos da relação dos resultados calculados *vs*. esperados para a RNA escolhida para o conjunto C2.



Gráfico 6: Relação entre o valor esperado e o calculado para y1 da RNA para o C2

Fonte: Autoria própria.

Gráfico 7: Relação entre o valor esperado e o calculado para y2 da RNA para o C2



Fonte: Autoria própria.

Foi possível em observar nos Gráficos 6, 7 e 8 uma boa concordância entre os valores calculados e os esperados para o conjunto C2.

6.1.3 Rede para o Conjunto C3

A Tabela 5 mostra os resultados para as diferentes topologias utilizadas na RNA do conjunto C2.

Na Tabela 5 observa-se que o menor MSE pertence a topologia com com 7 neurônios



Gráfico 8: Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C2

Fonte: Autoria própria.

Topologia	MSE treinamento	MSE testes	γ
2x2x3	4,75E-02	7,75E+00	2,05
2x3x3	1,68E-02	1,93E-01	2,54
2x4x3	2,90E-03	3,22E-02	5,25
2x5x3	2,30E-03	7,61E-02	2,80
2x6x3	2,20E-03	1,01E-01	2,63
2x7x3	3,40E-03	1,68E-02	1,92
2x8x3	6,70E-04	1,77E-02	2,16

Tabela 5: Resultados da rede para o conjunto C3

Fonte: Autoria própria.

na camada intermediária, e o parâmetro γ também se apresenta constante, demonstrando a eficiência da rede para a predição do conjunto C3. A seguir são apresentados os gráficos da relação dos resultados calculados *vs.* esperados para a RNA escolhida para o conjunto C3.



Gráfico 9: Relação entre o valor esperado e o calculado para y1 da RNA para o C3

Fonte: Autoria própria.

Gráfico 10: Relação entre o valor esperado e o calculado para y2 da RNA para o C3



Fonte: Autoria própria.



Gráfico 11: Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C3

Fonte: Autoria própria.

Observando os Gráficos 9, 10 e 11 verifica-se que todas as propriedades foram preditas com ótima correlação aos resultados esperados.

6.1.4 Rede para o Conjunto C4

A Tabela 6 mostra os resultados para as diferentes topologias utilizadas na RNA do conjunto C4.

Tabela 6: Resultados da rede para o conjunto C4				
Topologia	MSE treinamento	MSE testes	γ	
2x2x3	7,06E-09	4,55E+01	3,16	
2x3x3	2,45E-09	4,59E+01	2,90	
2x4x3	1,82E-10	4,59E+01	2,44	
2x5x3	3,51E-11	4,59E+01	3,38	
2x6x3	4,30E-11	4,59E+01	2,97	
2x7x3	2,01E-11	4,59E+01	2,90	

Fonte: Autoria própria.

Analisando a Tabela 6, verifica-se que com 2 ou 3 neurônios na camada intermediária as redes apresentaram os menores valores de MSE. Contudo, a partir de 3 neurônios verificase que a rede apresenta um γ que tende a ficar constante, mostrando a escolha da topologia 2x3x3 como a melhor para o conjunto C4. A seguir são apresentados os gráficos da relação dos resultados calculados *vs.* esperados para a RNA escolhida para o conjunto C4.



Gráfico 12: Relação entre o valor esperado e o calculado para y1 da RNA para o C4

Fonte: Autoria própria.

Gráfico 13: Relação entre o valor esperado e o calculado para y2 da RNA para o C4



Fonte: Autoria própria.



Gráfico 14: Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C4

Fonte: Autoria própria.

Observando o Gráfico 12 verifica-se que houve uma grande dispersão frente aos resultados esperados para y_1 , já para y_2 , observa-se no Gráfico 13 uma boa correlação com pequena dispersão, e para a temperatura (Gráfico 14) se observa uma dispersão significativa.

6.1.5 Rede para o Conjunto C5

A Tabela 7 mostra os resultados para as diferentes topologias utilizadas na RNA do conjunto C5.

Tabela 7: Resultados da rede para o conjunto C5				
Topologia	MSE treinamento	MSE testes	γ	
2x2x3	3,89E-08	2,72E+02	6,55	
2x3x3	4,54E-09	3,46E+01	5,05	
2x4x3	7,99E-11	3,44E+01	4,89	
2x5x3	7,05E-11	3,44E+01	3,12	
2x6x3	3,81E-10	3,44E+01	4,80	
2x7x3	2,83E-11	3,45E+01	6,86	

Fonte: Autoria própria.

Na Tabela 7 observa-se que o menor MSE pertence a topologia com 4, 5 e 6 neurônios na camada intermediária e escolheu-se então a topologia 2x4x3 por verificar que a partir desta o parâmetro γ se apresenta constante, demonstrando a eficiência da rede para a predição do conjunto C5. A seguir são apresentados os gráficos da relação dos resultados calculados *vs.* esperados para a RNA escolhida para o conjunto C5.



