

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

EDUARDO GASPARIN

**COMBINAÇÃO DE MÉTODOS HEURÍSTICOS NA
RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS
CAPACITADOS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Medianeira
2014

EDUARDO GASPARIN

**COMBINAÇÃO DE MÉTODOS HEURÍSTICOS NA RESOLUÇÃO DE UM
PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como requisito parcial à
obtenção do título de Bacharel em
Engenharia de Produção, da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná – Campus
Medianeira.

Orientador: Prof. Ms. Levi Lopes Teixeira
Co-orientador: Prof. Odair Camargo

Medianeira

2014

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Diretoria de Graduação e Ensino Profissional
Coordenação de Engenharia de Produção

TERMO DE APROVAÇÃO

Combinação de métodos heurísticos na resolução de um problema de roteamento de veículos capacitados

por

Eduardo Gasparin

Este trabalho de conclusão de curso foi apresentado às 16h do dia 01 de dezembro de 2014 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Medianeira. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Msc. Levi Lopes Teixeira
Orientador

Prof. Dr. Odair Camargo
Co-orientador

Prof. Msc. Samuel Bellido Rodrigues
UTFPR

Prof. Dr. José Airton Azevedo dos Santos
UTFPR

Prof. Msc. Neron Alipio Cortes Berghauser
Coordenador de curso

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a meus pais, por terem me ensinado o valor da honestidade e educação e também pelo apoio que me foi dado na minha formação pessoal e profissional.

Aos meus orientadores, Levi Lopes Teixeira e Odair Camargo, pelos ensinamentos e incontáveis sugestões para o desenvolvimento deste trabalho e à aqueles que na profissão de professor ou não, puderam contribuir com ensinamentos que levarei para a vida.

A minha namorada, Elaine, pelos inúmeros momentos de apoio, carinho e companheirismo.

Liberdade é a liberdade de dizer que dois mais dois são quatro. Se isso for admitido, tudo mais é decorrência. (ORWELL, George, 2010).

RESUMO

GASPARIN, Eduardo. Combinação de métodos heurísticos na resolução de um problema de roteamento de veículos capacitados. 2014. Monografia (Bacharel em Engenharia de Produção) – Universidade Tecnológica do Paraná.

O setor de transportes no Brasil apresenta vários aspectos deficitários, entre eles o uso maciço do modal rodoviário, a infraestrutura e não otimização dos processos de distribuição dos produtos. Esses fatores influenciam diretamente na elevação dos preços dos produtos, especialmente aqueles transportados através do modal rodoviário. Importante demanda do transporte rodoviário é o roteamento de veículos, modelos nessa área são de grande complexidade e o valor de investimento em ferramentas computacionais comerciais de roteirização é bastante elevado. Nesta realidade, o presente trabalho busca a formação das rotas de entrega de uma transportadora, possibilitando a otimização e padronização de seus procedimentos e com isso melhorar sua eficiência técnico-econômica. Para a formação dos roteiros realizou-se revisão de literatura para levantamento dos principais métodos heurísticos para o problema. Sendo propostas três etapas para a resolução do problema: formação de *clusters*, localização de facilidades e roteamento. Após a implementação destas técnicas foram realizadas simulações computacionais, de onde foram obtidos os roteiros para cada um dos agrupamentos formados com as cidades atendidas pela empresa estudada neste trabalho.

Palavras-chave: Localização de Facilidades. Roteamento de Veículos. Gestão de Transporte.

ABSTRACT

GASPARIN, Eduardo. Combination of heuristic methods in solving a routing problem capacitated vehicles. 2014. Monografia (Bacharel em Engenharia de Produção) – Universidade Tecnológica do Paraná.

The transport sector in Brazil presents various aspects deficit, including massive use of road transport, infrastructure and not optimization of product distribution processes. These factors directly influence the rise in prices of products, especially those transported by road transportation. Important demand for road transport is the routing of vehicles, models in this area are of great complexity and investment value in routing commercial computational tools is quite high. In reality, this paper seeks the formation of the delivery routes of a carrier, enabling the optimization and standardization of its procedures and thereby improve their technical and economic efficiency. For the formation of the scripts was held to review the literature survey of the main heuristic methods to the problem. Being proposed three steps to solve the problem: clustering, facility location and routing. After the implementation of these techniques computational simulations were performed, from which we obtained the scripts for each of the groups formed with the cities served by the company studied here.

Keywords: Location of Facilities. Vehicle Routing. Transport Management.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Porcentagem das cidades em relação a distancia do ponto de origem.	13
Figura 2: Definição de veículo e rota.....	15
Figura 3: Exemplo de rota do Caixeiro Viajante por onze cidades.....	25
Figura 4: Problema de Roteamento com dois veículos e origem comum.....	27
Figura 5: Distancia Geodésica entre dois pontos quaisquer	33
Figura 6: Resumo do método de resolução utilizado.	35
Figura 7: Passos do algoritmo de Teitz e Bart.....	36
Figura 8: Passos do algoritmo Gillet e Johnson Modificado	37
Figura 9: Exemplo de procedimento do passo 1.	38
Figura 10: Exemplo de solução viável do passo 2.	39
Figura 11: Distribuição geográfica das p -medianas.	40
Figura 12: Cidades designadas para a p -mediana 3.....	41
Figura 13: Cidades designadas para a p -mediana 19.....	42
Figura 14: Cidades designadas para a p -mediana 48.....	43
Figura 15: Cidades designadas para a p -mediana 54.....	44
Figura 16: Rota obtida pelo algoritmo de Inserção Do Mais Distante para o <i>cluster</i> da p -mediana 3.	45
Figura 17: Rota obtida pelo algoritmo de Inserção Do Mais Distante para o <i>cluster</i> da p -mediana 19.	46
Figura 18: Rota obtida pelo algoritmo de Inserção Do Mais Distante para o <i>cluster</i> da p -mediana 48.	47
Figura 19: Rota obtida pelo algoritmo de Inserção Do Mais Distante para o <i>cluster</i> da p -mediana 54.	48
Figura 20: Rota obtida pela heurística 3-OPT.	49
Figura 21: Rota obtida pela heurística 3-OPT.	50
Figura 22: Rota obtida pela heurística 3-OPT	51
Figura 23: Rota obtida pela heurística 3-OPT.	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Cidades alocadas á primeira mediana.	41
Tabela 2 - Cidades alocadas á segunda mediana.	42
Tabela 3 - Cidades alocadas á terceira mediana.	42
Tabela 4 - Cidades alocadas á quarta mediana.	43
Tabela 5 - Rota inicial para o <i>cluster</i> da p -mediana 3.	44
Tabela 6 - Rota inicial para o cluster da p -mediana 19.	45
Tabela 7 - Rota inicial para o cluster da p -mediana 48.	46
Tabela 8 - Rota inicial para o cluster da p -mediana 54.	47
Tabela 9 - Rota final obtida pelo algoritmo 3-OPT.	48
Tabela 10 - Rota final obtida pelo algoritmo 3-OPT.	49
Tabela 11 - Rota final obtida pelo algoritmo 3-OPT.	50
Tabela 12 - Rota final obtida pelo algoritmo 3-OPT.	51

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	OBJETIVOS.....	11
1.1.1	Objetivo Geral	12
1.1.2	Objetivos Específicos	12
2	DESCRIÇÃO DA SITUAÇÃO ATUAL.....	13
2.1	LOCALIZAÇÃO DOS CLIENTES	13
2.2	JUSTIFICATIVA.....	14
3	REFERENCIAL TEÓRICO	16
3.1	PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS	16
3.2	MÉTODOS UTILIZADOS.....	18
3.2.1	Localização Das Facilidades	18
3.2.2	O problema de designação	22
3.2.3	Construção de Rotas.....	24
3.2.4	Heurísticas Construtivas.....	28
3.2.5	Heurísticas de melhoramento.....	29
4	MATERIAIS E MÉTODOS.....	31
4.1	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	32
4.2	A COLETA DE DADOS	32
4.3	RESOLUÇÃO DO PROBLEMA	34
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	40
5.1	LOCALIZAÇÃO DAS FACILIDADES.....	40
5.2	DESIGNAÇÃO.....	40
5.3	CONSTRUÇÃO DE SOLUÇÃO INICIAL	44
5.4	MELHORIA DA SOLUÇÃO INICIAL	48
6	CONCLUSÕES.....	53

1 INTRODUÇÃO

Todo produto ou serviço deve chegar ao cliente final preservando suas características e no tempo que traga satisfação ao cliente. Todas as atividades de aquisição, movimentação, armazenagem, entrega ou distribuição da mercadoria aos seus respectivos consumidores estão no âmbito da logística (BALLOU, 2009).

Produtos de origem alimentícia merecem especial cuidado quanto á atividade logística, já que possuem tempo de vida útil não-prolongado, podem sofrer danos por manuseio inadequado ou contaminação, perdendo seu valor comercial.

Sendo a qualidade do produto e do serviço prestado, fator de grande importância e exigência dos consumidores, há necessidade da criação de estratégias que priorizem essa característica e ao mesmo tempo disponham da redução do custo. Além do aspecto qualidade do produto, a logística impacta nos custos e na competitividade de qualquer organização empresarial (COTRIN; MACHADO, 2011).

A atividade de transporte pode representar 60% dos custos envolvidos na logística (FRAGA; BRANDALIZE, 2008). A otimização dos processos de transporte torna-se fator de competitividade, e em alguns casos de sobrevivência da organização.

Em busca de atender essa necessidade, houve o incremento no estudo de ferramentas de tomada de decisão. Com embasamento na teoria dos grafos criou-se ferramentas de roteirização, possuindo como objetivo geral a formação de sequências ótimas de visitas a determinados clientes incluídos em região de coleta ou mesmo de distribuição, reduzindo distância, tempo, consumo de combustível, ou os três simultaneamente para a realização desta operação (ORTIN, 2010).

Este trabalho propõe para uma empresa transportadora que atende regiões do Paraná e Santa Catarina a localização de p -medianas e a designação de clientes, de modo a minimizar a soma das distâncias dos clientes a p -medianas. Resolvendo, para cada agrupamento derivado, o problema do roteamento de veículos.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Padronizar os roteiros de uma transportadora com base em metodologias encontradas na literatura, objetivando a menor distância da sequência em função dos veículos disponíveis e demandas das cidades atendidas.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Resolver o problema das p -medianas com o uso do algoritmo heurístico de Teitz e Bart.
- Obter os agrupamentos (clusters) para cada p -mediana encontrada, com o uso do algoritmo heurístico de Gillet e Johnson.
- Criar e a partir da heurística de melhoramento 3-OPT, definir rotas para cada *cluster*.
- Propor à empresa estudada uma metodologia para o roteamento de veículos

2 DESCRIÇÃO DA SITUAÇÃO ATUAL

A empresa localizada na cidade de Medianeira - PR, no oeste paranaense, trabalha fazendo a distribuição de produtos alimentícios para diversas indústrias.

Seus veículos possuem espaço de carga fechado, o tipo baú, sem refrigeração, sua prioridade são produtos alimentícios secos ou enlatados. Toda farinha de trigo transportada pela empresa é entregue em padarias, confeitarias e varejistas, embaladas em sacos de papel já tradicionais ao armazenamento deste produto.

Atualmente a empresa não se responsabiliza pelas vendas, papel este do setor comercial contratante. Recebe periodicamente lista de clientes que deverão ser atendidos e respectiva quantidade de produto a serem entregues.

2.1 LOCALIZAÇÃO DOS CLIENTES

As cidades aonde estão os clientes ficam distribuídas no Paraná e Santa Catarina, sendo neste último somente uma atendida. Podem ser determinadas de acordo com a distância da origem. Deste modo podemos ter uma distinção mais precisa do tipo de distribuição. A figura 1 traz em forma de gráfico de setores a porcentagem das cidades atendidas em função de sua distância do ponto de origem.

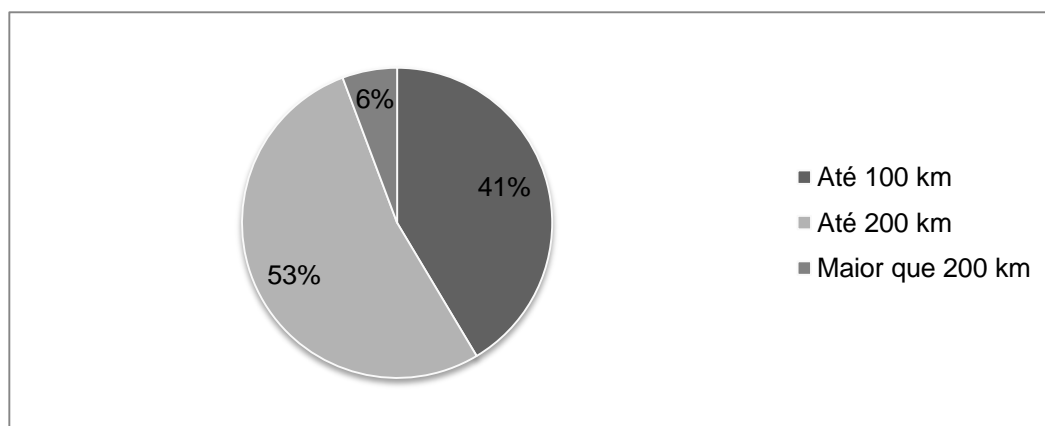


Figura 1: Porcentagem das cidades em relação a suas distância do ponto de origem.
Fonte: Autoria própria.

Pequena fração das cidades atendidas estão a mais que 200 km do ponto de origem, sendo predominante as situadas principalmente nas regiões oeste e sudoeste do estado paranaense.

2.2 JUSTIFICATIVA

A empresa contratante, situada na cidade de Santa Terezinha de Itaipu - PR, envia um arquivo contendo dados referentes ao cliente a ser atendido, a quantidade de produto e localização. Estas informações estão dispostas em a partir das vendas realizadas, e enviadas periodicamente para a contratada responsável pela distribuição.

Como a empresa contratada não possui controle sobre a definição de entregas. Ocorre casos de visitar apenas uma vez determinada cidade mensalmente, levando grande quantidade para poucas, por viagem.

Ao receber as informações a transportadora realiza uma sequência de passos, conforme fluxograma na figura 2.

Quando a não possui o caminhão necessário para a entrega do produto, o comando é colocado à parte e será revisado posteriormente para ser o mais rapidamente possível atendido.

Esse documento é entregue ao motorista do veículo designado, que pode seguir o roteiro proposto ou que lhe for mais conveniente. Após a chegada à cidade, se o motorista tem conhecimento prévio dos pontos define a sequência de entrega nesta, caso contrário, contrata uma pessoa denominada “chapa” que o ajudara na definição do roteiro e descarregamento da carga.

A entrega acaba abrangendo poucas cidades, devido a concentração para cada local. Este acúmulo faz com que o veículo em alguns casos, atender somente uma cidade e retorne a origem, passando por locais que possuem demanda sem fazer entrega encarecendo o transporte.

A necessidade do empresário é a padronização do roteiro, de modo que cada veículo seja igualmente beneficiado com número de viagens mensais, já que isto interfere diretamente no valor do salário. Outra vantagem é reduzir indiretamente o consumo de combustível pela da redução da distância percorrida.

