

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONSTRUÇÃO CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

FABIANA DA ROSA SUFIATTI

**NBR 6118/2014 E *FIB MODEL CODE* 2010: ANÁLISE COMPARATIVA DO
DIMENSIONAMENTO DE UMA LAJE LISA PROTENDIDA À PUNÇÃO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**PATO BRANCO
2018**

FABIANA DA ROSA SUFIATTI

**NBR 6118/2014 E *FIB MODEL CODE* 2010: ANÁLISE COMPARATIVA DO
DIMENSIONAMENTO DE UMA LAJE LISA PROTENDIDA À PUNÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado como requisito parcial para conclusão do Curso de Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná- Campus Pato Branco para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientadora: Prof^a. Esp. Ana Claudia Dal Prá Vasata.

**PATO BRANCO
2018**

TERMO DE APROVAÇÃO

NBR 6118/2014 E *FIB MODEL CODE* 2010: ANÁLISE COMPARATIVA DO DIMENSIONAMENTO DE UMA LAJE LISA PROTENDIDA À PUNÇÃO

FABIANA DA ROSA SUFIATTI

No dia 18 de junho de 2018, às 14h50min, na SALA DE REUNIÕES da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, este trabalho de conclusão de curso foi julgado e, após arguição pelos membros da Comissão Examinadora abaixo identificados, foi aprovado como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, conforme Ata de Defesa Pública nº08-TCC/2018.

Orientador: Prof^a. Esp. ANA CLÁUDIA DAL PRA VASATA (DACOC/UTFPR-PB)

Membro 1 da Banca: Prof. Dr. GUSTAVO LACERDA DIAS (DACOC/UTFPR-PB)

Membro 2 da Banca: Prof^a. Dr^a, MARINA ROCHA P.P. NUNES (DACOC/UTFPR-PB)

DACOC/UTFPR-PB www.pb.edu.br/ecv

Via do Conhecimento, Km1 CEP 85503-390 Pato Branco-PR

Fone +55 (46) 3220-2560

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, por me dar força em toda minha caminhada na Universidade. À minha família por sempre acreditar e confiar no meu sucesso, especialmente aos meus pais, Celso e Izolete, por serem minha inspiração e motivação nos momentos difíceis.

Aos meus amigos e colegas que compartilharam comigo tantos momentos no decorrer deste ciclo que agora se encerra. Agradeço meu namorado Rafael por todo apoio e auxílio, principalmente pela paciência nos momentos em que eu mais precisei.

A todos os professores da Universidade Tecnológica Federal do Paraná que foram essenciais para minha formação, em especial a minha orientadora Prof^a Esp. Ana Cláudia Dal Pra Vasata por toda dedicação e contribuição no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço também a Eng^a. Andreia Farenzena pela disponibilidade e pela paciência em tirar minhas dúvidas quando precisei.

A todos vocês meu sincero agradecimento e respeito.

RESUMO

SUFIATTI, Fabiana da Rosa. ***NBR 6118/2014 e fib Model Code 2010: Análise comparativa do dimensionamento de uma laje lisa protendida à punção***. 2018. 101 f. Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia Civil – Departamento Acadêmico de Construção Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Pato Branco, 2018.

Este trabalho apresenta o dimensionamento da ligação laje-pilar à punção de acordo com a norma brasileira NBR 6118/2014 e com o código europeu *fib Model Code 2010*. O dimensionamento se desenvolveu em forma de estudo de caso, utilizando uma laje lisa protendida, com os esforços solicitantes já calculados e com a armadura de flexão dimensionada por *software*. Foram levadas em consideração diferentes posições do pilar, sendo elas: pilar interno, de borda e de canto. Os pilares mais solicitados em cada posição foram dimensionados e os resultados obtidos foram comparados com a finalidade de analisar as diferenças de dimensionamento entre as normas, sendo que cada uma segue um modelo de cálculo. Como resultado pode-se analisar que o dimensionamento pelo *fib Model Code 2010* leva em consideração um maior número de fatores que influenciam a punção, se aproximando mais da realidade do fenômeno físico, porém ele é mais conservador que a NBR 6118/2014 em seus resultados.

Palavras-chave: Punção, laje lisa protendida, NBR 6118/2014, *fib Model Code 2010*, dimensionamento.

ABSTRACT

SUFIATTI, Fabiana da Rosa. ***NBR 6118/2014 and fib Model Code 2010: Comparative analysis of the dimensioning of a prestressed flat slab to puncture.*** 2018. 101 f. Civil Engineering Diploma Work – Academic Department of Building Construction, Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Pato Branco, 2018.

This work presents the design of the slab-column connection to the punch according to the Brazilian standard: NBR 6118/2014 and with the European code: fib Model Code 2010. The design was developed in the form of a case study, using a prestressed flat slab, with previously calculated requesting forces and the software dimensioned flexural reinforcement. Different positions of the pillar were considered, such as: internal pillar, edge and corner. The most requested pillars in each position were dimensioned and the results obtained were compared with the purpose of analyzing the differences in sizing between the standards, each of which follows a calculation model. As result, it was possible to conclude that the sizing by fib Model Code 2010 takes into account a greater number of factors that influence puncture, approaching more of the reality of the physical phenomenon. However, it is more conservative than NBR 6118/2014 in its results.

Key words: Puncture, prestressed flat slab, NBR 6118/2014, fib Model Code 2010, sizing.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Tensões normais em uma viga protendida	19
Figura 2: Cordoalha não aderente.....	20
Figura 3: Efeito da protensão nas lajes	22
Figura 4: Gráficos de esforço cortante e momento fletor atuantes em uma laje lisa .	22
Figura 5: Superfície de ruína para pilares internos com carregamento simétrico.....	24
Figura 6: Superfície de ruína para pilares de canto.....	24
Figura 7: Superfície de ruína para pilares de borda	25
Figura 8: Padrão de fissuração para ligações de lajes com pilares internos, submetidas a carregamento simétrico.....	25
Figura 9: Zona de ruptura em lajes submetidas ao punçionamento, sem armadura .	26
Figura 10: Punção restrita	26
Figura 11: Punção não restrita internamente à armadura transversal.....	26
Figura 12: Punção não restrita externamente à armadura transversal.....	27
Figura 13: Distribuição de tensões em torno de um pilar com seção quadrada	28
Figura 14: Estribos usados como armadura de punção	29
Figura 15: Detalhe de ancoragem dos conectores tipo pino	29
Figura 16: Conector tipo pino industrializado	30
Figura 17: Distâncias a serem seguidas para posicionamento da armadura de punção	31
Figura 18: Perímetro efetivo para diferentes seções de pilares	32
Figura 19: Superfície de controle	33
Figura 20: Modelo de bielas e tirantes para a punção sem transferência de momentos em uma laje de concreto armado	33
Figura 21: Fissura crítica de cisalhamento na biela comprimida	34
Figura 22: Eixos considerados pelo programa ADAPT	37
Figura 23: Contorno Crítico C.....	39
Figura 24: Alturas úteis nas duas direções.....	39
Figura 25: Perímetro crítico reduzido para pilares de borda	40
Figura 26: Perímetro crítico reduzido para pilares de canto	41
Figura 27: Perímetro do contorno crítico C”	42
Figura 28: Tabela 19.2 que fornece os valores de K.....	42
Figura 29: Perímetro crítico reduzido para pilar de borda	44

Figura 30: Perímetro reduzido para pilar de canto	45
Figura 31: Distância considerada para o cálculo da taxa de armadura de flexão	48
Figura 32: Armadura de flexão positiva	49
Figura 33: Armadura negativa da laje sobre pilar PT1	50
Figura 34: Distância considerada para o cálculo da taxa de armadura de flexão	51
Figura 35: Armadura negativa da laje sobre o pilar PT2	52
Figura 36: Distância considerada para o cálculo da taxa de armadura de flexão	54
Figura 37: Armadura negativa da laje sobre o pilar PT8	55
Figura 38: Efeito favorável dos cabos inclinados	56
Figura 39: Disposição da armadura de punção em corte	59
Figura 40: Distribuição das barras de aço calculadas para os três pilares	60
Figura 41: Disposição da armadura de punção em planta e contorno da superfície crítica C"	61
Figura 42: Contorno crítico C" para a distribuição inicial das armaduras transversais do pilar PT1	62
Figura 43: Disposição final da armadura de punção do pilar interno	63
Figura 44: Disposição final da armadura do pilar de borda PT2	65
Figura 45: Disposição da armadura de punção para pilar de canto	67
Figura 46: Consideração fib MC2010 para VEd, d_v e b_1	69
Figura 47: Altura útil efetiva	70
Figura 48: Perímetro básico de controle - b_1	70
Figura 49: Redução do perímetro de controle básico devido ao tamanho da área de suporte	71
Figura 50: Perímetro de controle reduzido para o pilar interno	74
Figura 51: Faixa de apoio para pilar interno	75
Figura 52: Perímetro básico reduzido para o pilar de borda PT2	76
Figura 53: Faixa de apoio para pilares de borda	77
Figura 54: Excentricidade para o pilar de borda	77
Figura 55: Perímetro de controle reduzido e área de concreto para o pilar de canto	79
Figura 56: Excentricidades do pilar de canto	79
Figura 57: Faixa de apoio para pilar de canto	80
Figura 58: Área de aço calculada	81
Figura 59: Detalhamento armadura transversal	82

Figura 60: Delimitação do perímetro de controle depois da última linha de armadura	85
Figura 61: Disposição dos cabos em planta na direção X.....	98
Figura 62: Disposição do cabo C24 em corte na direção X	98
Figura 63: Disposição dos cabos na direção Y	99
Figura 64: Disposição do cabo C8 na direção Y	99

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Esforços solicitantes calculados pelo programa ADAPT	37
Quadro 2: Pilares mais solicitados em cada posição	46
Quadro 3: Tensão solicitante na superfície crítica C.	47
Quadro 4: Cálculo do efeito favorável dos cabos de protensão	57
Quadro 5: Taxa de armadura	58
Quadro 6: Número de Barras calculado para cada pilar	59
Quadro 7: Verificação do Contorno C' com armadura.....	61
Quadro 8: Verificação do Contorno C" para o pilar PT1.....	63
Quadro 9: Nova verificação do Contorno C" para o pilar PT1	64
Quadro 10: Verificação do contorno C" para o pilar de borda PT3	66
Quadro 11: Verificação do contorno C" para o pilar de canto PT8.....	68
Quadro 12: Determinação da resistência do concreto para o pilar interno.....	75
Quadro 13: Determinação da resistência do concreto para o pilar de borda	78
Quadro 14: Determinação da resistência do concreto para o pilar de canto	80
Quadro 15: Armadura calculada para o pilar interno.....	83
Quadro 16: Armadura calculada para o pilar de borda.....	83
Quadro 17: Armadura calculada para o pilar de canto	84
Quadro 18: Resistência máxima de cada pilar	84
Quadro 19: Comparativo dos perímetros de controle.....	86
Quadro 20: Comparativo da taxa de armadura calculada.	88
Quadro 21: Comparativo da área de aço calculada	88

LISTA DE SÍMBOLOS

T_{sd} – tensão solicitante;

F_{sd} – força ou reação concentrada de cálculo;

u_0 – perímetro do contorno crítico C, localizado na face do pilar;

d – altura útil;

d_x – altura útil na direção x;

d_y – altura útil na direção

a – valor considerado próximo a borda da laje

C_1 – dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

C_2 – dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força;

u – perímetro do contorno crítico C’;

K – coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar

M_{sd} – momento de cálculo transmitido ao pilar;

W_p – módulo de resistência plástica;

u^* – perímetro reduzido do contorno crítico C’,

M^*_{sd} – momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido

e – excentricidade do perímetro crítico em relação ao centro do pilar;

T_{Rd} – tensão resistente de cálculo;

f_{cd} – resistência de cálculo do concreto.

ρ – taxa geométrica de armadura de flexão aderente

ρ_x – taxa de armadura de flexão na direção x;

ρ_y – taxa de armadura de flexão na direção y;

σ_{cp} – tensão de compressão devido à protensão,

T_{Pd} – tensão devida ao efeito dos cabos de protensão inclinados;

$P_{k,inf,i}$ – força de protensão no cabo;

α_i – inclinação do cabo em relação ao plano da laje no contorno considerado;

S_r – espaçamento radial entre linhas de armadura de punção;

A_{sw} – área da armadura de punção;

α – ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

f_{ywd} – resistência de cálculo da armadura de punção,

V_{Ed} – força cortante solicitante de projeto em relação ao punçionamento

b_1 – perímetro de controle básico;

N_d – força normal resultante;

d_v – distância do centroide das armaduras de flexão até a face da área de suporte ou face do pilar;

b_0 – perímetro de controle resistente ao cisalhamento;

k_e – coeficiente de excentricidade;

e_u – excentricidade da resultante das forças de cisalhamento em relação ao centroide do perímetro básico de controle;

b_u – diâmetro de um círculo de área igual a área interna da região delimitada pelo perímetro de controle;

A_c – área interna da região delimitada pelo perímetro de controle;

Δe – distância entre o centroide do perímetro básico de controle e o centroide do pilar;

$V_{Rd,c}$ – resistência do concreto;

$V_{Rd,s}$ – resistência do aço;

k_ψ – coeficiente que depende da rotação da laje,

f_{ck} – resistência característica do concreto;

M_d – momento resultante de cálculo;

Ψ – rotação da laje;

k_{dg} – fator de consideração do tamanho máximo do agregado;

r_s – a distância do centro do pilar até onde o momento fletor é nulo;

E_s – módulo de elasticidade do aço;

m_{sd} – momento solicitante médio de cálculo por unidade de comprimento;

m_{rd} – momento resistente de cálculo por unidade de comprimento;

ρ – taxa de armadura de flexão;

f_{cd} – resistência de cálculo do concreto;

m_{pd} – momento médio de descompressão por unidade de comprimento;

b_s – largura da faixa de apoio;

f_{bd} – resistência de aderência do aço,

\varnothing_w – diâmetro da armadura transversal;

σ_{swd} – tensão solicitante na armadura de cisalhamento,

k_{sys} – o coeficiente que representa o desempenho à punção.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	15
1.1	OBJETIVOS.....	17
1.1.1	Objetivo geral.....	17
1.1.2	Objetivos específicos	17
1.2	JUSTIFICATIVA.....	17
2	ELEMENTOS PROTENDIDOS	19
2.1	CONCRETO PROTENDIDO.....	19
2.1.1	Aço Utilizado para Protensão.....	21
2.2	LAJES LISAS PROTENDIDAS	21
2.3	PUNÇÃO.....	23
2.3.1	Superfície de Ruína	24
2.3.2	Comportamento de Lajes Solicitadas à Punção	25
2.3.3	Fatores que Influenciam na Punção	27
2.4	DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO.....	30
2.4.1	NBR 6118/2014	30
2.4.2	FIB MODEL CODE 2010	31
2.4.3	ACI 318-11.....	31
2.5	MODELOS DE CÁLCULO	32
2.5.1	Método da Superfície de Controle	32
2.5.2	Método das Bielas e Tirantes.....	33
2.5.3	Teoria da Fissura Crítica.....	34
3	METODOLOGIA.....	35
3.1	CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA.....	35
3.2	DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO.....	35
3.3	ESTUDO DE CASO	36
4	DIMENSIONAMENTO	38
4.1	DIMENSIONAMENTO DE ACORDO COM A NBR 6118/2014.....	38
4.1.1	Tensão Solicitante na Superfície Crítica C.....	38
4.1.2	Tensão Solicitante na Superfície Crítica C'	41
4.1.3	Tensão Resistente	46
4.1.4	Armadura de Punção	57

4.1.5	Tensão Resistente na Superfície Crítica C' com Armadura de Punção	60
4.1.6	Verificação da Superfície Crítica C''	61
4.2	DIMENSIONAMENTO DE ACORDO COM <i>FIB MODEL CODE</i> 2010	68
4.2.1	Resistência do Concreto	72
4.2.2	Armadura de Punção	81
4.2.3	Resistência Máxima	84
4.2.4	Resistência à punção fora da zona armada.....	85
5	CONCLUSÃO	86
	REFERÊNCIAS	91
	APÊNDICE A	95
	APÊNDICE B	96
	APÊNDICE C	97
	APÊNDICE D – CÁLCULO DE σ_{cp}	98
	ANEXO A	100

1 INTRODUÇÃO

O concreto protendido é uma técnica construtiva utilizada no Brasil há mais de sessenta e cinco anos, sendo que a primeira obra construída no país utilizando a técnica foi a Ponte do Galeão, no Rio de Janeiro em 1948. Em 1952 a Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira começou a produzir o aço utilizado na protensão e a segunda obra brasileira em concreto protendido, a Ponte de Juazeiro, já foi construída com aço produzido no Brasil (VERÍSSIMO E CÉSAR, 1998). Obras mais recentes construídas em concreto protendido são o Museu de Arte Contemporânea do Rio de Janeiro e o Museu de Brasília (DUARTE, 2015).

Ainda pode-se citar outras obras e elementos com aplicação do concreto protendido como estacas pré-moldadas, radiers, vigas pré-fabricadas, reforço de blocos de fundação e de vigas, pontes com vigas protendidas para vencer grandes vãos e edifícios onde o uso de lajes protendidas é feito para se ter uma maior flexibilidade arquitetônica, rapidez de execução e melhor desempenho da estrutura no estado limite de serviço (CARVALHO, 2012).

As lajes lisas protendidas com pós-tração não aderente são lajes que se apoiam diretamente nos pilares, sem nenhum engrossamento ou capitéis e sem vigas (SCHIMID, 2009), o posicionamento das cordoalhas engraxadas é realizado antes da concretagem e sua protensão é realizada depois que o concreto atingir a resistência para suportar tal esforço. Segundo Emerick (2002), elas são mais vantajosas que os outros tipos de laje principalmente do ponto de vista executivo, porém sua limitação de resistência é dada pelo cisalhamento na ligação laje-pilar (punção).

Melges (2001) explica que a punção é um tipo de ruína causada pela ação de forças concentradas, ou aplicadas em pequenas áreas, em lajes lisas causando a sua perfuração. Esse esforço está associado ao cisalhamento e causa a separação completa entre a laje e o pilar. O autor ainda salienta que por se tratar de uma ruína do tipo frágil uma diretriz de projeto é fazer com que o esforço solicitante que fará a laje ruir seja a flexão, pois a punção acontecerá sem aviso prévio.

A superfície de ruína é o local onde acontecerá a separação da laje e do pilar, ou seja, é onde acontecerá a ruptura da ligação. Essa superfície muda de acordo com a posição do pilar, sendo as três posições mais comuns: pilares de canto, de borda e internos.

Vários modelos de cálculo foram propostos para a determinação da resistência a punção na ligação laje-pilar, porém muitos não foram bem aceitos pelo meio acadêmico por serem considerados muito complexos. Os métodos propostos mais aceitos são o método da superfície de controle, método das bielas e tirantes e a teoria da fissura crítica de cisalhamento (OLIVEIRA, 2015).

O método da superfície de controle é o mais conhecido e o mais utilizado por se tratar de uma formulação simples e aplicável a qualquer tipo de pilar. Porém ele é mais simples e não retrata a realidade do fenômeno físico, tendo que ser calibrado por resultados experimentais (MELGES, 2001).

O método de bielas e tirantes considera que a tensão de compressão será absorvida pelo concreto, que no modelo é representado pelas bielas, e a tensão de tração pela armadura de punção, representada pelos tirantes. As bielas e tirantes são ligadas através de nós e as forças são calculadas através do equilíbrio de forças internas e externas (SILVA, 1991 apud MELGES 2001).

Muttoni (2008) propôs a teoria da fissura crítica de cisalhamento e desenvolveu uma metodologia de cálculo para determinar a resistência à punção baseada nessa teoria. Nesse modelo ele considera a rotação da laje e a relaciona com a resistência última ao cisalhamento.

A NBR 6118/2014: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento e o *ACI 318/11: Building Code Requirements for Structural Concrete* usam como base o modelo da superfície de controle, o que muda de uma norma para a outra é a distância considerada para o cálculo dessa superfície. Segundo Luchi e Leite (2017) os mesmos dados de entrada geram resultados diferentes de acordo com cada norma. O *fib MODEL CODE 2010 (fib MC2010)* utilizava o modelo da superfície de controle, porém em sua última revisão começou a utilizar a teoria da fissura crítica formulada por Muttoni para o dimensionamento à punção.

Ao longo dos anos estudos sobre a punção vêm sendo desenvolvidos com a intenção de formular um modelo de cálculo que descreva esse fenômeno. Este trabalho tem como objetivo analisar as normas: NBR 6118/2014 e *fib MC2010* e responder ao seguinte questionamento: Quais as diferenças no dimensionamento à punção para um pilar interno, de borda e de canto?

Para isso foi realizado um estudo de caso, analisando um projeto desenvolvido em lajes lisas protendidas, calculando a punção para cada pilar mais solicitado em sua posição, de acordo com cada norma estudada.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Dimensionar a ligação laje-pilar à punção de acordo com a NBR 6118/2014 e o *fib* MC2010 e analisar as diferenças entre os procedimentos e resultados, considerando as diferentes posições do pilar para uma laje com os esforços e armadura de flexão já calculados.

1.1.2 Objetivos específicos

- Estimar o esforço solicitante de punção em todos pilares para definir quais são os mais solicitados em cada posição utilizando a NBR 6118/2014;
- Verificar a punção para os três pilares segundo a NBR 6118/2014;
- Verificar a punção para os três pilares segundo o *fib* MC2010;
- Comparar os resultados e os métodos de dimensionamento das normas;
- Analisar quais as diferenças entre as duas normas.

1.2 JUSTIFICATIVA

Devido às diversas vantagens que o concreto protendido oferece em relação ao concreto armado ele vem ganhando lugar no mercado da construção civil, onde seu uso vem crescendo em um ritmo de 5% a 10% ao ano depois dos anos 2000 (CAUDURO E GARCIA, 2015).

Entre as vantagens do concreto protendido pode-se citar a capacidade de vencer grandes vãos apresentando menor fissuração e flecha, redução do peso próprio e da altura total da estrutura, flexibilidade arquitetônica, rapidez na execução entre outras. Porém esse sistema possui algumas desvantagens como a exigência de um maior controle na execução, sistema menos rígido o que afeta a estabilidade global da estrutura, entre outros (SCHEIBLER, 2012).

Outra situação é a ligação laje-pilar que é um ponto crítico no dimensionamento de estruturas em concreto protendido, pois como esse sistema dispensa o uso de vigas, a laje se apoia diretamente no pilar tornando a verificação à punção necessária.

Segundo Ferreira (2010) os métodos de cálculo disponíveis para o estudo do fenômeno da punção ainda são simples e não conseguem explicar a punção e todas as suas variáveis, sendo usados para dimensionamento recomendações de normas, que geram resultados distintos e insegurança quanto a sua aplicabilidade.

O modelo de cálculo mais utilizado é o Modelo da Superfície de Controle, mais simplificado, porém tem pouca relação com a realidade do fenômeno físico. Esse modelo é base para alguns regulamentos como a NBR 6118/2014 e o ACI 318/11. Ao longo dos anos outros modelos vêm sendo desenvolvidos por pesquisadores que se baseiam nas propriedades do concreto e do aço para descrever melhor o fenômeno da punção (MELGES, 1995). Um exemplo é a teoria da fissura crítica, desenvolvida por Muttoni (2008) que é a base para o *fib* MC2010. O objetivo deste trabalho é dimensionar a ligação laje-pilar à punção de acordo com a NBR 6118/2014, que segue o modelo da superfície de controle e com o *fib* MC2010 que segue a teoria da fissura crítica e compará-los para analisar quais as diferenças de dimensionamento entre as normas.

Para o estudo da punção nos pilares mais solicitados foi realizado um estudo de caso, utilizando o projeto estrutural de uma laje lisa protendida, cedido por uma empresa do sudoeste do Paraná que trabalha com protensão e que será referenciada ao longo do texto como Empresa A. Foram analisados três pilares nos quais a laje se apoia, um pilar interno, um de canto e um de borda, sendo cada um deles, o mais solicitado em suas posições. Essa análise da posição do pilar foi levada em consideração devido a superfície de ruína, pois ela muda de acordo com a posição do pilar.

2 ELEMENTOS PROTENDIDOS

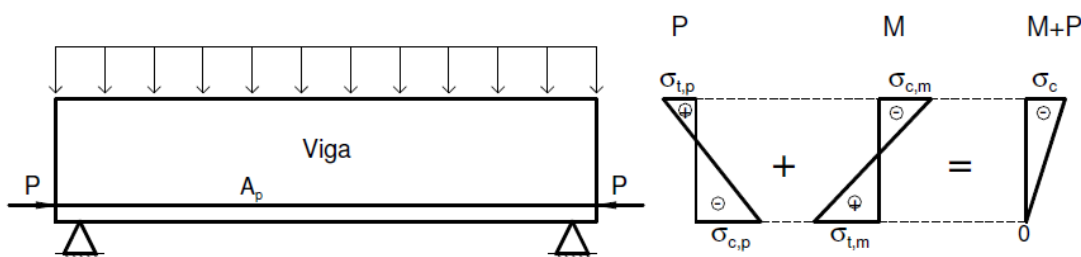
2.1 CONCRETO PROTENDIDO

O concreto tem boa resistência à compressão, porém, segundo a NBR 6118/2014 para concretos com resistência característica (f_{ck}) de até 50 MPa a resistência à tração é de $0,3 f_{ck}^{2/3}$, em torno de 8% a 11% da resistência à compressão.

A tração é prejudicial ao concreto e causa fissuras mesmo em estruturas submetidas a carregamentos pequenos (ISHITANI E FRANÇA, 2002). O princípio do concreto protendido consiste em introduzir tensões de compressão nas regiões onde o concreto será tracionado devido ao carregamento, anulando assim as tensões de tração e diminuindo as fissuras na estrutura (HANAI, 2005).

Para uma melhor compreensão do efeito da protensão pode-se analisar as tensões atuantes ao longo da seção transversal de uma viga biapoiada submetida a um carregamento uniformemente distribuído e com uma força horizontal de protensão (P) aplicada em sua seção transversal, como apresentado na Figura 1.

Figura 1: Tensões normais em uma viga protendida



Fonte: BASTOS, 2015.