Gráfico 15: Relação entre o valor esperado e o calculado para y1 da RNA para o C5



Gráfico 16: Relação entre o valor esperado e o calculado para y2 da RNA para o C5



Fonte: Autoria própria.



Gráfico 17: Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C5

Fonte: Autoria própria.

É possível observar no Gráfico 15 que a maior parte dos dados para y_1 não apresentam uma boa correlação, contudo valores maiores apresentaram correlações melhores. No Gráfico 16 observa-se uma boa correlação para a maioria dos valores, demonstrando menores desvios dos valores esperados para y_2 . A predição para a temperatura em sua maioria não apresenta boa correlação, conforme apresentado no Gráfico 17.

6.1.6 Rede para o Conjunto C6

A Tabela 8 mostra os resultados para as diferentes topologias utilizadas na RNA do conjunto C6.

Tabela 8: Resultados da rede para o conjunto C6			
Topologia	MSE treinamento	MSE testes	γ
2x2x3	1,78E-08	1,42E+02	2,34
2x3x3	8,21E-09	1,40E+02	2,39
2x4x3	1,87E-10	1,40E+02	3,80
2x5x3	6,04E-11	1,36E+02	2,35
2x6x3	1,29E-10	1,43E+02	2,17
2x7x3	3,85E-11	1,38E+02	2,06
2x8x3	3,29E-11	1,42E+02	2,12

Fonte: Autoria própria.

Analisando a Tabela 8, verifica-se que com 5 neurônios na camada intermediária a rede apresentou o menor MSE diante das topologias testadas. Também, a partir de 5 neurônios

verifica-se que a rede apresenta um γ que tende a ficar constante, dando ainda mais confiança para a escolha da topologia 2x5x3 como a melhor para o conjunto C6. A seguir são apresentados os gráficos da relação dos resultados calculados *vs*. esperados para a RNA escolhida para o conjunto C6.



Gráfico 18: Relação entre o valor esperado e o calculado para y1 da RNA para o C6

Fonte: Autoria própria.

Gráfico 19: Relação entre o valor esperado e o calculado para y2 da RNA para o C6



Fonte: Autoria própria.

Gráfico 20: Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C6



Fonte: Autoria própria.

Houve grande dispersão para y_1 conforme demonstrado no Gráfico 18. O mesmo ocorreu para a maioria dos valores de y_2 (Gráfico 19). Os valores para *T* também apresentam elevada dispersão, conforme o Gráfico 20.

6.1.7 Rede para o Conjunto C7

A Tabela 9 mostra os resultados para as diferentes topologias utilizadas na RNA do conjunto C7.

Tabela 9:	Tabela 9: Resultados da rede para o conjunto C7				
Topologia	MSE treinamento	MSE testes	γ		
3x2x3	4,23E-04	5,11E+01	6,13		
3x3x3	1,91E-05	7,32E+01	3,51		
3x4x3	5,08E-07	6,84E+01	6,87		
3x5x3	1,06E-07	7,52E+01	6,49		
3x6x3	1,49E-08	7,34E+01	3,39		
3x7x3	2,07E-09	7,36E+01	3,66		

Fonte: Autoria própria.

Na Tabela 9 é apresentada a topologia 3x2x3 com o menor MSE, a partir desta ocorre apenas o aumento do MSE de teste com o aumento do número de neurônios da camada intermediária.



Gráfico 21: Relação entre o valor esperado e o calculado para y1 da RNA para o C7

Fonte: Autoria própria.

Gráfico 22: Relação entre o valor esperado e o calculado para y2 da RNA para o C7



Fonte: Autoria própria.



Gráfico 23: Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C7

Fonte: Autoria própria.

Para a fração mássica y_1 verifica-se uma grande dispersão no Gráfico 21. Já para a y_2 a maior parte dos dados encontra-se com boa correlação de acordo com o Gráfico 22. A temperatura apresenta considerável dispersão conforme visto no Gráfico 23.

6.1.8 Rede para o Conjunto C8

A Tabela 10 mostra os resultados para as diferentes topologias utilizadas na RNA do conjunto C8.

Tabela 10: Resultados da rede para o conjunto C8				
MSE treinamento	MSE testes	γ		
2,02E-05	7,49E+01	4,65		
1,42E-07	7,54E+01	4,20		
4,30E-08	7,61E+01	3,47		
8,51E-10	1,03E+02	3,32		
3,17E-09	6,14E+01	3,03		
5,46E-10	5,19E+01	3,19		
6,96E-09	5,78E+01	3,15		
3,18E-10	5,61E+01	3,22		
1,36E-10	6,25E+01	3,25		
	: Resultados da rede p MSE treinamento 2,02E-05 1,42E-07 4,30E-08 8,51E-10 3,17E-09 5,46E-10 6,96E-09 3,18E-10 1,36E-10	Resultados da rede para o conjuntoMSE treinamentoMSE testes2,02E-057,49E+011,42E-077,54E+014,30E-087,61E+018,51E-101,03E+023,17E-096,14E+015,46E-105,19E+016,96E-095,78E+013,18E-105,61E+011,36E-106,25E+01		

Fonte: Autoria própria.

