UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

MARTA BURDA SCHASTAI

PRÓ-LETRAMENTO EM MATEMÁTICA: PROBLEMATIZANDO A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÕES – UMA CONTRIBUIÇÃO PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

DISSERTAÇÃO

PONTA GROSSA
2012

MARTA BURDA SCHASTAI

PRÓ-LETRAMENTO EM MATEMÁTICA: PROBLEMATIZANDO A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÕES – UMA CONTRIBUIÇÃO PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Ponta Grossa. Área de Concentração: Ciência, Tecnologia e Ensino.

Orientadora: Profª Dra. Sani de Carvalho Rutz da Silva

PONTA GROSSA
2012

Ficha catalográfica elaborada pelo Departamento de Biblioteca
UTFPR Câmpus Ponta Grossa
n. 32/2012

S311 Schastai, Marta Burda

Pró-letramento em matemática: problematizando a construção do conceito de frações – uma contribuição para a formação de professores. / Marta Burda Schastai. Ponta Grossa, 2012.
210 f.: il. 30 cm.

Orientadora: Profa. Dra. Sani de Carvalho Rutz da Silva

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação.

Inclui: Guia Didático.

1. Formação continuada. 2. Frações - Estudo e ensino. 3. Ensino fundamental. 4. Pró-Letramento. I. Silva, Sani de Carvalho Rutz da. II. Título.

CDD 507

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus de Ponta Grossa
Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

FOLHA DE APROVAÇÃO

Título da Dissertação Nº 42/2012

PRÓ-LETRAMENTO EM MATEMÁTICA: PROBLEMATIZANDO A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FRAÇÕES – UMA CONTRIBUIÇÃO PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

por

Marta Burda Schastai

Esta dissertação foi apresentada às 14 horas de 19 de junho de 2012 como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, com área de concentração em Ciência, Tecnologia e Ensino, linha de pesquisa em Fundamentos e metodologias para o ensino de ciências e matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. A candidata foi argüida pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo citados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Francisco Roberto Pinto Mattos (UERJ)

Prof[a]. Dra. Zélia Maria Lopes Marochi (UEPG)

Prof[a]. Dra. Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro (UTFPR)

Prof[a]. Dra. Sani de Carvalho Rutz da Silva (UTFPR) – Orientadora

Prof[a]. Dra. Sani de Carvalho Rutz da Silva
Coordenadora do PPGECT

A FOLHA DE APROVAÇÃO ASSINADA ENCONTRA-SE NO DEPRTAMENTO DE REGISTROS ACADÊMICOS DA UTFPR – CÂMPUS PONTA GROSSA

Aos meus pais, Joana e Alexandre, que sempre acreditaram que o estudo é o único caminho seguro para uma vida melhor.

Aos meus padrinhos Marta e Gilberto e a tia Genoveva que me receberam em suas casas quando criança para eu pudesse dar continuidade nos estudos de 5ª a 8ª séries e o antigo 2º grau.

Ao meu esposo José, por ser "o esposo" companheiro de todas as horas.

A todos os meus alunos que contribuíram significativamente para que estivesse em constante formação.

AGRADECIMENTOS

A Deus, presença constante em todos os dias de minha vida.

Aos professores, funcionários e coordenadores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia por terem contribuído com a minha formação.

A Professora doutora Dra. Sani de Carvalho Rutz da Silva, pelo trabalho de orientação desenvolvido com muita competência, dedicação e paciência. Obrigada por ter me possibilitado enxergar mais longe.

Aos professores doutores, Francisco R. P. Mattos, Zélia M. L. Marochi e Nilcéia A. M. Pinheiro pelas sugestões e comentários que contribuíram para a elaboração do texto dessa dissertação. Posso afirmar seguramente que valeu a pena tê-los conhecido e um pouco de cada um ficará comigo, não fechado a sete chaves, mas será repassado a todas as pessoas com as quais tiver a oportunidade de conviver com o objetivo de construir uma sociedade com mais sabedoria, justiça e fraternidade.

As professoras da Rede Municipal de Ensino que participaram das oficinas pedagógicas sempre dispostas, dedicadas, prestativas, entusiasmadas e preocupadas com a aprendizagem de seus alunos. Agradeço de coração pela contribuição de cada uma de vocês.

Aos amigos, Miguel Dombrowski, Carlos T. de Miranda, Carlos H. Wiens, Claudemir Fischer, Arilson S. Ribas, Elizabeth R. S. de Farias, Silvia R. Medeiros, Alexsandra Bitecouski, Marislei Zaremba, Petronella J. M. Leenstra, Maria de Fátima M. Almeida, Tereza J. Luporini, Maria M. Soistak, Lurdes Thomaz, Joana D'Arc Ferreira, Maria Elganei Maciel, e Elisangela K. Martins, pelo incentivo e apoio incondicional em todos os momentos.

Aos colegas e amigos da SME e do Colégio Linda Bacila, pelo convívio, carinho, dedicação e paciência dispensados durante minha caminhada.

Ao professor Luiz Gonzaga, por ter feito acreditar na minha capacidade de aprender e de ensinar.

A todos que, de algum modo, contribuíram para a concretização desta pesquisa. Em especial a minha sogra Júlia e a cunhada Lidia pelo incentivo.

O professor como pesquisador de sala de aula pode aprender a formular suas próprias questões, a encarar a experiência diária como dados que conduzem a respostas a essas questões, a procurar evidências não confirmadoras, a considerar casos discrepantes, a explorar interpretações alternativas. Isso é o que o verdadeiro professor deveria fazer sempre. A capacidade de refletir criticamente sobre sua própria prática e de articular essa reflexão para si próprio e para os outros, pode ser pensada como uma habilidade essencial que todo professor bem preparado deveria ter.

(ERICKSON F., 1986).

RESUMO

SCHASTAI, Marta Burda. **Pró-Letramento em Matemática: Problematizando a construção do conceito de frações – uma contribuição para a formação de professores**. 2012. 204 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná. Ponta Grossa. 2012.

O presente estudo teve como objetivo contribuir na formação de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a partir de oficinas pedagógicas baseadas no fascículo de frações do Programa de Formação Continuada Pró-Letramento Matemática. A pesquisa foi realizada no ano de 2011, em um curso de 30 horas para 16 professores do 2º ano do 2º ciclo (antiga 4ª série) do Ensino Fundamental de 9 anos da Rede Municipal de Ensino de Ponta Grossa. Do ponto de vista metodológico, o estudo inseriu-se em uma pesquisa interpretativa de natureza qualitativa e finalidade aplicada. Para coleta de dados foram utilizados os seguintes instrumentos: o questionário, o Pré-teste, o Pós-teste, o Diário Coletivo e o Diário de Bordo. A partir do questionário foi possível traçar o perfil dos professores e com os resultados do Pré-teste foram detectadas as dificuldades e os obstáculos que os professores encontravam no ensino de frações. Após análise e avaliação dos dados obtidos com estes instrumentos foram organizadas sete oficinas pedagógicas visando o aprofundamento do conteúdo e estratégias de ensino. Os registros do Diário de bordo foram utilizados pela pesquisadora/aplicadora para a confirmação e/ou adaptações nas oficinas de modo atender as necessidades dos professores participantes do curso. Ao término das oficinas foi aplicado o Pós-teste, que juntamente com os comentários registrados pelos professores no Diário Coletivo, serviu de parâmetro para avaliar o aprendizado durante as oficinas. Ao final do curso percebeu-se que as atividades realizadas nas oficinas pedagógicas contribuíram para ampliar o conhecimento dos professores tanto no aprofundamento conceitual quanto nas estratégias de ensino, e ainda evidenciou-se a relevância do acompanhamento sistematizado das equipes centrais das instituições mantenedoras (Secretarias Municipais e Estaduais de Educação), para que o professor não se sinta isolado diante do desafio de ensinar e possa propiciar aos seus alunos uma aprendizagem cada vez melhor. Como produto final desse trabalho, apresenta-se o Caderno Pedagógico: “As oficinas na formação continuada de professores - uma estratégia do Pró-Letramento Matemática para a construção do conceito de frações”, cuja finalidade é a de orientar ações pedagógicas no ensino de frações.

Palavras-chave: Formação continuada. Ensino de frações. Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Pró-Letramento.

ABSTRACT

Schastai, Marta Burda. **Pro-literacy Mathematics: Questioning the construction of the concept of fractions - a contribution to the training of teachers.** 2012. 204 f. Dissertation (Master of Teaching Science and Technology) Program - Graduate School of Science and Technology. Federal Center of Technological Education of Parana. Ponta Grossa. 2012.

The present study aimed to contribute to the training of teachers of the first years of elementary school from teaching workshops based on issue fractions of the Program of Continuing Education Pro-Literacy Mathematics. The survey was conducted in 2011, on a course of 30 hours for 16 teachers in the 2nd year of the 2nd cycle (former 4th grade) elementary school for nine years the Municipal School of Ponta Grossa city. From the methodological point of view, the study entered into a qualitative interpretative research and applied purposes. For data collection we used the following instruments: the questionnaire, the Pre-test, the Post-test, the Collective Diary and Diary. From the questionnaire it was possible to trace the profile of teachers and the results of the pre-test were found difficulties and obstacles that teachers were in teaching fractions. After analysis and evaluation of data obtained with these instruments were organized seven workshops aimed at deepening the educational content and teaching strategies. The logbook records were used by the Researcher/Applicator for confirmation and adaptations in the workshops so teachers meet the needs of course participants. At the end of the workshops was applied post-test, which along with the comments recorded by teachers in the Journal Collective, served as parameter for assessing learning during the workshops. At the end of the course it was noted that activities in educational workshops contributed to the knowledge of teachers both in conceptual and deepening the teaching strategies, and also revealed the importance of systematic monitoring of the core teams of institutions offering (Municipal Education and State), so that the teacher does not feel isolated from the challenge of teaching and can provide its students with a learning better. As a final product of this work, we present the Educational Booklet: "The workshops on continuing education of teachers - a strategy of Pro-Literacy Mathematics for the construction of the concept of fractions", whose purpose is to guide pedagogical practices in teaching fractions.

Keywords: Continuing education. Teaching fractions. First years of elementary school. Pro-Literacy.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas as pesquisas sobre a formação de professores têm se intensificado e esses profissionais passam a ser considerados como mediadores nos processos de formação de cidadãos, na superação dos fracassos escolares e na redução das desigualdades sociais.

