

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONSTRUÇÃO CIVIL  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**ANA CAROLINA PRESOTTO**

**DIMENSIONAMENTO DE LAJE LISA MACIÇA DE CONCRETO ARMADO E  
LAJE BUBBLEDECK- ESTUDO COMPARATIVO**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**PATO BRANCO**

**2017**

**ANA CAROLINA PRESOTTO**

**DIMENSIONAMENTO DE LAJE LISA MACIÇA DE CONCRETO ARMADO E  
LAJE BUBBLEDECK- ESTUDO COMPARATIVO**

Trabalho de conclusão de curso  
apresentado ao curso de Engenharia  
Civil da Universidade Tecnológica  
Federal do Paraná para a obtenção do  
título de “Bacharel em Engenharia Civil”.

Orientador: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Paôla Regina  
Dalcanal

**PATO BRANCO**

**2017**

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

### **DIMENSIONAMENTO DE LAJE LISA MACIÇA DE CONCRETO ARMADO E LAJE BUBBLEDECK – ESTUDO COMPARATIVO**

**Ana Carolina Presotto**

No dia 20 de novembro de 2017, às 10h20min, na SALA DE TREINAMENTO da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, este trabalho de conclusão de curso foi julgado e, após arguição pelos membros da Comissão Examinadora abaixo identificados, foi aprovado como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná-UTFPR, conforme Ata de Defesa Pública n 24-TCC/2017.

Orientador: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. PAÔLA REGINA DALCANAL (DACOC/UTFPR-PB)

Membro 1 da Banca: Prof<sup>a</sup> Esp. ANA CLAUDIA DAL PRÁ VASATA (DACOC/UTFPR-PB)

Membro 2 da Banca: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. HELOIZA PIASSA BENETTI (DACOC/UTFPR-PB)

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus pela fé, perseverança, e disposição para realizar este trabalho.

Aos meus pais, Antônio Carlos Presotto e Lara T. Vandresen Carneiro Presotto, por acreditarem e me apoiarem imensamente durante toda a vida acadêmica, aos meus irmãos Matheus H. Presotto e Nathielen R. Presotto, pelo incentivo durante essa fase, e a toda minha família, pois sem eles não seria possível alcançar esse objetivo.

À Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Paôla Regina Dalcanal, pela orientação, acompanhamento e confiança em mim depositada.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná, pela estrutura disposta no decorrer da graduação.

Ao Departamento Acadêmico de Construção Civil e todo o corpo docente, em especial à Prof<sup>a</sup>. Esp. Ana Claudia Dal Pra Vasata e Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup> Heloiza Piassa Benetti, pelo apoio e correção deste trabalho, e à professora Dr<sup>a</sup> Elizangela Marcelo Siliprandi pela condução do trabalho.

E à todos os demais envolvidos, que contribuíram para a realização desse sonho, fica meu agradecimento.

## RESUMO

Com o avanço e modernização da construção civil surgem diversas soluções estruturais que visam à agilidade e praticidade de construção, redução de custos, e a sustentabilidade, sem que comprometa a segurança e conforto do usuário. Este trabalho traz uma descrição do sistema de lajes Bubbledeck, solução inovadora que vem ganhando espaço no cenário nacional e internacional. O sistema Bubbledeck consiste em inserir módulos esféricos plásticos em lajes de concreto armado, espaçados uniformemente entre duas malhas de aço. Com a finalidade de analisar as vantagens e desempenho desse sistema construtivo, foi feito o dimensionamento de um pavimento de uma estrutura idealizada com as lajes Bubbledeck e com lajes lisas maciças. E posteriormente uma análise comparativa entre esses dois sistemas, fixando-se a mesma espessura para ambos, para avaliar as diferenças em termos de: volume de concreto, taxas de armaduras, esforços atuantes, deflexões e resistência à punção.

**Palavras-chave:** Lajes em concreto armado; Lajes com vazios; Lajes Lisas; Bubbledeck.

## ABSTRACT

With the advancement and modernization of civil construction, there are several structural solutions that aim at the agility and practicality of construction, cost reduction, and sustainability, without compromising user safety and comfort. This work presents a description of the Bubbledeck slab system, an innovative solution that has been gaining ground in the national and international scenario. The Bubbledeck system consists of inserting plastic spherical modules into reinforced concrete slabs, evenly spaced between two steel meshes. With the purpose of analyzing the advantages and performance of this constructive system, a floor of an idealized structure was designed with the Bubbledeck slabs and with solid slabs. Then, a comparative analysis between these two systems was carried out, setting the same thickness for both, to evaluate the differences in terms of concrete volume, reinforcement rates, working forces, deflections and puncture resistance.

**Keywords:** Slabs in reinforced concrete; Slabs with voids; Smooth slabs; Bubbledeck.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Seção Transversal das lajes Bubbledeck.....	15
Figura 2- Millennium Tower, Rotterdam .....	16
Figura 3- City Hall and Office, Dinamarca .....	17
Figura 4- Le Coie Hotel, Jersey.....	17
Figura 5- Centro Administrativo do Distrito Federal.....	18
Figura 6- Pré-laje.....	20
Figura 7- Módulos Bubbledeck.....	20
Figura 8- Painel Acabado .....	21
Figura 9- Esquema de Ruptura por punção .....	23
Figura 10- Padrão de Fissuração- Corte, .....	23
Figura 11- Padrão de Fissuração – Planta .....	23
Figura 12- Definição dos Pórticos Múltiplos .....	30
Figura 13 - Representação da divisão das lajes em faixas .....	31
Figura 14- Valores mínimos para armadura passiva aderente.....	34
Figura 15- Taxas de armaduras mínimas de flexão .....	34
Figura 16- Perímetro crítico C, C', C" .....	39
Figura 17- Perímetro crítico em pilares de borda .....	42
Figura 18- Perímetro crítico em pilares de canto.....	43
Figura 19- Esquema para cálculo de $e * eWp1$ .....	44
Figura 20- Diagrama de representação das etapas da pesquisa.....	49
Figura 21- Planta baixa- Pavimento Tipo .....	50
Figura 22- Planta de forma- Laje lisa maciça .....	56
Figura 23- Planta de forma- Laje Bubbledeck .....	56
Figura 24- Planta da Laje Bubbledeck .....	57
Figura 25- Pórticos Equivalentes na direção x .....	58
Figura 26- Pórticos Equivalentes na direção y .....	58
Figura 27- Modelagem do Pórtico 3, sistema Bubbledeck .....	59
Figura 28- Diagrama de Momentos Fletores, Pórtico 3, sistema Bubbledeck.....	59
Figura 29- Modelagem do Pórtico 4 e 7, sistema Bubbledeck .....	60
Figura 30- Diagrama de Momentos Fletores, Pórtico 4 e 7, sistema Bubbledeck.....	60
Figura 31- Pórtico dividido em quatro faixas .....	60
Figura 32- Distribuição dos momentos nos pórticos de direção x .....	61

Figura 33- Distribuição dos momentos nos pórticos de direção y .....	62
Figura 34- Obtenção da deformação através do programa Ftool.....	65
Figura 35- Modelagem do Pórtico 3, laje lisa .....	71
Figura 36- Diagrama de Momentos Fletores, Pórtico 3, laje lisa .....	71
Figura 37- Modelagem do Pórtico 4 e 7, laje lisa .....	71
Figura 38- Diagrama de Momentos Fletores, Pórtico 4 e 7, laje lisa .....	72
Figura 39- Distribuição dos momentos nos pórticos de direção x .....	72
Figura 40- Distribuição dos momentos nos pórticos de direção y .....	73



## LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Resumo de execução das lajes Bubbledeck.....	22
Quadro 2- Comparação Laje Bubbledeck x Laje Lisa .....	24
Quadro 3- Vãos e cargas permanentes .....	25
Quadro 4- Especificações Técnicas .....	26
Quadro 5- Tabela $K_c$ e $k_s$ .....	32
Quadro 6- Diâmetro e Espaçamento de barras.....	33
Quadro 7- Coeficiente $\xi$ em função do tempo .....	37
Quadro 8- Valores de $K$ .....	41
Quadro 9- Dados da laje Bubbledeck.....	52
Quadro 10- Espessura equivalente e peso próprio da laje Bubbledeck .....	53
Quadro 11- Carregamentos totais .....	53
Quadro 12- Pré-dimensionamento dos pilares .....	55
Quadro 13- Armaduras de flexão para lajes Bubbledeck .....	64
Quadro 14- Resultados da Deflexão na Laje Bubbledeck.....	66
Quadro 15- Parâmetros para cálculo das Tensões Solicitantes dos Pilares Internos.....	67
Quadro 16- Verificação à punção- Pilares Internos.....	67
Quadro 17- Parâmetros para o cálculo da Tensão Solicitante na Superfície Crítica $C'$ dos Pilares de Borda .....	68
Quadro 18- Parâmetros para o cálculo da Tensão Solicitante na Superfície $C$ dos Pilares de Borda.....	68
Quadro 19- Verificação à punção - Pilares de Borda .....	68
Quadro 20- Cálculo dos parâmetros e Tensões Solicitantes de cálculo na direção $x$ .....	69
Quadro 21- Cálculo dos parâmetros e Tensões Solicitantes de cálculo na direção $y$ .....	69
Quadro 22- Verificação à punção- Pilares de Canto .....	69
Quadro 23- Armaduras contra o Colapso Progressivo.....	70
Quadro 24- Armaduras de flexão para Laje Lisa maciça .....	74
Quadro 25- Deflexão na Laje Lisa.....	75
Quadro 26- Parâmetros para o cálculo das Tensões Solicitantes dos Pilares Internos .....	76
Quadro 27- Verificação à punção- Pilares Internos.....	76

Quadro 28- Parâmetros para o cálculo da Tensão Solicitante na Superfície crítica C' dos Pilares de Borda .....	77
Quadro 29- Parâmetros para o cálculo da Tensão Solicitante na Superfície crítica C dos Pilares de Borda .....	77
Quadro 30- Verificação à punção dos Pilares de Borda.....	77
Quadro 31- Cálculo dos Parâmetros e Tensões Solicitantes de cálculo na direção x .....	78
Quadro 32- Cálculo dos Parâmetros e Tensões Solicitantes de cálculo na direção y .....	78
Quadro 33- Verificação à punção- Pilares de Canto .....	78
Quadro 34- Armaduras de Colapso Progressivo.....	79
Quadro 35- Seção transversal e Volumes de concreto dos Pilares .....	80
Quadro 36- Volumes totais de concreto dos pilares e redução em relação à laje lisa .....	80
Quadro 37- Volume total de concreto das lajes do pavimento tipo analisado .....	81
Quadro 38- Momentos máximos atuantes nas lajes lisas e Bubbledeck.....	81
Quadro 39- Taxas de Armaduras e aumento em relação a laje Bubbledeck .....	82
Quadro 40- Flechas máximas totais.....	83
Quadro 41- Tensões Solicitantes e Resistentes das Superfícies Críticas .....	84

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>11</b>
1.1	OBJETIVOS .....	12
1.1.1	Objetivo geral .....	12
1.1.2	Objetivos específicos .....	12
1.2	JUSTIFICATIVA .....	12
<b>2</b>	<b>LAJES EM CONCRETO ARMADO</b> .....	<b>14</b>
2.1	TIPOS DE LAJES .....	14
2.1.1	Laje Maciça .....	14
2.1.2	Laje Nervurada .....	14
2.1.3	Laje Lisa e Laje Cogumelo .....	15
2.2	LAJES BUBBLEDECK .....	15
2.2.1	Construções em lajes Bubbledeck .....	16
2.2.2	Vantagens e Desvantagens do sistema Bubbledeck .....	18
2.2.3	Tipos de Lajes Bubbledeck .....	19
2.2.3.1	Pré-lajes .....	19
2.2.3.2	Módulos Bubbledeck .....	20
2.2.3.3	Painéis Acabados .....	20
2.2.4	Projeto e Execução .....	21
2.2.4.1	Ensaio e Estudos .....	22
2.2.4.2	Especificações para Dimensionamento .....	25
<b>3</b>	<b>DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS</b> .....	<b>27</b>
3.1	ANÁLISE ESTRUTURAL .....	28
3.1.1	Método dos Pórticos Equivalentes .....	29
3.2	DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO .....	31
3.2.1	Armaduras Máximas e Mínimas .....	33
3.3	VERIFICAÇÃO DA DEFORMAÇÃO MÁXIMA- DEFLEXÃO .....	35
3.3.1	Flecha imediata .....	36
3.3.2	Flecha diferida pelo tempo .....	37
3.4	DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO- RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO .....	38
3.4.1	Recomendação Normativa: NBR 6118 (ABNT, 2014) .....	40
3.4.1.1	Pilar interno, com carregamento simétrico .....	40

3.4.1.2	Pilares internos, com efeito de momento .....	40
3.4.1.3	Pilares de borda .....	41
3.4.1.4	Pilares de canto .....	43
3.4.1.5	Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C.....	44
3.4.1.6	Verificação da Tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção .....	44
3.4.2	Colapso Progressivo.....	45
3.5	CONSIDERAÇÕES PARA LAJES BUBBLEDECK .....	45
3.5.1	Peso Próprio .....	46
3.5.2	Deflexão (Flechas).....	46
3.5.3	Resistência ao Cisalhamento .....	46
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>48</b>
<b>5</b>	<b>PROJETO ESTRUTURAL .....</b>	<b>50</b>
5.1	DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA .....	50
5.2	PRÉ-DIMENSIONAMENTO E MATERIAIS .....	51
5.2.1	Cargas atuantes .....	51
5.2.2	Pré-dimensionamento dos pilares .....	53
<b>6</b>	<b>ANÁLISE ESTRUTURAL .....</b>	<b>57</b>
6.1	LAJE BUBBLEDECK.....	57
6.1.1	Método do Pórtico Equivalente .....	58
6.1.2	Armaduras de flexão.....	62
6.1.3	Verificação das flechas .....	64
6.1.4	Verificação à punção .....	66
6.1.5	Armaduras de Colapso Progressivo .....	70
6.2	LAJE LISA.....	70
6.2.1	Método do Pórtico Equivalente .....	70
6.2.2	Armaduras de flexão.....	73
6.2.3	Verificação das flechas .....	74
6.2.4	Verificação à punção .....	76
6.2.5	Armaduras de Colapso Progressivo .....	79
6.3	ANÁLISE E COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS .....	79
6.3.1	Pilares.....	79
6.3.2	Volume de concreto das lajes.....	80

6.3.3	Momentos Fletores .....	81
6.3.4	Taxa de Armaduras de flexão.....	82
6.3.5	Flechas .....	83
6.3.6	Tensões Solicitantes e Resistentes de Cisalhamento .....	84
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>85</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>87</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A construção civil apresenta frequentemente evoluções nos seus sistemas construtivos, buscando sempre soluções que se encaixem nas mais variadas necessidades dos projetos arquitetônicos, como por exemplo, a liberdade de espaços numa edificação, maiores vãos, pilares mais espaçados. Tais mudanças afetam diretamente o elemento estrutural laje.

As lajes têm como grande função servir de piso ou cobertura nas construções, conseqüentemente, devem suportar o peso dos ocupantes, de sobrecargas e ainda o peso próprio.

De acordo com Guedes e Andrade (2015), o vão a ser vencido por uma laje de concreto armado influencia diretamente na espessura da mesma. Desse modo para uma laje do tipo maciça, grandes vãos podem necessitar de elevadas espessuras e, assim, grande parte da sua capacidade resistente estaria direcionada a suportar as solicitações geradas pelo peso próprio.

Em vista disso, a utilização de lajes com redução do peso próprio e maior inércia possível, se apresenta como uma solução diferencial em algumas situações. Isso se torna possível eliminando a zona de concreto que não desempenha função estrutural, ou seja, a zona tracionada, já que a resistência à tração do concreto é considerada baixa em comparação com a resistência à compressão.

Outro ponto que chama atenção na construção civil é o impacto ambiental e a grande parcela desse setor na geração de resíduos. Neste contexto, na década de 1980 o engenheiro dinamarquês Jorgen Breuning iniciou o desenvolvimento de lajes conhecidas atualmente como Bubbledeck. Essa ideia surgiu quando o governo apoiou um concurso nacional que visava desenvolver ideias para edificações com lajes flexíveis inovadoras, que buscassem solução ecológica, econômica e aplicável em grande escala (BUBBLEDECK, 2008).

Esse sistema utiliza módulos plásticos inseridos na zona tracionada do concreto. Tais módulos são esferas ocas (*bubbles*), colocadas na intersecção entre duas telas metálicas, que propiciam uma redução de até 35% do peso próprio da laje, aumentam a produtividade da execução, já que é um processo industrializado, e ainda reduzem o impacto ambiental.

Neste trabalho busca-se conhecer as vantagens e desvantagens desse

sistema, e através de uma comparação com outro sistema construtivo já conhecido, laje lisa maciça, avaliar e discutir o resultado.

Apresenta-se a descrição deste sistema construtivo e seus tipos da laje, bem como construções já executadas por esse método, apontando suas características, vantagens e desvantagens. Também descrevem-se suas especificações técnicas, e algumas pesquisas e testes internacionais, que incluem testes de resistência e puncionamento. E, por fim, o dimensionamento e comparação entre os dois métodos construtivos e a discussão dos resultados.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo geral

Dimensionar um pavimento com o sistema de lajes Bubbledeck e com o sistema de lajes lisas maciças, por meio de um projeto idealizado, e compará-los.

### 1.1.2 Objetivos específicos

Descrever as características da laje Bubbledeck.

Descrever o processo de execução da laje Bubbledeck.

Definir parâmetros para análise estrutural da laje Bubbledeck.

Descrever os critérios de dimensionamento da laje Bubbledeck.

Efetuar um estudo comparativo entre uma laje Bubbledeck e uma laje lisa, com o intuito de se avaliar as diferenças em termos de esforços atuantes, volume de concreto, taxas de armaduras, deflexões e resistência à punção.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Soluções sustentáveis, simples, economicamente viáveis e com maior agilidade na execução, são cada vez mais procuradas no cenário da construção civil. Dentre tantas soluções, cabe, portanto, ao engenheiro buscar qual delas se adequa melhor ao projeto, visando entre tantos outros fatores, a economia, e consequente redução da representatividade da etapa atingida pela solução no custo total da obra.

A evolução do processo construtivo começa pela qualidade dos projetos, e entre os projetos elaborados para a construção civil, destaca-se o estrutural. O projeto estrutural, individualmente, responde pela etapa de maior representatividade no custo total da construção (15% a 20% do custo total) (COSTA, 1997 apud ALBUQUERQUE, 1999, p.1).

Dentro da etapa estrutural de uma obra, as lajes constituem-se em um dos principais elementos. Portanto, a escolha do tipo de laje a ser utilizada interfere em todo o projeto estrutural, bem como na construção como um todo. As lajes lisas com vazios reúnem diversas vantagens e vem chamando atenção no Brasil e no mundo (GUEDES e ANDRADE, 2015). Em especial as lajes do tipo Bubbledeck, apresentam uma relação custo-benefício bastante satisfatória (FREIRE, 2008), através da diminuição do volume de concreto na estrutura e do peso específico do elemento.

No Brasil essa técnica construtiva ainda é pouco utilizada, e não possui norma que trata especificamente sobre isso. O tema é citado na norma alemã DIN1045 (2001) para construções em concreto armado e na norma britânica EM 13747 (2005). Sendo assim, esse trabalho busca analisar estruturalmente esse novo método em relação a lajes lisas maciças.

Este trabalho é sobre essa nova técnica, que permite maior liberdade nos projetos, maior leveza das estruturas, rapidez na construção e economia de materiais e custos totais da edificação. Por se tratar de um processo construtivo relativamente inovador, principalmente para a região, confere a originalidade deste trabalho.

Analisada essa técnica construtiva, pode-se comparar os resultados dos dimensionamentos das estruturas, podendo servir como base para futuras pesquisas sobre esse tipo de laje e suas vantagens na estrutura como um todo.



## 2 LAJES EM CONCRETO ARMADO

### 2.1 TIPOS DE LAJES

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) – Projeto de estruturas de concreto - Procedimento, as lajes de concreto armado são divididas em três grupos principais: lajes maciças, lajes nervuradas e lajes lisas ou lajes cogumelos.

#### 2.1.1 Laje Maciça

Lajes são elementos bidimensionais planos, em geral horizontais, com duas direções maiores que uma terceira. Considerando uma estrutura normal, as lajes recebem os esforços que atuam perpendicularmente a sua superfície e transmitem as cargas para as vigas, que transmitem para os pilares, que por sua vez transmitem para as fundações. Em geral esses esforços são compostos por seu peso próprio, carga das alvenarias, revestimentos que nela se encontram e ações acidentais. As lajes maciças apresentam grande representatividade no consumo de concreto da estrutura, aproximadamente 50% do total (PINHEIRO, MUZARDO, SANTOS, 2010).

#### 2.1.2 Laje Nervurada

As lajes nervuradas são constituídas por vigas que se cruzam e se solidarizam pela mesa. Tal laje tem comportamento estrutural intermediário entre o de laje maciça e o de grelha (PINHEIRO, RAZENDE, 2003). Esse tipo de laje apresenta eliminação do concreto abaixo da linha neutra, conseqüentemente apresenta uma redução no peso próprio e um melhor aproveitamento dos materiais aço e concreto. A resistência à tração é concentrada nas nervuras e os materiais de enchimentos têm como única função substituir o concreto, não contribuindo na resistência.

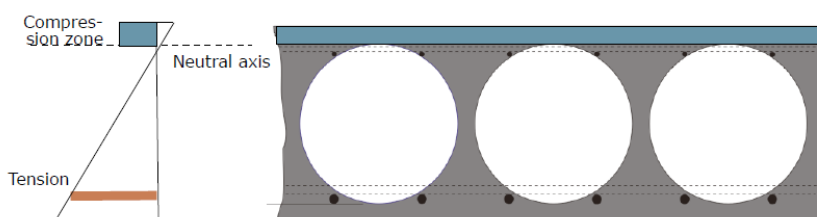
### 2.1.3 Laje Lisa e Laje Cogumelo

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), lajes cogumelos são aquelas apoiadas diretamente em pilares com capitéis, e lajes lisas são aquelas apoiadas diretamente nos pilares sem o uso de capitéis.

## 2.2 LAJES BUBBLEDECK

A ideia de reduzir o volume de concreto, utilizando-o somente onde este exerce função estrutural não é tão recente. Atualmente, porém, este conceito vem tomando espaço no cenário internacional e também nacional, através das chamadas “lajes com vazios”. Sempre em busca do processo construtivo que mais se adeque às exigências do mercado, diversos tipos dessas lajes vêm ganhando espaço, entre elas o tipo Bubbledeck (GUEDES e ANDRADE, 2015).

Desenvolvido na década de 80, pelo dinamarquês Jorgen Breuning, esse sistema incorpora esferas ocas (*bubbles*), compostas por polipropileno e uniformemente distribuídas, entre malhas de aço, de forma a ocupar a zona tracionada de concreto (zona de concreto que não exerce função estrutural), conforme a figura 1.



**Figura 1: Seção Transversal das lajes Bubbledeck**  
**Fonte: Bubbledeck Internacional, 2008**

Apesar de ser uma técnica pouco conhecida no Brasil, esse sistema construtivo já é bastante reconhecido na Europa, onde ganhou vários prêmios devido a grande inovação e ecoeficiência.

Segundo a fabricante, *Bubbledeck Brasil*, a utilização desses elementos vazios permite a redução do peso da laje em até 35% em relação a lajes convencionais, o que proporciona um alívio considerável de cargas sobre as fundações. A incorporação das esferas ainda pode reduzir o número de pilares, aumentando o inter-eixo entre eles em até 50%.

Armadas em duas direções, essas lajes são apoiadas sobre os pilares, sem a necessidade da utilização de vigas, e devido ao efeito da punção podem ou não apresentar um acréscimo de espessura da laje na região em volta dos pilares. Esse acréscimo forma os capitéis, que compõem as lajes cogumelos (RODRIGUES, 2014).

### 2.2.1 Construções em lajes Bubbledeck

O primeiro edifício a ser construído com esse sistema de lajes Bubbledeck foi o Millennium Tower, em Rotterdam, na Holanda, figura 2. Com 149 metros e 35 andares, o edifício, concluído em 2000, foi inicialmente projetado com o uso de lajes alveolares. Antes de começar a execução, porém, decidiu-se usar o conceito destas lajes com vazios, dentre outros motivos, pela falta de espaço de armazenamento de materiais na obra, que se localizava em vias arteriais e rodovias (RODRIGUES, 2014).

Tal mudança gerou uma série de vantagens. Provocou uma diminuição no número de pilares de 50%, economia de 500 viagens de caminhões e uma redução significativa de tempo de execução e dinheiro. Devido à mudança no tipo da laje, o piso que seria construído em oito dias se fosse feito em lajes tradicionais passou a ser construído em quatro. Outra mudança foi feita na metade da construção, ao incluir dois pavimentos em relação ao projeto inicial, o que foi possível devido à redução do pé-direito, já que o sistema de laje Bubbledeck não utiliza vigas (FREIRE, 2008).



**Figura 2- Millennium Tower, Rotterdam**  
Fonte: <https://br.pinterest.com>

Outra obra que se destacou foi a City Hall and Office, em Glostrup na Dinamarca (figura 3). Primeiro projeto dinamarquês com esse sistema, que proporcionou uma estrutura leve, com amplas fachadas de vidro e lajes com balanço de 3,2 metros.



**Figura 3- City Hall and Office, Dinamarca**  
**Fonte: Bubbledeck Internacional, 2012**

A maior estrutura com esse sistema de lajes construída no Reino Unido é o edifício Le Coie Hotel, em Jersey, figura 4. Tal obra foi executada seis semanas antes do prazo, e contou com uma economia de 3% do custo total do projeto (BUBBLEDECK BRASIL, 2012).



