

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

JORGE WILSON DE ARRUDA

**OTIMIZAÇÃO DE UMA BANCADA EXPERIMENTAL PARA FINS DE
ANÁLISE DE NEUTRALIZADORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**PONTA GROSSA
2017**

JORGE WILSON DE ARRUDA

**OTIMIZAÇÃO DE UMA BANCADA EXPERIMENTAL PARA FINS DE
ANÁLISE DE NEUTRALIZADORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica, do Departamento Acadêmico de Mecânica, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Orientador: Prof. Dr. Eng. Felipe Barreto Campelo Cruz

PONTA GROSSA

2017



TERMO DE APROVAÇÃO

OTIMIZAÇÃO DE UMA BANCADA EXPERIMENTAL PARA FINS DE ANÁLISE DE NEUTRALIZADORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES

por

JORGE WILSON DE ARRUDA

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado em 30 de junho de 2017 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Felipe Barreto Campelo Cruz
Orientador

Prof. Dra. Fernanda Cristina Correa
Membro Titular

Prof. Dr. Frederic Conrad Janzen
Membro Titular

Prof. Dr. Marcos Eduardo Soares
Responsável pelos TCC

**Prof. Dr. Marcelo Vasconcelos de
Carvalho**
Coordenador do Curso

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a minha família pelo incentivo e apoio em todas as fases dessa trajetória, sem a qual eu não teria chegado até aqui. Agradeço também aos meus amigos que me acompanharam por esse caminho me ajudando e contribuindo para a minha formação.

Agradeço aos meus professores, cujos conhecimentos e sabedoria me guiaram até esse grande momento.

Ao meu Orientador e Professor Dr. Felipe Barreto Campelo Cruz pelo auxílio no desenvolvimento deste trabalho.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná Câmpus Ponta Grossa, ao Departamento de Engenharia Mecânica pela disponibilidade de equipamento e estrutura durante o processo.

Resumo

ARRUDA, Jorge Wilson de. **Otimização de uma bancada experimental para fins de análise de neutralizadores dinâmicos de vibrações**. 2017. 69. Trabalho de Conclusão de Curso, Bacharelado em Engenharia Mecânica - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2017.

A redução de vibrações mecânicas é necessária em vários projetos de engenharia a fim de reduzir a ocorrência de falhas. As técnicas mais utilizadas de controle de vibrações são passivas, isto é, trabalham com a adição de elementos de inércia, rigidez e amortecimento ao sistema. Neste contexto destacam-se duas técnicas: Emprego de neutralizadores de vibração e isolamento de vibrações. Os neutralizadores de vibração são amplamente utilizados para a atenuação de vibrações, agindo diretamente na amplitude de resposta do sistema, principalmente nas faixas onde ocorre o fenômeno da ressonância. O isolamento de vibrações é aplicado para reduzir a transmissão de forças entre o sistema e seus componentes e a fundação onde o sistema é fixado. O sistema analisado foi uma bancada experimental do laboratório de vibrações da UTFPR. A bancada foi dividida em dois subsistemas e cada um deles foi submetido a uma destas técnicas de controle de vibrações mencionadas. O primeiro subsistema consiste em uma viga em balanço de comprimento variável, excitada por um motor elétrico com desbalanceamento rotativo onde foram estudadas diferentes barras metálicas com o intuito de avaliar a capacidade das mesmas de atuarem como neutralizadores. O segundo subsistema consiste na bancada experimental como um todo onde se pretende instalar isoladores de vibração em sua base para atenuar as vibrações geradas pelo motor elétrico.

Palavras-chave: Neutralizador de Vibrações. Isolador de Vibrações. Índice de Transmissibilidade. Amplitude de Resposta. Acelerômetros.

Abstract

ARRUDA, Jorge Wilson de. **Optimization of an experimental bench for analysis of dynamic vibration neutralizers**. 2017. 69. Trabalho de Conclusão de Curso Bacharelado em Engenharia Mecânica - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2017.

The vibration control is necessary in several mechanical projects in order to reduce the mechanical failure occurrence. The most common used technics of vibration control are passive, ie, it works adding inertia, stiffness and damping elements to the system. In this context two technics are noteworthy: Vibration neutralizer and vibration isolation. Vibrations neutralizers are widely used to vibration attenuation, acting directly on the system's response amplitude, mainly in the bandwidth where the phenomenon of resonance occurs. Vibration isolation is applied to reduce the transmitted force to the system and its components and the foundation where the system is fixed. The analyzed system was an experimental bench of UTFPR's vibration laboratory. The experimental bench was divided into two subsystems where a vibration control technic was applied in each one. The first subsystem consists of a cantilever beam of variable length excited by an electrical motor with rotating unbalance where several metallic bars have been studied in order to evaluate their ability to act as neutralizers. The second subsystem consists of the global experimental bench, in which is intended to install vibration isolators on its base to reduce the vibrations generated by the electrical motor.

Keywords: Vibration Neutralizer. Vibration Isolator. Transmissibility Ratio. Amplitude's Response. Accelerometers.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Neutralizador dinâmico de vibração (NDV) não amortecido.	18
Figura 2– Amplitudes do sistema com e sem NDV não amortecido.....	20
Figura 3 – Regiões da curva de resposta em frequência regidas pelas características do sistema.	22
Figura 4– Amplitudes do sistema com um NDV amortecido.	23
Figura 5 – Resposta de um sistema com um NDV otimamente sintonizado.....	25
Figura 6- Excitação de base.....	26
Figura 7– Fundação rígida.	27
Figura 8 - Variação do índice de transmissibilidade Tr com a razão de frequências r para valores distintos do fator de amortecimento ζ	29
Figura 9– Desbalanceamento rotativo.....	30
Figura 10 – Esquema de um instrumento sísmico.	31
Figura 11- Faixa de frequências para aplicação de um acelerômetro.....	34
Figura 12– Viga em balanço.....	34
Figura 13 – Deflexão e ângulo de rotação de uma viga.	35
Figura 14– Carregamento P aplicado na viga.	36
Figura 15- Sistema de codificação dos extensômetros Excel.	39
Figura 16 – Bancada experimental.....	41
Figura 17– Modelagem de uma viga em balanço como sistema massa-mola.	42
Figura 18– Representação do sistema com neutralizador	46
Figura 19 - Mesa modelada como sistema massa-mola.	47
Figura 20 – Desenho esquemático do sistema com isolamento.	48
Figura 21– Corpos de prova para cálculo da deflexão estática.....	50
Figura 22– Neutralizadores.	52
Figura 23– Curvas teórica e experimental da relação existente entre as frequências naturais do sistema primário e o comprimento em balanço l	54
Figura 24– Neutralizadores em potencial para uso.	55
Figura 25– Efeito do neutralizador B3 no sistema.....	56
Figura 26- Extensômetro fixado na bancada.....	57
Figura 27- Janela de importação de dados do <i>MatLab</i>	58

Figura 28- Fluxograma de ações para tratamento dos dados.....	59
Figura 29- Modelo <i>Simulink</i> para tratamento dos dados.	60
Figura 30– Curva de aceleração (a), Curva de velocidade obtida por integração com rampa (b), Curva de velocidade sem a rampa (c).	61
Figura 31– Variações obtidas nas frequências medidas para as diferentes voltagens analisadas.	62
Figura 32- Variação de ζ calculado para os comprimentos analisados da viga em balanço.....	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Massa equivalente do sistema primário para comprimentos distintos da viga em balanço.	50
Tabela 2 – Massa dos corpos de prova.	51
Tabela 3 - Constante de rigidez do sistema primário para comprimentos distintos da viga em balanço.	51
Tabela 4 - Frequência natural para comprimentos distintos da viga em balanço.....	52
Tabela 5 - Dados dos neutralizadores.....	53
Tabela 6 – Constante de rigidez média calculada e frequência natural dos neutralizadores.....	53
Tabela 8 – Frequências de oscilação medidas com o auxílio dos acelerômetros.....	61
Tabela 9 – Características de isoladores selecionados	64

LISTA DE SÍMBOLOS

X, Y, Z	Amplitude de resposta do sistema dada em termos de deslocamento	[m]
l	Comprimento em balanço da viga	[m]
c	Constante de amortecimento	[N.s/m]
k	Constante de rigidez	[N/m]
δ_{st}	Deflexão estática	[m]
x, y, z	Deslocamento do sistema	[m]
T	Energia cinética	[J]
ζ	Fator de amortecimento	
F_0	Força de excitação aplicada ao sistema	[N]
F_T	Força transmitida pelo sistema	[N]
ω	Frequência angular de excitação	[rad/s]
ω_n	Frequência angular natural não amortecida	[rad/s]
gdl	Graus de liberdade	
2	Índice relativo ao isolador	
1	Índice relativo ao sistema primário	
2	Índice relativo ao sistema secundário	
<i>médio</i>	Índice relativo ao valor médio de um parâmetro	
1	Índice relativo às condições iniciais de parâmetros	
T_r	Índice/Razão de transmissibilidade, Transmissibilidade	
m_b	Massa da viga em balanço	[kg]
m_d	Massa desbalanceada	[kg]
m_{mot}	Massa do motor	[kg]
m_{eq}	Massa equivalente da viga em balanço	[kg]
E	Módulo de elasticidade	[GPa]
I	Momento de inércia	[m ⁴]
M	Momento fletor	[N.m]
ρ	Raio de curvatura de uma viga	[m]
r	Razão entre a frequência de excitação e a frequência natural	
t	Tempo	[s]

V Tensão elétrica

[V]

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	PROBLEMÁTICA.....	14
1.2	JUSTIFICATIVA.....	14
1.3	OBJETIVOS	14
1.3.1	Objetivo geral	14
1.3.2	Objetivos específicos.....	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	CONTROLE DE VIBRAÇÃO	16
2.1.1	Controle ativo de vibração	16
2.1.2	Controle passivo de vibração	16
2.2	NEUTRALIZADOR DE VIBRAÇÃO NÃO AMORTECIDO	17
2.3	NEUTRALIZADOR DE VIBRAÇÃO AMORTECIDO.....	20
2.4	NEUTRALIZADOR DE VIBRAÇÃO OTIMAMENTE SINTONIZADO.....	23
2.5	ISOLAMENTO DE VIBRAÇÕES	25
2.6	DESBALANCEAMENTO ROTACIONAL	29
2.7	INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO DE VIBRAÇÕES.....	31
2.7.1	Acelerômetro	32
2.8	SISTEMA DE VIGA EM BALANÇO	34
2.9	EXTENSOMETRIA.....	38
3	MATERIAIS E MÉTODOS	40
3.1	SELEÇÃO DO NEUTRALIZADOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO	41
3.1.1	Modelagem do sistema primário.....	42
3.1.2	Determinação da massa do sistema primário.....	42
3.1.3	Determinação da constante de rigidez e cálculo da frequência natural do sistema primário – abordagem experimental.....	43
3.1.4	Curva de frequência natural do sistema primário – abordagem teórica.....	44
3.1.5	Determinação da constante de rigidez e cálculo da frequência natural dos neutralizadores.....	45
3.1.6	Montagem do neutralizador	45
3.2	SELEÇÃO DO ISOLADOR DE VIBRAÇÕES - <i>VIBRASTOP</i>	46
3.2.1	Cálculo da constante de rigidez e da frequência natural da bancada.....	46
3.2.1.1	Instalação dos extensômetros	47
3.2.2	Acelerômetros e aquisição de dados.....	48
3.2.3	Índice de Transmissibilidade	49
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	50
4.1	MASSA DO SISTEMA PRIMÁRIO	50
4.2	CONSTANTE DE RIGIDEZ E FREQUÊNCIA NATURAL DA VIGA EM BALANÇO	50
4.3	CONSTANTE DE RIGIDEZ E DA FREQUÊNCIA NATURAL DOS NEUTRALIZADORES	52
4.4	CURVA TEÓRICA DA FAIXA DE FREQUÊNCIA OPERACIONAL DO SISTEMA PRIMÁRIO	54
4.5	ESCOLHA DO NEUTRALIZADOR	55
4.6	CONSTANTE DE RIGIDEZ E FREQUÊNCIA NATURAL DA BANCADA	56
4.7	AQUISIÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS	58
4.8	CÁLCULO DO ÍNDICE DE TRANSMISSIBILIDADE E SELEÇÃO DO ISOLADOR.....	62

5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
6	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	67
7	REFERÊNCIAS.....	68

1 INTRODUÇÃO

No meio em que vivemos existem inúmeras fontes de vibração como, por exemplo, máquinas de impacto, máquinas rotativas, entre outras. A presença de vibrações nestes sistemas pode gerar certos malefícios como trincas, afrouxamento e desgaste prematuro, implicando na necessidade de muitas intervenções corretivas de manutenção etc. Olhando pelo lado da ergonomia e qualidade de vida, a exposição dos seres humanos em atividades sujeitas a vibrações excessivas, pode acarretar em dores, baixo desempenho e desconforto. Portanto, um controle adequado das vibrações em um sistema é de fundamental importância para seu funcionamento ótimo e para uma melhor qualidade de vida dos envolvidos[1].

Uma alternativa para o controle das vibrações são os neutralizadores dinâmicos, que são sistemas ressonantes simples que, ao serem fixados a um sistema ou estrutura mecânica (sistema primário), reduzem os níveis de vibração à valores aceitáveis. Os primeiros modelos de que se tem notícia foram desenvolvidos por WATTS em 1883 para o controle do movimento pendular em navios de guerra. O projeto de neutralizadores teve um grande avanço quando se demonstrou ser possível projetar de forma ótima neutralizadores tipo massa, mola e amortecedor viscoso[2].

Com o objetivo de reduzir o nível de vibração, pode-se utilizar alguma das seguintes técnicas:

- Atuar sobre a força de excitação, eliminando-a, reduzindo a sua amplitude e/ou alterando a sua frequência.
- Atuar sobre a estrutura, variando sua massa, rigidez e amortecimento ou se adicionando um sistema mecânico auxiliar sobre o sistema primário.

Este trabalho utiliza a segunda técnica citada, na forma de controle passivo de vibrações. O controle passivo de vibrações envolve entre outras características a utilização de dispositivos que aplicam força de reação e dissipam energia vibratória do sistema de interesse. Esses dispositivos são conhecidos como neutralizadores dinâmicos de vibrações e não necessitam de potência externa para sua operação[3]

1.1 PROBLEMÁTICA

Qual é o comportamento de um sistema de viga em balanço em sua região de ressonância quando se acopla um neutralizador de vibrações sintonizado em sua frequência natural?

Qual a importância da inclusão de um isolador de vibrações no comportamento dinâmico da bancada experimental em estudo?

1.2 JUSTIFICATIVA

A bancada experimental pode operar com altos níveis de vibrações. Neste contexto, um estudo sobre formas de redução de níveis de vibrações, bem como o seu apropriado isolamento, pode vir a ser útil para melhorar a eficiência do sistema mecânico de interesse.

1.3 OBJETIVOS

O presente trabalho possui duas propostas distintas utilizando-se a mesma bancada. A primeira proposta é a determinação de neutralizadores de vibrações para diferentes comprimentos da viga engastada presente na bancada. A segunda proposta é a determinação de isoladores de vibrações (*Vibrastop*) adequados para fazer o isolamento de vibrações oriundas da bancada para o piso.

1.3.1 Objetivo geral

Avaliar um conjunto de neutralizadores de vibrações para uma viga em balanço excitada por um motor elétrico com desbalanceamento rotacional.

Determinar um isolador de vibrações (*Vibrastop*) adequado para a faixa de frequências de trabalho de uma bancada experimental.