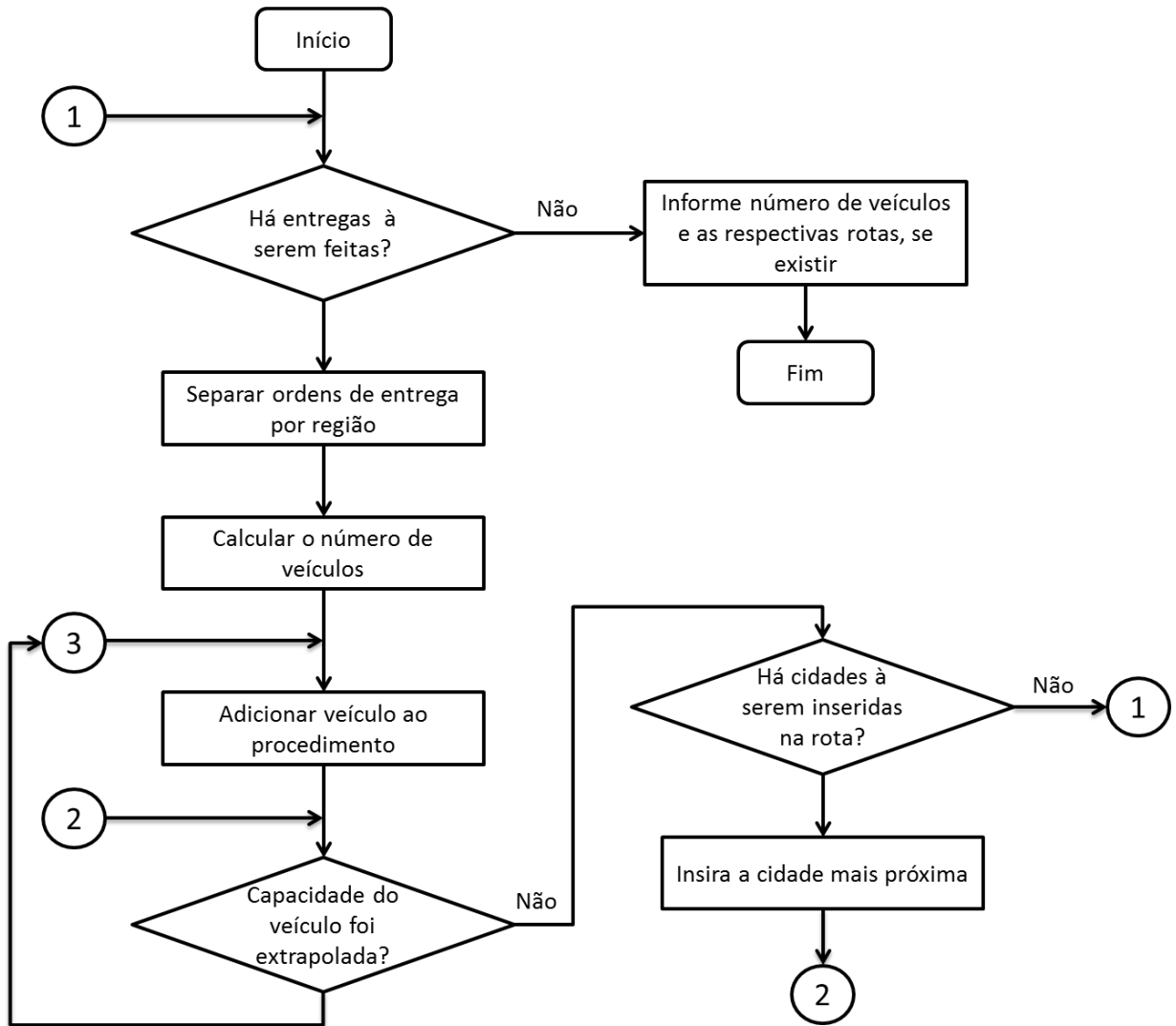


Figura 2: Definição de veículo e rota
Fonte: Autoria própria.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS CAPACITADOS

Guimarães et al (2011), buscaram desenvolver uma abordagem heurística baseada em duas etapas, a primeira procura agrupar os pontos de acordo com sua demanda, utilizando para isso o algoritmo de designação de Teitz e Bart, e o de agrupamento de Gillet e Johnson, a segunda, a partir do algoritmo de inserção econômica, gerar rota inicial que posteriormente é refinada por algum algoritmo de melhoria, como o 2-OPT e 3-OPT.

Nascimento e Volpi (2010) desenvolveram software de roteirização para a Associação dos Servidores Municipais de Colombo, visando se reduzir os custos com a entrega de refeições dos funcionários, já que demanda e posição geográfica de cada cliente poderia ser alterada conforme a necessidade, o que tornava o problema bastante dinâmico. Fazendo uso da estratégia de definirem-se agrupamentos para depois realizar a roteirização, esta última etapa realizada com a combinação do algoritmo de Inserção o Vizinho Mais Próximo e o 2-OPT, obtiveram resultados satisfatórios para as rotas, quando comparadas às já utilizadas.

Detofeno e Steiner (2009) em seu problema sobre a coleta de resíduos em uma região urbana, também utilizam a estratégia baseada designação e agrupamento de pontos para a primeira etapa do Problema de Roteamento de Veículos. Já a segunda, composta da formação das rotas, é efetuada com a heurística do carteiro chinês, que proporcionou resultados satisfatórios para o problema em estudo.

Rodrigues (2007) acaba fazendo uso na segunda etapa do algoritmo da colônia de formigas para definir a sequência dos itinerários de coleta de funcionários da Itaipu Binacional em Foz do Iguaçu - PR. Com a utilização dessas metodologia, conseguiu demonstrar a possibilidade da redução no custo de transporte da empresa pela baixa da quilometragem percorrida e número de veículos empregados na tarefa.

Kim et al (1998) compara diferentes heurísticas para o Problema do Caixeiro Viajante, obtendo que o melhor resultado para problemas de pequeno porte ($n \leq 50$) é o algoritmo 2-OPT, quando for de maior porte recomendam o uso do algoritmo

genético, ressaltando que se o tempo computacional não foi de grande importância, os autores recomendam a utilização de redes neurais.

Scarpin et al (2010) apresenta duas abordagens para o gerenciamento de um centro de distribuição supermercadista. A primeira agrupa os clientes conforme a necessidade de carregamento dos veículos, sendo posteriormente cada conjunto roteirizado. Na segunda abordagem busca-se iniciar com a designação de apenas uma rota que abranja todos os pontos, e posteriormente a dividir em sub-rotas, minimizando o número de veículos utilizados para atender as demandas. Dentre as duas abordagens os autores mencionam que a utilização da primeira é mais eficiente quando os pontos possuem distribuição homogênea, e a segunda se demonstrou sempre melhor para distribuições heterogêneas.

Gonçalvez et al (2013), apresentam uma proposta baseada no Problema de Roteamento de Veículos para roteirização da distribuição de água mineral para município do interior paulista. Baseados na literatura, inicialmente realizaram o agrupamento dos clientes de acordo com sua demanda e posteriormente utilizaram o algoritmo de Clark e Wright, de Inserção do Mais Próximo e a metaheurística Busca Tabu, para obtenção das melhores sequências de atendimento, e comparando os resultados destas a posteriori.

Campos et al (2006) trabalham um problema de roteirização com veículos capacidade heterogêneas e janela de tempo, utilizando estratégia baseada também em duas etapas. A primeira busca-se criar uma solução inicial a partir de uma adaptação do algoritmo de Clark e Wright, e posteriormente utilizando um algoritmo genético baseado em computação paralela, explorar novos espaços de solução. Com a utilização desta estratégia, os pesquisadores conseguiram a expressiva redução de 13% do custo total da operação quando comparados com o praticado pela empresa em estudo.

Já Luizelli e Garcia (2010) comparam três heurísticas comumente abordadas na literatura para a construção de solução inicial. a de Gillet e Miller apresentou melhores resultados quando comparada com os algoritmo de Clarke e Wright e a meta-heurística GRASP. Apesar desta apresentar soluções com nível de qualidade mais elevado, necessita de um número mínimo de iterações e de ajustes de alguns parâmetros, o que contribui negativamente para o tempo de execução.

Já Lisboa (2007) procura a partir da heurística GRASP, encontrar solução para um problema com vários compartimentos para cada veículo e com restrição em

relação a horário. Foi encontrado redução no tempo de espera de entrega e transporte, levando à formação de uma rota com definição de ordem e horário de atendimento a cada cliente.

Gandelman (2010) faz uso da metodologia de busca dispersa para resolver o Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos, que é o caso geral do Problema de Roteamento de Veículos Clássico. A partir da implementação e testes em diversas instâncias encontradas na literatura, o autor demonstra que a metaheurística de Busca Dispersa é eficiente quando comparada com outras heurísticas recomendadas.

3.2 MÉTODOS UTILIZADOS

Com a revisão de literatura pertinente, foi possível definir as heurísticas que serão utilizadas para a resolução do Problema de Roteamento de Veículos Capacitados, sendo o algoritmo de Teitz e Bart o utilizado para a designação das medianas, o de Gillet e Johnson para a formação dos agrupamentos. Para encontrar a solução inicial viável foi utilizado o algoritmo de Inserção do Mais Distante e o 3-OPT para posterior refinamento.

3.2.1 Localização Das Facilidades

O problema de localização de facilidades se refere a encontrar pontos em regiões finitas de modo que estes tragam benefícios, como no caso de determinação de postos policiais, bombeiros, depósitos, hospitais, aeroportos, equipes de resgate, antenas de telefonia celular.

O primeiro grande estudo sistemático da localização de facilidades ocorreu na Alemanha do início do século 20, quando Alfred Weber definia as melhores localizações para uma indústria, considerando para isso os fornecedores de matéria prima e os consumidores do produto acabado, deste modo o autor objetivava reduzir o custo total de produção através da redução do custo de transporte (HÖRNER, 2009).

Este estudo considerava o espaço como meio contínuo, mas somente a partir da década de 1960, com o forte desenvolvimento da teoria dos grafos, este problema foi aplicado em redes.

A diferença mais importante entre a abordagem contínua e a abordagem em redes é referente ao número de possibilidades de facilidades. Galvão (1981, apud HÖRNER, 2009) define que a abordagem contínua, ou seja, em um plano, possui espaço de solução infinito e implica que qualquer ponto pertencente à região pode ser uma solução. Quando abordado em grafo, as soluções são encontradas em pontos da rede, e a distância entre eles medida ao longo dos arcos.

Vasconcelos (2010) divide o problema de localização de facilidades em duas classes distintas, uma busca encontrar o menor número de facilidades que atendam todos os pontos de demanda e outra de localização do medianas. A primeira também é denominada de Problema de cobertura máxima pois objetiva maximizar os pontos de demanda atendidos dentro do raio de abrangência de cada facilidade. A segunda é definida com o objetivo de se particionar em um conjunto finito de pontos candidatos a facilidades, de forma a minimizar a soma das menores distâncias dos pontos pertencentes a este à um determinado ponto, denominado mediana (VASCONCELOS, 2010). Referente a esta, Hörner (2009) define que o problema de localização dos pontos medianos, ou p -medianas, tem como objetivo encontrar (p) localizações, dentro de um conjunto limitado de (n) pontos de demanda, de forma que a soma das menores distâncias destes n pontos aos p -medianas seja mínima.

Rodrigues (2007) classifica os pontos p -medianos em capacitados ou não, no primeiro caso, cada ponto candidato a p -mediana possui capacidade finita de alocação, ou seja, só podem ser designados a estas quantidades limitadas de pontos de demanda. O segundo comentado pelo mesmo autor, se remete ao sistema onde a capacidade de alocação das p -medianas pode ser considerada infinita, não havendo nenhum limitador em relação à capacidade de designação dos pontos de demanda, assim cada p -mediana pode receber infinitos pontos.

Para Hörner (2009), o problema pode ter mais uma classificação, se houver necessidade de considerar o custo de localização da p -mediana, ou seja, há um peso para a localização da facilidade, o problema é considerado o caso generalizado do problema das p -medianas. Caso não haja necessidade de considerar esse custo, o valor correspondente ao peso da localização tiver valor unitário, o problema é considerado de p -medianas puro.

Por ser um Problema de Programação Linear Inteira Binária (PPLIB), a localização das p -medianas é comumente na literatura trabalhada com métodos heurísticos, sendo que o mais citado, por apresentar melhores resultados em tempo computacional viável, é o método heurístico apresentado por Teitz e Bart em 1968. Este método é nomeado como o *Node Substitution*, em tradução literal pode ser chamado como Método de Substituição de Vértices (HÖRNER, 2007).

Vasconcelos (2010) afirma que a utilização de métodos heurísticos para problemas de grande porte é justificada pela complexidade não polinomial, pois não há algoritmo exato conhecido capaz de resolver em tempo computacional viável, já que a instalação de cada p -mediana na solução implica grande esforço computacional.

Rodrigues (2009) menciona que o algoritmo de Teitz e Bart se baseia em partir de uma solução inicial viável e a partir desta, substituir os vértices componentes do gráfico testando na função objetivo, até o momento que estas interações não provoquem mais nenhuma melhoria no resultado do problema. Segundo o autor, este método é satisfatório para problemas de pequeno porte, sendo sua implementação computacional de relativa facilidade, porém em alguns casos o algoritmo pode convergir para mínimo local encerrando sua execução sem encontrar solução mais próxima do ótimo global.

3.2.1.1 Formulação matemática do problema das p -medianas

Christofides (1975, apud RODRIGUES,2007), utiliza o conceito de Problema de Programação Linear Inteira Binária para a modelagem matemática do problema, chegando ao modelo descrito a seguir:

Minimizar

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} \delta_{ij} \quad (1)$$

Sujeito às restrições

$$\sum_{i=1}^n \delta_{ij} = 1 \quad \forall j \leq n \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \delta_{ii} = p \quad (3)$$

$$\delta_{ij} \leq \delta_{ii} \quad \forall i, j \leq n \quad (4)$$

$$\delta_{ij} \in \{0,1\} \quad (5)$$

Sendo:

d_{ij} uma matriz de distância entre os pontos;

δ_{ij} uma matriz de alocação, onde se o vértice for alocado à mediana receberá 1, caso contrário, 0;

δ_{ii} diagonal principal da matriz de alocação, onde o valor 1 é recebido caso o vértice é mediana, e 0, caso contrário.

A equação (1) é a função objetivo do problema, sendo o produto da matriz de alocação e matriz de distância. A equação (2) é a primeira restrição do problema, e garante que todo vértice será alocado a alguma mediana. A equação (3) define um número p de medianas ao problema. A equação (4) garante a alocação dos vértices somente aos vértices medianas. A equação (5) define que todas as variáveis do problema são binárias.

3.2.1.2 A heurística de Teitz e Bart

Rodrigues (2007) afirma que a principal heurística utilizada para resolução do problema das p -medianas é o algoritmo de Teitz e Bart. Hörner (2009) afirma que o algoritmo parte de uma solução inicial viável e considera que todos os vértices são candidatos aptos a ser p -medianas. A partir da substituição destes o algoritmo determina se a nova configuração é melhor que a anterior e consequentemente a usará para como solução inicial na iteração seguinte.

O algoritmo faz uso do cálculo do número de transmissão, número este que expressa o somatório das menores distâncias entre um vértice qualquer (v_i) e todos os outros n vértices do conjunto (V), como expressado na equação 6.

$$\sigma(v_i) = \sum_{j=1}^n w_j d(v_i, v_j) \quad (6)$$

O valor w_j esta referido como um peso determinado a cada aresta, ou seja, a cada ligação entre vértices, este valor pode ser unitário, o que simplificaria a equação 6, para apenas considerar a distância entre os vértices, como na equação 7

$$\sigma(v_i) = \sum_{j=1}^n d(v_i, v_j) \quad (7)$$

O vértice definido como mediana é aquele que possui o menor número de transmissão, ou seja, o que minimiza a soma das menores distâncias de todos os vértices ate si próprio.

$$\sigma(v_p) = \min[\sigma(v_i)] \quad \forall v_i \in V \quad (8)$$

Quando o desejar ser calculado um número maior que um de p-medianas, devemos fazer uso da equação 9, que indica o menor número de transmissão para o conjunto de p-medianas (V_p) pertencentes ao conjunto (V).

$$\sigma(V_p) = \min[\sigma(V_p)], \quad \forall V_p \in V \quad (9)$$

Com base nestes valores o algoritmo de Teitz e Bart realiza determinada sequência de passos que são findados no momento que não houver mais melhoria na solução, e apresenta como conjunto de p-medianas o conjunto encontrado.

3.2.2 O problema de designação

Para conclusão desta primeira fase, se faz necessário o uso de um algoritmo de designação, de modo a agrupar os vértices não medianos a elas, da melhor maneira possível, mais próxima da ótima ou eventualmente ótima. Estes agrupamentos são criados respeitando as capacidades das medianas, que é a capacidade dos veículos que irão ser utilizados nos itinerários. Um procedimento heurístico de relevância na literatura é o algoritmo de Gillet e Johnson.