**Figura 4- Le Coie Hotel, Jersey**  
**Fonte: Bubbledeck Brasil, 2012**

No Brasil a primeira obra a ser executada com esse sistema foi a ampliação da sede da Construtora Noberto Odebrecht, em Salvador, Bahia (figura 5). Do mesmo modo que no edifício Millennium Tower, o projeto inicial previa o uso de outro tipo de laje, a laje nervurada. Porém, devido à grande dimensão do

empreendimento e curto prazo de execução, bem como a mão-de-obra exigida pela laje nervurada, optou-se por um sistema que permitisse maior agilidade e produtividade (PARCIANELLO, 2014). Outro ponto a ser observado foi a incompatibilidade do projeto inicial que previa ambientes sem forros e tubulações aparentes, o que não seria possível com o sistema de lajes nervuradas. Optou-se então pelo uso de lajes Bubbledeck (GUEDES e ANDRADE, 2015).

Na construção do Novo Centro Administrativo do Distrito Federal, a obra teve uma redução de materiais de 35% de concreto, 60% da quantidade de escoramentos e 2500 viagens de caminhões economizadas, em relação ao projeto original, que previa lajes convencionais (BUBBLEDECK BRASIL).



**Figura 5- Centro Administrativo do Distrito Federal**  
**Fonte: PONTES, 2016**

### 2.2.2 Vantagens e Desvantagens do sistema Bubbledeck

Algumas das vantagens apresentadas pela fabricante *Bubbledeck Brasil* para esse sistema construtivo são:

- Liberdade nos projetos, o que permite layouts flexíveis e fácil adaptação a layouts curvos e irregulares;
- Redução do peso próprio em até 35%, o que alivia as cargas sobre as fundações, 1 kg de lajes nesse sistema substitui em média 60 kg de concreto;
- Aumento dos vãos nas duas direções, até 50% maior que nas estruturas convencionais;
- Eliminação de vigas, o que proporciona uma rapidez de execução e economia de mão-de-obra e materiais;

- Atenuação do nível de ruído entre pavimentos, já que o material utilizado apresenta melhor isolamento acústico que o concreto;
- Ganho expressivo de pé direito, já que a laje é plana;
- As instalações podem ser embutidas nas lajes, e podem ser também perfuradas posteriormente, caso haja necessidade;
- Resistência ao fogo. Em caso de incêndio as esferas carbonizam sem emitir gases tóxicos. Dependendo da cobertura de concreto, a resistência ao fogo pode variar de 60 a 180 minutos, conforme verificações realizadas de acordo com a ISO 834.

Além dessas vantagens, as lajes Bubbledeck apresentam “Selo Verde”, por reduzirem as quantidades de materiais empregados, reduzindo conseqüentemente a emissão de CO<sub>2</sub> na atmosfera, e por utilizar plástico reciclável em suas esferas substituindo o concreto.

Lima (2015) cita algumas desvantagens desse sistema:

- Necessidade de mão-de-obra especializada;
- Falta de normas que tratem especificamente sobre esse tipo de laje em alguns países;
- O fato de necessitar de alguns requisitos de projeto, como largura mínima e espaçamento, que pode gerar dificuldades na execução;
- Exige um cuidado especial quando o transporte é feito por meio de guas;
- Podem surgir problemas na ligação laje-pilar pela concentração de forças cisalhantes, o que pode provocar a ruína da laje.

### 2.2.3 Tipos de Lajes Bubbledeck

#### 2.2.3.1 Pré-lajes

É o tipo mais comum. Um elemento pré-laje de 6 cm de espessura é concretado e em seguida os módulos, compostos pelas armaduras inferior e superior às esferas plásticas, são fixados nesse elemento, formando um painel pré-moldado, como mostrado na figura 6. Através de um guindaste móvel essas pré-lajes são posicionadas no local certo sobre escoramentos provisórios, posiciona-se as armaduras adicionais e as barras de ligação entre os painéis, e então é executada a

última etapa da concretagem.



**Figura 6- Pré-laje**

**Fonte: Engenharia Civil Diária, Sistema Construtivo Bubbledeck**

### 2.2.3.2 Módulos Bubbledeck

As esferas são inseridas numa espécie de gaiola, entre as duas telas metálicas, formando o módulo. Em seguida os módulos são posicionados no lugar adequado sobre fôrmas de madeiras, e assim como nas pré-lajes as armaduras adicionais são posicionadas e a concretagem feita em duas etapas: a primeira em uma camada de 6 cm para que as esferas não flutuem, e na segunda é concretado o restante da laje. A figura 7 mostra um exemplo desse tipo de laje.

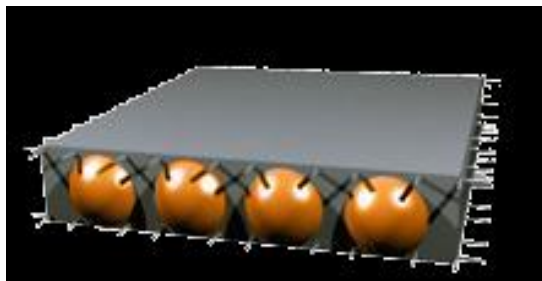


**Figura 7- Módulos Bubbledeck**  
**Fonte: Bubbledeck Internacional**

### 2.2.3.3 Painéis Acabados

As lajes são entregues prontas no local da obra, já concretadas, como

esquemático na figura 8. No destino final, os painéis são posicionados e içados. Este tipo é possível somente para apoios em uma só direção e se faz necessária a inclusão de vigas de suporte ou paredes.



**Figura 8- Painel Acabado**  
**Fonte: Bubbledeck Brasil, 2014**

#### 2.2.4 Projeto e Execução

O sistema de lajes Bubbledeck é reconhecido por entidades europeias como: Eurocode, British Standards, Komo e German Code (BUBBLEDECK BRASIL, 2014).

No Brasil essas lajes são dimensionadas de acordo com a NBR 6118:2014- Projeto de Estruturas de Concreto Armado, utilizando os mesmos métodos das lajes lisas maciças, por apresentar comportamento estrutural semelhante. Porém deve ser considerada a redução de carga intrínseca, que se refere à redução do peso próprio devido ao vazio no interior das esferas (FREIRE, 2008).

Já as partes maciças da laje (junto aos apoios) são dimensionadas de acordo com a capacidade de suporte de carga cortante para resistir aos esforços cisalhantes.

As etapas construtivas do painel Bubbledeck começam quando o elemento pré-moldado (descrito em 2.2.3) chega à obra. Tais elementos são posicionados no lugar adequado através de equipamentos mecânicos, guindastes móveis, e escorados em vigas provisórias espaçadas de 1,8 a 2,5 metros.

Posicionadas as pré-lajes, ou os módulos, são feitos reforços nas juntas, através das armaduras de ligações entre as peças pré-moldadas e entre as malhas superiores. Na região dos pilares, onde se encontram os capitéis, é colocada a armadura adicional superior e, se necessário, armaduras de reforço. Caso haja necessidade de reforços periféricos, podem-se colocar armaduras no perímetro da laje.



As lajes Bubbledeck apresentam a possibilidade de incorporar as instalações elétricas e hidráulicas às lajes antes da concretagem, ou ainda podem ser feitas aberturas posteriores. Feitas as instalações, é realizada a segunda etapa da concretagem (lançamento e adensamento). Posteriormente faz-se a remoção do escoramento conforme especificações técnicas e realizam-se os acabamentos.

O quadro 1 apresenta um resumo da execução de acordo com as especificações da empresa *Bubbledeck Brasil*:

**Quadro 1- Resumo de execução das lajes Bubbledeck**

1. Suportes temporários	Normalmente espaçados a 2,40 m;
2. Adicionar ferro complementar	Semi-pré-fabricados- painéis designados para cada posição;
3. Barras de ligação e capitéis	Soltar retas barras de emenda e de reforço ao cisalhamento através de colunas;
4. Preparação	Vedação e limpeza dos elementos pré-fabricados;
5. Concretagem	Adicionar concreto, vibrar e nivelar;
6. Escoramento	Remover após uma ou duas semanas de acordo com as determinações do projeto.

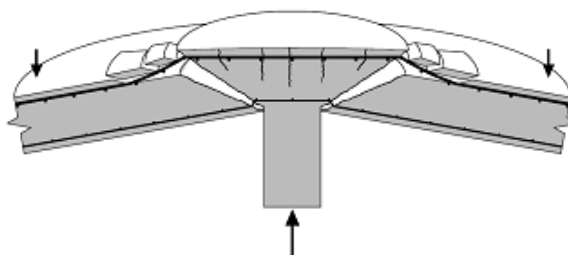
**Fonte: Bubbledeck Brasil, 2014**

#### 2.2.4.1 Ensaio e Estudos

Diversos estudos e ensaios foram realizados na Europa para verificar a eficiência do sistema Bubbledeck. Um dos pontos mais importantes a ser observado nesse sistema de lajes é a ruptura por punção que pode ocasionar a total separação entre pilar e laje (SILVA, CAMPI e RAMIREZ, 2016).

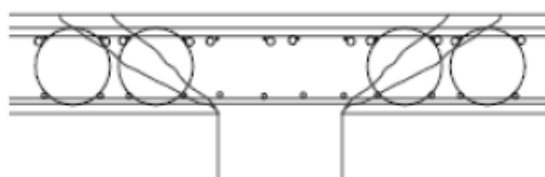
A laje do tipo Bubbledeck é considerada pela ABNT NBR 6118 (ABNT,2014) como laje lisa, por ser apoiada diretamente sobre os pilares. Segundo Lima (2015), a diminuição da rigidez da estrutura Bubbledeck, em comparação com sistemas convencionais com vigas, é a principal desvantagem desse sistema, sendo a região de encontro pilar-viga a mais crítica, por isso o estudo nessa região é essencial.

A separação pilar-viga pode ocorrer devido aos esforços cisalhantes presentes na região dos pilares. A figura 9 mostra que as fissuras que causam a ruptura por punção partem de uma carga concentrada em uma região e atravessam a laje até sua outra face, a angulação formada varia de 25 a 45 graus em relação ao plano da laje (LIMA, 2015).

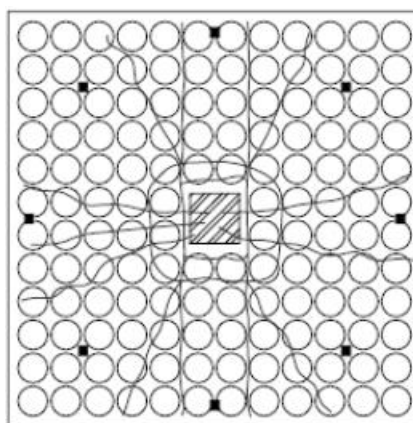


**Figura 9- Esquema de Ruptura por punção**  
**Fonte: GUANDALINI, 2006, apud LIMA, 2015**

Estudos da *Darmstadt University of Technology*, da Alemanha, apontaram que os vazios das lajes Bubbledeck não mudam o padrão de fissuração, em relação às lajes maciças, porém, a resistência à perfuração apresentada foi menor. O fenômeno da perfuração pode estar ligado ao número de bolhas que as fendas atravessam, portanto é importante que se tenha um perímetro de controle na região laje-pilar, para que se assegure uma maior resistência (SCHENELLENBACH-HELD, et al., 2002, apud SILVA, CAMPI e RAMIREZ, 2016). As figuras 10 e 11 ilustram o padrão de fissuração e a importância do perímetro de controle.



**Figura 10- Padrão de Fissuração- Corte,**  
**Fonte: SCHENELLENBACH-HELD, et al., 2002**



**Figura 11- Padrão de Fissuração – Planta**  
**Fonte: SCHENELLENBACH-HELD, et al., 2002**

Já relatórios apresentados pela *Eindhoven University of Technology*, Países Baixos, mostram que as lajes Bubbledeck resistem a 81% dos esforços de cisalhamento e 91% da resistência à punção que uma laje maciça de mesma

espessura, resistências maiores que o esperado para esse tipo de laje (GUEDES e ANDRADE, 2015). Os testes ainda mostram uma vantagem das esferas no processo de concretagem: as mesmas causam resultados parecidos com aditivos plastificantes, já que a resistência ao cisalhamento é relacionada somente com a massa de concreto efetiva (GUEDES e ANDRADE, 2015).

Em mais um estudo da *Darmstadt University of Technology*, da Alemanha, fez-se uma comparação entre propriedades da laje Bubbledeck e de uma laje lisa, pelo teste de resistência a flexão. Os resultados obtidos estão no quadro 2.

**Quadro 2- Comparação Laje Bubbledeck x Laje Lisa**

<b>Bubbledeck x Laje Lisa</b>			
<b>Em % de laje lisa</b>	Mesma Resistência (%)	Mesma Rigidez a flexão (%)	Mesmo Volume de concreto (%)
Resistência	100	105	150
Rigidez a flexão	87	100	300
Volume de concreto	66	69	100

**Fonte: GUEDES E ANDRADE, 2015**

Observa-se no Quadro 2 que para a mesma resistência, a laje Bubbledeck apresentou uma redução de 13% na rigidez a flexão em relação à laje lisa, e 44% no volume de concreto. Para mesma rigidez a flexão, a laje Bubbledeck apresentou um aumento de 5% na resistência em relação à outra laje, enquanto o volume de concreto diminuiu e apresentou 69% do volume de concreto da laje lisa. Para o mesmo volume de concreto, a resistência aumentou 50% e a rigidez à flexão 200% em relação à laje lisa.

Outro estudo realizado pela *Eindhoven University of Technology*, foi em relação à resistência a incêndios. Testes indicaram que a laje do tipo Bubbledeck obteve uma resistência térmica 17% a 39% maior que uma laje lisa de mesma espessura. Quanto ao TRRF (Tempo Requerido de Resistência ao Fogo), lajes de 33 cm de espessura com 2 cm de cobrimento de concreto apresentaram 60 minutos, já as lajes com 23 cm de espessura e 3,5 cm de cobrimento 120 minutos (GUEDES e ANDRADE, 2015).

Com relação ao isolamento acústico, foram avaliados desempenhos quanto a ruídos de impacto, ruídos aéreos e pressão sonora de impacto. O sistema em questão atingiu desempenho próximo ao das lajes lisas e alveolares (GUEDES e

ANDRADE, 2015).

#### 2.2.4.2 Especificações para Dimensionamento

O primeiro critério a ser utilizado para a escolha do tipo de laje Bubbledeck é o de limitação das flechas. Onde é determinado o vão máximo, através da razão entre o menor comprimento do vão e a espessura da laje. Em seu manual, a fabricante *Bubbledeck Internacional* sugere para os diferentes vãos as razões a seguir:

$$L/d \leq 30 \text{ – vãos simples;}$$

$$L/d \leq 39 \text{ – vãos contínuos;}$$

$$L/d \leq 10,5 \text{ – balanços.}$$

Onde,

L - comprimento do vão;

d – espessura da laje.

De acordo com o vão, o quadro 3 mostra a espessura padronizada da laje Bubbledeck, sua carga permanente equivalente e ainda o diâmetro das esferas a ser utilizado.

**Quadro 3- Vãos e cargas permanentes**

Tipo	Espessura da Laje (cobertura ajustável) (mm)	Diâmetro das Esferas (mm)	Vãos (Internos-com continuidade entre vãos) (m)	Vãos ( Externos-sem continuidade entre vãos) (m)	Comprimento máximo em balanço (m)	Massa de laje totalmente Concretada (kg/m <sup>3</sup> )	Consumo de concreto (m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup> )
BD230	230 (225-280)	φ 180	6-9	5-6	≤ 2,5	370	0,15
BD285	285 (280-330)	φ 225	7-11	6-8	≤ 3,0	460	0,19
BD340	340 (330-385)	φ 270	9-13	7-10	≤ 3,5	550	0,23
BD395	395 (385-435)	φ 315	10-15	8-11	≤ 4,0	640	0,25
BD450	450 (435-500)	φ 360	11-17	9-12	≤ 4,5	730	0,31

**Fonte: Bubbledeck Internacional, 2013**

O quadro 4 apresenta os diâmetros padronizados das esferas e valores relacionados a cada diâmetro, dependendo da quantidade de esferas projetadas por metro quadrado variam a capacidade de redução de carga e os intereixos das esferas.

**Quadro 4- Especificações Técnicas**

Diâmetro da Esfera (cm)	18	22,5	27	31,5	36	40,5	45
Mínimo Intereixos das Esferas (cm)	20	25	30	35	40	45	50
Máximo Número de Esferas (1/m <sup>2</sup> )	25	16	11,11	8,16	6,25	4,94	4
Espessura Mínima da Laje (cm)	23	28	34	40	45	52	58
Redução de Carga por Esfera (KN)	0,08	0,15	0,26	0,41	0,61	0,87	1,19
Red. Máx. De Carga /m <sup>2</sup> (KN/m <sup>2</sup> )	1,91	2,39	2,86	3,34	3,82	4,29	4,77
Fator para Rigidez (-)	0,88	0,87	0,87	0,88	0,87	0,88	0,88
Fator para Cortante (-)	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6

**Fonte: Bubbledeck Internacional, 2013**

### 3 DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS

A NBR 6118 (ABNT, 2014) descreve os procedimentos para o dimensionamento de estruturas em concreto armado com base nos Estados Limites. Para que se obtenha melhor desempenho da estrutura, esses Estados Limites, divididos em Estados Limites Últimos e Estados Limites de Serviço, não devem ser ultrapassados, caso contrário são considerados inadequados às finalidades da construção, segundo a NBR 8681 (ABNT, 2003) – Ações e segurança nas estruturas - Procedimento.

Para o cálculo de elementos estruturais em concreto armado são considerados primeiramente os Estados Limites Últimos (ELU) e posteriormente são verificados os Estados Limites de Serviço (ELS) (VERISSÍMO, 1999).

O ELU, segundo a Norma Brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) , é aquele ligado ao colapso, ou qualquer tipo de ruína estrutural, onde sua ocorrência determina a paralisação do todo ou de parte da construção. A verificação desse estado é satisfatória quando a resistência de cálculo de cada componente da estrutura for maior ou igual à solicitação de cálculo, devido à combinação mais desfavorável de ações.

Ao dimensionar no ELU, além de garantir uma segurança adequada (probabilidade mínima de ruína), garante-se uma boa ductilidade, de forma que se houver uma eventual ruína, essa ocorra de forma previamente avisada, alertando os usuários.

Já o ELS, segundo a Norma Brasileira, é aquele que devido a sua ocorrência, repetição ou duração causam efeitos na estrutura que não respeitam as condições para o funcionamento normal da construção, ou que são considerados indícios do comprometimento da durabilidade da estrutura.

Este estado está relacionado com o desempenho da estrutura sob condições normais de utilização. A verificação desse estado limite é feita considerando as cargas de serviço, ou seja, cargas nominais sem majoração.

Devem ser verificadas, portanto, os seguintes estados-limites: Estado-limite de deformação, Estado-limite de fissuração e de formação de fissuras.

### 3.1 ANÁLISE ESTRUTURAL

Para determinar os esforços das lajes lisas, os diversos métodos que existem, seguem duas linhas de teorias: a Teoria da Plasticidade ou a Teoria da Elasticidade. O método elástico, baseado na Teoria da Elasticidade, admite que o material que compõe a laje seja homogêneo, isotrópico e de comportamento linear.

Os esforços solicitantes, para estruturas de concreto armado, podem ser calculados pela teoria clássica de placas delgadas (Teoria de Kirchhoff). Tal teoria foi baseada na Equação de Lagrange, equação diferencial da deformada elástica de uma placa delgada (PINHEIRO, MUZARDO E SANTOS, 2010).

Admitindo-se que a placa sofra apenas deslocamentos verticais e partindo das equações de equilíbrio, das leis constitutivas do material e expressando as tensões e deformações em função dos deslocamentos verticais, tem-se a Equação de Lagrange (GUEDES e ANDRADE, 2015):

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad (1)$$

Sendo,

$w$  – função que representa os deslocamentos verticais;

$p$  – carga total uniformemente distribuída;

$D$  – rigidez da placa à flexão:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2)$$

Sendo,

$E$  – módulo de elasticidade;

$h$  – espessura da placa;

$\nu$  – coeficiente de Poisson.

Além de não ser uma solução prática para cálculos manuais, esse cálculo somente é válido para placas circulares. Porém podem ser feitas aproximações com a utilização das séries de Fourier, ou ainda integrações numéricas, como por exemplo: diferenças finitas, elementos finitos, elementos de contorno ou analogia de grelha.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), nos casos em que os pilares estão dispostos ortogonalmente, de modo regular e com os vãos entre eles pouco

diferentes, os esforços podem ser calculados por processos elásticos aproximados, com uma redistribuição que se resume em adotar para cada direção pórticos múltiplos. Tal método recomendado pela norma citada é denominado Método dos Pórticos Equivalentes, ou Método dos Pórticos Múltiplos.

A norma ACI 318 (2014) também prevê um método aproximado de análise dos esforços, esse método é chamado de Método Direto, que se constitui em determinar os esforços de flexão em um painel, desconsiderando as dimensões e cargas dos painéis adjacentes. O método consiste na determinação de um momento total nas duas direções de cada painel, em seguida transforma-se esse momento total em três: dois momentos negativos aplicados nas seções de apoio, onde se encontram os pilares, e um momento positivo no centro do vão. E então esses momentos negativos e positivos são distribuídos em faixas de lajes, centrais e laterais.

Para este trabalho adotou-se o Método dos Pórticos Equivalentes, por ser o método descrito e recomendado pela Norma Brasileira.

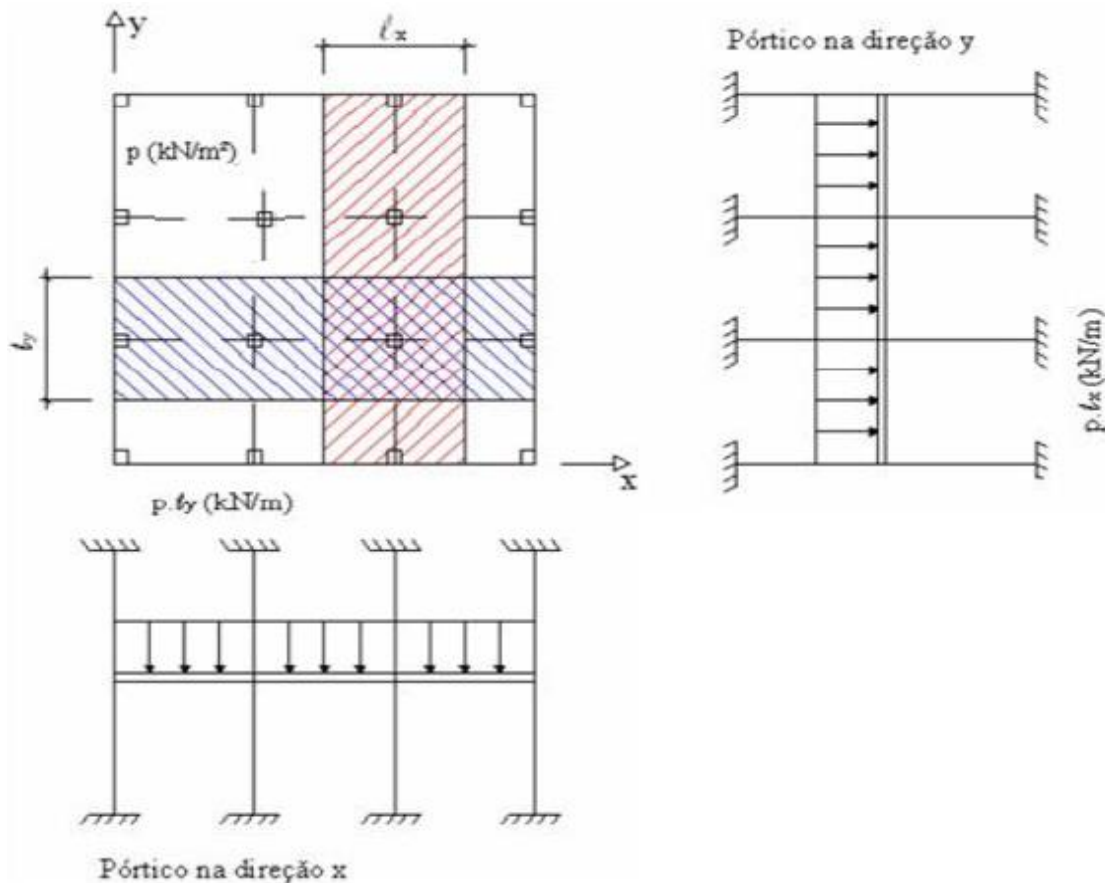
### 3.1.1 Método dos Pórticos Equivalentes

Para os casos em que os pilares estiverem alinhados em filas ortogonais, regularmente e com vãos pouco diferentes nas duas direções, é permitido o cálculo dos esforços pelo método elástico aproximado, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014).

O método em que a Norma Brasileira se refere é o Método dos Pórticos Múltiplos ou Equivalentes, onde se supõe que a estrutura está dividida em uma série de pórticos múltiplos, formados por um conjunto de barras horizontais de inércias iguais às da região da laje delimitada na metade da distância entre duas linhas de pilares (figura 12) (ARAÚJO, 2003, apud AGNOLETTO, 2012, p. 35).

Os pórticos formados devem ser calculados separadamente uns dos outros, e consideradas as cargas totais para cada um deles. Devem ser feitas hipóteses de arranjo de cargas que gerem momentos positivos e negativos nas faixas. De acordo com Guedes e Andrade (2015), é recomendado que “a média das forças axiais obtidas em um pilar pertencente a dois pórticos distintos seja dividido por dois”.