A força horizontal de protensão causa tensões de tração na parte superior da viga e tensões de compressão na parte inferior, que é o oposto do que é causado pelo carregamento que a viga está submetida, quando essas tensões se somam a tensão de tração se anula, restando apenas compressão no concreto (BASTOS, 2015). Na prática essa força horizontal de protensão é inserida no concreto através do alongamento do aço feito com macacos hidráulicos.

Elementos de concreto armado submetidos a esforços de flexão possuem barras de aço (armadura principal) posicionadas nas regiões onde surgem as tensões de tração e essas barras só começarão a trabalhar quando o concreto começar a se deformar, ou seja, apenas quando o escoramento for retirado esse aço será solicitado, por isso essas armaduras são chamadas de passivas. No concreto protendido as armaduras principais são ativas, porque elas começam a trabalhar quando distendidas pelos macacos hidráulicos, independentemente da deformação do concreto (CARVALHO, 2012).

Os elementos protendidos podem ser construídos com aderência inicial, com aderência posterior ou sem aderência, essa diferenciação é obtida de acordo com o mecanismo de aderência utilizado entre a armadura ativa e o concreto.

Na pré-tração com aderência inicial o cabo é protendido antes da concretagem do elemento estrutural e o processo de aderência começa na concretagem da peça com a armadura já tracionada. Após a cura do concreto a armadura é cortada e tenta retornar ao seu comprimento inicial, mas como está aderida ao concreto causa a compressão no mesmo (CARVALHO, 2012).

Na pós-tração os cabos estão envoltos por bainhas, que são uma capa plástica com função de proteger a armadura e não permitir seu contato com o concreto no momento da concretagem, essas bainhas são posicionadas e as peças são concretadas. A tração nos cabos acontece depois do concreto ter atingido resistência suficiente para suportar a compressão que será causada. Quando a pós-tração for aderente é injetada sob pressão uma nata de cimento dentro da bainha, quando não for aderente as cordoalhas são engraxadas como mostra a Figura 2, as armaduras são ancoradas e o processo de protensão está finalizado (CARVALHO, 2012).

Figura 2: Cordoalha não aderente



Fonte: ISHITANI E FRANÇA, 2002.

2.1.1 Aço Utilizado para Protensão

As armaduras ativas, que serão protendidas, possuem alta resistência, sendo que a resistência usual de ruptura (f_{ptk}) varia de 1450 MPa a 1900 MPa. Os fios de aço e as cordoalhas são padronizados pelas normas NBR 7482/1991/2004: Fios de aço para estruturas de concreto protendido - Especificação e NBR 7483: Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido - Especificação, respectivamente. Uma cordoalha é composta por 3, 5 ou 7 fios.

As armaduras para protensão apresentam uma perda de tensão quando submetidas a tensões elevadas de tração, essa perda é denominada relaxação do aço, e quanto a isso os aços são classificados em aços de relaxação normal (RN) e relaxação baixa (RB) (FRANÇA, ISHITANI E GRAZIANO, 2004). A denominação dos aços para armaduras ativas é feita conforme a Tabela 1:

Tabela 1: Denominação do aço para armadura ativa

CP	170	RB	L
Concreto Protendido	f_{ptk} (KN/cm ²)	Relaxação Baixa (RB) ou Relaxação Normal (RN)	L – Fio Liso E – Fio Entalhe

Fonte: FRANÇA, ISHITANI E GRAZIANO, 2004.

2.2 LAJES LISAS PROTENDIDAS

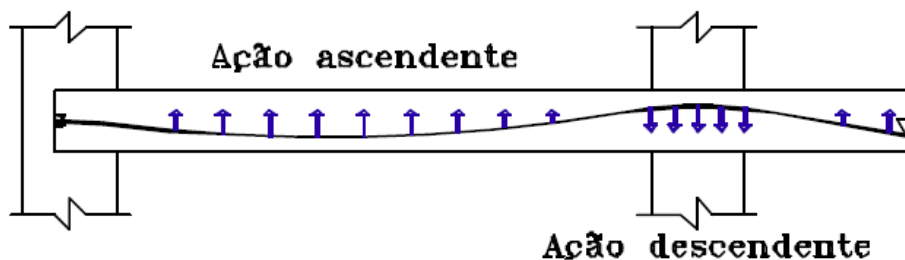
As lajes lisas protendidas são lajes que se apoiam diretamente nos pilares, sem nenhum engrossamento ou capitéis e sem vigas (SCHIMID, 2009). Segundo Emerick (2002), as lajes lisas protendidas são mais vantajosas que os outros tipos de laje principalmente do ponto de vista executivo, porém sua limitação de resistência é dada pelo cisalhamento na ligação laje-pilar, a punção.

A laje é um elemento dimensionado considerando as cargas solicitantes distribuídas uniformemente em sua área. O esforço principal que essas cargas vão gerar são momentos fletores nas duas direções da laje.

No caso de lajes protendidas uma força normal de compressão é inserida na laje no momento da protensão do cabo, essa força tende a balancear os momentos fletores causados pelos carregamentos, pois o traçado do cabo gera excentricidade e tensão oposta a tensão causada pelo carregamento, atenuando assim essa última. A

força normal de compressão pode ser considerada um carregamento distribuído agindo na direção oposta ao esforço causado por ações permanentes, sobrecarga de utilização e cargas acidentais, como mostra a Figura 3 (MELGES, 2001):

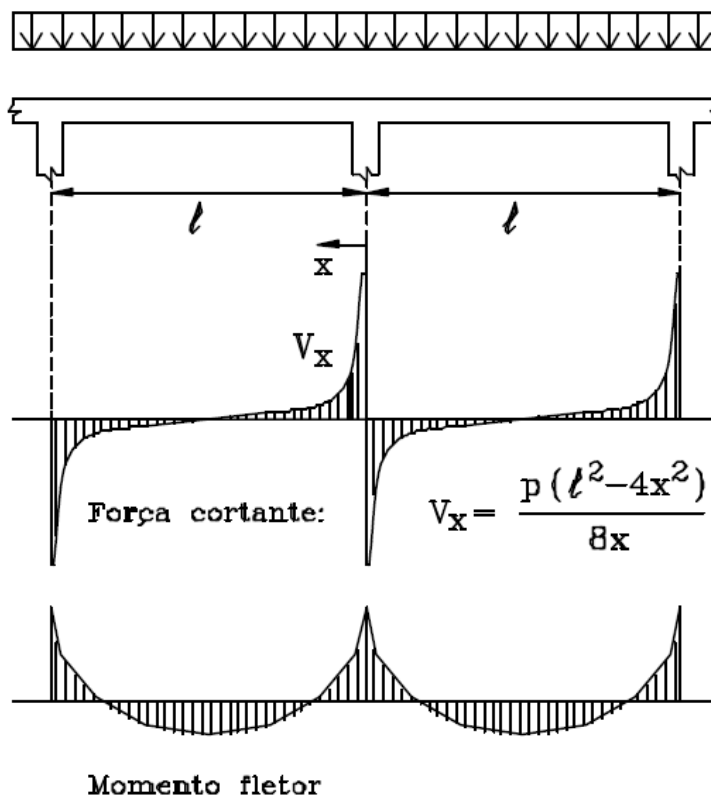
Figura 3: Efeito da protensão nas lajes



Fonte: SOUZA E CUNHA, 1994 apud MELGES, 2001.

Analisando o gráfico de esforço cortante (Figura 4) de uma laje lisa pode-se observar que a força cortante aumenta hiperbolicamente em direção ao pilar e o valor máximo ocorre na região onde os momentos fletores negativos também são máximos.

Figura 4: Gráficos de esforço cortante e momento fletor atuantes em uma laje lisa



Fonte: MELGES, 2001.

Essa concentração de tensões nas ligações laje-pilar, é um ponto crítico no dimensionamento de lajes lisas, fenômeno este denominado de punção.

2.3 PUNÇÃO

A punção é um esforço causado pela concentração de altas tensões de cisalhamento que tende a perfurar a laje. Essas altas tensões de cisalhamento podem ser provocadas por forças concentradas ou atuando em pequenas áreas, que é o caso da ligação laje-pilar (OLIVEIRA, 2015).

A ruptura por punção em lajes lisas de concreto armado sem armadura transversal é uma ruptura frágil e o esforço solicitante que leva a isso é menor do que o esforço que levaria a laje a romper por flexão. Em lajes protendidas que possuem um grande número de cordoalhas passando sobre os pilares esse problema aumenta, pois, a ruptura não será precedida pelas fissuras de aviso (CARVALHO, 1982).

Oliveira (2013) e Oliveira (2015) classificam a punção de acordo com a distribuição dos esforços, em punção simétrica, assimétrica e excêntrica.

A punção simétrica ocorre em pilares internos, com vãos de lajes, carregamentos e taxas de armadura para flexão, iguais nas duas direções. Ela ainda é caracterizada por não ter transferência de momento fletor significativo entre a laje e o pilar, neste caso a superfície de ruptura é tronco-cônica.

Quando o pilar não possui as dimensões simétricas, carregamentos diferentes nas duas direções, vãos diferentes nas duas direções ou taxas de armadura de flexão diferentes e continua não ocorrendo a transferência de momento fletor da laje para o pilar a punção é denominada de assimétrica.

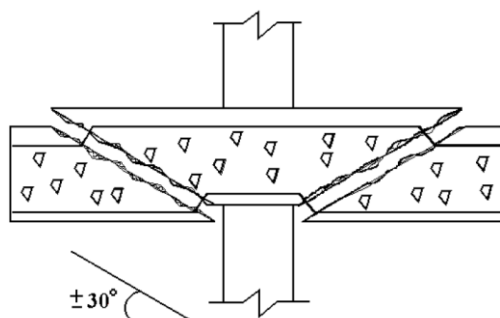
A punção excêntrica geralmente ocorre em pilares de borda e em pilares de canto, em pilares internos acontece quando a assimetria dos vãos é significativa. O que diferencia a punção excêntrica da punção simétrica é que na primeira ocorre a transferência significativa de momento fletor na ligação laje-pilar.

Essa distribuição de esforços também influencia no modo com que a ruptura irá ocorrer, o que pode ser observado de acordo com o tipo de superfície de ruína para cada posição do pilar.

2.3.1 Superfície de Ruína

A superfície de ruína muda de acordo com a posição do pilar. Para pilares internos com carga simétrica a superfície de ruína é tronco-cônica, como mostra a Figura 5:

Figura 5: Superfície de ruína para pilares internos com carregamento simétrico

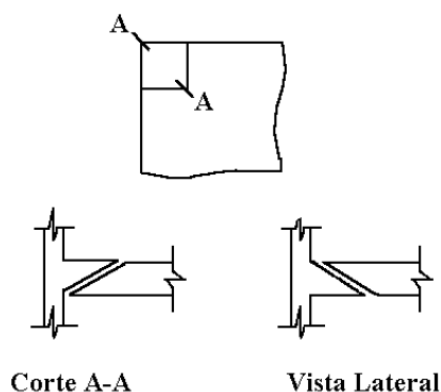


Fonte: MELGES, 1995.

Para pilares de borda e de canto, que possuem um carregamento assimétrico, a superfície de ruína muda devido aos momentos torçores e fletores que surgem na ligação, essa mudança irá acontecer nas bordas livres.

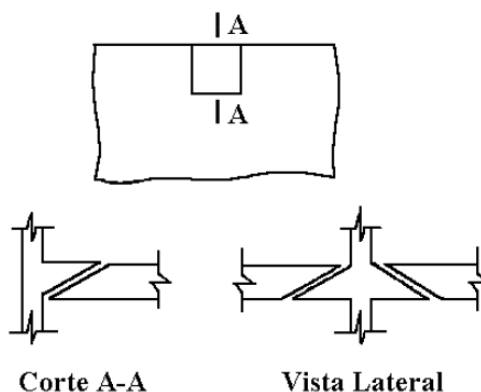
Em pilares de canto, a superfície de ruína se altera nas duas bordas livres e permanece igual aos pilares simétricos nas superfícies internas (Figura 6). Já nos pilares de borda apenas na face da borda livre que a superfície se altera (Figura 7) (MELGES, 1995).

Figura 6: Superfície de ruína para pilares de canto



Fonte: MELGES, 1995.

Figura 7: Superfície de ruína para pilares de borda

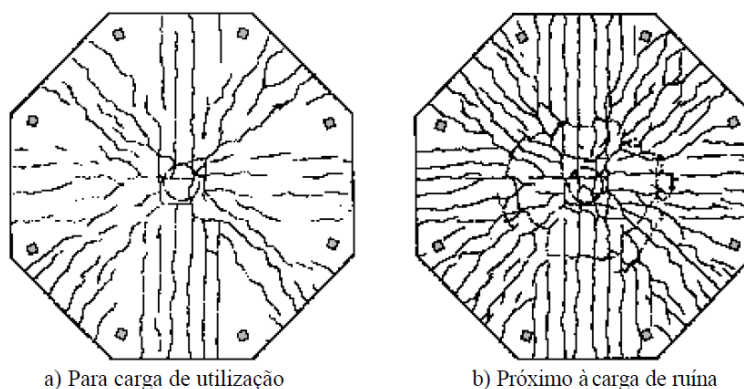


Fonte: MELGES, 1995.

2.3.2 Comportamento de Lajes Solicitadas à Punção

Analisando o comportamento das lajes sob o esforço de punção pode-se perceber que as deformações circunferenciais são inicialmente maiores que as deformações radiais, isso explica porque as fissuras radiais surgem primeiro e a fissura circular surge apenas instantes antes da ruptura (LEONHARDT e MÖNNIG, 1979 apud CARVALHO, 2008). Na Figura 8 são representadas essas fissuras:

Figura 8: Padrão de fissuração para ligações de lajes com pilares internos, submetidas a carregamento simétrico

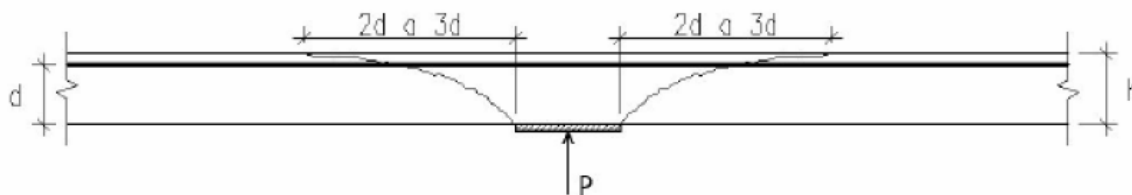


Fonte: BRAESTRUP & REGAN, 1985 apud MELGES, 2001.

2.3.2.1 Lajes sem armadura para punção

Lajes sem armadura para punção terão a superfície de ruptura variando de duas a três vezes a sua altura útil em todas as direções, como mostra a Figura 9:

Figura 9: Zona de ruptura em lajes submetidas ao punção, sem armadura



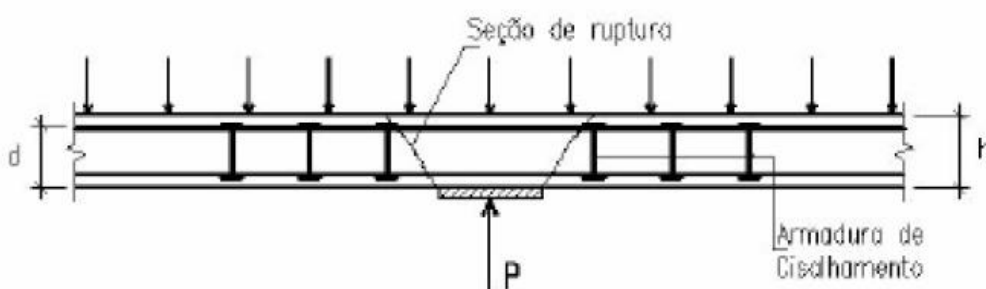
Fonte: CARVALHO, 2008.

2.3.2.2 Lajes com armadura para punção

Cordovil (1997) apud Carvalho (2008) classifica a punção de acordo com a posição da ruptura em lajes com armadura, são elas:

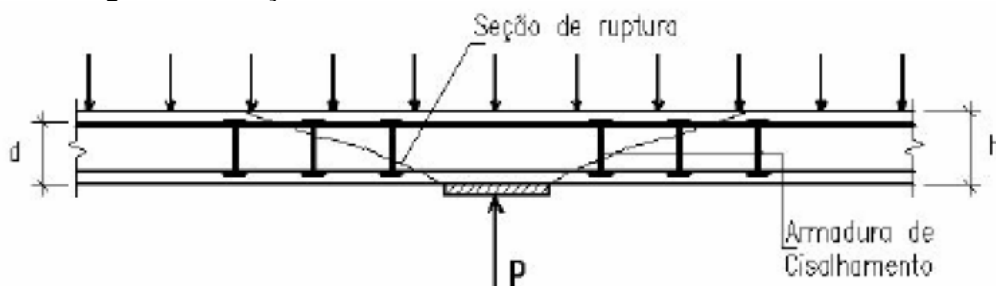
- Punção restrita: a ruptura ocorre na zona entre o pilar e a primeira camada de armadura, com ruptura apenas do concreto adjacente ao pilar (Figura 10);
- Punção não restrita internamente à armadura transversal: o concreto e a armadura irão romper, essa ruptura ocorre na zona com armadura de cisalhamento (Figura 11);
- Punção não restrita externamente à armadura transversal: a ruptura acontece na zona situada além da armadura, sendo que apenas o concreto irá romper (Figura 12).

Figura 10: Punção restrita



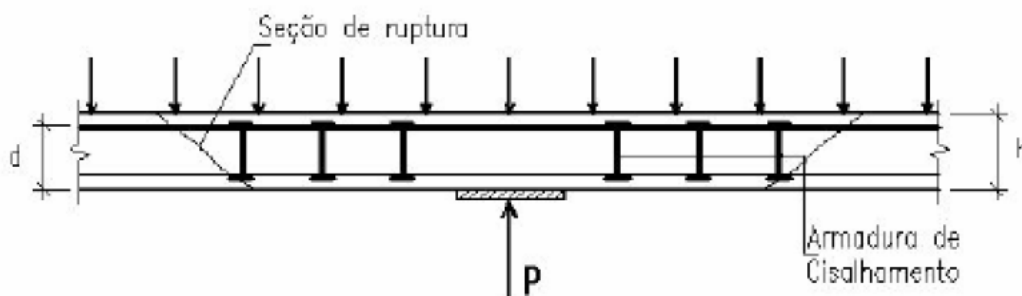
Fonte: CARVALHO, 2008.

Figura 11: Punção não restrita internamente à armadura transversal



Fonte: CARVALHO, 2008

Figura 12: Punção não restrita externamente à armadura transversal



Fonte: CARVALHO, 2008.

Em lajes onde é necessário o uso de armadura para punção o ideal é que a superfície de ruptura passe pela armadura, pois assim tem-se uma ruptura dúctil, com aviso prévio, ou seja, a melhor situação é a punção não restrita internamente à armadura transversal.

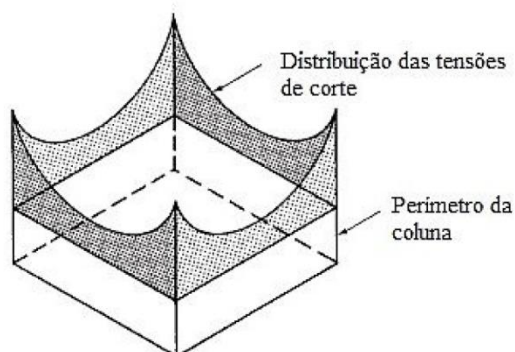
2.3.3 Fatores que Influenciam na Punção

Diversos fatores influenciam o fenômeno na punção, são eles: espessura ou altura útil da laje, dimensões, formato e posição do pilar, resistência do concreto, relação momento fletor/força cortante, taxa de armadura de flexão, armadura para punção, entre outros.

Braestrup e Regan (1985) apud Melges (1995) analisaram através de ensaios, que o aumento da resistência da ligação é proporcional ao quadrado da altura da laje, porém ao se aumentar a altura de toda a laje as ações permanentes também aumentam fazendo com que a relação resistência ligação/altura útil passe a ser linear. Uma opção é aumentar a espessura da laje apenas nas ligações, formando os capitéis ou “*drop panels*”, no entanto adotando-se essa opção perde-se as vantagens da laje lisa.

Pilares com seção quadrada ou retangular tendem a ter concentrações de tensões nos cantos, conforme ilustra a Figura 13, enquanto que pilares circulares possuem tensão constante em todo seu perímetro, por isso quanto maior for a razão entre os lados do pilar menor é a resistência a punção (OLIVEIRA, 2015).

Figura 13: Distribuição de tensões em torno de um pilar com seção quadrada



Fonte: WIGHT E MACGREGOR, 2012 apud OLIVEIRA, 2015.

A posição do pilar também influencia a resistência da ligação à punção, pilares internos são mais resistentes que pilares de borda que por sua vez são mais resistentes que pilares de canto, pois seu perímetro em contato com a laje é maior (OLIVEIRA, 2015).

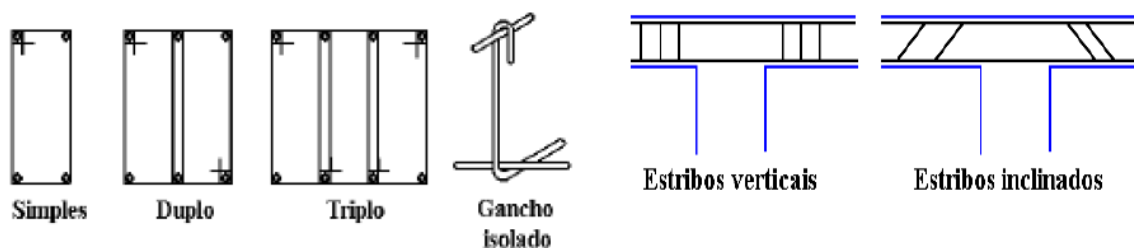
A resistência ao cisalhamento está associada a resistência a tração do concreto, porém o aumento da resistência da ligação associado ao aumento da resistência do concreto não confere a laje uma melhor ductilidade o que não torna esse fator algo vantajoso (MELGES, 2001).

A taxa de armadura de flexão tracionada influencia na resistência da ligação principalmente no caso de lajes sem armadura para punção. Ferreira, (2010) define a taxa de armadura de flexão tracionada como sendo a área de armadura de flexão tracionada dividida pela área de concreto, a área de concreto é dada pelo produto entre a altura útil da laje (d) e uma largura a ser considerada no cálculo. Regan (1986) apud Ferreira, (2010) concluiu através de resultados experimentais que essa largura deve ser de $3d$ da face do pilar.

Dentre os fatores que influenciam na punção o mais indicado para aumentar a resistência da ligação é a utilização da armadura para punção, que além de elevar a resistência também torna a ligação dúctil, o que é vantajoso do ponto de vista da segurança (MELGES, 2001). Alguns tipos de armaduras para o combate à punção são estribos, conectores tipo pino, barras dobradas e perfis metálicos.

Os estribos podem ser abertos ou fechados, horizontais ou inclinados, como mostra a Figura 14:

Figura 14: Estribos usados como armadura de punção



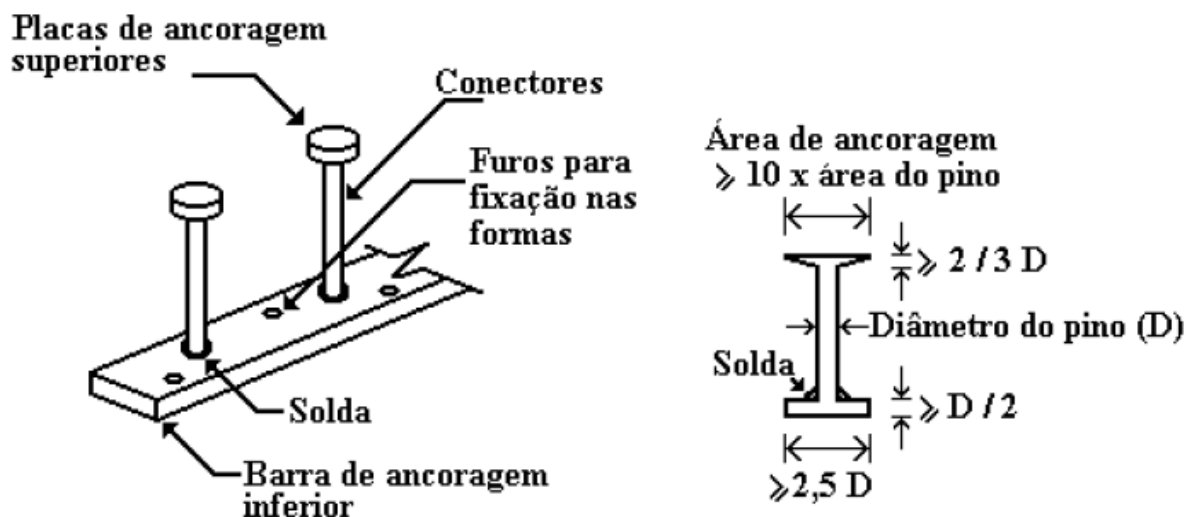
Fonte: MELGES, 2001.

Os conectores tipo pino possuem algumas vantagens que tornam seu uso muito comum, dentre as quais se destacam (FIGUEIREDO FILHO, 1989 apud MELGES, 2001):

- Facilidade de instalação, mesmo em lajes esbeltas;
- Não interferem na colocação das armaduras dos pilares e das lajes;
- Possibilitam a ancoragem mecânica nas duas extremidades do pino, fazendo com que a armadura atinja toda sua capacidade resistente antes da ruptura.

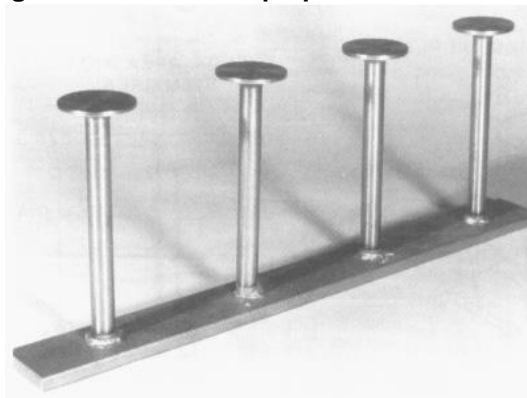
As Figuras 15 e 16 ilustram o conector tipo pino e os detalhes de ancoragem dos mesmos:

Figura 15: Detalhe de ancoragem dos conectores tipo pino



Fonte: NB-1, 2000 apud MELGES, 2001.