A partir da topologia com 7 neurônios na camada intermediária, na Tabela 10, verificase novamente o aumento da MSE. Portanto, a topologia 3x7x3 apresenta-se como a mais adequada para o conjunto C8 já que tem o menor MSE e um γ se aproximando de uma constante.



Gráfico 24: Relação entre o valor esperado e o calculado para y₁ da RNA para o C8

Fonte: Autoria própria.



Gráfico 25: Relação entre o valor esperado e o calculado para y2 da RNA para o C8

Fonte: Autoria própria.



Gráfico 26: Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C8

Fonte: Autoria própria.

Os Gráficos 24, 25 e 26 mostram que os dados da predição da RNA para o conjunto C8 apresenta grande dispersão, sendo acentuada em y_1 .

6.1.9 Rede para o Conjunto C9

A Tabela 11 mostra os resultados para as diferentes topologias utilizadas na RNA do conjunto C9.

Tabela 11: Resultados da rede para o conjunto C9				
Topologia	MSE treinamento	MSE testes	γ	
3x2x3	3,05E-05	6,89E+01	4,97	
3x3x3	2,18E-07	6,18E+01	3,26	
3x4x3	2,11E-08	7,81E+01	3,78	
3x5x3	5,06E-08	8,62E+01	3,33	
3x6x3	7,13E-10	6,10E+01	3,48	
3x7x3	4,96E-08	4,96E+01	3,24	
3x8x3	3,63E-11	7,68E+01	-67,56	
3x9x3	7,98E-11	7,07E+01	6,83	
3x10x3	3,27E-10	6,20E+01	5,25	

Fonte: Autoria própria.

A topologia mais adequada foi a 3x7x3, conforme observado na Tabela 11, já que ela apresenta o menor MSE e um γ próximo da constante observada desde a topologia 3x3x3; não obstante a partir desta topologia ocorre novamente um aumento do MSE.



Gráfico 27: Relação entre o valor esperado e o calculado para y1 da RNA para o C9

Fonte: Autoria própria.

Gráfico 28: Relação entre o valor esperado e o calculado para y2 da RNA para o C9



Fonte: Autoria própria.



Gráfico 29: Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C9

Fonte: Autoria própria.

Observa-se no Gráfico 27 que os dados de y_1 apresentam certa dispersão, mas, mantêm uma desvio sistemático em relação ao valor esperado. O mesmo ocorre com os dados de y_2 conforme o Gráfico 28. A temperatura apresenta certo grau de dispersão na maioria dos dados, de acordo com o Gráfico 29.

6.1.10 Rede para o Conjunto C10

A Tabela 12 mostra os resultados para as diferentes topologias utilizadas na RNA do conjunto C10.

Tabela 12: Resultados da rede para o conjunto C10				
Topologia	MSE treinamento	MSE testes	γ	
3x2x3	7,97E-05	1,53E+03	6,18	
3x3x3	3,46E-07	8,97E+00	5,81	
3x4x3	1,88E-08	1,25E+01	7,43	
3x5x3	1,91E-09	1,40E+01	6,29	
3x6x3	9,92E-10	1,93E+01	11,58	
3x7x3	1,46E-10	9,64E+00	3,62	
3x8x3	1,22E-10	1,57E+01	3,51	
3x9x3	6,87E-11	1,00E+01	3,94	
3x10x3	4,28E-11	9,19E+00	3,75	

Fonte: Autoria própria.

Analisando a Tabela 12, verifica-se que com 7 neurônios na camada intermediária a rede apresentou MSE baixo observando que houve pouca divergência entre os resultados esperados e os calculados pela rede. Também, a partir de 7 neurônios verifica-se que a rede apresenta um γ que tende a ficar constante, dando ainda mais confiança para a escolha da topologia 3x7x3 como a melhor para o conjunto C10. A seguir são apresentados os gráficos da relação dos resultados calculados *vs*. esperados para a RNA escolhida para o conjunto C10.



Gráfico 30: Relação entre o valor esperado e o calculado para y1 da RNA para o C10

Gráfico 31: Relação entre o valor esperado e o calculado para y2 da RNA para o C10



Fonte: Autoria própria.



Gráfico 32: Relação entre o valor esperado e o calculado para T da RNA para o C10

Fonte: Autoria própria.