A ideia fundamental do algoritmo é definir prioridades em função da razão da distância dos vértices às medianas mais próximas, esta urgência prioriza a alocação dos vértices mais próximos, em detrimento dos mais afastados (GUIMARÃES, 2011)

Estratégia pouco diferente é apresentada por Corrêa et al (2004, apud GUIMARÃES, 2011), estes propõem a priorização dos vértices que possuam a maior diferença nas distâncias das duas medianas mais próximas. Esta modificação no algoritmo penaliza a alocação de vértices à medianas distantes, fato que pode ocorrer na estratégia anterior devido a utilização de toda capacidade da mediana mais próxima.

As etapas do algoritmo de Gillet e Johnson modificado são descritas a seguir, com base em Gonçalves et al(2013) e Rodrigues (2007).

Variáveis utilizadas:

p_i^1 : Primeira mediana mais próxima;

p_i^2 : Segunda mediana mais próxima;

d_i^1 : Distância da primeira mediana ao vértice i ;

d_i^2 : Distância da segunda mediana ao vértice i ;

$r_i = d_i^1 - d_i^2$: Diferença das distâncias das medianas d_i^1 e d_i^2 ;

Passo 1

Iniciar o algoritmo com todos os vértices não medianas, como não designados.

Passo 2

Verificar a presença de vértices não alocados e medianas com capacidade de alocação.

Passo 3

Encontrar as duas medianas mais próximas, p_i^1 e p_i^2 , para cada vértice i , e as respectivas distâncias d_i^1 e d_i^2

Passo 4

Calcular a diferença $r_i = d_i^1 - d_i^2$ para cada vértice, e então ordenar em uma lista, os vértices em função do valor r_i em ordem decrescente.

Passo 5

Começar a alocação dos vértices pelo topo da lista, sempre na mediana mais próxima p_i^1 . Quando alguma tiver sua capacidade extrapolada, e ainda houver vértices a serem alocados, voltar ao passo 2.

3.2.3 Construção de Rotas

A origem dos problemas de construção de rotas é datada de meados do século XVIII, quando Leonhard Euler apresentou o problema de Königsberg. Neste problema o autor buscava determinar rota que iniciasse em um ponto qualquer e terminasse neste mesmo ponto, de maneira que cruzasse cada, das sete pontes apenas uma vez. O autor demonstrou que nas condições do problema seria impossível resolução, porém indicou as condições que tornariam o problema viável (ARAÚJO, 2003). Também ressalta o desenvolvimento da área no período da segunda guerra, onde se fez necessários modelos matemáticos para a tomada de decisão na alocação de recursos em sistemas logísticos complexos.

Neste contexto houve o desenvolvimento dos primeiros problemas para construção de rotas. Entre os principais Rodrigues (2007) menciona o do Caixeiro Viajante.

3.2.3.1 Problema do Caixeiro Viajante

O Problema do Caixeiro Viajante consiste em estabelecer única rota que passe por todos os pontos do conjunto apenas uma vez, de modo que a distância total do percurso seja mínima. Para que seja possível a determinação deste circuito, as demandas dos pontos e a capacidade do veículo devem ser conhecidas. Na figura 3 é possível visualizar uma rota obtida na resolução do problema para um conjunto de onze pontos.

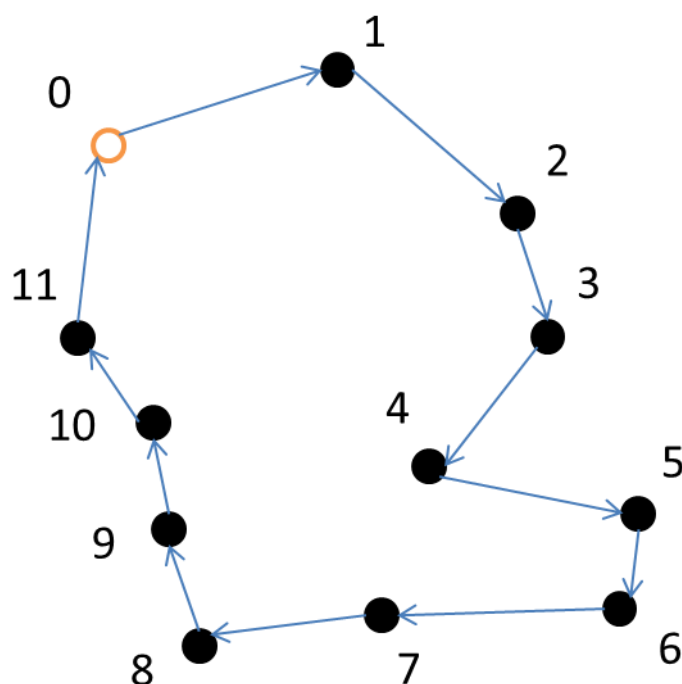


Figura 3: Exemplo de rota do Caixeiro Viajante por onze pontos.
Fonte: Fonte: Autoria própria.

Com gama variada de aplicações, como, por exemplo, o sequenciamento de máquinas, a otimização da perfuração em placas de circuito integrado e roteirização de veículos (NASCIMENTO *et al*, 2007), tornam o Problema do Caixeiro Viajante, de grande interesse. Além da grande aplicação prática, possui considerável relação com outros modelos matemáticos, além de sua inquestionável dificuldade em resoluções exatas.

Dificuldade de se encontrar soluções ótimas, advém do grande número de rotas possíveis. Kretzschmar *et al* (2013), afirma em seu trabalho de construção de rotas, que o esforço computacional é de ordem exponencial, ou seja, a complexidade do problema cresce exponencialmente ao número de pontos, este fato é diretamente relacionado ao grupo de combinações possíveis em um circuito do problema, valor este, que obedece ao crescimento fatorial. O mesmo autor o classifica o problema como NP-Hard, ou seja, não existem algoritmos de limitação polinomial capazes de resolver o Problema do Caixeiro Viajante, pois a quantidade de iterações necessárias para se encontrar solução ótima não pode ser dada por uma função polinomial, sendo assim apenas problemas de pequeno porte podem ser resolvidos de maneira exata.

Para problemas de grande porte a literatura recomenda utilização das heurísticas comumente associadas a soluções parciais, tendo em alguns casos

soluções ótimas e problemas que o esforço computacional não permite métodos exatos.

3.2.3.2 Formulação matemática do Problema do Caixeiro Viajante

Para a resolução do problema, Dantzig et al(1954) propôs um modelo de programação inteira binária, que objetiva minimizar a distância percorrida para a formação do circuito, equação 10, respeitando as restrições de chegada e saída uma única vez em cada cidade, equação 11 e 12, de proibição de formação de sub-rotas, equação 13, e por fim que as variáveis devem ser binárias, equação 14.

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \delta_{ij} \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n \delta_{ij} = 1, \quad \forall j \in V \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^n \delta_{ij} = 1, \quad \forall i \in V \quad (12)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \delta_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset V, S \neq \emptyset \quad (13)$$

$$\delta_{ij} \in \{0,1\}; \quad \forall i,j \in V \quad (14)$$

Onde:

c_{ij} : Custo de viagem da cidade i para j

δ_{ij} : Matriz de solução, 1 se a viagem de i para j for realizada e 0 caso contrário.

V : Conjunto de pontos, ou vértices de um grafo.

S : Conjunto solução.

Grande número de problemas podem ser gerados a partir da generalização do Problema do Caixeiro Viajante, entre eles o com coleta de prêmios. Nesse a adição de prêmio ao itinerário para cada ponto visitado, e punição para o que deixa de visitar, como objetivo de minimizar o somatório das punições e do custo, enquanto adiciona

na rota um número determinado de pontos que permitam um prêmio mínimo pré-determinado (CHAVES, 2005).

Outra generalização feita é a adição de mais de um veículo para a construção do roteiro, chamado então de Roteamento de Veículos. O autor afirma que cada veículo será considerado um itinerário, e a partir disto é realizada a construção de rota sendo que cada atenderá número determinado de clientes exclusivos. O problema da figura 4 mostra o roteamento para dez cidades com dois itinerários para a entrega.

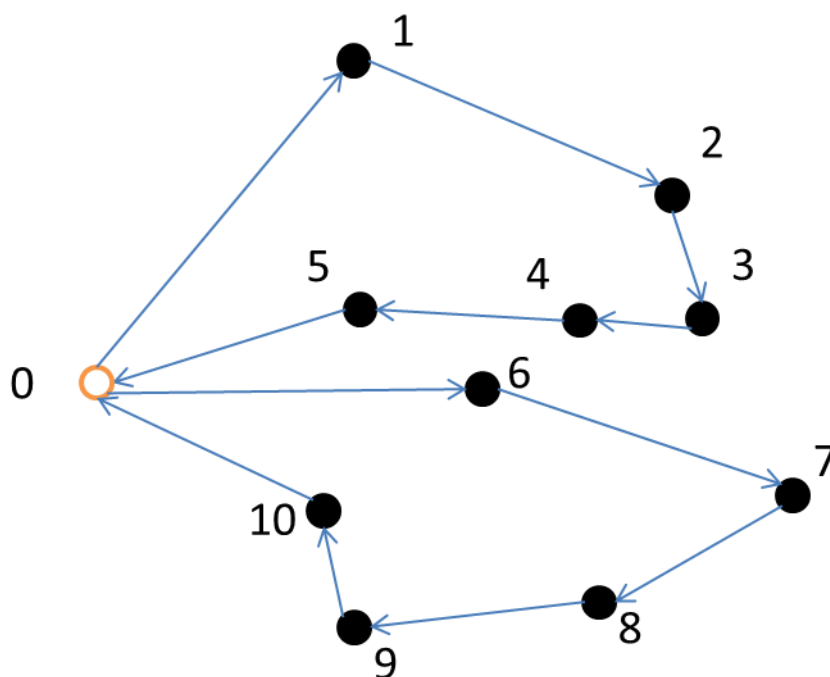


Figura 4: Problema de Roteamento com dois veículos e origem comum.
 Fonte: Autoria própria.

Outras importantes variantes, segundo Lisboa (2007) são: o Problema de Roteamento de Veículos com Divisão de Entrega ocorre onde a carga de determinado cliente pode ser dividida entre mais itinerantes, especialmente útil quando a demanda é maior que a capacidade de entrega de um único veículo.

O Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo trata de problemas onde ocorrem restrições no período de entrega, fator determinante na prestação do serviço em regiões urbanas. O Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos, considera a utilização de mais de um na região atendida e para otimizar a entrega, deve ser levado em conta os fatores referentes a localização e capacidade de cada um deles.

Quando a empresa possui restrição em função da heterogeneidade dos veículos, o problema é chamado de O Problema de Roteamento de Veículos Capacitados Heterogêneos.

3.2.4 Heurísticas Construtivas

A heurística da Inserção do Mais Distante é considerada um procedimento construtivo, pois segundo Cordenonsi (2008), pode ser definida como conjunto de procedimentos, que partindo de uma solução vazia, constrói rota, ou solução inicial, tendo como critério de parada a inserção de todos os pontos, ou vértices do conjunto, sendo cada individualmente alocado na rota. É importante ressaltar que, a maior parte dos algoritmos construtivos não permite a retirada de um ponto após sua alocação na rota.

Luizelli e Garcia (2010) citam três diferentes heurísticas construtivas e fazem comparações, entre estas, o algoritmo de Clark e Whight, o de Gillet e Miller em combinação com o de melhoria 2-OPT, e o Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP). Seus resultados constataram o melhor desempenho da combinação Gillet e Miller e 2-OPT.

Além delas, Kretschmar (2013) compara a heurística de Inserção do Mais Próximo, Inserção Mais Rápida, GRASP e a Inserção do Mais Distante, sendo que esta última associada ao algoritmo de refinamento 2-OPT apresentou os melhores resultados em quatro de cinco testes.

3.2.4.1 Algoritmo de inserção mais distante

Para Silva et al (2013) os passos do algoritmo de inserção mais distantes podem ser descritos assim:

Passo 1

Inicie o algoritmo com apenas um vértice v_i pertencente ao conjunto V

Passo 2

Selecione um vértice v_j , também pertencente ao conjunto, tal que o custo c_{ij} seja máximo, originando assim um subcircuito $v_i - v_j - v_i$

Passo 3

Selecione um vértice v_k , não pertencente ao sub-circuito, mas que seja o mais distante de todos os pertencentes a este.

Passo 4

Insira o vértice v_k na posição do subcircuito que minimize a relação $c_{ik} - c_{kj} - c_{ij}$.

Passo 5

Se houver vértices não pertencentes ao sub-circuito, volte ao passo 3, caso contrário, encerre o algoritmo.

3.2.5 Heurísticas de melhoramento

Após a construção das rotas pelas heurísticas descritas acima, pode ser utilizado algoritmos que busquem promover melhorias na solução anteriormente encontrada (KRETZSCHMAR et al, 2013). Entre os principais métodos heurísticos de melhoria, podemos destacar o método *Swap* e *k*-OPT. Estas duas baseiam seu funcionamento na permutação simples de arestas da solução inicial.

No método *Swap* a escolha das arestas é aleatória, sendo que se a função objetivo apresentar melhoria em relação a atual rota haverá a substituição desta pela nova. O critério de parada deste procedimento heurístico se baseia em um critério pré-definido, como é o caso do número de iterações ou melhoria percentual em relação à solução inicial (SCHOPF et al, [200-]).

Vale ressaltar o que Laporte et al (1999, apud SCARPIN et al, 2010) afirma sobre o método. O critério de parada pode ser deficitário por deixar a solução presa em mínimo local, e que o incremento no número *k* pode trazer máxima qualidade para a solução ao permitir maiores alterações, mas devido a complexidade ser exponencial em função do número de trocas, algoritmos que utilizem grande valor para *k* tornam o esforço computacional muito elevado, tornando impraticável a aplicação.

Kim et al (1998) compara diferentes heurísticas para o Problema do Caixeiro Viajante, obtendo que o melhor resultado para problemas de pequeno porte ($n \leq 50$) é o algoritmo 2-OPT, quando for de grande porte recomendam o uso do algoritmo genético, ressaltando que se o tempo computacional não foi de ampla importância, os autores recomendam a utilização de redes neurais.

3.2.5.1 O algoritmo k-OPT

Os métodos de melhoria k-OPT buscam através da substituição de arcos, ou seja, mudanças no roteiro pré-estabelecido, refinar a solução encontrada anteriormente. (KRETZSCHMAR *et al*, 2013). O número de arcos manipulados corresponde ao algarismo (k) que fazem parte da nomenclatura do método. Para a realização da operação de melhoria o algoritmo remove k arcos, substituindo-os por outros k arcos não consecutivos. O procedimento é findado quando não houver mais solução viável que promoveu refinamento no resultado final.

Entre casos particulares desta heurística, merecem destaque os que possuem valor de k menor do que quatro, já que segundo o autor, métodos que possuem número de permutações com números maiores que este, tornam o procedimento computacional impraticável.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

A pesquisa como afirmam Silva e Menezes (2005), é o conjunto de medidas, propostas e atitudes, incumbidas de resolver determinado problema tendo por base uma sequência sistemática e racional de procedimentos, de modo a obter informações necessárias para que se encontre a solução.

Para o mesmo autor, a pesquisa pode ser classificada a partir de diferentes pontos de vistas, como no caso de sua natureza, onde é considerada como pesquisa básica, a que procura gerar conhecimento de interesse universal, sem necessariamente ter aplicação prática imediata, ou ser classificada como pesquisa aplicada, que procura solucionar problemas específicos, a partir da geração e aplicação imediata de conhecimento.

De acordo com sua abordagem a pesquisa pode ser classificada em quantitativa, que procura mensurar matematicamente as informações para o estudo e classificação dos fenômenos ou qualitativa, que possui como essência a ideia de dinamismo entre relações do sujeito estudado e ambiente, considerando assim este vínculo indissociável entre a objetividade do mundo externo e a subjetividade do sujeito em estudo (SILVA; MENEZES, 2005).