Figura 16: Conector tipo pino industrializado



Fonte: MELGES, 2001.

Barras dobradas são consideradas um prolongamento da armadura de flexão, porém elas não proporcionam um aumento da ductilidade da ligação, o que é caracterizado como uma desvantagem desse tipo de armadura para combate à punção (PARK E ISLAM, 1976 apud MELGES, 2001).

2.4 DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO

2.4.1 NBR 6118/2014

O item 19.5 da NBR 6118/2014 trata do dimensionamento de lajes à punção. Para esse dimensionamento é realizada a verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas (contorno C, C' e C'') definidas no entorno de forças concentradas.

O contorno C é a primeira superfície crítica a ser verificada, ela é a superfície do pilar ou da carga concentrada, deve ser verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto, através da tensão de cisalhamento.

A segunda superfície crítica, contorno C', está afastada $2d$ do pilar ou da carga concentrada. Nessa superfície deve ser verificada a capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal.

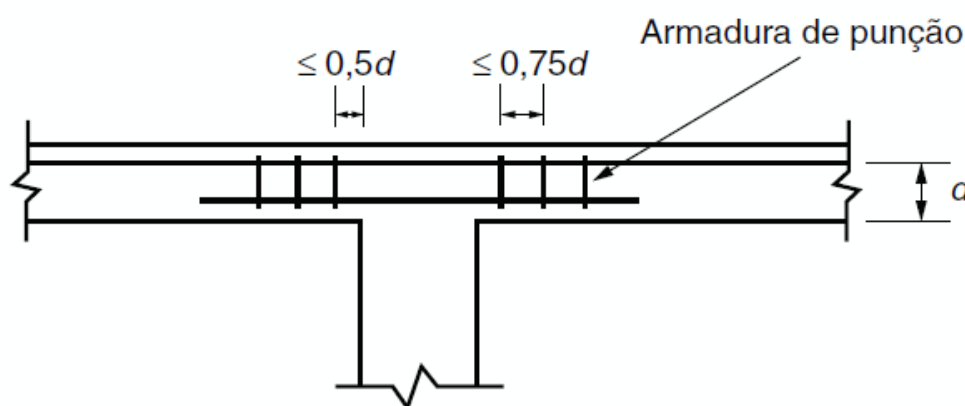
A terceira superfície crítica, contorno C'', só será verificada quando for necessária a utilização de armadura para punção.

A norma ainda traz um dimensionamento para cada posição e solicitação do pilar, sendo estes: pilar interno, com carregamento simétrico; pilar interno, com efeito de momento; pilares de borda; e pilares de canto.

Em casos onde a estabilidade global do edifício depende da resistência da laje à punção a norma prevê uma armadura de punção obrigatória.

Quando a armadura de punção for necessária, a norma indica o uso de estribos verticais ou conectores, dando preferência à utilização dos conectores. O diâmetro dessa armadura não pode superar $h/20$ da laje. Na Figura 17 são apresentadas as distâncias regulamentares a serem obedecidas.

Figura 17: Distâncias a serem seguidas para posicionamento da armadura de punção



FONTE: NBR 6118/2014.

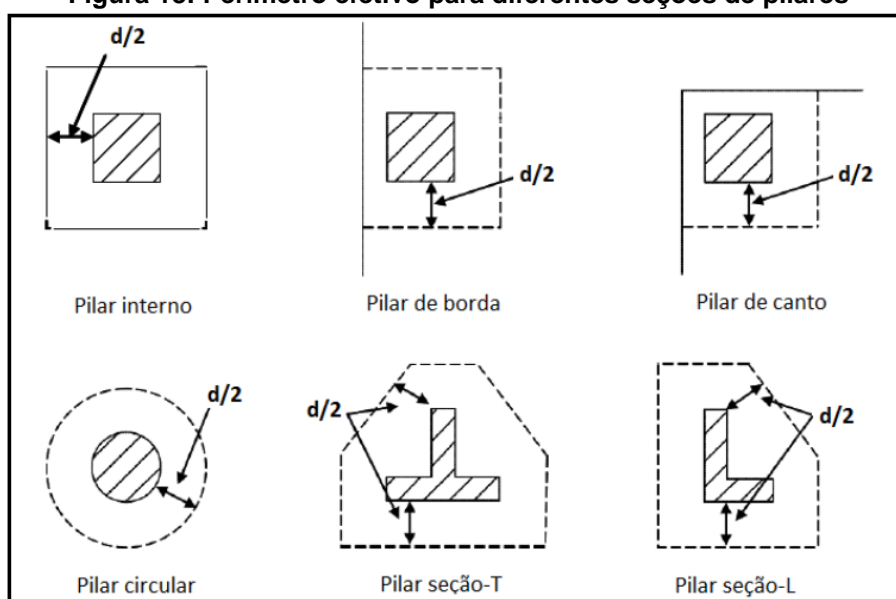
2.4.2 FIB MODEL CODE 2010

O *fib* MC2010 é baseado na teoria da fissura crítica de cisalhamento, sendo que a resistência à punção é determinada pela resistência do concreto mais a resistência da armadura quando ela for utilizada. A rotação da laje é levada em consideração nos cálculos da resistência e ela pode ser calculada com até quatro níveis de aproximação, dependendo do grau de precisão e da situação de projeto. (OLIVEIRA, 2015).

2.4.3 ACI 318-11

A norma americana recomenda a análise de tensões em seções críticas localizadas a uma distância $d/2$, da face dos pilares ou cargas concentradas. O perímetro desses contornos é denominado perímetro efetivo b_o , na Figura 18 são apresentados alguns perímetros de acordo com a seção do pilar:

Figura 18: Perímetro efetivo para diferentes seções de pilares



Fonte: ACI 318 – 11 apud LEITE JÚNIOR, 2015.

Calcula-se a tensão solicitante e a tensão resistente no perímetro de controle, caso a tensão solicitante seja maior que a resistente existe a necessidade de aumentar a espessura da laje ou acrescentar armaduras de punção.

2.5 MODELOS DE CÁLCULO

2.5.1 Método da Superfície de Controle

O método da superfície de controle é o mais conhecido e o mais utilizado por se tratar de uma formulação simples e aplicável a qualquer tipo de pilar. Porém ele é mais simples e não retrata a realidade do fenômeno físico, tendo que ser calibrado por resultados experimentais (MELGES, 2001). As normas brasileira e americana descritas anteriormente utilizam esse método como base para a verificação da punção.

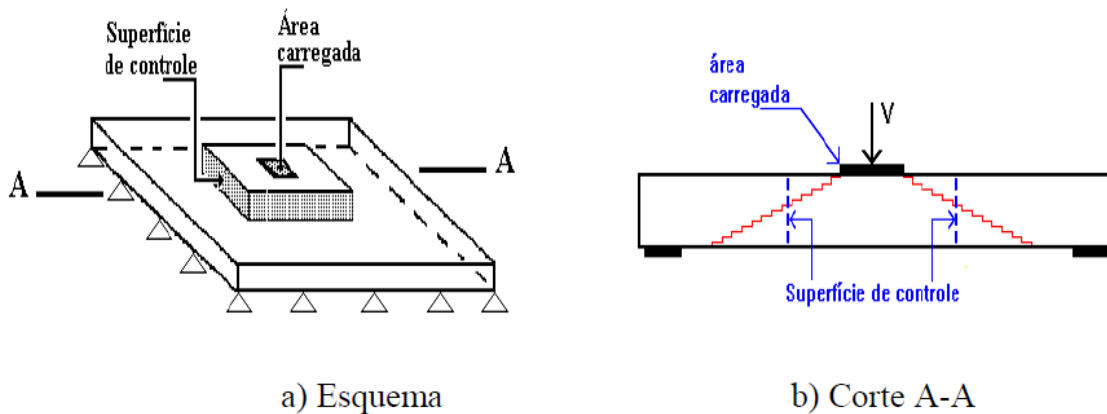
Rabello (2016, p.11) descreve o método da seguinte forma:

O Método da Superfície de Controle consiste em se calcular uma tensão uniforme solicitante de punção em uma determinada superfície de controle, perpendicular ao plano médio da laje, localizada a uma determinada distância da face do pilar ou da área carregada. Compara-se o valor do esforço solicitante com uma resistência do concreto calculada para aquele

perímetro e, se naquele perímetro o esforço resistente for maior que o solicitante, não é necessário o uso de armadura de punção.

Na Figura 19 pode-se observar uma representação da superfície de controle considerada nesse método:

Figura 19: Superfície de controle

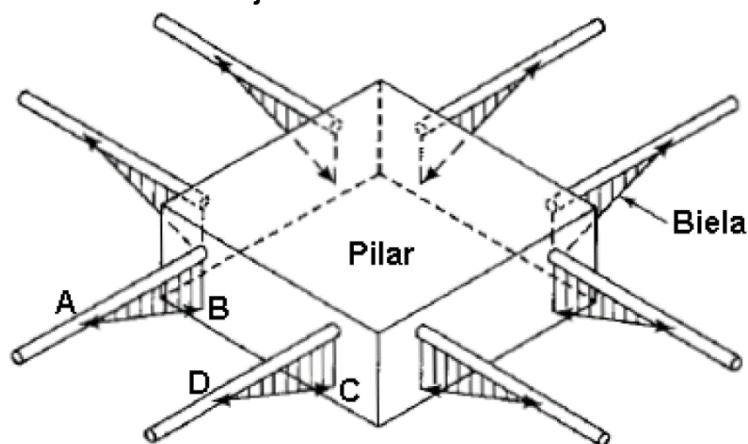


Fonte: MELGES, 1995.

2.5.2 Método das Bielas e Tirantes

O método de bielas e tirantes considera que a tensão de compressão será absorvida pelo concreto, que no modelo é representado pelas bielas, e a tensão de tração pela armadura de punção, representada pelos tirantes. As bielas e tirantes são ligadas através de nós e as forças são calculadas através do equilíbrio de forças internas e externas (SILVA, 1991 apud MELGES 2001). Na Figura 20 pode-se observar a formulação desse modelo com a indicação das bielas e dos tirantes:

Figura 20: Modelo de bielas e tirantes para a punção sem transferência de momentos em uma laje de concreto armado

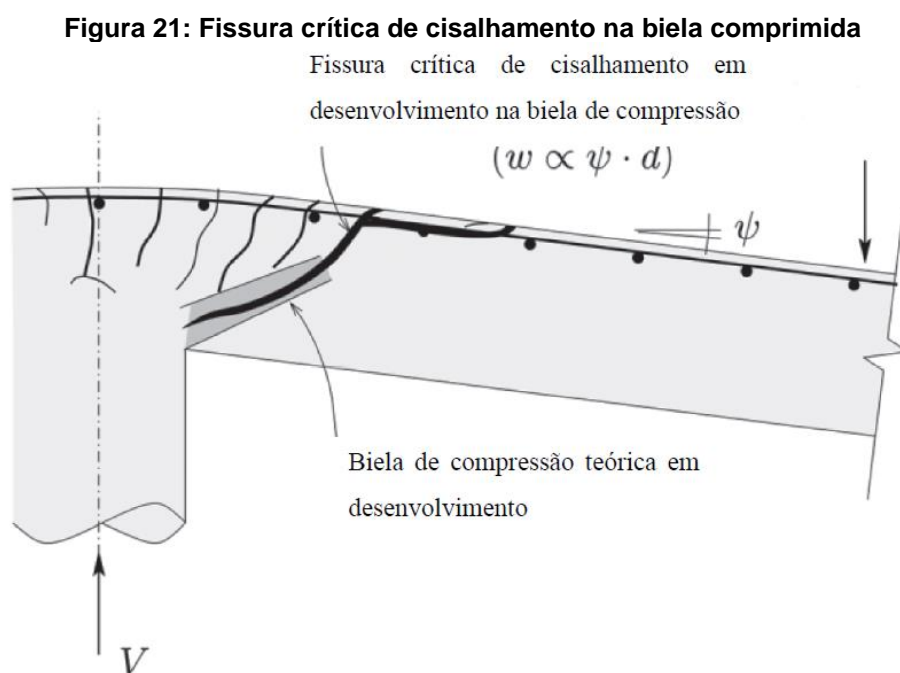


Fonte: RABELLO, 2010.

2.5.3 Teoria da Fissura Crítica

Em 2008, Muttoni propôs a teoria da fissura crítica de cisalhamento e desenvolveu uma metodologia de cálculo para determinar a resistência à punção baseada nessa teoria. Nesse modelo ele considera a rotação da laje e a relaciona com a resistência última ao cisalhamento (Moraes Neto, 2013). Na última revisão do *fib* MC2010, em 2010, passou-se a utilizar esse modelo para o dimensionamento à punção.

Muttoni observou que a resistência ao cisalhamento da laje reduz a partir do aparecimento de uma fissura tangencial que se propaga ao longo da espessura da laje, cortando a biela comprimida que transmite a força cortante para o pilar. O aumento da abertura dessa fissura diminui a resistência da biela comprimida e leva a ligação a uma ruptura por punção (OLIVEIRA, 2015). A biela comprimida e a fissura crítica de cisalhamento são ilustradas na Figura 21.



Fonte: BOLVIKEN, 2013 apud OLIVEIRA, 2015.

A biela comprimida perde resistência com o aumento da abertura da fissura crítica e leva a laje a romper por punção, como a falha ocorre no concreto comprimido essa ruptura é frágil e isso deve ser evitado em situação de projeto, colocando armadura para punção na laje e deixando a ligação mais dúctil.

3 METODOLOGIA

3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

Esta pesquisa tem como objetivo analisar o dimensionamento da ligação laje-pilar de acordo com a NBR 6118/2014 e o *fib* MC2010 para isso foi utilizado um projeto de uma laje protendida, avaliando a punção pelas normas nos três pilares mais solicitados, cada um em sua posição, interno, de borda e de canto. Os valores e os métodos de dimensionamento foram analisados e comparados entre si.

Gil (2002) afirma que o objetivo principal da pesquisa exploratória é o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições, sendo que seu planejamento é bastante flexível e na maioria dos casos assume a forma de pesquisa bibliográfica ou de estudo de caso. Como esta pesquisa se desenvolveu em forma de estudo de caso e tem como objetivo analisar as normas e seus métodos de dimensionamento ela foi classificada como exploratória.

Quanto à abordagem esta pesquisa é classificada como quantitativa. Segundo Portela (2004) os dados da pesquisa quantitativa são métricos e as abordagens são experimental, hipotético-dedutiva e verificatória. Neste trabalho foram calculados os valores de esforço solicitante, resistência e área de aço de acordo com as duas normas estudadas, característica essa que torna a pesquisa quantitativa.

3.2 DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Para atingir o objetivo deste foi feita a revisão bibliográfica sobre o tema, com o objetivo de verificar os estudos sobre o tema e os procedimentos normativos.

Foi realizado o cálculo do esforço solicitante de punção para todos os pilares de acordo com a NBR 6118/2014 e definido quais os três pilares mais solicitados, de acordo com sua posição. Depois da definição dos pilares que seriam estudados a resistência à punção pela NBR 6118/2014 foi calculada para os três pilares mais solicitados.

A resistência à punção foi então calculada de acordo com o *fib* MC2010 e os resultados e métodos de dimensionamento foram comparados entre si.

3.3 ESTUDO DE CASO

Para o desenvolvimento do trabalho foi utilizado o projeto do segundo pavimento de um edifício executado em lajes protendidas. A laje possui os três casos de pilares estudados, pilar interno, pilar de canto e pilar de borda. A planta de formas está apresentada no Anexo A.

Na Tabela 2 são apresentadas as informações referentes a laje utilizadas nos cálculos:

Tabela 2: Dados do projeto utilizados nos cálculos

Resistência característica do concreto – f_{ck}	35 MPa
Altura da laje	20 cm
Cobrimento da armadura	3 cm
Armadura passiva positiva	Tela Q159
Armadura passiva negativa	Ø12,5 mm
Armadura ativa	CP – 190 RB – 12,7
Dimensão máxima característica do agregado	19 mm
Módulo de elasticidade do aço – E_s	210 GPa

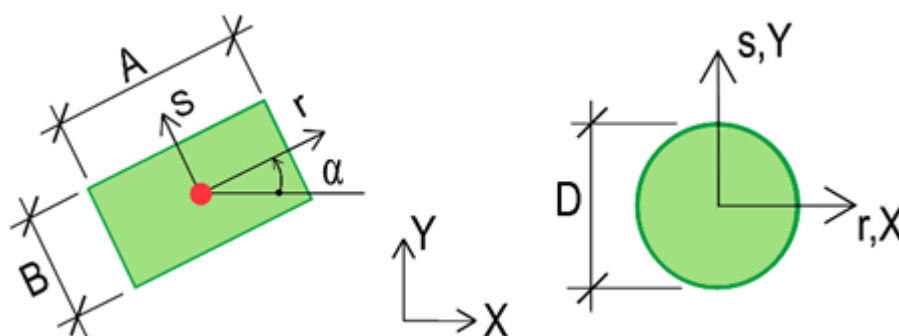
Fonte: EMPRESA A, 2017.

A laje em questão foi dimensionada pelo programa ADAPT, em uma versão que segue o modelo de cálculo da norma americana, com os parâmetros como cobrimento, espessura, coeficientes de ponderação, adaptados à norma brasileira.

Neste trabalho para encontrar o pilar mais solicitado em cada posição, todas as tensões solicitantes foram calculadas pela NBR 6118/2014, pois como o modelo de cálculo utilizado pelo programa é diferente, os resultados poderiam divergir.

Na Figura 22 são apresentados os eixos considerados pelo ADAPT para dimensionamento e orientação dos momentos, sendo o eixo r equivalente ao eixo x e o eixo s equivalente ao eixo y .

Figura 22: Eixos considerados pelo programa ADAPT



Fonte: EMPRESA A, 2017.

A força normal em cada pilar e os momentos transferidos da laje são apresentados no Quadro 1, sendo que todas as forças já foram majoradas pelo programa, logo, são os valores de cálculo.

Quadro 1: Esforços solicitantes calculados pelo programa ADAPT

Pilar	Condição	Eixo	Força	Momento
			kN	kN-m
Pilar 9	Borda	rr	-329,69	18,55
Pilar 9	Borda	ss	-329,69	-8,29
Pilar 2	Canto	rr	-8,91	-3,24
Pilar 2	Canto	ss	-8,91	-8,42
Pilar 1	Borda	rr	-72,74	7,81
Pilar 1	Borda	ss	-72,74	-1,74
Pilar PT1	Interno	rr	-602,27	73,52
Pilar PT1	Interno	ss	-602,27	-3,42
Pilar 7	Borda	rr	-107,33	22,30
Pilar 7	Borda	ss	-107,33	7,85
Pilar 6	Canto	rr	-139,89	40,99
Pilar 6	Canto	ss	-139,89	-10,14
Pilar 16	Borda	rr	-350,19	-54,96

Pilar	Condição	Eixo	Força	Momento
			kN	kN-m
Pilar 16	Borda	ss	-350,19	39,48
Pilar PT2	Borda	rr	-335,99	59,30
Pilar PT2	Borda	ss	-335,99	30,73
Pilar PT3	Interno	rr	-584,21	7,22
Pilar PT3	Interno	ss	-584,21	-8,55
Pilar 31	Borda	rr	-284,62	0,63
Pilar 31	Borda	ss	-284,62	-3,40
Pilar 37	Canto	rr	-115,59	-8,01
Pilar 37	Canto	ss	-115,59	-11,71
Pilar PT4	Borda	rr	-334,05	-58,98
Pilar PT4	Borda	ss	-334,05	-7,26
Pilar PT8	Canto	rr	-181,98	-37,88
Pilar PT8	Canto	ss	-181,98	18,44

Fonte: EMPRESA A, 2017.

4 DIMENSIONAMENTO

4.1 DIMENSIONAMENTO DE ACORDO COM A NBR 6118/2014

A tensão solicitante foi calculada para todos os pilares da laje, de acordo com a NBR 6118/2014: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento, a tensão resistente e armadura de punção foram calculadas apenas para os três pilares mais solicitados em sua posição.

4.1.1 Tensão Solicitante na Superfície Crítica C

No perímetro u_0 , referente a superfície crítica C e localizado na face do pilar, é verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto, através da tensão de cisalhamento.

4.1.1.1 Pilar Interno

Nos itens 19.5.2.1 e 19.5.2.2, a NBR 6118/2014 trata do cálculo da tensão solicitante nas superfícies críticas C e C' para pilares internos com carregamento simétrico e com efeito de carregamento, respectivamente.

Para pilar interno a verificação da compressão diagonal, através da tensão de cisalhamento, é feita utilizando a Equação 1.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u_0 d} \quad (1)$$

Onde:

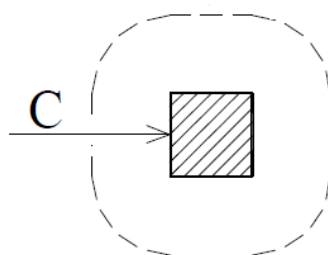
τ_{sd} é a tensão solicitante;

F_{sd} é a força ou reação concentrada de cálculo;

u_0 é o perímetro do contorno crítico C, localizado na face do pilar (Figura 23);

$d = (d_x + d_y)/2$, sendo d_x e d_y as alturas úteis nas duas direções ortogonais (Figura 24) e d a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C', externo ao contorno, C da área de aplicação da força e deste distante $2d$ no plano da laje.

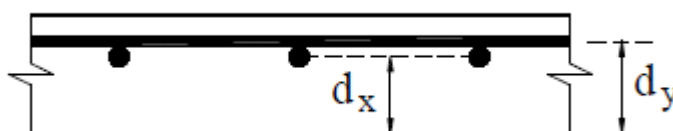
Figura 23: Contorno Crítico C



Fonte: LIMA, 2001.

Os valores adotados para d_x e d_y não se alteram de pilar para pilar, pois o cobrimento é o mesmo em toda a laje. De acordo com o projeto, o cobrimento adotado foi de 3 cm e o diâmetro nominal da armadura passiva tracionada na região dos pilares foi de 12,5 mm, tem-se então:

Figura 24: Alturas úteis nas duas direções



Fonte: LIMA, 2001

$$d'_x = c + \varnothing + \varnothing/2 = 3 + 1,25 + 1,25/2 = 4,875 \text{ cm}$$

$$d_x = h - d'_x = 20 - 4,875 = 15,125 \text{ cm}$$

$$d'_y = c + \varnothing/2 = 3 + 1,25/2 = 3,625 \text{ cm}$$

$$d_y = h - d'_y = 20 - 3,625 = 16,375 \text{ cm}$$

$$d = (d_x + d_y)/2 = 15,75 \text{ cm} \quad (2)$$

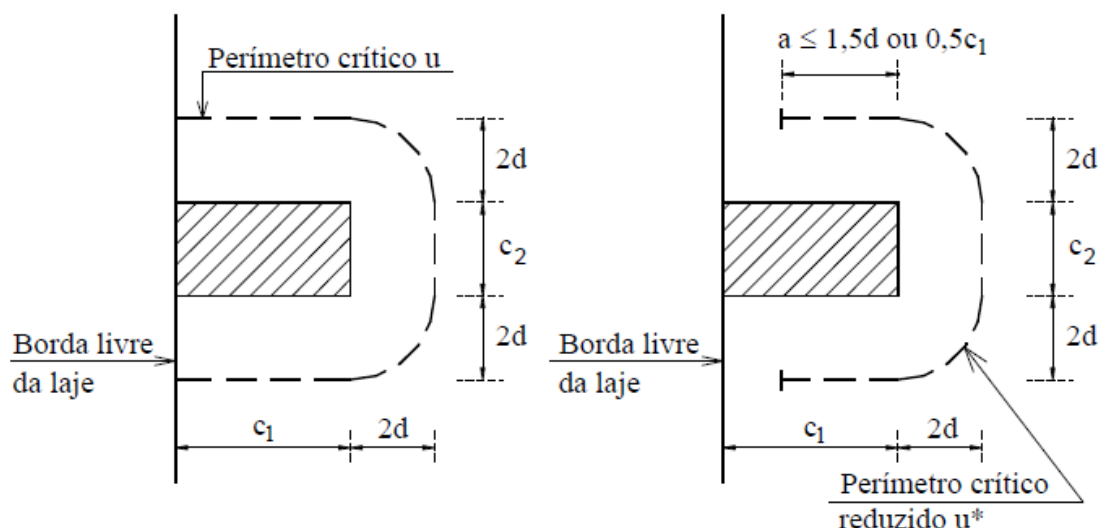
Com o valor de d , com as forças normais e as dimensões dos pilares, foram calculados os valores para a tensão solicitante no perímetro crítico C, através da Equação 1, para todos os pilares internos da laje, sendo o pilar PT1 o mais solicitado com uma tensão solicitante de 2,124 MPa. Os resultados para os demais pilares encontram-se no Apêndice A.

4.1.1.2 Pilar de Borda

Para pilares de borda o cálculo é similar aos pilares internos, alterando apenas o perímetro crítico. Para pilares de borda o perímetro crítico utilizado não é todo aquele

em torno do pilar, pois considera-se que a parte próxima a borda livre não é efetiva na absorção das tensões cisalhantes. Na Figura 25 é possível identificar o perímetro crítico reduzido dos pilares de borda.

Figura 25: Perímetro crítico reduzido para pilares de borda



Fonte: LIMA, 2001

Para a verificação da compressão diagonal nos pilares de borda o perímetro crítico reduzido (u_0^*) adotado foi:

$$u_0^* = 2a + C_2 \quad (3)$$

Sendo a o maior valor entre $1,5d$ e $0,5C_1$ e C_1 e C_2 as dimensões do pilar na direção perpendicular e paralela à borda livre, respectivamente.