A propriedade y_1 apresenta uma dispersão sistemática na maioria dos dados, conforme o Gráfico 30. No Gráfico 31, levando em consideração a natureza decimal dos dados, y_2 apresenta uma boa correlação com os valores esperados. Para a temperatura se verifica uma pequena dispersão dos dados, mas, a maioria apresenta uma boa correlação de acordo com o Gráfico 32.

6.2 ANÁLISE DAS REDES

6.2.1 Análise das RNAs dos Conjuntos C1-C3

Os conjuntos C1 a C3 contêm apenas dados experimentais, e se correspondem, cada um, respectivamente, as pressões de 105, 205 e 303 kPa. Conforme apresentado na Seção 6.1 na escolha da melhor topologia eles apresentaram um MSE da grandeza 10^{-2} nos testes, sendo que a maior parte deste erro corresponde às frações molares y_1 e y_2 , o que pode ser justificado pela natureza decimal destes dados. A temperatura apresentou uma ótima correlação para a predição de cada um dos três conjuntos.

A rede com maior dispersão é a do conjunto C1. As RNAs dos conjuntos C2 e C3, apresentaram uma boa correlação em todas as propriedades, o que leva a inferir que o conjunto C1 continha dados experimentais que não ofereciam um treinamento adequado à RNA. É importante lembrar que foram utilizados apenas 20 vetores para o treinamento da rede e este grupo de conjuntos apresentou a menor grandeza de MSE em relação aos outros conjuntos.

6.2.2 Análise das RNAs dos Conjuntos C4-C6

Este grupo de conjuntos correspondem, também, cada um aos dados de uma respectiva pressão conforme os grupos C1-C3. O objetivo deste conjunto foi verificar a eficiência não apenas de dados experimentais treinarem a rede, visto que a obtenção de dados via experimental é mais onerosa, mas, também observar a eficiência de dados calculados no treinamento de RNAs para a predição posterior de dados. Assim, nos conjuntos C4, C5, e C6 o subconjunto de treinamento é formado por dados calculados.

Conforme verificado na Seção 6.1, a ordem de grandeza do MSE para os conjuntos C4-C6 foi de 10^1 a 10^2 , considerando então uma considerável dispersão, principalmente no conjunto C6. No entanto, é preciso avaliar que foram utilizados um total de 100 dados calculados para o treinamento, o que é considerado baixo conforme visto em referências. A utilização de um número maior de pontos de dados calculados por vezes foge da realidade, mas, com vista ao poder computacional atual, o erro apresentado por esse grupo de conjuntos pode ser passível de redução.

6.2.3 Análise da RNA do Conjunto C7

O conjunto C7 foi analisado com certa exclusividade pois apresenta características diferentes aos demais. Neste conjunto, houve a inserção da pressão como propriedade na camada de entrada e portanto, foram utilizados dados no treinamento (todos estes calculados) de todas as pressões. Foi possível visualizar uma nova possibilidade, sendo esta uma rede generalizada cada de prever dados de ELV à qualquer pressão a qual o sistema isobárico está submetido.

Novamente, foram utilizados 100 dados para cada uma das pressões, perfazendo um total de 300 dados para o treinamento. No conjunto de testes temos todos os dados experimentais correspondentes, também, a cada uma das pressões sendo um total de 75.

Foi observado na Seção 6.1 que o MSE para as RNAs do conjunto C7, foi da ordem de 10¹. Algumas considerações são plausíveis: o conjunto apresenta um total de 75 dados para teste, logo, uma majoração no erro é esperada vista a quantidade de dados; a pressão foi introduzida como propriedade de entrada da RNA; e foram utilizados apenas 300 dados calculados para o treinamento. Logo, o MSE pode ser considerado satisfatório para este conjunto.

6.2.4 Análise das RNAs dos Conjuntos C8-C10

Os conjuntos C8, C9 e C10 remetem a utilização de RNAs para interpolação e extrapolação de dados termodinâmicos. Os conjuntos C8 e C10, tratam de extrapolação, sendo o C8 para extrapolação acima dos dados utilizados para treinamento e o C10 para extrapolação inferior. O conjunto C9 trata da interpolação. A pressão do sistema como variável de entrada trata de designar a interpolação ou extrapolação.

Na Seção 6.1 o MSE foi da grandeza de 1 a 10¹ para esses conjuntos. Observou-se uma grande dispersão dos dados no C8. Já no C10 observou-se uma predição satisfatória em uma situação de extrapolação, o que chama a atenção para o conjunto de dados satisfazer as condições de generalização para a RNA.

6.3 RESUMO DOS RESULTADOS PARA OS CONJUNTOS DE DADOS

O Quadro 2 resume os resultados obtidos para os diferentes conjuntos de dados. As colunas 2 e 3, estão subdivididas em colunas que indicam o tipo dos dados utilizados (experimentais ou calculados) e a quantidade de vetores de dados utilizados.