**Figura 12- Definição dos Pórticos Múltiplos**  
 Fonte: AGNOLETTO, 2012

A NBR 6118 (ABNT, 2014) ainda destaca que devem ser estudadas cautelosamente as ligações entre pilares e lajes, com atenção especial para aquelas lajes em que não haja simetria de formas ou de carregamento da laje em relação ao apoio, e se faz importante, também, a verificação em relação à punção.

Para painéis divididos em quatro faixas de mesmo tamanho e os cantos correspondendo aos pilares, conforme mostrado na figura 13, a NBR 6118 (ABNT, 2014) indica como deve ser feita a distribuição dos momentos obtidos em cada direção:

- 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

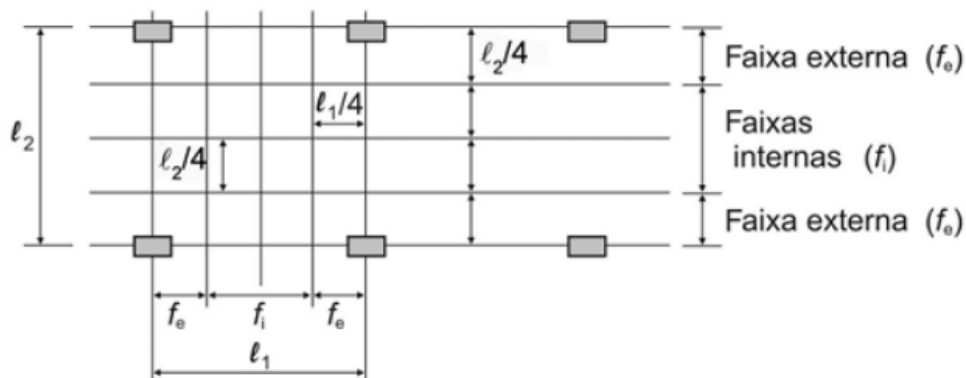


Figura 13 - Representação da divisão das lajes em faixas  
Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)- Projeto de Estruturas de Concreto

### 3.2 DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO

Da análise da laje lisa, obtêm-se os momentos característicos ( $M_k$ ), a partir dos quais serão determinadas as armaduras de flexão. Tal dimensionamento é feito no ELU (Estado Limite Último).

Primeiramente, determinam-se os momentos fletores de cálculo ( $M_d$ ) multiplicando-se os momentos característicos encontrados na análise estrutural por um coeficiente de ponderação das ações, de valor igual a 1,4 para combinações de ações normais.

Para o cálculo da área de armadura, quando o concreto usado possui  $f_{ck}$  (resistência característica à compressão) igual ou inferior a 50 MPa, usualmente dispõe-se de tabelas. Neste trabalho serão utilizadas tabelas de lajes desenvolvidas por Pinheiro (2007), quadro 5 e 6. Sabendo o valor de  $M_d$ , pode-se calcular o valor do coeficiente  $K_c$ :

$$K_c = \frac{b_w \cdot d^2}{M_d} \quad (3)$$

Sendo:

d- altura útil da laje (em cm);

$b_w$ - largura da seção transversal da laje.

Admite-se uma largura de um metro ( $b_w = 100 \text{ cm}$ ), obtendo-se assim armaduras por metro linear.

Conhecido o coeficiente  $K_c$ , a resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ), e o tipo de aço que será utilizado, é possível obter o coeficiente  $K_s$  através do quadro 5.

Quadro 5- Tabela Kc e ks

FLEXÃO SIMPLES EM SEÇÃO RETANGULAR - ARMADURA SIMPLES														
$\beta_c$	$\frac{x}{d}$	$k_c \frac{bd^2}{M_d} (\text{cm}^2/\text{kN})$								$k_s \frac{A_s d}{M_d} (\text{cm}^2/\text{kN})$			D O M I N I O	
		C10	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	CA-25	CA-50		CA-60
	0,02	103,8	69,2	51,9	41,5	34,6	29,7	25,9	23,1	20,8	0,046	0,023	0,019	2
	0,04	52,3	34,9	26,2	20,9	17,4	15,0	13,1	11,6	10,5	0,047	0,023	0,020	
	0,06	35,2	23,4	17,6	14,1	11,7	10,1	8,8	7,8	7,0	0,047	0,024	0,020	
	0,08	26,6	17,7	13,3	10,6	8,9	7,6	6,7	5,9	5,3	0,048	0,024	0,020	
	0,10	21,5	14,3	10,7	8,6	7,2	6,1	5,4	4,8	4,3	0,048	0,024	0,020	
	0,12	18,0	12,0	9,0	7,2	6,0	5,2	4,5	4,0	3,6	0,048	0,024	0,020	
	0,14	15,6	10,4	7,8	6,2	5,2	4,5	3,9	3,5	3,1	0,049	0,024	0,020	
	0,16	13,8	9,2	6,9	5,5	4,6	3,9	3,4	3,1	2,8	0,049	0,025	0,021	
	0,18	12,3	8,2	6,2	4,9	4,1	3,5	3,1	2,7	2,5	0,050	0,025	0,021	
	0,20	11,2	7,5	5,6	4,5	3,7	3,2	2,8	2,5	2,2	0,050	0,025	0,021	
	0,22	10,3	6,8	5,1	4,1	3,4	2,9	2,6	2,3	2,1	0,050	0,025	0,021	
	0,24	9,5	6,3	4,7	3,8	3,2	2,7	2,4	2,1	1,9	0,051	0,025	0,021	
	0,26	8,8	5,9	4,4	3,5	3,0	2,5	2,2	2,0	1,8	0,051	0,026	0,021	
	0,28	8,3	5,5	4,1	3,3	2,8	2,4	2,1	1,8	1,7	0,052	0,026	0,022	
	0,30	7,8	5,2	3,9	3,1	2,6	2,2	2,0	1,7	1,6	0,052	0,026	0,022	
	0,32	7,4	4,9	3,7	3,0	2,5	2,1	1,8	1,6	1,5	0,053	0,026	0,022	
	0,34	7,0	4,7	3,5	2,8	2,3	2,0	1,8	1,6	1,4	0,053	0,027	0,022	
	0,36	6,7	4,5	3,3	2,7	2,2	1,9	1,7	1,5	1,3	0,054	0,027	0,022	
	0,38	6,4	4,3	3,2	2,6	2,1	1,8	1,6	1,4	1,3	0,054	0,027	0,023	
	0,40	6,1	4,1	3,1	2,5	2,0	1,8	1,5	1,4	1,2	0,055	0,027	0,023	
	0,42	5,9	3,9	3,0	2,4	2,0	1,7	1,5	1,3	1,2	0,055	0,028	0,023	
	0,438	5,7	3,8	2,9	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,1	0,056	0,028	0,023	
	0,44	5,7	3,8	2,8	2,3	1,9	1,6	1,4	1,3	1,1	0,056	0,028		
	0,46	5,5	3,7	2,7	2,2	1,8	1,6	1,4	1,2	1,1	0,056	0,028		
	0,48	5,3	3,5	2,7	2,1	1,8	1,5	1,3	1,2	1,1	0,057	0,029		
	0,50	5,2	3,4	2,6	2,1	1,7	1,5	1,3	1,1	1,0	0,058	0,029		
	0,52	5,0	3,3	2,5	2,0	1,7	1,4	1,3	1,1	1,0	0,058	0,029		
	0,54	4,9	3,2	2,4	2,0	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,059	0,029		
	0,56	4,7	3,2	2,4	1,9	1,6	1,4	1,2	1,1	1,0	0,059	0,030		
	0,58	4,6	3,1	2,3	1,9	1,5	1,3	1,2	1,0	0,9	0,060	0,030		
	0,60	4,5	3,0	2,3	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,061	0,030		
	0,628	4,4	2,9	2,2	1,8	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,061	0,031		
	0,64	4,3	2,9	2,2	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	0,9	0,062			
	0,68	4,2	2,8	2,1	1,7	1,4	1,2	1,0	0,9	0,8	0,063			
	0,72	4,0	2,7	2,0	1,6	1,3	1,2	1,0	0,9	0,8	0,065			
	0,76	3,9	2,6	2,0	1,6	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,066			
	0,772	3,9	2,6	1,9	1,5	1,3	1,1	1,0	0,9	0,8	0,067			

Fonte: Pinheiro (2007)

Em seguida, calcula-se a área de armadura ( $A_s$ ), em  $\text{cm}^2$ :

$$A_s = \frac{K_s \cdot M_d}{d} \quad (4)$$

Essa área será a quantidade necessária por metro de laje. Para determinar o diâmetro nominal e o espaçamento entre barras, utiliza-se o quadro 6.

Quadro 6- Diâmetro e Espaçamento de barras

ÁREA DA SEÇÃO DE BARRAS POR METRO DE LARGURA $a_s$ (cm <sup>2</sup> /m)							
s (cm)	DIÂMETRO NOMINAL (mm)						s (cm)
	5,0	6,3	8,0	10,0	12,5	16,0	
5,0	3,92	6,24	10,06	15,70	24,54	40,22	5,0
5,5	3,56	5,67	9,15	14,27	22,31	36,56	5,5
6,0	3,27	5,20	8,38	13,08	20,45	33,52	6,0
6,5	3,02	4,80	7,74	12,08	18,88	30,94	6,5
7,0	2,80	4,46	7,19	11,21	17,53	28,73	7,0
7,5	2,61	4,16	6,71	10,47	16,36	26,81	7,5
8,0	2,45	3,90	6,29	9,81	15,34	25,14	8,0
8,5	2,31	3,67	5,92	9,24	14,44	23,66	8,5
9,0	2,18	3,47	5,59	8,72	13,63	22,34	9,0
9,5	2,06	3,28	5,29	8,26	12,92	21,17	9,5
10,0	1,96	3,12	5,03	7,85	12,27	20,11	10,0
11,0	1,78	2,84	4,57	7,14	11,15	18,28	11,0
12,0	1,63	2,60	4,19	6,54	10,23	16,76	12,0
12,5	1,57	2,50	4,02	6,28	9,82	16,09	12,5
13,0	1,51	2,40	3,87	6,04	9,44	15,47	13,0
14,0	1,40	2,23	3,59	5,61	8,76	14,36	14,0
15,0	1,31	2,08	3,35	5,23	8,18	13,41	15,0
16,0	1,23	1,95	3,14	4,91	7,67	12,57	16,0
17,0	1,15	1,84	2,96	4,62	7,22	11,83	17,0
17,5	1,12	1,78	2,87	4,49	7,01	11,49	17,5
18,0	1,09	1,73	2,79	4,36	6,82	11,17	18,0
19,0	1,03	1,64	2,65	4,13	6,46	10,58	19,0
20,0	0,98	1,56	2,52	3,93	6,14	10,06	20,0
22,0	0,89	1,42	2,29	3,57	5,58	9,14	22,0
24,0	0,82	1,30	2,10	3,27	5,11	8,38	24,0
25,0	0,78	1,25	2,01	3,14	4,91	8,04	25,0
26,0	0,75	1,20	1,93	3,02	4,72	7,73	26,0
28,0	0,70	1,11	1,80	2,80	4,38	7,18	28,0
30,0	0,65	1,04	1,68	2,62	4,09	6,70	30,0
33,0	0,59	0,95	1,52	2,38	3,72	6,09	33,0

Fonte: Pinheiro (2007)

### 3.2.1 Armaduras Máximas e Mínimas

Para melhorar o desempenho e a ductilidade à flexão, e controlar a fissuração, a NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece valores mínimos para armadura passiva. Essas armaduras devem ser definidas de acordo com a tabela 19.1 da norma, ilustrada na figura 14.

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,67 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,67 \rho_{\min}$ (ver 19.3.3.2)
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$		
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5 \rho_p \geq 0,5 \rho_{\min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{\min}$		-
onde $\rho_s = A_s/b_w h$ e $\rho_p = A_p/b_w h$ . NOTA Os valores de $\rho_{\min}$ são definidos em 17.3.5.2.1.			

**Figura 14- Valores mínimos para armadura passiva aderente**  
**Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)- Projetos de Estruturas de Concreto**

A taxa de armadura mínima para flexão ( $\rho_{\min}$ ) é dada pela tabela 17.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), mostrada na figura 15, em função da resistência característica do concreto e da forma da seção:

Forma da seção	Valores de $\rho_{\min}^a$ ( $A_{s,\min}/A_c$ ) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

<sup>a</sup> Os valores de  $\rho_{\min}$  estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$  e  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{\min}$  deve ser recalculado.

**Figura 15- Taxas de armaduras mínimas de flexão**  
**Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)- Projetos de Estruturas de Concreto**

Já a armadura máxima à flexão a ser utilizada para lajes, não deve ser maior que 4%  $A_c$ , sendo  $A_c$  a área da seção transversal bruta de concreto, segundo o item 17.3.5.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

### 3.3 VERIFICAÇÃO DA DEFORMAÇÃO MÁXIMA- DEFLEXÃO

Para as lajes de concreto, assim como para outros elementos estruturais, deve ser verificado o “estado-limite de deformações excessivas” (ELS-DEF), que, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, item 3.2.4, p. 5, 2014), é “o estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal”.

Pela NBR 6118 (ABNT, 2014), essa verificação no estado-limite de deformações deve ser realizada considerando a rigidez efetiva das seções do elemento estrutural, levando em conta a presença das armaduras, a fissuração do concreto ao longo do tempo e as deformações causadas ao longo do tempo. A deformação real da estrutura depende de alguns parâmetros: do processo construtivo adotado e das propriedades dos materiais empregados (módulo de elasticidade e resistência à tração).

O item 17.3.2.1 da norma recomenda que a avaliação das flechas nas vigas e lajes seja feita de maneira aproximada, admitindo o concreto e o aço materiais de comportamento elástico e linear. Assim, as seções ao longo do elemento podem “ter as deformações específicas determinadas pelo estágio I, desde que os esforços não superem aqueles que dão início à fissuração, e no estágio II, em caso contrário”.

Estádio é o nome dado às diversas fases pelas quais a seção de concreto passa ao longo de um carregamento. O estágio I é a fase correspondente ao início do carregamento, onde as tensões nominais que surgem na seção são de baixa magnitude e sendo assim, o concreto consegue resistir às tensões de tração. Tal estágio termina quando a seção de concreto fissura.

Já o estágio II, é a fase em que o carregamento encontra-se num nível em que o concreto não mais resiste às tensões de tração, e, portanto a seção encontra-se fissurada. Esse estágio termina com o início da plastificação do concreto comprimido.

O momento que dá início à fissuração, ou momento fletor de fissuração é

determinado pela equação abaixo:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (5)$$

Onde:

$\alpha$  - fator que correlaciona a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta. Para seções retangulares  $\alpha = 1,5$ ;

$f_{ct}$  - resistência do concreto à tração direta;

$I_c$  - momento de inércia da seção bruta de concreto;

$y_t$  - distância do centro de gravidade da seção até a fibra mais tracionada.

Para a determinação do  $M_r$ , no estado limite de deformação excessiva, utiliza-se o  $f_{ctm}$ , que para concreto com resistência característica até 50 MPa, é dada pela expressão:

$$f_{ct} = f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (6)$$

Sendo:

$f_{ck}$  - resistência característica do concreto, em MPa.

Para seções retangulares, o momento de inércia é calculado como:

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (7)$$

### 3.3.1 Flecha imediata

Para a avaliação aproximada da flecha deve ser utilizado no cálculo o valor do módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ), bem como a consideração do efeito da fluência. Para a avaliação aproximada de flechas imediatas, o cálculo da rigidez equivalente é dado por:

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left( \frac{M_r^2}{M_a^2} \right) \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r^2}{M_a^2} \right) \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (8)$$

Onde,

$I_c$  - momento de inércia da seção bruta de concreto;

$I_{II}$  - momento de inércia da peça no estágio II puro;

$M_r$  - momento de fissuração do concreto;

$M_a$  - momento atuante de serviço mais solicitado, ou momento máximo;

$E_{cs}$  - módulo de elasticidade secante de concreto.

Sendo o momento de inércia no estágio II calculado a partir da equação 9.

$$I_{II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 \quad (9)$$

Onde,

$x_{II}$ - profundidade da linha neutra na seção, dada pela equação 10;

$$x_{II} = \frac{\alpha_e \cdot A_s}{b_w} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e \cdot \rho}} \right] \quad (10)$$

$\alpha_e$ - relação entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade secante do concreto;

$A_s$  – área de aço efetiva calculada para flexão;

$d$ - altura útil da laje;

$\rho$ - taxa de armadura.

### 3.3.2 Flecha diferida pelo tempo

A flecha diferida pelo tempo, ou flecha adicional diferida, resultante das cargas de longas durações em função da fluência e retração, é calculada, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), multiplicando um fator  $\alpha_f$  (dado pela equação 11) pela flecha imediata.

Devido à influência dos fatores, fluência e retração, os valores apresentados para a flecha adicional diferida são geralmente superiores aos valores das flechas imediatas, o que explica a sua importância.

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50\rho'} \quad (11)$$

Sendo:

$\xi$ - coeficiente em função do tempo, obtido pelo Quadro 7;

$$\rho' = \frac{A_s'}{b \cdot d}$$

**Quadro 7- Coeficiente  $\xi$  em função do tempo**

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	$\geq 70$
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: NBR 6118/2014



A flecha total é então dada pela soma da flecha imediata com a flecha diferida pelo tempo. Para a verificação em serviço do estado-limite de deformações excessivas são utilizados valores práticos de deslocamentos-limites. Esses deslocamentos-limites são classificados em quatro grupos, pela NBR 6118 (ABNT, 2014):

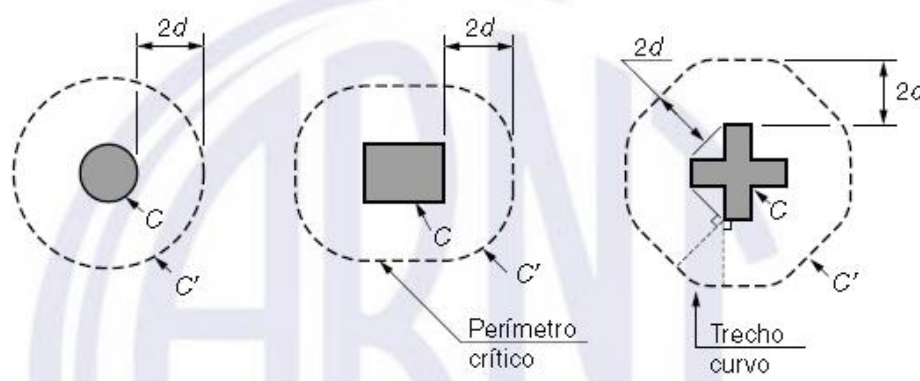
- Aceitabilidade sensorial: é o limite caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável.
- Efeitos específicos: são os deslocamentos que podem impedir a utilização adequada da estrutura.
- Efeitos em elementos não estruturais: são deslocamentos-limites em elementos não estruturais causados pelo deslocamento de elementos estruturais.
- Efeitos em elementos estruturais: são os quais os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas.

Os valores de limitação da flecha, ou deslocamento-limite, são dados pela tabela 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

### 3.4 DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO – RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO

Para o dimensionamento à punção são definidas superfícies críticas, localizadas no entorno de forças concentradas, de acordo com a figura 16:

- Contorno C: superfície crítica do pilar ou força concentrada, verifica-se indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto, através da tensão de cisalhamento;
- Contorno C': afastada  $2d$  (sendo  $d$  a altura útil) do pilar ou carga concentrada, verifica-se capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal, também através da tensão de cisalhamento no contorno em questão. Se houver necessidade, reforça-se a ligação com armaduras transversais;
- Contorno C'': só é verificada caso haja a necessidade de armaduras transversais.



**Figura 16- Perímetro crítico C, C', C''**  
**Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)**

Forças cortantes de grande intensidade estão presentes nas ligações laje-pilares, e originam tensões de cisalhamento nessa região. Nas lajes lisas ou cogumelos, mais frequentemente do que nas lajes convencionais, essas tensões podem acabar causando a ruptura ou perfuração da laje, fenômeno denominado como punção. Por isso se faz necessário o cálculo da resistência ao cisalhamento nas lajes (LIMA, 2015).

Para determinar a capacidade ao cisalhamento de lajes lisas sem armadura de cisalhamento, as normas ACI 318 (2011), Eurocode 2 (2010), NBR 6118 (ABNT, 2014), utilizam uma fórmula geral (Equação 12), mudando apenas a forma de determinar o perímetro de controle:

$$VR,c = v \cdot u \cdot d \quad (12)$$

Onde,

$v$ - Tensão de cisalhamento na ligação laje-pilar;

$u$ - Perímetro de controle definido para lajes sem armadura de cisalhamento;

$d$ - Altura útil da laje.

No caso das lajes lisas de concreto armado, armadas ao cisalhamento, é feita a verificação para três possíveis situações de ruptura: por esmagamento da diagonal comprimida no perímetro do pilar, cortando a região das armaduras de cisalhamento e fora da região das armaduras (LIMA, 2015). A determinação da capacidade de carga é feita através da Equação 13 para as regiões não armadas ao cisalhamento, mudando apenas o perímetro de controle  $u$ , e nas regiões armadas através da equação:

$$VR,cs = VR,c + VR,s \quad (13)$$

Onde,

$VR,cs$  - Capacidade de carga laje-pilar com armadura de cisalhamento;

$VR,s$  - Contribuição do concreto para a capacidade de carga;

$VR,c$  - Contribuição da armadura de cisalhamento na capacidade de carga.

Sendo que, varia para cada norma apresentada a determinação de cada parcela ( $VR,cs$ ,  $VR,s$ ,  $VR,c$ ).

### 3.4.1 Recomendação Normativa: NBR 6118 (ABNT, 2014)

De acordo com a Norma Brasileira, a verificação da resistência à punção é feita comparando-se a tensão cisalhante solicitante com uma tensão resistente limite, estabelecida pela mesma norma. O modelo de cálculo utilizado para o dimensionamento de lajes à punção, ainda de acordo com a norma, equivale à verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas.

#### 3.4.1.1 Pilar interno, com carregamento simétrico

Quando o carregamento puder ser considerado simétrico:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad (14)$$

Sendo,

$$d = (d_x + d_y)/2 \quad (15)$$

Onde,

$d$ - altura útil da laje ao longo do contorno crítico C', externo ao contorno, C da área de aplicação da força e deste distante 2d no plano da laje;

$d_x$  e  $d_y$ - alturas úteis nas duas direções ortogonais;

$u$ - perímetro do contorno crítico C';

$F_{sd}$ - força ou reação concentrada de cálculo;

$\tau_{sd}$ - tensão solicitante de cálculo.

#### 3.4.1.2 Pilares internos, com efeito de momento

Quando além de força vertical, existe uma diferença entre os momentos

atuantes nas lajes de cada lado do pilar, que será transferida para o este, tal efeito de assimetria deve ser considerado através da equação:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d} \quad (16)$$

Sendo,

K- coeficiente que fornece a parcela de  $M_{sd}$  transmitida ao pilar por cisalhamento. Este coeficiente depende da relação  $C_1/C_2$  e é dado pelo quadro 8.

**Quadro 8- Valores de K**

<b>C1/C2</b>	0,5	1,0	2,0	3,0
<b>K</b>	0,45	0,60	0,70	0,80
C1- dimensão do pilar paralela à excentricidade da força				
C2- dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força				

**Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)**

$W_p$ -módulo de resistência plástica, calculado, para pilares retangulares, através da expressão:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4C_2 \cdot d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad (17)$$

Para pilares de borda ou de canto a fórmula usada para o módulo de resistência plástica é a mesma, porém com necessárias para obtenção do perímetro de controle e do valor de K.

### 3.4.1.3 Pilares de borda

Quando não agir momento no plano paralelo à borda livre:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} \quad (18)$$

Sendo,

$$M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0 \quad (19)$$

Onde,

$F_{sd}$ - reação de apoio;

$u^*$ - perímetro crítico reduzido;

$M_{sd1}$ - momento de cálculo no plano perpendicular a borda livre;

$M_{sd}^*$ - momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico

reduzido  $u^*$  em relação ao centro do pilar;

$W_{p1}$ - módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro  $u$ .

Com base na equação 17 e na figura 17, tem-se a equação para obtenção de  $W_{p1}$ :

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{2} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1 \quad (20)$$

Com relação ao  $M_{sd}^*$ , o autor Melges (1995), recomenda:

$$M_{sd}^* = F_{sd} \cdot e^* \quad (21)$$

Sendo,

$$e^* = \frac{C_1 \cdot a + a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot d \cdot C_2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + 8 \cdot d^2}{2 \cdot a + C_2 + 2 \cdot \pi \cdot d} \quad (22)$$

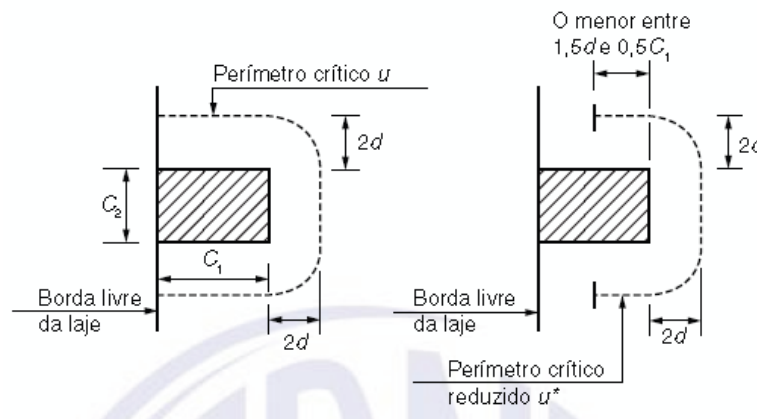
Para o perímetro crítico reduzido,  $u^*$ , Melges (1995) sugere a equação 23 com base na figura 17:

$$u^* = 2 \cdot a + C_2 + 2 \cdot \pi \cdot \frac{2 \cdot d}{2} \quad (23)$$

Sendo,

$a$ - o menor valor entre  $1,5d$  e  $0,5 C_1$ , conforme ilustrado na figura 17.

