

PRODUTOS NOTÁVEIS

UM POUCO DE HISTÓRIA

A Geometria, um dos ramos da Matemática, apresentou-se inicialmente a partir de observações das formas encontradas na natureza e experiências, constituindo-se empiricamente e com o crescimento gradativo transformou-se posteriormente como conhecimento sistematizado.

Os Babilônios, por volta de 2000 a 1500 a. C. tinham conhecimento sobre as regras gerais de figuras geométricas como retângulo, triângulos retângulo e isósceles, entre outras. A geometria desenvolvida por esta civilização apresentava caráter algébrico. (EVES, 2004)

Os Gregos, no entanto, faziam uso de um comprimento para representar um número e a partir desse conhecimento geométrico, desenvolveram processos algébricos engenhosos para operações algébricas. A obra *Elementos* de Euclides (por volta de 300a.C.), apresenta o conhecimento geométrico sistematizado desta civilização. Dessa obra, o Livro II apresenta várias proposições algébricas envolvidas numa terminologia geométrica. (EVES, 2004)

Davis e Hersh (1989) consideram a Geometria como uma ciência que relaciona a Matemática com o espaço e contribuiu para o desenvolvimento do pensamento lógico.

A Álgebra, outro ramo da Matemática, se desenvolveu a partir da necessidade da sistematização do pensamento abstrato. Constata-se a partir de registros históricos que os Babilônios (aproximadamente 2000a.C.) faziam uso de escritas vinculadas aos conceitos expressos por meio de ideogramas, interpretadas como a aritmética transformada em álgebra. (PARANÁ, 2008)

Para D'Ambrósio (1996, p. 43), a Álgebra teve início na Idade Média com a obra "*Al-Kitab al-muhtasar fi hisab al-jabr wál-muqabala*" (Pequena obra sobre o cálculo da redução e da confrontação) que introduz a redução de termos semelhantes (*al-muqabala*) e a transposição de termos de uma



equação mudando o sinal (*al-jabr*). A Álgebra arábica teve origem com a Álgebra dos hindus, que a representavam numericamente e dos gregos, que a representavam geometricamente, devido às dificuldades lógicas com os números fracionários, irracionais e suas dificuldades práticas com os numerais gregos.

Para Eves (2004, p. 259), “os hindus eram rematados calculadores mas geômetras medíocres; os gregos eram excelentes geômetras mas pouco se interessavam por trabalhos computacionais”.

Se a Geometria grega apresentou-se de forma demonstrativa, facilitando a compreensão dos conceitos algébricos, demonstrativos também, a Álgebra grega, por apresentar essa característica, diferenciou-se da Álgebra desenvolvida por outros povos.

Ao fundamentar-se nos conhecimentos geométricos e algébricos dos gregos, pode-se considerar a Geometria como um caminho para o desenvolvimento da Álgebra, que em seu sentido mais amplo, trata as operações sob formas simbólicas.

O ENSINO DE ÁLGEBRA A PARTIR DE CONHECIMENTOS GEOMÉTRICOS

O ensino da Álgebra nas escolas sofreu influências das produções didáticas da Europa do séc. XVIII, em disciplinas distintas, denominadas Aritmética e Álgebra. (PARANÁ, 2008)

Para os Parâmetros Curriculares de Matemática – PCN (BRASIL,1998), a Álgebra se constituiu como uma área da Matemática que contribui para o desenvolvimento e o exercício da capacidade de abstração e generalização, além de se caracterizar como uma ferramenta para a resolução de problemas. De acordo com o autor, esse desenvolvimento se dá a partir de experiências vivenciadas em sala de aula envolvendo noções algébricas, articulando estas com a Aritmética. Assim, proporciona aos alunos uma aprendizagem sólida e significativa.



A utilização do recurso do cálculo de áreas e perímetros em retângulos permite a visualização das expressões algébricas, facilitando a aprendizagem dos conteúdos de Álgebra.