Conjuntos	Treinamento		Testes		Malhar tanalagia	MSE
	Tipo	Qtd.	Tipo	Qtd.	wiemor topologia	Testes
C1	Exp	20	Exp	5	2x5x3	0,0949
C2	Exp	20	Exp	5	2x4x3	0,0919
C3	Exp	20	Exp	5	2x7x3	0,0168
C4	Calc	100	Exp	25	2x3x3	45,8964
C5	Calc	100	Exp	25	2x4x3	34,4086
C6	Calc	100	Exp	25	2x5x3	136,3959
C7	Calc	300	Exp	75	3x2x3	51,0929
C8	Calc	200	Exp	25	3x7x3	51,8522
C9	Calc	200	Exp	25	3x7x3	49,5870
C10	Calc	200	Exp	25	3x7x3	9,6412

Quadro 2: Resumo dos resultados das RNAs para os diversos conjuntos de dados para o sistema clorofórmio-benzeno-1-butanol

Fonte: Autoria própria.

7 CONCLUSÕES

Com o objetivo de uma alternativa eficiente para a predição de dados termodinâmicos para sistemas multicomponentes este trabalho realizou a avaliação do uso das redes neurais artificiais (RNAs) para diversos conjuntos de dados que, por vezes, tratam da realidade/necessidade de uma pesquisa.

Quando utilizado um conjunto de dados experimentais para o sistema ternário clorofórmio-benzeno-1-butanol, mesmo com poucos pontos experimentais, foi possível verificar a eficiência das RNAs que representam os conjuntos C1 a C3 em predizer dados com precisão nestas condições. Os resultados, por vezes, indicaram que conjuntos de dados experimentais precisos miniminizam o erro na predição, treinando adequadamente a rede para representar o sistema. A possibilidade de inserir dados experimentais e obter um número maior de pontos de forma direta pela predição da RNA, sem a necessidade da elaboração de um algoritmo ou equacionamento de métodos, pôde ser apreciada.

Em condições que exijam dados de sistemas em equilíbrio à diversas pressões as RNAs puderam predizer com eficiência a temperatura do sistema, o que não foi verificado com as frações molares da fase vapor. Contudo, um refinamento da rede e a precisão dos dados do treinamento, por exemplo, o uso de dados calculados por métodos que admitem idealidades; podem ter influência na exatidão dos dados calculados pela RNA, já que, estas propriedades estão diretamente ligadas a composição local do sistema.

Para a interpolação ou extrapolação de dados, é possível verificar que a depender da precisão do conjunto de dados as RNAs tendem a ter respostas satisfatórias mesmo em situação de extrapolação, como observado no conjunto C10.

Em relação ao estudo da estrutura da RNA para a predição de dados de equilíbrio líquido-vapor, é possível verificar que a precisão não está diretamente ligada ao tamanho ou complexidade da rede. Ou seja, redes com muitos neurônios na camada intermediária podem oferecer treinamentos satisfatórios, mas, se especificam demasiadamente perdendo a capacidade de generalização de dados. Como observado, no próprio desenvolvimento do trabalho o número máximo de neurônios utilizados nas melhores topologias foi igual a 7.

Assim, como aplicação prática, é possível dizer que as RNAs conseguem predizer com

eficiência propriedades termodinâmicas de sistemas em equilíbrio, sempre que treinadas com dados confiáveis, apresentando-se como uma alternativa para a predição de dados de sistemas que apresentam pouco ou nenhum referencial na literatura.

REFERÊNCIAS

AMER, H. H.; PAXTON, R. R.; WINKLE, M. V. Methanol-Ethanol-Acetone. **Industrial & Engineering Chemistry**, v. 48, n. 1, p. 142–146, jan 1956. ISSN 0019-7866. Disponível em: http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/ie50553a041>.

BASHEER, I.; HAJMEER, M. Artificial Neural Networks: Fundamentals, Computing, Design, and Application. **Journal of Microbiological Methods**, v. 43, n. 1, p. 3–31, dec 2000. ISSN 01677012. Disponível em: http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S016770120000 2013>.

BRAGA, A. d. P.; CARVALHO, A. C. P. d. L. F. de; LUDERMIR, T. B. **Redes Neurais** Artificiais: Teoria e Aplicações. 2ª edição. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2007. 226 p. ISBN 978-85-216-1564-4.

COPPIN, B. Inteligência Artificial. Rio de Janeiro: LTC, 2013. 668 p. ISBN 9788521629351.

DUARTE, E. R. Estratégia de Controle Não Linear Baseada em Redes Neurais Artificiais com Aprendizagem On-line. 120 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2004.