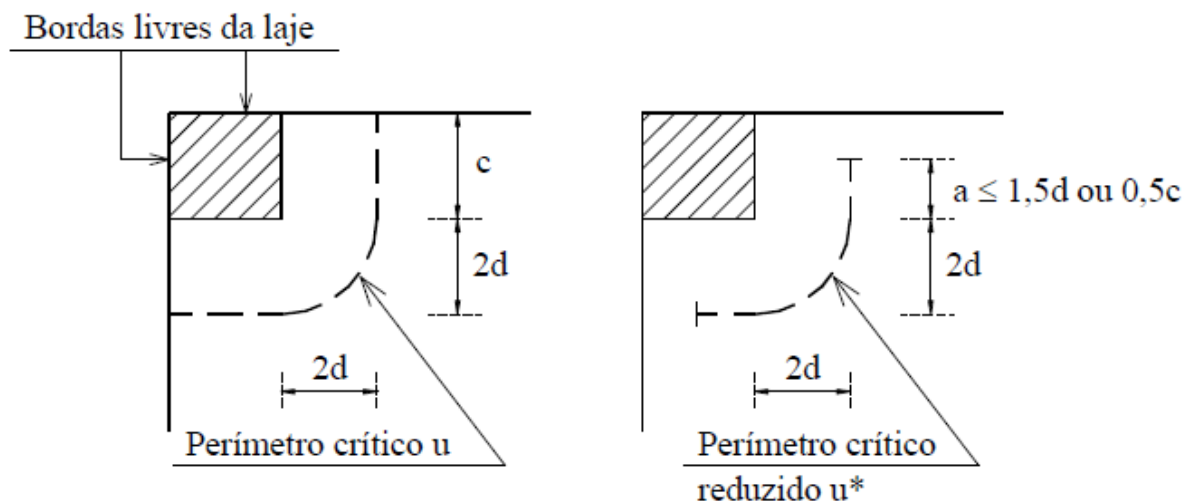
A tensão solicitante na superfície crítica C foi calculada para todos os pilares de acordo com a Equação 4 e os resultados obtidos estão apresentados no apêndice B, sendo que o mais solicitado foi o pilar PT4 com $T_{sd} = 3,154$ MPa, apesar de não ser o que tem a força solicitante maior, possui um perímetro crítico resistente pequeno, acarretando em uma tensão cisalhante maior.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u_0^* d} \quad (4)$$

4.1.1.3 Pilar de Canto

Para os pilares de canto a verificação é semelhante ao pilar de borda, porém cada borda é calculada separadamente e o perímetro crítico também é reduzido, de acordo com a Figura 26.

Figura 26: Perímetro crítico reduzido para pilares de canto



Fonte: LIMA, 2001.

Para a verificação da compressão diagonal dos pilares de canto o perímetro crítico reduzido utilizado foi:

$$u_0^* = a_1 + a_2 \quad (5)$$

Sendo a_1 e a_2 o maior valor entre $1,5d$ e $0,5C$.

Utilizando a Equação 4 a tensão solicitante no perímetro crítico C foi calculada para todos os pilares de canto, sendo o mais solicitado o pilar PT8 com $T_{sd} = 3,436$ MPa. Os resultados para os demais pilares são apresentados no Apêndice C.

4.1.2 Tensão Solicitante na Superfície Crítica C'

Na superfície crítica C' afastada $2d$ do pilar deve ser verificada a capacidade da ligação à punção, associada a resistência à tração diagonal, através de uma tensão de cisalhamento no contorno C'.

4.1.2.1 Pilar Interno

Para pilares internos podem ocorrer três situações: com carregamento simétrico, com efeito de momento em uma direção e com efeito de momento nas duas direções. Para a laje em estudo os pilares internos possuem efeito de momento nas duas direções, então o item da NBR 6118/2014 utilizado para o cálculo da tensão solicitante nos pilares internos foi o 19.5.2.2.

Segundo esse item a tensão solicitante na superfície crítica C' é dada pela Equação 6 (LIMA, 2001).

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1}d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2}d} \quad (6)$$

Onde:

u é o perímetro do contorno crítico C', conforme indicado na Figura 27;

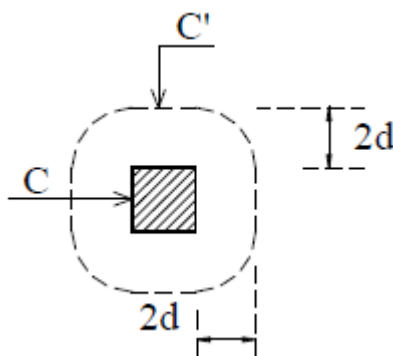
K é o coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C_1/C_2 e tem seu valor determinado através da Tabela 19.2 da NBR 6118/2014, apresentada na Figura 28. Nos casos em que a relação entre C_1 e C_2 não estava indicada na tabela os valores de K foram interpolados.

M_{sd} é o momento de cálculo transmitido ao pilar;

W_p é o módulo de resistência plástica calculado de acordo com a Equação 7 (LIMA, 2001).

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1C_2 + 4C_1d + 16d^2 + 2\pi dC_1 \quad (7)$$

Figura 27: Perímetro do contorno crítico C''



Fonte: LIMA, 2001.

Figura 28: Tabela 19.2 que fornece os valores de K

Tabela 19.2 – Valores de K

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80

onde
 C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;
 C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

Fonte: NBR 6118/2014

Os valores da tensão solicitante no perímetro crítico C' foram calculados para todos os pilares internos do projeto e os resultados são apresentados no Apêndice A. Novamente o pilar PT1 apresentou a maior tensão solicitante, $T_{sd} = 1,267$ MPa, sendo este o pilar mais solicitado em sua posição.

4.1.2.2 Pilar de Borda

Para pilares de borda existem duas situações:

- Não há momento fletor agindo no plano paralelo à borda livre e;
- Momento fletor agindo no plano paralelo à borda livre.

Em todos os pilares de borda da laje estudada a situação encontrada foi a segunda, com momento fletor agindo no plano paralelo à borda livre e para essa situação a equação utilizada para o cálculo da tensão solicitante foi a Equação 8.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^*d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1}d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2}d} \quad (8)$$

Onde:

u^* é o perímetro reduzido do contorno crítico C', conforme indicado na Figura 29 e calculado pela Equação 9.

$$u_0^* = 2a + c_2 + 2\pi d \quad (9)$$

K_1 é o coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C_1/C_2 e tem seu valor determinado através da Tabela 19.2 da NBR 6118/2014, apresentada na Figura 28;

K_2 é determinado pela Tabela 19.2, substituindo-se C_1/C_2 por $2C_2/C_1$;

M_{sd1} é determinado pela Equação 10;

$$M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0 \quad (10)$$

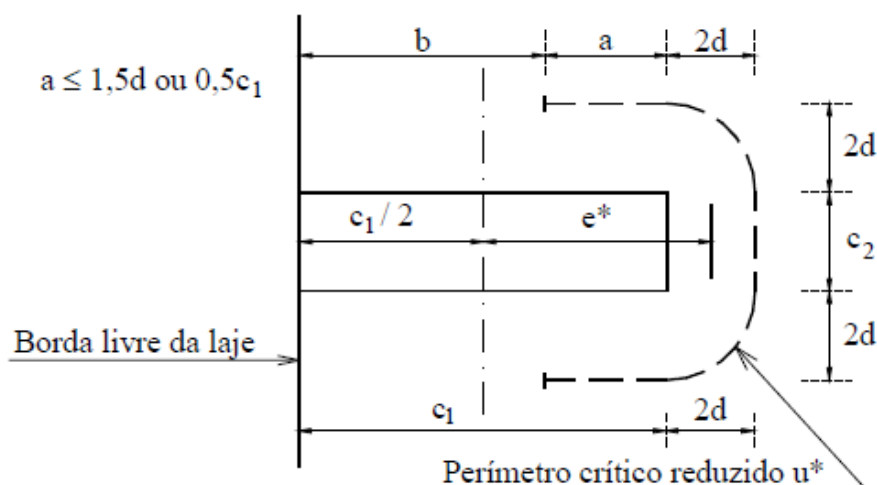
Sendo:

M_{sd} o momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre e;

M_{sd}^* o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar, ou seja, $M_{sd}^* = F_{sd} \cdot e^*$, sendo e^* dado pela Equação 11 (LIMA, 2001) e representado na Figura 29;

$$e^* = \frac{C_1 a - a^2 + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + 8d^2 + \pi d C_1}{2a + C_2 + 2\pi d} \quad (11)$$

Figura 29: Perímetro crítico reduzido para pilar de borda



Fonte: Lima, 2001

W_{p1} é o módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro u , de acordo com a Equação 12 (LIMA, 2001).

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + 8d^2 + \pi d C_1 \quad (12)$$

W_{p2} é o módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre, calculado para o perímetro u , de acordo com a Equação 13 (LIMA, 2001).

$$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C_1 C_2 + 4C_1 d + 8d^2 + \pi d C_2 \quad (13)$$

M_{sd2} é o momento de cálculo no plano paralelo à borda livre.

Os valores encontrados para a tensão solicitante na superfície crítica C' são apresentados no Apêndice B e o pilar de borda mais solicitado foi o PT2, com $T_{sd} = 1,403$ MPa.

4.1.2.3 Pilar de Canto

Segundo a NBR 6118/2014, no item 19.5.2.4 para a determinação da tensão solicitante em pilares de canto aplica-se o disposto para o pilar de borda quando não age momento no plano paralelo à borda. Como o pilar de canto possui duas bordas livres, deve ser feita a verificação separadamente para cada uma delas, considerando o momento fletor, cujo plano é perpendicular à borda livre adotada.

A Equação utilizada para o cálculo da tensão solicitante nos pilares de canto foi a Equação 14.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^*d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1}d} \quad (14)$$

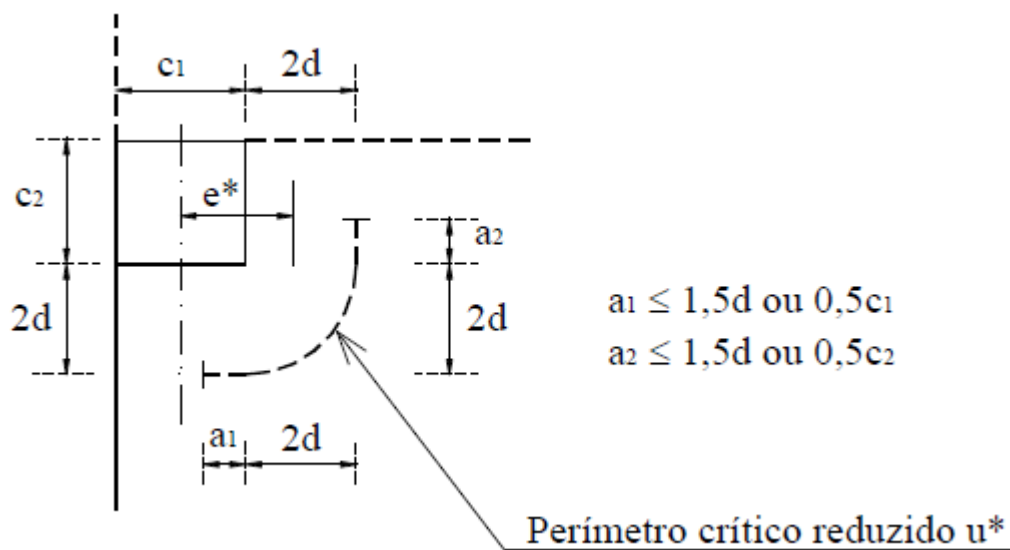
Onde:

u^* é o perímetro reduzido do contorno crítico C' , conforme indicado na Figura 30, calculado pela fórmula:

$$u^* = a_1 + a_2 + \pi d \quad (15)$$

Com a_1 e a_2 indicados na Figura 30.

Figura 30: Perímetro reduzido para pilar de canto



Fonte: LIMA, 2001.

M_{sd1} é determinado pela Equação 16;

$$M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0 \quad (16)$$

Sendo:

M_{sd} o momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre e;

M_{sd}^* o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar, ou seja, $M_{sd}^* = F_{sd} \cdot e^*$, sendo e^* dado pela Equação 16 (LIMA, 2001) e representado na Figura 30;

$$e^* = \frac{C_1 a_1 - a_1^2 + a_2 c_1 + 4a_2 d + 8d^2 + \pi d C_1}{2(a_1 + a_2 + \pi d)} \quad (17)$$

W_{p1} é o módulo de resistência plástica calculado de acordo com a Equação 18 (LIMA, 2001).

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + 4d^2 + \frac{\pi d C_1}{2} \quad (18)$$

Os resultados encontrados para os pilares de canto, calculados nas duas direções são apresentados no Apêndice C, sendo que o pilar PT8 foi o mais solicitado em sua posição com $T_{sd} = 1,390$ MPa. Para os cálculos na superfície crítica C' os momentos foram levados em consideração, por isso o pilar PT8 foi o mais solicitado.

4.1.3 Tensão Resistente

O cálculo da tensão resistente foi realizado apenas para os pilares mais solicitados em cada posição, que são apresentados no Quadro 2, o pilar PT2 não foi o mais solicitado no contorno C, mas no contorno C' ele que apresentou a maior solicitação e como a armadura é calculada com base na tração diagonal, verificada neste contorno ele que foi adotado como o pilar de borda mais solicitado.

Quadro 2: Pilares mais solicitados em cada posição

Pilar		Contorno	T _{Sd} (MPa)
Interno	PT1	C	2,124
		C'	1,267
Borda	PT4	C	3,154
	PT2	C'	1,403
Canto	PT8	C	3,436
		C'	1,390

Fonte: Autoria Própria.

4.1.3.1 Superfície crítica C

Segundo a NBR 6118/2014, na superfície crítica C é realizada a verificação da compressão diagonal do concreto, em lajes com e sem armadura para punção.

Para essa verificação deve-se ter:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27\alpha_v f_{cd} \quad (19)$$

Onde:

τ_{Rd2} é a tensão resistente;

$\alpha_v = (1 - f_{ck}/250)$, com f_{ck} em megapascal;

f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto.

O valor encontrado para a tensão resistente na superfície C não se alterou com a posição do pilar, pois ela depende apenas da resistência do concreto que é a mesma em toda a laje. Sabendo que o f_{ck} do concreto é de 35 MPa o valor encontrado para a tensão resistente foi de $T_{Rd2} = 5,805$ MPa.

A tensão solicitante na superfície crítica C calculada para os pilares mais solicitados foi:

Quadro 3: Tensão solicitante na superfície crítica C.

Pilar		TSd (MPa)	TRd (MPa)
Interno	PT1	2,124	5,805
Borda	PT4	3,154	5,805
Canto	PT8	3,436	5,805

Fonte: Autoria Própria

Para as três situações $T_{sd} \leq T_{Rd2}$, portanto todos os pilares passaram na verificação da compressão diagonal.

4.1.3.2 Superfície Crítica C'

No contorno crítico C' é verificada a capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal. A tensão resistente é dada pela Equação 20, utilizada para elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} \quad (20)$$

Onde:

T_{Rd1} é a tensão resistente;

ρ é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada) calculada por $\sqrt{\rho_x \rho_y}$ sendo ρ_x e ρ_y as taxas de armadura nas duas direções ortogonais calculadas na largura igual à dimensão do pilar acrescida de $3d$ para cada um dos lados, no caso de proximidade da borda, prevalece a distância até a borda, quando menor que $3d$;

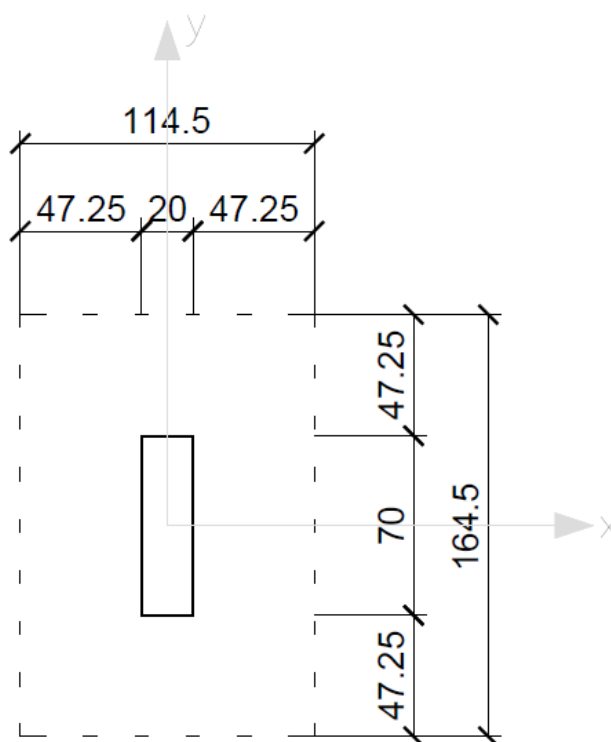
σ_{cp} é a tensão de compressão devido à protensão, o cálculo para o pilar PT1 está demonstrado no Apêndice D, quando desprezada o dimensionamento está a favor da segurança estrutural, por isso essa parcela foi desconsiderada neste trabalho.

A taxa de armadura de flexão aderente varia de pilar para pilar, de acordo com sua posição, por isso os cálculos da tensão resistente no perímetro crítico C' foram realizadas separadamente para cada pilar.

4.1.3.2.1 Pilar Interno

O pilar interno mais solicitado PT1 possui as dimensões de 20 cm x 70 cm, sendo $d = 15,75$ cm, a distância considerada da face do pilar para o cálculo da taxa geométrica de armadura de flexão aderente foi $3d = 47,25$ cm. Na Figura 31 são apresentadas as distâncias nas direções x e y.

Figura 31: Distância considerada para o cálculo da taxa de armadura de flexão

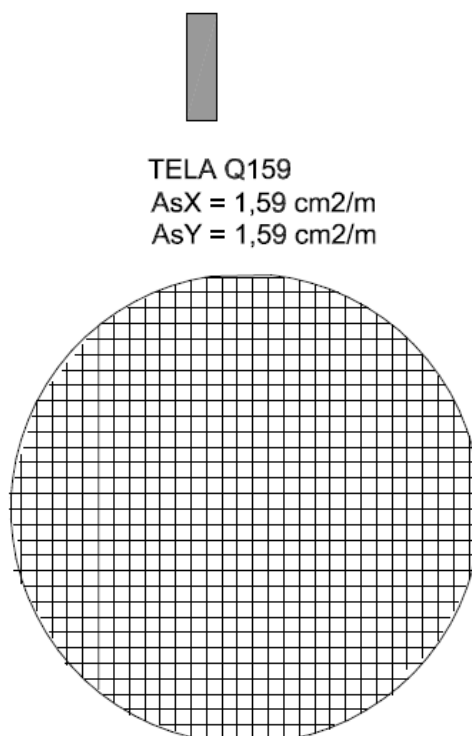


Fonte: Autoria Própria.

A armadura de flexão aderente para o pilar PT1 não foi calculada, sendo utilizados os valores calculados e fornecidos para o projeto em estudo.

Na Figura 32 tem-se a armadura de flexão positiva calculada no projeto:

Figura 32: Armadura de flexão positiva



Fonte: Empresa A, 2017.

A taxa geométrica é definida pela razão entre área de aço e área de concreto. Para o cálculo da área de concreto, foi multiplicada a distância apresentada na Figura 31 pela altura útil da laje, obtendo-se:

$$A_c X = 15,75\text{cm} \times 164,50\text{cm} = 2590,875\text{cm}^2$$

$$A_c Y = 15,75\text{cm} \times 114,50\text{cm} = 1803,375\text{cm}^2$$

A área de aço da armadura positiva, de acordo com o projeto, apresentada na Figura 32 é de:

$$A_s X = 1,59 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} = \frac{1,59 \text{ cm}^2}{100 \text{ cm}} = 0,0159 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

Multiplicando-se pela distância considerada na direção X tem-se a área de aço positiva que será utilizada para o cálculo da taxa na direção X:

$$A_s X = 0,0159 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} \times 164,50\text{cm} = 2,615\text{cm}^2$$

$$\rho_x^+ = \frac{A_s X}{A_c X} = \frac{2,615\text{cm}^2}{2590,875\text{cm}^2} = 0,00101$$

Analogamente para a direção Y tem-se:

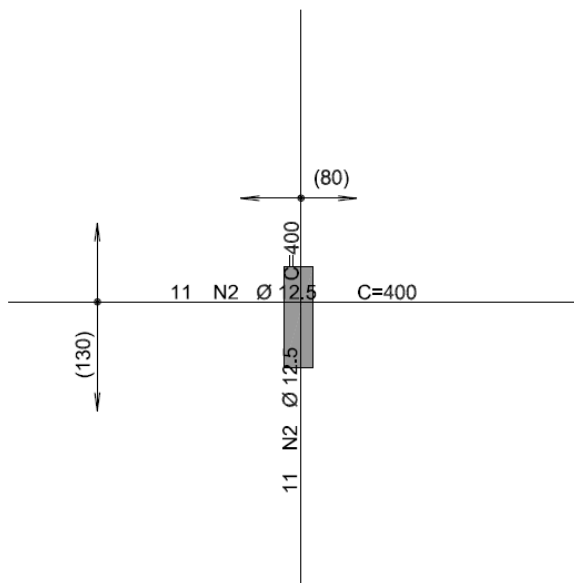
$$A_s Y = 1,59 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} = \frac{1,59 \text{ cm}^2}{100 \text{ cm}} = 0,0159 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}}$$

$$A_s Y = 0,0159 \frac{cm^2}{cm} \times 114,50cm = 1,821cm^2$$

$$\rho_y^+ = \frac{A_s Y}{A_c Y} = \frac{1,821cm^2}{1803,375cm^2} = 0,00101$$

A armadura negativa calculada para o pilar PT1 é apresentada na Figura 33.

Figura 33: Armadura negativa da laje sobre pilar PT1



Fonte: Empresa A, 2017.

Analisando a Figura 31 pode-se perceber que todas as barras indicadas em projeto serão contabilizadas no cálculo da taxa, pois encontram-se dentro da distância estipulada.

Na direção X tem-se 11 \varnothing 12,5mm, segundo a NBR 7480/1996 a área de uma barra é de 1,227 cm².

Logo a taxa é dada por:

$$\rho_x^- = \frac{A_s X}{A_c X} = \frac{11 \times 1,227cm^2}{2590,875cm^2} = 0,00521$$

Na direção Y tem-se 11 \varnothing 12,5mm, análogo a direção X, a taxa é dada por:

$$\rho_y^- = \frac{A_s Y}{A_c Y} = \frac{11 \times 1,227cm^2}{1803,375cm^2} = 0,00748$$

Somando as taxas positivas e negativas nas duas direções tem-se:

$$\rho_x = \rho_x^+ + \rho_x^- = 0,00101 + 0,00521 = 0,00622$$

$$\rho_y = \rho_y^+ + \rho_y^- = 0,00101 + 0,00748 = 0,00849$$

A taxa geométrica de armadura de flexão aderente para o pilar PT1 é dada por:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} = \sqrt{0,00622 \times 0,00849} = 0,00727$$

Para o pilar PT1 a tensão resistente é definida pela Equação 20, tendo como resultado:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{20/15,75} \right) (100 \times 0,00727 \times 35)^{1/3}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,813 \text{ MPa}$$

A tensão solicitante para o pilar PT1 no perímetro crítico C' é de 1,267 MPa, logo:

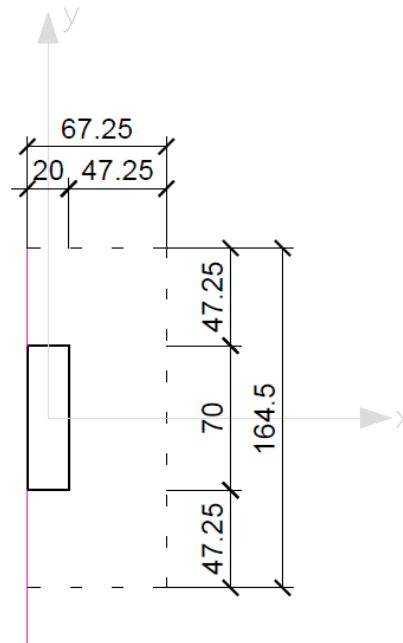
$$\tau_{Sd} = 1,267 \text{ MPa} \geq \tau_{Rd1}$$

Portanto para o pilar PT1 será necessária armadura de punção.

4.1.3.2.2 Pilar de Borda

O pilar de borda estudado é o PT2, que possui dimensões de 20 cm x 70 cm. As distâncias definidas para o cálculo da taxa do pilar de borda são apresentadas na Figura 34.

Figura 34: Distância considerada para o cálculo da taxa de armadura de flexão



Fonte: Autoria Própria.

A área de concreto considerada nas duas direções são:

$$A_c X = 15,75\text{cm} \times 164,50\text{cm} = 2590,875\text{cm}^2$$

$$A_c Y = 15,75\text{cm} \times 67,25\text{cm} = 1059,1875\text{cm}^2$$

Para o cálculo da taxa de armadura positiva foi utilizado a área de aço apresentada na Figura 32, pois ela é uma malha uniforme em toda a laje, não tendo seu valor alterado entre os pilares. Tem-se então:

Para a direção X:

$$A_s X = 0,0159 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} \times 164,50\text{cm} = 2,615\text{cm}^2$$

$$\rho_x^+ = \frac{A_s X}{A_c X} = \frac{2,615\text{cm}^2}{2590,875\text{cm}^2} = 0,00101$$

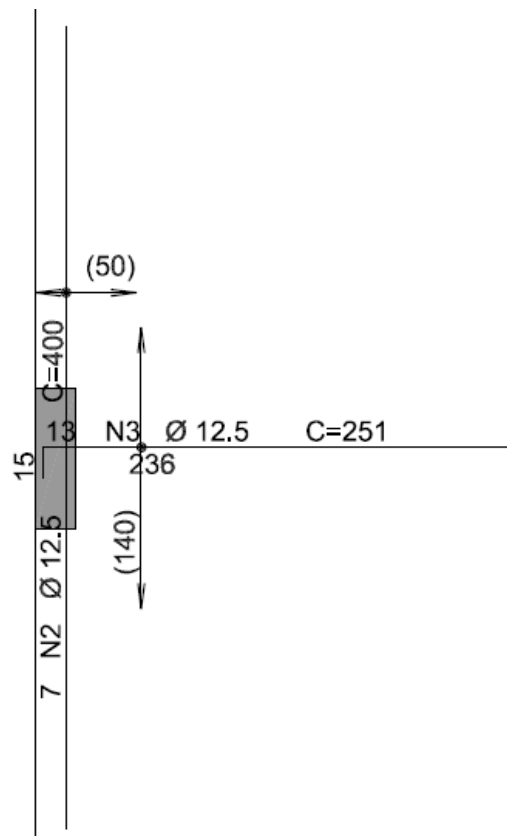
Para a direção Y:

$$A_s Y = 0,0159 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} \times 67,25\text{cm} = 1,069\text{cm}^2$$

$$\rho_y^+ = \frac{A_s Y}{A_c Y} = \frac{1,069\text{cm}^2}{1059,1875\text{cm}^2} = 0,00101$$

A armadura negativa calculada para o pilar PT2 é apresentada na Figura 35:

Figura 35: Armadura negativa da laje sobre o pilar PT2



Fonte: EMPRESA A, 2017.