Os valores de  $K_1$  estão estabelecidos no quadro 8,  $C_1$  e  $C_2$  de acordo com a figura 17.



**Figura 17- Perímetro crítico em pilares de borda**  
Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)

Já quando agir momento no plano paralelo à borda livre:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d} \quad (24)$$

Sendo,

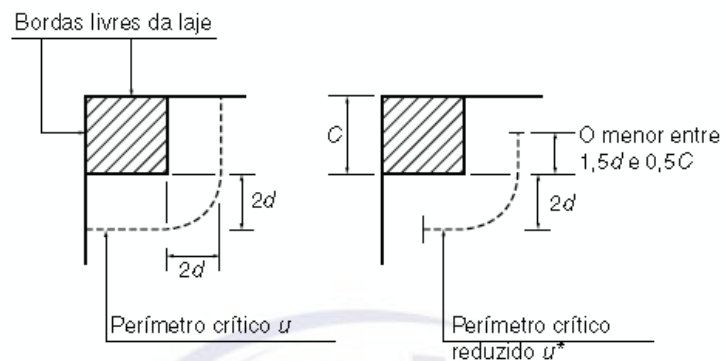
$M_{sd2}$ - momento de cálculo no plano paralelo à borda livre;

$W_{p2}$ - módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre, calculado pelo perímetro  $u$ .

O coeficiente  $K_2$  é retirado do quadro 8, substituindo-se  $C_1/C_2$  por  $C_2/2C_1$ , sendo  $C_1$  e  $C_2$  estabelecidos na figura 17.

#### 3.4.1.4 Pilares de canto

Para pilares de canto assume-se o disposto para pilar de borda sem momento no plano paralelo à borda, porém devem ser verificadas separadamente as duas bordas livres do pilar, considerando o momento fletor cujo plano é perpendicular à borda livre observada. A figura 18 apresenta um esquema do perímetro crítico em pilares de canto.



**Figura 18- Perímetro crítico em pilares de canto**  
**Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014)**

Neste caso,  $K$  deve ser obtido em função da proporção  $C_1/C_2$ , sendo  $C_1$  o lado perpendicular do pilar e  $C_2$  o lado paralelo à borda livre (figura 17).

Para o cálculo dos pilares de canto, foram utilizadas as equações 25 e 26 para obtenção de  $e^*$  e  $W_{p1}$ , respectivamente. A figura 19 mostra a notação através da qual esses parâmetros foram obtidos.

$$e^* = \frac{C_1 \cdot a_1 - a_1^2 + C_1 \cdot a_2 + 4 \cdot d \cdot a_2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + 8 \cdot d^2}{2 \cdot (a_1 + a_2 + \pi \cdot d)} \quad (25)$$

$$W_{p1} = \frac{C_1^2}{4} + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 4d^2 + \frac{\pi \cdot d \cdot C_1}{2} \quad (26)$$

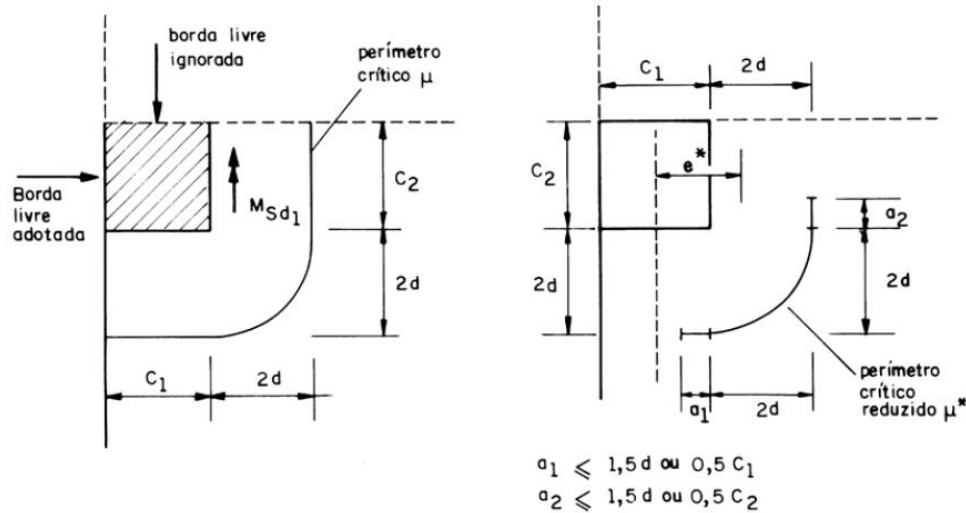


Figura 19- Esquema para cálculo de  $e \cdot W_{p1}$   
Fonte: Melges, 1995

### 3.4.1.5 Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C

Essa verificação é feita no contorno C, em lajes submetidas a punção, com ou sem armadura, através da equação:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad (27)$$

Onde,

$\alpha_v$ -  $(1 - f_{ck}/250)$ , com  $f_{ck}$  dado em megapascal;

$\tau_{sd}$ - calculado com  $u_0$  (perímetro do contorno C).

### 3.4.1.6 Verificação da Tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção

Esta verificação deve ser efetuada pela expressão:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad (28)$$

Sendo,

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$$

$$d = (d_x + d_y)/2$$

Onde,

$d$ - altura útil da laje ao longo do contorno crítico C;

$\rho$ - taxa geométrica de armadura de flexão aderente;

$\rho_x, \rho_y$ - taxas de armaduras nas duas direções ortogonais.

### 3.4.2 Colapso Progressivo

A armadura contra colapso progressivo é calculada para garantir ductilidade local e consecutiva proteção contra o colapso progressivo. Para isso, a armadura de flexão que ultrapassa o contorno C deve estar suficientemente ancorada além do contorno C', ou seja:

$$f_{yd} \cdot A_{s,ccp} \geq 1,5F_{sd} \quad (29)$$

Sendo,

$A_{s,ccp}$ - a somatória de todas as áreas das barras que cruzam cada uma das faces do pilar;

$F_{sd}$ - pode ser calculado com  $\gamma_f$  igual a 1,2.

## 3.5 CONSIDERAÇÕES PARA LAJES BUBBLEDECK

As lajes do tipo Bubbledeck apresentam vazios de formas circulares. O formato circular permite que as forças sejam transferidas de forma homogênea no interior da laje, e assim pode-se calcular a laje Bubbledeck considerando-a uma laje lisa. Ou seja, se faz possível a utilização dos mesmos métodos de cálculo à flexão de lajes lisas (descritos em 3.3).

No entanto, são necessárias algumas considerações de cálculo para o dimensionamento. Dentro dessas considerações cita-se o peso próprio, a flecha e a resistência ao cisalhamento, já que essas são diretamente influenciadas pelo valor da linha neutra, que será diferente para uma laje Bubbledeck em relação à laje lisa



comum (GUEDES e ANDRADE, 2015).

### 3.5.1 Peso Próprio

O peso próprio da laje é definido pelo peso específico do concreto armado e sua espessura. Para uma laje com espessura constante e um metro quadrado de área, o peso próprio é dado por (BASTOS, 2015):

$$P_p = \gamma_{conc} \cdot h \quad (30)$$

Sendo:

$\gamma_{conc}$  - Peso específico do concreto, considerado de 25 KN/m<sup>3</sup> pela NBR 6118 (ABNT, 2014);

$h$  - Espessura ou altura da laje.

A inserção de esferas plásticas vazias no lugar que seria ocupado por concreto, acaba acarretando em uma redução do peso da laje. Para lajes do tipo Bubbledeck o peso próprio é reduzido em média 65% em relação a laje maciça de mesmas dimensões, segundo o fabricante.

Para o cálculo correto do peso próprio da laje Bubbledeck, basta calcular o peso próprio de uma laje lisa (conforme Equação 30) e subtrair o volume de concreto substituído pelos módulos vazios. Para o cálculo da quantidade de módulos deve-se considerar o espaçamento entre os módulos num mesmo painel, o espaçamento entre painéis adjacentes e a região crítica em volta do pilar composta por laje maciça.

### 3.5.2 Deflexão (Flechas)

Para as lajes Bubbledeck, no cálculo da deflexão deve-se usar um coeficiente de minoração de 0,9 no valor de rigidez a flexão que seria usado para lajes lisas ou cogumelos de mesma altura (GUEDES e ANDRADE, 2015).

### 3.5.3 Resistência ao Cisalhamento

Devido ao fato da resistência ao cisalhamento se apresentar diretamente proporcional à quantidade de concreto existente na laje, para a verificação à punção

da laje Bubbledeck, essa resistência será reduzida através de um coeficiente de minoração igual a 0,6 (GUEDES e ANDRADE, 2015). Tal coeficiente reduz de forma expressiva a resistência ao cisalhamento da laje em questão, por isso em áreas onde há esforços cisalhantes muito altos faz-se uma parte maciça, ou seja, não são inseridos os módulos vazios.

## 4 METODOLOGIA

Este trabalho visa fazer o dimensionamento de lajes lisas maciças e lajes do tipo Bubbledeck, através do Método dos Pórticos Equivalentes, descritos anteriormente neste trabalho, para então fazer uma comparação em termos de esforços atuantes, volumes de concreto e taxas de armaduras.

Quanto à classificação desta pesquisa, pode-se dizer que é de carácter qualitativo, onde a preocupação com o processo é maior do que a preocupação com o produto (OLIVEIRA, 2011), ou seja, a pesquisa qualitativa busca maior compreensão de um grupo social, uma organização ou uma trajetória (GOLDENBERG, 2004). Considera-se qualitativa pelo fato de buscar a compreensão de um método construtivo pouco conhecido no país, e por além de obter respostas com o dimensionamento, ter a preocupação de conhecer melhor tal método.

De acordo com os objetivos desta pesquisa, caracteriza-se como exploratória. Segundo Oliveira (2011, p. 20), os estudos exploratórios “possibilitam aumentar o conhecimento do pesquisador sobre os fatos”, onde o objetivo principal é desenvolver, compreender, informar e até mudar conceitos e ideias (GIL, 1999). Caracteriza-se como exploratória, pois nesse trabalho busca-se desenvolver o dimensionamento de dois tipos de lajes, compreender as diferenças entre elas através da comparação dos resultados, e possivelmente servir de informação para possíveis trabalhos futuros.

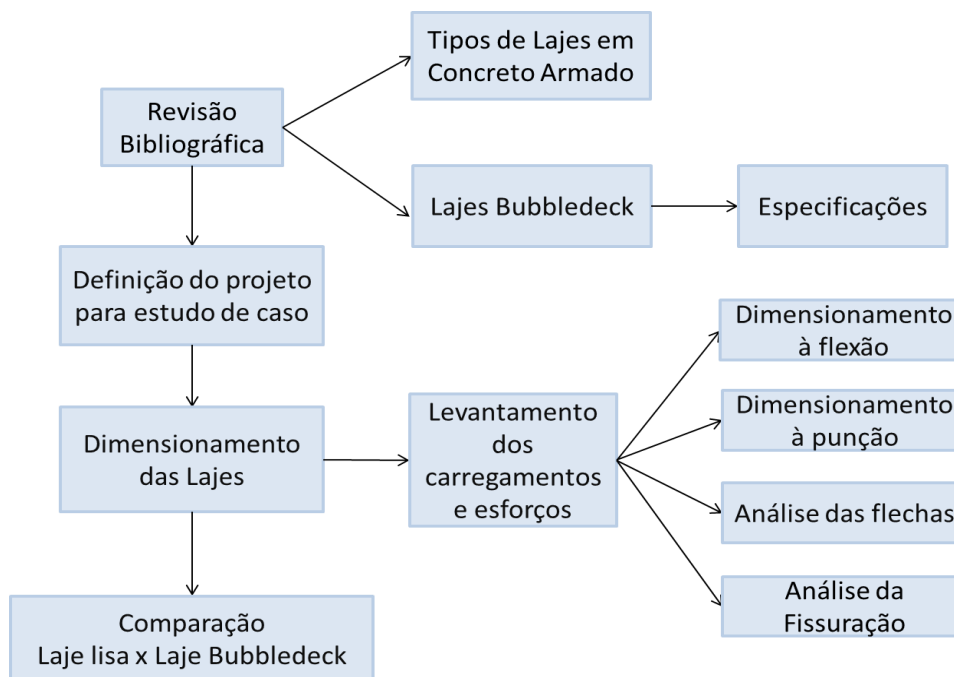
Para Vergara (2000, apud Oliveira 2011), a pesquisa bibliográfica é formada basicamente por livros e artigos científicos, e se faz importante o levantamento de dados básicos sobre os aspectos ligados ao tema da pesquisa. Portanto, a classificação deste trabalho quanto à coleta de dados pode ser como pesquisa bibliográfica, já que o dimensionamento das lajes será baseado em métodos e especificações já publicados sobre o tema.

Este estudo pode ser caracterizado como estudo de caso. O estudo de caso tem como característica o estudo profundo concentrado em um único caso. Será feita análise e comparação através do dimensionamento de uma determinada edificação.

O dimensionamento foi feito fixando-se as espessuras, de forma que suportem os esforços existentes sem a deformação exagerada ou até mesmo a

ruptura. Foi realizada a comparação entre o volume de concreto, momentos fletores, taxas de armaduras, e flechas formadas.

Na figura 20 apresenta-se o diagrama com a sequência de passos para a execução desse trabalho.



**Figura 20- Diagrama de representação das etapas da pesquisa**

## 5 PROJETO ESTRUTURAL

### 5.1 DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA

O edifício a ser dimensionado constitui-se de dois pavimentos tipo, figura 21, e um térreo com garagem, constituído por alvenaria de blocos cerâmicos de seis furos, paredes de 15 cm de espessura. Foi dimensionado o primeiro pavimento utilizando os sistemas de lajes lisas maciças e de lajes Bubbledeck do tipo pré-laje.

Os pilares foram lançados na estrutura de forma que os vãos livres fossem de aproximadamente 7 metros entre si, já que o sistema de lajes Bubbledeck se torna eficaz para vãos a partir de 6 metros, e o método de análise deste trabalho apresenta limitações. Essas limitações se dão pelo fato de o método exigir que os pilares estejam alinhados em filas ortogonais, regulares e com vãos pouco diferentes entre si.

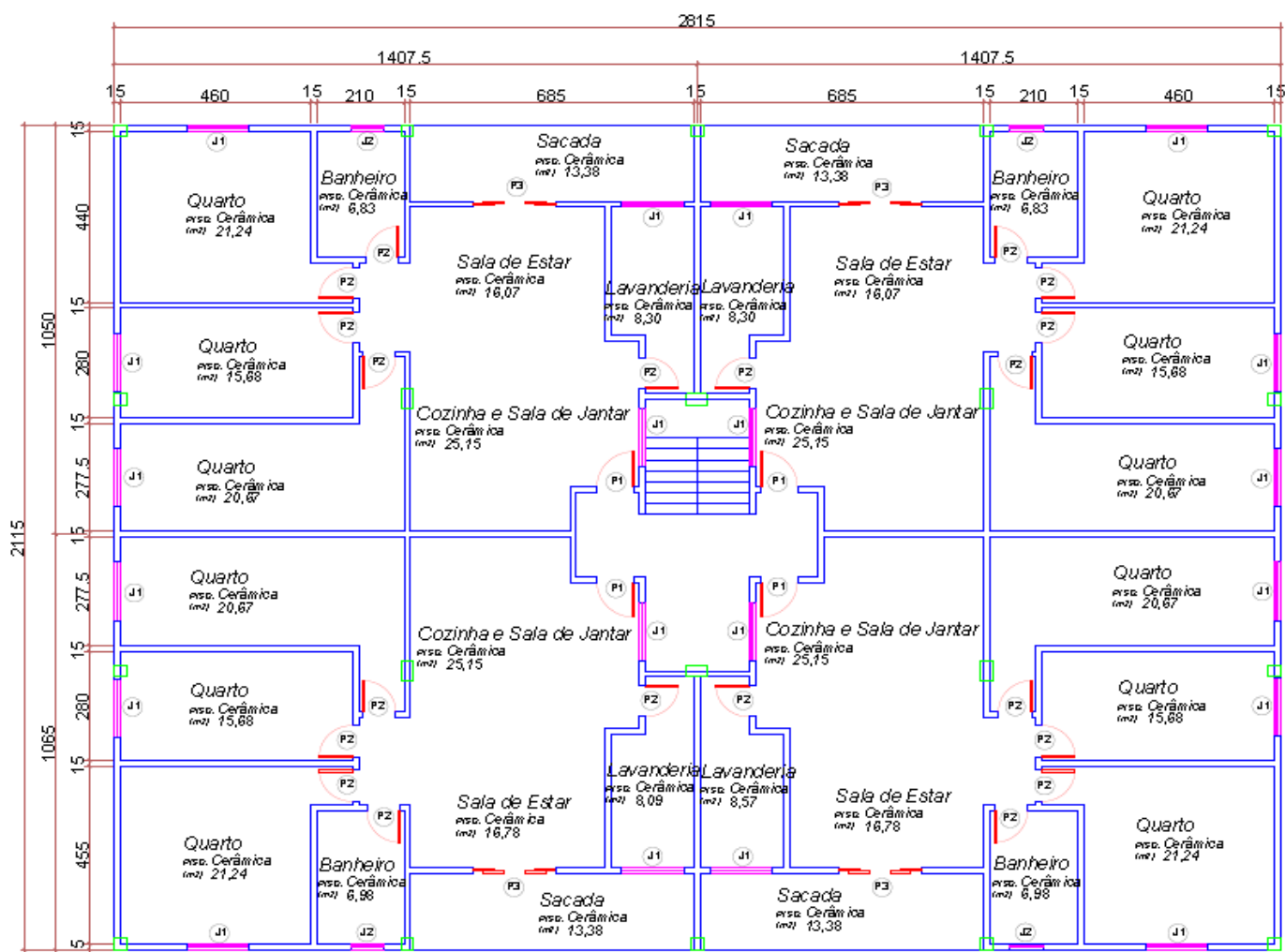


Figura 21- Planta baixa- Pavimento Tipo  
Fonte: Autoria Própria

## 5.2 PRÉ-DIMENSIONAMENTO E MATERIAIS

A agressividade do meio ambiente em que a estrutura está exposta está relacionada com ações físicas e químicas. Conforme tabela 6.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), de acordo com as condições de exposição da estrutura em questão, que é urbana, pode-se classificar a agressividade ambiental como moderada (classe II), a qual apresenta um risco pequeno de deterioração da estrutura.

Visando atender às condições de durabilidade da estrutura, estabeleceram-se as características do concreto e a espessura e qualidade do concreto de cobertura da armadura de acordo com os parâmetros mínimos indicados na tabela 7.1 e 7.2 da Norma Brasileira 6118 (ABNT, 2014).

Foram adotados, portanto, concreto com resistência característica ( $f_{ck}$ ) de 25 MPa, e um cobrimento da armadura de 2,5 cm.

### 5.2.1 Cargas atuantes

- Alvenaria:

Para as paredes de vedação e divisórias foi utilizada alvenaria de tijolos comuns, de peso específico igual a  $16 \text{ kN/m}^3$ , com espessura da parede de 15 cm e pé direito de 2,80 cm, resultando num carregamento de  $2,4 \text{ kN/m}^2$ .

- Revestimento:

Para o piso foram utilizadas cerâmicas de  $20 \text{ kN/m}^3$  e espessura de 10 mm, resultando em um carregamento de  $0,2 \text{ kN/m}^2$ .

No contrapiso foi utilizada uma argamassa de  $2100 \text{ kgf/m}^3$  e espessura de 30 mm, o que gerou um carregamento de  $0,63 \text{ kN/m}^2$ .

Para o revestimento do teto utilizou-se uma argamassa de  $1900 \text{ kgf/m}^3$  e espessura de 20 mm, resultando em  $0,38 \text{ kN/m}^2$ .

No total os revestimentos resultaram em um carregamento de  $1,21 \text{ kN/m}^2$ .

- Sobrecarga de uso:

De acordo com a NBR 6120 (ABNT, 1980) para um edifício residencial contendo cômodos como despensa, área de serviço e lavanderia, o valor mínimo de carga vertical a ser utilizado como sobrecarga é de  $2 \text{ kN/m}^2$ .

- **Peso próprio:**

Para calcular o peso próprio das lajes primeiramente é preciso estabelecer a espessura delas. A espessura da laje Bubbledeck é determinada de acordo com as características da edificação, o tamanho dos vãos entre apoios e o carregamento aplicado. O quadro 3, apresentado na seção 2.2.4.2, é apresentado pelo fabricante e traz algumas referências para o pré-dimensionamento.

De acordo com os vãos do projeto em estudo, que são entre 688 cm e 715 cm, adotou-se a laje Bubbledeck BD285, com espessura de 30 cm e esferas de 22,5 cm. Como parâmetro para comparação entre a laje Bubbledeck e a laje lisa, estabeleceu-se a mesma espessura de 30 cm para ambas.

Para se obter o peso próprio da laje Bubbledeck basta calcular o peso próprio de uma laje lisa e retirar o volume de concreto ocupado pelas esferas ocas que estarão inseridas nela. Primeiramente foi calculada a quantidade de módulos esféricos respeitando o espaçamento entre as esferas, o espaçamento entre painéis e a região crítica em volta de cada pilar.

Foram utilizados seis tipos de painéis Bubbledeck, com as dimensões: 353,75 cm x 703 cm, 350 cm x 703 cm, 353,75 cm x 697 cm, 350 cm x 697 cm, 353,75 cm x 715 cm, 350 cm x 715 cm. O espaçamento entre os módulos esféricos de um mesmo painel foi adotado de acordo com as especificações do fabricante (quadro 3) que é de 2,5 cm.

Os espaçamentos verticais e horizontais entre os módulos e as bordas do painel, foram adotados de modo que melhor se ajustassem as esferas nos painéis do projeto, variando, portanto de 13,75 a 15,63 cm e 12,25 a 21,25 cm, respectivamente. O perímetro em torno dos pilares, considerados perímetros críticos de punção, não possuem os módulos esféricos. Tal perímetro é de duas vezes a espessura da laje, sendo então, de 60 cm.

Com os espaçamentos determinados, juntamente com os dados do quadro 9, é possível calcular a quantidade de esferas utilizadas e o volume de concreto total das lajes Bubbledeck do pavimento analisado.

**Quadro 9- Dados da laje Bubbledeck**

Quantidade de painéis	Espessura da laje (cm)	Quantidade de esferas por painel	Diâmetro das esferas (cm)	Volume unitário das esferas (m <sup>3</sup> )	Volume total das esferas (m <sup>3</sup> )	Volume total dos painéis (m <sup>3</sup> )	Volume de concreto em lajes BD (m <sup>3</sup> )
24	30	333	2,25	0,005964	47,67	178,61	130,95

**Fonte: Autoria Própria**

Sendo o peso específico do concreto de  $25 \text{ kN/m}^3$ , pode-se determinar o peso próprio para a laje lisa, multiplicando-se o peso específico do concreto pela espessura (30 cm), o que resultou num carregamento de  $7,5 \text{ kN/m}^2$ . Para a laje Bubbledeck foi possível calcular uma espessura equivalente, de acordo com a porcentagem de volume de concreto reduzido pela inserção das esferas, e em seguida pode-se calcular o peso próprio desta, quadro 10.

**Quadro 10- Espessura equivalente e peso próprio da laje Bubbledeck**

Volume de concreto em lajes BD ( $\text{m}^3$ )	Volume total das esferas ( $\text{m}^3$ )	Porcentagem reduzida (%)	Espessura equivalente (cm)	Peso específico do concreto ( $\text{kN/m}^3$ )	Carregamento da laje BD ( $\text{kN/m}^2$ )
130,95	47,67	26,69	22	25	5,5

**Fonte: Autoria Própria**

- Carregamentos totais:

Somando-se as cargas atuantes, obteve-se um carregamento total de  $13,11 \text{ kN/m}^2$  para lajes lisas, e  $11,11 \text{ kN/m}^2$  para lajes Bubbledeck. O quadro 11 apresenta um resumo do carregamento adotado em cada tipo de laje.

**Quadro 11- Carregamentos totais**

Tipo de Laje	Cargas atuantes				
	Alvenaria ( $\text{kN/m}^2$ )	Revestimentos ( $\text{kN/m}^2$ )	Sobrecarga de uso ( $\text{kN/m}^2$ )	Peso Próprio ( $\text{kN/m}^2$ )	Total ( $\text{kN/m}^2$ )
Lisa	2,4	1,21	2	7,5	13,11
Bubbledeck	2,4	1,21	2	5,5	11,11

**Fonte: Autoria Própria**

### 5.2.2 Pré-dimensionamento dos pilares

O pré-dimensionamento de pilares é feito estimando-se a carga atuante em cada um deles, por meio de processos como o das áreas de influências. Este processo consiste em dividir a área total do pavimento em áreas de influência, determinando assim as cargas que cada pilar irá absorver.

As áreas de influência de cada pilar são obtidas conforme a posição do pilar na estrutura, dividindo seus eixos em distâncias que variam de:

- 0,45 l: pilar de extremidade e de canto, na direção da sua menor dimensão;



- 0,55 l: complementos dos vãos do caso anterior;
- 0,50 l: pilares de centro.

Onde,

l- comprimento do vão.