GMEHLING, J.: ONKEN, U.: ARLT, W. Vapor-Liquid Equilibrium Data Collection. Frankfurt/Main: 1977. 750 ISSN 0009-[s.n.], p. 286X. <http://doi.wiley.com/10.1002/bbpc.197800102 Disponível em: http://doi.wiley.com/10.1002/cite.330670224>.

predictive GONÇALVES, R. M. et al. Shoreline modeling using artificial neural Boletim de Ciências Geodésicas, Universidade networks. Federal do Paraná. 16. n. 3, 420-444, 2010. ISSN 1982-2170. v. p. Disponível <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1982em: 21702010000300004&lng=en&nrm=iso&tlng=pt>.

HAYKIN, S. **Redes Neurais: Princípios e Prática**. 2^a edição. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001. 900 p. ISBN 978-85-7307-718-6.

MACKAY, D. J. Bayesian interpolation. Neural Computation, v. 4, p. 415–447, 1991.

MARTINS, P. E. S. et al. Avaliação dos Modelos de NRTL e Raoult Utilizando Dados Experimentais de Equilíbrio Líquido-Vapor de Composto Binário Álcool Alílico e Acetonitrila sob Diferentes Temperaturas. **Enciclopédia Biosfera**, Goiânia, p. 1–9, 2010.

PRAUSNITZ, J. M.; LICHTENTHALER, R. N.; AZEVEDO, E. G. de. Molecular Thermodynamics of Fluid-Phase Equilibria. Third edit. New Jersey: Prentice Hall, 1999. 860 p. ISBN 0139777458.

RIBEIRO, V. S. **Predição de Equilíbrio Líquido-Vapor de Sistemas Multicomponentes Através de Redes Neurais**. 126 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, 2005. RIEDMILLER, M.; BRAUN, H. A direct adaptive method for faster backpropagation learning: The RPROP algorithm. In: **Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks**. [S.l.: s.n.], 1993. p. 586–591.

SANDLER, S. I. **Chemical, Biochemical, and Engineering Thermodynamics**. 4^a edição. ed. [S.l.]: Wiley, 2006. 960 p. ISBN 978-0471661740.

SI-MOUSSA, C. et al. Prediciton of High-Pressure Vapor Liquid Equilibrium of Six Binary Systems, Carbon Dioxide with Six Esters, Using an Artificial Neural Network Model. **Brazilian Journal of Chemical Engineering**, v. 25, n. 1, p. 183–199, mar 2008. ISSN 0104-6632. Disponível em: .">http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-66322008000100019&lng=en&nrm=iso&tlng=en>.

SILVA, I. N. da; SPATTI, D. H.; FLAUZINO, R. A. **Redes Neurais Artificiais para Engenharia e Ciências Aplicadas - Curso Prático**. São Paulo: Artliber Editora Ltda, 2010. 399 p. ISBN 9788588098534.

SMITH, J. M.; Van Ness, H. C.; ABBOTT, M. M. Introdução à Termodinâmica da Engenharia Química. Rio de Janeiro: LTC, 2007. 626 p. ISBN 9788521615538.

TU, C.-H.; OU, F.-C. Vapor-Liquid Equilibria of Binary and Ternary Mixtures of 2-Propanol, 1-Chlorobutane, and Acetonitrile at 101.3 kPa. **Journal of Chemical & Engineering Data**, v. 43, n. 2, p. 259–263, mar 1998. ISSN 0021-9568. Disponível em: <http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/je970246s>.