No XVI Fórum Nacional[1] realizado no Rio de Janeiro no período de 17 a 20 de maio de 2004 foi instituído o Seminário Especial sobre o modelo de educação proposto à sociedade brasileira pelo governo Fernando Henrique Cardoso no ano de 1998, e que teve continuidade no governo Luis Inácio da Silva, com a seguinte pauta,

> Face às novas postulações da cidadania e do mundo do trabalho, a escolarização adquire papel ainda mais significativo e estratégico. Novas formas de trabalho, de ocupação e de lazer exigem, cada vez mais, o conhecimento como base necessária à participação social e política. A informação e a comunicação penetram os mais recônditos espaços da vida privada e social. Ressalte-se que as composições relativas à organização do conhecimento vêm sofrendo mudanças significativas. Os limites estanques entre os diferentes campos de conhecimento sofrem contínuas erosões, o entrelace entre esses campos é cada vez maior. Daí a metáfora da realidade em rede, entrelaçada de fios que formam um tecido cada vez mais complexo. Não é à toa que, na dinâmica da própria vida social, a noção de competência, não como conteúdo, mas como um conceito regulador e sintético, vem se impondo como lente de leitura de um "concreto cada vez mais síntese de múltiplas determinações". Por isso, à escola não se pode mais pedir apenas a transmissão de informações. As informações a serem repassadas pela escola precisam ser permeadas pela busca de novos sentidos e de novas realidades. Somente assim, no espaço escolar

---

[1] Fórum Nacional é uma associação que conta com cerca de cem dos principais economistas, sociólogos e cientistas políticos do país, criado no ano de 1988 com a finalidade de oferecer propostas concretas para a modernização da sociedade brasileira. Em 1991, o Fórum Nacional foi formalizado e adquiriu permanência, com a criação do Instituto Nacional de Altos Estudos - INAE, sociedade civil sem fins lucrativos. O Fórum Nacional não é uma simples instituição de pesquisa, ou órgão de debates. Funciona como agente da sociedade civil, em caráter independente e apartidário e com sentido pluralista. Sua preocupação é contribuir para o diálogo das lideranças nacionais, públicas e privadas (Poder Executivo, Congresso, Poder Judiciário, organizações empresariais, sindicais, acadêmicas, confessionais, comunitárias, personalidades de prestígio e influência), promovendo diálogo orientado pela busca de caminhos para o desenvolvimento do país, em suas múltiplas dimensões: econômica, social, política, cultural. E voltado para o processo de tomada das decisões para tanto relevantes (INAE – Fórum Nacional. Disponível em: <www.inae.org.br/sec.php?s=251&i=pt&e=F016>. Acesso em 10 set. 2011.

> talhado em anos sequenciais, será possível que o professor ensine, que o aluno aprenda e que ambos continuem a aprender por intermédio de outros meios extra-escolares. Consequentemente**,** no desenvolvimento das capacidades abstrativas que o espaço escolar propicia como formação básica inicial, haverá o gosto por continuar a “aprender aprendendo” – desde que, logicamente, alguem ensine; haverá a inclusão de aspectos éticos e socioculturais como componentes curriculares, o que insere, na rede de informações, conteúdos vinculados às problemáticas sociais (grifos no original) (VELLOSO e ALBUQUERQUE , 2004, p. 58).

Seguindo o modelo de educação proposto neste discurso, o professor deveria ser um profissional plural e estratégico. Tardif et al (1991, p. 9) explicam que é plural porque deve ser detentor de “saberes das disciplinas, dos saberes curriculares, dos saberes profissionais e dos saberes da experiência” e estratégico porque ocupa “uma posição especialmente significativa no interior das relações complexas que unem as sociedades contemporâneas aos saberes que elas produzem e mobilizam com diversos fins**”.**

Vê-se assim, que o modelo de ensino pretendido na escola formal exige um professor reflexivo e que sua formação seja abrangente. Porém, as pesquisas voltadas para a análise docente revelam que as práticas pedagógicas nas organizações escolares não condizem com este tipo de profissional.

Críticos do modelo da formação do professor relatam o distanciamento entre o que se aprende nos bancos acadêmicos e a realidade da prática na sala de aula. Entre estes críticos pode-se apontar Pimenta (2007, p.16) quando comenta que prevalece na formação do profissional professor “um currículo formal com conteúdos e atividades de estágios distanciados da realidade das escolas, numa perspectiva burocrática e cartorial que não dá conta de captar as contradições presentes na prática social de educar...”

Segundo Buriasco (1999) a maioria dos professores passa pelo menos doze anos em bancos acadêmicos, quietos, passivos, enquanto seus professores falam ou escrevem no quadro, conteúdos para serem decorados e depois repetidos nas provas, bastando memorizar para se formar, sair da universidade e colocar em prática o mesmo sistema de ensino que recebeu, usando em sua prática profissional, “o mesmo modelo passivo com que foram formados, e transmitem informações em lugar de estimular a descoberta” (BURIASCO, 1999, p. 62).

A opinião generalizada é de que nas ciências da educação houve por muito tempo negligência em relação aos saberes necessários para que o desenvolvimento da capacidade e competência do professor fosse suficiente para cumprir as exigências do ensino formal que hoje se pretende.

Buriasco (1999, p. 54) resume estas opiniões comentando que há na formação do professor um “formato apenas expositivo das aulas que estimula um aprendizado passivo; os futuros professores são acostumados muito mais a receber conhecimento do que a se apropriar dele, ou a criá-lo”. Complementando este posicionamento a autora afirma que a formação do professor que leciona Matemática concentra-se na prática matemática e não na prática do professor de Matemática, havendo “ausência de um olhar sobre o conteúdo matemático” necessário para a Educação Básica.

Hoje, os resultados das avaliações externas como a Prova Brasil, Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica - SAEB e dados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB mostram que, embora haja uma melhora significativa na qualidade da escola pública, ainda não foi atingido o patamar desejável especialmente ao se comparar com os resultados obtidos pelos países desenvolvidos. Há programas específicos de acompanhamento pedagógico e recursos financeiros para aquelas escolas que obtiveram notas muito baixas no IDEB, contudo, estes programas necessitam de profissionais devidamente capacitados para efetivar a qualidade do ensino almejado.

Na escola, o objetivo é que os alunos aprendam mais e melhor em todas as áreas do currículo escolar. Na área de Matemática é desejável que o aluno desenvolva raciocínio lógico, tenha autonomia, saiba argumentar, construir e apropriar-se do conhecimento para que possa compreender e transformar a sociedade em que vive, apreenda o significado dos objetos ou de acontecimentos para relacioná-los com outros objetos e acontecimentos favorecendo as conexões; construa os saberes matemáticos sob a relevância social; tenha como materiais didáticos recursos da informática e dos materiais comuns ao cotidiano de sua vida; enfim, que o aluno apreenda conceitos e tenha domínio de procedimentos e desenvolvimento de atitudes (PCN, 2001).

Nesse sentido levantam-se os seguintes questionamentos em relação ao ensino de fração na Educação Básica: “Como pode um conteúdo ser trabalhado durante 5, 6, 7 ou mais anos e o aluno não ter aprendido?”, “Que tipo de Ensino e Aprendizagem é esse?”, “O que falta para que o professor possa ensinar mais e o aluno aprender melhor?”.

Uma resposta para estes questionamentos pode ser encontrada na formação continuada dos professores. Se há consenso de que a formação inicial é necessária e essencial, e que ao mesmo tempo, nela existe distanciamento da realidade de sua prática profissional, é justificável pensar e realizar ações de formação continuada no sentido de,

> ...promover aprendizagens que despertem a capacidade do educador para: interagir com a problemática do contexto no qual a instituição está inserida; buscar constantemente a atualização dos conhecimentos adquiridos, tanto dentro como fora do contexto escolar; enfrentar os conflitos e demandas atuais; interagir com o grupo, em discussões e na troca de experiências; inserir-se num contexto interdisciplinar de trabalho; relacionar-se com outras áreas de atuação (FELDMANN, 2009, p. 13).

Considerando que a formação inicial do professor é fundamental e indispensável para que ele adquira conhecimentos técnicos, que tenha sólidos conhecimentos básicos e uma formação metodológica e, ao mesmo tempo, tenha ciência de que esses conhecimentos não são suficientes para a sua prática profissional, a formação continuada torna-se necessária, pois é uma forma do profissional professor desenvolver competências de ensino e aprendizagem. Segundo Ribas (2005, p. 7) a “formação do professor é um processo abrangente que nunca está concluído”.

Nestas proposições, na condição de pesquisadora e professora atuante do Ensino Médio da Rede Estadual de Ensino é possível afirmar que nas salas de aula em relação aos conteúdos ensinados, muitas vezes, o aluno vê o mesmo conteúdo durante 4, 5, 6 anos ou mais e, ao final da Educação Básica que corresponde o término do Ensino Médio, ainda não sabe solucionar problemas básicos da aprendizagem pretendida nos currículos.

Tomando como exemplo o conteúdo de frações, percebe-se que são raros os alunos que conseguem resolver situações-problemas que envolvem cálculos com os números fracionários, ainda que estejam no Ensino Médio. Quando se deparam com as frações ficam aguardando a explicação do professor, não têm iniciativa sequer para começar a resolver o exercício ou o problema.

Este comportamento revela que os alunos não entendem o que as frações representam e nem os algoritmos, mesmo sendo um conteúdo do Ensino Fundamental, que deveria ter sido assimilado antes do ingresso no Ensino Médio. Investigando esta situação, o resultado revela tanto queixas dos professores sobre a falta de iniciativa dos alunos, quanto reclamações destes por não entenderem os conteúdos.

Analisando ainda, os procedimentos metodológicos adotados nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), a autora do presente trabalho percebeu uma grande quantidade de exercícios de frações descontextualizados, prevalecendo o ensino dos algoritmos, e os alunos confundindo o algoritmo da adição com o algoritmo da multiplicação de frações.

Como profissional atuante na Secretaria Municipal de Educação, nos anos de 2006 a 2008, enquanto realizava o acompanhamento pedagógico nas escolas do primeiro segmento do Ensino Fundamental, a pesquisadora observou em diversas turmas que alunos do segundo ciclo (antiga 3ª e 4ª séries) realizavam a leitura das frações mecanicamente sem dar significado ao que liam, e representavam as frações por meio de desenho fazendo a “divisão” de um inteiro em partes e pintando a parte correspondente ao numerador quando se tratava de frações próprias e, quando se tratava de frações impróprias, muitos alunos faziam a inversão dividindo o inteiro de acordo com as partes indicadas no numerador e pintando as partes indicadas no denominador.

A palavra “divisão” está entre aspas, porque na verdade, os alunos apenas repartiam o todo em partes sem levar em consideração que as partes deveriam ser iguais em relação à área ocupada.

Fatos esses também foram encontrados em algumas pesquisas realizadas por educadores pesquisadores como MERLINI (2005); MOUTINHO (2005); NUNES (2005); SANTOS (2005), entre outros. Estas pesquisas têm apontado dificuldades relacionadas à aquisição do conceito de fração, tanto no ensino, quanto na aprendizagem. Atribuindo-se tal situação a uma ênfase exagerada em procedimentos e algoritmos e uma insistência generalizada em traduzir o conceito de números fracionários utilizando apenas o significado parte-todo, a partir de sua representação a/b com “a”, “b” inteiros e “b” diferente de zero.

Segundo Campos e Coll *apud* NUNES (1997, p. 191), esse “método de ensino [...] simplesmente encoraja os alunos a empregar um tipo de procedimento de contagem dupla – ou seja, contar o número total de partes e então as partes pintadas - sem entender o significado desse novo tipo de número”.

Nos anos de 2009 e 2010 a pesquisadora ingressou como tutora do Programa de Formação Continuada Pró-Letramento Matemática[2] para professores das Séries/Anos Iniciais e confirmou que a dificuldade do aprendizado a partir de atividades contextualizadas envolvendo frações, também residia no fato de que, tanto o aluno quanto o professor não estabeleciam uma relação direta do número fracionário com o número racional.

Sob essa constatação evidenciou-se que faltava à formação do professor “ver” o número fracionário como algo útil e necessário no cotidiano. Dividir uma pizza ou uma barra de chocolate não era suficiente para alcançar o conceito utilitário do número fracionário, de “enxergá-lo” como algo quantificável e, especialmente, estabelecer sua relação com o número racional. Detectou-se, assim, uma lacuna na formação acadêmica do professor que, preso aos livros didáticos, limita-se a trabalhar com “figuras geométricas divididas igualmente, algumas partes destacadas, o resultado sendo associado a uma designação e símbolo para essas partes, mas não claramente uma quantificação” (BERTONI, 2008, p. 212).