1.3.2 Objetivos específicos

-Avaliar a rigidez de barras metálicas, representativas dos neutralizadores e da viga em balanço da bancada, por meio de ensaios de deflexão estática;

-Avaliar a utilização de barras metálicas como neutralizadores de vibrações;

-Estudar o comportamento do sistema mecânico com e sem a introdução de um neutralizador de vibrações;

-Avaliar a rigidez da bancada experimental por meio de extensometria;

-Avaliar propriedades do sistema com base em sinais provenientes de acelerômetros;

-Avaliar a influência do isolador de vibrações na transmissibilidade do sistema;

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 CONTROLE DE VIBRAÇÃO

A redução das vibrações é de interesse em muitos projetos de engenharia visto que estas podem gerar danos estruturais e comprometer o funcionamento de máquinas e equipamentos[4].

Devido a essa direta interferência no desempenho de equipamentos e estruturas, a análise e o controle de vibrações são de suma importância na fase de projeto.

2.1.1 Controle ativo de vibração

O controle de vibrações é denominado ativo por utilizar-se de uma fonte de energia externa para executar sua função[1]. Esse tipo de controle é baseado no uso de sensores, tratamento de sinais elétricos e estratégias de controle atreladas aos atuadores do sistema. Neste caso, um atuador produzirá a força necessária para se reduzir os níveis de vibração.

Atualmente, existe uma grande variedade de atuadores utilizados no controle de vibrações, como por exemplo, atuadores induzidos por cilindros pneumáticos, hidráulicos, motores elétricos, entre outros[1].

2.1.2 Controle passivo de vibração

O controle passivo de vibrações é realizado diretamente sobre as propriedades físicas da estrutura como massa, amortecimento e rigidez. Basicamente, o controle passivo opera a partir de uma mudança estrutural básica, por exemplo, com a adição de um elemento passivo ou a utilização de outros materiais diretamente na estrutura do sistema, sem depender de energia externa[5,6].

Vários métodos de controle de vibrações são descritos na literatura[1]. Estes podem ser classificados como:

- Controle de frequências naturais;
- Introdução de amortecimento;
- Isolamento de vibrações;
- Introdução de neutralizadores ou absorvedores de vibração.

O Controle de frequências naturais é realizado analisando e modificando as características do sistema (massa e rigidez) de forma a alterar a sua frequência natural. Esta alteração faz com que a frequência de excitação do sistema não se iguale a sua frequência natural, com isso, evitando que este opere em uma região na qual elevadas amplitudes acabariam por se manifestar (região de ressonância).

O método de Introdução de amortecimento consiste na adição de um elemento de dissipação de energia, modificando-se o sistema de forma a alterar o seu fator de amortecimento. Com a utilização de um amortecimento adequado é possível reduzir, de forma eficiente, as amplitudes de resposta do sistema.

O Isolamento de vibrações consiste na adição de um membro resiliente ou isolador entre o sistema a ser isolado e a fonte de vibração, de modo que a vibração gerada não seja transmitida ao sistema[1].

Em alguns casos não é possível modificar os parâmetros do sistema, por esse motivo um subsistema é acoplado ao sistema principal com a finalidade de gerar uma resposta contrária dele. Esse subsistema é chamado de absorvedor ou neutralizador de vibração.

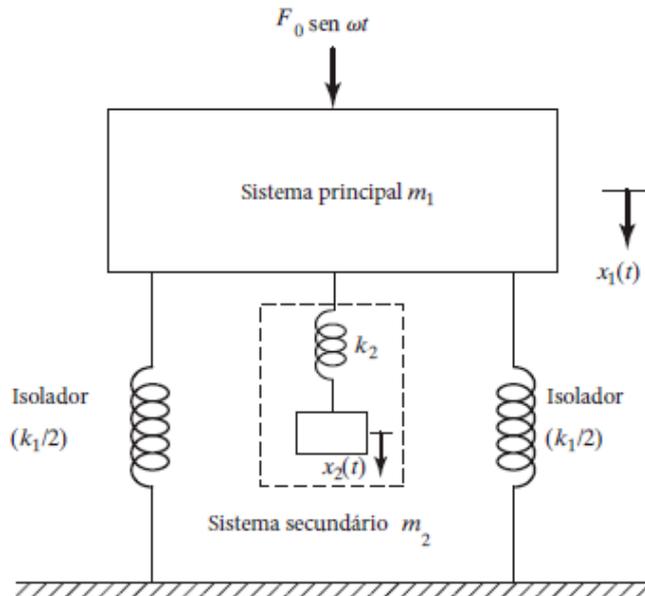
2.2 NEUTRALIZADOR DE VIBRAÇÃO NÃO AMORTECIDO

Como apresentado, um neutralizador de vibração é um subsistema acoplado ao sistema principal com o intuito de reduzir a amplitude de resposta desse sistema.

Na tentativa de esclarecer o emprego destes dispositivos, considera-se o seguinte exemplo: um sistema vibratório de 1 grau de liberdade (gdl) possui massa m_1 e rigidez k_1 e está sujeito a uma excitação harmônica de frequência ω no tempo. Quando conectado um sistema massa-mola auxiliar (massa m_2 e rigidez k_2) ao sistema principal, este irá atuar como um neutralizador dinâmico de vibrações (NDV) e o sistema resultante passará a ter dois gdl[1]. Para esta análise ressalta-se que o sistema é linear e todos os sinais assumem caráter harmônico.

Um esquema de NDV não amortecido é apresentado na Figura (1).

Figura 1- Neutralizador dinâmico de vibração (NDV) não amortecido.



Fonte: Adaptado de Rao[1].

As equações de movimento para os sistemas principal e auxiliar são descritas pelas Equações (1) e (2).

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) = f(t) = F_0 \text{sen} \omega t \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) = 0 \quad (2)$$

Como a força de excitação $f(t)$ possui caráter harmônico, a solução também é harmônica na forma

$$x_j(t) = X_j \text{sen} \omega t, \quad j = 1, 2 \quad (3)$$

onde a máxima amplitude é denotada por uma constante X_j . Aplicando a Equação (3) na Equação (2) e resolvendo para X , obtém-se:

$$X_1 = \frac{(k_2 - m_2 \omega^2) F_0}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2} \quad (4)$$

$$X_2 = \frac{k_2 F_0}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2} \quad (5)$$

O objetivo de um neutralizador é reduzir a amplitude de vibração do sistema principal (X_1) para uma determinada faixa de frequência operacional. Para que a amplitude X_1 seja nula, o numerador da Equação (4) precisa ser zero. Considerando-se, também, que o sistema principal operava perto de sua frequência de ressonância antes de ser acoplado ao neutralizador, tem-se:

$$\omega^2 = \frac{k_2}{m_2} \quad (6)$$

$$\omega^2 = \omega_{n_1}^2 = \frac{k_1}{m_1} \quad (7)$$

$$\omega^2 = \frac{k_2}{m_2} = \frac{k_1}{m_1} \quad (8)$$

A deflexão estática do sistema principal (δ_{st}) pode ser expressa em função da excitação inicialmente aplicada ao sistema (F_0) e a rigidez da mola do sistema (k_1), como mostra a Equação (9)

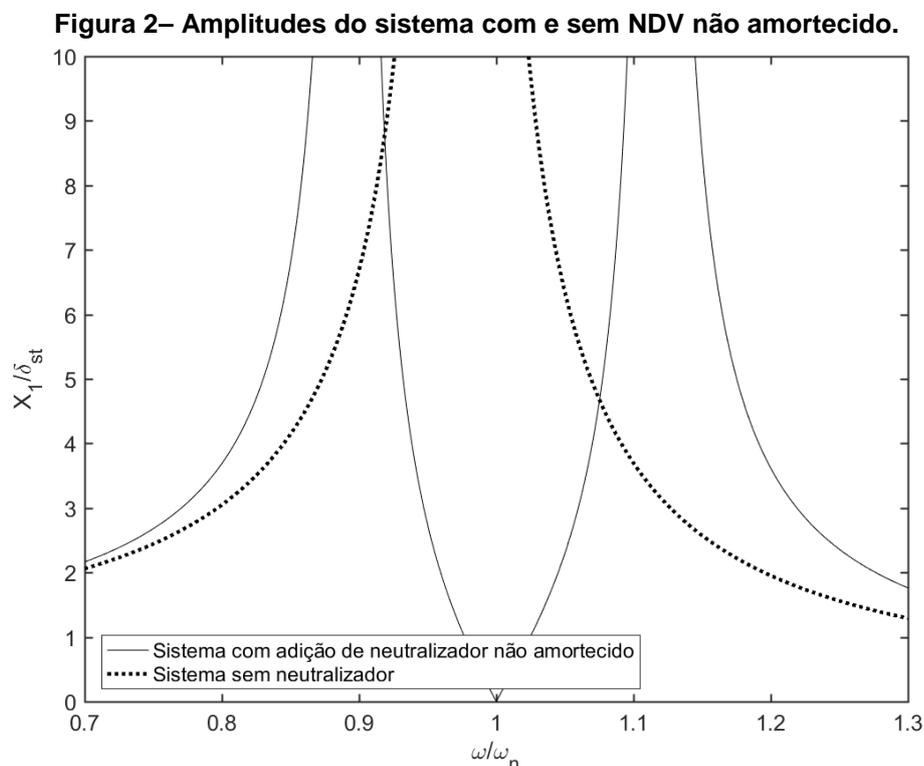
$$\delta_{st} = \frac{F_0}{k_1} \quad (9)$$

Aplicando-se as Equações (8) e (9) nas Equações (4) e (5), estas podem ser reescritas como:

$$\frac{X_1}{\delta_{st}} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (10)$$

$$\frac{X_2}{\delta_{st}} = \frac{1}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}} \quad (11)$$

A Figura (2) mostra a resposta para as amplitudes do sistema com e sem NDV. É possível observar que a utilização do neutralizador de vibrações desloca o pico de ressonância do sistema para outra frequência. A presença de dois picos de ressonância deve-se ao fato do sistema passar a ter dois graus de liberdade após a instalação do neutralizador.



2.3 NEUTRALIZADOR DE VIBRAÇÃO AMORTECIDO

Em um sistema amortecido, o termo de amortecimento está presente nas equações de movimento conforme apresentado nas Equações (12) e (13). Ressalta-se que para a análise o sistema é linear e todos os sinais assumem caráter harmônico.

$$m_1\ddot{x}_1 + c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) = f(t) \quad (12)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2(x_2 - x_1) = 0 \quad (13)$$

Supondo uma solução harmônica na forma da Equação (3) e seguindo um raciocínio semelhante àquele empregado para obter as Equações (4) e (5), obtém-se a solução para as amplitudes das Equações (14) e (15) como:

$$X_1 = \frac{(k_2 - m_2\omega^2 + ic_2\omega)F_0}{[(k_1 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - m_2k_2\omega^2] + i\omega c_2(k_1 - m_1\omega^2 - m_2\omega^2)} \quad (14)$$

$$X_2 = \frac{X_1(k_2 + i\omega c_2)}{(k_2 - m_2\omega^2 + i\omega c_2)} \quad (15)$$

As características do sistema (massa, rigidez e amortecimento) influenciam sua resposta como apresentado na Figura (3). O amortecimento, especificamente, influi diretamente na região de ressonância, reduzindo a amplitude da resposta.

Para simplificação das equações de resposta, é conveniente defini-las em termos de parâmetros adimensionais. Definindo:

$$\mu = m_2/m_1 = \text{razão entre as massas do neutralizador e do sistema principal}$$

$$\delta_{st} = F_0/k_1 = \text{deflexão estática do sistema principal}$$

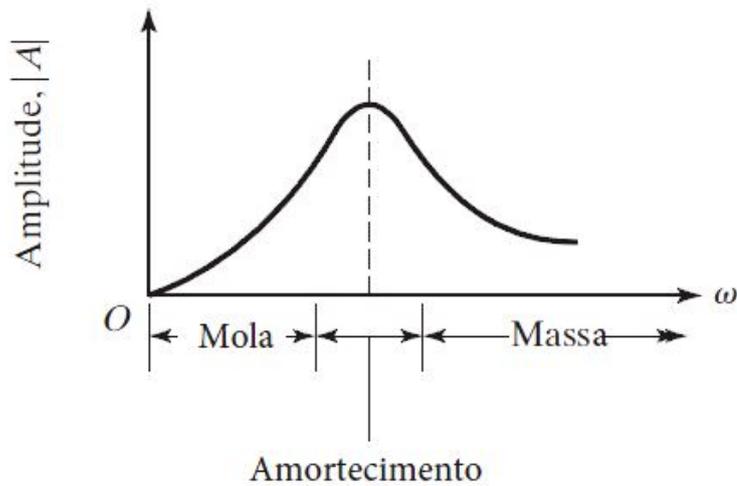
$$\omega_a^2 = k_2/m_2 = \text{quadrado da frequência natural do neutralizador}$$

$$\omega_n^2 = k_1/m_1 = \text{quadrado da frequência natural do sistema principal}$$

$$f = \omega_a/\omega_n = \text{razão entre as frequências naturais}$$

$g = \omega/\omega_n = \text{razão entre as frequências de excitação e natural do sistema principal}$

Figura 3 – Regiões da curva de resposta em frequência regidas pelas características do sistema.



Fonte: Adaptado de RAO[1].

$$c_c = 2m\omega_n = \text{constante de amortecimento crítico}$$

$$\zeta = c/c_c = \text{fator de amortecimento}$$

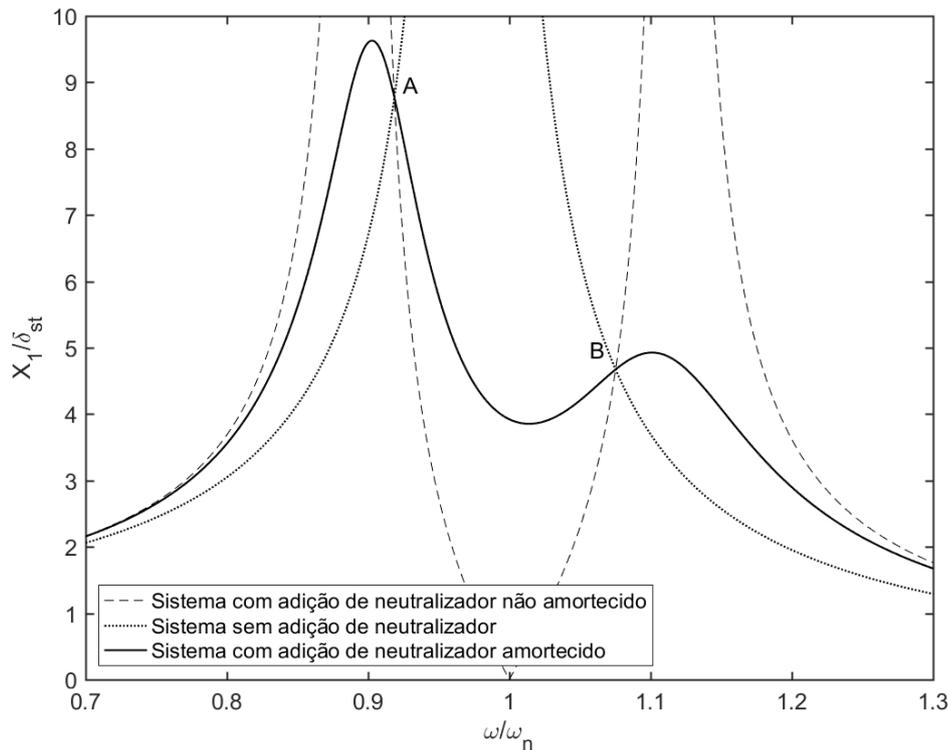
e efetuando as devidas substituições, as Equações (14) e (15) podem ser reescritas como:

$$\frac{X_1}{\delta_{st}} = \left[\frac{(2\zeta g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\zeta g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + \{\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)\}^2} \right]^{1/2} \quad (16)$$

$$\frac{X_2}{\delta_{st}} = \left[\frac{(2\zeta g)^2 + f^4}{(2\zeta g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + \{\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)\}^2} \right]^{1/2} \quad (17)$$

A Figura (4) apresenta a resposta do sistema com a utilização de NDV amortecido. Comparando-se a Figura (4) com a Figura (2) percebe-se que a adição de amortecimento tem efeito direto na amplitude de resposta do sistema, limitando seu valor.