Para o autor, conteúdos algébricos devem ser abordados no Ensino Fundamental a partir de situações problemas que atribuam significados à linguagem, aos conceitos e procedimentos. Para os PCN (BRASIL, 1998, p. 122):

Os contextos dos problemas deverão ser diversificados para que eles tenham oportunidade de construir a “sintaxe” das representações algébricas, traduzir as situações por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis), e construir as “regras” para resolução de equações.

As Diretrizes Curriculares de Matemática - DCE (PARANÁ, 2008, p. 52) orientam o ensino de Números e Álgebra nas escolas promovendo a articulação entre os conteúdos, de forma que o aluno:

- compreenda o conceito de incógnita;
- realize a escrita de uma situação problema na linguagem matemática;
- reconheça e resolva equações numéricas e algébricas, inequações, sistemas de equações;
- diferencie e realize operações com monômios, binômios, trinômios e polinômios, equações quadradas, biquadradas e irracionais.

Dessa forma, as atuais propostas curriculares, tanto nacionais quanto do Estado do Paraná, sugerem o ensino de Álgebra fazendo uso de recursos que promovam a articulação entre os conteúdos, de forma que os conceitos se complementem, trazendo significado aos conteúdos abordados, garantindo a todos os alunos o direito à apropriação dos conhecimentos dessa área.

Entre os alunos que frequentam as séries do ensino regular encontram-se os alunos com deficiência visual, cegos ou com baixa visão. Estes alunos têm os mesmos direitos que os demais, inclusive ao de apropriarem-se dos mesmos conteúdos, no mesmo tempo escolar. Assim, na sala de aula, faz-se necessário o professor ter a consciência de que, com relação aos direitos e deveres, o aluno deficiente visual deve ser tratado igualmente aos demais



alunos, no entanto, as questões peculiares à sua deficiência devem ser respeitadas. Concorde-se com Reily (2004, p. 161) que “para que eles tenham condições de aprendizagem equivalentes à outros alunos, é preciso garantir que tenham acesso ao conteúdo escolar pelo veículo que lhes permite significar o mundo, demorando o tempo necessário”. As crianças que apresentam deficiência visual fazem uso dos seus sentidos remanescentes para a percepção do mundo e as pistas por eles fornecidas podem levar a informações incompletas, levando à elaboração de conceitos diferentes aos conceitos elaborados por pessoas que possuem visão normal (BRASIL, 2006)

Sá, Campos e Silva (2007) consideram importante a utilização de outros recursos, além dos visuais, para o ensino dos conteúdos escolares aos alunos deficientes visuais. Estes recursos devem ser utilizados de forma contextualizada com o cotidiano dos alunos e promover a exploração e o desenvolvimento de outros sentidos.

Pacheco, Shimazaki e Mamcasz (1998), desenvolveram um material adaptado para uma aluna cega com o objetivo de desenvolver conceitos algébricos, a partir de conhecimentos geométricos. O material era constituído por placas de madeira, com formas quadrangulares e retangulares, que juntas, se completavam formando um quadrado. Uma das faces do material era graduada e a outra apresentava diferentes texturas. Com base nesse material e fundamentando-se nos conhecimentos da Geometria grega, desenvolveu-se o material didático *Produtos Notáveis*, seguindo as orientações de Reily (2004) e de Sá, Campos e Silva (2007) para a adaptação de materiais para deficientes visuais. O material foi desenvolvido como um instrumento mediador na elaboração de conceitos matemáticos para o desenvolvimento da pesquisa *Uma abordagem para o ensino de produtos notáveis em uma classe inclusiva: o caso de uma aluna com deficiência visual*, no Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Brasil, campus Ponta Grossa.



O MATERIAL DIDÁTICO PRODUTOS NOTÁVEIS

O material foi confeccionado em madeira, por se tratar de um material durável e fácil de vincar, possibilitando a percepção tátil das dimensões das peças pelo aluno cego.