Na função de tutora do Programa de Formação Continuada Pró-Letramento Matemática no ano de 2009, tendo como base o estudo do Fascículo de Frações, a pesquisadora confirmou a necessidade de propor uma formação para professores dos Anos Iniciais direcionada ao ensino dos números fracionários utilizando estratégias pedagógicas que poderiam proporcionar não só a construção do conceito de fração, como também de estratégias de ensino.

---

[2] Pró-letramento Matemática é um programa de formação continuada de professores para melhoria da qualidade de aprendizagem da leitura/escrita e matemática nas séries iniciais do ensino fundamental. É realizado pelo MEC com a parceria de Universidades que integram a Rede Nacional de Formação Continuada e com adesão dos estados e municípios. Dele podem participar todos os professores que estão em exercício nas séries iniciais do ensino fundamental das escolas públicas (BRASIL, 2008).

Perceber a lacuna existente na formação dos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, no que se refere ao ensino de frações, levou a pesquisadora a tentar vencer esse obstáculo que dificulta o ensino e aprendizagem e, ao ingressar no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR no ano de 2010 organizou um curso de formação continuada com sete oficinas abordando o conteúdo de frações para os professores da Rede Municipal de Ensino de Ponta Grossa.

Como pesquisadora e em condições de ser a Aplicadora das oficinas tornou-se a autora do Caderno Pedagógico anexo a esta dissertação que foi elaborado tendo como suporte teórico e metodológico o Fascículo de Frações produzido pelos professores dos cinco centros de Formação Continuada em Educação Matemática e Científica da Rede Nacional de Formação Continuada, das Universidades UFES, UFRJ, UNISINOS, UNESP e UFPA para o Programa Pró-Letramento Matemática.

Para a organização do Caderno Pedagógico também foram levadas em consideração as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN que se referem a não sistematização do ensino de Matemática apenas pelo critério lógico, mas também levando em consideração a prática social do conhecimento.

Nas oficinas, a pesquisadora buscou colocar em evidência que é na sala de aula que o professor, a partir da sua concepção de ensino e aprendizagem e de sua prática pedagógica, pode contribuir para o aluno ampliar, construir ou reconstruir conceitos matemáticos que facilitem a compreensão de significados ou para que não se mecanize um único algoritmo. Isso não significa que não se deva trabalhar com os algoritmos, mas que o aluno compreenda “porque” e “o quê” está fazendo e que possa ter condições de optar pelo algoritmo que achar conveniente em cada situação que o requeira.

Partindo desse contexto a presente pesquisa pautou-se nos dados obtidos da aplicação de um questionário (Anexo A), nos resultados do Pré-teste (Anexo B); do Pós-teste (Anexo C); além das atividades desenvolvidas nas Oficinas Pedagógicas que fizeram parte do Caderno Pedagógico que complementa a presente dissertação. Foi ainda elaborado o Diário Coletivo, em que os professores cursistas registraram suas reflexões, dúvidas e sugestões no decorrer do desenvolvimento das oficinas. Também foi utilizado o Diário de Bordo para a pesquisadora, na função de Aplicadora, registrar suas observações durante a realização das oficinas.

Ressalta-se que, a figura da professora formadora a qual é a própria pesquisadora aqui denominada como professora Aplicadora foi indispensável para que esse processo de fato se efetivasse numa perspectiva crítica e emancipadora, pois é na relação professor/professor, professor/aluno, professor/material de apoio, material de apoio/professor/formador, professor/formador que se constitui uma sociedade aprendente.

1.1 PROBLEMA

Inúmeros seminários, simpósios, reuniões técnicas e encontros têm demarcado nas últimas duas décadas os esforços de educadores para que a formação do professor que leciona Matemática seja relevante com o objetivo de torná-lo um profissional que contribua efetivamente na formação integral dos alunos ao longo do Ensino Fundamental.

Como resultado destes esforços houve a constatação de que a formação inicial não tem sido suficiente para esta capacitação, clarificando assim a importância da formação contínua como complemento essencial para o profissional professor contribuir para o desenvolvimento da educação que hoje se almeja nas escolas.

Entre as ações resultantes desta constatação, aponta-se o Programa Pró-Letramento Matemática no ano de 2008, que se consagrou como uma iniciativa que contribui para a melhoria da qualidade do ensino nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, oferecendo suporte à ação pedagógica dos professores de forma que possam proporcionar em sala de aula a compreensão da Matemática nos processos de ensino e aprendizagem.

O projeto da presente dissertação teve como base o princípio de que uma formação continuada para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental era essencial para a construção do conceito de frações, compreensão dos algoritmos e diversificação de estratégias de ensino, considerando que esse conteúdo da forma como estava sendo ensinado em sala de aula era prejudicado pela prática de um ensino mecânico e estanque.

Assim utilizando os princípios da problematização dos conteúdos e das práticas cotidianas dos professores no ensino de frações questionou-se no presente estudo: Quais contribuições às oficinas pedagógicas baseadas no Programa de Formação Continuada para Professores das Séries/Anos Iniciais Pró-Letramento Matemática podem trazer no sentido de potencializar a competência dos professores no ensino de frações?

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

- Desenvolver oficinas pedagógicas direcionadas ao ensino de frações tendo como referência o Pró-Letramento Matemática, visando à construção de conceitos e algoritmos por meio de diferentes estratégias de ensino.

1.2.2 Objetivos Específicos:

- Identificar quais conceitos sobre os números fracionários são dominados pelos professores que atuam nos Anos Iniciais.
- Identificar os procedimentos metodológicos utilizados pelos professores no ensino de frações.
- Explorar nas oficinas pedagógicas o conceito de fração, a representação fracionária e as operações de adição e subtração.

- Elaborar um Caderno Pedagógico para professores formadores contendo oficinas com alternativas para o ensino dos números fracionários.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação foi estruturada em cinco seções, sendo que a primeira é a introdução do presente trabalho e apresenta a justificativa da escolha do tema, o levantamento da problemática e os objetivos a serem alcançados.

A segunda seção destinou-se ao apoio teórico fundamentado em pesquisadores como Schön (1992 e 2010), Feldmann (2009), Moreira e David (2O06 e 2010), Nunes e Bryant (1970), Smole e Diniz (2001), Vygotsky (2008), Vergnaud (1994), Onuchic e Allevato (1999), Belfort e Vasconcelos (2006), Lins e Silva (2008), D’Ambrosio (1989), Tardif (1991), Borba e Skovsmose (2001), entre outros com igual importância, que direcionaram suas pesquisas para a Educação. Nessa seção foi abordada a formação inicial e continuada dos professores, o ensino de matemática, a formação matemática do professor, o ensino e aprendizagem de frações, o ensino a partir da resolução de problemas numa perspectiva metodológica e a fração e seus diferentes significados.

Na terceira seção foi apresentada a metodologia para a realização das oficinas pedagógicas, expondo o delineamento metodológico que conduziu a pesquisa, a discussão teórica da metodologia adotada, o universo de estudo e a descrição de cada um dos instrumentos utilizados: questionário (Anexo A), Pré-teste (Anexo B), Pós-Teste (Anexo C), Diário de Bordo e o Diário Coletivo. Também foi apresentado o processo de seleção dos professores cursistas, a definição do local e do cronograma dos encontros.

Na quarta seção foram descritas as ações estratégicas propostas para o desenvolvimento da presente pesquisa. Estas ações constaram da apresentação do projeto de pesquisa, da aplicação/análise do questionário e do Pré-teste, da descrição do desenvolvimento das Oficinas e dos comentários sobre o resultado da aplicação do Pós-teste.

Na quinta seção foram apresentadas as considerações finais em relação à formação continuada de professores. Esta seção foi dividida em três partes: a primeira apresenta a conclusão respondendo a problemática levantada na presente dissertação, a descrição de como o objetivo proposto foi atingido, bem como a contribuição que a pesquisa trouxe para o ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Na segunda parte foram expostas as limitações ocorridas no desenvolvimento do trabalho e na terceira parte foram apresentadas sugestões para dar continuidade à pesquisa sobre formação continuada.

2 APORTE TEÓRICO

Este capítulo está subdividido em seis subtítulos: Formação Inicial e Formação Continuada dos Professores, Ensino de Matemática, Formação Matemática do Professor, Ensino e Aprendizagem de Frações, o Ensino de Matemática a partir da Resolução de Problemas numa Perspectiva Metodológica e a Fração e seus diferentes significados.

2.1 FORMAÇÃO INICIAL E FORMAÇÃO CONTINUADA DOS PROFESSORES

É generalizada no meio educativo a discussão sobre a necessidade dos professores estarem em contínua formação, consequentemente são diversos os autores que se dedicam a estudar como vem se desenvolvendo este processo, conforme afirma Ribas (2005, p.7),

> Existe um consenso mais ou menos generalizado de que a educação se constitui hoje num tema da maior relevância para o qual deveriam convergir ideias e recursos de toda sorte, para um possível relacionamento desse processo, de forma a torná-los coerentes com as exigências e desafios da sociedade atual, cujas características a distinguem de todas as épocas precedentes.

Desde a promulgação da Constituição Federal de 1988, que em seu artigo 205 determinou a educação como direito de todos e dever do Estado e da família, houve a convocação da sociedade para colaborar na promoção e incentivo de uma educação de qualidade que permitisse o pleno desenvolvimento da pessoa e a preparasse para exercer adequadamente sua cidadania e sua qualificação para o trabalho. Neste contexto a escola assumiu uma função social ocupando espaço na sociedade pela difusão do saber, conforme expõe Ribas (2005, p. 21),

> Fica evidente que a educação tem um papel social. Não só pela educação o país sairá da situação em que se encontra, mas ela dará subsídios para enfrentar as revoluções técnico-científicas, as mudanças na formação da economia da sociedade (com grande contingente de desempregados, em conseqüência da automação e da robotização da produção e dos serviços) e as mudanças na formação cultural da sociedade decorrentes do desenvolvimento da informática. A educação também ajudará a diminuir as disparidades, produto de uma lógica capitalista selvagem, que configura um estado de calamidade.

A autora entende que nesta era da informática, se não houver ações imediatas para disseminação do saber as desigualdades serão cada vez maiores. Tal entendimento também foi percebido pela política governamental, conforme pode ser verificado no ano de 1998 quando o governo do Presidente Fernando Henrique Cardoso propôs no Fórum Nacional um Seminário Especial para discutir um novo modelo de educação, que consistia em “reconstruir a educação brasileira a partir da base (ensino fundamental)” (VELLOSO e ALBUQUERQUE, 2004, p. 9).