Figura 4– Amplitudes do sistema com um NDV amortecido.



Fonte: adaptado de Rao[1].

2.4 NEUTRALIZADOR DE VIBRAÇÃO OTIMAMENTE SINTONIZADO

Como apresentado na Figura (4), as novas amplitudes de ressonância terão sua magnitude reduzida por imposição do NDV. Observa-se que existem pontos (A e B) onde as respostas dos sistemas sem NDV, com NDV não amortecido e com NDV amortecido se cruzam. Esses pontos são chamados de invariantes, pois todas as curvas se cruzam nesses pontos independentemente do valor do amortecimento[1].

O NDV é dito como otimamente sintonizado quando o valor das amplitudes for o mesmo para os pontos A e B. Esse valor pode ser determinado efetuando-se o limite da Equação (16) com $\zeta \rightarrow 0$ e igualando ao limite da Equação (17) com $\zeta \rightarrow \infty$, como mostra a Equação (18), o que resulta na Equação (19).

$$\lim_{\zeta \rightarrow 0} \frac{X_1}{\delta_{st}} = \lim_{\zeta \rightarrow \infty} \frac{X_1}{\delta_{st}} \quad (18)$$

$$g^4 - 2 \left(\frac{1 + f^2 + 2\mu f^2}{2 + \mu} \right) g^2 + \frac{2f^2}{2 + \mu} = 0 \quad (19)$$

Lembrando que para os pontos A e B a amplitude de vibração não depende do amortecimento, pode-se adotar um valor de ζ que simplifique ambas Equações (16) e (17). Aplicando o limite na Equação (14) para ζ tendendo ao infinito obtém-se a Equação (20).

$$\frac{X_1}{\delta_{st}} = \pm \frac{1}{g^2 - 1 + \mu g^2} \quad (20)$$

Tomando-se o sinal positivo para o ponto A e o negativo para o B e igualando-se os pontos obtém-se a Equação (21).

$$g_A^2 + g_B^2 = \frac{2}{1 + \mu} \quad (21)$$

Para uma equação do segundo grau, tem-se que o coeficiente linear é igual a soma de suas raízes, tomada com o sinal contrário. Aplicando essa informação na Equação (21) obtém-se:

$$g_A^2 + g_B^2 = \frac{2}{1 + \mu} = 2 \left(\frac{1 + f^2 + 2\mu f^2}{2 + \mu} \right) \quad (22)$$

Resolvendo a Equação (22), obtém-se o fator de sintonização ótimo, $f_{\text{ótimo}}$, como:

$$f_{\text{ótimo}} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (23)$$

Para se obter o fator de amortecimento ótimo, $\zeta_{\text{ótimo}}$, substitui-se a Equação (23) na Equação (16), considerando uma amplitude nula:

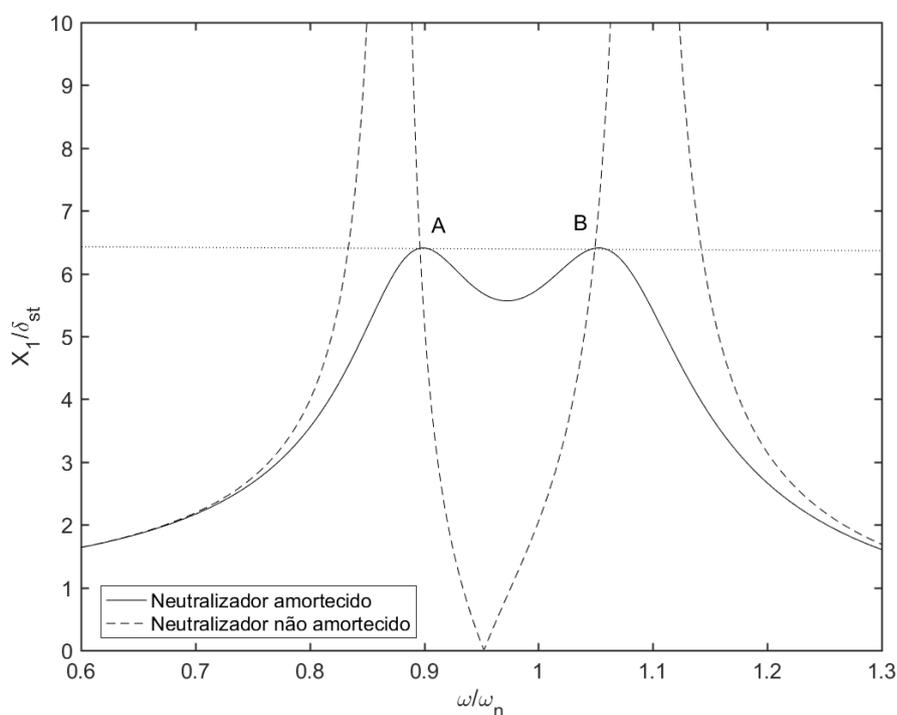
$$\zeta_{\text{ótimo}}^2 = \frac{\mu \left(3 \pm \sqrt{\frac{\mu}{\mu+2}} \right)}{8(1 + \mu)^3} \quad (24)$$

Usualmente em aplicações de engenharia utiliza-se o valor médio da Equação (24) para representar o fator de amortecimento ótimo.

$$\zeta_{\text{ótimo}} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \quad (25)$$

A Figura (5) apresenta a resposta de amplitude para um NDV otimamente sintonizado.

Figura 5 – Resposta de um sistema com um NDV otimamente sintonizado.



Fonte: adaptado de Rao[1].

Como observado na Figura (5), um neutralizador de vibrações otimamente sintonizado faz com que os pontos máximos das curvas de ressonância do sistema (pontos A e B) estejam localizados em uma mesma amplitude.

2.5 ISOLAMENTO DE VIBRAÇÕES

O isolamento de vibrações é necessário em várias aplicações (industrial, residencial e militar). O isolamento é aplicado para reduzir a força transmitida entre o equipamento e a fundação durante sua operação ou para isolar um equipamento de

vibrações oriundas do ambiente a seu redor[7]. O isolamento pode ser classificado como passivo ou ativo, o que irá depender da necessidade ou não de forças externas para que o isolador execute sua função. O isolador passivo consiste em um membro resiliente e um membro dissipador de energia. Já o isolador ativo é constituído de servomecanismos, dotados de sensores, processadores de sinais e atuadores[1].

Como citado, o isolamento pode ser utilizado para diminuir a propagação de vibrações do sistema para a base ou para reduzir a influencia de excitações externas sobre o sistema. Para tanto, o sistema pode ser modelado de duas formas diferentes, baseado em suas características.

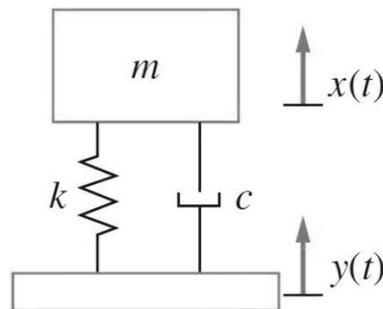
No primeiro caso, o sistema dinâmico pode vir a ser excitado pelo movimento de seu suporte, como apresentado na Figura (6). As forças atuantes neste sistema são devidas ao amortecimento e rigidez relativa entre estes[4]. A equação de movimento é apresentada na Equação (26).

$$m\ddot{x} = -k(x - y) - c(\dot{x} - \dot{y}) \quad (26)$$

Para simplificação dessa equação de movimento assume-se que o movimento da base, $y(t)$, seja na forma expressa na Equação (27) e o movimento da massa, $x(t)$, na forma expressa na Equação (28).

$$y(t) = Ysen(\omega t) \quad (27)$$

Figura 6- Excitação de base.



Fonte: Adaptado de Kelly[7].

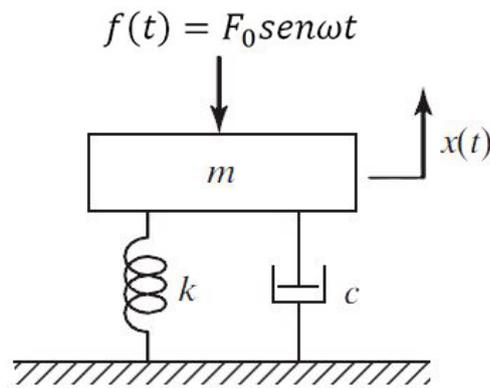
$$x(t) = Xsen(\omega t + \phi) \quad (28)$$

A partir da Equação (26) obtém-se a relação entre o deslocamento X da massa e Y da base, como apresentado na Equação (29).

$$\frac{X}{Y} = \sqrt{\frac{k^2 + (\omega c)^2}{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (29)$$

No segundo caso, o sistema em estudo pode vir a gerar ou é submetida à forças harmônicas, e esta força é transmitida através do sistema até a sua base, podendo levar a falha por fadiga dos elementos de fixação[7]. Esse sistema pode ser modelado como apresentado na Figura (7). O sistema em questão é linear e todos os sinais assumem caráter harmônico.

Figura 7– Fundação rígida.



A equação de movimento desse sistema é dada pela Equação (30). A Equação (31) é a resposta em regime permanente do sistema com F_0 isolado.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \text{sen} \omega t \quad (30)$$

$$F_0 = X \sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2} \quad (31)$$

A força transmitida para a base por meio da mola e do amortecedor é dada pela Equação (32).

$$f_t(t) = c\dot{x} + kx \quad (32)$$

Resolvendo-se a Equação (32), obtém-se:

$$F_t = X\sqrt{k^2 - (c\omega)^2} \quad (33)$$

Para o sistema estar em equilíbrio, as forças atuantes no sistema devem ser iguais às internas. A partir dessa informação, pode-se obter uma relação entre as amplitudes das forças aplicadas ao sistema, F_0 , transmitida para a fundação, F_t :

$$\frac{F_t}{F_0} = \frac{\sqrt{k^2 - (c\omega)^2}}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (34)$$

A ferramenta de análise para escolha e dimensionamento de isoladores é baseada no conceito de transmissibilidade de força e/ou deslocamento denotado por Tr [8]. A transmissibilidade é uma razão adimensional entre a resposta do sistema e a resposta da base[1,7].

Para a simplificação das Equações (29) e (34), algumas relações como a do fator de amortecimento ζ , Equação (35), e a da razão de frequências r , Equação (36), são úteis.

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (35)$$

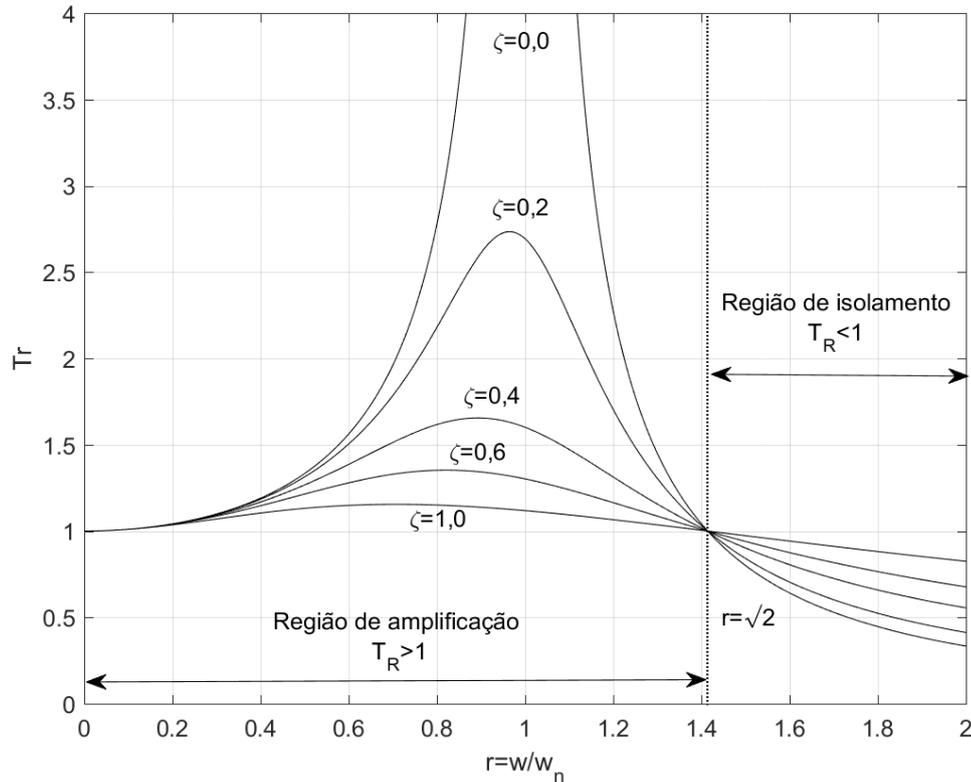
$$r = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (36)$$

Substituindo as relações (35) e (36) nas equações (29) e (34) temos a equação para o índice de transmissibilidade como:

$$T_r = \frac{X}{Y} = \frac{F_T}{F_0} = \sqrt{\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (37)$$

A Figura (8) apresenta o comportamento do índice de transmissibilidade T_r com a variação da razão de frequências r para alguns valores de ζ .

Figura 8 - Variação do índice de transmissibilidade T_r com a razão de frequências r para valores distintos do fator de amortecimento ζ .



Fonte: Autoria própria.

Baseado na Figura (8), algumas características do T_r podem ser observadas[1,7,9]:

1. T_r é próximo de 1 para pequenos valores de r ;
2. $T_r = 1$ independente do valor de ζ para $r = \sqrt{2}$;
3. O sistema é isolado apenas para $T_r < 1$, o que ocorre quando $r > \sqrt{2}$.

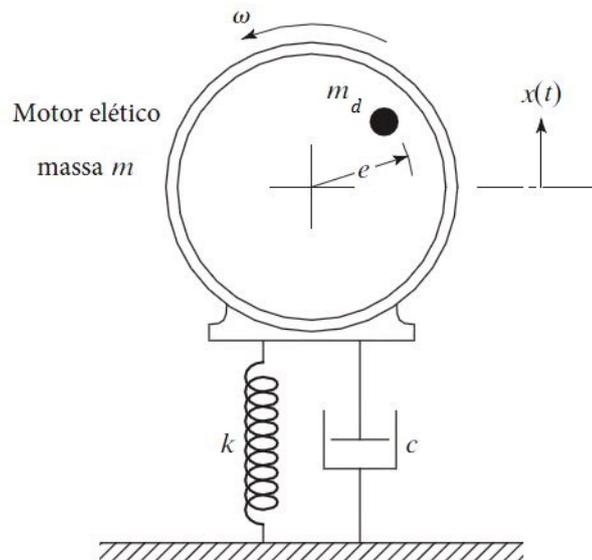
Para valores de $r < \sqrt{2}$ o sistema é amplificado, o que implica em um $T_r > 1$.

2.6 DESBALANCEAMENTO ROTACIONAL

O desbalanceamento rotacional é uma fonte comum de excitação vibratória em sistemas mecânicos[4].

Considerando o sistema de massa m da Figura (9), o desbalanceamento é provocado por uma massa excêntrica m_d que possui uma excentricidade e e está rotacionando a uma velocidade angular ω .

Figura 9– Desbalanceamento rotativo.