Com as áreas de influência divididas, é necessário estimar a carga vertical por unidade de área, para realizar o cálculo da força normal no pilar:

$$N_k = (q + g) \cdot A_i \cdot n \quad (31)$$

Sendo,

$q$  e  $g$  -carga vertical permanente e variável, respectivamente;

$A_i$ - área de influência;

$n$ - número de pavimentos acima da seção analisada.

Com as cargas verticais calculadas anteriormente (seção 4.2.1), e sendo o primeiro pavimento o analisado, tem-se  $n= 2,7$  (2 pavimentos + 0,7 da cobertura). E então, calcula-se a força normal de cálculo:

$$N_{sd} = \gamma \cdot N_k \quad (32)$$

Onde,

$N_{sd}$ - Compressão centrada;

$\gamma$ - coeficiente de majoração, adotado segundo a posição do pilar:

$\gamma= 1,8$  - para pilares internos;

$\gamma= 2,2$  – para pilares de extremidade;

$\gamma= 2,5$  – para pilares de canto.

Em seguida calcula-se a área de concreto necessária para cada pilar:

$$A_c = \frac{N_{sd}}{0,85 \cdot f_{cd} + \rho \cdot \sigma_{s0,002}} \quad (33)$$

Sendo:

$f_{cd}$ - resistência de cálculo do concreto ( $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4}$ );

$\rho$ - taxa de armadura (adotado 0,02);

$\sigma_{s0,002}$ - tensão no aço para deformação de 0,002 (para aço CA-50 é igual a 42 kN/cm<sup>2</sup>).

O quadro 12 mostra os resultados para cada pilar e a seção adotada.

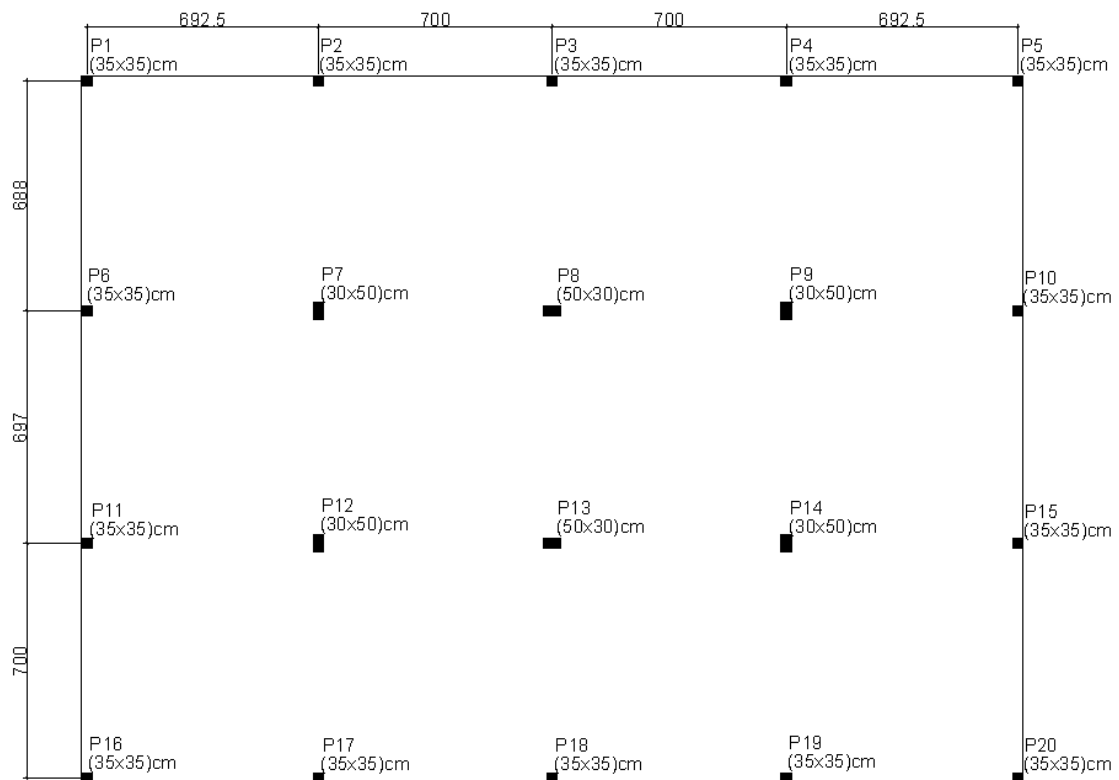
**Quadro 12- Pré-dimensionamento dos pilares**

Pré-dimensionamento dos pilares										
Pilares	Área de influência (m <sup>2</sup> )	$\gamma$	Laje Lisa				Laje Bubbledeck			
			Carga vertical-laje lisa (kN/m <sup>2</sup> )	Nsd-laje lisa (kN)	Área de concreto-laje lisa (cm <sup>2</sup> )	Seção transversal do pilar (cm)	Carga vertical-laje BD (kN)	Nsd-laje BD (kN)	Área de concreto-laje BD (cm <sup>2</sup> )	Seção transversal do pilar (cm)
P1, P5, P16, P20	9,92	2,5	13,11	877,85	372,31	30x30	11,11	743,93	315,51	25x25
P2, P4, P11, P15, P17, P19	23,15	2,2	13,11	2048,60	868,84	30x30	11,11	1527,75	647,94	25x25
P3, P6, P10, P18	22,05	2,2	13,11	1951,26	827,56	30x30	11,11	1455,15	617,15	25x25
P7, P9	55,2	1,8	13,11	4884,79	2071,71	30x50	11,11	2980,50	1264,07	35x40
P8	52,5	1,8	13,11	4645,86	1970,37	30x50	11,11	2834,72	1202,24	35x35
P10	22,05	2,2	13,11	1951,26	827,56	30x30	11,11	1455,15	617,15	25x25
P12, P14	54	1,8	13,11	4778,60	2026,67	30x50	11,11	2915,71	1236,59	35x40
P13	51,45	1,8	13,11	4552,94	1930,96	30x50	11,11	2778,02	1178,20	35x35

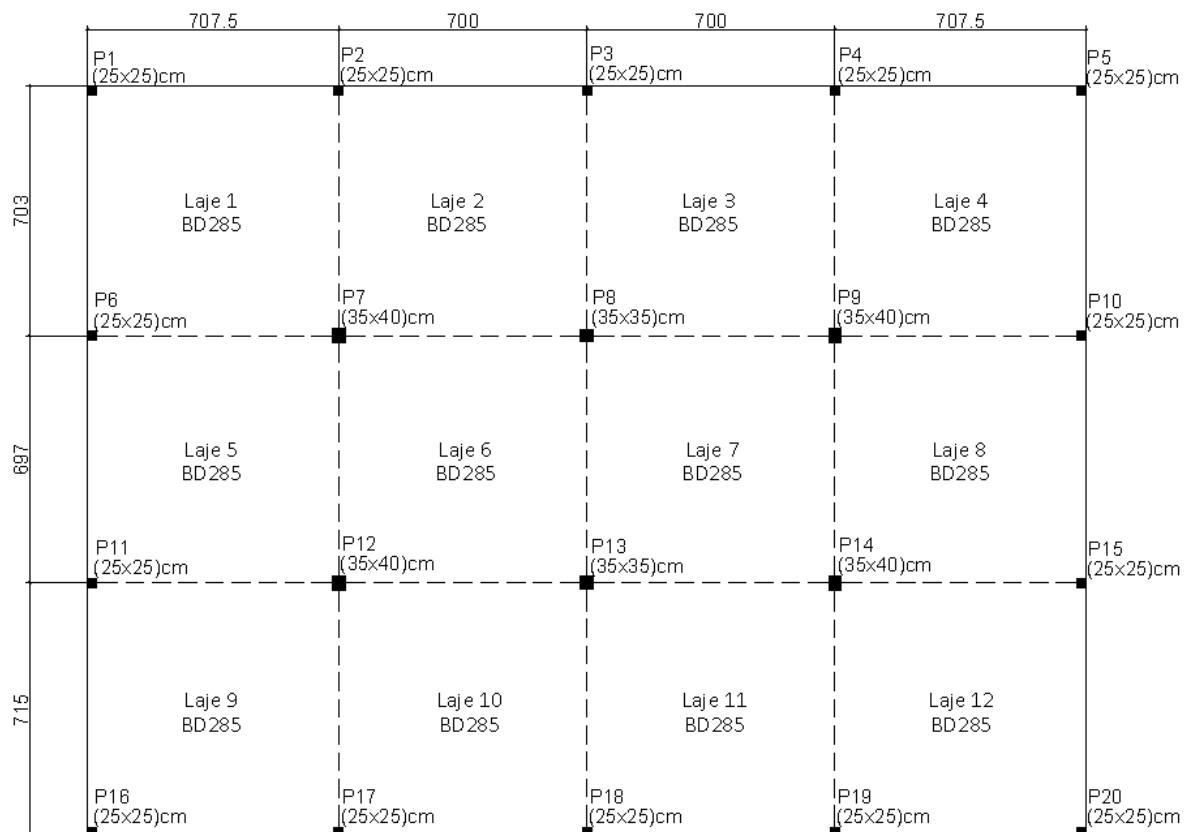
**Fonte: Autoria Própria**

Nota-se que com a utilização das lajes Bubbledeck houve uma redução do esforço no pilar, e conseqüentemente, redução da seção transversal dos mesmos.

Após o pré-dimensionamento dos elementos estruturais, laje e pilares, têm-se as seguintes plantas de fôrmas do primeiro pavimento do edifício em estudo, conforme as figuras 22 e 23.



**Figura 22- Planta de forma- Laje lisa maciça**  
**Fonte: Autoria Própria**



**Figura 23-Planta de forma- Laje Bubbledeck**  
**Fonte: Autoria Própria**

## 6 Análise Estrutural

### 6.1 LAJE BUBBLEDECK

A figura 24 apresenta a planta da laje Bubbledeck com a divisão dos painéis, o perímetro crítico de punção e os módulos esféricos.

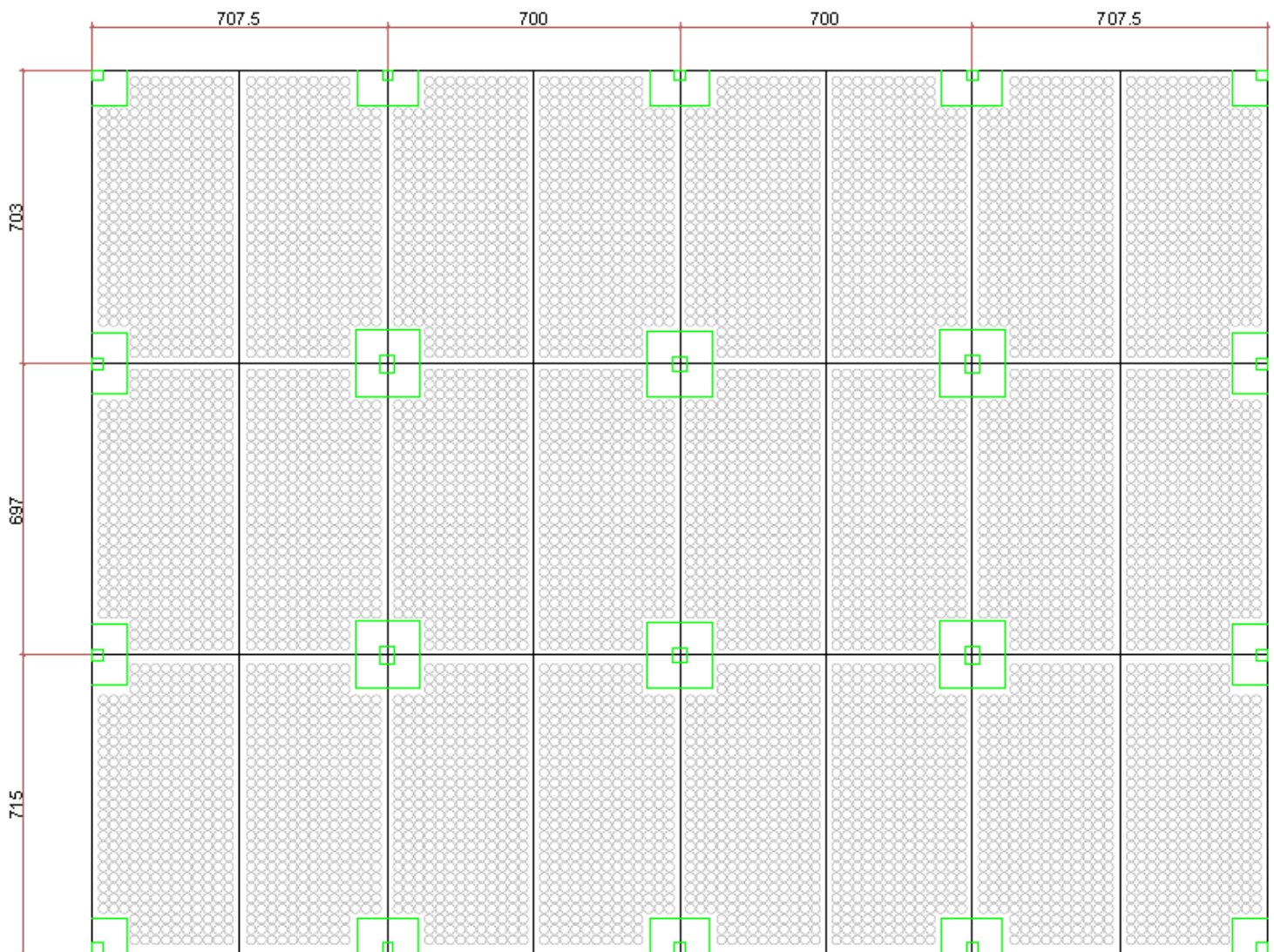
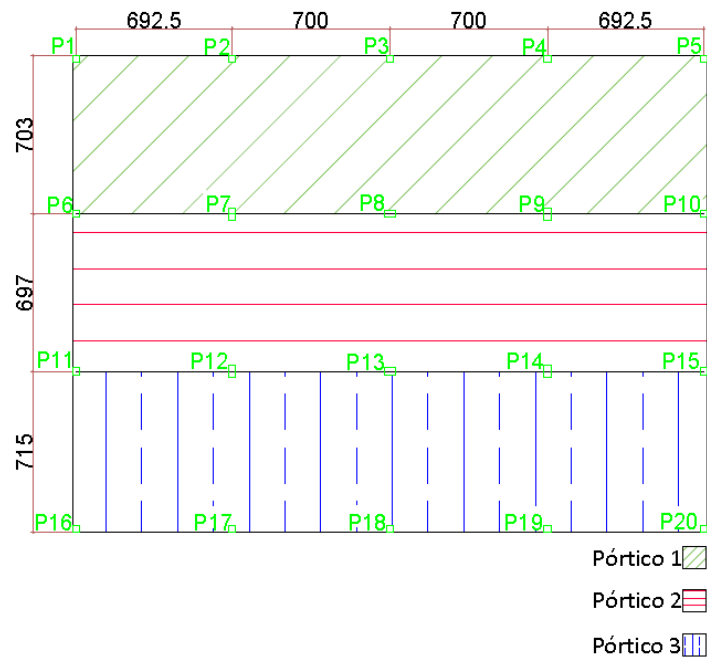


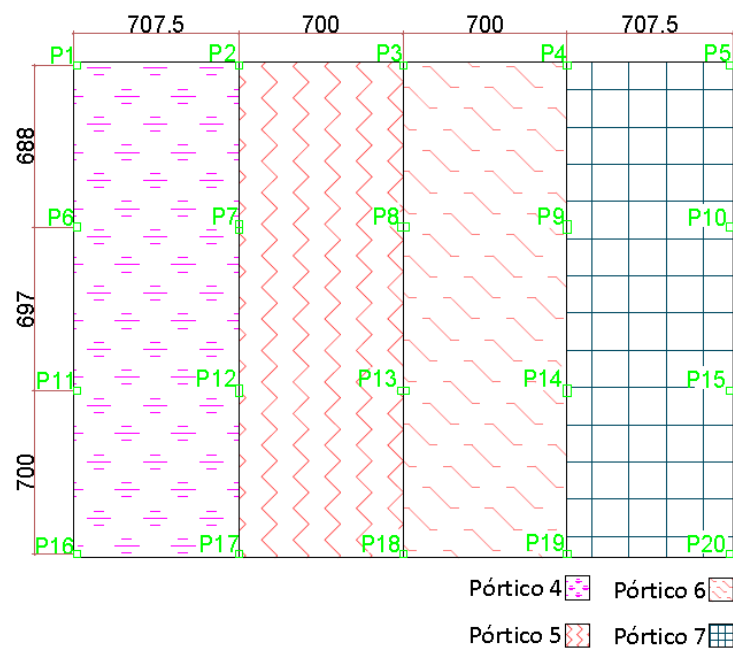
Figura 24- Planta da Laje Bubbledeck  
Fonte: Autoria Própria

### 6.1.1 Método do Pórtico Equivalente

Primeiramente dividiu-se o pavimento analisado em pórticos nas direções x e y, segundo os eixos dos pilares, como representado nas figuras 25 e 26, respectivamente. Vale ressaltar que foi desconsiderada a abertura da escada, devido às limitações do método de análise.



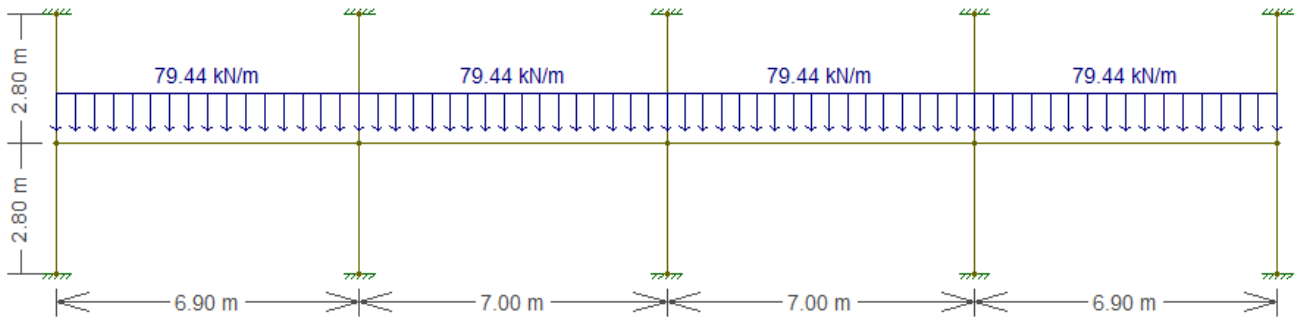
**Figura 25- Pórticos Equivalentes na direção x**  
Fonte: Autoria Própria



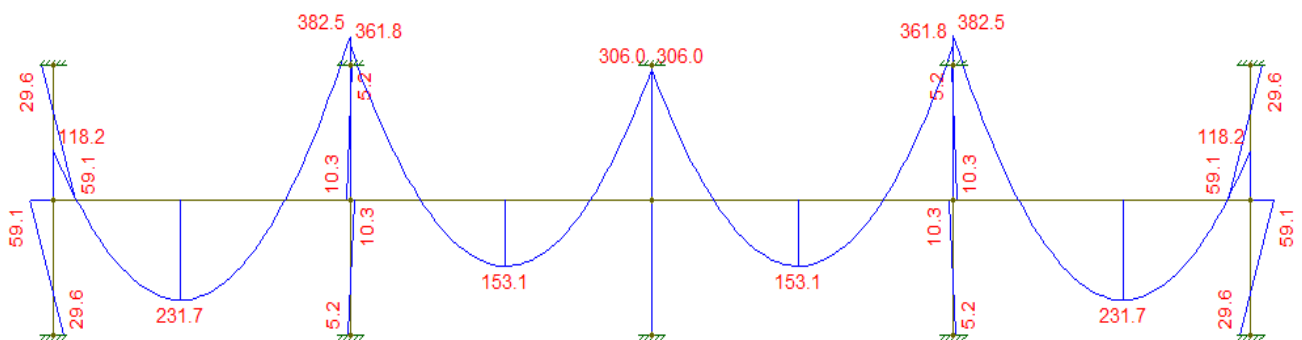
**Figura 26- Pórticos Equivalentes na direção y**  
Fonte: Autoria Própria

Em seguida utilizou-se o programa Ftool para traçar os diagramas dos momentos fletores de cada pórtico. No programa, o pórtico foi modelado com pilares engastados na base e no topo, e a viga com a largura de cada faixa correspondente da laje e altura adotada conforme o sistema analisado, 30 cm para o sistema de lajes lisas e a espessura equivalente de 22cm para o sistema Bubbledeck.

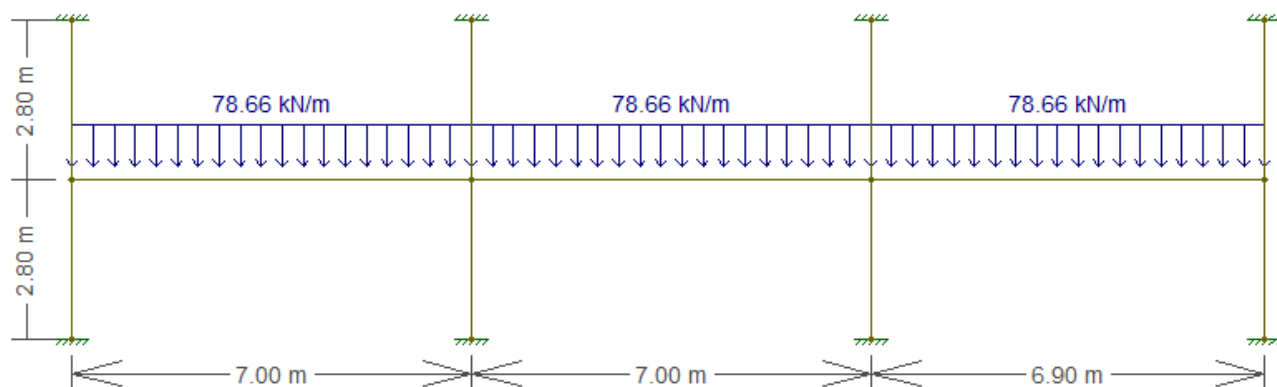
Nas figuras 27 e 29, estão representadas as modelagens dos pórticos mais solicitados na direção x e y, que são respectivamente o pórtico 3 e os pórticos 4 e 7, e nas figuras 28 e 30 seus diagramas de momentos fletores, modelados para o sistema Bubbledeck.



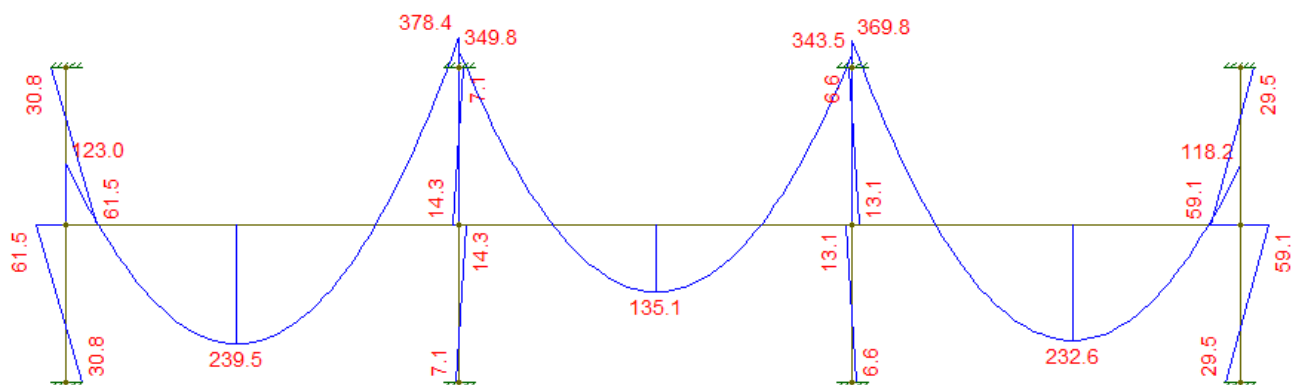
**Figura 27- Modelagem do Pórtico 3, sistema Bubbledeck**  
Fonte: Autoria Própria



**Figura 28- Diagrama de Momentos Fletores, Pórtico 3, sistema Bubbledeck**  
Fonte: Autoria Própria

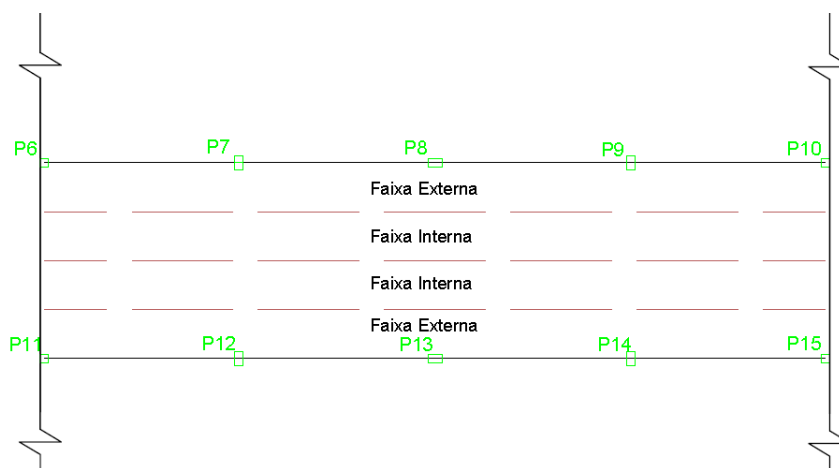


**Figura 29- Modelagem do Pórtico 4 e 7, sistema Bubbledeck**  
Fonte: Autoria Própria



**Figura 30- Diagrama de Momentos Fletores, Pórtico 4 e 7, sistema Bubbledeck**  
Fonte: Autoria Própria

Após obter o diagrama dos momentos fletores, divide-se cada pórtico em quatro faixas de igual largura para a distribuição dos momentos fletores, duas faixas internas localizadas próximas ao meio do vão e duas faixas externas localizadas na região dos pilares, conforme apresentado no esquema da figura 31.