Tal proposta teve continuidade no governo de Luís Inácio da Silva, que situou a educação no quadro da Política de Desenvolvimento Social, conforme discurso do então Ministro da Educação Tarso Genro,

> O sistema educacional brasileiro deve ser um dos mais importantes instrumentos da promoção do desenvolvimento com igualdade em nosso país. Hoje, ele ainda não atende com qualidade à exigência de democratização, as desigualdades marcam os sistemas de ensino, desigualdades regionais, sociais, étnicas, que parecem perpetuar, por meio da educação, a desigualdade da sociedade brasileira. O ensino fundamental atinge a mais de 96% de nossas crianças, mas sua qualidade está abaixo do necessário. O ensino médio é restritivo e carece de resolução. O ensino técnico e profissional ainda não está ao alcance da grande maioria dos jovens que dele devem se beneficiar. O sistema de ensino superior conta com ampliação de oferta sem garantia de qualidade e, nele, o sistema federal, embora dotado de grande competência, enfrenta restrições imensas, tanto de financiamento quanto de autonomia [...] Esse diagnóstico da educação brasileira aponta a urgente necessidade de renovação da agenda e de ampliação do empenho, de toda a sociedade e dos governos, para superar suas limitações evidentes e amplamente identificadas (VELLOSO e ALBUQUERQUE, 2004, p. 11).

Como resultado deste pronunciamento, houve manifestações dos secretários de diferentes níveis de ensino do MEC que complementaram as necessidades do sistema educacional com exposições claras e objetivas. Entre estas manifestações destaca-se a do então secretário de Educação Fundamental, Sr. Francisco Chagas Fernandes citado por VELLOSO e ALBUQUERQUE (2004, p. 17) que comentou existir entre as diversas ações almejadas pelo governo, a de assegurar às crianças e jovens “o direito de permanência e, sobretudo, à aprendizagem em escolas qualificadas.” O secretário menciona que para isso acontecer há necessidade da formação inicial e continuada dos profissionais de educação de forma permanente com “desenvolvimento de novos padrões de qualidade para a formação continuada de educadores atuantes no ensino fundamental e na educação infantil”.

A formação inicial e a formação continuada são citadas pelo secretário como duas necessidades, a primeira por ser aquela que possibilita a uma categoria o exercício profissional e a segunda por significar complemento, aprimoramento e atualização dos conhecimentos, conforme pontua Tarso Genro citado por VELLOSO e ALBUQUERQUE (2004, p. 62),

> A formação inicial completa em estabelecimentos regulares e credenciados é uma licença que, por sua vez faz do seu portador, e só dele, alguém capaz de ingressar nas redes de educação escolar dos sistemas de ensino. Portanto, a qualificação implica uma formação sistemática, regular e regulamentada que, quando obtida em estabelecimentos escolares reconhecidos, gera um diploma ao seu portador. Ela tem um caráter coletivo e institucional [mas] não se deve reificar a qualificação na dimensão socioinstitucional dada pela formação inicial como se educadores e educadoras, ao longo de sua vida profissional, não construíssem novos saberes; como se aquele saber atestado pelo diploma de conclusão do curso fosse suficiente para o pleno exercício profissional.

Neste contexto, a formação continuada do professor assume a característica de complementação, de aperfeiçoamento, destituindo a mera característica de suprir lacunas da formação inicial. Segundo Velloso e Albuquerque (2004, p. 63),

> ... formação inicial e continuada fazem parte de um processo contínuo que forma o profissional da educação e, ao mesmo tempo, a profissão de educador e a própria escola. Ambas as dimensões inicial e continuada, apoiam-se em princípios e pressupostos comuns, o que situa alunos e professores como sujeitos, valorizando suas experiências pessoais e seus saberes da prática. Desta forma, a formação inicial e continuada apoiam-se no trabalho coletivo e compartilhado, mas sem prescindir do desenvolvimento e do compromisso individuais.

Portanto, a formação do professor sob os dois enfoques: inicial e continuada está institucionalizando-se como uma forma de enfrentar os desafios de uma sociedade que está exigindo que a escola contribua efetivamente no desenvolvimento social e econômico, buscando novas formas de ensino para os alunos compreenderem e representarem a realidade, tornando-os capacitados a desenvolverem novas relações com o mundo social em que estão inseridos.

Baseados nestes pressupostos, a partir da década de 1990 muitos educadores têm se voltado para repensar a formação do professor, levando em conta a "descoberta das organizações aprendentes e da valorização das comunidades da aprendizagem [...] que propiciaram a reconsideração da função social da escola, conceituando-a como uma comunidade de aprendizagem" (FELDEMANN, 2009, p. 10).

Neste sentido a figura do professor passa a ser visualizada com novas funções e novas características, conforme explica Feldmann (2009, p. 13),

> Defendemos que as ações desenvolvidas no processo de formação devem ser pensadas e realizadas no sentido de promover aprendizagem que despertem a capacidade do educador para interagir com a problemática do contexto no qual a instituição está inserida; buscar constantemente a atualização dos conhecimentos adquiridos, tanto dentro como fora do contexto escolar; enfrentar os conflitos e demandas atuais; interagir com o grupo, em discussões e na troca de experiências; inserir-se num contexto interdisciplinar de trabalho; relacionar-se com outras áreas de atuação.

Estas ideias representam a tendência teórica que tem norteado os fundamentos da formação do professor. Contudo há uma certeza entre os educadores incluindo entre eles Schön (2000) de que existe uma distância significativa entre a formação acadêmica do professor e sua prática em sala de aula, pelo fato de que a universidade moderna ainda se baseia na racionalidade técnica, considerando que seu currículo normativo está enraizado naqueles adotados nas primeiras décadas do século XX,

> ...quando as profissões especializadas buscavam ganhar prestígio através do estabelecimento de suas escolas em universidades, ainda incorpora a ideia de que a competência prática torna-se profissional quando seu instrumental de solução de problemas é baseado no conhecimento sistemático, de preferência científico (SCHÖN, 2000, p. 19).

Nessas condições o currículo profissional necessário ao profissional apresenta em primeiro lugar “a ciência básica relevante, em seguida, a ciência aplicada relevante e, finalmente, um espaço de ensino prático”, esperando que o futuro profissional aprenda “a aplicar o conhecimento baseado na pesquisa aos problemas da prática cotidiana” (SCHÖN, 2000, p. 20).

Em seu posicionamento sobre este sistema de ensino, Schön (2000, p. 20) tem sido enfático em afirmar que existe na sociedade um clamor incessante que repudia esta tendência das universidades pelo fato de que é um sistema que “tem pouco a [ensinar] em termos de utilidade prática”. O autor acrescenta ainda, que existe “uma dúvida desconfortável de que parte da pesquisa está ficando acadêmica demais e que podemos estar negligenciando a necessidade de ensinar os professores como por em pratica às estratégias que eles desenvolvem.”

Segundo Schön (2000, p. 20) observa-se cada vez mais que a ciência básica está separada da prática profissional, “sendo divergente das necessidades e dos interesses dos profissionais atuantes”. O autor baseia-se nas análises de pesquisas que levam à reflexão de que,

> ...os educadores profissionais têm deixado cada vez mais claras suas preocupações com a distância entre a concepção de conhecimento profissional dominante nas escolas e as atuais competências exigidas dos profissionais no campo de aplicação [...] os educadores expressam sua insatisfação com um currículo profissional que não é capaz de preparar os estudantes para a atuação competente em zonas incertas das práticas (SCHÖN, 2000, p. 20).

A prática profissional do professor insere-se nestas zonas incertas pelo fato de que se pretende para o sistema educacional situar a educação na Política de Desenvolvimento Social, conforme enunciado no Fórum Nacional registrado por Velloso e Albuquerque (2004). Isso implica que a educação formal abrange várias dimensões: econômica, social, política, cultural, dimensões estas que não são estáveis, podendo oscilar por diferentes variáveis, por isso o professor enfrenta em sua prática profissional, diferentes situações necessitando capacidade para adaptar o aprendizado do aluno a cada uma delas.

Observa-se assim que o sistema de ensino desafia o professor a adquirir habilidades e estar devidamente capacitado para contribuir na formação dos alunos, de forma a atender suas necessidades. Alonso (2003, p. 15) comenta que não tem sido tarefa fácil para os professores com apenas a formação inicial proporcionar uma aprendizagem que atenda as exigências da escola com função social, pois eles não foram preparados,

> ... durante a sua formação, valendo-se apenas da “intuição” e do registro de informações que ele obteve no desenvolvimento de seu trabalho. O professor necessita muito mais do que a “intuição” para proceder a reflexão sobre a sua prática: ele precisa estar preocupado com o aluno mais do que com o conhecimento a ser transmitido, com as suas reações frente a esse conhecimento, com os seus propósitos em termos de ensino e aprendizagem e estar consciente de sua responsabilidade nesse processo.

Assim, Alonso (2003) expõe os desafios que o professor enfrenta nos dias atuais para desenvolver o processo de ensino e aprendizagem, buscando não apenas um ensino por meio da repetição dos conhecimentos historicamente produzidos, pois há necessidade de formar um homem e um cidadão capaz de realizar-se como pessoa e como ser social ampliando a responsabilidade do educador no processo de formação do aluno.

Mais que um desafio, a autora aponta esta questão como sendo uma missão quase impossível de ser realizada, quando o professor exerce o magistério somente com a formação inicial, pois as dificuldades inerentes ao ensino têm sido cada vez mais complexas e exigem profissionais habilidosos, capacitados e principalmente que tenham iniciativa e criatividade. Considerando que a função social da escola tanto pode ter como objetivo básico a socialização dos alunos como também prepará-los para o trabalho, cria-se no sistema de ensino uma situação em que,

> ...os professores se vêm diante de uma situação totalmente nova; embora muitas vezes reconheçam a necessidade de redimensionar o seu trabalho e buscar novas bases para o ensino, via de regra encontram-se despreparados, mal informados e sem condições de sozinhos, enfrentarem tantos desafios. As pressões são muitas e elas vêm de vários fatores: de um lado, dos pais, que, por não compreenderem exatamente o que está acontecendo, exigem do professor respostas que ele não está preparado para dar; de outro, da sociedade, que o responsabiliza por todos os males sociais, exigindo do professor e da escola soluções para os inúmeros problemas sociais (ALONSO, 2003, p.11).

Havia, até pouco tempo atrás, um agravante neste processo que era a escolha dos conteúdos e os processos metodológicos serem da alçada exclusiva da cúpula dos órgãos educacionais, e com isso aconteciam,

> ...mudanças de todo tipo, desde alterações estruturais até reformas curriculares que implicam mudanças na grade curricular, ou mesmo orientações metodológicas diferentes, na pretensão de que os professores aceitem e introduzam, em seus trabalhos, as alterações propostas. (Alonso, 2003, p.12).

Ou seja, os conteúdos curriculares não eram planejados em consonância com os pareceres dos professores, que reclamavam por maior envolvimento e maior atenção por parte dos governantes para que valorizassem seu trabalho e lhes oferecessem recursos técnicos e materiais para melhor exercerem o magistério. Isso interferia sobremaneira para que a escola planejada pelo governo não desse certo, mesmo que novas políticas fossem lançadas, mesmo que o sistema mudasse nada daria certo enquanto houvesse distanciamento do plano curricular com as ações práticas dos professores.

Direcionando esta situação para a formação do professor, visualizava-se uma concepção da relação entre teoria e prática, em que,

> ...o saber está somente do lado da teoria, ao passo que a prática ou é desprovida de saber ou portadora de um falso saber baseado, por exemplo, em crenças, ideologias, ideias preconcebidas, etc. [...] o saber é produzido fora da prática (por exemplo, pela ciência, pela pesquisa pura, etc.) e sua relação com a prática, por conseguinte, só pode ser uma relação de aplicação (TARDIF, 2002, p. 235)

Exercer o magistério com material pronto e acabado, sem que haja interferência do professor é tornar o ensino muito redutor e contrário à realidade, negando-se “aos profissionais do ensino e às suas práticas, o poder de produzir saberes autônomos e específicos ao seu trabalho” (TARDIF, 2002, p. 237).