Fonte: adaptado de Rao[1].

Fazendo um raciocínio análogo ao empregado para se obter as Equações (30) e (31), tem-se que a equação do movimento para este sistema pode ser escrita como:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = (m_d e \omega^2) \text{sen} \omega t \quad (38)$$

E a sua solução é dada por:

$$X = \frac{m_d e \omega^2}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \quad (39)$$

O ângulo de fase ϕ , por sua vez, é dado por:

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{c\omega}{k - m\omega^2} \right) \quad (40)$$

A força transmitida à base do sistema pode ser obtida a partir da Equação (37), onde F_T é a amplitude da força transmitida para a base do sistema e F_0 é a amplitude da força relativa a massa desbalanceada.

$$F_T = m_d e \omega^2 \sqrt{\frac{1 + (2\zeta r)^2}{(1 - r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (41)$$

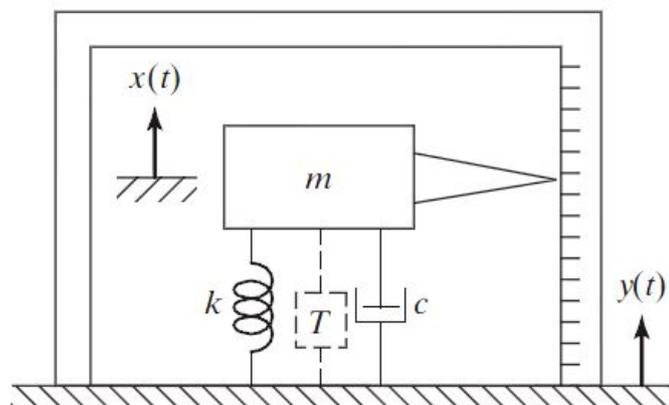
2.7 INSTRUMENTOS DE MEDIÇÃO DE VIBRAÇÕES

Instrumentos de medição de vibrações têm como elemento básico uma unidade sísmica como apresentado pela Figura (10) e, dependendo da faixa de frequência utilizada, o deslocamento, a velocidade ou a aceleração é indicado pelo movimento relativo da massa da unidade[4].

Esse sistema pode ser modelado como um sistema de excitação de base, como apresentado na Figura (6), tendo a Equação (26) como equação de movimento. Para a simplificação da análise é pertinente definir um relação de deslocamento relativo como:

$$z = x - y \quad (42)$$

Figura 10 – Esquema de um instrumento sísmico.



Fonte: adaptado de Rao[1].

Para tal, x e y são definidos como os deslocamentos da massa sísmica e do corpo vibratório respectivamente, sendo ambos medidos em relação a uma

referência inercial. Substituindo a relação de deslocamento relativo, Equação (42) na equação de movimento, Equação (26), e assumindo que todos os movimentos (x, y, z) possuem origem harmônica, obtém-se a Equação (43).

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = m\omega^2 Y \text{sen}(\omega t) \quad (43)$$

Observa-se que a Equação (43) possui o mesmo formato da Equação (38) com os termos z e $m\omega^2 Y$ substituídos por x e $m\omega^2$, respectivamente.

A solução é dada por

$$z = Z \text{sen}(\omega t - \phi) \quad (44)$$

onde Z é dado pela Equação (45) após utilizadas as Equações (35) e (36) para fins de simplificação.

$$Z = \frac{Yr^2}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (45)$$

O tipo de instrumento a ser utilizado é determinado pela faixa de frequência operacional do sistema com relação à frequência natural ω_n do instrumento. O sismômetro, por exemplo, é um instrumento com baixa frequência natural. Já o acelerômetro possui alta frequência natural.

2.7.1 Acelerômetro

O acelerômetro mede a aceleração de um corpo vibratório. Existem vários modelos de acelerômetros com diferentes características construtivas. Um exemplo é o acelerômetro com sensores piezelétricos. Esses sensores captam sinais físicos e os convertem em sinais digitais. A rigidez dos cristais piezelétricos é elevada, porém sua massa é reduzida, implicando em um alto valor de frequência natural.

Os cristais piezelétricos, quando sujeitos à deformação, geram um sinal elétrico proporcional. Durante o funcionamento do acelerômetro, o transdutor

acompanha a vibração transmitida por uma fonte qualquer e a massa interna tende a manter-se estacionária no espaço.

A faixa de frequência de trabalho do acelerômetro situa-se abaixo da sua primeira frequência natural. A sensibilidade é medida em milivolts por unidade de aceleração g (mV/g) e é aproximadamente constante até 20% da frequência de ressonância[1], como apresentado pela Figura (11). Seu uso é aconselhado até esse limite superior de frequência.

A função transferência de um acelerômetro é obtida a partir da Equação (45).

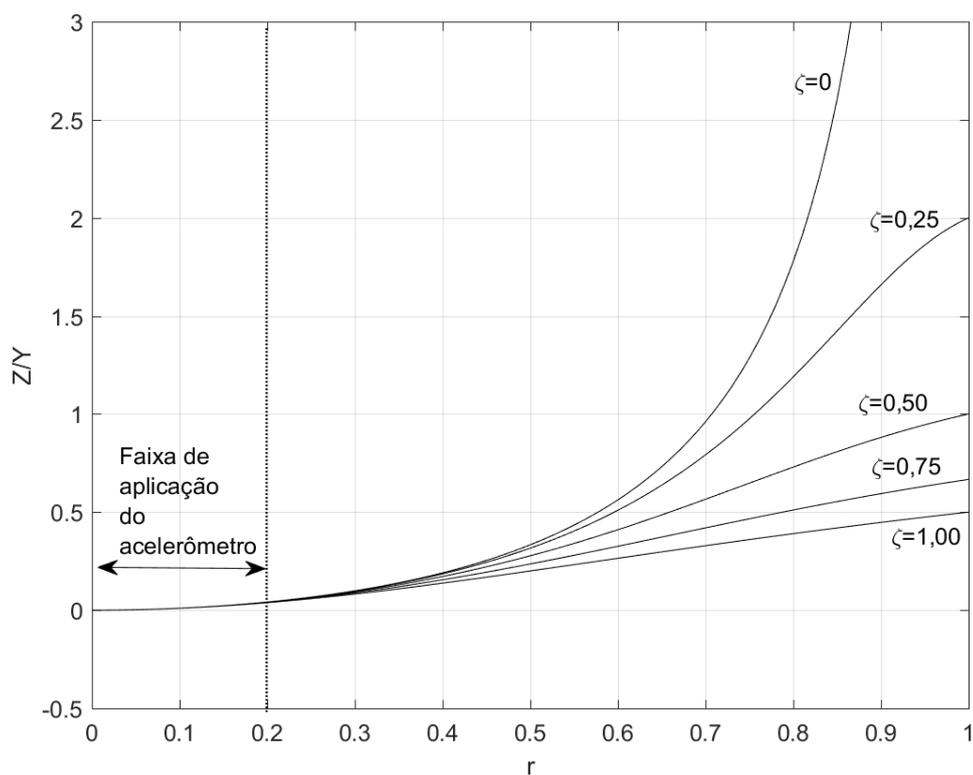
Sabe-se que:

$$\ddot{Y}(\omega) = Y(\omega) \cdot \omega^2 \quad (46)$$

Substituindo a Equação (46) e a razão de frequências dada pela Equação (36) e considerando $r \rightarrow 0$, visto que $\omega \gg \omega_n$, obtém-se a equação simplificada para um acelerômetro como:

$$Z(\omega) = \frac{\ddot{Y}(\omega)}{\omega_n^2} \quad (47)$$

Figura 11- Faixa de frequências para aplicação de um acelerômetro

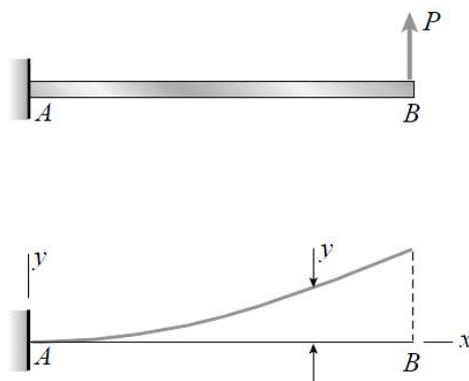


Fonte: Autoria própria.

2.8 SISTEMA DE VIGA EM BALANÇO

Um sistema de viga em balanço consiste em uma viga com uma extremidade fixa (A) e a outra livre (B) como apresentado na Figura (12).

Figura 12- Viga em balanço.



Fonte: Adaptado de Gere[10].

Uma carga concentrada P é aplicada na extremidade da viga e, sob ação desse carregamento, o seu eixo longitudinal sofre uma deformação em forma de curva. A deflexão y é a deformação da viga medida no eixo y para qualquer ponto da viga[10].

A deflexão é utilizada para analisar estruturas estaticamente indeterminadas e também sistemas sujeitos a vibrações.

Para equacionar a deflexão é necessário expressar seus valores em função da distância x ao referencial da origem. A deflexão está associada ao tipo de apoio da viga (engastada, bi engastada, apoiada, bi apoiada, etc.) [10,11].

Como mostra a Figura (13), a uma distância x_1 da origem, a viga possui deflexão y .

Para uma distância x_2 ($x_1 + \Delta x$) a deflexão será $y + \Delta y$, sendo Δy um incremento na deflexão[10]. Um raciocínio análogo é aplicado para o ângulo de rotação θ , sendo ρ o raio de curvatura.

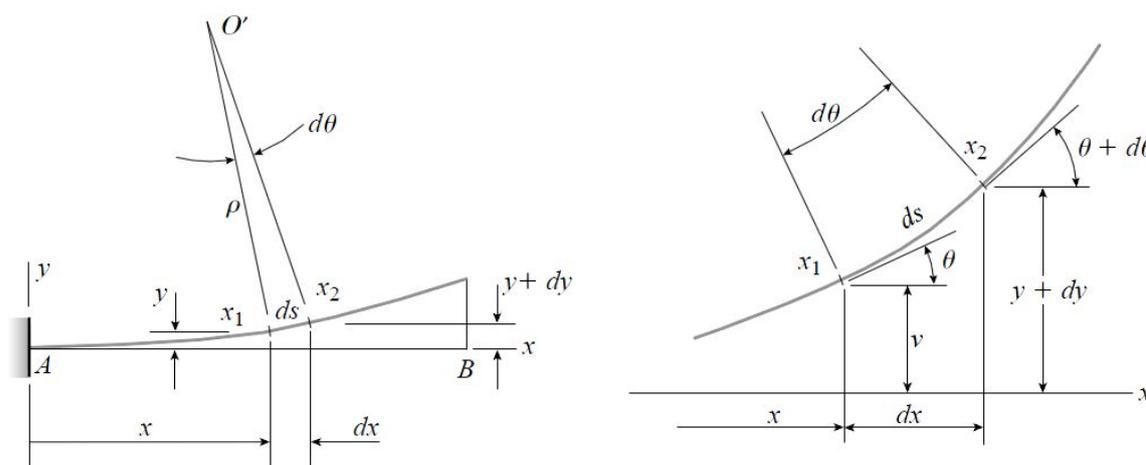


Figura 13 – Deflexão e ângulo de rotação de uma viga.

Fonte: Adaptado de Gere[10].

Para ângulos pequenos pode-se ver que a componente horizontal da deflexão é aproximada a deflexão radial da viga[4], ou seja, $ds \approx dx$, então a curvatura κ pode ser escrita como

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{\rho} = \kappa \quad (48)$$

Tem-se, geometricamente, que

$$\theta \approx \tan \theta = \frac{dy}{dx} \quad (49)$$

Além disso, para materiais linearmente elásticos, ou seja, materiais que seguem a Lei de Hooke[10], tem-se

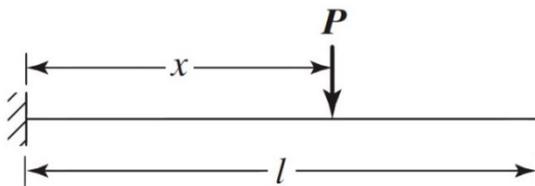
$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (50)$$

onde M é o momento fletor, E é o módulo de elasticidade e I é o momento de inércia da seção transversal da viga. Derivando a Equação (49) em relação a x e substituindo as Equações (48) e (50), chega-se na Equação diferencial básica da curva de deflexão.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (51)$$

A Equação (51) descreve a variação da deflexão da viga em função do comprimento em balanço. A carga aplicada na viga, como mostra a Figura (14), gera o momento descrito nessa equação. Integrando-se a Equação (51), tem-se a deflexão da viga para o carregamento P em função de seu comprimento em balanço conforme mostrado na Equação (52).

Figura 14– Carregamento P aplicado na viga.



Fonte: adaptado de Rao[1].

$$y(x) = \frac{Px^2}{6EI} (3l - x) \quad (52)$$

Quando o carregamento é aplicado na extremidade da viga ($x = l$), a deflexão será a máxima para esse carregamento. A partir da Equação (7), a deflexão da barra ($\delta = y$) e a carga aplicada podem ser relacionadas para determinar a rigidez da barra, como mostra a Equação (53).

$$k = \frac{P}{\delta} = \frac{3EI}{l^3} \quad (53)$$

A deflexão ao longo da barra pode se relacionada com a deflexão máxima da barra como mostra a Equação (54).

$$y(x) = \frac{y_{m\acute{a}x}}{2l^3} (3lx^2 - x^3) \quad (54)$$

Quando não se têm a aplicação de forças na viga em balanço, essa está sujeita ao efeito do seu próprio peso. O efeito da massa distribuída ao longo do comprimento da barra pode ser representado por uma massa equivalente aplicada em um ponto específico como, por exemplo, em sua extremidade. Essa massa equivalente pode ser calculada pela equação da energia cinética:

$$T = \frac{1}{2} m_b \dot{y}(x)^2 \quad (55)$$

Derivando-se a Equação (54), expressando a massa da barra como uma massa distribuída ao longo da viga e substituindo na Equação (55) obtém-se:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{m_b}{l} \left[\frac{\dot{y}_{m\acute{a}x}}{2l^3} (3lx^2 - x^3) \right]^2 dx \quad (56)$$

Calculando-se a integral da Equação (56) no intervalo especificado e rearranjando a equação no formato da Equação (55), obtém-se:

$$T = \frac{1}{2} \left(\frac{33m_b}{140} \right) \dot{y}_{max}^2 \quad (57)$$

Comparando as Equações (55) e (57) obtém-se a massa equivalente como:

$$m_{eq} = \frac{33m_b}{140} = 0.236m_b \quad (58)$$

onde m_b é a massa total da viga em balanço.

2.9 EXTENSOMETRIA

Extensômetros elétricos são dispositivos capazes de medir a deformação a qual um material está submetido, transformando estas deformações em variações elétricas[12]. Sua estrutura consiste em uma lâmina metálica com espessura extremamente reduzida fixada em um material isolante (geralmente polimérico), chamado de base.