Todas as barras serão contabilizadas para o a determinação da taxa, pois elas encontram-se dentro da distância estipulada para o cálculo, apresentada na Figura 34.

Na direção X tem-se 13Ø12,5mm, a área de uma barra é dada por:

$$A_{\emptyset} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \times 1,25^2}{4} = 1,227 \text{ cm}^2$$

Logo a taxa é dada por:

$$\rho_x^- = \frac{A_s X}{A_c X} = \frac{13 \times 1,227 \text{ cm}^2}{2590,875 \text{ cm}^2} = 0,00616$$

Na direção Y tem-se 7Ø12,5mm e a taxa é dada por:

$$\rho_y^- = \frac{A_s Y}{A_c Y} = \frac{7 \times 1,227 \text{ cm}^2}{1059,1875 \text{ cm}^2} = 0,00811$$

Somando as taxas positivas e negativas nas duas direções tem-se:

$$\rho_x = \rho_x^+ + \rho_x^- = 0,00101 + 0,00616 = 0,00717$$

$$\rho_y = \rho_y^+ + \rho_y^- = 0,00101 + 0,00811 = 0,00912$$

A taxa geométrica de armadura de flexão aderente para o pilar PT2 é dada por:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} = \sqrt{0,00717 \times 0,00912} = 0,008085$$

Então para o pilar PT2 a tensão resistente é definida por:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{20/15,75} \right) (100 \times 0,008085 \times 35)^{1/3}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,843 \text{ MPa}$$

Conforme calculado a tensão solicitante para o pilar PT2 no perímetro crítico C' é de 1,403 MPa, logo:

$$\tau_{Sd} = 1,403 \text{ MPa} \geq \tau_{Rd1}$$

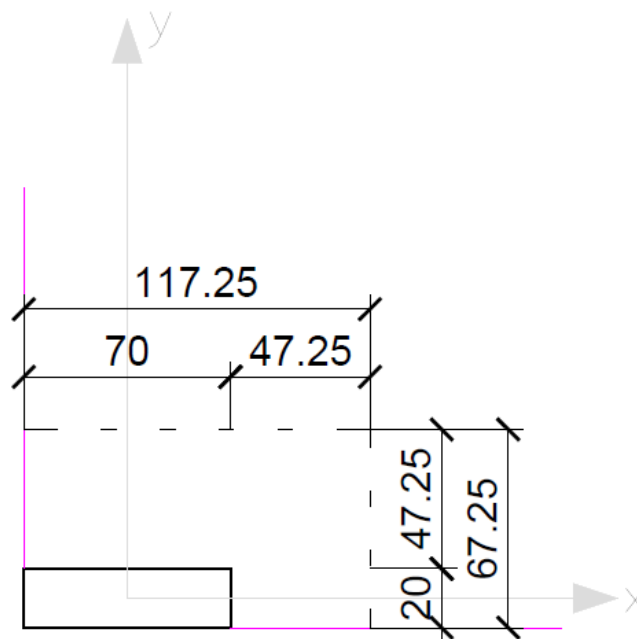
Portanto para o pilar PT2 também será necessária armadura de punção.

4.1.3.2.3 Pilar de Canto

O pilar de canto mais solicitado, que será analisado neste estudo é o PT8, que tem as dimensões de 20 cm x 70 cm.

Na Figura 36 apresenta-se as distâncias consideradas para o cálculo da taxa geométrica de armadura de flexão aderente.

Figura 36: Distância considerada para o cálculo da taxa de armadura de flexão



Fonte: Autoria Própria.

A área de concreto considerada nas duas direções são:

$$A_c X = 15,75\text{cm} \times 67,25\text{cm} = 1059,1875\text{cm}^2$$

$$A_c Y = 15,75\text{cm} \times 117,25\text{cm} = 1846,6875\text{cm}^2$$

Taxa de armadura positiva nas duas direções:

Para a direção X:

$$A_s X = 0,0159 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} \times 67,25\text{cm} = 1,069\text{cm}^2$$

$$\rho_x^+ = \frac{A_s X}{A_c X} = \frac{1,069\text{cm}^2}{1059,1875\text{cm}^2} = 0,00101$$

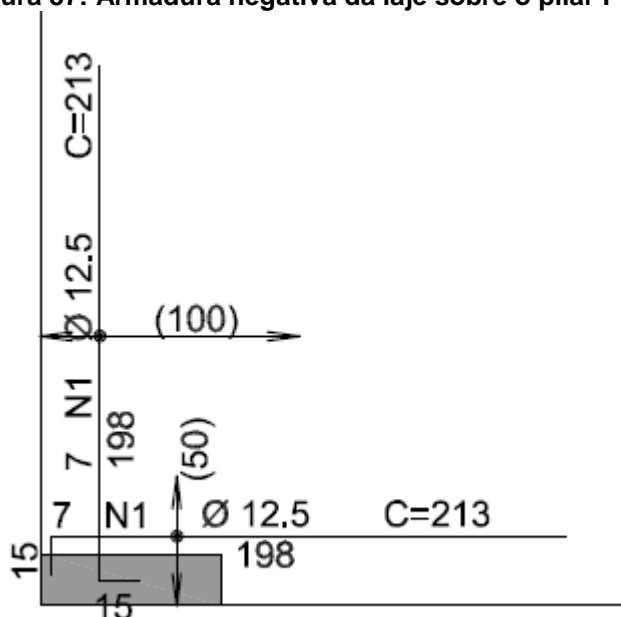
Para a direção Y:

$$A_s Y = 0,0159 \frac{\text{cm}^2}{\text{cm}} \times 117,25\text{cm} = 1,864\text{cm}^2$$

$$\rho_y^+ = \frac{A_s Y}{A_c Y} = \frac{1,864\text{cm}^2}{1846,6875\text{cm}^2} = 0,00101$$

A armadura negativa calculada para o pilar PT8 é apresentada na Figura 37:

Figura 37: Armadura negativa da laje sobre o pilar PT8



Fonte: EMPRESA A ,2017.

Todas as barras devem ser contabilizadas para o a determinação da taxa, pois elas encontram-se dentro da distância estipulada para o cálculo, apresentada na Figura 36.

Na direção X tem-se 7Ø12,5mm:

$$\rho_x^- = \frac{A_s X}{A_c X} = \frac{7 \times 1,227 \text{ cm}^2}{1059,1875 \text{ cm}^2} = 0,00811$$

Na direção Y tem-se 7Ø12,5mm:

$$\rho_y^- = \frac{A_s Y}{A_c Y} = \frac{7 \times 1,227 \text{ cm}^2}{1846,6875 \text{ cm}^2} = 0,00465$$

Somando as taxas positivas e negativas nas duas direções tem-se:

$$\rho_x = \rho_x^+ + \rho_x^- = 0,00101 + 0,00811 = 0,00912$$

$$\rho_y = \rho_y^+ + \rho_y^- = 0,00101 + 0,00465 = 0,00566$$

A taxa geométrica de armadura de flexão aderente para o pilar PT2 é dada por:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} = \sqrt{0,00912 \times 0,00566} = 0,007185$$

Então para o pilar PT8 a tensão resistente é definida por:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 0,10 \sigma_{cp}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{20/15,75} \right) (100 \times 0,007185 \times 35)^{1/3}$$

$$\tau_{Rd1} = 0,81 \text{ MPa}$$

Conforme calculado a tensão solicitante para o pilar PT8 no perímetro crítico C' é de 1,390 MPa, logo:

$$\tau_{Sd} = 1,390 \text{ MPa} \geq \tau_{Rd1}$$

Portanto para os três pilares será necessária a utilização da armadura de punção.

4.1.3.3 Verificação de elementos estruturais protendidos

No item 19.5.5 a NBR 6118/2014 determina a tensão solicitante efetiva que deve ser considerada em elementos protendidos, descontando o valor do efeito favorável dos cabos da tensão calculada, conforme a Equação 21.

$$\tau_{Sd,ef} = \tau_{Sd} - \tau_{Pd} \quad (21)$$

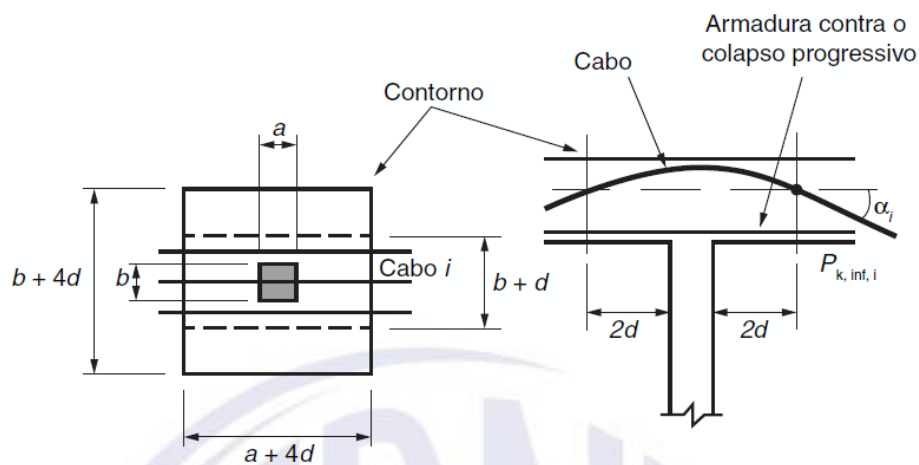
Sendo:

$$\tau_{Pd} = \frac{\sum P_{k,inf,i} \text{sen} \alpha_i}{ud} \quad (22)$$

Onde:

τ_{Pd} é a tensão devida ao efeito dos cabos de protensão inclinados que atravessam o contorno considerado e que passam a menos de $d/2$ da face do pilar, conforme Figura 38;

Figura 38: Efeito favorável dos cabos inclinados



Fonte: NBR 6118/2014

$P_{k,inf,i}$ é a força de protensão no cabo i ;

α_i é a inclinação do cabo i em relação ao plano da laje no contorno considerado;

Para a laje em estudo os valores calculados estão apresentados no Quadro 4.

Quadro 4: Cálculo do efeito favorável dos cabos de protensão

Pilar	Direção	α	$\text{sen}\alpha$	Pk (N)	Nº de cabos	u (m)	d (m)	Tpd (MPa)	TSd (MPa)	TSd,ef (MPa)	TRd (MPa)
PT1	X	3,15	0,05	122.100	2	3,7792	0,1575	0,038	1,267	1,229	0,813
	Y	1,43	0,02	120.900	3						
PT2	X	0,00	0,00	122.571	2	1,8896	0,1575	0,068	1,403	1,335	0,843
	Y	3,04	0,05	127.276	3						
PT8	X	1,87	0,03	120.164	2	0,8311	0,1575	0,060	1,390	1,330	0,810
	Y	0,00	0,00	127.276	3						

Fonte: Autoria Própria.

Como pode-se perceber a tensão solicitante efetiva continua maior que a tensão resistente, portanto ainda será necessário o cálculo da armadura de punção.

Para o cálculo da armadura de punção será utilizado o valor da tensão solicitante sem descontar o efeito dos cabos, sendo que os valores encontrados para a força normal e os momentos já levaram em consideração o efeito da protensão, pois eles são resultado da análise do programa.

4.1.4 Armadura de Punção

Para o cálculo da armadura de punção foi utilizada a equação do item 19.5.3.3 da NBR 6118/2014, indicada para o cálculo da tensão resistente na superfície crítica C' , apresentada abaixo:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,10 \left(1 + \sqrt{20/d} \right) (100\rho f_{ck})^{1/3} + 0,10\sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{S_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \text{sen}\alpha}{ud} \quad (23)$$

Sendo:

τ_{Rd3} a tensão resistente;

S_r o espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior que $0,75d$;

A_{sw} a área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C' ;

α o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

u o perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido em caso de pilares de canto ou de borda;

f_{ywd} a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior do que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60). Para lajes com espessura maior que 15 cm, esses valores podem ser aumentados conforme o item 19.4.2 da NBR 6118/2014.

Isolando a área de aço na Equação 23 tem-se:

$$(\tau_{sd} - 0,10 (1 + \sqrt{20/d}) (100\rho f_{ck})^{1/3}) \frac{ud}{1,5df_{ywd}} \leq \frac{A_{sw}}{S_r} \quad (24)$$

Segundo o item 19.4.2 da NBR 6118/2014 a resistência dos estribos pode ser considerada com os seguintes valores máximos, sendo permitida a interpolação linear:

- 250 MPa, para lajes com espessura até 15 cm;
- 435 MPa (f_{ywd}), para lajes com espessura maior que 35 cm.

A laje em estudo tem espessura de 20 cm, interpolando encontra-se o valor de 296,25 MPa para f_{ywd} .

$$\frac{435 - 250}{35 - 15} = \frac{435 - f_{ywd}}{35 - 20} \rightarrow f_{ywd} = 296,25 \text{ MPa}$$

Com os valores de f_{ywd} , ρ , T_{sd} , d , u e f_{ck} foi possível encontrar a taxa de armadura necessária, em cm^2/cm , conforme apresentado no Quadro 5.

Quadro 5: Taxa de armadura

Pilar		Taxa (cm^2/cm)
Interno	PT1	0,510
Borda	PT2	0,321
Canto	PT8	0,143

Fonte: Autoria Própria.

Segundo a NBR 6118/2014 o espaçamento entre duas linhas de armadura de punção (S_r) deve ser menor ou igual à $0,75d$ e o espaçamento entre a primeira linha de armadura e a face do pilar (S_0) deve ser menor ou igual à $0,50d$, como indicado na Figura 39.

Figura 39: Disposição da armadura de punção em corte



Fonte: NBR 6118/2014

O espaçamento máximo entre linhas de armadura é de:

$$S_r = 0,75d = 0,75 * 15,75 = 11,81\text{cm}$$

O espaçamento adotado entre linhas de armadura foi de $S_r = 10\text{ cm}$.

O espaçamento máximo entre a face do pilar e a primeira linha de armaduras é de:

$$S_0 = 0,50d = 0,50 * 15,75 = 7,875\text{cm}$$

O espaçamento adotado foi de $S_0 = 5\text{ cm}$.

No item 20.4 a NBR 6122/2014 define o diâmetro máximo que pode ser utilizado para armadura de punção como sendo $h/20$. A laje em estudo possui 20 cm de altura, o diâmetro máximo que pode ser utilizado é de 10 mm.

Com o espaçamento S_r definido, foi possível calcular a área de aço necessária para cada linha de armadura e utilizando o aço CA-50, $\varnothing 10\text{mm}$, o número de barras por linha também foi definido, conforme apresentado abaixo:

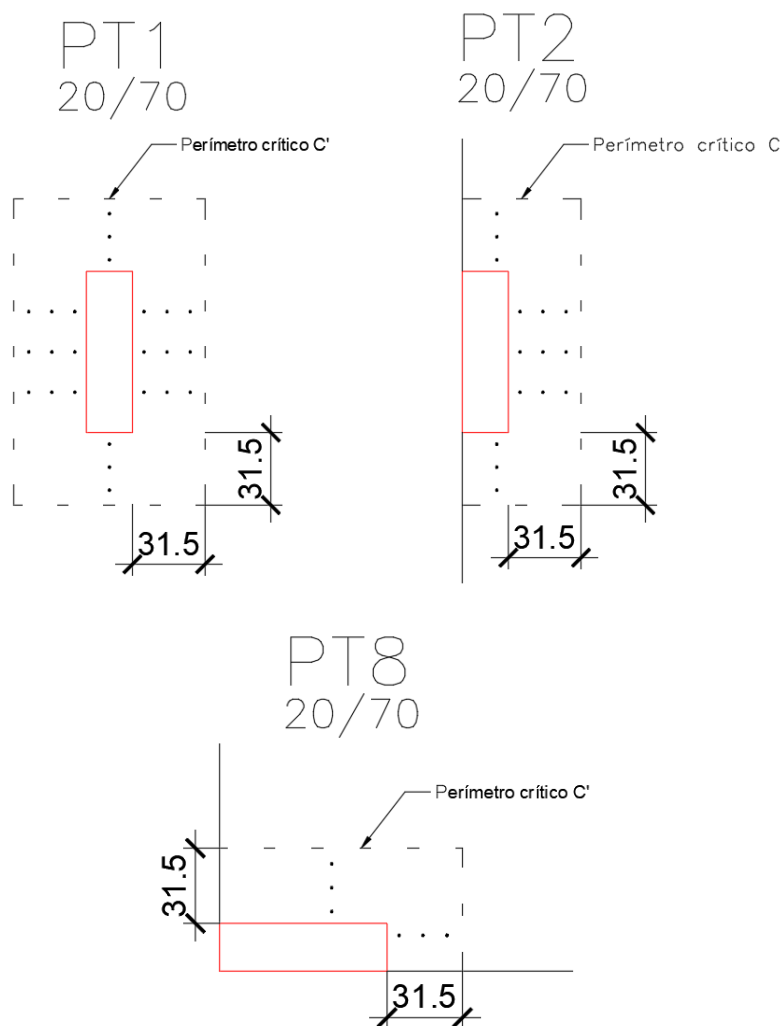
Quadro 6: Número de Barras calculado para cada pilar

		As (cm ²)	Nº de Barras
Interno	PT1	5,10	7
Borda	PT2	3,21	5
Canto	PT8	1,43	2

Fonte: Autoria Própria.

A armadura foi distribuída dentro do perímetro crítico C' , afastado $2d$ do pilar, assim foram colocadas 3 linhas de armadura para punção, que é o mínimo prescrito pela NBR 6118/2014, conforme indicado na Figura 40.

Figura 40: Distribuição das barras de aço calculadas para os três pilares



Fonte: Autoria Própria.

A distribuição das linhas de armadura pode ser radial ou em linhas paralelas e perpendiculares às faces do pilar, sendo que a norma indica a distribuição radial, porém construtivamente a segunda opção é mais adequada. As duas formas de disposição da armadura podem ser observadas na Figura 41.

4.1.5 Tensão Resistente na Superfície Crítica C' com Armadura de Punção

Como houve a necessidade da utilização de armadura para punção a verificação no contorno C' deve ser feita conforme o item 19.5.3.3 da NBR 6118/2014, que determina a tensão resistente na superfície C' em elementos ou trechos com armadura de punção. Utilizando a Equação 23 a tensão resistente foi calculada, sendo

que com a armadura utilizada todos os pilares resistiram à punção no contorno C' conforme apresentado no Quadro 7.

Quadro 7: Verificação do Contorno C' com armadura

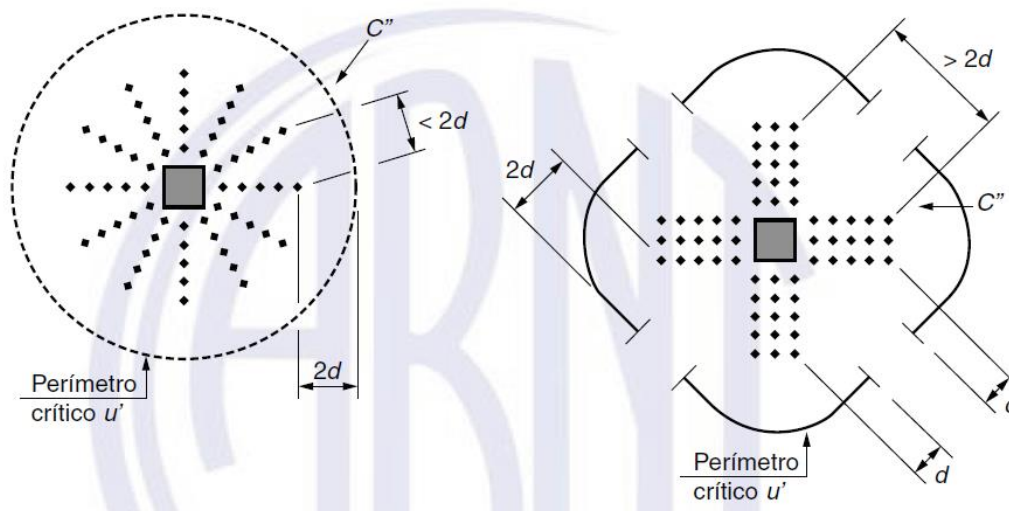
Pilar		As (cm ²)	Nº de Barras Calculadas	Nº de Barras Utilizadas	Asw (cm ²)	TRd3 (MPa)	TSd (MPa)
Interno	PT1	5,10	7	8	6,28	1,36	1,267
Borda	PT2	3,21	4	5	3,93	1,57	1,403
Canto	PT8	1,43	2	2	1,57	1,46	1,390

Fonte: Autoria Própria.

4.1.6 Verificação da Superfície Crítica C''

Segundo a NBR 6118/2014 quando for necessário utilizar armadura transversal, ela deve ser estendida em contornos paralelos a C' até que, em um contorno C'' afastado 2d do último contorno de armadura, como mostra a Figura 41, não seja mais necessário o uso da armadura, obtendo-se $T_{Sd} \leq T_{Rd1}$.

Figura 41: Disposição da armadura de punção em planta e contorno da superfície crítica C''



Fonte: NBR 6118/2014

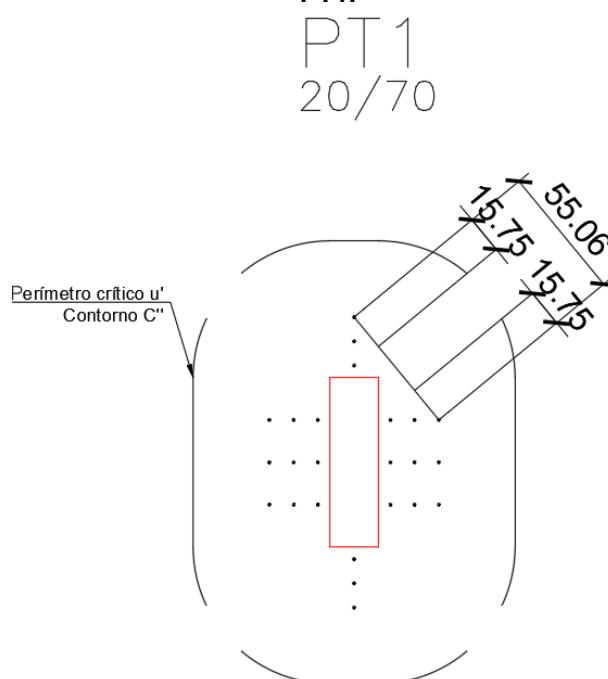
Quando a distância entre as duas últimas linhas de armadura for maior que $2d$ uma parte do perímetro deve ser desconsiderado para o cálculo da tensão solicitante, como mostra a Figura 41. Sabendo que a tensão resistente T_{Rd1} não se alterou para os pilares a tensão solicitante foi calculada para o contorno crítico C'' para cada pilar.

4.1.6.1 Pilar interno

A tensão solicitante para o contorno C'' foi calculada conforme a Equação 6 alterando os valores de u , W_{p1} e W_{p2} para u' , W'_{p1} e W'_{p2} .

O valor do perímetro crítico u' foi obtido através do programa *AutoCAD* com o comando *list*, já com os valores que precisaram ser descontados, como mostra a Figura 42:

Figura 42: Contorno crítico C'' para a distribuição inicial das armaduras transversais do pilar PT1.



Fonte: Autoria Própria.

W_{p1} e W_{p2} foram calculados conforme a Equação 25 (LIMA, 2001) sendo p a distância da face do pilar até a última linha de conectores.

$$W'_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1C_2 + 4C_2d + 16d^2 + 2\pi dC_1 + 2C_2p + 16dp + 4p^2 + \pi C_1p \quad (25)$$

Na primeira verificação a tensão solicitante continuou maior que a tensão resistente sem armadura, sendo necessário o aumento do número de linhas de armadura transversal. Os resultados são apresentados no Quadro 8.

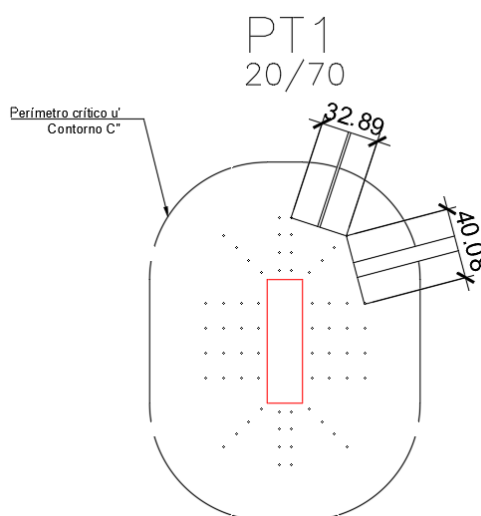
Quadro 8: Verificação do Contorno C" para o pilar PT1

Posição	Interno com momento nas duas direções	
	PT1	
Pilar	PT1	
Contorno	C"	C"
A(x) (cm)	20,00	20,00
B (y) (cm)	70,00	70,00
Fsd (KN)	602,27	602,27
Direção	Mx	My
MSd (KN.cm)	7.351,60	341,90
d (cm)	15,75	15,75
p (cm)	25,00	25,00
C1 (cm)	70,00	20,00
C2 (cm)	20,00	70,00
u' (cm)	440,02	440,02
W'p (cm ²)	38.823,11	32.777,32
C1/C2	3,50	0,29
K	0,85	0,39
TSd (MPa)	0,999	
TRd1 (MPa)	0,813	

Fonte: Autoria Própria.