**Figura 31- Pórtico dividido em quatro faixas**  
Fonte: Autoria Própria

Em seguida é possível fazer a distribuição dos momentos dos pórticos nas faixas indicadas acima. Essa distribuição é feita multiplicando-se os momentos obtidos no programa Ftool pelas porcentagens especificadas pela norma (seção 3.1.1, deste trabalho). Os resultados são apresentados nas figuras 31 e 32, para as direções x e y, respectivamente.

P1		P2		P3		P4		P5	
-43,46	62,67	-141,04	41,39	-112,80	41,39	-141,04	62,67	-43,46	Σ
-14,49	51,28	-47,01	33,86	-37,60	33,86	-47,01	51,28	-14,49	Σ
-14,49	51,28	-47,01	33,86	-37,60	33,86	-47,01	51,28	-14,49	Σ
-43,46	62,67	-141,04	41,39	-112,80	41,39	-141,04	62,67	-43,46	Σ
P6		P7		P8		P9		P10	
-43,31	62,07	-139,80	41,03	-111,90	41,03	-139,80	62,07	-43,31	Σ
-14,44	50,78	-46,60	33,57	-37,30	33,57	-46,60	50,78	-14,44	Σ
-14,44	50,78	-46,60	33,57	-37,30	33,57	-46,60	50,78	-14,44	Σ
-43,31	62,07	-139,80	41,03	-111,90	41,03	-139,80	62,07	-43,31	Σ
P11		P12		P13		P14		P15	
-44,44	63,66	-143,40	42,10	-114,79	42,10	-143,40	63,66	-44,44	Σ
-14,81	52,09	-47,80	34,45	-38,26	34,45	-47,80	52,09	-14,81	Σ
-14,81	52,09	-47,80	34,45	-38,26	34,45	-47,80	52,09	-14,81	Σ
-44,44	63,66	-143,40	42,10	-114,79	42,10	-143,40	63,66	-44,44	Σ
P16		P17		P18		P19		P20	

**Figura 32- Distribuição dos momentos nos pórticos de direção x**  
**Fonte: Autoria Própria**



	FE		FI		FI		FE									
P1	-44,33	-14,78	-14,78	-44,33	-44,10	-14,70	-14,70	-44,10	-44,10	-14,70	-14,70	-44,10	-44,33	-14,78	-14,78	-44,33
	63,97	52,34	52,34	63,97	63,14	51,66	51,66	63,14	63,14	51,66	51,66	63,14	63,97	52,34	52,34	63,97
P6	-138,68	-46,23	-46,23	-138,68	-137,06	-45,69	-45,69	-137,06	-137,06	-45,69	-45,69	-137,06	-138,68	-46,23	-46,23	-138,68
	37,15	30,40	30,40	37,15	36,80	30,11	30,11	36,80	36,80	30,11	30,11	36,80	37,15	30,40	30,40	37,15
P11	-141,90	-47,30	-47,30	-141,90	-140,25	-46,75	-46,75	-140,25	-140,25	-46,75	-46,75	-140,25	-141,90	-47,30	-47,30	-141,90
	65,86	53,89	53,89	65,86	65,01	53,19	53,19	65,01	65,01	53,19	53,19	65,01	65,86	53,89	53,89	65,86
P16	-46,13	-15,38	-15,38	-46,13	-45,90	-15,30	-15,30	-45,90	-45,90	-15,30	-15,30	-45,90	-46,13	-15,38	-15,38	-46,13

**Figura 33- Distribuição dos momentos nos pórticos de direção y**  
**Fonte: Autoria Própria**

### 6.1.2 Armaduras de flexão

Para o cálculo das armaduras de flexão foram analisados os pórticos com maiores carregamentos e, conseqüentemente, com maiores valores de momentos fletores dados pela análise dos pórticos múltiplos. Tais pórticos foram: o pórtico 3 na direção x e o pórtico 4 e 7, que possuem os mesmos valores, visto que a estrutura apresenta simetria na direção y.

Com os momentos, dados pela análise, e o coeficiente de ponderação igual a 1,4, obteve-se o momento de cálculo ( $M_d$ ), conforme descrito na seção 3.4. A altura útil é determinada inicialmente levando-se em conta o cobrimento mínimo e a previsão do diâmetro da armadura a ser usada. Considerando o cobrimento de 2,5 cm e o diâmetro das armaduras em ambas as direções da laje de 10 mm, a altura útil é dada por:

$$d_y = 30 - 2,5 - 1 - \frac{1}{2} = 26 \text{ cm}$$

$$d_x = 30 - 2,5 - \frac{1}{2} = 27 \text{ cm}$$

Definida a altura útil, igual a 26 cm na direção y e 27 cm na direção x, calculou-se o  $k_c$  para cada momento. Com o valor determinado de  $k_c$ , sabendo que o  $f_{ck}$  é igual a 25 MPa e o aço utilizado é o aço CA-50, obteve-se o valor de  $k_s$  de acordo com o quadro 5, apresentado anteriormente.

Caso o valor de  $k_s$  fique entre dois valores diferentes, adota-se o maior valor, pois implicará numa armadura maior.

Calculou-se em seguida o valor da área de aço necessária, ou seja, obteve-se a área de armadura por metro de laje ( $b_w = 100\text{cm}$ ). Porém, esta armadura necessária precisa atender as condições de armaduras mínima e máxima, descritas em 3.4.1.

De acordo com a tabela 19.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), e com base no projeto estudado que apresentam lajes armadas em duas direções, as armaduras mínimas negativas com bordas de continuidade devem seguir a equação 34:

$$\rho_s \geq \rho_{\min} \quad (34)$$

E para armaduras mínimas negativas sem bordas de continuidade e armaduras mínimas positivas, é dada a equação 35:

$$\rho_s \geq 0,67 \cdot \rho_{\min} \quad (35)$$

Sendo:

$\rho_s$ - taxa de armadura;

$\rho_{\min}$ - taxa de armadura mínima.

Os valores de  $\rho_{\min}$ , são dados pela tabela 17.3 da norma, também apresentadas na seção 3.4.1 deste trabalho, como a forma da seção é retangular e a resistência característica do concreto é de 25 MPa, o  $\rho_{\min}$  assume o valor de 0,150%.

Com o valor de  $\rho_{\min}$  e sabendo que  $\rho_s = \frac{A_s}{b_w \cdot h}$ , podem-se achar as armaduras mínimas necessárias positivas e negativas.

Já a armadura máxima dada por:  $A_{s,\max} = 4\% A_c$ , onde  $A_c$  é a área de concreto da seção transversal, é de:  $A_{s,\max} = 4\% (100 \times 22) = 88\text{cm}^2$ .

A partir disso pode-se definir a armadura a ser utilizada, e através do quadro 6 adotou-se o diâmetro das barras e o espaçamento entre elas.

No quadro 13, se apresenta os resultados obtidos para cada momento analisado.

**Quadro 13- Armaduras de flexão para lajes Bubbledeck**

Pórtico	Faixa	Momentos kN.m	Md (kN.m)	As (cm <sup>2</sup> /m)	As mín (cm <sup>2</sup> /m)	Situação	As adotado (cm <sup>2</sup> /m)	Diâmetro Adotado (mm)	Espaçamento (cm)	As efetivo (cm <sup>2</sup> /m)	
Pórtico 3	Interna	-	14,81	20,73	1,77	3,02	não ok	3,02	10	20	3,93
		+	52,09	72,93	6,48	3,02	ok	6,68	10	11	7,14
		-	47,80	66,92	5,95	4,50	ok	6,13	10	12,5	6,28
		+	34,45	48,23	4,29	3,02	ok	4,42	10	17,5	4,49
		-	38,26	53,56	4,76	4,50	ok	4,91	10	16	4,91
	Externa	-	44,44	62,22	5,53	3,02	ok	5,70	10	13	6,04
		+	63,66	89,12	7,92	3,02	ok	8,16	10	9,5	8,26
		-	143,40	200,76	19,33	4,50	ok	19,92	12,5	6	20,45
		+	42,10	58,94	5,24	3,02	ok	5,40	10	14	5,61
		-	114,79	160,71	14,88	4,50	ok	15,33	12,5	8	15,34
Pórtico 4 /Pórtico 7	Interna	-	15,38	21,53	1,90	3,02	não ok	3,02	10	20	3,93
		+	53,89	75,45	6,96	3,02	ok	6,91	10	11	7,14
		-	47,30	66,22	6,11	4,50	ok	6,07	10	12,5	6,28
		+	30,40	42,56	3,93	3,02	ok	3,90	10	20	3,93
		-	46,23	64,72	5,97	4,50	ok	5,93	10	13	6,04
		+	52,34	73,28	6,76	3,02	ok	6,71	10	11	7,14
	Externa	-	14,78	20,69	1,83	3,02	não ok	3,02	10	20	3,93
		-	46,13	64,58	5,96	3,02	ok	5,92	10	13	6,04
		+	65,86	92,20	8,51	3,02	ok	8,45	10	9	8,72
		-	141,90	198,66	19,87	4,50	ok	19,71	12,5	6	20,45
		+	37,15	52,01	4,80	3,02	ok	4,76	10	16	4,91
		-	138,68	194,15	19,42	4,50	ok	19,27	12,5	6	20,45
		+	63,97	89,56	8,27	3,02	ok	8,20	10	9,5	8,26
		-	44,33	62,06	5,73	3,02	ok	5,69	10	13	6,04

Fonte: Autoria Própria

### 6.1.3 Verificação das flechas

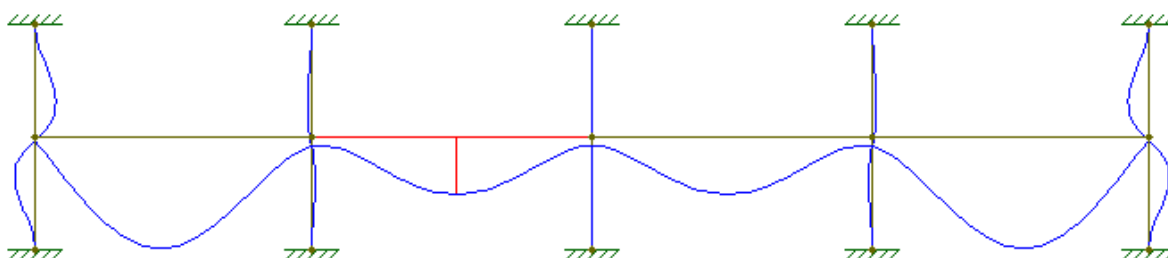
Para o cálculo aproximado das flechas imediatas e diferidas pelo tempo, foram analisados os mesmos pórticos do item 5.3.2, pórtico 3, pórtico 4 e 7, por apresentarem a situação mais crítica.

Os momentos de cálculo ( $M_a$ ) a serem analisados foram obtidos através da combinação de serviço quase permanente, a qual segundo o item 11.8.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), “podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura” e deve ser utilizada na verificação do estado-limite de deformações excessivas. Desse modo deve-se multiplicar às ações variáveis um fator de redução  $\varphi_2$ , que para o projeto em estudo foi adotado o valor de 0,4, por se tratar de um

edifício residencial, conforme estabelece a tabela 11.2 da norma citada.

Considerando a largura ( $b_w$ ) como 100 cm, o  $f_{ck}$  do concreto de 25 MPa e a seção bruta da seção transversal da laje (100x30 cm), obteve-se o momento de fissuração  $M_r$ . Pôde-se observar que todos os momentos de cálculo obtidos apresentaram valores menores que  $M_r$ , portanto, as lajes estarão trabalhando no estágio I, ou seja, não ocorrerá a fissuração.

Desse modo o cálculo da flecha será a partir da rigidez ( $EI$ ) da seção bruta, não sendo necessário o cálculo da rigidez equivalente. Para obtenção da flecha imediata considerou-se ainda, as deformações geradas pelo programa Ftool (figura 34) e a rigidez apresentada pelo mesmo, assim como, a minoração da rigidez conforme apresentado no item 3.5.2.



**Figura 34- Obtenção da deformação através do programa Ftool**  
**Fonte: Autoria Própria**

Para o cálculo da flecha diferida no tempo, utilizou-se o tempo de 70 meses, que através do quadro 7 obteve-se o coeficiente  $\xi$  igual a 2. Com esses dados foi possível calcular o fator  $\alpha_f$  e em seguida a flecha diferida.

O resultado da flecha total, dada pela soma das flechas imediata e diferida, são expostas no quadro 14. Para a verificação das flechas, feitas pelo deslocamento-limite, adotou-se o efeito do tipo “aceitabilidade sensorial”, com razão da limitação visual, e então a partir da tabela 13.3 da NBR 6118 (ANBT, 2014), considerou-se o valor do deslocamento-limite como  $l/250$ , sendo  $l$  o vão em cm.

**Quadro 14- Resultados da Deflexão na Laje Bubbledeck**

Pórtico	Faixa	Flecha imediata						Flecha diferida		Flecha total-ft (cm)	Deformação máxima permitida (cm)
		Momento (Ma) (kN.cm)	Mr (kN.cm)	El seção bruta (kN.cm <sup>2</sup> )	Deformação Ftool (cm)	(EI)ftool (kN.cm <sup>2</sup> )	Flecha imediata-fi (cm)	$\alpha f$	Flecha diferida-fd (cm)		
Pórtico 3	Interna	4350	5771,17	540000000,00	0,170	965520000	0,349	1,32	0,460	0,809	2,77
		3120	5771,17	540000000,00	0,102	965520000	0,209	1,32	0,276	0,486	2,80
	Externa	5320	5771,17	540000000,00	0,207	965520000	0,426	1,32	0,562	0,988	2,77
		3810	5771,17	540000000,00	0,125	965520000	0,256	1,32	0,338	0,594	2,80
Pórtico 4 / Pórtico 7	Interna	4460	5771,17	540000000,00	0,182	955272000	0,370	1,32	0,488	0,859	2,75
		2860	5771,17	540000000,00	0,088	955272000	0,178	1,32	0,235	0,414	2,79
		4330	5771,17	540000000,00	0,172	955272000	0,349	1,32	0,461	0,810	2,80
	Externa	5450	5771,17	540000000,00	0,223	955272000	0,452	1,32	0,597	1,050	2,75
		3500	5771,17	540000000,00	0,107	955272000	0,218	1,32	0,288	0,506	2,79
		5290	5771,17	540000000,00	0,210	955272000	0,427	1,32	0,563	0,990	2,80

Fonte: Autoria Própria

#### 6.1.4 Verificação à punção

A verificação a punção foi feita através do método do perímetro de controle, descrito na seção 3.4.1, e os pilares analisados foram os que apresentaram situações mais críticas, e que estão localizados no pórtico 3, sendo eles: P11 ao P20, as suas posições estão mostradas na figura 23.

Para a carga vertical sobre o pilar foram usadas as reações de apoio dos pilares, obtidas pelo programa Ftool. Como cada pilar será comum em dois pórticos, as reações de cada um, nas duas direções, foram somadas. De acordo com Heinen (2013), a carga a ser usada é a metade desta soma, já que a mesma área foi considerada no cálculo duas vezes.

Nos casos em que houve uma diferença de momentos negativos sobre os pilares, considerou-se como carregamentos assimétricos e foram incluídos nos cálculos como momentos aplicados.

Nota-se que para o caso dos pilares internos com momentos fletores aplicados nas duas direções, x e y, a NBR 6118 (ABNT, 2014) não é muito clara, expondo uma equação com momento aplicado em apenas uma direção (equação 16). Portanto, conforme sugerido por Melges (1995), foi necessário adicionar a esta equação, o termo  $\frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d}$ , que se refere ao momento aplicado em uma segunda direção.

De acordo com o método já citado, os esforços de punção devem ser verificados nas superfícies C e C', que se referem à região de contorno do pilar e a

região afastada a 2d do mesmo, respectivamente. Com as equações dadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014), e apresentadas no item 3.4.1 deste trabalho, foi possível obter os parâmetros para o cálculo da tensão solicitante dos pilares internos com efeito de momentos, indicados no quadro 15.

**Quadro 15- Parâmetros para cálculo das Tensões Solicitantes dos Pilares Internos**

Pilares Internos sem armaduras de punção- Parâmetros															
Pilar	Fsd (kN)	Mx (kN.cm)	My (kN.cm)	d (cm)	Perímetro crítico u (cm)	Perímetro (do pilar) u0 (cm)	C1 (cm)	C2 (cm)	kx	ky	Wpx1 (cm <sup>2</sup> )	Wpy1 (cm <sup>2</sup> )	Wpx0 (cm <sup>2</sup> )	Wpy0 (cm <sup>2</sup> )	ρ
12,14	415,24	2898	4004	26,25	472,01	150	35	40	0,56	0,61	23010,01	23497,15	2012,50	2200,00	0,0078
13	392,49	0	3962	26,25	469,86	140	35	35	0,6	0,6	22310,01	22310,01	1837,50	1837,50	0,0067

**Fonte: Autoria Própria**

Sendo,  $W_{px1}$  e  $W_{py1}$  referentes à superfície crítica C', e,  $W_{px0}$  e  $W_{py0}$  referentes à superfície crítica C.

Calculados os parâmetros, obtiveram-se as tensões solicitantes para cada superfície crítica, C e C'. Em seguida foram calculadas as tensões resistentes: a tensão resistente por compressão diagonal do concreto no perímetro do pilar, e a tensão resistente na superfície crítica C' sem armadura de punção, e então realizadas as verificações para os pilares internos, conforme mostrados no quadro 16.

**Quadro 16- Verificação à punção- Pilares Internos**

Verificação à punção- Pilares Internos- Laje Bubbledeck								
Pilar	Fsd (kN)	Mx (kN.cm)	My (kN.cm)	Tensão solicitante em C (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante em C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão resistente por compressão diagonal (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão resistente na superfície C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Verificação
12,14	415,24	2898	4004	0,179	0,040	0,434	0,304	ok
13	392,49	0	3962	0,156	0,036	0,434	0,290	ok

**Fonte: Autoria Própria**

Verificou-se, portanto, que as tensões solicitantes de cálculo não ultrapassaram as tensões resistentes de compressão diagonal e da superfície C', ou seja, esses pilares não necessitaram de armaduras de punção.

Para o cálculo dos pilares de bordas, foi considerado  $M_{sd1}$  o momento atuante perpendicularmente à borda livre, e  $M_{sd2}$  o momento paralelo à borda livre. Os pilares de bordas possuem as dimensões de 25x25 cm, ou seja, C1 e C2 são

ambos iguais a 25 cm. O perímetro crítico e os demais parâmetros utilizados para o cálculo das tensões solicitantes para esse tipo de pilares foram apresentados na seção 3.4.1.3. Os resultados dos parâmetros para o cálculo da tensão solicitante na superfície crítica C' são indicados no quadro 17, e para o cálculo da tensão solicitante na superfície crítica C no quadro 18.

**Quadro 17- Parâmetros para o cálculo da Tensão Solicitante na Superfície Crítica C' dos Pilares de Borda**

Pilares de borda sem armaduras de punção- Parâmetros													
Pilar	Fsd (kN)	Msd perpendicular a borda (kN.cm)	Msd2 paralelo a borda (kN.cm)	d (cm)	Perímetro crítico reduzido u* (cm)	k1	k2	Wp1	Wp2	e*	Msd* (kN.cm)	Msd1 (kN.cm)	$\rho$
11, 15	288,33	16548	4004	26,44	216,11	0,6	0,45	9614,74	11249,12	43,77	12619,53	3928,47	0,0042
17, 19	293,02	17220	2898	26,31	215,32	0,6	0,45	9545,92	11174,05	43,61	12777,93	4442,07	0,0042
18	271,74	17136	0	26,31	215,32	0,6	0,45	9545,92	11174,05	43,61	11849,96	5286,04	0,0037

Fonte: Autoria Própria

**Quadro 18- Parâmetros para o cálculo da Tensão Solicitante na Superfície C dos Pilares de Borda**

Pilares de borda sem armaduras de punção- Parâmetros													
Pilar	Fsd (kN)	Msd - perpendicular a borda (kN.cm)	Msd2 - paralelo a borda (kN.cm)	d (cm)	Perímetro crítico u (cm)	k1	k2	e*	Msd*	Msd1 - perpendicular a borda (kN.cm)	$\rho$	Wpx0 (cm <sup>2</sup> )	Wpy0 (cm <sup>2</sup> )
11, 15	288,33	16548	4004	26,44	100	0,6	0,45	43,77	12619,53	3928,47	0,0042	937,5	937,5
17, 19	293,02	17220	2898	26,31	100	0,6	0,45	43,61	12777,93	4442,07	0,0042	937,5	937,5
18	271,74	17136	0	26,31	100	0,6	0,45	43,61	11849,96	5286,04	0,0037	937,5	937,5

Fonte: Autoria Própria

O quadro 19 apresenta os resultados das tensões resistentes.

**Quadro 19- Verificação à punção - Pilares de Borda**

Verificação à punção - Pilares de Borda - Laje Bubbledeck								
Pilar	Fsd (kN)	Msd2 paralelo a borda (kN.cm)	Msd1- perpendicular a borda (kN.cm)	Tensão solicitante C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante C (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão resistente por compressão diagonal (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão resistente na superfície crítica C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Situação
11, 15	288,33	4004	3928,47	0,066	0,277	0,434	0,247	ok
17, 19	293,02	2898	4442,07	0,067	0,272	0,434	0,248	ok
18	271,74	0	5286,04	0,061	0,232	0,434	0,236	ok

Fonte: Autoria Própria

Comparando-se a tensão solicitante em C com a tensão resistente por compressão diagonal do concreto, e, a tensão solicitante em C' com a tensão resistente na superfície crítica C', verificou-se que ambas as tensões solicitantes não ultrapassaram seus limites, portanto, esses pilares não exigiram armaduras de

punção.

O cálculo dos pilares de canto é efetuado considerando-os como pilares de borda quando não age momento paralelo à borda livre. Porém, como no pilar de canto existem duas bordas livres, deve-se ignorar, alternadamente, cada uma delas. Assim, obtêm-se as tensões atuantes em duas direções, x e y, e em seguida comparam-se os dois valores obtidos às tensões resistentes de cálculo.

Neste caso dos pilares de canto, define-se C1 como o lado perpendicular e C2 como lado paralelo à borda livre analisada, ambos possuem o mesmo valor de 25 cm. Conforme descrito em 3.4.1.4 foram obtidos os parâmetros de cálculo e as tensões solicitantes. Os quadros 20 e 21 mostram os resultados dos cálculos ignorando-se a borda livre da direção x, e ignorando-se a borda livre da direção y, respectivamente.

**Quadro 20- Cálculo dos parâmetros e Tensões Solicitantes de cálculo na direção x**

Pilares de canto sem armaduras de punção- ignorando a borda na direção x														
Pilar	Fsd (kN)	Msd - perpendicular a borda 1 (kN.cm)	d (cm)	Perímetro crítico u (cm)	Perímetro crítico reduzido u* (cm)	k1	a1 (cm)	a2 (cm)	Wp1 (cm <sup>2</sup> )	Wp0 (cm <sup>2</sup> )	ex*	Msd1 (kN.cm)	Tensão solicitante de cálculo x em C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante de cálculo x em C (kN/cm <sup>2</sup> )
16,20	166,11	16548	26,50	100,00	108,25	0,6	12,5	12,5	5643,4	937,5	43,85	9264,47	0,0951	0,2864

Fonte: Autoria Própria

**Quadro 21- Cálculo dos parâmetros e Tensões Solicitantes de cálculo na direção y**

Pilares de canto sem armaduras de punção- ignorando a borda na direção y														
Pilar	Fsd (kN)	Msd perpendicular a borda 2 (kN.cm)	d	Perímetro crítico u (cm)	Perímetro crítico reduzido u*	k1	a1	a2	Wp2 (cm <sup>2</sup> )	Wp0 (cm <sup>2</sup> )	ey*	Msd2 (kN.cm)	Tensão solicitante de cálculo y em C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante de cálculo y em C (kN/cm <sup>2</sup> )
16,20	166,11	17220	26,5	100,00	108,25	0,6	12,5	12,5	5643,4	937,5	43,85	9936,47	0,0978	0,3027

Fonte: Autoria Própria

O quadro 22 apresenta os resultados das tensões solicitantes e resistentes de cálculo.

**Quadro 22- Verificação à punção- Pilares de Canto**

Pilares de canto sem armadura de punção- Verificação							
Pilar	Tensão solicitante de cálculo x em C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante de cálculo y em C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão resistente de cálculo na superfície crítica (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante de cálculo x em C (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante y em C (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão resistente por compressão diagonal do concreto (kN/cm <sup>2</sup> )	Verificação
16,20	0,095075462	0,097771562	0,201405025	0,286428644	0,302658078	0,433928571	ok

Fonte: Autoria Própria



Comparando-se os resultados das tensões solicitantes e suas respectivas tensões resistentes, percebeu-se que não há a necessidade de colocar armaduras de punção nestes pilares.

#### 6.1.5 Armaduras de Colapso Progressivo

A verificação do colapso progressivo é necessária para garantir que a área de aço localizada na parte inferior da laje, ou seja, a armadura positiva, seja suficiente para absorver a carga concentrada. Para que funcione como armadura de punção, a armadura de flexão que atravessa o contorno C do pilar deve estar suficientemente ancorada além do contorno C'.