Gil (1995) classifica a pesquisa de acordo com seus objetivos. A que procura gerar maior conhecimento sobre determinado assunto é definida como sendo exploratória, se procurar estabelecer relações entre variáveis de determinado problema. Com respaldo de métodos padronizados e sistemáticos de coleta de dados, é classificada como descritiva. Quando procura explicar e identificar fatores contribuintes para determinado fenômeno, através de métodos experimentais (ciências naturais) ou observacionais (ciências sociais), é considerada pesquisa explicativa.

Quanto aos procedimentos técnicos, a pesquisa pode ser baseada no uso de materiais já publicados, livros, artigos e periódicos (Bibliográfica), em materiais sem algum tratamento analítico prévio (Documental), com controle das variáveis que exercem influencia no objeto de estudo, de modo a analisar seus efeitos (Experimental), ou sem o monitoramento e após o decorrer natural (Expost-Facto). Com abordagem e questionamento direto ao objeto de estudo, para a estudar seu comportamento (Levantamento), a partir da interação entre pesquisador e objeto

de estudo (Participante), ou a partir do envolvimento entre o pesquisador e objeto de estudo, buscando de forma cooperativa a solução (Ação). Por último, quando a pesquisa é feita de modo exaustivo de alguns poucos objetos do estudo de modo a conseguir maior conhecimento ou descrição deles (Estudo de Caso).

Em relação a este trabalho, é uma pesquisa quantitativa e aplicada, pois procura dimensionar matematicamente valores referentes ao problema da roteirização dos veículos da empresa estudada. Como seu objetivo geração de conhecimento sobre determinado problema, é pode ser considerada pesquisa exploratória.

Quanto aos procedimentos metodológicos, há necessidade de correto embasamento do assunto, sendo este realizado em material já disponível para consulta, pesquisa bibliográfica, também se faz necessário levantamento, de dados coletados na empresa pesquisada. Quanto a correta busca de solução para o problema, há necessidade de se fazer estudo de caso, definir com exatidão os principais pontos a serem abordados, os métodos que serão implementados ou explicitar com maior ênfase os tópicos a serem estudados.

4.1 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Os métodos que serão utilizados para a resolução do problema de roteamento, foram implementados em linguagem estruturada C. Sua utilização pode ser justificada pela afirmação de Schildt (1997): a linguagem C possui grande portabilidade e sua característica estruturada permite laços de repetição. Também a permiti acesso direto a memória, o que traz vantagens no tempo de processamento, sendo feito com o uso de ponteiros.

4.2 A COLETA DE DADOS

Houve necessidade da coleta de dados diretamente na transportadora, referentes a capacidade de seus veículos e demandas de cada cidade atendida a partir das vendas mensais correspondentes ao primeiro semestre do ano corrente.

No *software Google Earth* foram coletadas as coordenadas geográficas de cada cidade atendida e a partir da consideração que a superfície terrestre é esférica, utilizou-se a equação 15 para obtenção da menor distância, a geodésica.

$$d_{ij} = S_{ij} * (2\pi) * \text{Raio} \quad (15)$$

Com:

$$S_{ij} = \text{arc cos} \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_i \right) * \cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_j \right) \right] + \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_i \right) * \cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi_j \right) * \cos(\lambda_i - \lambda_j) \right] \quad (16)$$

Onde

Raio: corresponde ao raio médio da Terra

φ_i : Ângulo correspondente à latitude da cidade *i*

φ_j : Ângulo correspondente à latitude da cidade *j*

λ_i : Ângulo correspondente à longitude da cidade *i*

λ_j : Ângulo correspondente à longitude da cidade *j*

Os valores descritos podem ser visualizados com maior facilidade na figura 5.

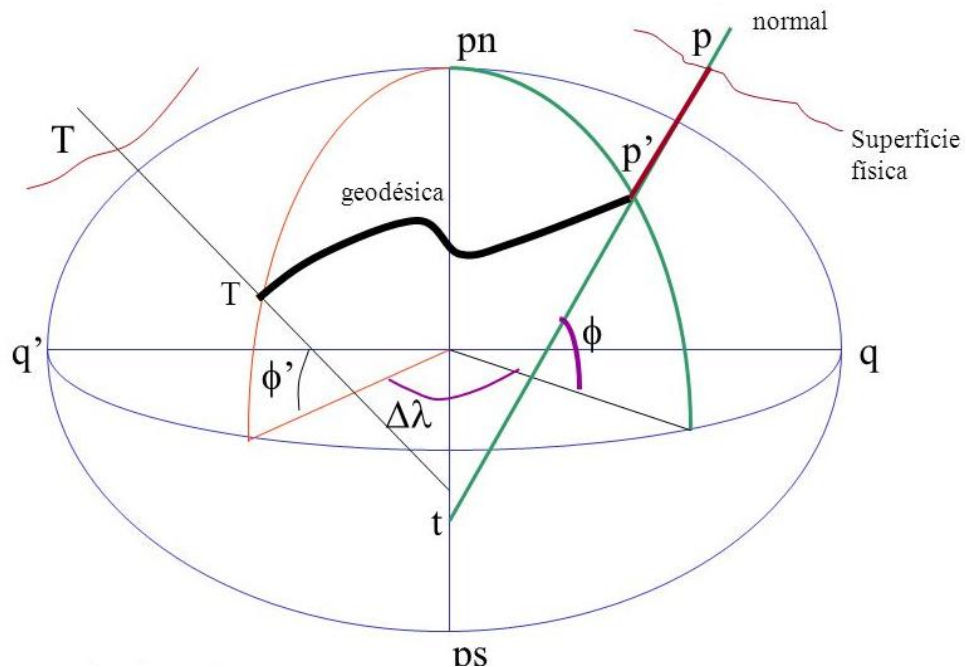


Figura 5: Distância Geodésica entre dois pontos quaisquer
Fonte: Adaptado de Nadal [201-?]

Com os valores, foi construída a planilha de distância entre as cidades. Na planilha 1 estão dispostos três tipos distintos de informações. A primeira linha e a primeira coluna representa as cidades e respectivos índices, já a segunda e terceira

coordenadas geográficas. O terceiro tipo de informação presente na planilha é a distância entre as cidades do cruzamento de linha e coluna, calculada a partir da equação 15.

A planilha 1 representa de modo ilustrativo a tabela de distâncias para um conjunto de quatro cidades.

Cidade		0	1	2	3	4	
Cidade	Coordenadas	-54,09	-53,43	-53,90	-53,47	-53,41	
		-25,30	-24,03	-23,88	-25,92	-25,43	
0	-54,09	-25,30	0,00	156,20	159,15	92,98	70,32
1	-53,43	-24,03	156,20	0,00	50,08	210,32	156,55
2	-53,90	-23,88	159,15	50,08	0,00	230,99	180,09
3	-53,47	-25,92	92,98	210,32	230,99	0,00	54,11
4	-53,41	-25,43	70,32	156,55	180,09	54,11	0,00

Planilha 1: Distância geodésica entre quatro cidades

Fonte: Autoria própria.

4.3 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Os procedimentos para a resolução do problema de roteamento foram determinados a partir de pesquisa bibliográfica. A visão geral da combinação e métodos utilizados, na figura 6.

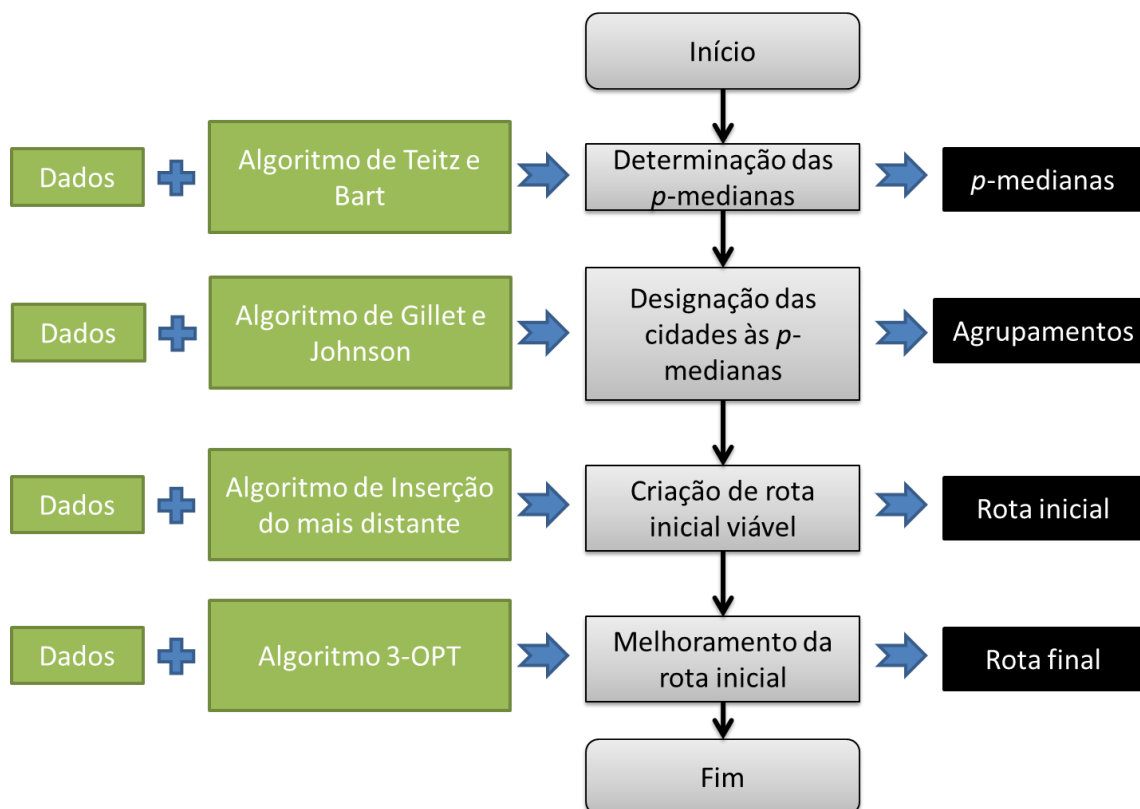


Figura 6: Resumo do método de resolução utilizado.

Fonte: Autoria própria.

Para a determinação das p -medianas, foi utilizado o algoritmo de Teitz e Bart, mencionado na seção 3.2.1. A sequência de passos deste algoritmo foi extraída do trabalho de Rodrigues (2007), figura 7.

Com o algoritmo descrito no fluxograma, foi implementado um software na linguagem C e posteriormente inserido de um arquivo texto (.txt) os dados referentes a matriz de distâncias entre os pontos do estudo. Ao final da execução, o algoritmo retorna novo arquivo texto com informações referentes aos pontos p -medianas.

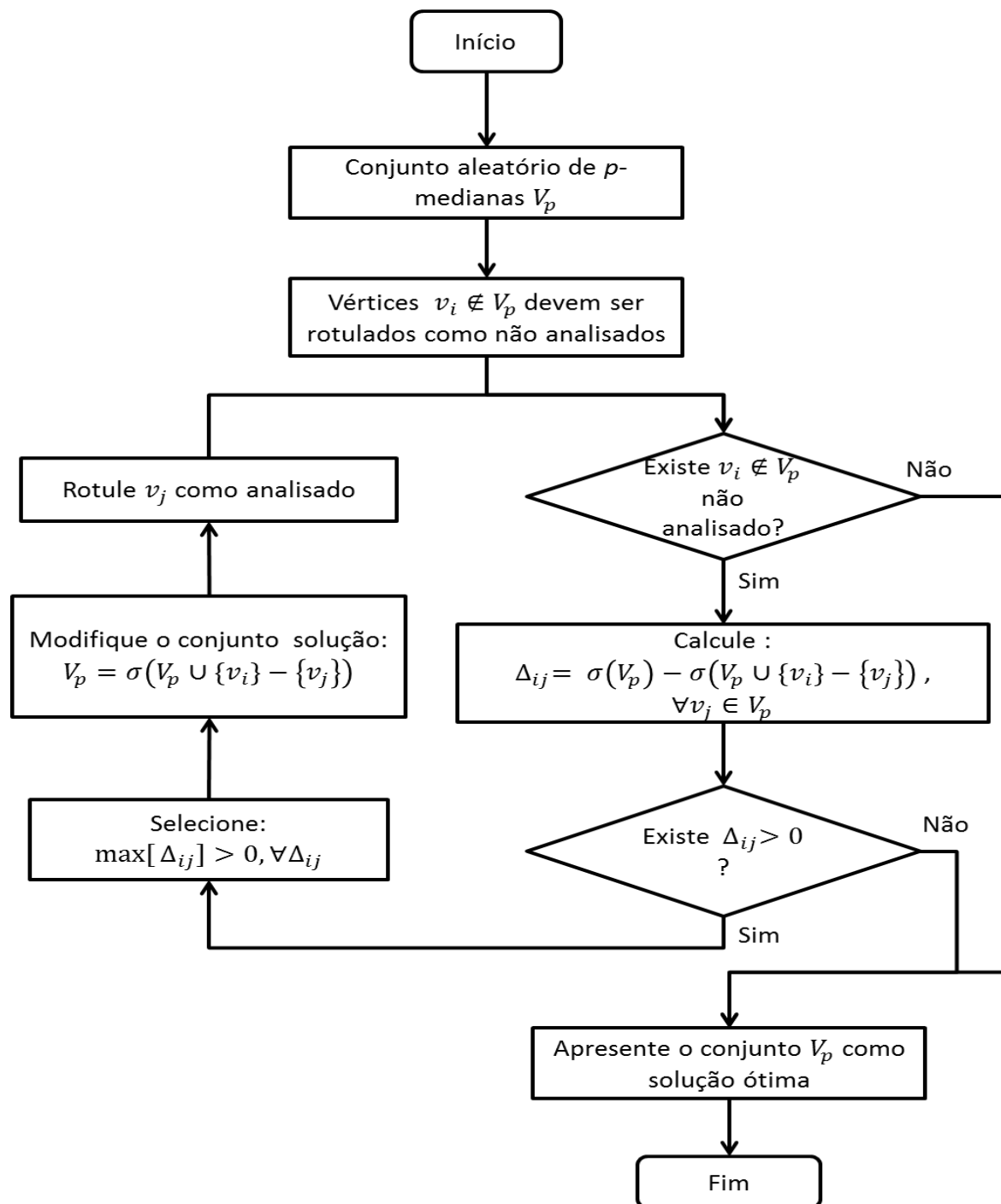


Figura 7: Passos do algoritmo de Teitz e Bart
Fonte: Autoria própria.