Outros autores também concordam que a teoria distanciada da prática só prejudica o aprendizado, como é o caso de Alonso (2003) quando afirma que o trabalho educativo foi por muito tempo prejudicado, pois desenvolveu a separação entre o pensar e o agir, supervalorizou o trabalho dos especialistas, fragmentou o conhecimento, contribuiu para que a escola fosse lenta demais para incorporar as mudanças e a formação dos professores se tornasse inócua por ser desenvolvida no modelo da racionalidade técnica.

Essa racionalidade técnica é explicada por Ribas (2000, p. 15) como uma formação que se reduz a buscar fora da realidade do trabalho educacional os elementos necessários para a prática pedagógica, não permitindo, “olhar a própria experiência de forma crítica, refletir sobre a sua ação, extraindo dela subsídios para reorganizar-se e redirecionar o seu trabalho de sala de aula”.

Elevou-se então, no meio educativo o clamor por uma reforma que transformasse o ensino, de forma que a prática escolar pudesse ser elaborada a partir de ideias de transformação que partissem do interior das escolas, sob a alegação de que a natureza do trabalho educativo e as mudanças acontecem somente a partir da prática. Como exemplo de educadora partidária desse clamor, Alonso (2003, p. 14) pontua,

> ... é no contato direto com o aluno que o professor redefine o seu conhecimento, conferindo-lhe um significado. Todas as suas ações se

> orientam no sentido de estabelecer uma relação de apoio e confiança entre ambos, em busca do desenvolvimento total do aluno – e isto não pode ser definido a partir de decisões externas sem qualquer vínculo com aquela realidade.

A todo instante em sala de aula, podem acontecer fatos relevantes para o professor mudar sua forma de aplicar os conteúdos, assim nem sempre à correta aplicação do plano curricular é válida, pois são nos momentos da relação professor/aluno em sala de aula que podem ocorrer novas ideias, novas formas, novas estratégias de ação para o aluno ampliar seu conhecimento. Na concepção de Tardif (2002, p. 234),

> ... em toda atividade profissional, é imprescindível levar em consideração os pontos de vista dos práticos, pois são eles realmente o polo ativo de seu próprio trabalho, e é a partir e através de suas próprias experiências, tantos pessoais, quanto profissionais, que constroem seus saberes, assimilam novos conhecimentos e competências e desenvolvem novas práticas e estratégias de ação.

É nesse sentido que se espera ter em sala de aula um professor adequadamente capacitado e detentor de habilidades que não são possíveis somente com a formação inicial. E para tanto, o consenso é de que a formação inicial não é suficiente.

Ribas (2005, p.12) comenta, que para um ensino efetivo e de qualidade, é necessário “estabelecer um encadeamento coeso de capacitação, a partir da formação inicial. Com esta concepção, tem-se presente a indispensabilidade da interdependência entre os currículos da formação inicial e da formação contínua dos professores**”.**

Esta complementação pode ser mais bem compreendida quando se analisa o sistema de ensino de disciplina por disciplina, como por exemplo, o caso da formação do professor na área de Matemática discutida no próximo segmento.

2.2 FORMAÇÃO MATEMÁTICA DO PROFESSOR

Entre a formação do professor e sua ação pedagógica em sala de aula existe um objetivo comum e se refere ao ensino e a aprendizagem. Deste objetivo sobressaem-se estudos, pesquisas e dedicação dos educadores para que a formação do professor e o ensino em sala de aula sejam coerentes e complementares entre si e, para que a metodologia de ensino empregada pelo professor seja determinante para o bom desempenho dos alunos.

Citando como exemplo a formação do professor de Matemática apontam-se as anotações dos educadores Plínio Cavalcanti Moreira e Maira Manuela M. S. David que lançaram uma obra na Coleção Tendências em Educação Matemática apresentando e desenvolvendo a concepção de formação Matemática do professor**,** tendo como base a necessidade de formação voltada para atender as necessidades da educação escolar básica. Assim referindo-se à formação do professor, eles explicam,

> Quando se iniciaram as licenciaturas no Brasil, elas se constituíam de três anos de formação pedagógica. O saber considerado relevante para a formação profissional dos professores era, fundamentalmente, o conhecimento disciplinar específico. O que hoje é denominado formação pedagógica se reduzia a didática e esta, por sua vez, a um conjunto de técnicas úteis para a transmissão do saber adquirido nos três anos iniciais. Por isso, costuma-se referir a esse modelo de formação do professor como “3+1” ou “bacharelado + didática” (MOREIRA e DAVID, 2010, p. 12).

Este modelo perdurou até a década de 1970, quando as discussões sobre o papel social e político da educação recrudesceram a tal ponto que novas propostas de formação do professor foram apresentadas com o seguinte enfoque,

> Ao lado da preparação para a instrução numa determinada disciplina apontava-se também a necessidade de aprofundar a formação do professor como educador. Observa-se uma modificação gradual na estruturação dos cursos, de modo que a formação pedagógica não se limita mais à apresentação de técnicas de ensino e passa a incluir disciplinas como Sociologia da Educação, Política Educacional e outras. Mas o licenciado

> não deixa de ser reconhecido também como professor *de...*(Matemática, História, etc.). Reafirma-se, assim, a importância da chamada ***"formação de conteúdo"***, que continua sob a responsabilidade dos especialistas (isto é, matemáticos, historiadores, etc.) e envolve disciplinas planejadas e lecionadas por eles. Permanece, contudo, o problema da integração com a prática. Na busca de alternativas para a solução, criam-se na década de 1980, as chamadas disciplinas integradoras. Constitui-se, assim, um novo modelo, que se mantém, essencialmente até hoje (grifos no original) (MOREIRA e DAVID, 2010, p. 14).

Contudo, estas propostas mostraram-se incipientes considerando que não foi definido concretamente o papel destas disciplinas integradoras na articulação da formação do professor com a prática em sala de aula. Como elas realmente romperiam o modelo "3+1" ou superariam a fórmula "bacharelado+didática"? Diante destas questões, o consenso foi de que as disciplinas integradoras não foram suficientes para resolver o distanciamento da formação inicial com a prática do magistério, contribuindo para que as discussões e polêmicas continuassem.

Diniz e Pereira (2000) citados por MOREIRA e DAVID (2010) ao analisarem os conteúdos das licenciaturas brasileiras pontuam que há "desvinculação das disciplinas de conteúdo e pedagógicas e [distanciamento entre] a formação acadêmica e as questões colocadas pela prática docente na escola". Esta constatação levou à necessidade de aprofundar o entendimento de como ensinar Matemática hoje, conforme afirmam Guimarães e Borba (2009, p. 63),

> No caso específico da matemática, presenciamos, no Brasil e no mundo, desde os anos 70 do século XX, inúmeros movimentos de reforma de ensino. A nova visão do que devem ser o ensino e a aprendizagem desse ramo do conhecimento humano requer modificações profundas no ambiente da sala de aula: diferentes papéis para o professor e para o aluno, novas metodologias de ensino e novas formas de avaliação. Isto porque o aluno deve hoje dominar ferramentas matemáticas que lhes permitam compreender melhor a sociedade em que está inserido para nela viver e atuar de modo ativo e crítico, o que somente será possível se a sala de aula se tornar um ambiente no qual o aluno possa raciocinar e comunicar suas ideias.

Assim vendo o ensino da Matemática, torna-se fácil compreender a natureza das desarticulações entre a formação acadêmica e a prática profissional do professor. Com isso destaca-se a perspectiva segundo a qual o processo de formação do professor deveria se desenvolver de maneira mais integrada com o meio em que o aluno vive; em que o conhecimento disciplinar específico não constituísse mais o fundamento único ao qual se devessem agregar métodos para a construção de conhecimentos. Tardif (2002, p. 237) explica que,

> ...os professores são sujeitos do conhecimento e possuem saberes específicos ao seu ofício [...] e a prática deles, ou seja, seu trabalho cotidiano, não é somente um lugar de aplicação de saberes produzidos por outros, mas também um espaço de produção, de transformação e de mobilização de saberes que lhe são próprios.

É sob esse enfoque que se constata a mudança pretendida para as escolas com a mudança de atuação dos professores em sala de aula, levando-os a refletirem sobre suas ações e sobre sua prática à luz dos resultados obtidos, tornando-os pesquisadores. Segundo Tardif (2002, p. 230),

> ...um professor de profissão não é somente alguém que aplica conhecimentos produzidos por outros, não é somente um agente determinado por mecanismos sociais: é um ator no sentido forte do termo, isto é, um sujeito que assume sua prática a partir dos significados que ele mesmo lhe dá, um sujeito que possui conhecimentos e um saber-fazer provenientes de sua própria atividade e a partir dos quais ele a estrutura a orienta.

Este saber fazer é que torna o professor um pesquisador, porque ele pode adquirir o “saber”, mas terá de pesquisar para saber fazer. Assim, valoriza-se o professor, ele passa a ser considerado como sujeito do conhecimento, como colaborador nas mudanças pretendidas no ensino. Mas para tanto, há da parte dos professores a necessidade de empreenderem esforços para reformularem suas perspectivas, seus interesses e necessidades sob o enfoque de exercício do magistério direcionado para um ensino de qualidade.

E, entre essas mudanças no sistema educacional com o objetivo de elevar a qualidade de ensino, destaca-se a formação dos professores, que segundo Tardif (2002, p. 240) deve ser elaborada reconhecendo o professor como sujeito de conhecimento, ou seja, que tem o direito de interferir de forma legal, política e prática na sua formação profissional. O autor ainda diz que a formação de professores deveria basear-se em conhecimentos específicos, destituindo-se o ensino de “teorias sociológicas, docimológicas[3], psicológicas, didáticas, filosóficas, históricas, pedagógicas, etc. que foram concebidas, a maioria das vezes, sem nenhum tipo de relação com o ensino nem com as realidades cotidianas do ofício de professor” (TARDIF, 2002, p.241).

A leitura da obra de Tardif et al (1991, p. 241) aponta também como mudança substancial necessária, destituir a organização do ensino na formação dos professores, extremamente embasada pelas lógicas disciplinares da psicologia, da filosofia, da didática e de outras, pois não existe entre elas, nenhuma relação, apenas se constituindo como “unidades autônomas fechadas sobre si mesmas e de curta duração e, portanto, de pouco impacto sobre os alunos”.

Neste sentido, o professor deve refletir sobre sua qualificação, tendo em vista as possibilidades de melhoria de sua prática pelo domínio de conhecimentos e de métodos de seu campo de trabalho. Deve buscar a superação de problemas ou de lacunas na prática docente, sanando dúvidas por meio da aquisição de novos conhecimentos.

Esta busca significa o enfrentamento de grandes desafios a serem vencidos; dentre eles, destaca-se a habilidade para desenvolver estratégias de ensino que não são ensinadas na formação inicial. Para esta habilitação, Tardif (2002, p. 249) indica,

> Tanto em suas bases teóricas quanto em suas consequências práticas, os conhecimentos profissionais são evolutivos e progressivos e necessitam, por conseguinte, de uma formação contínua e continuada. Os profissionais devem, assim, autoformar-se e reciclar-se através de diferentes meios, após seus estudos universitários iniciais. Desse ponto de vista, a formação profissional ocupa, em princípio, uma boa parte da carreira e os conhecimentos profissionais partilham com os conhecimentos científicos e técnicos a propriedade de serem revisáveis, criticáveis e passíveis de aperfeiçoamento.