Entretanto o aumento de linhas paralelas e perpendiculares não foi a melhor opção, pois devido ao desconto em distâncias maiores que $2d$ o perímetro efetivo para o cálculo não se alterava muito com o aumento das linhas. Observou-se então que a solução era a diminuição da distância entre as duas últimas linhas, que foi feita aumentando o número de barras por linha e também inserido linhas radiais, como ilustrado na Figura 43.

Figura 43: Disposição final da armadura de punção do pilar interno



Fonte: Autoria Própria

Os resultados para a nova configuração são apresentados abaixo, sendo que agora $T_{Sd} \leq T_{Rd1}$.

Quadro 9: Nova verificação do Contorno C' para o pilar PT1

Posição	Interno com momento	
	PT1	
Pilar	PT1	
Contorno	C'	C'
A(x) (cm)	20,00	20,00
B (y) (cm)	70,00	70,00
Fsd (KN)	602,27	602,27
Direção	Mx	My
MSd (KN.cm)	7.351,60	341,90
d (cm)	15,75	15,75
p (cm)	35,00	35,00
C1 (cm)	70,00	20,00
C2 (cm)	20,00	70,00
u' (cm)	557,91	557,91
W'p (cm ²)	38.823,11	32.777,32
C1/C2	3,50	0,29
K	0,85	0,39
TSd (MPa)	0,790	
TRd1 (MPa)	0,813	

Fonte: Autoria Própria.

4.1.6.2 Pilar de Borda

Para o pilar de borda, PT2 a tensão solicitante foi calculada pela Equação 8, substituindo os valores de u^* , W_{p1} e W_{p2} por u'^* , W'_{p1} e W'_{p2} . Sendo que u'^* foi medido no *AutoCAD* e W'_{p1} e W'_{p2} calculados conforme as Equações 26 e 27 (LIMA, 2001), respectivamente.

$$W'_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + 8d^2 + \pi d C_1 + C_2 p + 8dp + \frac{\pi p C_1}{2} + 2p^2 \quad (26)$$

$$W'_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C_1 C_2 + 4C_1 d + 8d^2 + \pi d C_2 + 2C_1 p + 8dp + \frac{\pi p C_2}{2} + 2p^2 \quad (27)$$

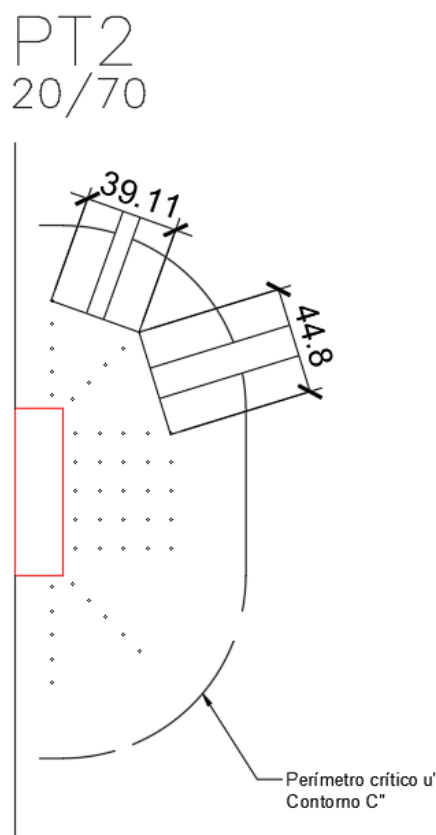
Uma nova excentricidade e^* também foi calculada, de acordo com a Equação 28 (LIMA, 2001).

$$e^* = \frac{C_1 a - a^2 + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + 8d^2 + \pi d C_1 + C_2 p + 8dp + \frac{\pi p C_1}{2} + 2p^2}{2a + C_2 + 2\pi d + \pi p} \quad (28)$$

Para o pilar de borda a linha radial já foi adicionada antes da primeira verificação, mas devido ao desconto de a no perímetro crítico próximo a borda da laje, a tensão solicitante ainda ficou maior que a tensão resistente sendo necessário adicionar linhas paralelas as faces do pilar de borda, ficando a disposição final conforme apresentado na Figura 44 e os valores apresentados no Quadro 10.

A norma não considera a região próxima à borda como efetiva na absorção das tensões, por isso calcula-se o valor de a , conforme indicado na Figura 29 e desconsidera-se esse trecho no cálculo do perímetro crítico. Essa mesma consideração serve para o posicionamento da armadura, a área de aço que será contabilizada no cálculo da resistência não deve estar posicionada nesta faixa, é aconselhável colocar armadura neste trecho, porém ela não será considerada nos cálculos.

Figura 44: Disposição final da armadura do pilar de borda PT2



Fonte: Autoria Própria.

Quadro 10: Verificação do contorno C" para o pilar de borda PT3

Posição		Borda	
Pilar		PT2	
A(x) (cm)	20,00	W'p2 (cm²)	25.801,11
B (y) (cm)	70,00	C1/C2	0,29
Fsd (KN)	335,99	K1	0,39
Mx (KN.cm)	5.930,00	C2/2C1	1,75
My (KN.cm)	3.073,40	K2	0,68
d (cm)	15,75	MSd (KN.cm)	3.073,40
p (cm)	45,00	e* (cm)	61,34
C1 (cm)	20,00	MSd* (KN.cm)	20.609,89
C2 (cm)	70,00	MSd1 (KN.cm)	0,00
a (cm)	10,00	MSd2 (KN.cm)	5.930,00
u** (cm)	288,47	TSd (MPa)	0,839
W'p1 (cm²)	20.362,82	TRd1 (MPa)	0,843

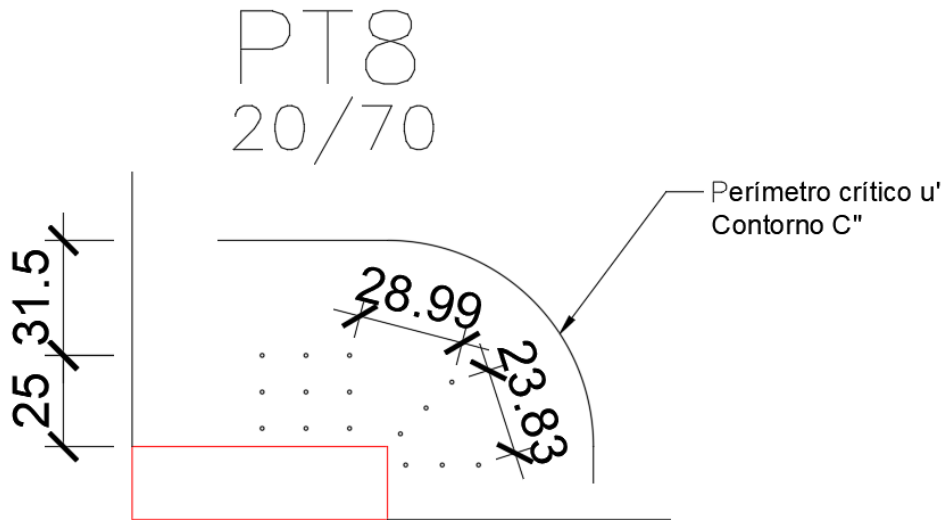
Fonte: Autoria Própria.

Analisando os resultados percebe-se que a diferença entre a tensão solicitante e a resistente foi pequena para o PT2, aumentando uma linha de armadura o valor não se alterou significativamente, pois os descontos do perímetro crítico aumentam, optando-se por deixar sem a linha extra.

4.1.6.3 Pilar de Canto

O pilar de canto resistiu com apenas três linhas de armadura paralelas às faces do pilar, porém foi necessário inserir a linha radial e também duas linhas na maior face, ficando assim sem descontos do perímetro crítico devido à distância entre as armaduras da última linha. A disposição final está apresentada na Figura 45. Novamente os trechos posicionados próximos às bordas da laje foram desconsiderados para o posicionamento da armadura.

Figura 45: Disposição da armadura de punção para pilar de canto



Fonte: Autoria Própria.

Para o cálculo da tensão solicitante a Equação 14 foi utilizada, sendo os valores de u^* e W'_{p1} foram substituídos por u'^* e W'_{p1} . Sendo que u'^* foi medido no AutoCAD e W'_{p1} calculado conforme a Equação 29 (LIMA, 2001). O valor de e'^* também foi recalculado, levando em consideração o deslocamento do perímetro, conforme Equação 30 (LIMA, 2001).

$$W'_{p1} = \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1 C_2}{2} + 2C_2 d + 4d^2 + \frac{\pi d C_1}{2} + C_2 p + 4dp + \frac{\pi p C_1}{4} + p^2 \quad (29)$$

$$e'^* = \frac{C_1 a_1 - a_1^2 + a_2 c_1 + 4a_2 d + 8d^2 + \pi d C_1 + 2a_2 p + 8dp + \frac{\pi p C_1}{2} + 2p^2}{2(a_1 + a_2 + \pi d + \frac{\pi p}{2})} \quad (30)$$

Os resultados obtidos para o pilar de canto nas duas direções são apresentados abaixo:

Quadro 11: Verificação do contorno C" para o pilar de canto PT8

Posição	Canto	
Pilar	PT8	
Direção	Mx	My
A(x) (cm)	20,00	20,00
B (y) (cm)	70,00	70,00
Fsd (KN)	181,98	181,98
Mx (KN.cm)	3.788,20	3.788,20
My (KN.cm)	1.844,30	1.844,30
d (cm)	15,75	15,75
p(cm)	25,00	25,00
C1 (cm)	20,00	70,00
C2 (cm)	70,00	20,00
a1 (cm)	10,00	23,63
a2 (cm)	23,63	10,00
u* (cm)	145,13	145,13
W'p1 (cm ²)	8.834,75	9.353,50
C1/C2	0,29	3,50
K1	0,39	0,85
MSd (KN.cm)	3.788,20	1.844,30
e* (cm)	46,58	63,42
MSd* (KN.cm)	8.477,50	11.541,59
MSd1 (KN.cm)	0,00	0,00
TSd (MPa)	0,796	0,796
TRd (MPa)	0,810	0,810

Fonte: Autoria Própria.

4.2 DIMENSIONAMENTO DE ACORDO COM *FIB MODEL CODE 2010*

Em sua última atualização o *fib Model Code 2010 – fib MC2010* passou a utilizar a Teoria da Fissura Crítica, desenvolvida por Muttoni, como modelo para o dimensionamento à punção.

Os coeficientes de majoração das forças e redução das resistências se alteram em alguns casos no *fib MC2010*, conforme apresentado na Tabela 3.

Tabela 3: Coeficientes fib Model Code 2010

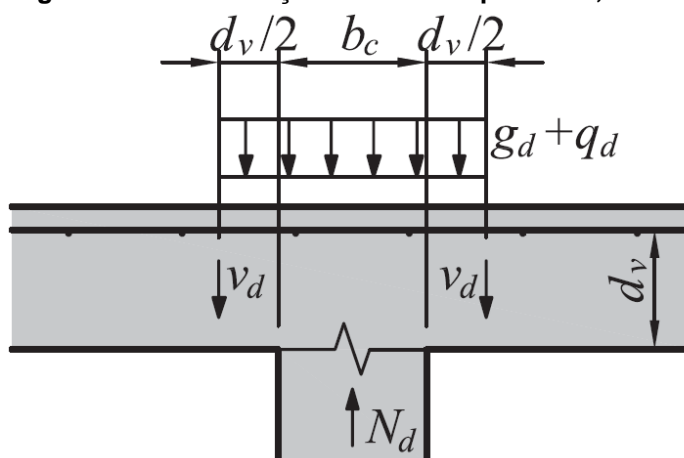
γ_c – Coeficiente de minoração do f_{ck}	1,5
γ_s – Coeficiente de minoração de f_{yk}	1,15
γ_f – Coeficiente de majoração das ações permanentes	1,35

Fonte: fib Model Code 2010.

Para determinação das forças e momentos utilizados nos cálculos o programa levou em consideração os coeficientes da NBR 6118/2014, sendo que o γ_f adotado foi de 1,40. Como as combinações de ações, cálculo dos momentos e forças resultantes foram realizadas pelo programa não foi possível alterar este valor. Mas o valor de $\gamma_c = 1,5$ adotado pelo fib MC2010 foi utilizado nos cálculos da resistência.

Segundo o fib MC2010 a força cortante solicitante de projeto em relação ao punçãoamento (V_{Ed}) é calculada como a soma das forças que atuam em um perímetro de controle básico (b_1), conforme Figura 46. Neste trabalho os resultados obtidos utilizados já são da força normal resultante (N_d) levando em consideração o valor das cargas permanentes e variáveis, por isso $N_d = V_{Ed}$.

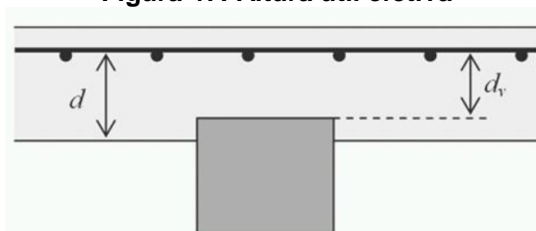
Figura 46: Consideração fib MC2010 para V_{Ed} , d_v e b_1



Fonte: Lips, Muttoni e Fernández Ruiz, 2011

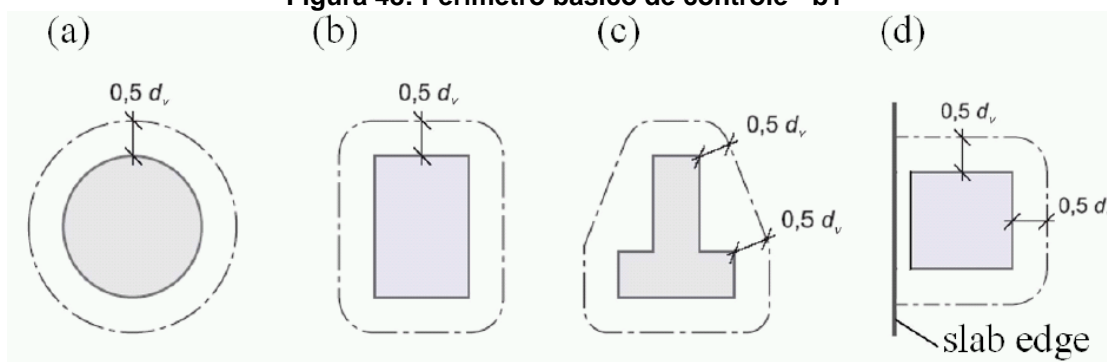
A altura útil efetiva (d_v) considerada nos cálculos para o dimensionamento da punção é a distância do centroide das armaduras de flexão até a face da área de suporte ou face do pilar, conforme Figura 47. Neste trabalho foi considerado $d = d_v$.

Figura 47: Altura útil efetiva



Fonte: fib Model Code 2010.

O perímetro de controle básico (b_1) é a região distante $0,5d_v$ da face do pilar, onde será feita a verificação da resistência da laje à punção, como ilustrado na Figura 48.

Figura 48: Perímetro básico de controle - b_1 

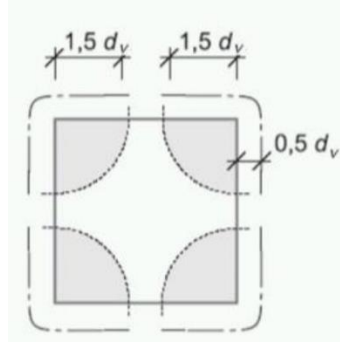
Fonte: fib Model Code 2010.

Para o cálculo da resistência ao puncionamento, o *fib* MC2010 utiliza um perímetro de controle resistente ao cisalhamento (b_0). O perímetro de controle resistente ao cisalhamento é o responsável por levar em consideração a distribuição não uniforme das tensões de cisalhamento ao longo do perímetro de controle básico (b_1).

Segundo o *fib* MC2010 a distribuição não uniforme das tensões pode resultar de:

- Concentração das tensões de cisalhamento nos cantos de grandes áreas de suporte. Este efeito é levado em consideração reduzindo o perímetro de controle básico assumindo que o comprimento de seus segmentos retos não exceda $3d_v$, conforme ilustrado na Figura 49. O perímetro de controle básico reduzido é denominado de $b_{1,red}$.

Figura 49: Redução do perímetro de controle básico devido ao tamanho da área de suporte



Fonte: fib Model Code 2010.

- Descontinuidades geométricas da laje, geradas pela presença de aberturas;
- Presença de cargas concentradas significativas próximo ao pilar;
- Transferência de momento entre a laje e o pilar. Este efeito é levado em consideração multiplicando o perímetro de controle básico reduzido pelo coeficiente de excentricidade (k_e) (Equação 31).

$$b_0 = k_e \times b_{1,red} \quad (31)$$

O coeficiente de excentricidade é calculado de acordo com a Equação 32:

$$k_e = \frac{1}{1 + e_u/b_u} \quad (32)$$

$$e_u = \left| \frac{M_d}{V_{Ed}} - \Delta e \right| \quad (33)$$

$$b_u = \sqrt{\frac{4A_c}{\pi}} \quad (34)$$

Onde:

e_u é a excentricidade da resultante das forças de cisalhamento em relação ao centroide do perímetro básico de controle;

b_u é o diâmetro de um círculo de área igual a área interna da região delimitada pelo perímetro de controle;

A_c é a área interna da região delimitada pelo perímetro de controle;

Δe é a distância entre o centroide do perímetro básico de controle e o centroide do pilar.

A resistência à punção (V_{Rd}) é calculada através da Equação 35.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \geq V_{Ed} \quad (35)$$

Onde:

$V_{Rd,c}$ é a parcela de resistência do concreto e;

$V_{Rd,s}$ é a parcela de resistência do aço, quando necessária a armadura de punção.

4.2.1 Resistência do Concreto

A resistência do concreto é calculada de acordo com a Equação 36:

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 d_v \quad (36)$$

Onde:

k_{ψ} é um coeficiente que depende da rotação da laje, calculado conforme a Equação 38;

f_{ck} é a resistência do concreto em MPa;

M_d é o momento resultante, calculado de acordo com a Equação 37:

$$M_d = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad (37)$$

$$k_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9k_{dg}\Psi d} \leq 0,6 \quad (38)$$

Onde:

Ψ é a rotação da laje, calculada de acordo com o nível de precisão do projeto;

d é a altura útil em mm;

k_{dg} é um fator que depende do tamanho máximo do agregado (d_g), calculado de acordo com a Equação 39, caso a dimensão máxima seja maior que 16 mm o valor de $k_{dg} = 1$ pode ser adotado.

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad (39)$$

O *fib* MC2010 considera diferentes níveis de aproximação para calcular a rotação da laje, que se diferenciam pelo nível de complexidade da análise e pelo grau de precisão dos resultados.

O nível I é recomendado para lajes planas regulares, projetadas de acordo com uma análise elástica sem redistribuição significativa de forças internas. O nível II é utilizado nos casos em que há redistribuição significativa do momento de flexão.

Nos casos onde se tem lajes lisas irregulares ou quando a razão entre os vãos (L_x/L_y) não estiver entre 0,5 e 2,0 o *fib* MC2010 recomenda a utilização do nível de aproximação III.

O nível de aproximação IV é utilizado quando se tem uma análise não-linear da estrutura, considerando a fissuração e o escoamento da armadura e outros parâmetros não-lineares relevantes para uma verificação precisa.

Neste trabalho o nível de aproximação adotado foi o nível II, com a rotação calculada através da Equação 40:

$$\psi = 1,5 \frac{r_s f_{yd}}{d E_s} \left(\frac{m_{sd}}{m_{rd}} \right)^{1,5} \quad (40)$$

Onde:

r_s é a distância do centro do pilar até onde o momento fletor é nulo e pode ser estimado como sendo $0,22L_x$ ou $0,22L_y$ em lajes regulares em que a razão dos vãos está entre 0,5 e 2,0;

E_s é o módulo de elasticidade da armadura longitudinal tracionada (MPa);

m_{sd} é o momento solicitante médio de cálculo por unidade de comprimento (kN.mm/mm);

m_{rd} é o momento resistente de cálculo por unidade de comprimento (kN.mm/mm), calculado de acordo com a Equação 41:

$$m_{rd} = \rho d^2 f_{yd} \left(1 - \frac{\rho f_{yd}}{2f_{cd}} \right) \quad (41)$$

Sendo ρ a taxa de armadura de flexão e f_{cd} a resistência de cálculo do concreto.

O cálculo da taxa de armadura de flexão foi realizado de acordo com Lips, Muttoni e Ruiz (2011), sendo considerado a área de aço de uma barra e área de concreto o espaçamento entre as barras multiplicado pela altura útil da laje.

Para lajes protendidas o *fib* MC2010 considera um momento médio de descompressão por metro (m_{pd}) no cálculo da rotação, conforme indicado na Equação 42.

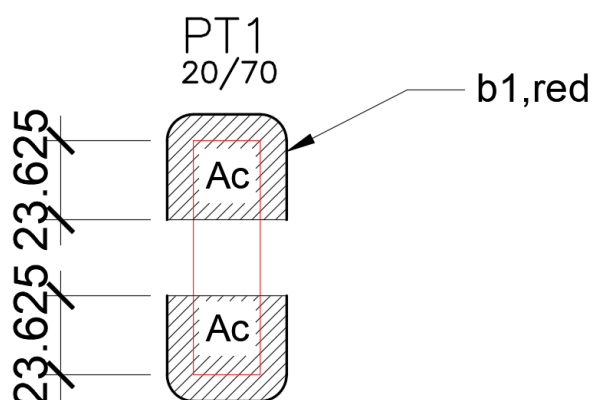
$$\psi = 1,5 \frac{r_s f_{yd}}{d E_s} \left(\frac{m_{sd} - m_{pd}}{m_{rd} - m_{pd}} \right)^{1,5} \quad (42)$$

Porém o código não demonstra como o cálculo deste momento deve ser feito, por isso não foi possível considerar o efeito da protensão nos cálculos.

4.2.1.1 Pilar interno

Para a determinação do perímetro crítico b_1 , apresentado na Figura 50, foi levado em consideração o fator da concentração de tensões nos cantos do pilar e como o pilar possui a maior dimensão de 70 cm e sabendo que $3d_v = 47,25$ cm, o perímetro de controle básico foi reduzido.

Figura 50: Perímetro de controle reduzido para o pilar interno



Fonte: Autoria Própria

Como acontece a transferência de momento entre a laje e o pilar, o coeficiente de excentricidade (k_e) foi calculado e o perímetro de controle reduzido, multiplicado por este coeficiente. A área de concreto considerada no cálculo está indicada na Figura 50.

Para pilares internos o momento solicitante médio por unidade de comprimento em cada direção é dado pela Equação 43 e deve ser calculado para as direções x e y.

$$m_{sd,i} = V_{Ed} + \left| \frac{M_{d,i} - V_{Ed} \Delta e_i}{2b_s} \right| \quad (43)$$

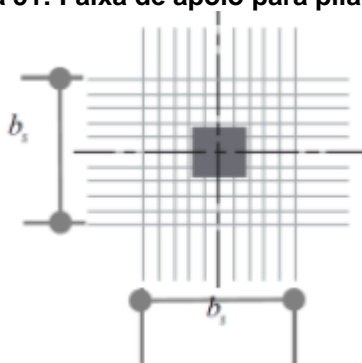
Onde:

$M_{d,i}$ é o momento de cálculo agindo na direção analisada;

b_s é a largura da faixa de apoio, calculada de acordo com a Equação 44 e ilustrado na Figura 51.

$$b_s = 1,5 \sqrt{r_{s,x} \times r_{s,y}} \quad (44)$$

Figura 51: Faixa de apoio para pilar interno.



Fonte: fib MC2010.

Para o pilar interno PT1 a razão entre os vãos são de aproximadamente 1,72, o que permite admitir r_{sx} e r_{sy} como 0,22L.

Os resultados encontrados para o pilar PT1 são apresentados no Quadro 12.

Quadro 12: Determinação da resistência do concreto para o pilar interno

Pilar		PT1	
Posição		Interno	
A(x) (cm)	20,00	mr _{dx} (KNm/m)	82,60
B (y) (cm)	70,00	py = taxa	0,017
Fsd (KN)	602,27	mr _{dy} (KNm/m)	151,30
MS _{dx} (KN.m)	73,52	Ac (m ²)	0,22
MS _{dy} (KN.m)	3,42	bu (cm)	52,91
MS _d (KN.m)	73,60	eu (cm)	12,22
d (cm)	15,75	ke	0,81
b1 (cm)	229,48	b0 (cm)	149,46
b1 red (cm)	183,98	bs (m)	2,10
kdg	0,75	ms _{dx} (KN.m/m)	92,77
Lx (m)	6,51	ms _{dy} (KN.m/m)	76,10
rs,x (m)	1,43	Ψ _x	0,03361
Ly (m)	6,23	Ψ _y	0,01007
rs,y (m)	1,37	KΨ	0,20
px = taxa	0,008	V _{rdc} (KN)	182,99

Fonte: Autoria Própria.

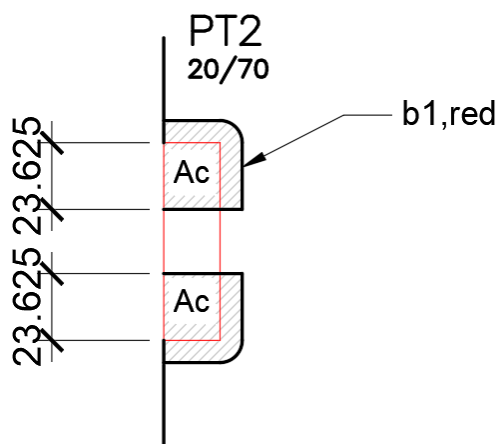
$$V_{Rdc} = 182,99kN \leq V_{Ed} = 602,27 kN$$

Para o pilar PT1 apenas a resistência do concreto não foi suficiente, sendo necessário o cálculo de armadura transversal para resistir ao esforço de punção.

4.2.1.2 Pilar de Borda

No pilar de borda o fator da concentração de tensões nos cantos e o fator referente à transferência de momentos entre a laje e o pilar também foram levados em consideração, sendo o perímetro de controle básico reduzido e área de concreto utilizada nos cálculos ilustrados na Figura 52.

Figura 52: Perímetro básico reduzido para o pilar de borda PT2



Fonte: Autoria Própria.