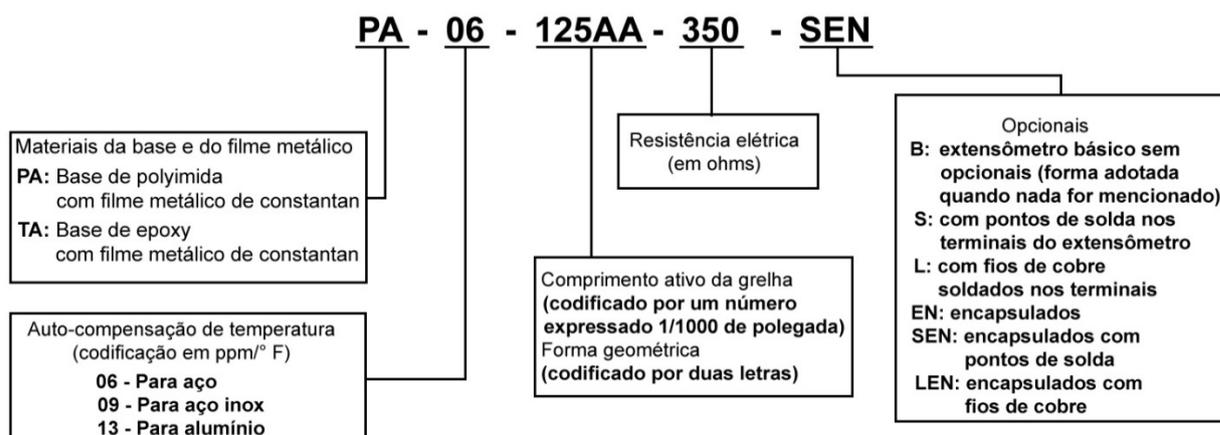
Para uma correta medição, é necessário que o extensômetro esteja bem aderido a superfície do material a ser ensaiado, de modo que a deformação do material seja satisfatoriamente transmitida ao extensômetro. As deformações da superfície ensaiada são transferidas ao extensômetro, gerando um sinal elétrico que é posteriormente analisado em forma de deformação[13]. O sinal elétrico obtido é muito pequeno, não sendo possível sua leitura por meio de um ohmímetro comum devido a sua escala reduzida, fazendo-se necessário a utilização de um sistema de medição específico para a realização da leitura e interpretação do sinal elétrico.

A extensometria tem como principais vantagens o custo relativamente baixo, sensibilidade alta até para deformações mínimas, dimensões reduzidas (possibilitando a instalação em diversos locais), possibilidade de aplicação em ensaios destrutivos, atingindo a ruptura do material, dentre outros[12].

A escolha de um extensômetro depende de uma série de fatores, tais como o material a ser ensaiado, o tipo de teste a ser realizado, a precisão requerida, o ambiente no qual o extensômetro será instalado, faixa de temperatura, durabilidade do teste, dentre outros.

A Figura (15) apresenta o sistema de classificação para a escolha de um extensômetro.

Figura 15- Sistema de codificação dos extensômetros Excel.



Fonte: Excel sensores[14].

Como apresentado na Figura (15), existem vários modelos de extensômetros e a sua seleção é feita com base nas características do material e local onde será efetuada a sua instalação.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

A bancada de trabalho onde os experimentos foram efetuados possui o formato de uma mesa de topo quadrado e com quatro pés de comprimentos iguais. Abaixo do topo existe uma segunda divisão onde a fonte de alimentação para o motor elétrico fica alocada. Todas as partes da bancada foram produzidas com aço de baixo carbono.

Soldada no topo da mesa existe uma estrutura composta por uma rosca que permite alterar o comprimento suspenso (em balanço) de uma barra. Por meio desse sistema de fixação, essa barra possui a característica de uma viga engastada. Na extremidade livre dessa barra o motor elétrico é fixado. Nessa mesma extremidade podem-se intercambiar barras de diferentes materiais para estudo de neutralização de vibrações.

A massa da bancada é de 60,66 quilogramas (incluídas as massas da viga engastada e motor elétrico) e a fonte de alimentação possui massa de 7,025 quilogramas. Um pequeno cilindro de alumínio é acoplado ao motor fora do alinhamento de seu eixo, produzindo um efeito de desbalanceamento neste quando em rotação. A excitação oriunda deste motor, provocada pela rotação da massa desbalanceada, fornece à viga engastada uma amplitude de vibração que posteriormente é transmitida ao longo de toda estrutura da bancada até atingir o solo.

A Figura (16) apresenta o sistema estudado.

Para o desenvolvimento deste trabalho foram utilizados os seguintes instrumentos e materiais:

- Fonte de alimentação dupla simétrica +/- 30V / 2A modelo 432;
- Motor elétrico 12V (reutilizado de uma impressora);
- Barras metálicas de materiais e dimensões variados;
- Balança semi analítica;
- Extensômetros modelo PA-09-250BA-120L para aço;
- Unidade de aquisição e condicionamento de dados modelo D4 com número de série 193644, com um software incluso na própria unidade;

Figura 16 – Bancada experimental.



Fonte: Autoria própria.

- Acelerômetros modelo MMA7361 de três eixos possuindo um micro capacitor para medição do sinal, módulo com filtro para atenuação de ruídos, circuito próprio para compensação de temperatura e terminais soldados no corpo do dispositivo.
- Unidade de aquisição e tratamento de dados composta de um bloco conector blindado modelo SCB-68A (PN154137B-01L), uma placa NI PXI-6722(PN 19089D-02) com 8 canais de saída analógica, taxa de amostragem de sinais de 800Ks/s multiplexada, 8 canais de entradas e saídas digitais e dois contadores e um software NI-DAQMX (PN-781144D-01). Este software utilizado foi fornecido em conjunto com a placa NI PXI-6722.
- Software *LabVIEW* versão profissional com licença N° M74X67851;
- Software *MATLAB R2015b* versão acadêmica com licença N° 925482.

3.1 SELEÇÃO DO NEUTRALIZADOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO

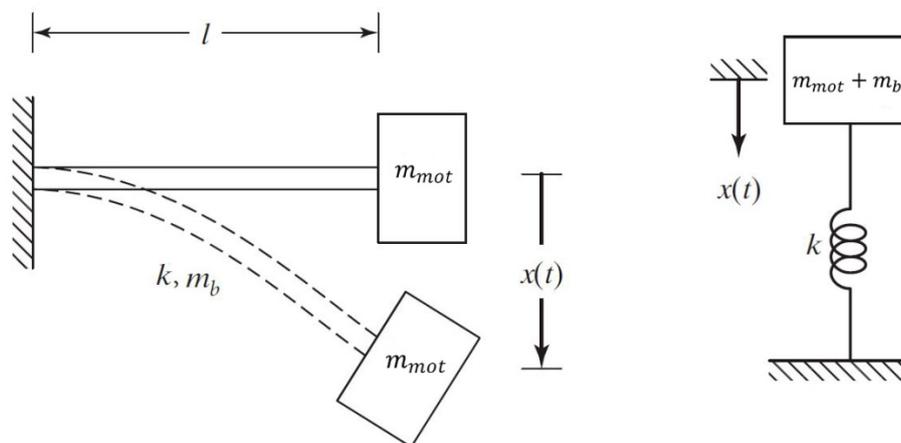
Nesta seção serão descritos os procedimentos utilizados para a seleção de uma barra a ser utilizada como neutralizador dinâmico de vibrações.

3.1.1 Modelagem do sistema primário

O sistema primário compreende uma viga engastada onde seu comprimento pode ser variado. Por meio de uma rosca sem fim, o comprimento da viga pode ser ajustado entre os valores mínimo de 0,16m e máximo de 0,36m. Um motor rotativo com uma massa desbalanceada está fixado por meio de suportes e parafusos na extremidade livre da viga.

Conforme apresentado na Figura (17), o sistema da viga em balanço pode ser representado por um sistema massa-mola equivalente. Para essa análise, o amortecimento interno do sistema foi desconsiderado.

Figura 17– Modelagem de uma viga em balanço como sistema massa-mola.



Fonte: adaptado de Rao[1].

3.1.2 Determinação da massa do sistema primário

Como a viga tem seu comprimento variável, a sua massa também mudará de acordo com o comprimento suspenso (em balanço). Entretanto é possível determinar uma relação entre a massa da viga e seu comprimento em balanço a partir das dimensões e massa de uma amostra do material (chapa) da viga. As medidas da amostra são: largura (c_0) de 0,225m, comprimento (l_0) de 0,428m e espessura (e_0) de 0,0023m. A massa (m_0) é de 1,568kg. A viga, por sua vez, possui as dimensões: $0,0465 (c) \times l \times 0,0023 (e)$ metros, onde l é o seu comprimento variável. Assim, relacionando a amostra de material com a viga em balanço, obtém-se a Equação (59) como sendo a relação entre massa e comprimento da viga.

$$m_b = \frac{m_0}{c_0 l_0} \cdot c \cdot l \quad (59)$$

Entretanto, por se tratar de uma viga engastada, é necessário calcular a massa equivalente na extremidade livre da viga. Isso pode ser facilmente obtido utilizando-se a Equação (58). Substituindo a Equação (59) na Equação (58) e adicionando a massa do motor, chegamos a massa equivalente do sistema primário em função do comprimento em balanço l , como mostra a Equação (60).

$$m_{eq} = m_{mot} + \frac{33m_b}{140} = m_{mot} + \frac{33}{140} \cdot \frac{m_0}{c_0 l_0} \cdot c \cdot l \quad (60)$$

A massa m_{mot} é a massa acoplada à extremidade da viga que, no caso do sistema analisado, corresponde à soma da massa do motor e seus componentes de fixação (suporte e parafusos). Essas massas foram determinadas por meio da utilização de uma balança semi analítica.

3.1.3 Determinação da constante de rigidez e cálculo da frequência natural do sistema primário – abordagem experimental

A constante de rigidez da viga (k) foi determinada por meio da sua relação com a deflexão estática, expressa anteriormente na Equação (9). Para isso foi necessário determinar a deflexão estática da viga.

Para a medição da deflexão estática foram utilizadas diferentes massas teste apoiadas na extremidade livre da viga engastada. A deformação que a viga sofre em resposta ao apoio da massa foi mensurada com uma régua de escala milimétrica. Esse processo foi feito de 3 a 5 vezes variando a massa teste. A constante de rigidez foi então calculada para cada valor de deflexão e de massa teste analisado, sendo que, ao final, foi adotado um valor médio.

Sabe-se, entretanto, que o valor da constante de rigidez varia conforme o comprimento em balanço da viga. Sendo assim, esse processo foi realizado para sete comprimentos diferentes.

Obtidos os valores das constantes de rigidez e os respectivos valores de massa do sistema primário, as frequências naturais do sistema (ω_n) foram, então, calculadas por meio da Equação (8).

Os valores de k utilizados foram os valores médios calculados anteriormente e as massas foram calculadas a partir da Equação (60) para os comprimentos referentes aos valores da constante de rigidez empregados. Sendo assim, obteve-se um valor de frequência natural para cada comprimento analisado.

3.1.4 Curva de frequência natural do sistema primário – abordagem teórica

Obtidos os valores de frequência natural para o sistema foi determinada, então, uma curva teórica que descreve o comportamento dessas frequências quando variado o comprimento da viga em balanço. O intuito dessa curva é auxiliar a seleção das barras que podem vir a ser utilizadas como neutralizadores.

O primeiro passo foi se utilizar dos valores das constantes de rigidez média para cada comprimento em balanço do sistema primário adotado, no intuito de calcular um Módulo de Elasticidade (E) para cada um dos casos. A relação entre o módulo de elasticidade e a constante de rigidez é apresentada pela Equação (53). Para o uso dessa equação foi necessário calcular o Momento de Inércia (I) da viga por meio da Equação (61).

$$I = \frac{c_0 \cdot e_0^3}{12} \quad (61)$$

Partindo da Equação (53), fazendo uso da Equação (60) e aplicando na Equação (7) bem como os valores calculados de módulo de elasticidade e momento de inércia, obtém-se uma relação entre a frequência natural e o comprimento em balanço l . Essa relação é apresentada na Equação (62).

$$\omega_n(l) = \sqrt{\frac{3 \cdot E \cdot c_0 \cdot e_0^3}{12l^3 \left(m_{mot} + \frac{33}{140} \cdot \frac{m_0 \cdot c \cdot l}{c_0 \cdot l_0} \right)}} \quad (62)$$

A Equação (62) representa, de forma teórica, a variação da frequência natural do sistema primário quando se varia o comprimento em balanço.

3.1.5 Determinação da constante de rigidez e cálculo da frequência natural dos neutralizadores

Para a determinação das constantes de rigidez e das frequências naturais dos neutralizadores foi utilizado o mesmo método apresentado na seção 3.1.3, porém com algumas ressalvas. Os neutralizadores em estudo, diferentemente do sistema primário, possuem comprimento fixo, não sendo necessária a medição da deflexão em vários pontos. Desta forma, os valores de deflexão foram obtidos com os neutralizadores fixados em seus pontos médios (mesmo ponto onde o neutralizador é acoplado ao sistema primário).

Para os neutralizadores, em virtude destes serem fixos ao sistema primário através de seus pontos médios, não se faz necessário o cálculo da massa equivalente. A massa de cada neutralizador foi determinada diretamente com o uso de uma balança semi analítica.

Obtidas as deflexões e massas, as constantes de rigidez e as frequências naturais foram calculadas, conforme mencionado, por meio das Equações (7) e (8), respectivamente.

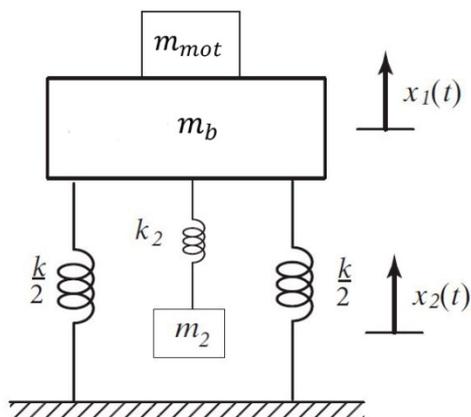
Com o uso das frequências naturais calculadas dos neutralizadores, foi possível determinar quais desses operavam dentro da faixa de frequências do sistema primário. Além disso, foi possível determinar o comprimento em balanço l onde as frequências dos sistemas se igualam e a neutralização ocorre.

3.1.6 Montagem do neutralizador

Analisando os dados de frequência natural dos neutralizadores, foram selecionadas as possíveis chapas que possam atuar como neutralizadores para o sistema em estudo. As mesmas foram acopladas ao sistema primário por meio de parafusos e porcas.

A Figura (18) traz uma representação do sistema em estudo, com um neutralizador acoplado.

Figura 18– Representação do sistema com neutralizador



Fonte: autoria própria.

3.2 SELEÇÃO DO ISOLADOR DE VIBRAÇÕES - VIBRASTOP

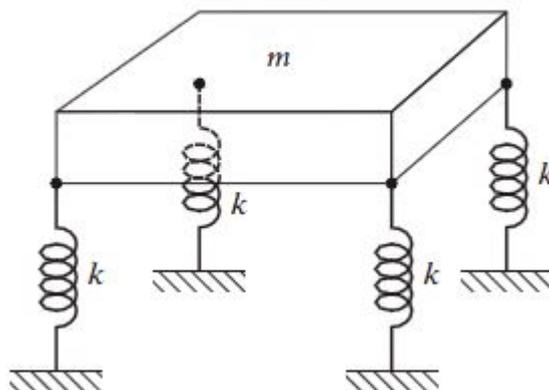
Nesta seção será descrito o procedimento utilizado para a seleção de um isolador de vibrações adequado para a bancada experimental. Para o presente estudo o sistema primário é constituído pela mesa e seus elementos adicionais (fonte de alimentação e ligações) sendo este modelado como um sistema com fundação rígida.

3.2.1 Cálculo da constante de rigidez e da frequência natural da bancada

A mesa da bancada experimental pode ser modelada como um sistema massa-mola para simplificação da análise. Nesse modelo cada perna pode ser analisada como uma mola e toda a massa envolvida como uma carga pontual (concentrada). A Figura (19) mostra o esquema desse sistema.

Como discutido anteriormente, a constante de rigidez pode ser calculada com o uso da deflexão estática, Equação (9). Entretanto, no caso da mesa, essa deflexão não foi medida com o uso de uma régua (escala milimétrica), mas sim, com extensômetros (escala micrométrica).