APÊNDICE A - ALGORITMO PARA O SCRIPT BOLHA T

```
1 qtd_dados=120;
2 dif=1/qtd_dados;
3 %dados iniciais
4 P=2273.068; %pressao sistema [mmHg]
5 R=1.98721; %cal/mol*K
6 x1=0;
7 y1=0;
8 linha=0;
9 x3=0.05; %valor fixo da concentração da terceira especie
10 azeotropo=0;
11 while y1 \le 1
12 x2=1-x1-x3;
13 %especie 1 cloroformio
14 A1=7.44777;
15 B1=1488.99;
16 C1=264.915;
17 a12=-1.0488;
18 a21=0.6209;
19 a13=-4.4258;
20 a31=0.9208;
a23=0.0504;
a32=-0.9781;
23 응응
24 b12=607.006;
25 b21=-480.842;
26 b13=1899.05;
27 b31=-410.59;
28 b23=519.583;
29 b32=323.861;
30 응응
31 alfa12=0.3;
32 alfa13=0.3;
33 alfa23=0.3;
34 %especie 2 benzeno
35 A2=7.2009;
```

```
36 B2=1415.8;
37 C2=248.028;
38 %especie 3 1-butanol
39 A3=7.9306;
40 B3=1738.4000;
41 C3=226.6060;
42
43
44 Tsat_1=(B1/(A1-log10(P)))-C1;
45 Tsat_2=(B2/(A2-log10(P)))-C2;
46 Tsat 3=(B3/(A3-log10(P)))-C3;
47
48 T=x1*Tsat_1+x2*Tsat_2+x3*Tsat_3; %em graus celsius
49 Tk=T+273.15;
50 %avaliação 1
51 Psat_1=10^ (A1-(B1/(C1+T))); %em mmHg
52 Psat_2=10^ (A2-(B2/(C2+T))); %em mmHq
53 Psat_3=10^ (A3-(B3/(C3+T))); %em mmHg
54
55 tau11=0;
56 tau22=0;
57 tau33=0;
58 G11=1;
59 G22=1;
60 G33=1;
61
62 tau12=(a12+b12/Tk)/R;
63 tau13=(a13+b13/Tk)/R;
64 tau21=(a21+b21/Tk)/R;
65 tau23=(a23+b23/Tk)/R;
66 tau31=(a31+b31/Tk)/R;
67 tau32=(a32+b32/Tk)/R;
68 G12=exp(-alfa12*tau12);
69 G13=exp(-alfa13*tau13);
70 G21=exp(-alfa12*tau21);
71 G23=exp(-alfa23*tau23);
72 G31=exp(-alfa13*tau31);
73 G32=exp(-alfa23*tau32);
74
75 termol=(tau11*G11*x1+tau21*G21*x2+tau31*G31*x3)/(G11*x1+G21*x2+G31*x3);
76 termo2=((x1*G11)/(G11*x1+G21*x2+G31*x3))*(tau11-(x1*tau11*G11+x2...
77 *tau21*G21+x3*tau31*G31) / (G11*x1+G21*x2+G31*x3));
78 termo3=((x2*G12)/(G12*x1+G22*x2+G32*x3))*(tau12-(x1*tau12*G12+x2...
```

```
*tau22*G22+x3*tau32*G32) / (G12*x1+G22*x2+G32*x3));
79
80 termo4=((x3*G13)/(G13*x1+G23*x2+G33*x3))*(tau13-(x1*tau13*G13+x2...
   *tau23*G23+x3*tau33*G33) / (G13*x1+G23*x2+G33*x3));
81
82
   gamal=exp(termo1+termo2+termo3+termo4);
83
84
  termol=(tau12*G12*x1+tau22*G22*x2+tau32*G32*x3)/(G12*x1+G22*x2...
85
  +G32*x3);
86
87 termo2=((x1*G21)/(G11*x1+G21*x2+G31*x3))*(tau21-(x1*tau11*G11+x2...
  *tau21*G21+x3*tau31*G31) / (G11*x1+G21*x2+G31*x3));
88
89 termo3=((x2*G22)/(G12*x1+G22*x2+G32*x3))*(tau22-(x1*tau12*G12+x2...
  *tau22*G22+x3*tau32*G32) / (G12*x1+G22*x2+G32*x3));
90
91 termo4=((x3*G23)/(G13*x1+G23*x2+G33*x3))*(tau23-(x1*tau13*G13+x2...
  *tau23*G23+x3*tau33*G33) / (G13*x1+G23*x2+G33*x3));
92
93
   gama2=exp(termo1+termo2+termo3+termo4);
94
95
% termo1=(tau13*G13*x1+tau23*G23*x2+tau33*G33*x3)/(G13*x1+G23*x2+G33*x3);
  termo2=((x1*G31)/(G11*x1+G21*x2+G31*x3))*(tau31-(x1*tau11*G11+x2...
97
  *tau21*G21+x3*tau31*G31) / (G11*x1+G21*x2+G31*x3));
98
  termo3=((x2*G32)/(G12*x1+G22*x2+G32*x3))*(tau32-(x1*tau12*G12+x2...
99
  *tau22*G22+x3*tau32*G32) / (G12*x1+G22*x2+G32*x3));
100
  termo4=((x3*G33)/(G13*x1+G23*x2+G33*x3))*(tau33-(x1*tau13*G13+x2...
101
102
   *tau23*G23+x3*tau33*G33) / (G13*x1+G23*x2+G33*x3));
103
   gama3=exp(termo1+termo2+termo3+termo4);
104
105
106
107 Psat_2=(P*Psat_2)/(x1*gama1*Psat_1+x2*gama2*Psat_2+x3*gama3...
  *Psat_3); %em mmHq
108
109