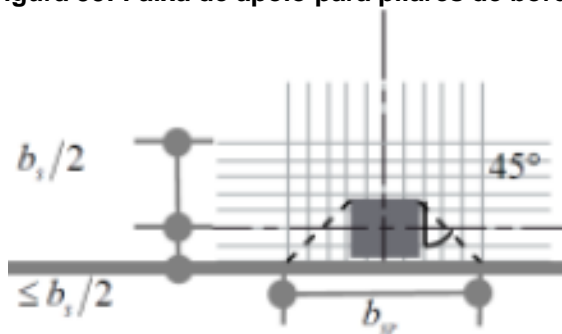
Para pilares de borda o momento solicitante médio por unidade de comprimento em cada direção é dado pelas Equações 45 e 46, sendo que quando a direção perpendicular à borda (direção x) deve-se utilizar a Equação 45 e quando a direção paralela à borda está sendo considerada (direção y) deve-se utilizar a Equação 46.

$$m_{sdx} = V_{Ed} + \left| \frac{M_{d,x} - V_{Ed}\Delta e_x}{b_s} \right| \quad (45)$$

$$m_{sdy} = V_{Ed} + \left| \frac{M_{d,y} - V_{Ed}\Delta e_y}{2b_s} \right| \geq \frac{V_{Ed}}{4} \quad (46)$$

A largura da faixa de apoio considerada deve ser o menor valor encontrado entre o calculado pela Equação 44 e o ilustrado na Figura 53.

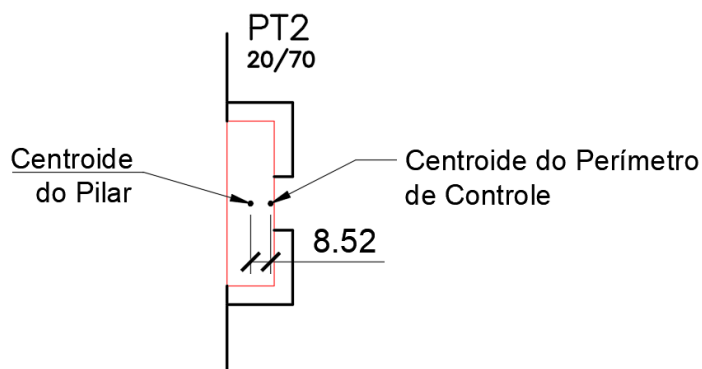
Figura 53: Faixa de apoio para pilares de borda.



Fonte: *fib* MC2010

Segundo *fib* MC2010, para o cálculo de Δe o centroide do perímetro de controle pode ser calculado considerando sua forma com linhas retas. Seguindo essa consideração a excentricidade foi calculada de acordo com a Figura 54.

Figura 54: Excentricidade para o pilar de borda



Fonte: Autoria Própria.

Os resultados obtidos para o pilar de borda PT2 são apresentados no Quadro 13.

Quadro 13: Determinação da resistência do concreto para o pilar de borda

Pilar		PT2	
Posição		Borda	
A(x) (cm)	20,00	bu (cm)	46,93
B (y) (cm)	70,00	Δex (cm)	8,52
Fsd (KN)	335,99	Δey (cm)	-
MSdx (KN.m)	59,30	Δe (cm)	8,52
MSdy (KN.m)	30,73	eu (cm)	8,33
MSd (KN.m)	66,79	ke	0,85
d (cm)	15,75	b0 (cm)	95,11
b1 (cm)	134,74	bs (m)	2,09
b1 red (cm)	111,99	bsx (m)	1,10
kdg	0,75	bsy (m)	1,14
rs,x (m)	1,37	msdx (KN.m/m)	69,87
rs,y (m)	1,41	msdy (KN.m/m)	55,45
px = taxa	0,01	Ved/4	84,00
mr dx (KNm/m)	87,14	Ψ_x	0,02
py = taxa	0,02	Ψ_y	0,01
mr dy (KNm/m)	151,30	K Ψ	0,28
Ac (m ²)	0,17	Vrdc	166,15

Fonte: Autoria Própria.

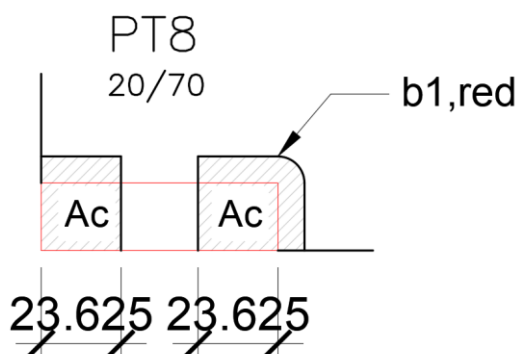
Novamente apenas a resistência do concreto não foi suficiente, sendo necessário o cálculo de armadura transversal para resistir ao esforço de punção para o pilar PT2.

$$V_{Rdc} = 166,15 \text{ kN} \leq V_{Ed} = 335,99 \text{ kN}$$

4.2.1.3 Pilar de Canto

Para o pilar de canto, novamente os fatores de redução do perímetro crítico foram levados em consideração, sendo o perímetro de controle básico reduzido e área de concreto utilizada nos cálculos ilustrados na Figura 55.

Figura 55: Perímetro de controle reduzido e área de concreto para o pilar de canto

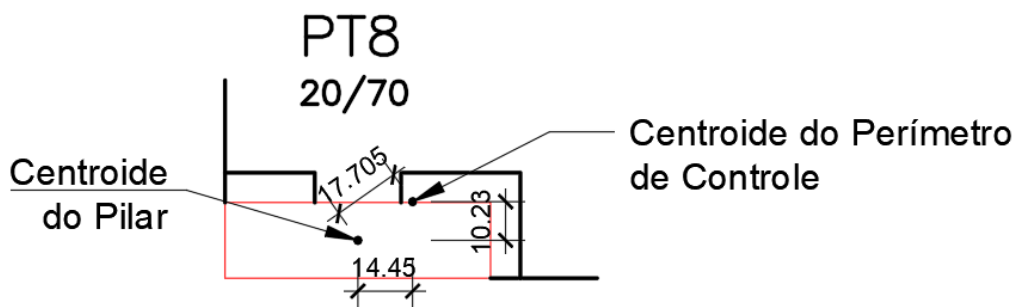


Fonte: Autoria Própria.

O momento solicitante médio por unidade de comprimento em cada direção, para pilares de canto, é dado pela Equação 47 e as excentricidades ilustradas na Figura 56.

$$m_{sd,i} = V_{Ed} + \left| \frac{M_{d,i} - V_{Ed} \Delta e_i}{b_s} \right| \geq \frac{V_{Ed}}{2} \quad (47)$$

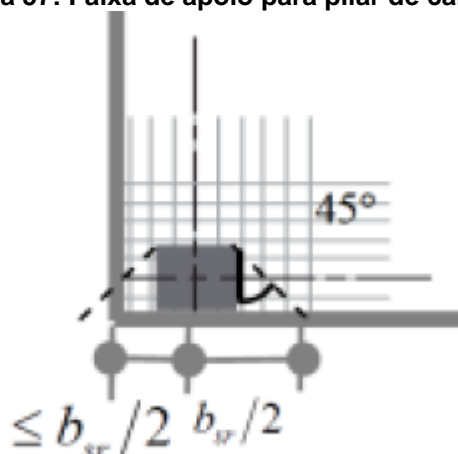
Figura 56: Excentricidades do pilar de canto



Fonte: Autoria Própria.

A faixa de apoio para o pilar de canto deve ser considerada conforme a Figura 57 ou a Equação 44, adotando-se o menor valor.

Figura 57: Faixa de apoio para pilar de canto.



Fonte: fib MC2010

Os resultados obtidos para o pilar de canto PT8 são apresentadas abaixo:

Quadro 14: Determinação da resistência do concreto para o pilar de canto

Pilar		PT8	
Posição		Canto	
A(x) (cm)	70,00	bu (cm)	44,04
B (y) (cm)	20,00	Δex (cm)	14,45
Fsd (KN)	181,98	Δey (cm)	10,23
MSdx (KN.m)	37,88	Δe (cm)	17,70
MSdy (KN.m)	18,44	eu (cm)	17,47
MSd (KN.m)	42,13	ke	0,72
d (cm)	15,75	b0 (cm)	57,01
b1 (cm)	102,37	bs (m)	2,35
b1 red (cm)	79,62	bsx (m)	0,90
kdg	0,75	bsy (m)	0,90
rs,x (m)	1,37	msdx (KN.m/m)	35,63
rs,y (m)	1,80	msdy (KN.m/m)	22,93
px = taxa	0,017	Ved/2	90,99
mr dx (KNm/m)	151,30	Ψx	0,01
py = taxa	0,007	Ψy	0,04
mr dy (KNm/m)	69,33	K Ψ	0,17
Ac (m ²)	0,15	Vrdc	60,92

Fonte: Autoria Própria.

O cálculo da armadura transversal também será realizado para o pilar de canto PT8, pois apenas a resistência do concreto não foi suficiente.

$$V_{Rdc} = 60,92 \text{ kN} \leq V_{Ed} = 181,98 \text{ kN}$$

4.2.2 Armadura de Punção

A resistência fornecida pela armadura é calculada de acordo com a Equação 48:

$$V_{Rd,s} = \Sigma A_{sw} k_e \sigma_{swd} \quad (48)$$

$$\sigma_{swd} = \frac{E_s \Psi}{6} \left(1 + \frac{f_{bd}}{f_{ywd}} \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{ywd} \quad (49)$$

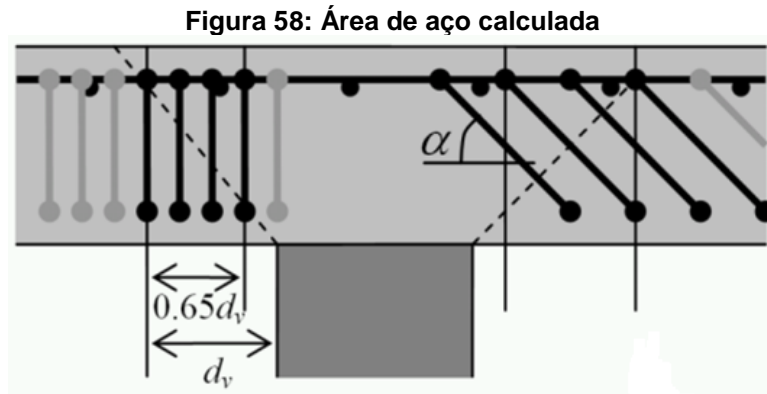
Onde:

A_{sw} é a área de aço posicionada dentro da zona limitada por $0,35d_v$ e d_v a partir da borda do pilar, conforme Figura 58;

f_{bd} é a resistência de aderência do aço, para barras corrugadas esse valor pode ser adotado como 3 MPa;

ϕ_w é o diâmetro da armadura transversal;

σ_{swd} é a tensão ativada na armadura de cisalhamento, calculada de acordo com a Equação 49 e não pode ser maior que a tensão de escoamento do aço.



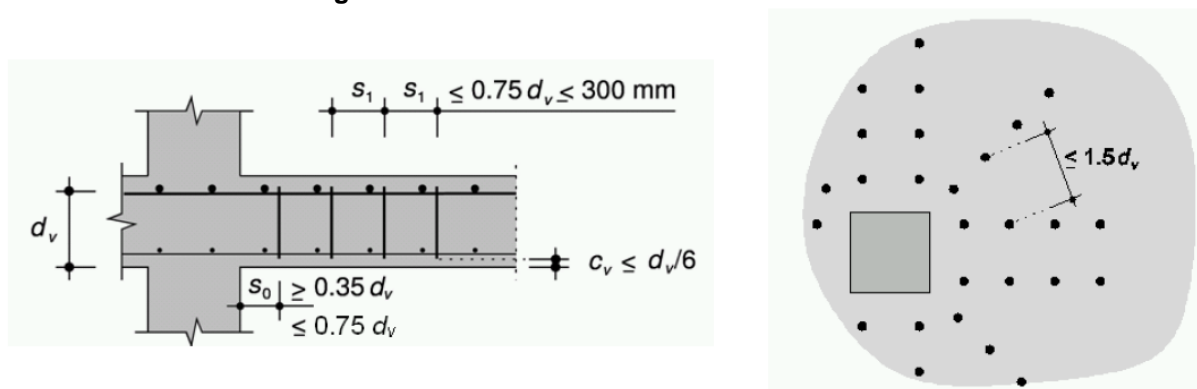
Fonte: *fib* MC2010

Área de aço mínima adotada pelo *fib* MC2010 é de:

$$\Sigma A_{sw} k_e \sigma_{swd} \geq 0,5V_{Ed} \quad (50)$$

Os espaçamentos mínimos e máximos são mostrados na Figura 59. Sendo que entre a distância entre a primeira linha de armadura e a face do pilar (S_0) deve estar entre $0,35d_v$ e $0,75d_v$ e entre linhas de armadura (S_1) o valor máximo é limitado por $0,75d_v$ ou 300 mm. O *fib* MC2010 também limita a distância radial entre as armaduras da segunda linha em $1,5d_v$.

Figura 59: Detalhamento armadura transversal



Fonte: fib MC2010.

O diâmetro máximo da armadura transversal não pode ultrapassar os valores indicados na Tabela 4 sendo que para a laje em estudo $\phi_w = 10 \text{ mm}$ continuará sendo utilizado.

Tabela 4: Diâmetros máximos para a armadura transversal

d_v [mm]	$\phi_{v,max}$ [mm]
< 160	-
160-180	14
181-220	16
221-260	18
261-340	20
341-600	25
> 600	30

Fonte: fib MC2010.

4.2.2.1 Pilar Interno

Para o cálculo da armadura o termo A_{sw} foi isolado na Equação 48 e a resistência do aço substituída por: $V_{Ed} - V_{Rd,c}$, sendo calculada pela Equação 51. A área de aço mínima também foi definida isolando-se o termo $A_{sw,min}$ e foi calculada conforme a Equação 52.

$$A_{sw} \geq \frac{V_{Ed} - V_{Rd,c}}{k_e \sigma_{swd}} \quad (51)$$

$$A_{sw,min} \geq \frac{0,5V_{Ed}}{k_e \sigma_{swd}} \quad (52)$$

O espaçamento seguiu o seguinte detalhamento, com $S_0 = 6 \text{ cm}$ e $S_1 = 10 \text{ cm}$ que satisfazem o *fib* MC2010 como demonstrado abaixo:

$$0,35 \times 15,75 = 5,51 \text{ cm} \leq S_0 = 6 \text{ cm} \leq 0,75 \times 15,75 = 11,81 \text{ cm}$$

$$S_1 = 10 \text{ cm} \leq 0,75 \times 15,75 = 11,81 \text{ cm} \leq 30 \text{ cm}$$

De acordo com esse espaçamento a área de aço A_{sw} será posicionada na primeira linha de armadura.

Os valores encontrados para o pilar interno são apresentados no Quadro 15.

Quadro 15: Armadura calculada para o pilar interno

σ_{swd} (MPa)	434,78
A_{sw} (cm²)	11,87
$A_{sw \text{ min}}$ (cm²)	8,53
Nº Barras	16
Nº mín Barras	11

Fonte: Aatoria Própria.

4.2.2.2 Pilar de Borda

Seguindo o mesmo espaçamento e a mesma formulação do pilar interno, a área de aço para pilar de borda PT2 foi calculada e está apresentada abaixo:

Quadro 16: Armadura calculada para o pilar de borda

σ_{swd} (MPa)	434,78
A_{sw} (cm²)	4,60
$A_{sw \text{ min}}$ (cm²)	4,55
Nº Barras	6
Nº mín Barras	6

Fonte: Aatoria Própria.

4.2.2.3 Pilar de Canto

Analogamente ao pilar interno o pilar de canto foi calculado e os resultados apresentados abaixo:

Quadro 17: Armadura calculada para o pilar de canto

σ_{swd} (MPa)	434,78
A_{sw} (cm²)	3,89
A_{sw min} (cm²)	2,92
Nº Barras	5
Nº mín Barras	4

Fonte: Autoria Própria.

4.2.3 Resistência Máxima

O *fib* MC2010 limita a resistência da laje à punção, independentemente se a mesma está armada ou não para tal esforço, essa limitação se dá pelo esmagamento das bielas comprimidas de concreto na área de apoio e é definida através da Equação 53:

$$V_{Rd,máx} = k_{sys} k_{\psi} \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 d_v \leq \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 d_v \quad (53)$$

Onde:

k_{sys} é o coeficiente que representa o desempenho à punção para sistemas de controle de fissuração por cisalhamento e para confinar adequadamente as bielas de compressão no intradorso da laje (OLIVEIRA, 2015). Se a armadura for detalhada conforme as prescrições do *fib* MC2010 esse valor pode ser considerado igual a 2.

Se regras de detalhamento mais restritivas forem adotadas e se a colocação da armadura transversal for verificada no canteiro de obras o valor de k_{sys} pode aumentar para 2,4 ou 2,8, para estribos ou pinos, respectivamente.

Para este trabalho o valor de $k_{sys} = 2$ foi adotado, ficando com as resistências máximas para cada pilar indicadas no Quadro 18.

Quadro 18: Resistência máxima de cada pilar

Posição	Pilar	V_{Rd, máx} (kN)	V_{Ed} (kN)
Interno	PT1	365,99	602,27
Borda	PT2	332,29	335,99
Canto	PT8	121,84	181,98

Fonte: Autoria Própria.

De acordo com esses resultados nenhum dos pilares resistirá ao esmagamento das bielas comprimidas, sendo necessário aumentar outros fatores como a resistência do concreto, as dimensões da laje, as dimensões do pilar, etc.

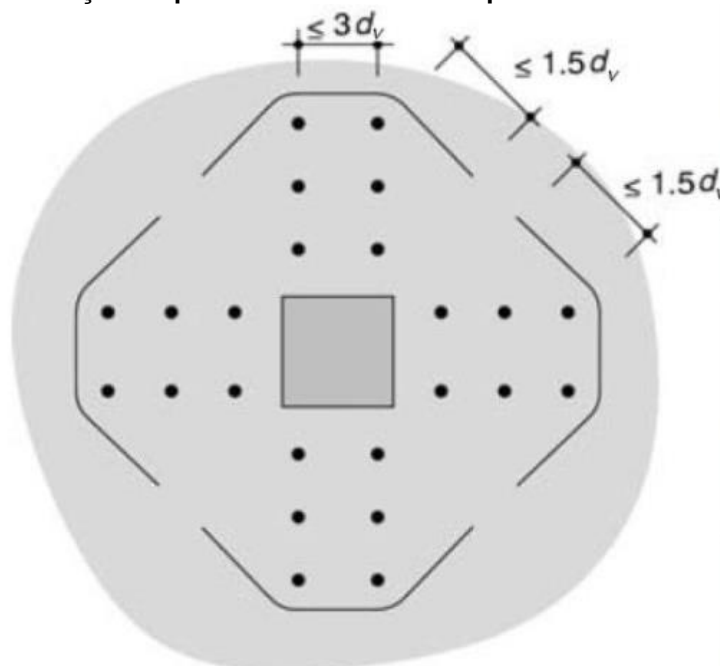
Optou-se por aumentar a altura da laje e conseqüente sua altura útil. Para fins de dimensionamento teórico à punção, neste trabalho os esforços e a armadura de flexão não foram recalculados.

Com a altura da laje de 23 cm e $d_v = 18,75$ cm todos os pilares resistem ao esmagamento da biela comprimida.

4.2.4 Resistência à punção fora da zona armada

Para determinar quantas linhas de armadura são necessárias é preciso realizar a verificação da resistência da laje em um perímetro de controle afastado $0,5d_v$ da última linha de armação, sendo o perímetro considerado conforme a Figura 60.

Figura 60: Delimitação do perímetro de controle depois da última linha de armadura



Fonte: fib MC2010

Nenhum dos pilares passou na verificação com os parâmetros utilizados inicialmente, por isso a disposição final da armadura e a verificação da resistência depois da última linha de armadura não foi realizada.

5 CONCLUSÃO

Após o dimensionamento dos três pilares mais solicitados em cada posição algumas diferenças foram percebidas e serão discutidas na sequência, bem como uma análise dos resultados obtidos por cada método normativo.

Antes do dimensionamento à punção a primeira diferença evidenciada entre as normas são os coeficientes de majoração das cargas e minoração das resistências. O *fib* MC2010 possui coeficientes menores para a majoração das cargas ($\gamma_f = 1,35$, NBR 6118/2014 $\gamma_f = 1,40$) e maiores para a minoração da resistência ($\gamma_c = 1,5$, NBR 6118/2014 $\gamma_c = 1,4$). Como não foram recalculadas as reações com os coeficientes utilizados pelo *fib* MC2010, não foi possível analisar o impacto no resultado final dessa diferença.

No dimensionamento à punção a principal diferença entre a NBR 6118/2014 e o *fib* MC2010 é o modelo de cálculo utilizado como base, enquanto a primeira se baseia no método da superfície de controle o *fib* MC2010 utiliza a teoria da fissura crítica para formular suas equações.

Isso é a base para outras diferenças observadas, pois no método utilizado pela NBR 6118/2014 calcula-se uma tensão uniforme solicitante em uma superfície de controle e compara-se com a tensão resistente do concreto e no método utilizado pelo *fib* MC2010 a resistência do concreto está associada a rotação da laje e é calculada e comparada com a força cortante solicitante.

Os perímetros de controle utilizados para as verificações são apresentados no Quadro 19:

Quadro 19: Comparativo dos perímetros de controle

Pilar	Posição	NBR 6118/2014				fib MC2010			
		u (cm)	u* (cm)	u*/u	Redução (%)	b1 (cm)	b0 (cm)	b0/b1	Redução (%)
PT1	Interno	377,92	377,92	1,00	0%	229,48	149,46	0,65	35%
PT2	Borda	208,96	188,96	0,90	10%	134,74	95,11	0,71	29%
PT8	Canto	139,48	83,11	0,60	40%	102,37	57,01	0,56	44%
		Afastamento da face do pilar (cm)		2d		Afastamento da face do pilar (cm)		0,5d	
				31,500				7,875	

Fonte: Autoria Própria

Essa grande diferença se deu por alguns fatores. O primeiro deles e bem significativo é a distância do perímetro até a face do pilar, enquanto que a NBR

6118/2014 considera o perímetro a ser analisado a uma distância de $2d$ da face do pilar o *fib* MC2010 considera essa distância de $0,5d$.

O *fib* MC2010 considera alguns coeficientes de redução do perímetro, para levar em consideração fatores que influenciam a punção, como a transferência de momentos entre laje e pilar e pilares muito alongados, e como pode-se analisar no Quadro 19 a redução do perímetro variou de 29% a 44%, conforme a posição do pilar.

A NBR 6118/2014 reduz o perímetro de controle para pilares de borda e de canto apenas, isso se deve pela desconsideração do trecho próximo a borda da laje na absorção de tensões. A redução está relacionada com a dimensão do pilar próxima a borda e como pode-se analisar no Quadro 19 ela varia de 10% a 40% de acordo com a posição do pilar, sendo ele de borda ou de canto. Pilares internos não sofrem redução no perímetro de controle, independente do seu tamanho.

Para a verificação após a colocação da armadura de punção, ambas as normas utilizam a redução do perímetro analisado. Sendo que o *fib* MC2010 considera um perímetro maior que a NBR 6118/2014 para esta verificação, ele desconsidera distâncias maiores que $3d$ e a NBR 6118/2014 já desconsidera distâncias maiores que $2d$.

Para o cálculo da resistência da laje em relação à punção sem armadura de cisalhamento as duas normas levam em consideração o f_{ck} do concreto, altura útil da laje e taxa de armadura de flexão. Elas se diferenciam devido ao fator (k_{ψ}) incorporado no *fib* MC2010 que leva em consideração a rotação da laje (Ψ) e devido ao método de cálculo da taxa de armadura.

Para o cálculo de k_{ψ} o *fib* MC2010 considera um fator (k_{dg}) que leva em consideração o tamanho máximo do agregado utilizado, pois estudos indicam que esse tamanho pode influenciar na resistência final da laje à punção, fator esse que não é levado em consideração pela NBR 6118/2014.

A norma brasileira considera uma largura fixa para o cálculo da taxa de armadura de flexão, definida como $3d$ de cada lado do pilar mais o seu tamanho, mas as barras de aço negativas não são distribuídas por toda essa largura, sendo considerada no cálculo uma área de concreto sem armadura negativa. Por outro lado, o *fib* MC2010 não possui essa especificação, sendo considerada a taxa de uma barra, o que gera uma taxa maior, pois não são consideradas áreas sem barras de aço. Essa diferença pode ser analisada no Quadro 20.

Quadro 20: Comparativo da taxa de armadura calculada.

Pilar	Posição	NBR 6118/2014		fib MC2010	
		px	py	px	py
PT1	Interno	0,00622	0,00849	0,00830	0,01659
PT2	Borda	0,00717	0,00912	0,00880	0,01659
PT8	Canto	0,00912	0,00566	0,01659	0,00687

Fonte: Autoria Própria.

Para o cálculo da área de aço a principal diferença é qual área de aço é considerada. A norma brasileira calcula a área que será posicionada em uma linha de conectores e essa área é reproduzida nas demais linhas que serão necessárias.

O *fib* MC2010 calcula a área que estará dentro do cone de punção, independente de quantas linhas forem, o posicionamento dos conectores pode ser feito como o projetista achar melhor, desde que sigam os espaçamentos dispostos no código.

Devido ao espaçamento adotado, neste trabalho, a área calculada pelo *fib* MC2010 também foi posicionada na primeira linha de conectores. Os resultados são apresentados no Quadro 21.

Quadro 21: Comparativo da área de aço calculada

Pilar	Posição	NBR 6118/2014		fib MC2010		ADAPT	
		Asw (cm ²)	Nº de Barras	Asw (cm ²)	Nº de Barras	Asw (cm ²)	Nº de Barras
PT1	Interno	5,10	7	11,87	16	8,64	11
PT2	Borda	3,21	5	4,60	6	5,50	7
PT8	Canto	1,43	2	3,89	5	3,93	5

Fonte: Autoria Própria.