A segunda etapa foi a designação dos pontos ao conjunto das p-medianas encontrado na primeira etapa. Esta etapa fez-se o uso da heurística de Gillet e Johnson, seção 3.2.2. Como proposto por Corrêa et al (2004, apud GUIMARÃES, 2011) utilizou-se como critério de designação a maior diferença das distâncias das medianas mais próximas. Para o autor, esta modificação em relação à heurística original, permite ao algoritmo a alocação de pontos às medianas mais próximas em

casos de diferenças extremas. Os passos da heurística estão descritos no fluxograma da figura 8

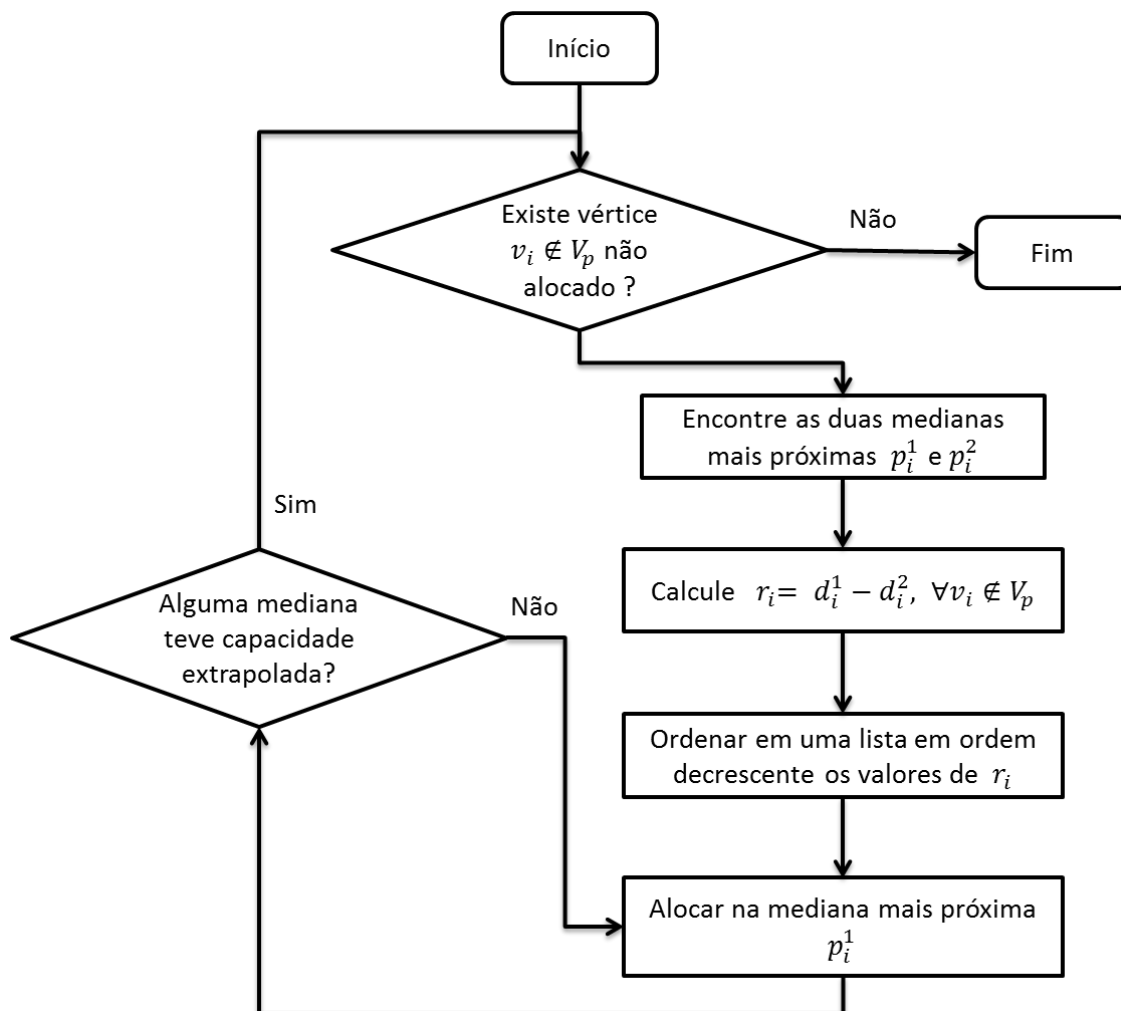


Figura 8: Passos do algoritmo Gillet e Johnson Modificado
Fonte: Autoria própria.

A terceira etapa procura gerar a solução viável, determinar a rota para os pontos de maneira que todos sejam atendidos de modo que minimize a distância total percorrida. O algoritmo de Inserção do Mais Distante apresenta resultados de grande qualidade quando combinado com algum método de refinamento k -OPT, seção 3.2.3

O algoritmo de Inserção do Mais Distante procura pela inserção do extremo distante minimizar a distância total do circuito. Para tal competência, o algoritmo realiza as seguintes etapas:

Passo 1:

Inicie o circuito com um único vértice.

Passo 2:

Selecione o vértice que possua a maior distância aos pertencentes ao circuito.

Passo 3:

Aloque o vértice encontrado na posição que minimize a soma referente ao imediatamente anterior e o imediatamente posterior.

Passo 4:

Enquanto houver vértices não adicionados à rota, retorne ao passo 2, caso contrário, pare o algoritmo e retorne o circuito encontrado.

A quarta e última etapa, é a responsável pela melhoria da solução inicial e a literatura recomenda o algoritmo k-OPT, este busca através de trocas, ou permutações, entre as arestas de determinado circuito, novas combinações e soluções viáveis.

Uma das principais variantes do algoritmo é o 3-OPT, que realiza a permutação de três arestas em cada iteração. Essa permutação obedece a sequência de passos descritos por Constantino (2012):

Passo 1:

Iniciar o algoritmo removendo três arestas não consecutivas da solução inicial , figura 9.

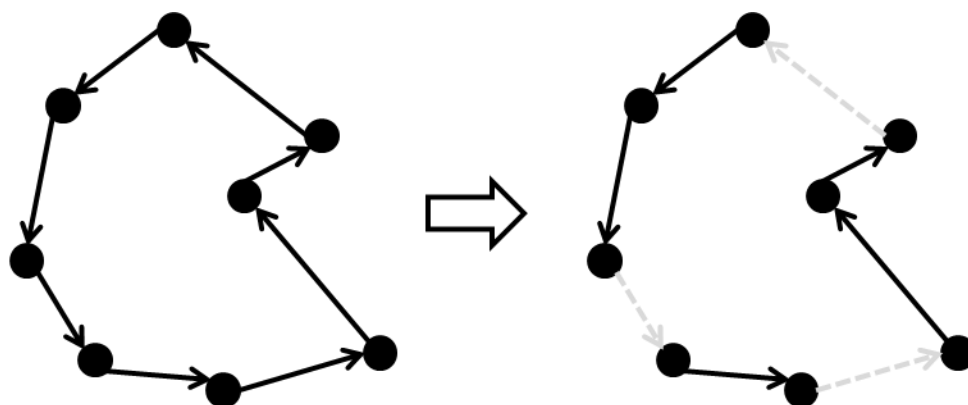


Figura 9: Exemplo de procedimento do passo 1.
Fonte: Autoria própria.

Passo 2:

Construir todas as soluções viáveis, fazendo três novas ligações não consecutivas e diferentes das removidas no passo anterior, figura 10.

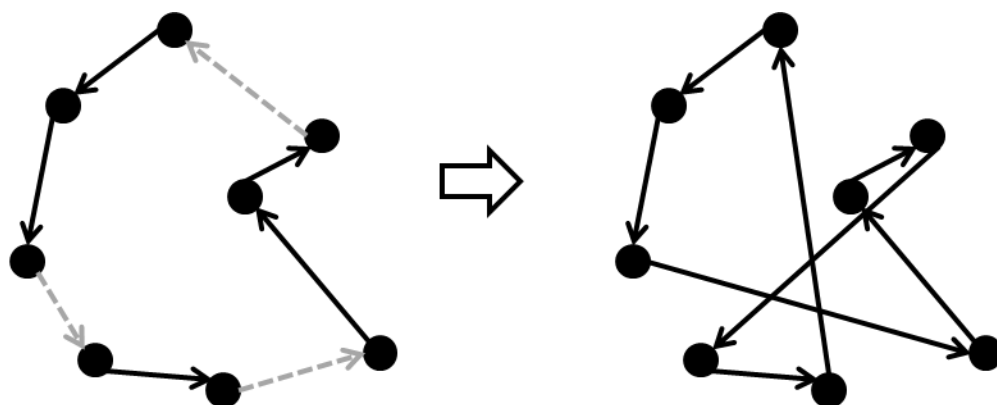


Figura 10: Exemplo de solução viável do passo 2.
Fonte: Autoria própria.

Passo 3:

Caso a nova rota tenha valor da função objetivo menor que a original, efetuar a troca da atual pela nova rota.

Passo 4:

Enquanto houver melhorias na solução, voltar ao primeiro passo, caso contrário, finalize a execução.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 LOCALIZAÇÃO DAS FACILIDADES

O número de p -medianas foi definido em função do número de veículos que a empresa dispõe para a realização do transporte.

Para a indicação matemática destes pontos foi utilizado o algoritmo de Teitz e Bart, seção 3.2.1. Determinou-se, como p -medianas, para o conjunto de cidades atendidas os pontos 3, 19, 48 e 54. Correspondentes às cidades de Ampére, no sudoeste, Matelândia no oeste, Itapejara d'Oeste no sudoeste e Palotina no oeste, todas do Paraná, figura 11.

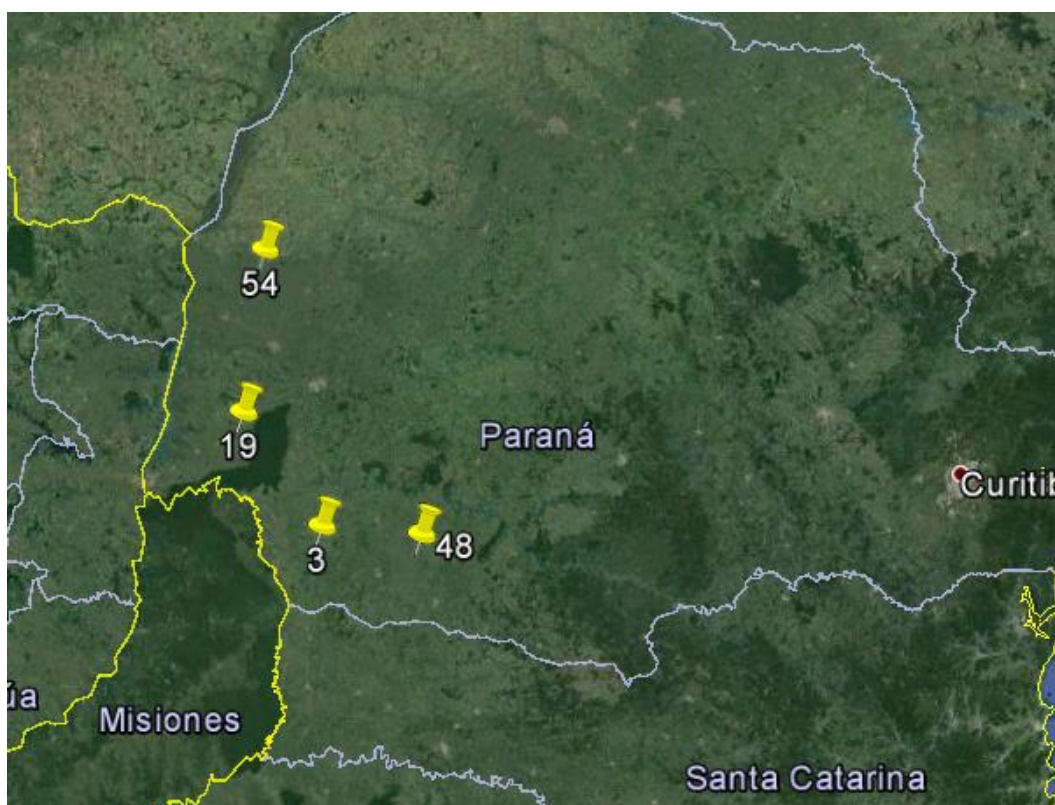


Figura 11: Distribuição geográfica das p -medianas.
Fonte: Autoria própria.

5.2 DESIGNAÇÃO

Nesta etapa realizou-se a alocação dos pontos às p -medianas encontradas pelo algoritmo de Teitz e Bart.

A escolha de pontos para as p -medianas foi realizada com o algoritmo Gillet e Jonhson, seção 3.2.2. Para a designação dos pontos, foram consideradas as demandas de cada cidade, sendo que a capacidade de alocação dependia da capacidade dos veículos. As medianas mais próximas de Santa Terezinha de Itaipu, correspondente à origem, receberam veículos de 12 toneladas e as medianas mais distantes receberam os de 14 toneladas.

A p -mediana 3, correspondente a Ampère, recebeu o veículo 12 toneladas para seu atendimento. Foram designadas as cidades da tabela 1 e figura 12.

Tabela 1 - Cidades alocadas á primeira mediana.

Mediana	Cidades
3	59, 50, 45, 41, 39, 22, 11, 63, 28, 69, 23, 66, 56, 40, 57, 26, 27, 42, 4, 13, 46,3

Fonte: Aatoria própria

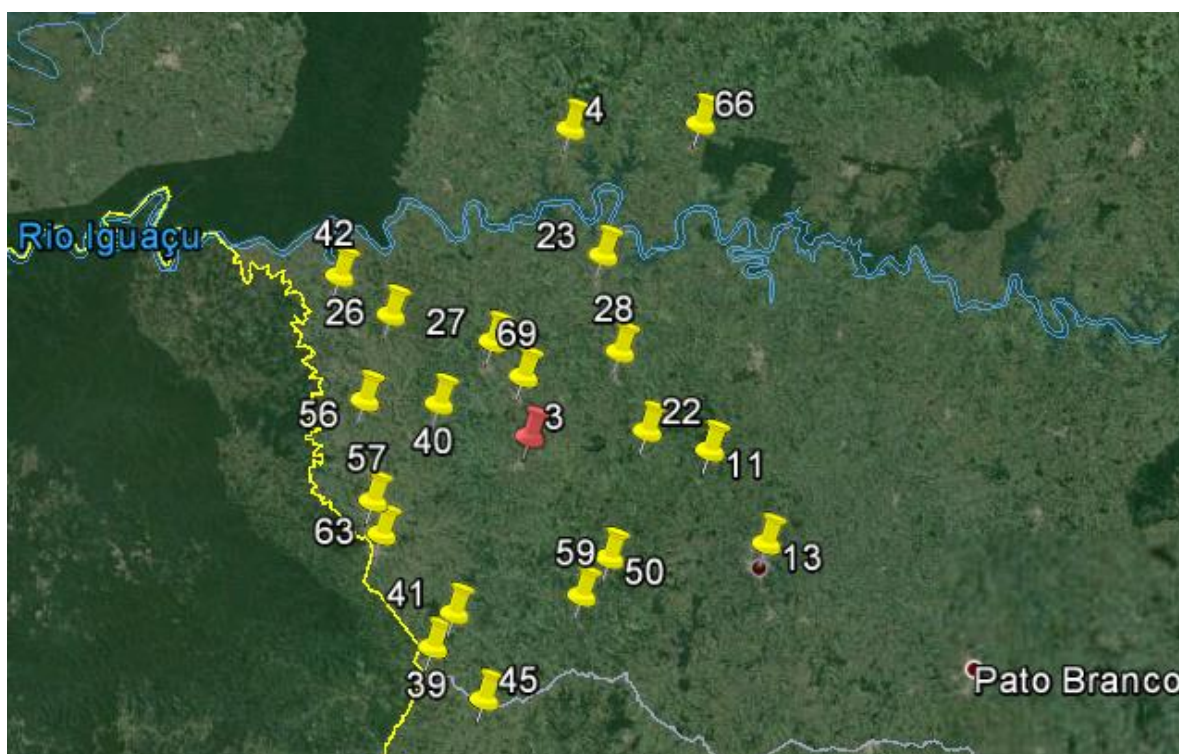


Figura 12: Cidades designadas para a p -mediana 3.

Fonte: Aatoria própria.

A segunda p -mediana, referente à Matelândia, foi designado o veículo de capacidade de 12 toneladas, e o algoritmo alocou para esta mediana as cidades dispostas na tabela 2 e figura 13.

Tabela 2 - Cidades alocadas à segunda mediana.

Mediana	Cidades
19	30, 33, 16, 49, 21, 32, 29, 37, 6, 8, 34, 0, 7, 19

Fonte: Autoria própria.