110 T=(B2/(A2-log10(Psat_2)))-C2; %em graus celsius
  Tk=T+273.15;
111
112
113 Tsave=0;
  erro=1e-3;
114
115
116 while abs(Tsave-T) ≥erro
117 Tsave=T;
118 %avaliação 2
119 Psat_1=10^ (A1-(B1/(C1+T))); %em mmHg
120 Psat_2=10^ (A2-(B2/(C2+T))); %em mmHq
121 Psat_3=10^ (A3-(B3/(C3+T))); %em mmHg
```

```
122
123 y1=x1*gama1*Psat_1/P;
124
125 tau11=0;
126 tau22=0;
127 tau33=0;
128 G11=1;
129 G22=1;
130 G33=1;
131
132 tau12=(a12+b12/Tk)/R;
133 tau13=(a13+b13/Tk)/R;
134 tau21=(a21+b21/Tk)/R;
135 tau23=(a23+b23/Tk)/R;
136 \text{ tau}31 = (a31+b31/Tk)/R;
137 tau32=(a32+b32/Tk)/R;
138 G12=exp(-alfa12*tau12);
139 G13=exp(-alfa13*tau13);
140 G21=exp(-alfa12*tau21);
141 G23=exp(-alfa23*tau23);
142 G31=exp(-alfa13*tau31);
   G32=exp(-alfa23*tau32);
143
144
   termol=(tau11*G11*x1+tau21*G21*x2+tau31*G31*x3)/(G11*x1+G21*x2+G31*x3);
145
146 termo2=((x1*G11)/(G11*x1+G21*x2+G31*x3))*(tau11-(x1*tau11*G11+x2...
  *tau21*G21+x3*tau31*G31) / (G11*x1+G21*x2+G31*x3));
147
148 termo3 = ((x2*G12) / (G12*x1+G22*x2+G32*x3)) * (tau12 - (x1*tau12*G12+x2...))
   *tau22*G22+x3*tau32*G32) / (G12*x1+G22*x2+G32*x3));
149
150 termo4=((x3*G13)/(G13*x1+G23*x2+G33*x3))*(tau13-(x1*tau13*G13+x2...
   *tau23*G23+x3*tau33*G33) / (G13*x1+G23*x2+G33*x3));
151
152
   gama1=exp(termo1+termo2+termo3+termo4);
153
154
155 termol=(tau12*G12*x1+tau22*G22*x2+tau32*G32*x3)/(G12*x1+G22*x2)
156 +G32*x3);
157 termo2=((x1*G21)/(G11*x1+G21*x2+G31*x3))*(tau21-(x1*tau11*G11+x2...
  *tau21*G21+x3*tau31*G31) / (G11*x1+G21*x2+G31*x3));
158
159 termo3=((x2*G22)/(G12*x1+G22*x2+G32*x3))*(tau22-(x1*tau12*G12+x2))
   *tau22*G22+x3*tau32*G32) / (G12*x1+G22*x2+G32*x3));
160
  termo4 = ((x_3 + G_{23}) / (G_{13} + x_1 + G_{23} + x_2 + G_{33} + x_3)) + (tau_{23} - (x_1 + tau_{13} + G_{13} + x_2))
161
   *tau23*G23+x3*tau33*G33) / (G13*x1+G23*x2+G33*x3));
162
163
  gama2=exp(termo1+termo2+termo3+termo4);
164
```
```
165
  termol=(tau13*G13*x1+tau23*G23*x2+tau33*G33*x3)/(G13*x1+G23*x2+G33*x3);
166
   termo2=((x1*G31)/(G11*x1+G21*x2+G31*x3))*(tau31-(x1*tau11*G11+x2...
167
   *tau21*G21+x3*tau31*G31) / (G11*x1+G21*x2+G31*x3));
168
   termo3=((x2*G32)/(G12*x1+G22*x2+G32*x3))*(tau32-(x1*tau12*G12+x2...
169
   *tau22*G22+x3*tau32*G32) / (G12*x1+G22*x2+G32*x3));
170
   termo4=((x3*G33)/(G13*x1+G23*x2+G33*x3))*(tau33-(x1*tau13*G13+x2...
171
   *tau23*G23+x3*tau33*G33) / (G13*x1+G23*x2+G33*x3));
172
173
   gama3=exp(termo1+termo2+termo3+termo4);
174
175
176
   Psat_2=(P*Psat_2)/(x1*qama1*Psat_1+x2*qama2*Psat_2+x3*qama3...
177
   *Psat_3); %em mmHg
178
179
   T=(B2/(A2-log10(Psat_2)))-C2; %em graus celsius
180
   Tk=T+273.15;
181
182 end
183 y2=x2*gama2*Psat_2/P;
184
   if y1<1
185
       linha=linha+1;
186
       M(linha, 1) = x1;
187
       M(linha, 2) = x2;
188
       M(linha,3)=y1;
189
       M(linha, 4) = y2;
190
       M(linha, 5) = T;
191
   end
192
   %verificando a existencia de um azeotropo na especie 1
193
   if x1>dif&abs(x1-y1) ≤dif
194
       if x1<1
195
       azeotropo=[x1, y1];
196
       end
197
   end
198
  x1=x1+dif;
199
200 end
201 if azeotropo>0
202 azeotropo
   end
203
   plot(M(:,1),M(:,5),M(:,3),M(:,5))
204
205 xlim([0 1])
```