Figura 19 - Mesa modelada como sistema massa-mola.



Fonte: Adaptado de RAO[1].

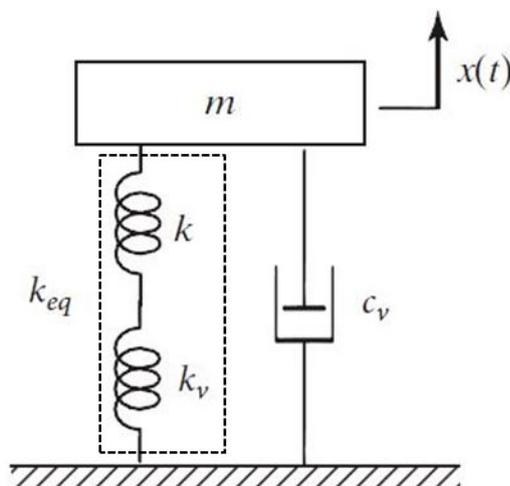
3.2.1.1 Instalação dos extensômetros

Os extensômetros foram fixados em uma mesma distância de referência e conectados ao sistema de aquisição. A carga utilizada foi o peso da própria bancada. Duas leituras foram executadas para coletar as micro deformações, uma com o sistema sem carregamento e outra com o sistema sujeito a um carregamento.

Obtidos os dados de deflexão (deformação) a constante de rigidez dos pés da mesa foi determinada.

A fim de reduzir a transmissão de forças para a base da bancada, é necessário instalar isoladores. Entretanto esses isoladores alteram as características do sistema como apresentado na Figura (20).

Figura 20 – Desenho esquemático do sistema com isolamento.



Fonte: Adaptado de RAO[1].

Com base nesta figura, verifica-se que os isoladores adicionam elementos de rigidez ao sistema. Por tanto, faz-se necessário calcular a rigidez equivalente deste por intermédio da Equação (63).

$$k_{eq} = \frac{k \cdot k_v}{k + k_v} \quad (63)$$

A partir do valor da constante de rigidez, a frequência natural do sistema pôde ser calculado pela Equação (8).

3.2.2 Acelerômetros e aquisição de dados

Os acelerômetros foram instalados na parte superior da bancada, diretamente acima dos pés, sendo fixados com fita adesiva para impossibilitar qualquer movimento indesejado, porém permitindo facilmente sua retirada e reposicionamento caso necessário. Cada acelerômetro foi disposto para registrar o movimento relativo de cada pé da mesa, sendo conectados a um módulo de aquisição e tratamento de dados por cabos. Esta unidade estava conectada a um computador preparado para a aquisição e tratamento dos dados com o auxílio do software *LabView*.

Os dados obtidos foram analisados com o auxílio do software *MatLab* e *MatLab Simulink*.

3.2.3 Índice de Transmissibilidade

O cálculo do índice de transmissibilidade é feito tendo como base a Equação (37).

Entretanto, para a utilização dessa equação é necessário determinar o fator de amortecimento do isolador. Para tal, a abordagem adotada utiliza-se dos valores de aceleração e velocidade (determinados com o auxílio dos acelerômetros) e das equações do sistema para regime permanente, Equações (64) e (65).

$$x_p = A \cos \omega t + B \sin \omega t \quad (64)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{B}{A} = \frac{2\zeta r}{1 - r^2} \quad (65)$$

Para a determinação das constantes A e B foi montado um sistema linear com a primeira e segunda derivadas da Equação (64), como mostrado em (66).

$$\begin{bmatrix} -\omega \sin \omega t & + \omega \cos \omega t \\ -\omega^2 \cos \omega t & - \omega^2 \sin \omega t \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \ddot{x}_p \end{bmatrix} \quad (66)$$

As constantes A e B são substituídas na Equação (65), permitindo assim que se determine o coeficiente de amortecimento.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 MASSA DO SISTEMA PRIMÁRIO

Por meio da Equação (60), foi possível calcular a massa equivalente para um determinado comprimento em balanço do sistema primário. A Tabela (1) apresenta valores de massa equivalente para determinados valores de comprimento da viga.

Tabela 1 - Massa equivalente do sistema primário para comprimentos distintos da viga em balanço.

l [m]	m_{eq} [kg]
0,17	0,03034
0,19	0,03391
0,21	0,03748
0,24	0,04283
0,28	0,04997
0,32	0,05711
0,36	0,06425

Fonte: Autoria própria.

4.2 CONSTANTE DE RIGIDEZ E FREQUÊNCIA NATURAL DA VIGA EM BALANÇO

Para o cálculo da constante de rigidez foram utilizadas seis massas de teste, como apresentado na Figura (21). Com o auxílio de uma balança semi analítica as massas foram mensuradas.

Figura 21– Corpos de prova para cálculo da deflexão estática.



Fonte: Autoria própria.

Os valores das massas são apresentados na Tabela (2).

Tabela 2 – Massa dos corpos de prova.

Massa teste	m [kg]
1	0,03064
2	0,25861
3	0,21584
4	0,41273
5	0,65897
6	0,69329

Fonte: Autoria própria.

Cada uma das massas de teste foi apoiada na extremidade livre da viga e, com o auxílio de uma régua milimetrada, um valor de deflexão foi registrado. Esse processo foi repetido para vários comprimentos em balanço da viga. A partir desses valores e da relação entre a constante de rigidez e a deflexão estática, Equação (9), um valor médio para a constante de rigidez foi calculado para cada comprimento. Esses valores são mostrados na Tabela (3).

Tabela 3 - Constante de rigidez do sistema primário para comprimentos distintos da viga em balanço.

l [m]	$k_{\text{médio}}$ [N/m]
0,17	1969,460
0,19	1969,456
0,21	1186,860
0,24	729,716
0,28	474,302
0,32	346,098
0,36	312,551

Fonte: Autoria própria.

Os valores de massa e de constante de rigidez foram obtidos para vários comprimentos da viga em balanço (Tabela (1) e Tabela (3), respectivamente). A partir desses dados, a frequência natural da viga em balanço para os comprimentos analisados pôde ser determinada fazendo uso da Equação (8). Os valores obtidos são apresentados na Tabela (4).

Tabela 4 - Frequência natural para comprimentos distintos da viga em balanço.

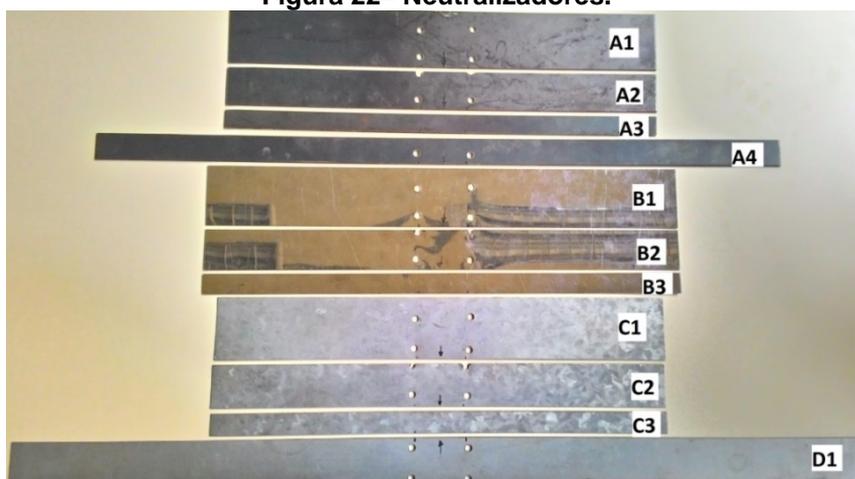
l [m]	ω_n [rad/s]
0,17	123,513
0,19	121,840
0,21	93,336
0,24	71,789
0,28	56,471
0,32	47,122
0,36	43,788

Fonte: Autoria própria.

4.3 CONSTANTE DE RIGIDEZ E DA FREQUÊNCIA NATURAL DOS NEUTRALIZADORES

Foram selecionadas 11 barras metálicas de dimensões e materiais diferentes para serem utilizadas como neutralizadores. As barras foram denominadas A1, A2, A3, A4, B1, B2, B3, C1, C2, C3 e D1. Nesta classificação as letras indicam o material e os números a variação nas dimensões. As barras são apresentadas na Figura (22).

Figura 22– Neutralizadores.



Fonte: Autoria Própria.

As barras tiveram suas dimensões determinadas com o auxílio de um paquímetro e uma régua milimetrada. As massas foram mensuradas utilizando-se uma balança semi analítica. A Tabela 5 apresenta os dados obtidos.

Tabela 5 - Dados dos neutralizadores.

Barra	massa [kg]	largura [m]	comprimento [m]	espessura [m]
A1	0,3912	0,05905	0,4280	0,0021
A2	0,2594	0,03940	0,4280	0,0021
A3	0,1274	0,01938	0,4280	0,0021
A4	0,2676	0,02193	0,6700	0,0021
B1	0,0828	0,05965	0,4605	0,0005
B2	0,0552	0,03990	0,4605	0,0005
B3	0,0275	0,01992	0,4600	0,0005
C1	0,1269	0,05963	0,4290	0,0007
C2	0,0857	0,04030	0,4290	0,0007
C3	0,0430	0,02018	0,4285	0,0007
D1	0,2279	0,04028	0,7855	0,0010

Fonte: Autoria própria.

Na sequência foram medidos os valores de deflexão estática para cada neutralizador aplicando as massas teste seguindo o procedimento descrito anteriormente. Com os dados de deflexão obtidos foram calculados os valores da constante de rigidez média para cada barra. Por fim, utilizando-se da Equação (8), as frequências naturais (ω_n) foram obtidas. A Tabela (6) apresenta os valores da constante de rigidez média e da frequência natural para cada barra.

Tabela 6 – Constante de rigidez média calculada e frequência natural dos neutralizadores.

Barra	$k_{\text{médio}}$ [N/m]	ω_n [rad/s]
A1	13986,17	189,075
A2	17157,38	257,192
A3	11482,62	300,253
A4	2150,81	89,601
B1	166,99	44,903
B2	130,69	48,653
B3	60,12	46,789
C1	896,32	84,060
C2	503,32	76,627
C3	319,20	86,138
D1	271,38	34,512

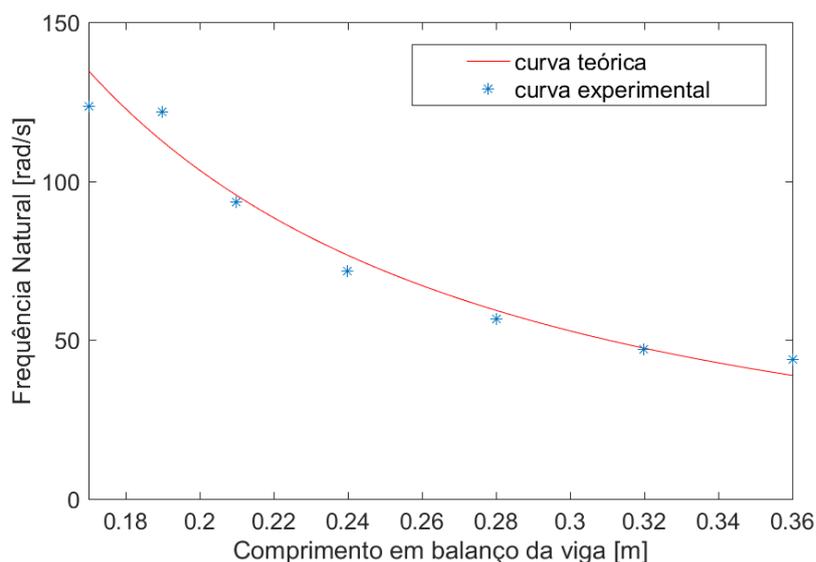
Fonte: Autoria própria.

4.4 CURVA TEÓRICA DA FAIXA DE FREQUÊNCIA OPERACIONAL DO SISTEMA PRIMÁRIO

Os valores de Módulo de Elasticidade médio e o Momento de Inércia do sistema primário foram calculados como 99.88 GPa e $3,85 \cdot 10^{-11} \text{ m}^4$ pelas Equações (53) e (59), respectivamente.

Posteriormente, fazendo uso da Equação (62) e aplicando os valores calculados do Módulo de Elasticidade e Momento de Inércia, considerando o comprimento “ l ” da viga como variável, foi possível obter uma curva conforme apresentada na Figura (23). Essa curva indica, de forma teórica, a relação existente entre as frequências naturais do sistema primário (ω_n) e o comprimento em balanço da viga (l). Sobrepostos a esta curva, são apresentados também os valores de frequência obtidos experimentalmente para os comprimentos apresentados pela Tabela (4).

Figura 23– Curvas teórica e experimental da relação existente entre as frequências naturais do sistema primário e o comprimento em balanço l .

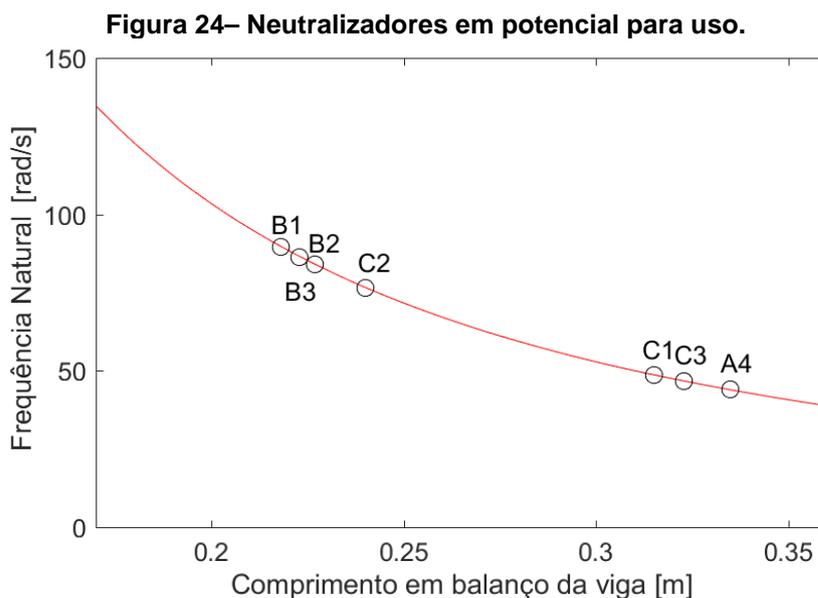


Fonte: Autoria própria.

Por meio Figura (23) percebe-se que os pontos experimentais aproximam-se de forma satisfatória da curva teórica o que é verificado quando se aplica uma análise estatística a esses pontos. O coeficiente de correlação calculado, que indica o quão relacionados estão os dois conjuntos de pontos em análise, foi $\rho=0,9824$, indicando que a equação obtida para a relação entre o comprimento em balanço da

viga e a frequência natural é válida e que seu uso para a determinação dos comprimentos da viga para determinados valores de frequência natural do sistema primário e vice-versa é eficaz.

A curva da Figura (23) pode ser alterada para indicar os neutralizadores em potencial para uso dependendo da frequência operacional, conforme apresentado na Figura (24).



Fonte: Autoria própria.

A vantagem utilizar a curva da Figura (24) é que ela traz a informação de qual neutralizador empregar dependendo do comprimento em balanço que se tem na viga, visto que ambos aparecem expostos em termos de suas frequências naturais.