---

[3] Dociomologia significa o estudo sistemático dos exames, considerando a experiência dociomológica a adequação das provas aos objetivos pedagógicos, os processos de classificação, a preparação dos examinadores para a tarefa de avaliação e os recursos a métodos objetivos de apreciação dos conhecimentos (MIRANDA, 1982).

O autor não desvaloriza a formação inicial, mas enfoca a formação continuada como forma do professor capacitar-se, sendo a capacitação, o termo mais aceito no sistema educativo como um conjunto de ideias dentro de uma educação continuada.

Assim, os professores tornam-se capazes de adquirirem as condições de desempenho próprias da profissão.

Esta capacitação é exemplificada por Moreira e David (2010) quando examinam o conhecimento matemático sobre os números na prática docente. Neste exame os autores apresentam a compreensão do uso dos números: primeiramente pela Matemática Acadêmica veiculada nos cursos de formação inicial do professor e, em seguida, apresentam o distanciamento entre formação e prática. Os autores destacam que este distanciamento só é percebido se os professores estiverem devidamente capacitados por uma formação que vai além da inicial obtida nos bancos acadêmicos.

Para detectar o distanciamento entre a formação inicial do professor e a prática em sala de aula, em sua obra Moreira e David (2010) fazem três abordagens: a dos números naturais, a dos números racionais e a dos números reais. Ao que se referem aos números racionais, os autores consideram como sério desafio para os professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando a dificuldade que os alunos encontram em entender o seu uso.

De acordo com Moreira e David (2010, p. 60), “o conjunto dos racionais é visto como um objeto extremamente simples, enquanto as pesquisas mostram que, em termos da prática docente, a sua construção pode ser considerada uma das complexas operações da Matemática Escolar”. Eles enfatizam que os conceitos associados aos números racionais são complexos e importantes porque podem ser vistos a partir de diferentes perspectivas pelo aluno dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental tanto dentro como fora da escola,

> ...o conceito de número racional envolve um rico conjunto de subconstrutos e processos integrados, relacionados a uma gama de conceitos elementares, mas profundos (por exemplo, medida, probabilidade, sistemas

> de coordenadas, gráficos, etc.)[...] esses conceitos aparecem implícitos numa variedade de problemas e são frequentemente considerados “fáceis”, quando, de fato, muitos deles se desenvolvem tardiamente na história da ciência e não são nada óbvios para aqueles que não os tenham já assimilados (Behr et al, 1983 *apud* MOREIRA e DAVID, 2010, p. 60).

A ampliação do conjunto dos números naturais para o conjunto dos números racionais é um procedimento complexo para o entendimento do aluno, pois até determinado momento da vida escolar do aluno, ele só conhecia os números inteiros positivos. Assim, é necessária a capacitação do professor para elaborar e reelaborar os significados concretos das frações e de outros subconstrutos para que o aluno possa assimilar o conceito de fração enquanto número.

Levar este conhecimento aos alunos significa para o professor mostrar um,

> ... conjunto numérico ampliado, assim como as relações entre seus elementos (os *novos* números), as *novas* formas de representação, a *nova* ordem, as *novas* operações e suas *novas* propriedades, são conhecimentos *novos* a serem processados e, eventualmente assimilados (MOREIRA e DAVID, 2010, p. 61).

Os autores comentam que a dificuldade de compreensão dos alunos quando ao uso dos números racionais, firmou-se pelo fato dos educadores considerarem “fácil” trabalhar com os números fracionários, porque os alunos já conhecem todas as propriedades dos números naturais, restando somente fazer a transposição desses conhecimentos para os exercícios com números fracionários. É neste ponto que se questiona a capacitação e habilidade do professor.

A partir desse contexto a formação continuada dos professores torna-se essencial como complemento da formação inicial, pois segundo Lowe (1997, p. 64) a formação continuada se faz necessária para dar condições ao professor enfrentar as mudanças “de atitudes ou comportamentos a partir da aquisição de novos conhecimentos, conceitos e atitudes”.

Na opinião de Estrela e Nóvoa (1999), a formação de professores corresponde a um conjunto de novas perspectivas, que implicam uma estratégia de inversão da situação atual, ou seja, a formação continuada deve proporcionar uma mudança que se fundamente numa real inversão de valores orientadores da formação profissional e da profissionalidade do professor. Assim, a proposta da formação continuada embasa-se em uma concepção que quebra o ciclo daquela formação centrada em práticas comumente utilizadas procurando substituir a memorização por um conhecimento efetivo destas mesmas práticas.

Segundo Soistak e Pinheiro (2009) a base necessária para a evolução dos conteúdos matemáticos é encontrada na formação continuada, onde não são necessários novos ou diferentes conteúdos para ensinar Matemática, mas sim aprofundar-se nos campos conceituais dos conteúdos presentes nos PCN.

2.3 ENSINO DE MATEMÁTICA

A trajetória histórica da Matemática mostra que sua introdução como disciplina na escola formal aconteceu pela junção de conhecimentos matemáticos que eram realizados fora dos domínios de uma mesma disciplina. Perez (2009) cita Silva (1999) que comenta a necessidade de conhecer a história da Matemática para desenvolver concepções mais realistas sobre sua natureza, considerando que sua evolução “tem estado condicionada pelas necessidades do cotidiano e pelas aplicações no desenvolvimento das ciências”. Isso contribui para a complexidade em compreender as concepções de Matemática, e justificam-se as discussões quando o assunto é determinar quais saberes são necessários para formar os conteúdos da disciplina Matemática na escola formal.

Atualmente, a tendência tem sido considerar a Matemática como uma ciência dinâmica que está sempre em construção, conforme pontua Perez (2009). Alia-se a esta dinâmica as mudanças significativas que vêm ocorrendo na sociedade do conhecimento que caracteriza o mundo de hoje. Segundo Velloso e Albuquerque (2004, p. 58), Tarso Genro assim se pronunciou “nosso cotidiano evidencia o fim de muitos postos de trabalho [...] Ao mesmo tempo, novos serviços comparecem à cena social com exigências reveladoras de uma nova forma de mais-valia: a mais valia intelectual”.

Estas mudanças e transformações têm ensejado uma política educacional voltada para a inclusão e desenvolvimento social que visa “ampliar o acesso a todas as etapas da educação básica e de garantir padrões de qualidade social ao ensino público brasileiro” (Velloso e Albuquerque, 2004, p. 57). Neste sentido, a escolarização exige um conhecimento que tenha necessariamente como base a participação social e política.

Velloso e Albuquerque (2004, p. 59) registraram o pronunciamento de Tarso Genro sobre as mudanças e transformações sociais e políticas que o mundo de hoje está atravessando, espera-se que a escola seja a base de sustentação para que elas ocorram,

> Por isso, à escola não se pode mais pedir apenas a transmissão de informações. As informações a serem repassadas pela escola precisam ser permeadas pela busca de novos sentidos e de novas realidades. Somente assim, no espaço escolar talhado em anos sequenciais, será possível que o professor ensine, que o aluno aprenda e que ambos continuem a aprender por intermédio de outros meios extraescolares. Consequentemente, no desenvolvimento das capacidades abstrativas que o espaço escolar propicia como formação básica inicial, haverá o gosto por continuar a “aprender aprendendo” – desde que, logicamente, alguém ensine; haverá a inclusão de aspectos éticos e socioculturais como componentes curriculares, o que insere, na rede de informações, conteúdos vinculados às problemáticas sociais (VELLOSO e ALBUQUERQUE , 2004, p. 59).

Os autores consideram que para estas mudanças acontecerem faz-se necessário um padrão de ensino que coloque o conhecimento no centro das preocupações das políticas de um sistema educacional que prioriza a pesquisa científica séria, compromissada com os valores democráticos e com a qualidade social da educação. Isso significa conduzir o sistema de ensino pela reflexão do papel social da escola, ou seja, direcionar a prática pedagógica para a democratização do saber.

Este direcionamento encontra um campo fértil quando se trabalha a Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, pois conforme comentam Nunes e Bryant (1997), na fase etária deste nível de ensino, as crianças constroem conhecimentos matemáticos com notável engenhosidade e persistência. Estes autores não são professores, mas psicólogos interessados no raciocínio das crianças com a certeza do que elas,

> ...precisam aprender sobre matemática a fim de entender o mundo ao seu redor [pois] sem a matemática elas ficarão desconfortáveis não apenas na escola, mas em grande parte de suas atividades cotidianas quando partilham bens com seus amigos, planejam gastar sua mesada, discutem sobre velocidade e distância, viajam e têm que começar a entender o mundo do dinheiro, de compras e vendas, hipotecas e apólices de seguro, precisam de habilidades matemáticas (NUNES e BRYANT, 1997, p. 17).

Os autores enfatizam que as atividades que mencionam não são comumente vistas como "matemática", mas que necessitam de conhecimentos matemáticos ou ainda de técnicas matemáticas aprendidas na escola. É a partir da necessidade do uso da Matemática no dia a dia das pessoas que se justifica a importância das habilidades matemáticas desde a infância,

> Em muitas sociedades as pessoas expressam preocupações consideráveis sobre as habilidades matemáticas da população em geral, e quando fazem isso seus pensamentos geralmente se voltam para as crianças escolares e seus professores. A questão geralmente se torna "O que pode ser feito?", para certificar-se de que no futuro as crianças deixarão a escola com muito mais no sentido da habilidade matemática e conhecimento do que elas possuem no momento (NUNES e BRYANT, 1997, p. 17).

Entre estas sociedades, pode-se destacar a sociedade brasileira que se insere nos constantes movimentos e discussões sobre o ensino de Matemática. Smole e Diniz (2001, p. 11), por exemplo, comentam que,

> Todas as discussões atuais sobre competências resultam de uma forte pressão social sobre a escola para que a formação de nossos alunos cuide do desenvolvimento de um número considerável de habilidades de pensamento indo muito além dos conhecimentos específicos e dos procedimentos.

As autoras complementam que esta expectativa sobre a formação dos alunos não é recente, vem de longa data, mas somente após muitos movimentos e reformas do sistema de ensino, hoje a sociedade brasileira tem maior esperança de que os alunos aprendam os conteúdos escolares relacionando adequadamente informações, conhecimentos e habilidades com situações-problemas que enfrentam no seu cotidiano.

Verifica-se esta mesma linha de pensamento nas orientações para o professor elaboradas pelo SAEB (2009, p. 10),

> Matemáticos interessados pelo ensino de Matemática nas escolas, já no final do século XIX denunciavam a distância entre o que era ensinado aos jovens no ensino secundário escolar e os conhecimentos de Matemática oriundos da pesquisa acadêmica. É daí que nasce um movimento internacional em Roma em março de 2008, por ocasião do Primeiro Centenário da Comissão Internacional de Instrução Matemática (1908-2008) que teve como subtítulo Refletindo e dando forma ao mundo da Educação Matemática. Com o epíteto de ancião, esse movimento internacional marca a luta centenária de alguns matemáticos em prol do ensino da matemática mais articulado com as pesquisas dos cientistas e apresenta de maneira incontestável sua origem, e os desdobramentos que vêm repercutindo na constituição de um campo de conhecimento específico: a Educação Matemática.