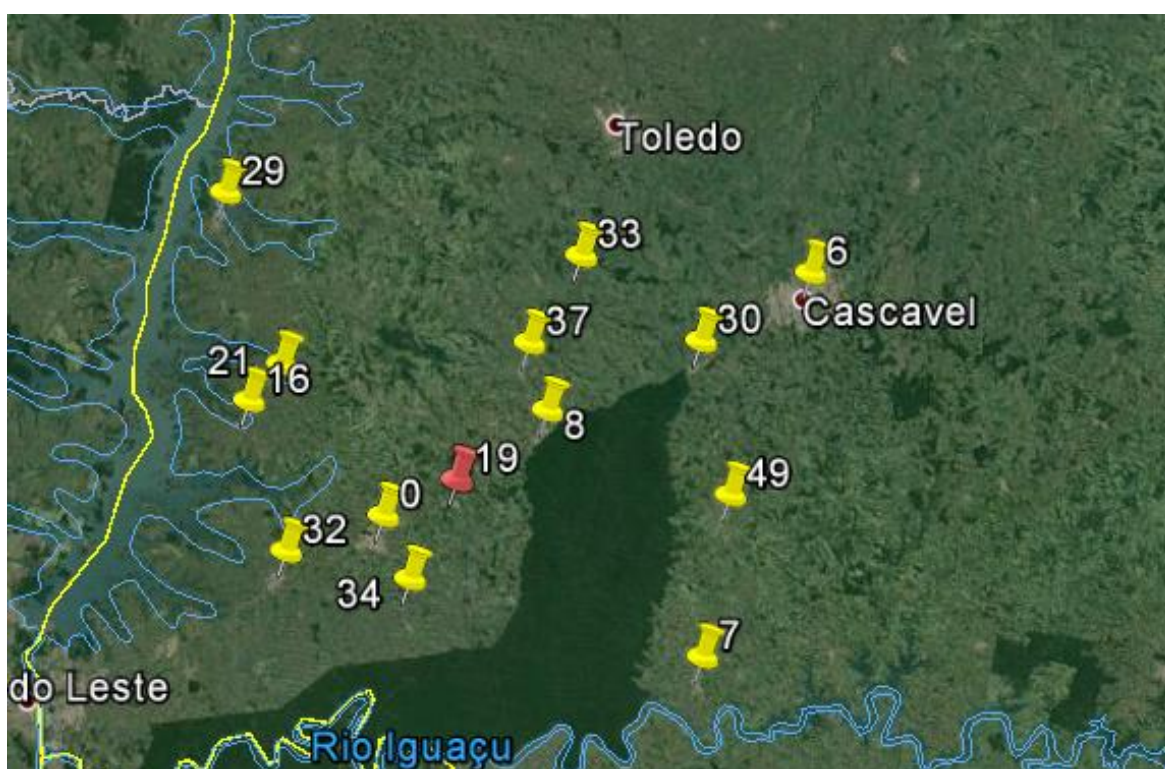


Figura 13: Cidades designadas para a p -mediana 19.

Fonte: Autoria própria.

Para a p -mediana referente à Itapejara d'Oeste, foram designadas as da tabela 3. Na alocação destas surgiu um fato intrigante: a 47, Foz do Iguaçu, foi alocada à esta mediana, que geograficamente está distante, porém como a rota inicia em Santa Terezinha do Itaipu, o acréscimo na distância foi pequeno, figura 14.

Tabela 3 - Cidades alocadas à terceira mediana.

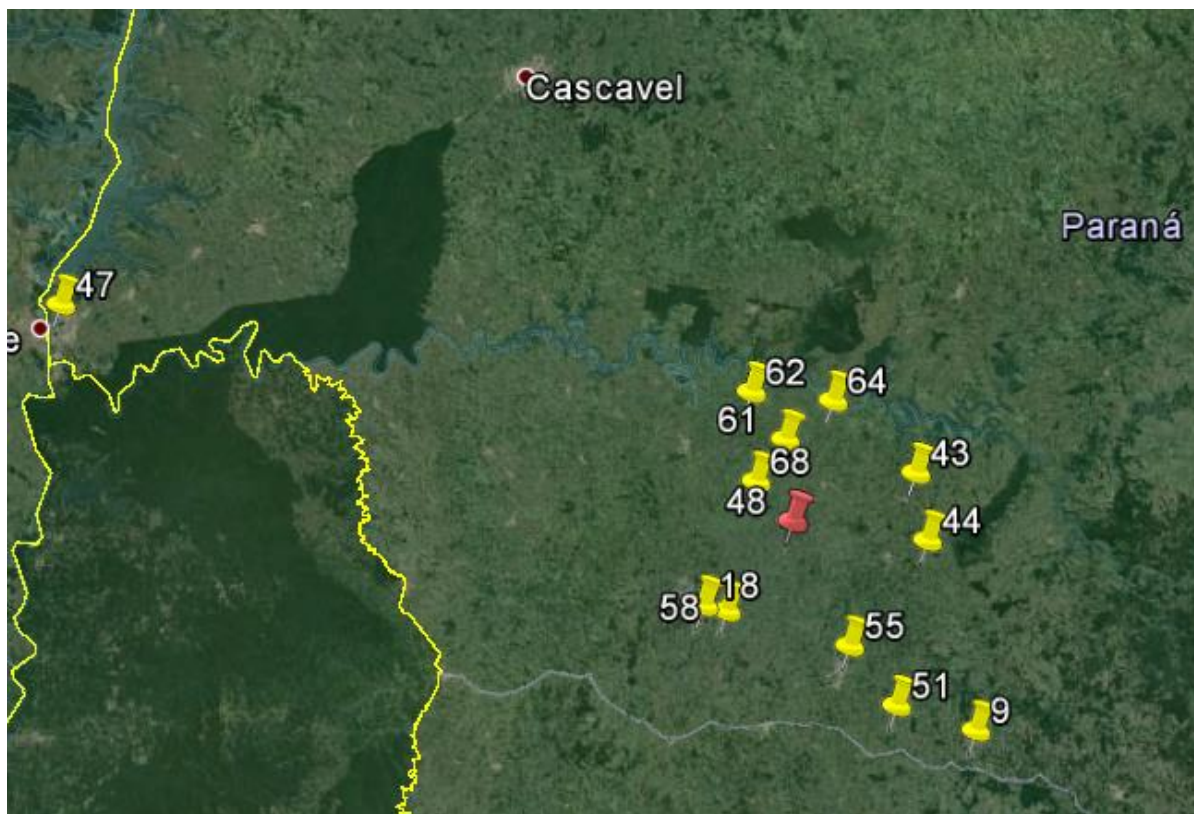
Mediana	Cidades
---------	---------

48

47, 44, 43, 9, 55, 51, 64, 61, 68, 58, 62,

18

Fonte: Autoria própria

Figura 14: Cidades designadas para a p -mediana 48.

Fonte: Autoria própria.

A última mediana alocada pelo algoritmo foi a 54, Palotina, as designadas estão dispostas na tabela 4 e figura 15.

Tabela 4 - Cidades alocadas à quarta mediana.

Mediana	Cidades
54	10, 35, 65, 5, 36, 1, 67, 17, 38, 24, 20, 53, 52, 14, 15, 25, 31, 2, 12

Fonte: Autoria própria

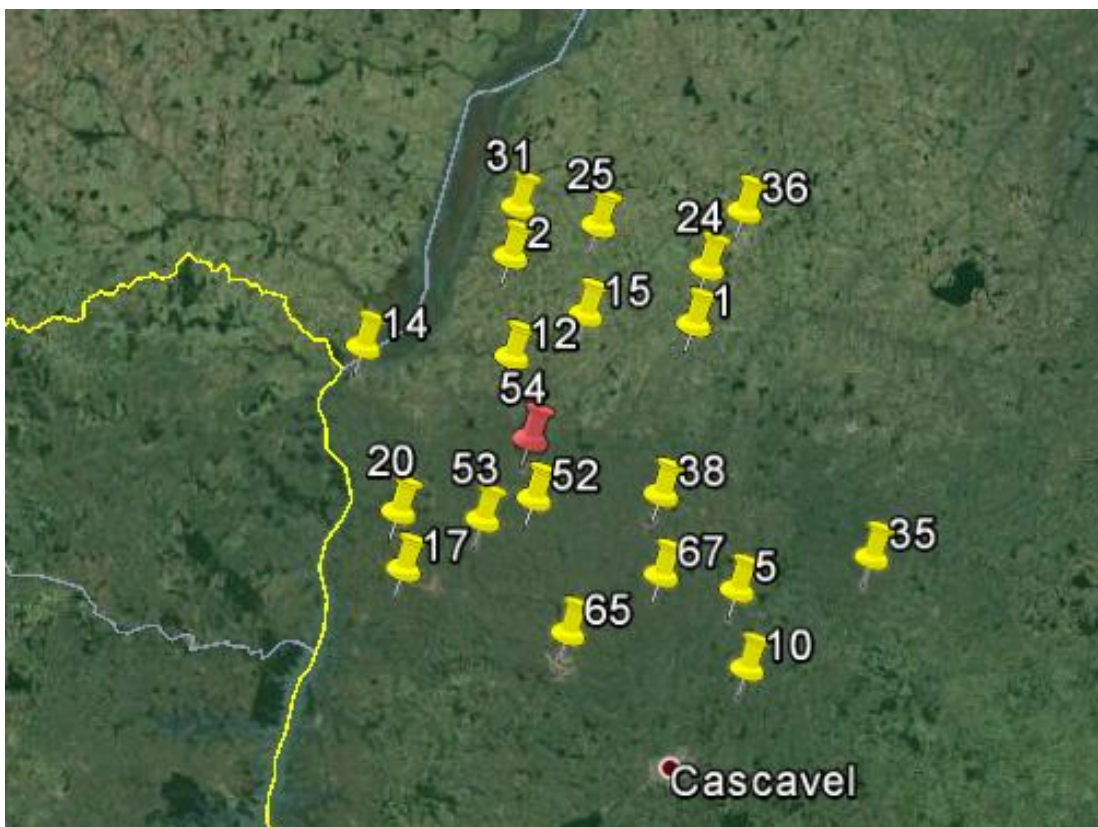


Figura 15: Cidades designadas para a p -mediana 54
Fonte: Autoria própria.

5.3 CONSTRUÇÃO DE SOLUÇÃO INICIAL

A terceira etapa buscou encontrar rota inicial viável, que pudesse interligar entre todas as cidades atendidas de cada *cluster*.

Com o algoritmo da inserção do mais distante foi possível obter a rota inicial e viável para cada agrupamento formado, seção 5.2. Santa Terezinha de Itaipu (60) faz parte de todas as rotas, justificado pelo fato que nela está localizada a contratante e onde os veículos são carregados.

Para o agrupamento da p -mediana 3 o algoritmo retornou a rota inicial disposta na tabela 5 e figura 16.

Tabela 5 - Rota inicial para o *cluster* da p -mediana 3.

Sequência de visita	Comprimento da rota em quilômetros
---------------------	------------------------------------

60 - 3 - 46 - 13 - 4 - 59 - 50 - 41 - 42 -	
27 - 23 - 26 - 66 - 40 - 56 - 57 - 69 - 28 -	1074,000
63 - 11 - 22 - 39 - 45 - 60	

Fonte: Autoria própria

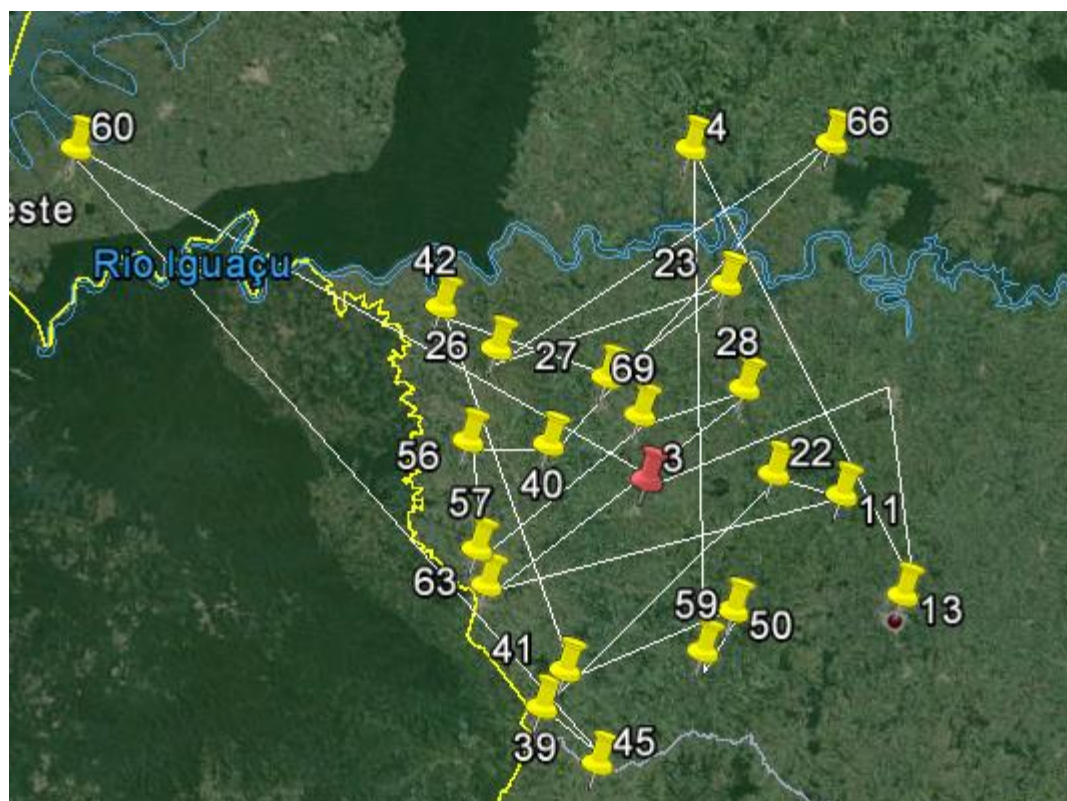


Figura 16: Rota obtida pelo algoritmo de Inserção Do Mais Distante para o *cluster* da p -mediana 3.

Fonte: Autoria própria.

O mesmo procedimento foi aplicado para o *cluster* da p -mediana 19, resultando na rota da tabela 6 e figura 17.

Tabela 6 - Rota inicial para o *cluster* da p -mediana 19.

Sequência de visita	Comprimento da rota em quilômetros
60 - 19 - 7 - 0 - 34 - 8 - 6 - 21 - 29 - 37 -	
16 - 32 - 30 - 49 - 33 - 60	678,900

Fonte: Autoria própria.

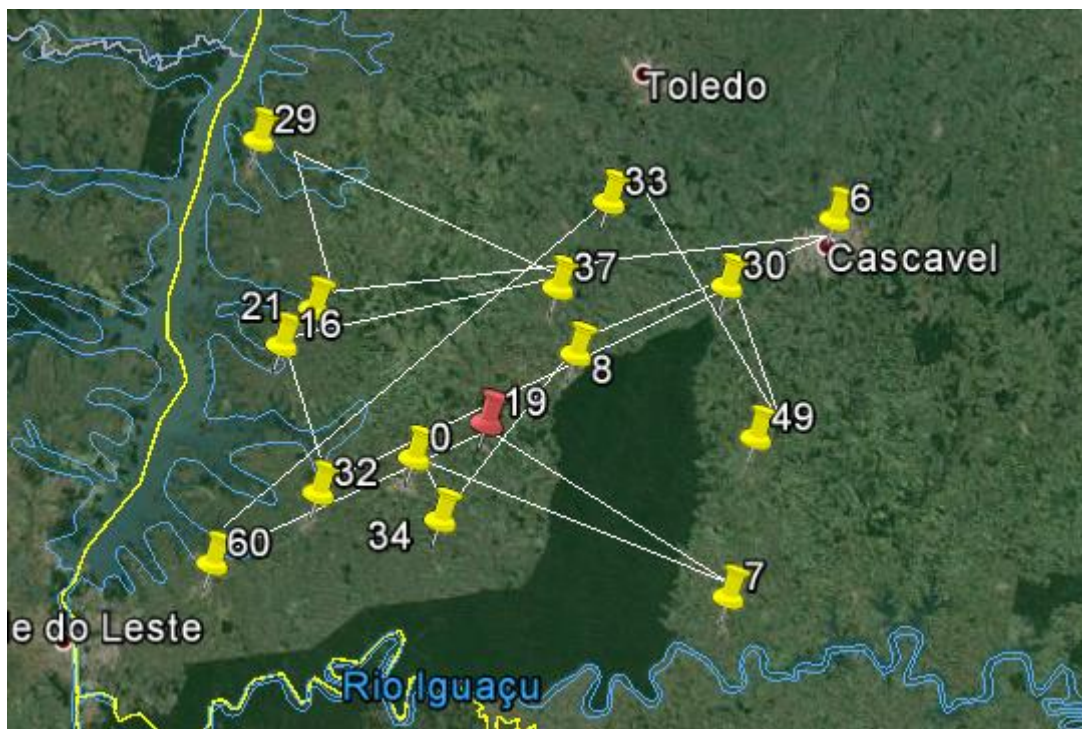


Figura 17: Rota obtida pelo algoritmo de Inserção Do Mais Distante para o *cluster* da p -mediana 19.