O desenho da tampa da caixa que organiza o material foi idealizado pela pesquisadora, que trabalha há vários anos com alunos deficientes visuais. O nome do material **Produtos Notáveis** vem escrito com caracteres visuais em relevo e também em braille, possibilitando a identificação do material pelas pessoas cegas. O desenho, em relevo, é constituído pela indicação do produto notável quadrado da soma: $(a+b)^2$ e após o sinal da igualdade estão representadas pessoas com e sem deficiências, simbolizando a inclusão de todas as pessoas na escola, bem como o direito de todos ao acesso aos conhecimentos científicos. A figura 1 representa a caixa do material:

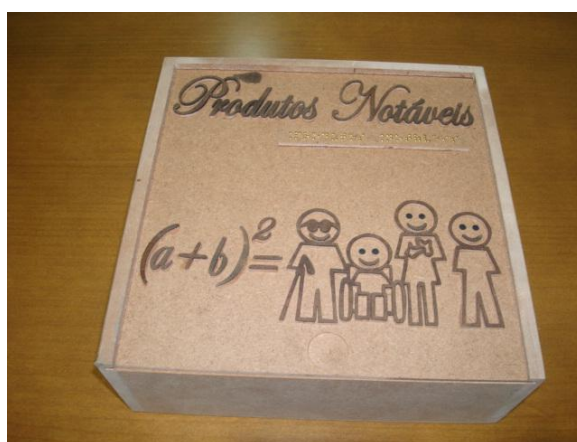


Figura 1: Produtos Notáveis
Fonte: Acervo da pesquisadora

As quatro placas de madeira destinadas à elaboração do conceito quadrado da soma e quadrado da diferença apresentam uma das faces graduadas e a outra não graduada, para a qual foi utilizado tecidos com texturas e cores contrastantes, como o vermelho, o amarelo, o branco e o preto, perceptíveis por pessoas que apresentam baixa acuidade visual. A figura 2 representa as faces das peças:



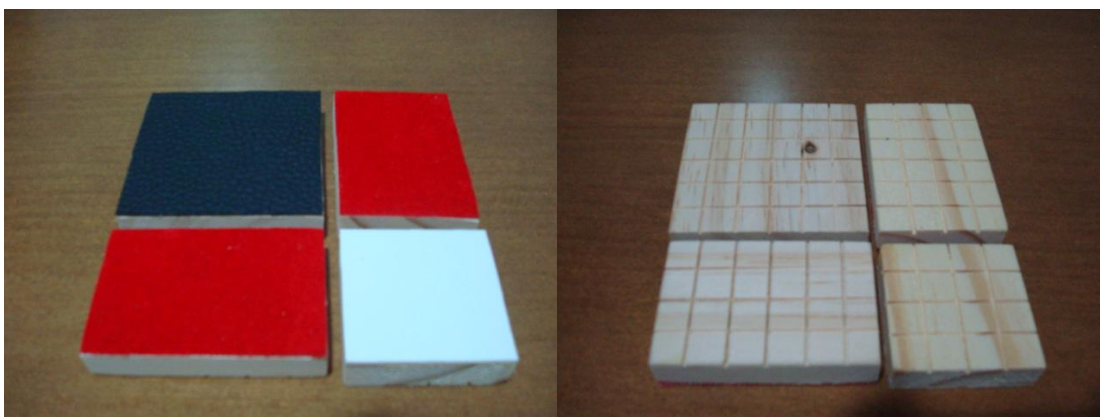


Figura 2: Quadrado da Soma
Fonte: Acervo da pesquisadora

Para a elaboração do produto da soma pela diferença, foram desenvolvidas duas placas com dimensões 10cm x 6cm e 6cm x 4cm, e da mesma forma que as placas do quadrado da soma e da diferença, apresentam uma face graduada e outra não graduada, conforme a figura 3:

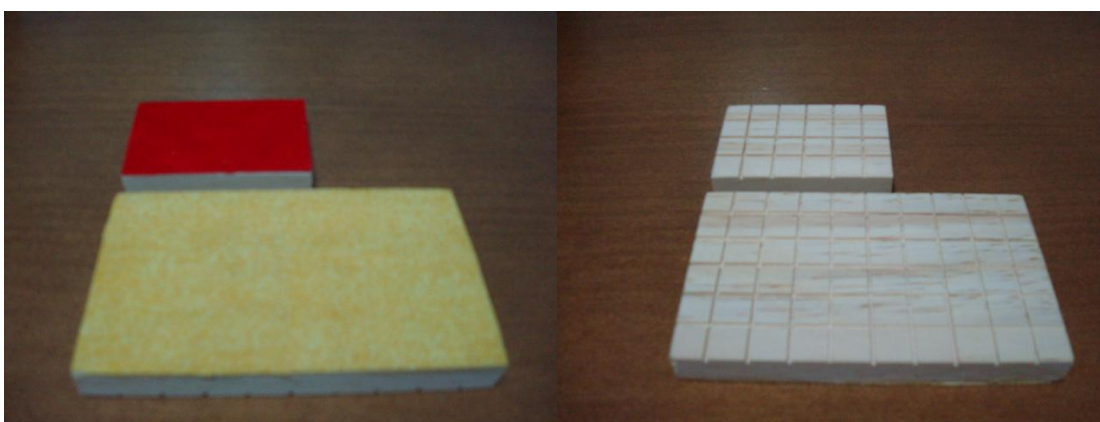


Figura 3: Produto da Soma pela Diferença
Fonte: Acervo da pesquisadora

O produto notável cubo da soma se constitui por seis paralelepípedos retângulos e por dois hexaedros que juntos formam um hexaedro apenas. Foram construídos sólidos graduados e não graduados, utilizando as mesmas cores e texturas dos outros produtos notáveis, conforme retrata a figura 4.



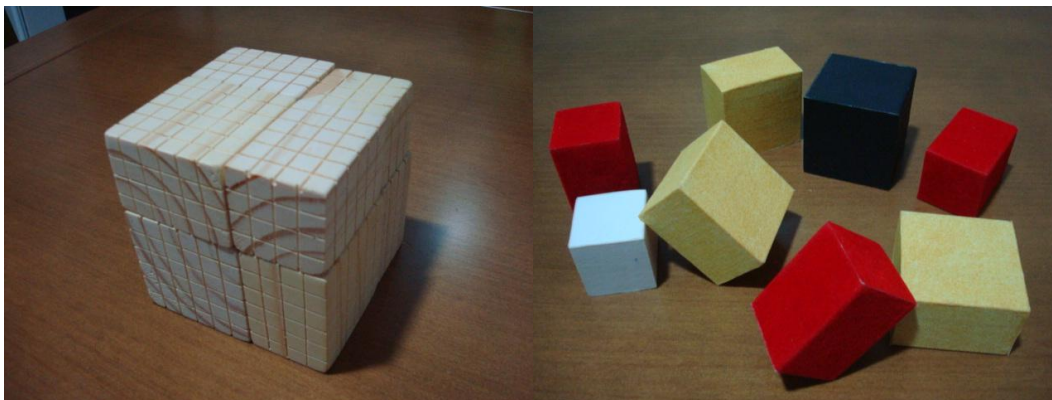


Figura 4: Cubo da Soma
Fonte: Acervo da pesquisadora

O material completo está representado na figura 5:



A UTILIZAÇÃO DO MATERIAL EM SALA DE AULA

Para a elaboração dos conceitos dos produtos notáveis fazendo uso da Geometria como uma ligação entre a Aritmética e a Álgebra, os conceitos sobre área e volume são necessários como pré-requisitos.

Tanto os PCN (BRASIL, 1998) como as DCE (PARANÁ, 2008) de Matemática apontam alguns caminhos para o ensino da Matemática, entre eles, o recurso à história da Matemática, às mídias tecnológicas, aos jogos, que podem ser utilizados para facilitar o processo de ensino e aprendizagem da disciplina, proporcionando aos alunos condições de serem os protagonistas na elaboração do conhecimento contextualizado e significativo.