Esta articulação segundo as orientações do SAEB (2009) significa destituir o estigma do ensino da Matemática de ser uma transmissão de símbolos, de propriedades técnicas, de manipulação de fórmulas e demonstrações de teorias, e passar a valorizar novos conteúdos no currículo da Matemática escolar. A partir das pesquisas em Educação Matemática, observa-se que,

> Há limites para a compreensão conceitual de conteúdos matemáticos, em qualquer nível de ensino, quando a prática pedagógica do professor prioriza a memória dos alunos e reduz a tarefa do professor apenas a recitar, monitorar o treinamento e avaliar os resultados do rendimento escolar, valorizando sobremaneira a reprodução de modelos previamente treinados em uma única forma de linguagem, a convencional (SAEB, 2009, p. 11).

Estes limites foram bem delineados quando as pesquisas do SAEB (2009) sobre proficiência Matemática da Psicologia Cognitiva confirmaram que pessoas não escolarizadas ou com baixa escolaridade de diferentes faixas etárias sabiam muito mais de Matemática do que alunos regularmente frequentadores da escola formal.

Nas orientações do SAEB (2009) há uma observação de que estes resultados contribuíram para que aumentasse a importância do contexto sociocultural da aprendizagem de Matemática e influenciasse a política do sistema de educação na elaboração dos PCN.

Portanto, os PCN estabeleceram para o ensino, princípios que foram resultados de intensas pesquisas, práticas e debates. No caso do ensino de Matemática, estes princípios estão embasados no fato de que a Matemática é essencial para a construção da cidadania. Assim, os princípios que caracterizam o ensino da Matemática,

> ... têm origem nas discussões que, nos últimos anos, vêm ocorrendo no Brasil e em outros países. O objetivo tem sido o de adequar o trabalho escolar a uma nova realidade, marcada pela crescente presença dessa área do conhecimento em diversos campos da atividade humana (BRASIL, 2001, p. 20).

Neste sentido considera-se a importância do saber matemático na construção da cidadania; na necessidade deste saber estar ao alcance de todos; na construção e apropriação do conhecimento pelo aluno para que ele compreenda e transforme sua realidade.

O saber matemático ainda deve colaborar para que esta transformação seja embasada na capacitação do aluno em relacionar as observações do mundo real com as representações matemáticas e relacionar estas representações com princípios e conceitos matemáticos na compreensão do significado, ou seja, apreender o significado de um objeto ou acontecimento relacionando-o com outros objetos e acontecimentos.

Um saber matemático que possa propiciar ao aluno estabelecer as conexões com outras disciplinas relevando-se o aspecto social da Matemática e sua contribuição para o desenvolvimento intelectual como um processo em permanente construção. Esse saber ainda deve oportunizar a integração de recursos didáticos com situações do cotidiano, de forma a proporcionar ao aluno, o exercício da análise e da reflexão.

Finalmente propaga-se para o ensino da Matemática uma avaliação que leva em conta não só o desempenho do aluno, mas também os aspectos da seleção e dimensionamento dos conteúdos, práticas pedagógicas, condições em que se processa o trabalho escolar e as próprias formas de avaliação (BRASIL, 2001).

A partir deste contexto os conteúdos para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, foram divididos em quatro blocos: números e operações; espaço e forma; grandezas e medidas e tratamento da informação. Contudo, a orientação dos PCN é de que a partir destes blocos de conteúdos sejam explorados os conhecimentos, competências, hábitos e valores socialmente relevantes. Além disso, devem também contribuir para o desenvolvimento intelectual do aluno, capacitando-o para que construa e coordene o pensamento lógico-matemático de forma a ser uma pessoa criativa e crítica, podendo assim interpretar fatos e fenômenos do seu cotidiano.

Na presente dissertação os conteúdos discutidos e analisados referem-se aos “Números Racionais” que de acordo com os PCN (BRASIL, 2001, p. 101), têm como objetivo principal “levar os alunos a perceberem que os números naturais, já conhecidos, são insuficientes para resolver determinados problemas”.

Este objetivo corresponde a um aprendizado diferenciado daquilo que até então tinha sido explorado no ensino da Matemática. Trabalhando com números naturais, o aluno aprende a somar, diminuir, dividir e multiplicar sob um sistema que torna estas operações lógicas sem deter-se a certas regras. No aprendizado destas mesmas operações com números racionais, os algoritmos são mais complexos e, por isso, se não forem corretamente compreendidos promovem confusão no raciocínio,

> ...em que pese às relações entre números naturais e racionais, a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas pelos alunos acerca dos números naturais, e, portanto, demanda tempo e uma abordagem adequada (BRASIL, 2001, p. 101).

O aspecto lógico referido para o raciocínio do aprendizado dos números naturais faz o aluno encontrar vários obstáculos para o aprendizado dos números racionais. Nos PCN (Brasil, 2001, p. 101) são exemplificados estes obstáculos, como sendo:

- enquanto o número natural é reconhecido por uma grafia única (1, 2, 3, etc.), o “número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias, como exemplo 1/3; 2/6; 3/9 são diferentes representações de um mesmo número”;
- quando se compara os números naturais a lógica é que 3>2, ou seja, o número três representa um valor sempre maior que o 2, enquanto que na representação dos números racionais esta lógica se mostra contraditória, pois 1/3<1/2, havendo necessidade de um ensino direcionado para o aluno compreender esta diferença;
- nos números naturais a visualização da escrita dos números de imediato permite verificar a ordem de grandeza, como exemplo, o número 8.345 de imediato percebe-se ser maior que o número 45, enquanto nos números racionais o número 2,125 é menor que o número 2,3, ou seja, o critério de perceber a grandeza do número é diferente;
- na multiplicação de um número natural por outro também natural é lógico pensar que o resultado será um número maior que ambos, por exemplo, 2 x 4 = 8, enquanto que se a multiplicação envolver número racional o resultado apresenta um número natural de menor valor do que aquele que foi multiplicado pelo número racional, por exemplo 10 x 1/2 = 5;
- o antecessor e o sucessor dos números naturais seguem a lógica da grandeza de cada número, enquanto que para os números racionais isso não faz sentido, “uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional”, por exemplo, entre 0,8 e 0,9 existem os números 0,81, 0,81 ou 0,87.

A tarefa para transpor estes obstáculos necessita “uma organização de ensino que possibilite experiências com diferentes significados e representações” (BRASIL, 2001, p. 104). Esta necessidade requer, entre outras ações, a de construir o conceito de número racional embasado em um sistema específico de ensino e aprendizagem de frações.

2.4 ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES

A construção do conceito de número racional na forma fracionária se dá por meio de situações-problemas em diferentes contextos em que o conteúdo aparece. As frações fazem parte do conjunto dos números racionais e têm seu ensino formalmente estabelecido para os dois anos finais do primeiro segmento do Ensino Fundamental (também chamado de 2º ciclo), conforme orientações dos PCN.

Nos anos finais do primeiro segmento do Ensino Fundamental devem ser apresentadas aos alunos situações-problemas que não são solucionadas com o uso dos números naturais, possibilitando, assim, uma aproximação da noção de número racional, dada a compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal (BRASIL, 2001, p.83).

No segundo segmento do Ensino Fundamental, de acordo com as indicações das Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná, esses conhecimentos são ampliados, especialmente na 5ª e 6ª séries (ou 6º e 7º anos do Ensino Fundamental de 9 anos), partindo do princípio que a construção do conceito de número fracionário se dá a partir da relação que o aluno estabelece entre os conhecimentos prévios e o novo conhecimento.

Para Vygotsky (2008) os conceitos podem ser divididos em dois tipos: cotidianos e científicos, exigindo dos estudantes experiências, atitudes e caminhos diferentes a serem percorridos. Assim, os conceitos cotidianos são resultantes das atividades práticas das pessoas em suas interações sociais imediatas, enquanto os conceitos científicos são adquiridos por meio do ensino, resultantes de um sistema organizado sistematicamente, relevantes nas sociedades letradas.

Em consenso com outros educadores pesquisadores, Vygotsky (2008) comenta que embora os conceitos científicos sejam transmitidos em situações formais de ensino, eles não são assimilados em sua forma definitiva. Assim, nas futuras experiências da criança a tendência é que os conceitos cotidianos entrem em confronto com uma situação concreta. Em relação aos conceitos científicos, estes agregam elementos a partir das experiências cotidianas e caminham em direção a um nível mais concreto e elementar, convergindo a um ponto comum.

> A criança adquire consciência dos seus conceitos espontâneos relativamente tarde; a capacidade de defini-los por meio de palavras, de operar com eles à vontade, aparece muito tempo depois de ter adquirido os conceitos. Ela possui o conceito (isto é, conhece o objeto ao qual o conceito se refere), mas não está consciente de seu próprio pensamento. O desenvolvimento de um conceito científico, por outro lado, geralmente começa com sua definição verbal e com sua aplicação em operações não-espontâneas [...] Poder-se-ia dizer que o desenvolvimento dos conceitos espontâneos da criança é ascendente, o desenvolvimento dos seus conceitos científicos é descendente, para um nível mais elementar e concreto (VYGOTSKY, 2008, p.134).

Assim, para Vygotsky, os conceitos cotidianos têm um desenvolvimento ascendente em direção aos científicos e, os conceitos científicos apresentam um desenvolvimento decrescente em relação aos conceitos cotidianos.

Isto decorre das diferentes formas pelas quais os dois tipos de conceitos surgem. Pode-se remeter a origem de um conceito espontâneo a um confronto com uma situação concreta, ao passo que um conceito científico envolve, desde o início, uma atitude “mediada” em relação a seu objeto (VYGOTSKY, 2008, p.135).

Nesse sentido, a construção do conceito de frações, oficialmente apresentado como conteúdo nos PCN e nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná, com orientações para o trabalho nos dois anos finais do primeiro segmento (3ª e 4ª séries ou 1º e 2º anos do 2º ciclo), e nos dois Anos Iniciais do segundo segmento 5ª e 6ª séries (ou 6º e 7º anos do Ensino Fundamental de 9 anos), numa perspectiva de contextualização por intermédio de situações-problemas, constitui-se em um conceito científico.

Na visão de Vygotsky, para ampliar o conhecimento dos alunos, “é indispensável que o educador investigue os conceitos cotidianos dos alunos acerca do conteúdo que pretende ensinar, introduza os conceitos científicos a ele relacionados e promova a interação entre esses dois tipos de conceitos” (ALMEIDA, 2010, p. 3). O conceito científico é importante para ampliar o conhecimento da criança.

> Os conceitos científicos, com seu sistema hierárquico de inter-relações, parecem constituir o meio no qual a consciência e o domínio dos objetos se desenvolvem, sendo mais tarde transferidos a outros conceitos e a outras áreas do pensamento. A consciência reflexiva chega à criança através dos portais dos conhecimentos científicos (VYGOTSKY, 1989, p.79 *apud* ALMEIDA, 2010, p. 3).

Vygotsky (2008) considera que a construção do conceito é um processo dinâmico no desenvolvimento das estruturas cognitivas do indivíduo, conceito este que se completa no decorrer do tempo, ganhando novos elementos com as ideias de Vergnaud (1994), que propõe estudar um campo conceitual ao invés de um conceito, visto que, para ele numa situação-problema qualquer, nunca um conceito aparece sozinho, são sempre vários os conceitos envolvidos. Para explicar este campo conceitual a teoria Vergnaud embasa-se em três argumentos,

> 1-um conceito não se forma dentro de um só tipo de situações;
> 2-uma situação não se analisa com um só conceito;
> 3-a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos, às vezes uma dezena de anos, com analogias e mal entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes (Vergnaud, 1983 *apud* MOREIRA, 2004, p. 10).