A verificação foi realizada de acordo com o exposto em 3.4.2, nos pilares mais solicitados, e os resultados apresentam-se no quadro 23.

**Quadro 23- Armaduras contra o Colapso Progressivo**

Pilar	Fsd (kN)	f <sub>yd</sub> (kN/cm <sup>2</sup> )	As, nec (cm <sup>2</sup> )	As, existente (cm <sup>2</sup> )	Verificação	As, colapso (cm <sup>2</sup> )	Armação	As, armação (cm <sup>2</sup> )
12	415,24	43,48	9,55	9,42	não ok	0,126	2φ5mm	0,393
13	392,49	43,48	9,03	9,42	ok	-	-	-
14	415,24	43,48	9,55	9,42	não ok	0,126	2φ5mm	0,393

**Fonte: Autoria Própria**

Pode-se observar que nos pilares 12 e 14, as armaduras de flexão não foram suficientes para absorver a carga concentrada dos pilares, portanto, adotou-se uma armadura de colapso progressivo.

## 6.2 LAJE LISA

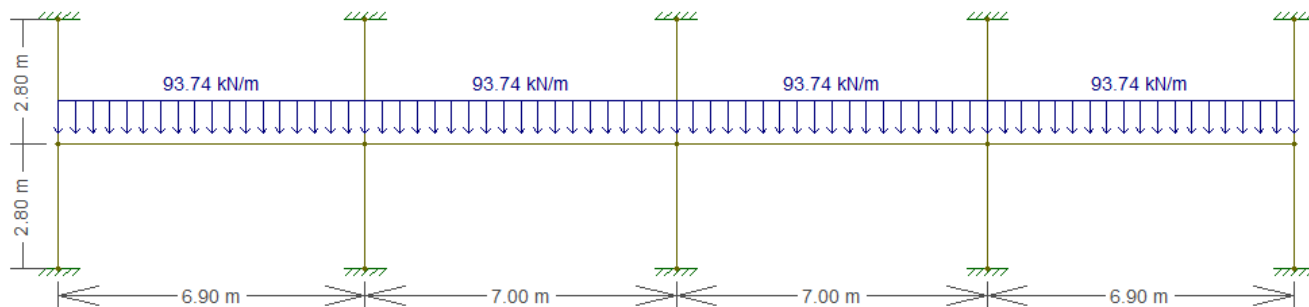
### 6.2.1 Método do Pórtico Equivalente

A divisão das lajes lisas em pórticos equivalentes é feita igualmente a divisão das lajes Bubbledeck, como ilustrado nas figuras 25 e 26 do item 6.1.1.

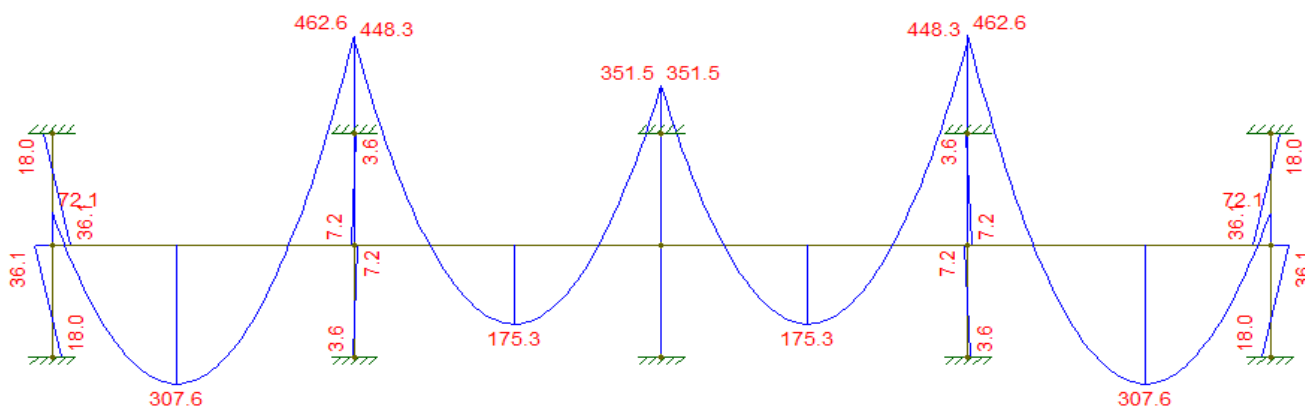
Após a divisão, modelaram-se os pórticos no programa Ftool para obtenção dos momentos fletores. Assim como nas lajes com vazios, para o sistema de lajes

maciças lisas adotou-se pilares engastados na base e no topo, a viga com largura correspondente ao pórtico analisado e altura de 30 cm, e o carregamento conforme calculado no item 5.2.1.

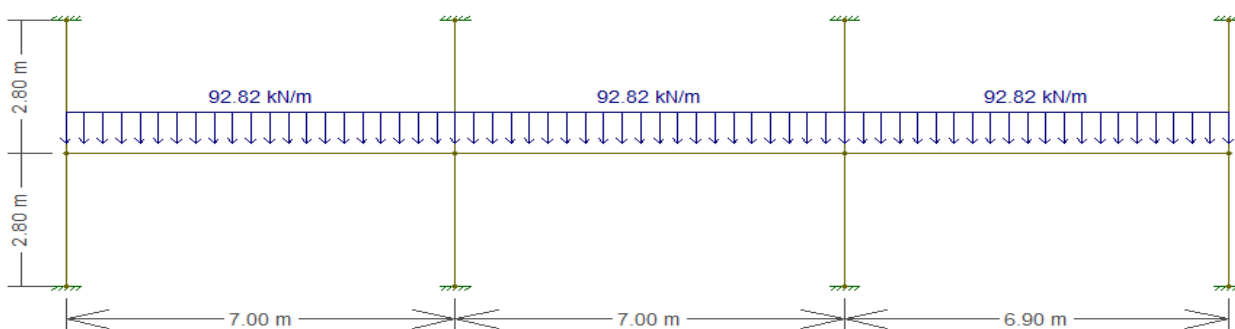
Nas figuras 35 a 38, estão ilustrados os pórticos que apresentaram maiores momentos fletores em cada direção e seus diagramas, o pórtico 3 na direção x, e os pórticos 4 e 7 na direção y, que foram os mesmos pórticos em ambos os sistemas.



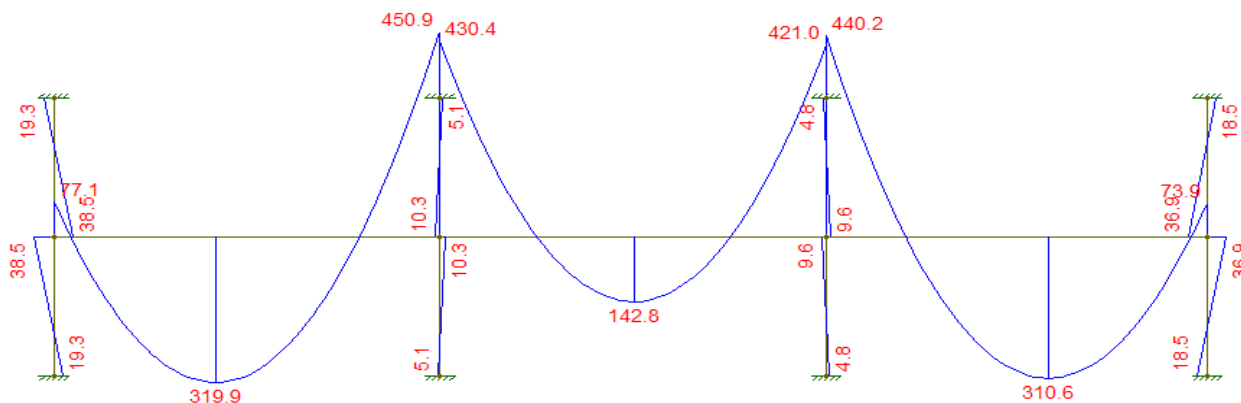
**Figura 35- Modelagem do Pórtico 3, laje lisa**  
Fonte: Autoria Própria



**Figura 36- Diagrama de Momentos Fletores, Pórtico 3, laje lisa**  
Fonte: Autoria Própria



**Figura 37- Modelagem do Pórtico 4 e 7, laje lisa**  
Fonte: Autoria Própria

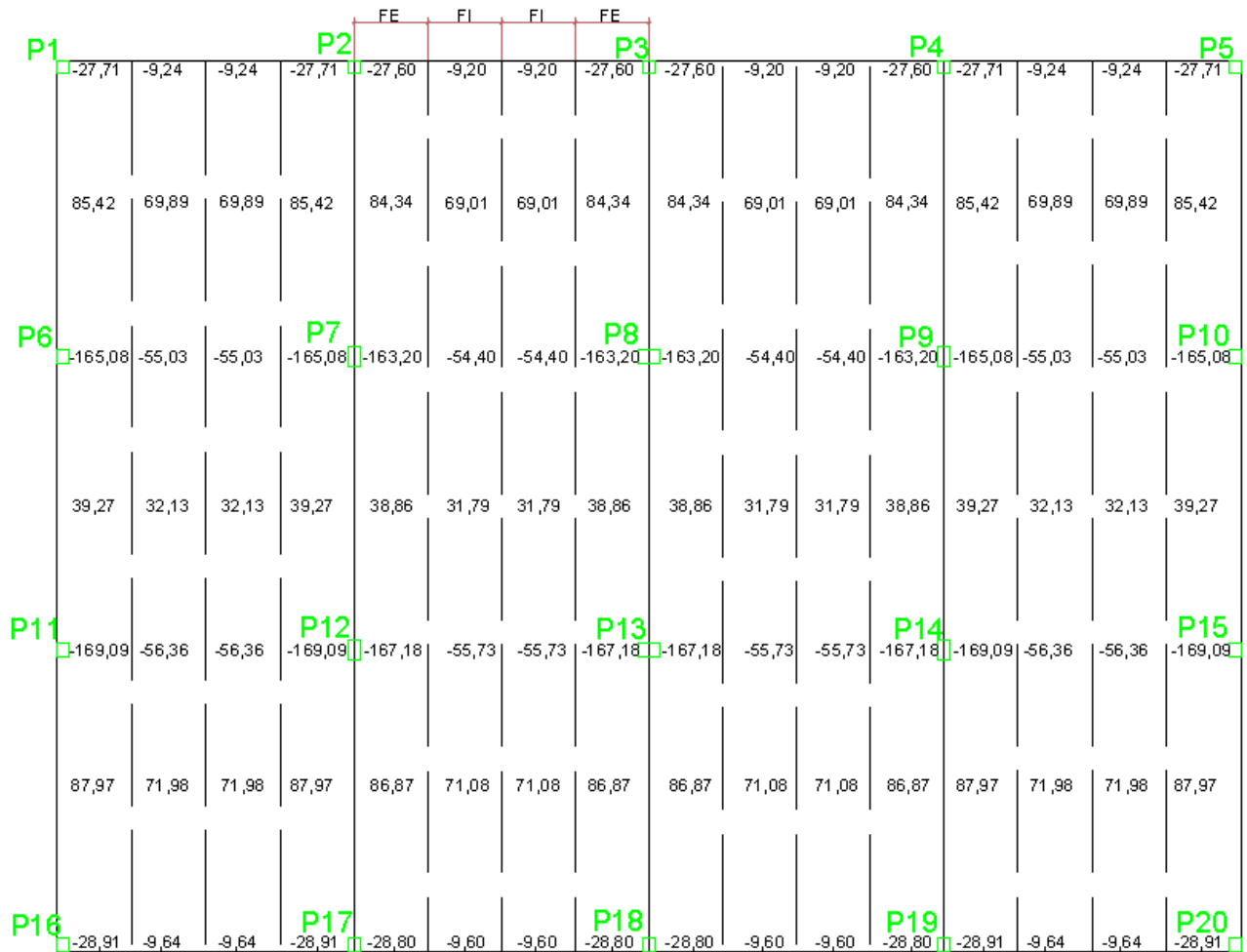


**Figura 38- Diagrama de Momentos Fletores, Pórtico 4 e 7, laje lisa**  
**Fonte: Autoria Própria**

Após a obtenção dos momentos, faz-se a distribuição destes nas faixas, ilustrado na figura 31, multiplicando-se as porcentagens correspondentes de cada faixa aos momentos obtidos pelo programa Ftool, conforme descrito em 3.1.1. Os resultados são apresentados nas figuras 39 e 40.

P1	P2	P3	P4	P5					
-26,93	83,02	-170,51	47,41	-129,60	47,41	-170,51	83,02	-26,93	EE
-8,98	67,93	-56,84	38,79	-43,20	38,79	-56,84	67,93	-8,98	EI
-8,98	67,93	-56,84	38,79	-43,20	38,79	-56,84	67,93	-8,98	LI
-26,93	83,02	-170,51	47,41	-129,60	47,41	-170,51	83,02	-26,93	EE
P6	P7	P8	P9	P10					
-26,89	82,25	-169,05	47,03	-128,55	47,03	-169,05	82,25	-26,89	EE
-8,96	67,30	-56,35	38,48	-42,85	38,48	-56,35	67,30	-8,96	EI
-8,96	67,30	-56,35	38,48	-42,85	38,48	-56,35	67,30	-8,96	LI
-26,89	82,25	-169,05	47,03	-128,55	47,03	-169,05	82,25	-26,89	EE
P11	P12	P13	P14	P15					
-27,04	84,59	-173,48	48,21	-131,81	48,21	-173,48	84,59	-27,04	EE
-9,01	69,21	-57,83	39,44	-43,94	39,44	-57,43	69,21	-9,01	EI
-9,01	69,21	-57,83	39,44	-43,94	39,44	-57,43	69,21	-9,01	LI
-27,04	84,59	-173,48	48,21	-131,81	48,21	-173,48	84,59	-27,04	EE
P16	P17	P18	P19	P20					

**Figura 39-Distribuição dos momentos nos pórticos de direção x**  
**Fonte: Autoria Própria**



**Figura 40- Distribuição dos momentos nos pórticos de direção y**  
**Fonte: Autoria Própria**

### 6.2.2 Armaduras de flexão

As armaduras de flexão foram calculadas para os pórticos com maiores carregamentos, ou seja, com maiores momentos fletores. Portanto, os pórticos analisados foram: 3, 4 e 7, em cada uma das faixas, internas e externas.

Multiplicando-se os momentos, obtidos na análise, pelo coeficiente de ponderação de valor 1,4, foi obtido o momento de cálculo ( $M_d$ ), a partir do qual se calculou as armaduras necessárias. Considerando o  $b_w$  igual a 100 cm, e a altura útil de 27 cm na direção x, e 26 cm na direção y, foi possível realizar o cálculo do  $k_c$ , descrito na seção 3.2.

Sabendo o valor de  $k_c$  para cada momento, e ainda, que o concreto possui um  $f_{ck}$  de 25 MPa e o aço a ser utilizado é o CA-50, alcançou-se por meio do quadro 5, os valores de  $k_s$ .

A partir dessas informações efetuou-se o cálculo da armadura necessária para cada faixa do pórtico, e verificaram-se as armaduras máximas e mínimas, conforme exposto no item 3.2.1 deste trabalho. No quadro 24 estão os resultados das armaduras adotadas, assim como seus respectivos diâmetros e espaçamentos.

**Quadro 24- Armaduras de flexão para Laje Lisa maciça**

Pórtico	Faixa	Momentos (kN.m)	Md (kN.m)	As (cm <sup>2</sup> /m)	As mín (cm <sup>2</sup> /m)	Situação	As adotado (cm <sup>2</sup> /m)	Diâmetro Adotado (mm)	Espaçamento (cm)	As efetivo (cm <sup>2</sup> /m)	
Pórtico 3	Interna	-	9,01	12,61	1,07	3,015	nao ok	3,02	10	20	3,93
		+	69,21	96,89	8,61	3,015	ok	8,61	10	8,5	9,24
		-	57,83	80,96	7,20	4,500	ok	7,20	10	10	7,85
		+	39,44	55,22	4,91	3,015	ok	4,91	10	15	5,23
		-	43,94	61,52	5,47	4,500	ok	5,47	10	13	6,04
	Externa	-	27,04	37,86	3,22	3,015	ok	3,22	10	20	3,93
		+	84,59	118,43	10,97	3,015	ok	10,97	10	6,5	12,08
		-	173,48	242,87	23,39	4,500	ok	23,39	16	8,5	23,66
		+	48,21	67,49	6,00	3,015	ok	6,00	10	12,5	6,28
		-	131,81	184,53	17,09	4,500	ok	17,09	12,5	7	17,53
Pórtico 4 /Pórtico 7	Interna	-	9,64	13,50	1,19	3,015	não ok	3,02	10	20	3,93
		+	71,98	100,77	9,30	3,015	ok	9,30	10	8	9,81
		-	56,36	78,90	7,28	4,500	ok	7,28	10	10	7,85
		+	32,13	44,98	4,15	3,015	ok	4,15	10	18	4,36
		-	55,03	77,04	7,11	4,500	ok	7,11	10	11	7,14
		+	69,89	97,85	9,03	3,015	ok	9,03	10	8,5	9,24
		-	9,24	12,94	1,14	3,015	não ok	3,02	10	20	3,93
	Externa	-	28,91	40,47	3,74	3,015	ok	3,74	10	20	3,93
		+	87,97	123,16	11,84	3,015	ok	11,84	10	6,5	12,08
		-	169,09	236,73	24,58	4,500	ok	24,58	16	8	25,14
		+	39,27	54,98	5,07	3,015	ok	5,07	10	15	5,23
		-	165,08	231,11	24,00	4,500	ok	24,00	12,5	5	24,54
		+	85,42	119,59	11,50	3,015	ok	11,50	10	6,5	12,08
-	27,71	38,79	3,58	3,015	ok	3,58	10	20	3,93		

Fonte: Autoria Própria

### 6.2.3 Verificação das flechas

Assim como para a laje Bubbledeck, os momentos de cálculo ( $M_a$ ) para as flechas foram obtidos através da combinação quase-permanente. Utilizando o fck do concreto igual a 25 MPa e calculando o momento de inércia para a seção 100x30 cm, obteve-se o momento de fissuração ( $M_r$ ).

Ao comparar o momento de fissuração a cada momento de cálculo, percebeu-se que em apenas três situações o  $M_r$  foi superado pelo  $M_a$ , ou seja, a

estrutura estará trabalhando parcialmente no estágio I e parcialmente no estágio II. Portanto, para essas três situações efetuou-se o cálculo da rigidez equivalente  $((EI)_{eq})$ , dado pela equação 8, que leva em conta o módulo de elasticidade secante do concreto, o momento de inércia da seção bruta e da peça no estágio II puro, além de considerar os momentos  $M_r$  e  $M_a$ .

O módulo de elasticidade secante foi obtido através das equações definidas no item 8.2.8 da NBR 6118 (ABNT, 2014) e resultou em 24150 MPa, já o momento de inércia no estágio II puro foi calculado, para cada momento, pela equação 9 deste trabalho.

Para as situações em que o  $M_a$  não superou  $M_r$ , utilizou-se para o cálculo da flecha imediata a rigidez da seção bruta de concreto.

E assim como para a laje Bubbledeck, no cálculo da flecha imediata, para ambas as situações, foi considerada as deformações apresentadas pelo programa Ftool, bem com suas respectivas rigidez.

No cálculo da flecha diferida no tempo, o fator  $\alpha_f$  foi obtido considerando o tempo de 70 meses e o coeficiente  $\xi$  sendo igual a 2. E então, foi multiplicado o fator  $\alpha_f$  a flecha imediata de cada momento, obtendo-se assim a flecha diferida.

O resultado da flecha total, dada pela soma das flechas imediata e diferida, são expostas no quadro 25. Para a verificação das flechas calculadas, foi adotado o valor de deslocamento-limite igual a  $l/250$ , sendo  $l$  o vão em cm, que corresponde ao efeito do tipo “aceitabilidade sensorial”, especificado na tabela 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

**Quadro 25- Deflexão na Laje Lisa**

Pórtico	Faixa	Flecha imediata							Flecha diferida		Flecha total (ft) (cm)	deformação máxima permitida ( $l/250$ )	
		Ma (kN.cm)	Momento de Inércia no Estádio II-III (cm <sup>4</sup> )	Mr (kN.cm)	El seção bruta (kN.cm <sup>2</sup> )	(EI) <sub>eq</sub> (kN.cm <sup>2</sup> )	Def Ftool (cm)	(EI) <sub>f</sub> tool (kN.cm <sup>2</sup> )	Flecha imediata- <sub>fi</sub> (cm)	$\alpha_f$			Flecha diferida- <sub>fd</sub> (cm)
Pórtico 3	Interna	5230	42614,57	5771,17	540000000,00	-	0,204	9,65E+08	0,364	1,32	0,481	0,846	2,77
		3750	26060,64	5771,17	540000000,00	-	0,122	9,65E+08	0,219	1,32	0,289	0,508	2,80
	Externa	6390	53296,48	5771,17	-	305484044	0,249	9,65E+08	0,787	1,32	1,039	1,827	2,77
		4580	30592,99	5771,17	540000000,00	-	0,150	9,65E+08	0,268	1,32	0,353	0,621	2,80
Pórtico 4 / Pórtico 7	Interna	5360	39283,57	5771,17	540000000,00	-	0,206	9,55E+08	0,365	1,32	0,482	0,847	2,75
		3440	19515,02	5771,17	540000000,00	-	0,106	9,55E+08	0,187	1,32	0,246	0,433	2,79
		5210	39283,57	5771,17	540000000,00	-	0,219	9,55E+08	0,387	1,32	0,511	0,898	2,80
Externa	6550	49091,48	5771,17	-	290586250	0,252	9,55E+08	0,829	1,32	1,095	1,924	2,75	
	4200	24057,38	5771,17	540000000,00	-	0,129	9,55E+08	0,228	1,32	0,301	0,529	2,79	
	6360	49091,48	5771,17	-	317414899	0,267	9,55E+08	0,805	1,32	1,062	1,867	2,80	

Fonte: Autoria Própria

### 6.2.4 Verificação à punção

A verificação a punção da laje lisa foi realizada do mesmo modo que a verificação da laje Bubbledeck, descrita em 5.3.4. Os pilares analisados foram os mais solicitados, sendo também os pilares P11 ao P20.

Os parâmetros para o cálculo das tensões solicitantes dos pilares internos estão demonstradas no quadro 26.

**Quadro 26- Parâmetros para o cálculo das Tensões Solicitantes dos Pilares Internos**

Pilares internos sem armaduras de punção- Parâmetros															
Pilar	Fsd (kN)	Mx (kN.cm)	My (kN.cm)	d (cm)	Perímetro crítico u (cm)	Perímetro crítico u0 (cm)	C1 (cm)	C2 (cm)	kx	ky	Wpx1 (cm <sup>2</sup> )	Wpy1 (cm <sup>2</sup> )	Wpx0 (cm <sup>2</sup> )	Wpy0 (cm <sup>2</sup> )	ρ
12,14	499,24	2002	2870	25,90	485,46	160	30	50	0,48	0,67	22744,85	24727,45	1950	2750	0,0100
13	463,75	0	2856	26,16	488,76	160	50	30	0,67	0,48	25060,07	23065,49	2750	1950	0,0083

**Fonte: Autoria Própria**

Sendo,  $W_{px1}$  e  $W_{py1}$  referentes à superfície crítica C', e,  $W_{px0}$  e  $W_{py0}$  referentes à superfície crítica C.

Em seguida, calcularam-se as tensões solicitantes para as superfícies críticas C e C', e as tensões resistentes de cálculo, realizando assim as verificações, mostradas no quadro 27.

**Quadro 27- Verificação à punção- Pilares Internos**

Verificação à punção- Pilares Internos- Laje Lisa								
Pilar	Fsd (kN)	Mx (kN.cm)	My (kN.cm)	Tensão solicitante em C (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante em C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão resistente por compressão diagonal (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão resistente na superfície C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Situação
12,14	499,24	2002	2870	0,166	0,044	0,434	0,332	ok
13	463,75	0	2856	0,138	0,039	0,434	0,311	ok

**Fonte: Autoria Própria**

Verificou-se, então, que as tensões solicitantes de cálculo não ultrapassaram as tensões resistentes de compressão diagonal e da superfície C', ou seja, esses pilares não necessitaram de armaduras de punção.

Para o cálculo dos pilares de bordas, assim como descrito no item 5.3.4, foi considerado  $M_{sd1}$  o momento atuante perpendicularmente à borda livre, e  $M_{sd2}$  o

momento paralelo à borda livre. Os pilares de bordas possuem as dimensões de 30x30 cm, ou seja, C1 e C2 são ambos iguais a 30 cm.

O quadro 28 e 29 mostram os resultados dos parâmetros de cálculo dos pilares de bordas.