Vygotski (1998) conceituou a zona de desenvolvimento proximal como o intervalo entre aquilo que a criança consegue executar com independência e o que consegue fazer apenas com a ajuda de um adulto ou de outros colegas. Assim, o jogo pode se constituir como um instrumento importante para o desenvolvimento de zonas de desenvolvimento proximal, uma vez que durante a atividade, a criança se empenha para ir além de suas capacidades.

Para Fernandes, *et al* (2006, p. 39), é importante a utilização de jogos como encaminhamento metodológico para o ensino de Matemática para alunos com deficiência visual, uma vez que:

Entendemos ser a metodologia dos jogos matemáticos passível de concretização imediata, acessível no que diz respeito à confecção de materiais, fácil de ser transmitida às crianças cegas e com baixa visão por se basear na verbalização. Além disso, trata-se de um resgate da cultura oral, em que jogos são facilmente encontrados na literatura acadêmica.

O Material Dourado, desenvolvido pela educadora italiana Maria Montessori, tem como principal função a concretização da lógica do Sistema de Numeração Decimal, possibilitando a visualização do valor posicional e da base dez. (FERNANDES, *et al*, 2006). Oferece também possibilidades para a elaboração de outros conceitos matemáticos, como potências, raízes, área, volume, entre outros. O material é constituído por peças de madeira, que



representam as ordens do sistema: o cubinho representa a unidade, a barra equivale à dezena, a placa a centena e o cubo maior, a unidade de milhar.

Dessa forma, para a elaboração dos conceitos de área e volume, pode se fazer uso do Jogo do “*Nunca Dez Solto*”, com o Material Dourado, em grupos. Segundo Fernandes *et al* (2006), o jogo em grupo promove a descentração, tomada de consciência das estratégias utilizadas, atenção nas jogadas dos adversários, estimulam o pensamento independente, propiciam a análise dos próprios erros, entre outros.

O jogo tem como regra o lançamento do dado pelo jogador da vez, que retira a quantidade indicada pelo dado, fazendo as trocas necessárias. Dez unidades são trocadas por uma dezena, dez dezenas pela centena, e dez centenas pela unidade de milhar. Se a intenção do professor é a elaboração do conceito de área, o jogo termina quando um dos jogadores do grupo conquista a centena e se a intenção for o desenvolvimento do conceito de volume, o jogo termina após a conquista da unidade de milhar. O material *Produtos Notáveis* pode ser utilizado após o jogo e o professor pode manter o Material Dourado como material de apoio nas atividades.

O professor também pode lançar mão de outros jogos, como o xadrez, para explorar o conceito de área, assim como o espaço físico da sala de aula e outras dependências do colégio, buscando a contextualização do conceito com vivências cotidianas de seus alunos.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brasil. (1998). Ministério da Educação e Cultura. *Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática*. Brasília: MEC.

_____. (2006). *Saberes e práticas da inclusão: desenvolvendo competências para o atendimento às necessidades educacionais especiais de alunos cegos e de alunos com baixa visão*. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial.

D'Ambrósio, U. (1996). *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus.

Eves, H. (2004). *Introdução à história da matemática*. Campinas: Editora da UNICAMP.

Fernandes, C. T. [et al.]. (2006). *A construção do conceito do número e o pré-soroban*. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial.

Pacheco, E. R.; Shimazaki, E. M.; Mamcasz, L. V. (1998). "Área é igual a $a.b$?" a formação de conceitos em geometria e álgebra por uma aluna portadora de deficiência visual. In: III CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO ESPECIAL 3.; 1998, Foz de Iguaçu. *Anais...* Foz de Iguaçu, 1998. p. 306-308,

PARANÁ. (2008). Secretaria de Estado da Educação. *Diretrizes Curriculares para a Educação Básica - Matemática*. Curitiba: SEED.

Reily, L. (2004). *Escola inclusiva: Linguagem e mediação*. Campinas: Papirus.

Sá, E. D. de; Campos, I. M. de; Silva, M. B. C. (2007). *Atendimento educacional especializado: deficiência visual*. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial.

Vygotski, L. S. (1998). *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes.