4.5 ESCOLHA DO NEUTRALIZADOR

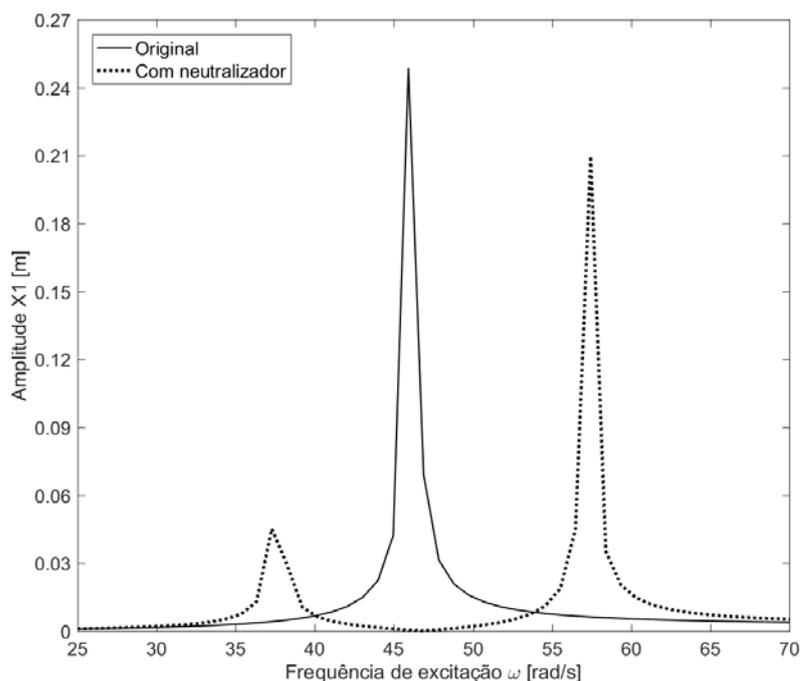
Baseado nas informações apresentadas pela Figura (24) existem sete barras que satisfazem o critério de neutralização para sete situações distintas de ressonância da viga em balanço.

As sete barras apresentadas podem ser satisfatoriamente utilizadas como neutralizadores. Entretanto o motor elétrico utilizado não é capaz de atingir a frequência de ressonância da barra para alguns dos comprimentos em balanço.

Selecionando a barra B3 como neutralizador, pode-se verificar o comportamento do sistema como apresentado na Figura (25). O pico de ressonância

do sistema primário é satisfatoriamente reduzido com a adição do neutralizador. Entretanto, verifica-se que outros dois picos de ressonância darão lugar ao pico original.

Figura 25– Efeito do neutralizador B3 no sistema.



Fonte: Autoria própria.

4.6 CONSTANTE DE RIGIDEZ E FREQUÊNCIA NATURAL DA BANCADA

Para a determinação da constante de rigidez da bancada foram utilizados extensômetros fixados em cada uma de suas pernas.

Antes de instalar os extensômetros foi efetuado um processo de limpeza das pernas da bancada. Primeiramente realizou-se uma sequência de lixamentos da superfície com lixas de granulometria 220 e 400 a fim de obter uma superfície uniforme e livre de resíduos (camadas de tinta, poeira, material oxidado etc). Na sequência, com o auxílio de algodão, foi aplicado um condicionador específico, comumente empregado nesta prática de limpeza. Por último foi aplicado um segundo produto para neutralizar a superfície de quaisquer elementos que possam vir a interferir no processo de fixação. Os extensômetros foram fixados com cola de secagem rápida, sendo dispostos em uma posição equivalente em cada perna.

Para a leitura, foi utilizado o software *Micro-Measurements D4*. Um a um, cada extensômetro foi conectado ao módulo de aquisição de dados através de um cabo com conectores tipo “jacaré” para a análise de deformação. A Figura (26) apresenta um extensômetro conectado durante o processo de leitura.

Figura 26- Extensômetro fixado na bancada.



Fonte: Autoria própria.

A constante de rigidez foi determinada com base nos valores de compressão obtidos pelos extensômetros. Para tal foi efetuada a leitura de compressão submetendo-se a bancada a dois carregamentos distintos. A primeira situação foi a leitura de compressão referente ao peso da própria bancada. A segunda situação foi a leitura de compressão sem a aplicação da força peso, isto é, a bancada foi levantada do piso removendo-se, assim, o efeito da força peso aplicado às suas pernas.

Os valores de compressões foram, então aplicados na Equação (9) onde a força aplicada é referente a força peso da bancada calculado com base no valor de massa da bancada previamente mensurado. Para a constante de rigidez da bancada foi considerado um valor médio entre os valores obtidos. Para efeitos de modelagem, cada perna da bancada foi considerada como uma mola, sendo a rigidez equivalente o resultado da associação dessas 4 molas em paralelo. A rigidez calculada foi de 3.807.183,06 N/m.

A frequência natural foi determinada aplicando-se os valores de rigidez equivalente e massa da bancada a Equação (8), obtendo-se o valor de 474.16 rad/s.

4.7 AQUISIÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS

Para o processo de aquisição de dados dos acelerômetros variou-se a tensão elétrica de excitação do motor fixado na extremidade da viga em balanço de 2 à 11 V. Essas aquisições foram feitas para o comprimento em balanço de 21 cm e repetidas para o comprimento de 37 cm. Um ponto a ser destacado é que a gravação dos dados lidos pelo modelo *LabView* só era iniciada após decorrido um certo tempo, a fim de esperar o sistema entrar em regime permanente. O tempo de cada aquisição (dados sendo gravados) foi em média de 12 s para cada combinação tensão elétrica/comprimento.

O arquivo gerado pelo modelo, para cada aquisição, consiste em uma matriz de 5 colunas por, em média, 120.000 linhas, visto que o intervalo de aquisição foi de 0.1 ms. Foram gerados um total de 20 arquivos pelo *LabView*. A Figura (27) mostra a tela de importação de dados do software *MatLab*. A coluna A é referente aos valores de tempo de coleta e as colunas B a E são referentes aos valores lidos por cada acelerômetro previamente identificado.

Figura 27- Janela de importação de dados do *MatLab*.

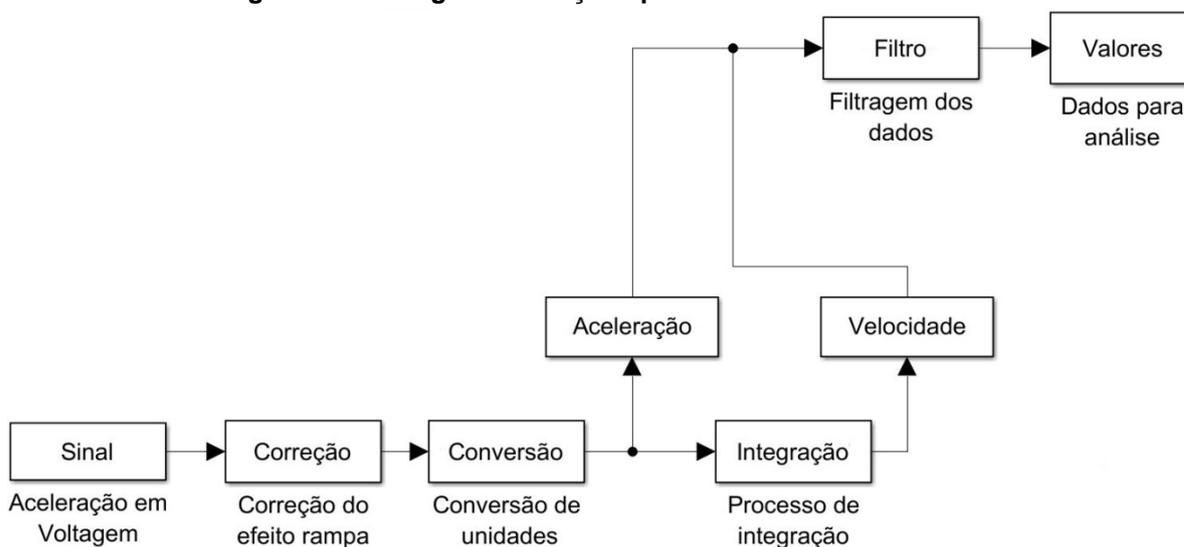
	A	B	C	D	E
1	0.000000	2.449528	2.531596	2.561763	2.361622
2	0.000100	2.449528	2.532245	2.562737	2.364541
3	0.000200	2.449853	2.534516	2.563710	2.365514
4	0.000300	2.450501	2.532894	2.563061	2.362919
5	0.000400	2.450177	2.532245	2.564034	2.360000
6	0.000500	2.450501	2.533218	2.564358	2.359351
7	0.000600	2.452123	2.533867	2.564683	2.360000
8	0.000700	2.451799	2.534516	2.565980	2.360648
9	0.000800	2.451799	2.535164	2.566629	2.360648
10	0.000900	2.453096	2.536462	2.566954	2.360973
11	0.001000	2.453421	2.537435	2.567927	2.360973
12	0.001100	2.452772	2.537759	2.568575	2.360000
13	0.001200	2.454070	2.537759	2.568900	2.360648
14	0.001300	2.454718	2.538733	2.569224	2.360648
15	0.001400	2.454070	2.538084	2.569873	2.358378
16	0.001500	2.455367	2.540030	2.570522	2.360648
17	0.001600	2.456340	2.540679	2.570522	2.360324
18	0.001700	2.455691	2.541003	2.572144	2.359027
19	0.001800	2.456340	2.541003	2.572468	2.358378
20	0.001900	2.457313	2.541652	2.572468	2.358378

Fonte: Autoria própria.

Vale ressaltar que os dados gerados pelos acelerômetros não exprimiam a aceleração em m/s^2 mas sim em variação de tensão elétrica, sendo então necessário um posterior processo de conversão de unidades.

A sequência de operações aplicadas para a preparação dos dados para uma posterior utilização é apresentada no fluxograma da Figura (28).

Figura 28- Fluxograma de ações para tratamento dos dados.



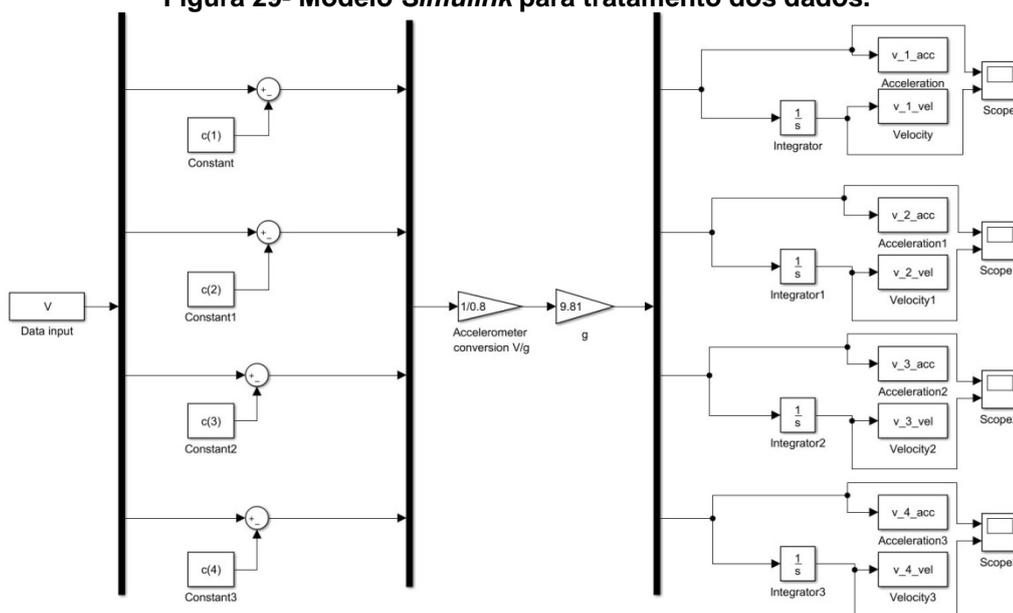
Fonte: Autoria própria.

Com o auxílio do modelo *Simulink* apresentado da Figura (29) foi efetuado um tratamento nos dados adquiridos (correção e conversão de valores), com isso foram obtidas informações sobre a frequência de movimentação, aceleração e velocidade de cada pé da bancada, sendo a velocidade foi obtida pelo processo de integração da aceleração.

A Figura (30) apresenta a curva de aceleração obtida pelos acelerômetros e o comportamento da curva de velocidade, determinada por integração, com e sem tratamento.

Os valores registrados pelos acelerômetros variam em torno de uma determinada tensão elétrica não nula, isto é, o valor médio das oscilações não é zero. Isto se deve ao fato do sistema de aquisição estar configurado para ler tensões positivas, sendo aplicado um *offset* de tensão.

Figura 29- Modelo Simulink para tratamento dos dados.

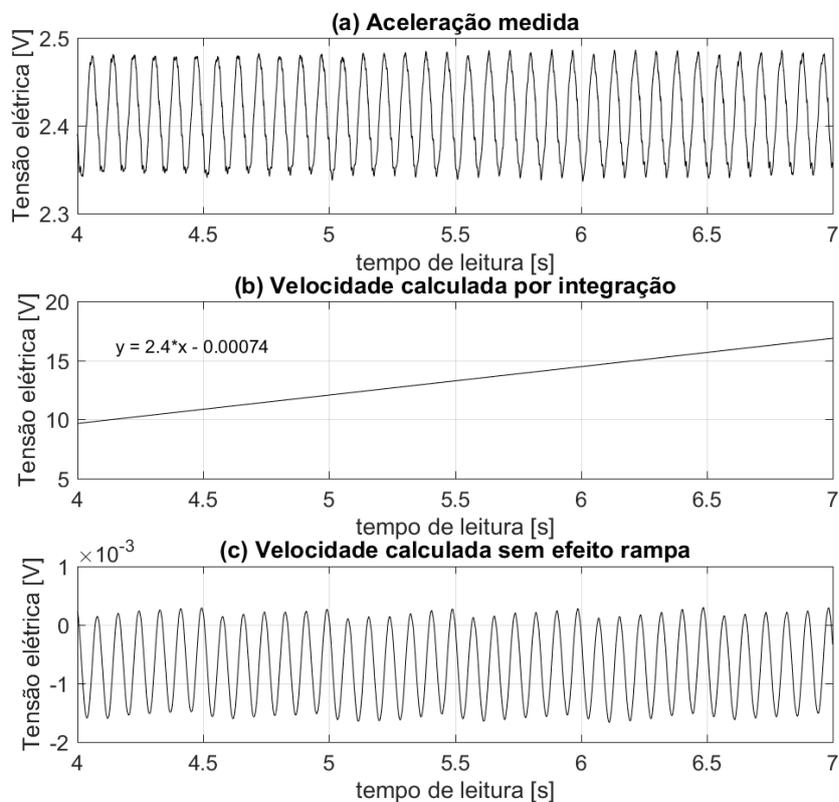


Fonte: Autoria própria.

A curva da Figura (30a) é o resultado da soma entre a curva de aceleração e uma constante (degrau de tensão). Entretanto, esta curva sofre uma alteração quando se promove o processo de integração, Figura (30b). A integral de uma curva com característica harmônica é outra curva harmônica, porém a integral de uma constante (ou degrau) é uma reta (ou rampa) com determinada inclinação, o que acaba afetando o comportamento dinâmico da curva. Para se contornar esse efeito é necessário determinar a função da rampa para efetuar a correção. Este processo foi feito utilizando-se a opção “*basic fitting*” do *MatLab* que baseia-se no método dos mínimos quadrados. A Figura (30c) apresenta o comportamento da curva de velocidade, após o tratamento, sem o efeito da rampa.

A partir dos sinais de aceleração foram determinadas as frequências de oscilação de cada pé da bancada para cada tensão elétrica e comprimento da viga em balanço analisado, como mostra os valores da Tabela (8).

Figura 30– Curva de aceleração (a), Curva de velocidade obtida por integração com rampa (b), Curva de velocidade sem a rampa (c).



Fonte: Autoria própria.