**Quadro 28- Parâmetros para o cálculo da Tensão Solicitante na Superfície crítica C' dos Pilares de Borda**

Pilares de borda sem armaduras de punção													
Pilar	Fsd (kN)	Msd perpendicular a borda (kN.cm)	Msd2 paralelo a borda (kN.cm)	d (cm)	Perímetro crítico reduzido $u^*$ (cm)	k1	k2	Wp1 (cm <sup>2</sup> )	Wp2 (cm <sup>2</sup> )	e*	Msd* (kN/cm <sup>2</sup> )	Msd1 - perpendicular a borda (kN/cm <sup>2</sup> )	$\rho$
11,15	339,92	10094	2870	26,25	224,93	0,6	0,45	10461,43	12486,43	45,51	15469,64	0	0,0038
17,19	347,69	10794	2002	26,25	224,93	0,6	0,45	10461,43	12486,43	45,51	15823,25	0	0,0037
18	313,95	10752	0	26,44	226,11	0,6	0,45	10569,38	12605,63	45,75	14363,21	0	0,0031

Fonte: Autoria Própria

**Quadro 29- Parâmetros para o cálculo da Tensão Solicitante na Superfície crítica C dos Pilares de Borda**

Pilares de borda sem armaduras de punção													
Pilar	Fsd (kN)	Msd perpendicular a borda (kN.cm)	Msd2 paralelo a borda (kN.cm)	d	Perímetro crítico $u$ (cm)	k1	k2	Wpx0 (cm <sup>2</sup> )	Wpy0 (cm <sup>2</sup> )	e*	Msd* (kN/cm <sup>2</sup> )	Msd1 - perpendicular a borda (kN/cm <sup>2</sup> )	$\rho$
11,15	339,92	10094	2870	26,25	120	0,6	0,45	1350	1350	45,51	15469,64	0	0,0038
17,19	347,69	10794	2002	26,25	120	0,6	0,45	1350	1350	45,51	15823,25	0	0,0037
18	313,95	10752	0	26,44	120	0,6	0,45	1350	1350	45,75	14363,21	0	0,0031

Fonte: Autoria Própria

O quadro 30 apresenta os resultados das tensões solicitantes e resistentes para os pilares de borda.

**Quadro 30- Verificação à punção dos Pilares de Borda**

Verificação à punção- Pilares de Borda- Laje Lisa								
Pilar	Fsd (kN)	Msd2 - paralelo a borda (kN.cm)	Msd1 - perpendicular a borda (kN.cm)	Tensão solicitante em C (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante em C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão resistente por compressão diagonal (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão resistente na superfície crítica C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Situação
11,15	339,92	2870	0	0,144	0,062	0,434	0,239	ok
17,19	347,69	2002	0	0,136	0,062	0,434	0,237	ok
18	313,95	0	0	0,099	0,053	0,434	0,224	ok

Fonte: Autoria Própria

Verificou-se que a tensão solicitante na superfície C é menor que a tensão resistente por compressão diagonal do concreto, e que a tensão solicitante na superfície C' é menor que a tensão resistente na superfície crítica C', portanto,



concluiu-se que estes pilares não necessitaram de armaduras de punção.

Considerando os pilares de canto como pilares de borda quando não atua momento paralelo à borda livre e ignorando a borda livre em x e a borda em y, alternadamente, calcularam-se as tensões solicitantes em x e y. Os quadros 31 e 32 apresentam os parâmetros e tensões solicitantes, considerando C1 como lado perpendicular à borda livre e C2 o lado paralelo à mesma. O lado C1 e C2 possuem o mesmo valor de 30 cm.

**Quadro 31- Cálculo dos Parâmetros e Tensões Solicitantes de cálculo na direção x**

Pilares de canto sem armadura de punção- verificação ignorando a borda na direção x														
Pilar	Fsd (kN)	Msd - perpendicular a borda y (kN.cm)	d (cm)	Perímetro crítico u (cm)	Perímetro crítico reduzido u* (cm)	k1	a1 (cm)	a2 (cm)	Wp1 (cm <sup>2</sup> )	Wp0 (cm <sup>2</sup> )	ex*	Msd1 (kN.cm)	Tensão solicitante de cálculo x em C (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante de cálculo x em C' (kN/cm <sup>2</sup> )
16,20	188,37	10094	26,25	120	112,46	0,6	15	15	6243,22	1350	45,51	1521,35	0,086	0,069

Fonte: Autoria Própria

**Quadro 32- Cálculo dos Parâmetros e Tensões Solicitantes de cálculo na direção y**

Pilares de canto sem armadura de punção- verificação ignorando a borda na direção y														
Pilar	Fsd (kN)	Msd perpendicular a borda x (kN.cm)	d (cm)	Perímetro crítico u (cm)	Perímetro crítico reduzido u* (cm)	k1	a1 (cm)	a2 (cm)	Wp2 (cm <sup>2</sup> )	Wp0 (cm <sup>2</sup> )	ey*	Msd2 (kN.cm)	Tensão solicitante de cálculo y em C (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante de cálculo y em C' (kN/cm <sup>2</sup> )
16,20	188,37	10794	26,25	120	112,46	0,6	15	15	6243,22	1350	45,51	2221,35	0,097	0,072

Fonte: Autoria Própria

O quadro 33 apresenta os resultados das tensões solicitantes e resistentes de cálculo.

**Quadro 33- Verificação à punção- Pilares de Canto**

Pilares de canto sem armadura de punção- Verificação- Laje Lisa							
Pilar	Tensão solicitante de cálculo x em C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante de cálculo y em C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão resistente de cálculo na superfície crítica (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante de cálculo x em C (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão solicitante de cálculo y em C (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão resistente por compressão diagonal do concreto (kN/cm <sup>2</sup> )	Verificação
16,20	0,069	0,072	0,225	0,086	0,097	0,434	ok

Fonte: Autoria Própria

Comparando-se os resultados das tensões solicitantes e suas respectivas tensões resistentes, percebeu-se que não há a necessidade de colocar armaduras de punção nestes pilares.

### 6.2.5 Armaduras de Colapso Progressivo

O quadro 34 apresenta os resultados para verificação do colapso progressivo dos pilares mais solicitados, pilares 12, 13 e 14, da laje lisa maciça.

**Quadro 34- Armaduras de Colapso Progressivo**

Pilar	Fsd	f <sub>yd</sub>	As, nec	As, existente	Verificação	As, colapso	Armação	As, armação
12	499,24	43,48	11,483	58,118	ok	-	-	-
13	463,75	43,48	10,666	52,816	ok	-	-	-
14	499,24	43,48	11,483	58,118	ok	-	-	-

**Fonte: Autoria Própria**

Verificou-se, portanto, que as armaduras de flexão são suficientes para resistir aos esforços das cargas concentradas dos pilares, não havendo necessidade de colocar armaduras contra o colapso progressivo.

## 6.3 ANÁLISE E COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Os parâmetros a serem comparados entre a estrutura utilizando Laje com vazio tipo Bubbledeck e a estrutura calculada com Laje Lisa maciça, são: dimensões e volumes de concreto dos pilares, volume de concreto das lajes, taxas de armaduras, esforços atuantes, flechas e resultados para punção. Para se obter essas comparações utilizou-se a espessura de ambas as lajes igual a 30 cm.

### 6.3.1 Pilares

Através do pré-dimensionamento dos elementos estruturais pôde-se obter uma estimativa da seção transversal dos pilares do pavimento analisado. O quadro 35 mostra a seção transversal adotada para cada pilar e seus respectivos volumes de concreto, da estrutura calculada com o sistema de laje Bubbledeck e sistema de laje lisa, considerando a altura do pé direito igual a 2,80 m.

**Quadro 35- Seção transversal e Volumes de concreto dos Pilares**

Pilares	Laje Lisa			Laje Bubbledeck		
	Seção transversal (cm)	Volume de concreto do pilar (m <sup>3</sup> )	Volume de concreto por pavimento (m <sup>3</sup> )	Seção transversal (cm)	Volume de concreto do pilar (cm <sup>3</sup> )	Volume de concreto por pavimento (cm <sup>3</sup> )
P1, P5, P16, P20	30x30	0,252	1,008	25x25	0,175	0,7
P2, P4, P11, P15, P17, P19	30x30	0,252	1,512	25x25	0,175	1,05
P3, P6, P10, P18	30x30	0,252	1,008	25x25	0,175	0,7
P7, P9, P12, P14	30x50	0,42	1,68	35x40	0,392	1,568
P8, P13	30x50	0,42	0,84	35x35	0,343	0,686

**Fonte: Autoria Própria**

O quadro 36 apresenta os resultados de volumes de concreto totais para os pilares, calculados para os dois sistemas de lajes, e a redução desse volume em relação à laje lisa.

**Quadro 36- Volumes totais de concreto dos pilares e redução em relação à laje lisa**

Laje	Volume de concreto dos pilares por pavimento (m <sup>3</sup> )	Volume total de concreto dos pilares da estrutura (m <sup>3</sup> )	Redução em relação à laje lisa (%)
Lisa	6,048	18,144	-
Bubbledeck	4,704	14,112	22,22

**Fonte: Autoria Própria**

Pode-se notar uma significativa redução do volume total de concreto dos pilares quando utilizado o sistema de lajes Bubbledeck, de aproximadamente 22,22%. Tal redução se deve ao fato de a estrutura Bubbledeck apresentar maior leveza se comparada à estrutura de lajes lisas. Essa leveza, ou redução do peso próprio da laje, alivia o peso sobre os pilares e fundações, diminuindo os esforços a serem suportados por estes, e conseqüentemente ocorre a diminuição da seção transversal e do volume de concreto necessário na estrutura.

### 6.3.2 Volume de concreto das lajes

O volume de concreto total das lajes Bubbledeck é obtido retirando-se o volume ocupado pelos módulos esféricos do volume total de laje, conforme já calculado no item 5.2.1. O quadro 37 apresenta os volumes totais do pavimento estudado para os dois sistemas de laje, lisa e Bubbledeck.

**Quadro 37- Volume total de concreto das lajes do pavimento tipo analisado**

Laje	Volume de concreto (m <sup>3</sup> )	Redução em relação à laje lisa (%)
Lisa	178,61	-
Bubbledeck	130,95	26,69

Fonte: Autoria Própria

Como se pode perceber no quadro 37, houve uma redução de 26,69% no consumo de concreto quando utilizado o sistema de lajes Bubbledeck, o que caracteriza a principal vantagem desse sistema em relação à laje lisa. Essa redução do concreto, e conseqüentemente do peso próprio da laje, influencia diretamente nos demais parâmetros a serem analisados.

Essa redução mostrou-se satisfatória de acordo com o valor proposto pela fabricante *Bubbledeck Brasil*, que aponta uma redução do peso próprio nas lajes Bubbledeck de aproximadamente 35%. Essa variação na redução pode ocorrer de acordo com a disposição dos módulos nas lajes e espessura adotada.

### 6.3.3 Momentos Fletores

Outro parâmetro a ser analisado são os momentos fletores máximos atuantes. O quadro 38 apresenta os momentos máximos atuantes por pórtico, e o aumento dos esforços da laje lisa em relação à Bubbledeck.

**Quadro 38- Momentos máximos atuantes nas lajes lisas e Bubbledeck**

Direção	Pórtico	Laje Lisa		Laje Bubbledeck		Aumento em relação a BD (%)	
		Mom. Positivo (kN.m)	Mom. Negativo (kN.m)	Mom. Positivo (kN.m)	Mom. Negativo (kN.m)	Mom. Positivo	Mom. Negativo
x	1	83,02	170,51	62,67	141,04	32,47	20,89
	2	82,25	169,05	62,07	139,08	32,51	21,55
	3	84,59	173,48	63,66	143,40	32,88	20,98
y	4	87,97	169,09	65,86	141,90	33,57	19,16
	5	86,87	167,18	65,01	140,25	33,63	19,20
	6	86,87	167,18	65,01	140,25	33,63	19,20
	7	87,97	169,09	65,86	141,90	33,57	19,16

Fonte: Autoria Própria

Pôde-se perceber que em ambas as lajes os momentos máximos positivos e negativos se localizaram nas faixas externas (próximas aos pilares) do pórtico 3 na

direção x, e dos pórticos 4 e 7 na direção y. Ao comparar os dois sistemas, percebe-se que, conforme o esperado, a laje lisa apresenta um aumento dos esforços fletores de 32,47% a 33,63% nos momentos positivos, e 19,16% a 21,55% nos momentos negativos.

#### 6.3.4 Taxa de Armaduras de flexão

O cálculo das taxas de armaduras foram feitos para a laje 9 do sistema Bubbledeck (ilustrada na figura 23), que se localiza no pórtico 3 e pórtico 4, e no mesmo lugar para o sistema de laje lisa, pois em ambos foram os lugares que apresentaram maiores áreas de armaduras.

Através da equação 36 foram obtidas as taxas de armaduras:

$$\rho = \frac{A_{s,adotado}}{b_w \cdot h} \quad (36)$$

Onde,

$h$ - espessura da laje, em cm.

O quadro 39 apresenta as taxas de armaduras superiores e inferiores para as faixas internas e externas de cada direção de ambas as lajes: Bubbledeck e Lisa.

**Quadro 39- Taxas de Armaduras e aumento em relação a laje Bubbledeck**

Laje	Direção	Faixa	Armaduras Positivas		Armaduras Negativas		Aumento em relação à BD (%)	
			As,adotada (cm <sup>2</sup> /m)	Taxa de armadura (%)	As,adotada (cm <sup>2</sup> /m)	Taxa de armadura (%)	Armaduras Positivas	Armaduras Negativas
Bubbledeck	x	Interna	7,14	0,24	6,28	0,21	-	-
		Externa	8,26	0,28	20,45	0,68	-	-
	y	Interna	7,14	0,24	6,28	0,21	-	-
		Externa	8,72	0,29	20,45	0,68	-	-
Lisa	x	Interna	8,72	0,29	7,85	0,26	22,13	25,00
		Externa	11,15	0,37	23,66	0,79	34,99	15,70
	y	Interna	9,81	0,33	7,85	0,26	37,39	25,00
		Externa	12,27	0,41	25,14	0,84	40,71	22,93

**Fonte: Autoria Própria**

Em geral, pôde-se perceber que as áreas de armaduras adotadas foram maiores nas faixas externas (próximas aos pilares), tanto nas armaduras inferiores quanto nas superiores, em ambos os sistemas de lajes. Porém essa diferença foi

maior para as armaduras superiores, que são as áreas de ligação laje-pilar que devem ser cuidadosamente observadas, devido à presença do efeito da punção que está diretamente ligada à rigidez da estrutura.

Contudo, comparando-se o aumento da taxa de armadura na laje lisa em relação à laje Bubbledeck, nota-se que o maior aumento, de 22,13% a 40,71% se encontra nas armaduras positivas. Já que, próximo ao pilar, os dois sistemas tem comportamento similar devido ao perímetro de punção maciço, deixado na laje Bubbledeck, fazendo com que o aumento das armaduras negativas nas lajes lisas seja inferior, entre 15,70% a 25%.

### 6.3.5 Flechas

Para obter uma comparação das flechas máximas entre os dois tipos de lajes, fixou-se a espessura das duas em 30 cm. O quadro 40 apresenta as flechas máximas totais nas faixas internas e externas dos pórticos mais solicitados, e o aumento das flechas da laje maciça em relação à laje com vazios.

**Quadro 40- Flechas máximas totais**

Pórtico	Faixa	flecha total (mm)		Aumento em relação a BD (%)
		Bubbledeck	Lisa	
Pórtico 3	Interna	8,09	8,46	4,57
	Externa	9,88	17,91	81,22
Pórtico 4 / Pórtico 7	Interna	8,59	8,98	4,58
	Externa	10,50	19,31	83,96

**Fonte: Autoria Própria**

Pôde-se perceber que, em geral, as flechas da laje lisa são maiores que as flechas da laje Bubbledeck. Porém essa diferença tem um valor mais acentuado nas faixas externas dos pórticos, de 81,22% no pórtico 3 e 83,96% nos pórticos 4 e 7. Já nas faixas internas não houve grande variação, com um aumento de aproximadamente 4,58% em ambos os pórticos.

Tal variação se dá pelo fato de a laje Bubbledeck apresentar um menor peso próprio, devido à existência de vazios, e conseqüente redução dos esforços atuantes, enquanto que a altura útil, fator determinante para o cálculo das flechas, mantém-se a mesma da laje maciça.

### 6.3.6 Tensões Solicitantes e Resistentes de Cisalhamento

Outro parâmetro importante a ser observado é a punção. O quadro 41 contém as tensões solicitantes e resistentes máximas por tipos de pilares das lajes.

**Quadro 41- Tensões Solicitantes e Resistentes das Superfícies Críticas**

Laje	Pilar	Tensão Solicitante em C (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Resist por compressão diagonal (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Solicitante em C' (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão Resist em C' (kN/cm <sup>2</sup> )
Bubbledeck	Interno	0,179	0,434	0,040	0,304
Lisa		0,166	0,434	0,044	0,332
Bubbledeck	De Borda	0,277	0,434	0,066	0,247
Lisa		0,144	0,434	0,062	0,239
Bubbledeck	De Canto	0,303	0,434	0,098	0,201
Lisa		0,097	0,434	0,086	0,225

**Fonte: Autoria Própria**

Primeiramente percebeu-se que em todos os pilares as tensões resistentes se apresentaram maiores que as solicitantes e, portanto, não foi necessário o uso de armaduras de punção. Isso se deve ao fato da espessura adotada para ambas as lajes serem bastante grandes, o que acarretou consequentemente numa altura útil grande, capaz de resistir às cargas concentradas dos pilares.

No caso da laje Bubbledeck optou-se por não utilizar as esferas no perímetro crítico (igual a duas vezes a espessura da laje), ou seja, no perímetro ao redor do pilar manteve-se a laje maciça. Este fato explica os resultados parecidos para as tensões solicitantes e resistentes na superfície C' (perímetro u, afastada duas vezes a altura útil do pilar).

Já na superfície C, que representa o perímetro u<sub>0</sub> (ou seja, perímetro do pilar), houve uma diferença um pouco maior em relação às tensões solicitantes, principalmente para pilares de borda e de canto. Isso se deve às diferenças nas dimensões dos pilares, que para os pilares de canto foi de 30x30 cm para lajes lisas, e 25x25 cm para lajes Bubbledeck.

## 7 Conclusão

Na busca por soluções que permitam maior liberdade de espaços e que visem a sustentabilidade, a construção civil vem evoluindo e inserindo novos sistemas de construções. As lajes com vazios são um exemplo dessa evolução e vêm ganhando espaço no cenário nacional e internacional.

O estudo bibliográfico mostrou que a laje com vazios, laje Bubbledeck, apresenta vantagens demonstradas por estudos e testes desenvolvidos por instituições acadêmicas. Essas vantagens, tais como redução do peso próprio da laje e de volume de concreto, aumento dos vãos entre os pilares, ganho expressivo de pé direito, agilidade na execução da obra e economia de custos, podem ser percebidas também através de projetos já executados com esse sistema de construção por vários países do mundo.

Ao realizar o dimensionamento, utilizando as considerações para laje Bubbledeck, e o comparativo entre esta e a laje lisa maciça, pôde-se perceber que, para uma mesma espessura, a laje com vazios apresentou um melhor desempenho. Observou-se que a inserção dos módulos esféricos na laje Bubbledeck, gerou uma significativa redução do peso próprio, o que acarretou numa redução dos esforços atuantes nesta, e por consequência, necessitou de uma menor taxa de armadura, em relação à laje lisa maciça.

Quanto à deflexão, por ambas as lajes apresentarem a mesma espessura e, conseqüentemente, a mesma altura útil, a laje Bubbledeck apresentou valores de flechas menores, mesmo adotando o coeficiente de minoração da rigidez à flexão, já que houve uma significativa redução dos esforços atuantes, como citado anteriormente.

A bibliografia mostrou ainda que a resistência à punção é um fator importante a ser considerado no caso da laje Bubbledeck, de modo que se não observado com cuidado pode causar a ruína da estrutura. Por este motivo, e com base em estudos mostrados, optou-se por manter o perímetro crítico em volta dos pilares maciço, o que levou a pouca diferença entre os dois sistemas de lajes. Foi possível notar ainda, que devido à espessura adotada para as lajes, não foi necessário adotar armaduras de cisalhamento, já que esse parâmetro influencia de modo direto na resistência à punção.

Concluiu-se então, que a laje Bubbledeck apresenta grande competitividade



com a laje lisa maciça por conter diversas vantagens, citadas na bibliografia e percebida através do dimensionamento e comparativo. Para trabalhos futuros, sugere-se um estudo comparativo de custos entre esses dois sistemas construtivos.

## REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318: *Building code requirements for structural concrete (ACI 318M-11) and Commentary (ACI 318RM-11)*. Farmington Hills, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

\_\_\_\_\_. NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Novembro, 1980.

AGNOLETTO, R. M. *Lajes Lisas: Comparativo de consumo de aço utilizando os métodos dos pórticos equivalentes e dos elementos finitos*. 2012. 55 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado em Engenharia das Estruturas)- Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1999.

ALBUQUERQUE, A. T. *Análise de Alternativas Estruturais para edifícios em concreto armado*. 1999. Dissertação (Graduação em Engenharia Civil)- Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2012.

BASTOS, P. S. dos S. *Lajes de Concreto*. Notas de Aula do departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia Civil na Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2015. Disponível em: << <http://www.feb.unesp.br/pbastos> >>. Acesso em: 17 abr. 2017.

BRANCO, A. F. V. C. *Contribuição para o projeto de Lajes- Cogumelo*. 1989. 217 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)- Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1989.

BUBBLEDECK BRASIL. Disponível em: <<<http://www.bubbledeckbrasil.com.br>>>. Acesso em: 3 mar. 2017.

BUBBLEDECK INTERNACIONAL, Bubbledeck Design Guide. Disponível em: <<<http://www.bubbledeck-uk.com>>>. Acesso em: 3 mar. 2017.

BUBBLEDECK, *Product Introduction. United Kingdom*, 2008.

BUBBLEDECK, Resultados de Ensaio e Estudos, Brasília, Brasil, 2013.

Eurocode 2, *Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*, CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium, 2010.

FREIRE, A. Laje de concreto com esferas plásticas. *Téchne*, 138 ed., set. 2008. Disponível em: <<<http://techne.pini.com.br/engenhariacivil/138/lajedeconcretocomesferasplasticas2865421.aspx>>>. Acesso em: 18 abr. 2017.

GUEDES, N. D.; ANDRADE, R. L. *Avaliação de desempenho de Estruturas utilizando Lajes do tipo Bubbledeck®*. 2015, 93 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil)- Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília. Brasília, 2015.

HEINEN, S. K. *Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado – Dimensionamento de um pavimento*. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil)- Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2013.

JÚNIOR, O. F. D. Laje Bubbledeck: Características gerais e viabilidade executiva. *Revista On-Line IPOG Especialize*, Goiânia, v. 01, n. 009, dez. 2014. Disponível em: <<<http://www.ipoggo.com.br/uploads/arquivos/9a7fec0abd5b55d889b64baa9615541.pdf>>>. Acesso em: 18 abr. 2017.

LIMA, H. J. N. *Análise Experimental da Punção de Lajes Lisas do tipo Bubbledeck*. 2015, 113 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil)- Faculdade Tecnológica, Universidade de Brasília. Brasília, 2015.

MELGES, J. L. P. *Punção em Lajes: Exemplos de cálculo e análise teórico-experimental*. 1995 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)- Faculdade Tecnológica, Universidade de São Carlos. São Carlos, 1995.

OLIVEIRA, M. F. *MÉTODOLOGIA CIENTÍFICA: um manual para a realização de pesquisas em administração*. 2011. Manual (Pós-graduação)- Universidade Federal de Goiás. Catalão, 2011.

PARCIANELLO, A. T. *Planejamento e Execução de Lajes Bubbledeck na Obra*. 2014 99 f. Trabalho de Curso (Graduação em Engenharia Civil)- UniCEUB. Brasília, 2014.

PINHEIRO, L. M. Tabelas de Lajes. Notas de Aula do departamento de Engenharia de Estruturas na Universidade de São Paulo. São Carlos, 2007. Disponível em: << <http://www.gdace.uem.br/romel/MDidatico/EstruturasConcretoll/21%20Tabelas%20de%20lajes.pdf> >>. Acesso em 15 ago. 2017.

PINHEIRO, L. M., MUZARDO, C. D., SANTOS, S. P. Lajes Maciças – Capítulo 11. Notas de Aula do departamento de Engenharia de Estruturas na Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010. Disponível em: << <http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/11%20Lajes%20Macicas.pdf> >>. Acesso em: 10 jun. 2017.

PINHEIRO, L. M., RAZENTE, J. A. Estruturas de concreto – Capítulo 17. Notas de Aula na Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2003. Disponível em: << [http://www.fec.unicamp.br/~almeida/ec802/Laje%20Nervurada/Lajes\\_nervuradas.pdf](http://www.fec.unicamp.br/~almeida/ec802/Laje%20Nervurada/Lajes_nervuradas.pdf) >>. Acesso em: 10 jun. 2017.

RODRIGUES, F. *As Esferas Plásticas- Bubbledeck para a Construção Civil*. 2014. 36 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Técnico em Edificações)- Instituto Tecnológico Assessoritec, Associação Educacional e Tecnológica de Santa Catarina. Joinville, 2014.

SCHNELLENBACH-HELD, M.; PFEFFER, K.; *Punching behavior of biaxial hollow slabs*, Institute for Concrete Structures and Materials, Darmstadt University of Technology, Alexanderstr. Darmstadt, Germany, 2002.

SILVA, J. S.; CAMPI, B. F.; RAMIREZ, B. N. Estudo comparativo entre BubbleDeck e painel treliçado. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 58., 2016, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte: IBRACON, 2016.

SILVA, W. V.; EMIDIO SOBRINHO, B.; SANTANA, E. P. Um estudo comparativo analítico-numérico do comportamento à flexão de Lajes do tipo Bubbledeck. In: IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING, 37., 2016, Brasília. *Anais...* Brasília: RIPE, 2016.

SILVA, Y. M. O. *Estudo Comparativo entre Lajes “Bubbledeck” e Lajes Lisas*. 2011. 62 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil)- Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2011.

VERÍSSIMO, G. de S.; CÉSAR JR., K. M. L. Concreto Protendido – Estados Limites. Notas de Aula do departamento de engenharia civil do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas na Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 1999. Disponível em: << <http://wwwp.feb.unesp.br/lutt/Concreto%20Protendido/CP-vol3.pdf>>>. Acesso em: 2 jun. 2017.