Fonte: Autoria própria.

O agrupamento da p -mediana 48 apresentou como resultado a rota da tabela 7 e figura 18.

Tabela 7 - Rota inicial para o cluster da p -mediana 48.

Seqüência de visita	Comprimento da rota em quilômetros
60 - 48 - 47 - 43 - 55 - 51 - 18 - 62 - 68 - 58 - 61 - 64 - 9 - 44 - 60	1177,500

Fonte: Autoria própria.

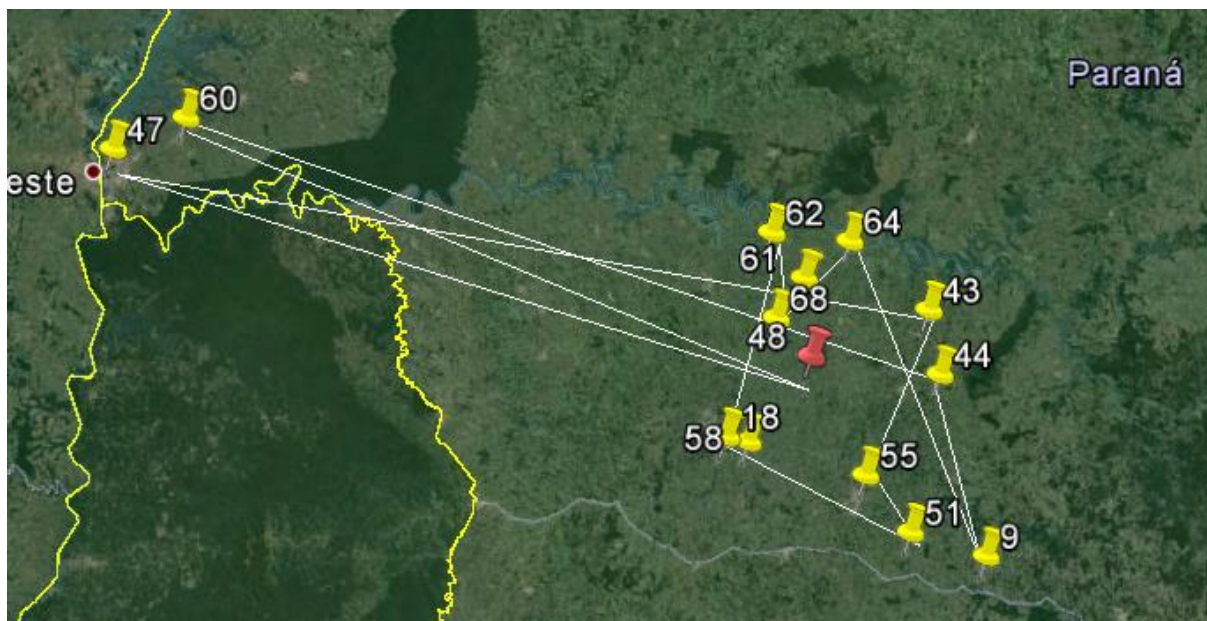


Figura 18: Rota obtida pelo algoritmo de Inserção Do Mais Distante para o *cluster* da p -mediana 48.

Fonte: Autoria própria.

Como mencionado na seção 5.2, com a alocação de Foz do Iguaçu ao agrupamento, houve variação na homogeneidade do agrupamento, isto fez com que a rota assumisse uma configuração mais extensa, já que há necessidade no trajeto do itinerário por esta cidade.

No último agrupamento, da p -mediana 54, o algoritmo de inserção retornou a rota viável com a sequência de visitas dispostas na tabela 8 e figura 19.

Tabela 8 - Rota inicial para o cluster da p -mediana 54.

Sequência de visita	Comprimento da rota em quilômetros
60 - 54 - 10 -35 -65 -5 -36 -1 -67 -17 -38 -24 -20 -53 -52 -14 -15 -25 -31 - 2 - 12 - 60	1255,500

Fonte: Autoria própria.

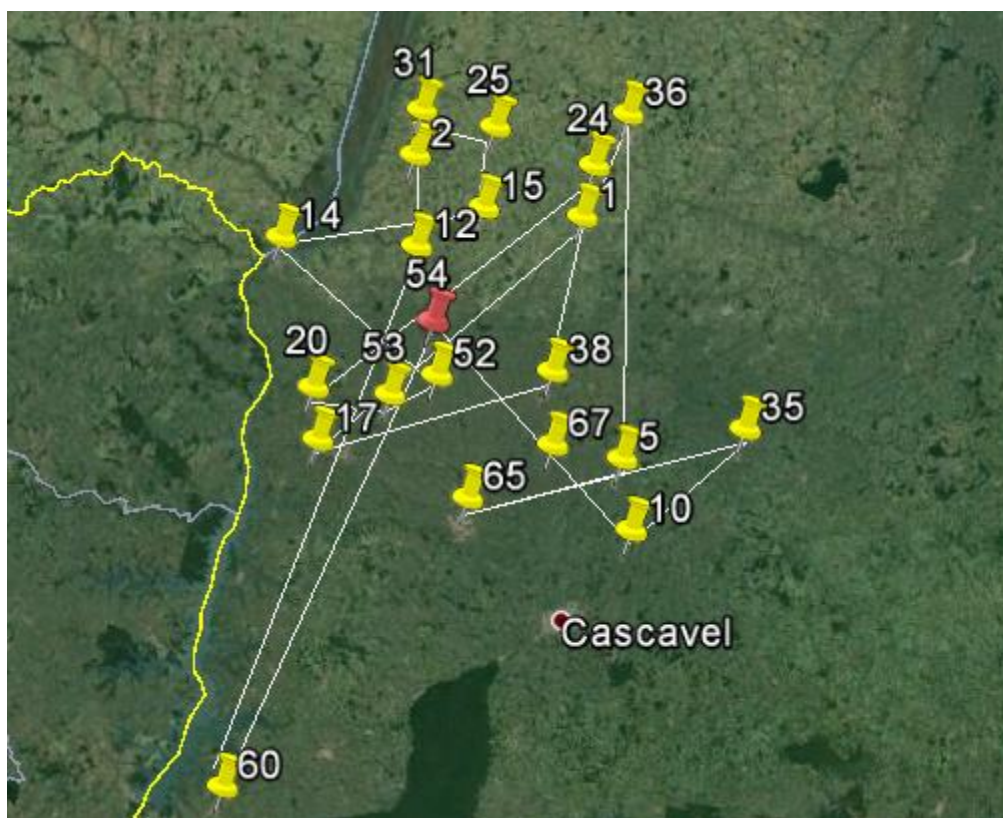


Figura 19: Rota obtida pelo algoritmo de Inserção Do Mais Distante para o *cluster* da *p*-mediana 54.

Fonte: Autoria própria.

5.4 MELHORIA DA SOLUÇÃO INICIAL

Na última etapa ocorreu o refinamento da solução inicial encontrada na seção 5.3. As rotas geradas foram analisadas separadamente pelo algoritmo 3-OPT em busca de alguma melhoria possível.

Para o *cluster* da *p*-mediana 3 o algoritmo encontra nova configuração, disposta na tabela 9 e figura 20.

Tabela 9 - Rota final obtida pelo algoritmo 3-OPT.

Sequência de visita	Rota inicial (Km)	Rota final (Km)	Melhoria percentual
60 - 42 - 26 - 56 - 57 - 63 - 40 - 69 - 27 - 23 - 11 - 4 -66 -22 -13	1074,000	778,600	27,505

-41 -39 -59 -3 -45 -50 -46 -28 -

60

Fonte: A autoria própria.

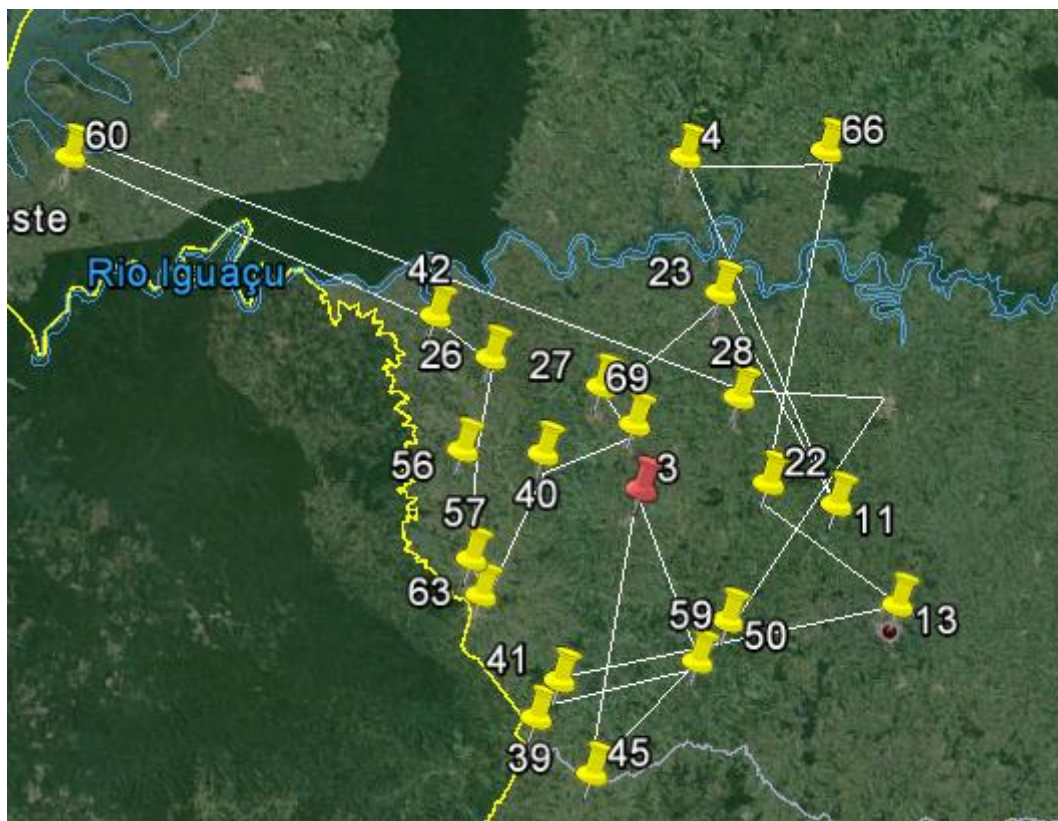


Figura 20: Rota obtida pela heurística 3-OPT.

Fonte: A autoria própria.

A solução inicial obtida para o *cluster* da p -mediana 19 foi refinada pelo algoritmo 3-OPT obtendo o resultado disposto na tabela 10 e figura 21.

Tabela 10 - Rota final obtida pelo algoritmo 3-OPT.

Sequência de visita	Rota inicial (Km)	Rota final (Km)	Melhoria percentual
60 - 32 - 34 - 19 - 6 - 8 - 33 - 30 - 49 - 7 - 37 - 0 - 21 - 29 - 16 - 60	678,900	468,300	31,021 %

Fonte: A autoria própria.

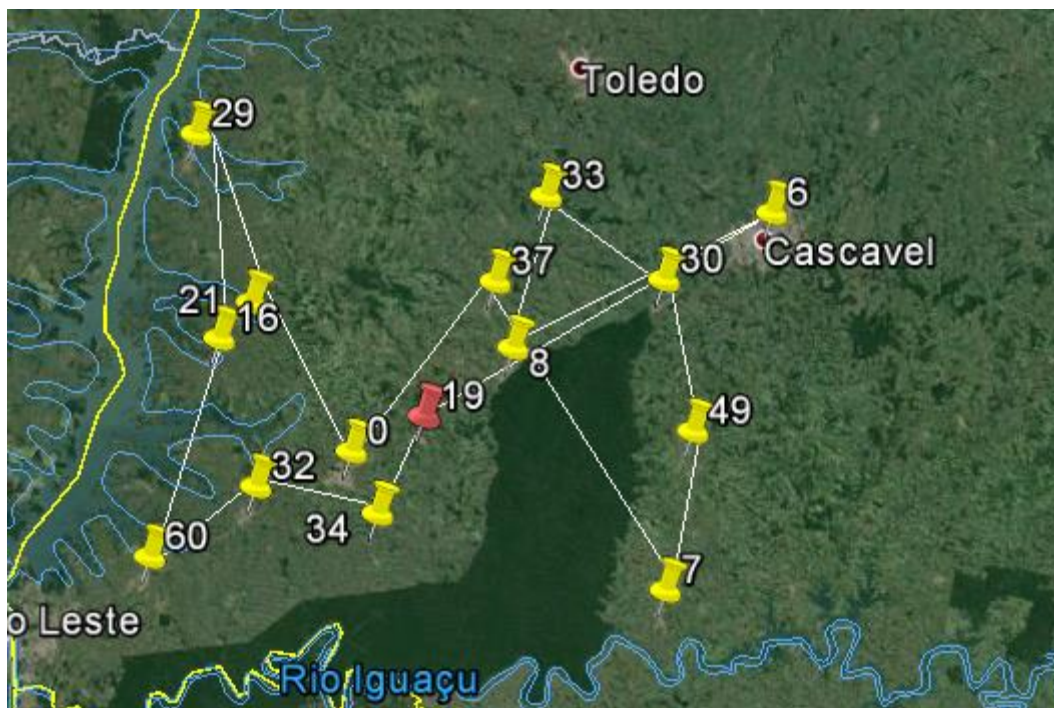


Figura 21: Rota obtida pela heurística 3-OPT.
Fonte: Autoria própria.

Para o *cluster* da *p*-mediana 48 os resultados do refinamento realizado pelo algoritmo 3-OPT, estão dispostos no Tabela 11.

Tabela 11 - Rota final obtida pelo algoritmo 3-OPT.

Sequência de visita	Rota inicial (Km)	Rota final (Km)	Melhoria percentual
60 - 62 - 64 - 61 - 44 - 43 - 18 - 68 - 48 - 51 - 9 - 55 - 58 - 47 - 60	1177,500	685,500	41,783 %

Fonte: Autoria própria.

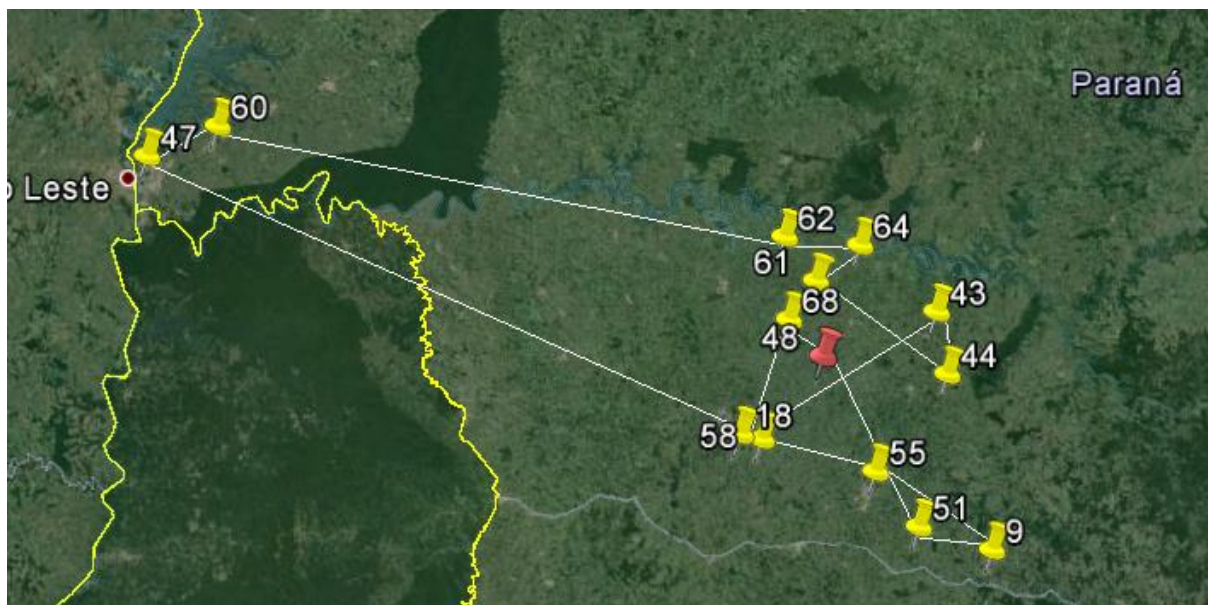


Figura 22: Rota obtida pela heurística 3-OPT
 Fonte: Autoria própria.