Analisando as áreas de aço pode-se perceber que para o pilar interno o resultado *fib* MC2010 foi o mais alto, já para o pilar de borda e de canto o software ADAPT deu um maior número de área de aço, sendo que o resultado obtido para a norma brasileira foi o menor entre todos. O resultado obtido pela NBR 6118/2014 é menor do que a quantidade mínima calculada pelo *fib* MC2010, isso nos mostra que o código europeu possui um coeficiente de segurança maior em relação à ductilidade da ligação.

O detalhamento das armaduras de punção é semelhante entre as duas normas, a diferença mais evidente é o espaçamento entre a face do pilar e a primeira linha de armaduras que resistirão a punção. A NBR 6118/2014 não impõe um valor mínimo, somente um valor máximo de $0,50d$, enquanto que o *fib* MC2010 limita esse espaçamento entre $0,35d$ e $0,75d$. Outra diferença no detalhamento é o espaçamento entre os conectores da segunda linha de armadura, que o *fib* MC2010 especifica um máximo de $1,5d$, já a norma brasileira não limita esse valor.

Quando o concreto não suporta o esforço de punção coloca-se armadura para aumentar a resistência da ligação, porém a falha pode acontecer na biela comprimida, por isso essa verificação também precisa ser feita. Na NBR 6118/2014 a verificação é feita através do contorno C, enquanto que no *fib* MC2010 é utilizado o coeficiente k_{sys} para estimar a resistência máxima da ligação. Pela norma brasileira todos os pilares passaram nessa verificação, já pelo código europeu nenhum passou, sendo necessário aumentar a altura da laje. Novamente o *fib* MC2010 teve um maior coeficiente de segurança que a NBR 6118/2014.

Como a laje em estudo é protendida, os itens que levam em consideração o efeito favorável da protensão também foram analisados. Sendo que na norma brasileira os procedimentos para tal consideração são mais claros que no *fib* MC2010. A NBR 6118/2014 considera uma diminuição da tensão solicitante e um aumento da tensão resistente devido à protensão, enquanto que o *fib* MC2010 se restringe apenas ao aumento da tensão resistente, através da diminuição de um momento de descompressão médio do momento solicitante, sendo que não é especificado no código os métodos de cálculo desse momento.

No caso de a ligação resistir sem a adição de armadura para punção ambas as normas especificam uma armadura mínima contra o colapso progressivo colocada na parte inferior da laje, que pode ser substituída pela armadura de flexão, caso ela atenda aos requisitos e esteja devidamente ancorada.

Analisando o dimensionamento geral dos pilares em relação à punção percebe-se que o modelo de cálculo utilizado pelo *fib* MC2010 retrata melhor a realidade do fenômeno físico, pois ele leva em consideração vários fatores que influenciam na punção, enquanto que a norma brasileira possui um modelo base mais simples, que não retrata tão bem a realidade da ligação.

Porém nas verificações realizadas pelas duas normas o *fib* MC2010 foi mais restritivo que a NBR 6118/2014 em seus resultados, o que significa que ele possui um

coeficiente de segurança maior que a norma brasileira em relação ao dimensionamento à punção.

Como sugestão para trabalhos futuros tem-se a modelagem e dimensionamento da laje e o cálculo dos esforços solicitantes em um programa, tendo domínio de aumentar a altura da laje e redimensionar as armaduras de flexão para uma melhor análise da punção após a mudança desses fatores.

REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318: Building Code Requirements for Structural Concrete. Detroit, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7080: Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado**. Rio de Janeiro, 1996.

BARBÁN, Vladimir Villaverde. **Punção em lajes cogumelo de concreto protendido com cabos não-aderentes na ligação laje-pilar de borda**. 2008. Tese de Doutorado. Universidade de Brasília.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. **Concreto Protendido**. Notas de aula do departamento de Engenharia Civil na Universidade Estadual Paulista, 2015. Disponível em <<http://www.p.feb.unesp.br/pbastos/Protendido/Ap.%20Protendido.pdf>>. Acesso em: 20 nov. 2017.

CARVALHO, Clauderson Basileu. **Análise crítica dos critérios normativos de dimensionamento à punção em lajes lisas**. 2008. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.

CARVALHO, Eliane M. L. **Puncionamento de lajes protendidas**. 1982. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

CARVALHO, R. C. **Estruturas em concreto protendido: cálculo e detalhamento**. 1 ed. São Paulo: Pini, 2012.

CAUDURO, E. L; GARCIA, D. L. **Evolução dos aços para protensão no Brasil**. Abril 2015, Junho 2015, Revista Concreto e Construções. Ed 78, p.69.

CEB-FIP. **MODEL CODE 2010: Final Draft. Model Code Prepared by Special Activity Group 5**. Lausanne, 2011.

DUARTE, Evandro P. **Aliando teoria e prática na protensão**. Abril 2015, Junho 2015, Revista Concreto e Construções. Ed 78, p.24.

EMERICK, Alexandre A. **Projeto e Execução de Lajes Protendidas**. Brasília, 2002. Disponível em: <http://www.deecc.ufc.br/Download/TB812_Estruturas%20de%20Concreto%20Protendido/LP.pdf>. Acesso em: 6 nov. 2017.

EMPRESA A. **Projeto estrutural de uma laje lisa protendida**. Pato Branco, 2017.

FERREIRA, Maurício de Pina. **Punção em lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados**. 2011. Tese de Doutorado. Universidade de Brasília.

FRANÇA, Ricardo Leopoldo e Silva. ISHITANI, Hideki. GRAZIANO, Francisco. **Concreto Protendido: Conceitos Fundamentais**. 2004. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. Escola Politécnica, USP.

HANAI, João Bento de. **Fundamentos do Concreto Protendido**. 2005. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. Disponível em <http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/protendido/arquivos/cp_ebook_2005.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2017.

ISHITANI, Hideki. FRANÇA, Ricardo Leopoldo e Silva. **Concreto Protendido: Fundamentos iniciais**. 2002. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. Escola Politécnica, USP. Disponível em: <http://www.lem.ep.usp.br/pef2304/protendido_c1e2.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2017.

LIMA, Juliana Soares. **Verificações da punção e da estabilidade global em edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas**. 2001. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo.

LIPS, Stefan. MUTTONI, Aurelio. RUIZ, Miguel Fernández. **Punching of flat slabs: Design example**. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, 2011.

LUCHI, L. A. R.; LEITE JR, J. C. C. **Dimensionamento à punção de lajes protendidas com cordoalhas engraxadas em apoios internos**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, v. 10, n. 4, p. 788 – 825, Ago. 2017.

MELGES, José Luiz Pinheiro. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido**. 2001. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

MELGES, José Luiz Pinheiro. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental**. 1995. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo.

MELO, Carlos Eduardo Luna de. **Punção em lajes cogumelo protendidas com pilares de extremidade**. 2005. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília.

MORAES NETO, Bernardo Nunes de. **Comportamento à punção de lajes lisas em concreto reforçado com fibras de aço sob carregamento simétrico**. 2013. Tese de Doutorado. Universidade de Brasília.

MUTTONI, Aurelio. **Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement**. ACI Structural Journal, 2008.

OLIVEIRA, Marcos Honorato de. **Punção em lajes lisas com armadura de cisalhamento submetidas a carregamento excêntrico e apoiadas sobre pilares retangulares**. 2013. Tese de Doutorado. Universidade de Brasília.

OLIVEIRA, Marcos Honorato de. **Punção em lajes lisas com pilar de borda protendidas com cordoalhas não aderentes**. 2008. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília.

OLIVEIRA, Túlio Pessoa Souto Maior. **Utilização de capitéis para aumento de resistência à punção em lajes de concreto armado**. 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.

RABELLO, Fernando Toppan. **Estudo de lajes lisas de concreto com visão integrada de flexão e punção**. 2016. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina.

SCHEIBLER, Matheus. **Estudo comparativo entre estruturas em concreto convencional e estruturas em lajes planas protendidas para edifícios com múltiplos pavimentos: Análise do ponto de vista executivo, econômico e produtivo**. Revista da Graduação, v. 5, n. 1, 2012.

SCHMID, Manfred Theodor. **Lajes Planas Protendidas**. 3 ed. Rudloff Industrial Ltda, 2009.

VERÍSSIMO, G. de S.; CÉSAR JR., K. M. L. **Concreto Protendido – Fundamentos básicos**. Notas de Aula do departamento de engenharia civil do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas na Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 1998.

APÊNDICE A

Pilares Internos - Contornos C e C'						
Posição	Interno	Interno com momento		Interno	Interno com momento	
Pilar	PT1	PT1	PT1	PT3	PT3	PT3
Contorno	C	C'	C'	C	C'	C'
A(x) (cm)	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00
B (y) (cm)	70,00	70,00	70,00	70,00	70,00	70,00
Fsd (KN)	602,27	602,27	602,27	584,21	584,21	584,21
Direção		Mx	My		Mx	My
MSd (KN.cm)		7.351,60	341,90		722,30	854,60
dx (cm)	15,13	15,13	15,13	15,13	15,13	15,13
dy (cm)	16,38	16,38	16,38	16,38	16,38	16,38
d (cm)	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75
u (cm)	180,00	377,92	377,92	180,00	377,92	377,92
C1 (cm)	-	70,00	20,00	-	70,00	20,00
C2 (cm)	-	20,00	70,00	-	20,00	70,00
u* (cm)	-	377,92	377,92	-	377,92	377,92
Wp (cm ²)	-	16.006,21	11.958,20	-	16.006,21	11.958,20
C1/C2	-	3,50	0,29	-	3,50	0,29
K1	-	0,85	0,39	-	0,85	0,39
MSd1 (KN.cm)	-	7.351,60	341,90	-	722,30	854,60
TSd (MPa)	2,124		1,267	2,061		1,024

APÊNDICE B

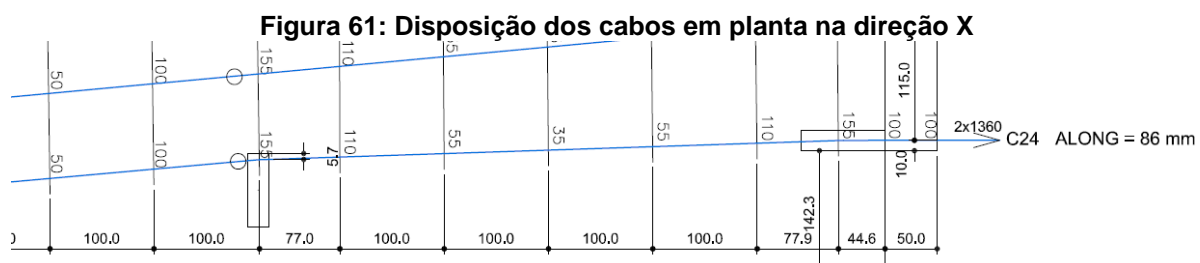
Pilares de Borda - Contorno Crítico C							
Posição	Borda	Borda	Borda	Borda	Borda	Borda	Borda
Pilar	PT2	P9	P1	P7	P16	P31	PT4
A(x) (cm)	20,00	80,00	80,00	80,00	20,00	80,00	20,00
B (y) (cm)	70,00	20,00	20,00	20,00	80,00	20,00	70,00
Fsd (KN)	335,99	329,69	72,74	107,33	350,19	284,62	334,05
dx (cm)	15,13	15,13	15,13	15,13	15,13	15,13	15,13
dy (cm)	16,38	16,38	16,38	16,38	16,38	16,38	16,38
d (cm)	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75
C1 (cm)	20,00	80,00	20,00	20,00	20,00	80,00	70,00
C2 (cm)	70,00	20,00	80,00	80,00	80,00	20,00	20,00
1,5d	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63
0,5C1	10,00	40,00	10,00	10,00	10,00	40,00	35,00
a (cm)	10,00	23,63	10,00	10,00	10,00	23,63	23,63
u* (cm)	90,00	67,25	100,00	100,00	100,00	67,25	67,25
TSd (MPa)	2,370	3,113	0,462	0,681	2,223	2,687	3,154
Pilares de Borda - Contorno Crítico C'							
Posição	Borda	Borda	Borda	Borda	Borda	Borda	Borda
Pilar	PT2	P9	P1	P7	P16	P31	PT4
A(x) (cm)	20,00	80,00	80,00	80,00	20,00	80,00	20,00
B (y) (cm)	70,00	20,00	20,00	20,00	80,00	20,00	70,00
Fsd (KN)	335,99	329,69	72,74	107,33	350,19	284,62	334,05
Mx (KN.cm)	5.930,00	1.854,70	780,80	2.229,60	5.496,20	62,50	5.898,20
My (KN.cm)	3.073,40	828,70	173,70	785,40	3.948,20	340,40	725,80
dx (cm)	15,13	15,13	15,13	15,13	15,13	15,13	15,13
dy (cm)	16,38	16,38	16,38	16,38	16,38	16,38	16,38
d (cm)	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75
C1 (cm)	20,00	80,00	20,00	20,00	20,00	80,00	70,00
C2 (cm)	70,00	20,00	80,00	80,00	80,00	20,00	20,00
1,5d	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63
0,5C1	10,00	40,00	10,00	10,00	10,00	40,00	35,00
a (cm)	10,00	23,63	10,00	10,00	10,00	23,63	23,63
u* (cm)	188,96	166,21	198,96	198,96	198,96	166,21	166,21
Wp1 (cm²)	6.079,10	10.572,91	6.494,10	6.494,10	6.494,10	10.572,91	9.228,11
Wp2 (cm²)	9.333,11	9.714,10	10.402,91	10.402,91	10.402,91	9.714,10	8.884,10
C1/C2	0,29	4,00	0,25	0,25	0,25	4,00	3,50
K1	0,39	0,90	0,38	0,38	0,38	0,90	0,85
C2/2C1	1,75	0,13	2,00	2,00	2,00	0,13	0,14
K2	0,68	0,34	0,70	0,70	0,70	0,34	0,34
MSd (KN.cm)	3.073,40	828,70	780,80	2.229,60	3.948,20	340,40	5.898,20
e (cm)	31,64	52,37	32,14	32,14	32,14	52,37	47,37
MSd* (KN.cm)	10.631,44	17.266,54	2.337,72	3.449,33	11.254,27	14.906,13	15.824,63
MSd1 (KN.cm)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
MSd2 (KN.cm)	5.930,00	1.854,70	173,70	785,40	5.496,20	62,50	725,80
TSd (MPa)	1,403	1,301	0,240	0,376	1,352	1,089	1,294

APÊNDICE C

Pilres de Canto - Contorno Crítico C								
Posição	Canto	Canto	Canto	Canto	Canto	Canto	Canto	Canto
Pilar	2	2	6	6	37	37	PT8	PT8
Direção	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
A(x) (cm)	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00
B (y) (cm)	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00	70,00	70,00
Fsd (KN)	8,91	8,91	139,89	139,89	115,59	115,59	181,98	181,98
d (cm)	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75
C1 (cm)	20,00	80,00	20,00	80,00	20,00	80,00	20,00	70,00
C2 (cm)	80,00	20,00	80,00	20,00	80,00	20,00	70,00	20,00
1,5d	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63
0,5C1	10,00	40,00	10,00	40,00	10,00	40,00	10,00	35,00
0,5C2	40,00	10,00	40,00	10,00	40,00	10,00	35,00	10,00
a1 (cm)	10,00	23,63	10,00	23,63	10,00	23,63	10,00	23,63
a2 (cm)	23,63	10,00	23,63	10,00	23,63	10,00	23,63	10,00
u*0 (cm)	33,63	33,63	33,63	33,63	33,63	33,63	33,63	33,63
TSd (MPa)	0,168	0,168	2,641	2,641	2,183	2,183	3,436	3,436
Pilres de Canto - Contorno Crítico C'								
Posição	Canto	Canto	Canto	Canto	Canto	Canto	Canto	Canto
Pilar	2	2	6	6	37	37	PT8	PT8
Direção	Mx	My	Mx	My	Mx	My	Mx	My
A(x) (cm)	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00	20,00
B (y) (cm)	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00	80,00	70,00	70,00
Fsd (KN)	8,91	8,91	139,89	139,89	115,59	115,59	181,98	181,98
Mx (KN.cm)	323,80	323,80	4.098,60	4.098,60	800,60	800,60	3.788,20	3.788,20
My (KN.cm)	842,00	842,00	1.013,90	1.013,90	1.170,70	1.170,70	1.844,30	1.844,30
dx (cm)	15,13	15,13	15,13	15,13	15,13	15,13	15,13	15,13
dy (cm)	16,38	16,38	16,38	16,38	16,38	16,38	16,38	16,38
d (cm)	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75
C1 (cm)	20,00	80,00	20,00	80,00	20,00	80,00	20,00	70,00
C2 (cm)	80,00	20,00	80,00	20,00	80,00	20,00	70,00	20,00
1,5d	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63
0,5C1	10,00	40,00	10,00	40,00	10,00	40,00	10,00	35,00
1,5d	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63	23,63
0,5C2	40,00	10,00	40,00	10,00	40,00	10,00	35,00	10,00
a1 (cm)	10,00	23,63	10,00	23,63	10,00	23,63	10,00	23,63
a2 (cm)	23,63	10,00	23,63	10,00	23,63	10,00	23,63	10,00
u* (cm)	83,11	83,11	83,11	83,11	83,11	83,11	83,11	83,11
Wp1 (cm²)	4.457,23	4.202,18	4.457,23	4.202,18	4.457,23	4.202,18	4.042,23	3.704,69
C1/C2	0,25	4,00	0,25	4,00	0,25	4,00	0,29	3,50
K1	0,38	0,90	0,38	0,90	0,38	0,90	0,39	0,85
MSd (KN.cm)	323,80	842,00	4.098,60	1.013,90	800,60	1.170,70	3.788,20	1.844,30
e (cm)	38,82	48,76	38,82	48,76	38,82	48,76	37,40	44,36
MSd* (KN.cm)	345,94	434,52	5.430,70	6.821,34	4.487,34	5.636,42	6.806,02	8.073,32
MSd1 (KN.cm)	0,00	407,48	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
TSd (MPa)	0,068	0,123	1,069	1,069	0,883	0,883	1,390	1,390

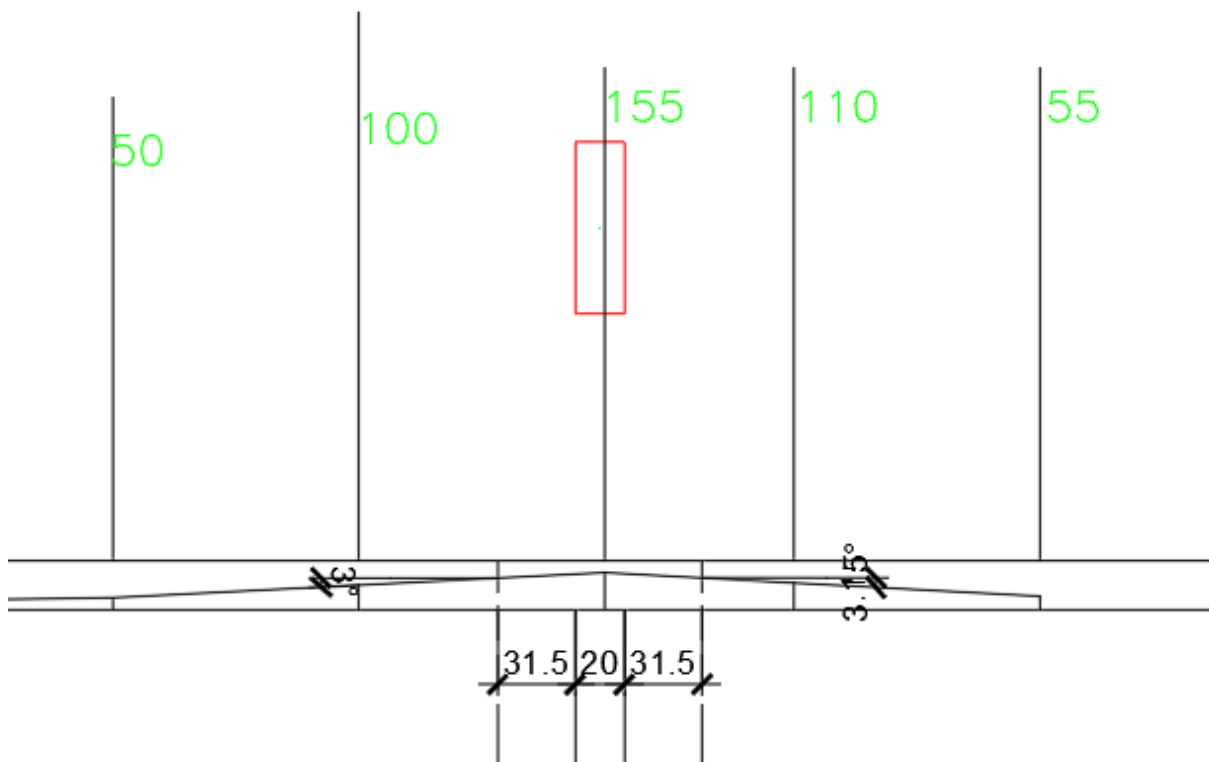
APÊNDICE D – CÁLCULO DE σ_{cp}

Para o pilar PT1 tem-se a seguinte disposição de cabos passando:



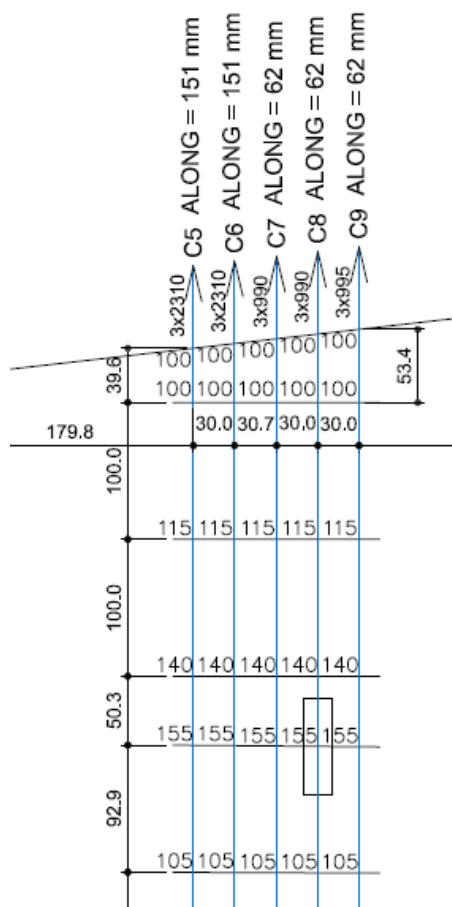
Fonte: EMPRESA A ,2017.

Figura 62: Disposição do cabo C24 em corte na direção X



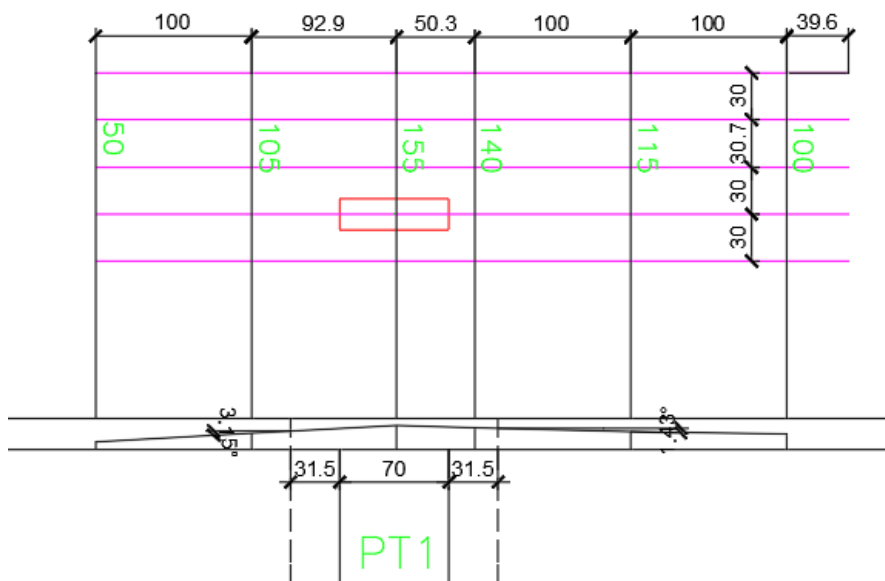
Fonte: EMPRESA A ,2017.

Figura 63: Disposição dos cabos na direção Y



Fonte: EMPRESA A ,2017.

Figura 64: Disposição do cabo C8 na direção Y



Fonte: EMPRESA A ,2017.

Tem-se que:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Sendo:

E o módulo de elasticidade do aço;

σ a tensão aplicada;

ε a deformação, dada por: $\Delta L/L_0$.

Substituindo na equação a tensão por F/A e a deformação pela relação de comprimentos e isolando a força, tem-se:

$$F = E \times A \times \frac{\Delta L}{L_0}$$

Com o alongamento e as propriedades do aço determinadas em projeto foi possível determinar a força de tração aplicada em cada cabo:

$$F_x = E \times A \times \frac{\Delta L}{L_0} = 1950 \frac{tf}{cm^2} \times 0,99cm^2 \times \frac{8,6cm}{1360cm} = 12,21 tf$$

$$F_y = E \times A \times \frac{\Delta L}{L_0} = 1950 \frac{tf}{cm^2} \times 0,99cm^2 \times \frac{6,2cm}{990cm} = 12,09 tf$$

Utilizando a decomposição de forças com o ângulo encontrado foi determinado a resultante de compressão no perímetro crítico C':

$$\Sigma F_x = (12,21 \times \cos(3.15^\circ)) \times 2 = 24,383 tf = 243831N$$

$$\Sigma F_y = (12,09 \times \cos(1.43^\circ)) \times 3 = 36,259 tf = 362587N$$

$$\sigma_{cp} = \frac{\Sigma F_x + \Sigma F_y}{\mu d} = \frac{606418}{377,92 \times 15,75} = 101,88 \frac{N}{cm^2} = 1,02 MPa$$

$$0,10\sigma_{cp} = 0,10 \times 1,02 = 0,102 MPa$$

O valor acrescido à resistência devido à tensão de compressão foi desprezado neste trabalho, para efeitos de comparação entre as normas, pois pelo *fib* MC2010 ele não foi calculado. Esta consideração vai a favor da segurança estrutural, pois diminui a resistência da laje.

ANEXO A