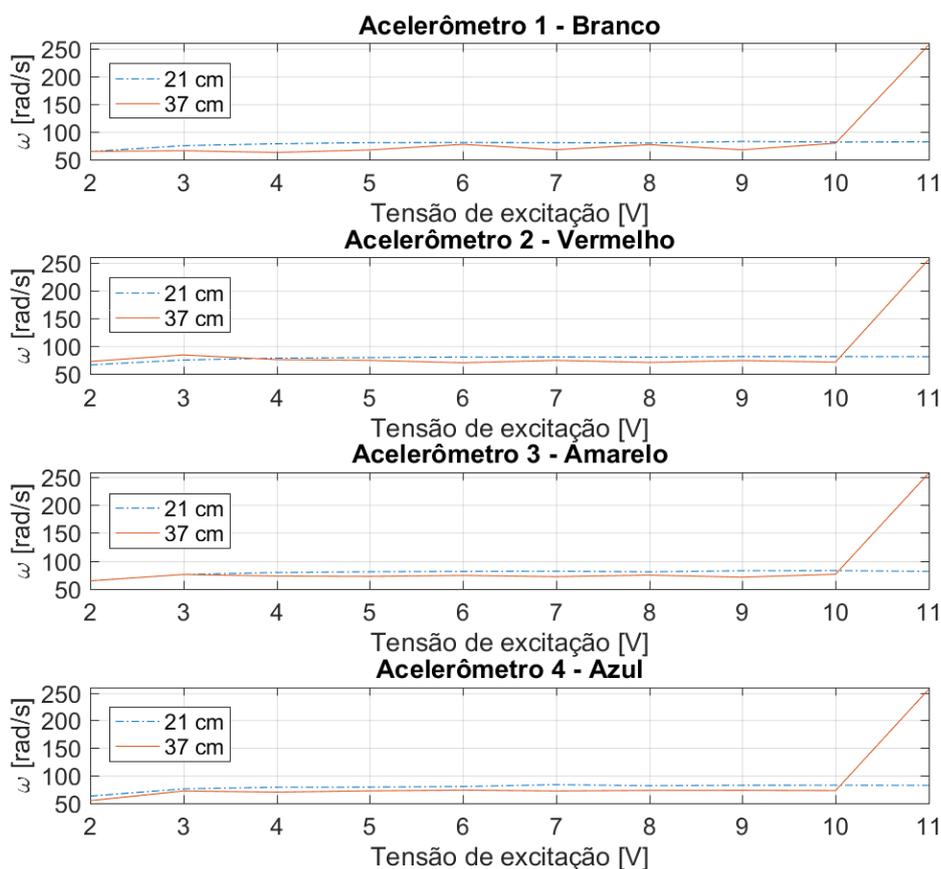
Tabela 7 – Frequências de oscilação medidas com o auxílio dos acelerômetros

Tensão elétrica [V]	Comprimento da viga em balanço 21 cm				Comprimento da viga em balanço 37 cm			
	Branco	Vermelho	Amarelo	Azul	Branco	Vermelho	Amarelo	Azul
2	64.775	66.771	64.114	62.644	65.111	72.975	63.984	54.494
3	75.519	75.610	75.519	75.610	66.348	84.793	75.519	71.808
4	78.835	78.934	79.034	78.737	63.211	76.345	72.638	69.813
5	80.865	79.939	80.451	78.934	67.780	74.978	72.055	72.055
6	81.073	81.073	81.073	80.041	77.859	70.677	73.746	73.402
7	80.865	81.178	81.494	83.442	68.221	74.889	71.562	71.890
8	80.041	80.865	80.245	81.494	77.379	71.238	74.357	72.891
9	83.001	81.812	82.241	82.348	68.074	74.622	70.598	73.060
10	81.812	81.812	82.457	82.457	79.837	71.808	75.976	72.554
11	82.241	81.600	81.178	82.241	256.457	256.457	257.508	256.457

Fonte: Autoria própria.

A Figura (31) é uma representação gráfica das variações nos valores das frequências de oscilação medidos para as voltagens e comprimentos analisados.

Figura 31– Variações obtidas nas frequências medidas para as diferentes voltagens analisadas.

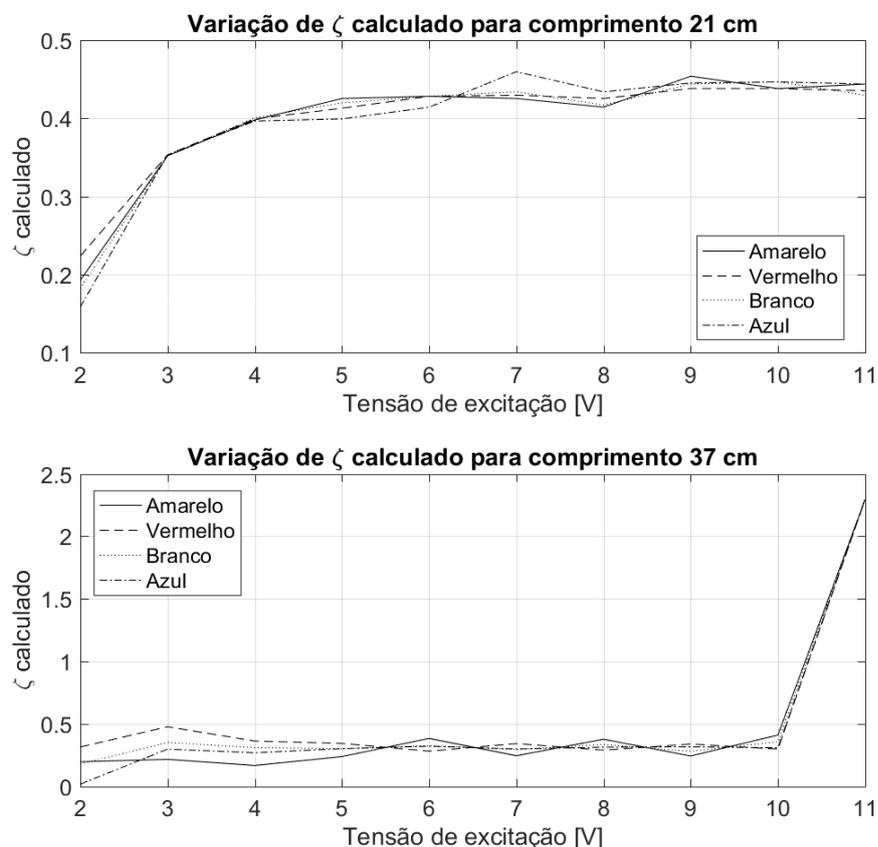


Fonte: Autoria própria.

4.8 CÁLCULO DO ÍNDICE DE TRANSMISSIBILIDADE E SELEÇÃO DO ISOLADOR

O fator de amortecimento ζ dos isoladores foi calculado com base nas Equações (64), (65) e (66) utilizando-se dos dados obtidos com os acelerômetros (aceleração, velocidade e frequência de oscilação) e das características do sistema (frequência natural) previamente determinadas. Os valores calculados são apresentados na Figura (32).

Figura 32- Variação de ζ calculado para os comprimentos analisados da viga em balanço.



Fonte: Autoria própria.

Os valores médios assumidos por ζ , calculados para os comprimentos de 21 cm e 37 cm são respectivamente de 0,3967 e 0,4983.

Como discutido na Seção 2.5, um sistema com isolamento adequado deve apresentar um índice de transmissibilidade $T_r < 1$. Um fato a ser destacado é que o T_r sempre resultará em um valor menor que 1 para valores de $r > \sqrt{2}$. Com base nessa informação, é possível determinar um valor máximo permitido para a frequência natural do sistema de forma a garantir que este opere em uma região de isolamento. A Tabela (8) apresenta as frequências de movimento dos pés da bancada para a largura de banda de trabalho. Com base na Tabela (8) é possível determinar o valor de $\omega_n=38,53$ rad/s para a frequência natural que satisfaz a relação $r > \sqrt{2}$ para toda a largura de banda de trabalho da bancada.

As características dos isoladores calculadas a partir das informações apresentadas no catálogo do fabricante *Vibrastop*[15] aparecem listadas na Tabela (9).

Tabela 8 – Características de isoladores selecionados

Produto	k[N.m]	ω_n sistema[rad/s]
Mola Vip 20	28028,57	20,34
Mola simples	49050,00	53,47
Micro I	377307,69	142,38
Micro II	528230,77	165,51

Fonte: Autoria própria.

Baseado nos valores calculados o produto de modelo Mola Vip 20 tem a capacidade de reduzir a frequência natural do sistema para 20,34 rad/s, abaixo do valor máximo necessário para satisfazer a condição de isolamento para as frequências de trabalho analisadas, estando apto a ser selecionado como isolador para a bancada de estudo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme descrito no capítulo 1, os objetivos desse trabalho são a seleção de barras metálicas capazes de atuar como neutralizadores de vibrações para o sistema de viga em balanço excitada por um motor com uma massa desbalanceada e a seleção de um isolador de vibrações adequado para fazer o isolamento de vibrações oriundas da bancada para o piso.

Estes objetivos foram alcançados, tendo em vista que, com base em uma análise bibliográfica e experimentos realizados, foram selecionadas barras metálicas e um isolador que satisfazem as condições operacionais da bancada experimental.

A partir do estudo realizado é possível concluir que a curva teórica obtida, que relaciona os valores assumidos pela frequência natural do sistema primário com os diferentes comprimentos permitidos para a viga em balanço mostrou-se eficaz e condizente com os valores reais obtidos. Além disso, permitiu concluir que sete das barras metálicas a disposição serviriam para atuar como neutralizadores de vibrações, visto que suas frequências naturais se encontram dentro da faixa de valores permitidos para a frequência natural da viga em balanço.

Para a comprovação dos resultados, três das barras metálicas foram selecionadas para a realização de testes de neutralização com os parâmetros frequência de excitação e comprimento da viga em balanço compatíveis com cada barra. Constatou-se nos casos envolvendo valores maiores do comprimento em balanço da viga, a eficácia da barra metálica selecionada não ficou tão evidente, uma vez que seriam necessárias tensões elétricas mais altas do que àquelas suportadas pelo motor presente na bancada. Por outro lado, para valores menores do comprimento em balanço da viga, os resultados obtidos mostraram-se mais satisfatórios, evidenciando que a modelagem realizada é condizente com a prática.

Para obter-se a rigidez da bancada, fez-se o uso de extensômetros, visto que o método aplicado aos neutralizadores não seria eficaz nesta análise devido às suas características construtivas.

A utilização dos acelerômetros foi imprescindível para o desenvolvimento do trabalho. Com base nos sinais obtidos, pôde-se determinar as frequências de oscilação da bancada, bem como sua aceleração. Esses dados também serviram de base para a análise e seleção dos novos isoladores de vibrações. Por meio dos

dados obtidos, bem como do modelo matemático do sistema, foi possível se estipular o fator de amortecimento do isolador atualmente instalado na bancada experimental.

Com base nos cálculos efetuados, conclui-se que os isoladores atualmente instalados na bancada fazem com que o sistema (viga em balanço) opere com leve amplificação de suas oscilações para a largura de banda de trabalho. Os novos isoladores propostos, com base na análise teórica, é capaz de reduzir o índice de transmissibilidade do sistema para valores abaixo da unidade sempre que este operar na largura de banda de trabalho da bancada. Esta medida garante o isolamento do sistema.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os possíveis melhoramentos para este projeto seria a aplicação de uma análise nos neutralizadores a fim de se determinar o fator de amortecimento dos mesmos. Com isso seria possível efetuar uma análise de neutralização amortecida.

Caso exista a disponibilidade dos materiais utilizados na fabricação da viga em balanço, dos neutralizadores e da bancada experimental, confeccionar corpos de prova e efetuar ensaios de tração para a determinação no módulo de elasticidade desses materiais e, com isso, calcular a rigidez dos mesmos. Com isso seria possível uma melhor validação dos resultados obtidos pela metodologia aplicada. Uma alternativa ao ensaio de tração seria estender a aplicação do método de extensometria à viga em balanço e neutralizadores. A utilização do ensaio de ultrassom poderia ser aplicado para o cálculo do módulo de elasticidade, porém com ressalvas. Algumas barras metálicas utilizadas como neutralizadores não possuem uma espessura mínima necessária para se efetuar o ensaio, porém o ensaio poderia ser possível nas barras mais espessas e na viga em balanço com a utilização de cabeçote especial (duplo-cristal).

7 REFERÊNCIAS

- 1 Rao, S. S. **Mechanical Vibrations**. 5. ed. Upper Saddle River, NJ.: Pearson Prentice Hall, 2010. 1084 p.

- 2 Bavastri, C. A.; DOUBRAWA FILHO, F. J.; ESPÍNDOLA, J. J. de; **Modelo Geral de Neutralizadores Dinâmicos Para Controle Passivo de Vibrações e Ruído: Parâmetros Equivalentes Generalizados**. 19 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2007. Disponível em: <http://www.ppgem.ct.utfpr.edu.br/lavib/arquivos/Francisco_CILAMCE.pdf>. Acesso em: 22 nov. 2015.

- 3 HUDENSKI, R. A. **Projeto ótimo de um neutralizador dinâmico híbrido eletrovisco elástico para controle passivo de vibrações em estrutura com múltiplos graus de liberdade**. 2008. 107 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Mecânica e de Materiais, Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2008. Disponível em: <<http://www.ppgem.ct.utfpr.edu.br/dissertacoes/HUDENSKI,RodrigoAugusto.pdf>> Acesso em: 22 nov. 2015.

- 4 THOMSON, W. T.. **Theory of vibration with applications**. 5. ed. Englewood Cliffs, N. J.: Pearson Prentice Hall, 1995.

- 5 AQUINO, A. S.; SILVA, A. A.; RIUL, J. A. **Controle de vibração de um sistema sob desbalanceamento rotativo utilizando atuador de liga com memória de forma**. Tese (Doutorado) - Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba 1–135 2011. Disponível em: <http://bdtd.biblioteca.ufpb.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=1720> Acesso em: 15 abr. 2016.

- 6 PELINESCU, I; BALACHANDRAN, B. **Active Control of Vibration Transmission Through Struts**. SPIE, Conference on Smart Structure and Integrated Systems, 1998. p. 596–607.

- 7 KELLY, S. G. **Mechanical Vibrations: Theory and Applications**. SI Edition Stanford, CT.: Cengage Learning, 2012.

8 INMAN, D. J. **Engineering Vibration**. 3. ed. Upper Saddle River, NJ.: Pearson Prentice Hall, 2007.

9 B BALACHANDRAN, B; MAGRAB, E. B. **Vibrations**. 2. ed. Toronto, ON.: Cengage Learning, 2009. 737p.

10 GERE, J. M. **Mechanics of Materials**. 6. ed. Belmont, CA.: Thomson Brooks/Cole, 2004. 964 p.

11 BEER, F. P; JOHNSTON, E. R. **Vector mechanics for engineers - Statics and dynamics**. 9 ed. New York, NY.: McGraw-Hill, 2010. 1359 p.

12 JUNIOR, L. J.; ALMEIDA, C. **Extensometria Básica**. Ponta Grossa, PR.: Laércio Javarez Junior, 2012. 70 p.

13 GRUPO DE ANÁLISE E PROJETO MECÂNICO. **Apostila de Extensometria**. Florianópolis, SC: Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.

14 EXCEL SENSORES. **Extensômetros Coláveis de Resistência Elétrica**. Disponível em: <<http://www.excelsensor.com.br/codigo.htm>> Acesso em: 15 abr. 2016.

15 VIBRASTOP. **Produtos**. Disponível em: <<http://www.vibra-stop.com.br/vibra-stop/produtos.asp>>. Acesso em: 20 jan. 2017.