Em um último momento realizou-se o refinamento da solução para o *cluster* da *p*-mediana 54, com resultado disposto na tabela 12 e figura 23

Tabela 12 - Rota final obtida pelo algoritmo 3-OPT.

Sequência de visita	Rota inicial (Km)	Rota final (Km)	Melhoria percentual
60 - 17 - 20 - 14 - 52 - 53 - 67 - 54 - 10 - 35 - 65 - 5 - 36 - 1 - 38 - 24 - 15 - 25 - 31 - 2 - 12 - 60	1255,500	1063,900	15,261 %

Fonte: Autoria própria.

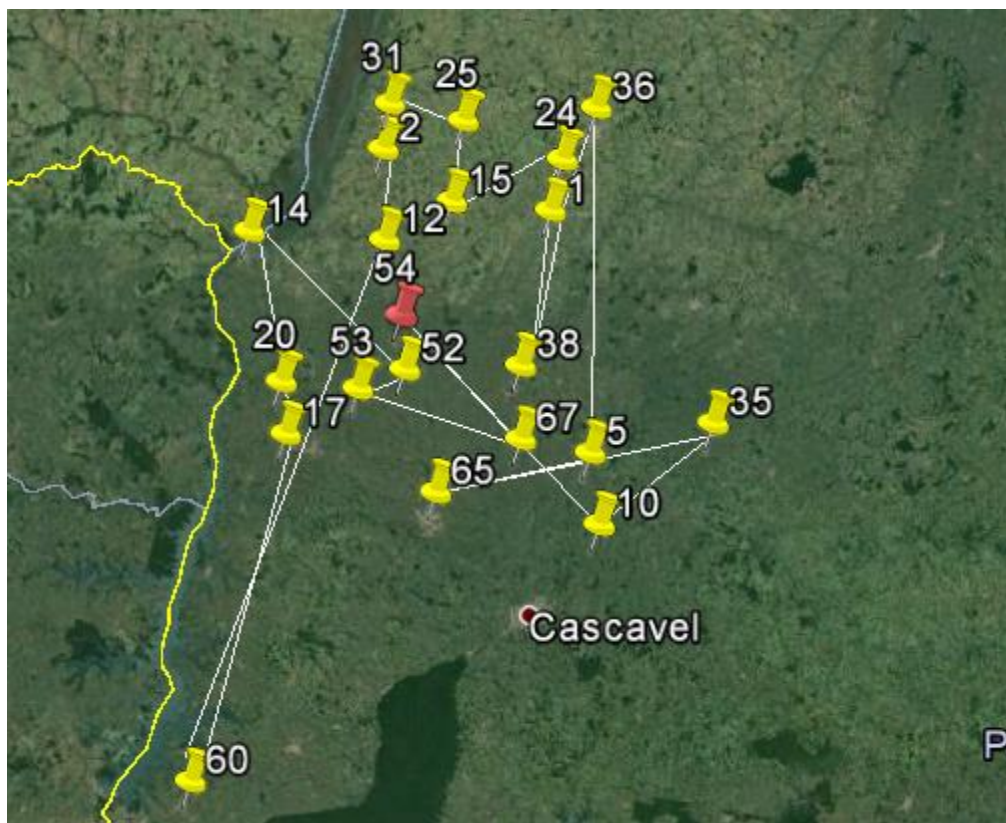


Figura 23: Rota obtida pela heurística 3-OPT.

6 CONCLUSÕES

A partir do trabalho realizado, a formação das rotas para todos os veículos possibilitará à empresa a adoção de sistema padronizado de entrega, com número de viagens para cada veículo, tempo e clientes atendidos.

A padronização possibilitará melhor relacionamento entre os funcionários, pela distribuição igualitária de entregas e consequente equalização da remuneração, fator abordado na seção 2.2.

Outro, é a utilização dos veículos de maneira constante e definida, possibilitando melhores planejamentos referentes à manutenção, o retorno financeiro do investimento na aquisição, ou mesmo substituição quando economicamente vantajoso.

Os clientes também serão afetados positivamente, já que será possível definir períodos e prazos de entrega para cada um deles, o que evitará problemas em relação a horários comerciais, de trânsito em áreas urbanas, e constrangimento por carga inesperada.

Algumas sugestões em relação à metodologia utilizada. Para maior precisão das rotas pode ser utilizada as distâncias reais entre as cidades, considerar o quanto o veículo transportará para minimizar a distância carregado. Quanto aos métodos heurísticos na fase de melhoramento, pode ser feita a combinação entre o 2-OPT e o 3-OPT buscando encontrar quando não houver melhorias na solução.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, R. **Um modelo de resolução para o problema de roteirização em arcos com restrição de capacidade**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2003. Disponível em < <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/4557/000412823.pdf?sequence=1> >. Acesso em 17 out 2014.
- BALLOU, Ronald. H. **Logística Empresarial**: Transportes, administração de materiais e distribuição física. 1. ed. São Paulo: Atlas, 2009.
- CAMPELLO, C. R., MACULAN, N. 1994. **Algoritmos e Heurísticas**. Editora da Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ.
- CAMPOS, G; YOSHIZAKII,H; BELFIORE,P. **Algoritmos genéticos e computação paralela para problemas de roteirização de veículos com janelas de tempo e entregas fracionadas**. Revista Gestão e Produção, 2006. Disponível em < <http://www.scielo.br/pdf/gp/v13n2/31173.pdf> >. Acesso em 22 out. 2014.
- CHAVES, A. **Heurísticas híbridas com busca através de agrupamentos para o problema do caixeiro viajante com coleta de prêmios**. Dissertação (Mestrado). Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2005. Disponível em < <http://www.lac.inpe.br/~lorena/antonio/proposta-diss-chaves.pdf> >. Acesso em 29 out. 2014.
- CONSTANTINO, A. **Grafos Hamiltonianos e o Problema do Caixeiro Viajante**. Universidade Estadual de Londrina, 2012. Disponível em < <http://malbarbo.pro.br/arquivos/2012/1747/problema-do-caixeiro-viajante.pdf> >. Acesso em 15 jul. 2014.
- CORDENONSI, A.Z. **Ambientes, Objetos e Dialogicidade**: Uma Estratégia de Ensino Superior em Heurísticas e Metaheurísticas. Tese de Doutorado: Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008. Disponível em < http://www-usr.inf.ufsm.br/~andrezc/ia/heurísticas_construtivas.pdf>. Acesso em 09 jul. 2014.
- COTRIM, Norma Quéssi Silva; MACHADO, Glaucia Rosalina. **Logística de distribuição: um estudo do nível de serviço logístico em uma multinacional líder no segmento de produtos lácteos frescos (pdf)**. Centro Científico Conhecer, 2011. Disponível em

<<http://www.conhecer.org.br/enciclop/2011a/sociais/logistica.pdf> >. Acesso em 21 abr. 2014, 13:34.

CUNHA, C. B. **Aspectos Práticos Da Aplicação De Modelos De Roteirização De Veículos A Problemas Reais**.2000. Disponível em:

<http://sites.poli.usp.br/ptr/ptr/docentes/cbcunha/files/roteirizacao_aspectos_praticos_CBC.pdf >. Acesso em 03 jul. 2014.

DANTZIG, G.; RAMSER, R. The truck dispatching problem. Management Science, 1959. Disponível em < <http://pubsonline.informs.org/doi/pdf/10.1287/mnsc.6.1.80> > . Acesso em 30 jun. 2014, 13:39.

DOTAFENO, T; STEINER, M. **Otimização das Rotas de Coleta de Resíduos Urbanos utilizando Técnicas de Pesquisa Operacional**.

2009. Disponível em < www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/xxxii_cnmac/pdf/55.pdf >. Acesso em 21 out 2014

FRAGA, Luiz Augusto Ferreira; BRANDALIZE, Adalberto. **Administração de Transporte :o grande diferencial logístico**. Revista Ciências Empresariais, 2008. Disponível em <<http://web.unifil.br/docs/empresarial/3/2.pdf>>. Acesso em 21 abr. 2014, 14:21.

GANDELMAN, D. **Busca dispersa aplicada ao problema de roteamento de veículos com múltiplos depósitos**. Dissertação- Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010. Disponível em < fenix3.ufrj.br/60/teses/coppe_m/DanAbensurGandelman.pdf>. Acesso em 28 jul. 2014.

GONÇALVES, S.; STEINER, M.;SOUZA, L. **Metodologia para o PRV: um estudo de caso para a distribuição de água mineral**. 2013. Disponível em < <http://omnipax.com.br/livros/2013/MHPO/mhpo-cap13.pdf> >. Acesso em 21 jul. 2014.

GUIMARÃES, T.; SCARPIN, C.; STEINER, M.; **Uma nova abordagem heurística para a resolução do problema do roteamento de veículos capacitados**. Revista Gestão Industrial, 2011. Disponível em < revistas.utfpr.edu.br/pg/index.php/revistagi/article/download/729/708>. Acesso em 01 jul. 2014.

HEURÍSTICAS de Savings e Inserção Mais Distante. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, [200-?]. Disponível em < http://www-usr.inf.ufsm.br/~andrezc/ia/heuristicas_construtivas_transparencias2.pdf >. Acesso em 10 jul. 2014.

HÖRNER, D. **Resolução do problema das p-medianas não capacitado**: Uma comparação de técnicas heurísticas. 2009. 104 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção), Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil.

LAPORTE, G.; MARTELLO, S. **The Selective Traveling Salesman Problem**. Discrete Appl. Math, 1990.

LISBOA, F. **Grasp para o problema de roteamento de veículos com multi-compartimentos e restrição de janela de tempo**. 2007. 98 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Centro de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual do Norte Fluminense. Campos dos Goytacazes, Brasil.

LUIZELLI, M; GARCIA, V. **ANÁLISE DE HEURÍSTICAS DE ROTEAMENTO**. Universidade Federal do Pampa, 2010. Disponível em <http://alegrete.unipampa.edu.br/gesep/wp-content/uploads/2010/05/CRICTE_2010_Analise_heuristicas_roteamento.pdf> . Acesso em 20 out. 2014.

KIM, B; SHIM, J; ZHANG, M. **Comparison of TSP Algorithms**. 1998. Disponível em <<http://bardzo.be/0sem/NAI/rozne/Comparison%20of%20TSP%20Algorithms/Comparison%20of%20TSP%20Algorithms.PDF>>. Acesso em 20 out. 2014.

KRETZSCHMAR, L; NUNES, L; BENEVIDES, P; COSTA, D. **Análise de resultados na construção de rota para o problema do caixeiro viajante**. Congresso de Matemática Aplicada e Computacional, 2013. Disponível em <<http://www.sbmac.org.br/cmaccs/cmac-se/2013/trabalhos/PDF/4374.pdf>>. Acesso em 29 jun. 2014.

MARQUES, Vitor. **Utilizando o TMS (Transportation Management System) para uma Gestão Eficaz dos Transportes**. COPPEAD/Centro de Estudos em Logística, 2002. Disponível em: <http://www.ilos.com.br/web/index.php?OPTION=com_content&task=view&id=1100&Itemid=74&lang=pt> Acesso em 23 abr. 2014.

NADAL, C. **Sistemas de referência e tempo em Geodésia**. Apresentação em slide, [201-?]. Disponível em <<http://slideplayer.com.br/slide/1596645/>>. Acesso em 28 out. 2014.

NASCIMENTO, D; FIGUEIREDO, J; CASALI, R; MAYERLE, S; **Análise Comparativa de Algoritmos Heurísticos para Resolução do Problema do Caixeiro-Viajante em Grafos Não Clusterizados.** XXIV Encontro Brasileiro de Engenharia de Produção, 2007. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2004_enegep0601_0567.pdf>. Acesso em 30 jun. 2014.

NASCIMENTO, I; VOLTI, N. **Uma ferramenta computacional baseada em heurísticas para o problema de roteamento na entrega de refeições.** Seminário Brasileiro de Pesquisa Operacional, Bento Gonçalves, 2010. Disponível em <www.sobrapo.org.br/sbpo2010/xliisbpo_pdf/74587.pdf>. Acesso em 21 out. 2014.

OLIVEIRA, J.; CARRAVILLA, M. **Técnicas aproximadas para a resolução de problemas de OPTimização Combinatória.** Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2001. Disponível em <<http://paginas.fe.up.pt/~mac/ensino/docs/MAD20012002/OPTComb3.pdf>>. Acesso em 09 jul. 2014.

ORTIN, Sileno Marcos Araujo. **A aplicação da roteirização de transportes como diferencial competitivo.** Administradores, 2010. Disponível em: <<http://www.administradores.com.br/artigos/economia-e-financas/a-aplicacao-da-roterizacao-de-transportes-como-diferencial-competitivo/48906/>>. Acesso em 23 abr. 2014, 14:16.

ORWELL, George. **1984.** São Paulo, SP: Claroenigma, 2010. 414 p.

RODRIGUEZ, M. A. P.; **Problema do caixeiro viajante Um algoritmo para resolução de problemas de grande porte Baseado em busca local dirigida.** 2000, 104 f. Dissertação- Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, 2006. Disponível em <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/78463/161353.pdf?sequence=1>>. Acesso em 03 jul. 2014.

RODRIGUES, S. B. **A metaheurística colônia de formigas aplicada a um problema de roteamento de veículos: caso da Itaipu Binacional.** Dissertação (Mestrado em métodos numéricos em engenharia – área de concentração em programação matemática). Setor de tecnologia e ciências exatas, UFPR, Curitiba, 2007. Disponível em <<http://www.ppgmne.ufpr.br/arquivos/diss/176.pdf>>. Acesso em 21 jul. 2014.

SCARPIN, C; GUIMARÃES, T; STEINER, M. **Gerenciamento das entregas centralizadas de uma rede de lojas de varejo à luz do problema de roteamento de veículos capacitados com frota heterogênea** Seminário Brasileiro de Pesquisa

Operacional, Bento Gonçalves, 2010. Disponível em <<http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2010/pdf/72565.pdf> >. Acesso em 21 out. 2014.

SCHILDT, H. **C, completo e total**. 3. ed., rev. e atual. São Paulo: Makron, c1997. xv, 827 p.

SCHOPF, E.; SCHEPKE, C.; SILVA, SILVA, P. **Avaliação de heurísticas de melhoramento e da metaheurística busca tabu para solução de PRV**. Centro de Eletrônica e Tecnologia Universidade Federal de Santa Maria, [200-]. Disponível em <<http://www.inf.ufrgs.br/~cschepke/graduacao/AvaliacaoDeHeuristicasDeMelhoramentoETabu.pdf> >. Acesso em 15 jul. 2014.

SILVA, E.; MENEZES, E. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 4. ed. rev. atual, Florianópolis: UFSC, 2005. 138p. Disponível em <https://projetos.inf.ufsc.br/arquivos/Metodologia_de_pesquisa_e_elaboracao_de_teses_e_dissertacoes_4ed.pdf>. Acesso em 19 jul. 2014.

SILVA, G; SILVA, F.; RUSSI, D.; PAZOTI, A.; SISCOOTTO, R. **Algoritmos heurísticos construtivos aplicados ao problema do Caixeiro viajante para a definição de rotas otimizadas** 2013. Disponível em <<http://revistas.unoeste.br/revistas/ojs/index.php/ce/article/viewFile/939/995>>. Acesso em 10 jul. 2014.

VASCONCELOS, A. **Algoritmos Evolutivos Aplicados à Solução do Problema das p-Medianas**. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional) . Centro Federal de Educação Tecnológica Federal de Minas Gerais, 2010. Disponível em <http://www.files.scire.net.br/atricio/cefet-mg-ppgmmc_upl//THESIS/16/andersonmoreiradevasconcelos.pdf >. Acesso em 21 out 2014.