Para Vergnaud (1994) a partir das situações que se apresentam aos alunos constroem-se conceitos que vão favorecer os processos cognitivos e as respostas aos problemas. Neste contexto em circunstância relacionada à Matemática podem ser identificados vários conceitos já adquiridos pelo aluno, o que facilita a resolução de problemas com sucesso.

No exemplo “João possuía 5 bolinhas de gude, ganhou mais duas. Quantas bolinhas possui agora?”, seguindo a linha de pensamento de Vergnaud (1994) um aluno que já adquiriu noções de adição e de tempo, pode levantar os seguintes conceitos:

- Temporalidade: possuía = tempo passado, possui agora = tempo presente,

- Contagem: depois do número cinco vem o número seis e depois vem o número sete.

Observa-se que na resolução do problema 5 + 2 para obter o resultado 7, pode ser identificado um campo conceitual que Vergnaud (1994) explica como sendo um conjunto de situações (ideia de acrescentar, adição de dois números inteiros) formado pela conexão dos vários conceitos apreendidos pelo aluno, com os procedimentos e representações simbólicas que o texto do problema permite deduzir.

Tem-se assim, que a resolução de um problema representa uma situação onde se faz uso de vários conceitos que vão surgindo aguçados pelo raciocínio do sujeito. Em relação aos conceitos matemáticos, Nunes et al (2005, p. 58) descrevem o posicionamento do pesquisador holandês Hans Freudental que considera todo conceito matemático ligado,

> ... a alguma realidade fenomenológica, de onde podemos partir para expandir o conceito do aluno. Há sempre novas possibilidades de expansão do conceito, englobando novos instrumentos de raciocínio, novas realidades fenomenológicas, ou novas relações lógicas e matemáticas. De certa forma ninguém seria completamente ignorante com relação aos conceitos matemáticos que ensinamos na escola, porque todos temos alguma vivência relevante, algum esquema de ação relevante. Da mesma forma, ninguém esgotaria esses conceitos durante o período escolar, pois poderíamos pensar em outras formas de representação ou outro nível de abstração envolvendo o mesmo conceito. O desafio para o professor é encontrar os pontos de partida e delinear objetivos para o desenvolvimento do conceito durante o período escolar.

Sob estes pressupostos, o professor encontra fonte inesgotável de envolvimento de conceitos, a ponto de em certo momento, perceber que subestimou ou superestimou os alunos quando propôs algum objetivo simples, que eles superaram com facilidade ou não conseguiram atingir estes objetivos. Para que o professor tenha essa percepção, ele precisa estar em contínua formação para aperfeiçoar suas estratégias de ensino em função daquilo que observa da compreensão dos alunos.

Nessa perspectiva, a construção de um conceito pode envolver a terna de conjuntos que na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud é chamada simbolicamente de S. I. R. sendo que S é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo; I é um conjunto de invariantes, que se refere às propriedades e procedimentos necessários para definir o objeto em estudo, ou seja, são os conhecimentos implícitos que o aluno pode utilizar para atribuir significado ao conceito; R é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar os invariantes (VERGNAUD, 1994, p.6).

Para o conjunto de situações expressarem o conceito significativo, não podem somente serem considerados os aspectos sociais inerentes à formação do conceito. Contudo, é relevante considerar que o interesse dos alunos é despertado quando as situações lhes são próximas, ou seja, em algum momento o aluno vivenciou algo que estava ligado à situação que se lhe apresentou, por exemplo, ao expor um problema de adição que envolve bolinhas de gude a um menino, automaticamente ele estabelece a relação com um jogo que costumava praticar (VERGNAUD, 1994).

Assim, percebe-se que os conceitos apreendidos pelos alunos nas situações- problemas relacionam-se com as situações já vivenciadas por eles, da mesma forma que as situações já vivenciadas podem relacionar conceitos. Esta inversão recíproca é percebida quando se busca nas situações-problemas o conhecimento conceitual. Nesta busca, conforme afirmação de Vergnaud (1994), não se verifica um só conceito em uma situação-problema, pois em cada situação vários conceitos podem ser formulados.

Destaca-se que é a partir de uma situação-problema que se amplia o conhecimento, pois se não há uma questão a ser resolvida não há porque buscar respostas, não há investigação. Daí a importância do ensino da Matemática se fazer embasado na Resolução de Problemas numa Perspectiva Metodológica.

Gazire (1988, p. 124) defende que a Resolução de Problemas é um meio para ensinar Matemática sob a perspectiva de que “todo conteúdo a ser aprendido se for iniciado numa situação de aprendizagem, através de um problema desafio, ocorrerá uma construção interiorizada do conhecimento a ser adquirido**”.** Nestes termos pode-se entender que o processo de ensino e aprendizagem inicia-se com o problema, é pelo desafio de resolver o problema que se dá a aprendizagem, ao mesmo tempo pela explicação de como pode ser resolvido que acontece o ensino.

2.5 O ENSINO A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NUMA PERSPECTIVA METODOLÓGICA

A resolução de problemas é tema de profundo estudo de vários autores que se dedicam à pesquisa em Educação Matemática, podendo-se citar como exemplo os estudos das professoras pesquisadoras Smole e Diniz (2001).

Nota-se que a Resolução de Problemas vem ganhando espaço cada vez maior no ensino de Matemática nas últimas décadas com diferentes concepções, por isso para resumir um conceito, Smole e Diniz (2001) denominaram seus estudos de “Resolução de Problemas numa Perspectiva Metodológica”, considerando o termo “perspectiva” no sentido de “certa forma de ver” ou “certo ponto de vista”.

Assim, pela concepção de Smole e Diniz (2001, p.89) a Resolução de Problemas numa Perspectiva Metodológica “corresponde a um modo de organizar o ensino o qual envolve mais que aspectos puramente metodológicos, incluindo uma postura frente ao que é ensinar e, consequentemente, do que significa aprender”. Corresponde ainda a uma forma de ensinar que contempla o processo investigativo a partir de situações convencionais ou não convencionais, como por exemplo, jogos, atividades planejadas, seleção de informações, e tem como objetivo complementar a resolução de problemas tradicionais, centrada nas ações de propor situações-problemas e resolver situações propostas, com as ações de questionar as respostas obtidas e a própria situação inicial.

Neste mesmo sentido Onuchic e Allevato (1999) comentam que a metodologia de ensino pela Resolução de Problemas significa não apenas resolver problemas, mas sim ensinar a Matemática, pois o problema se torna um ponto, um centro de onde se constrói o conhecimento. Um processo em que o ensino do problema fica centrado no aluno, e este constrói os conceitos matemáticos para encontrar a solução. Neste processo o professor tem como função a de formalizar os conceitos e as técnicas operatórias,

> O ponto central de nosso interesse em trabalhar o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas baseia-se na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino é a de ajudar os alunos a compreenderem os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro do trabalho feito em cada unidade temática. (ONUCHIC e ALLEVATO, 1999, p.208).

Nesta concepção, considera-se que pela metodologia da Resolução de Problemas desenvolve-se no aluno uma atitude de investigação científica em relação ao que está posto.

Quando o aluno questiona as soluções e a situação-problema em si sob um novo pensar, ou seja, pensando sobre o que já pensou ou fez, de acordo com Smole e Diniz (2001) este pensar exige raciocínio e ao mesmo tempo, possibilita ao aluno ampliar o conhecimento por meio das relações que estabelece entre o que sabe e o que está aprendendo. Neste processo, a curiosidade, a iniciativa, a investigação e a confiança, em suas próprias ideias, passam a ser valorizadas melhorando a autoestima.

As autoras ainda afirmam que as problematizações têm como objetivo alcançar um conteúdo, sendo este, considerado como o conhecimento historicamente produzido, incluindo as habilidades necessárias para garantir a formação de pessoas independentes, confiantes em seu saber e capazes de entender e usar os procedimentos e regras próprias da área do conhecimento proporcionando a formação integral do aluno.

A partir das diretrizes dos PCN o professor percebe que no ensino de Matemática a resolução de problemas está intimamente relacionada à aprendizagem de conteúdos que é amplamente facilitada se for utilizada a ferramenta da comunicação. Na Resolução de Problemas na Perspectiva Metodológica proposta por Smole e Diniz (2001) esta condição está prevista quando o professor observa na fala, escrita ou desenho de seus alunos quais habilidades ou atitudes estão sendo desenvolvidas e quais são as dificuldades encontradas.

Portanto, com o uso da comunicação de forma consciente é possível interferir nas dificuldades encontradas pelos alunos e oportunizar estratégias de ensino para que avancem academicamente, assim,

> Introduzir os recursos de comunicação nas aulas de matemática (...) pode concretizar a aprendizagem em uma perspectiva mais significativa para o aluno e favorecer o acompanhamento desse processo por parte do professor. Analisar o papel da oralidade, das representações pictóricas e da escrita como recursos de ensino, permite vislumbrar uma nova dimensão para a prática escolar em sintonia com as pesquisas sobre a aquisição do conhecimento e da aprendizagem (CÂNDIDO, 2001, p.15)

O que comumente se observa nas aulas de matemática é o excesso de algoritmos, ou seja, de cálculos mecânicos e o decorrente silêncio: o professor fala e o aluno escuta, não discute. Isso significa falta de comunicação em sala de aula. Cândido (2001, p. 14) comenta que a comunicação no ensino de Matemática "tem papel fundamental para ajudar os alunos a construírem um vínculo entre suas noções informais e intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática".

Há um consenso entre os estudiosos da Matemática que é por meio dos recursos da comunicação que os conceitos e as representações se efetivam e ganham significado. Entre estes estudiosos cita-se Cândido (2001, p. 14) que afirma,

> Como a aprendizagem pode ser entendida como a possibilidade de fazer conexões e associações entre diversos significados de cada nova ideia, ela depende, então, da multiplicidade de relações que o aluno estabelece entre esses diferentes significados.

Entende-se assim, que a comunicação contribui para o aluno relacionar os conceitos do cotidiano e os conceitos científicos, ou seja, entre aquilo que ele já sabe e o que ele está aprendendo.

Nessa relação, segundo Vygotsky (2008) podem ser estabelecidos dois níveis de desenvolvimento: o real e o potencial. O desenvolvimento real é aquele consolidado pelo indivíduo, que o faz encontrar resolução para os problemas automaticamente usando os conceitos já consolidados. O desenvolvimento potencial é aquele que o indivíduo constrói buscando a resolução em outros problemas já resolvidos e que se enquadram na resolução dos novos.

A partir desses níveis de desenvolvimento Vygotsky (2008, p. 34) define a zona de desenvolvimento proximal,

> A zona de desenvolvimento proximal da criança é a distância entre seu desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas e o nível de seu desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes.

Entende-se assim, que a zona de desenvolvimento proximal representa a diferença entre a capacidade que a criança tem para resolver problemas sem auxílio, e a capacidade de resolver novos problemas. É nesse espaço entre o saber que o aluno já possui e o que precisa aprender que o professor pode interferir.

Nesse sentido, é necessário que o professor esteja capacitado para promover a interação com os alunos em sala de aula, verificando a comunicação como fator indispensável nas aulas de Matemática. Cândido (2001, p. 15) afirma que é “através dos recursos de comunicação que as informações, os conceitos e as representações são veiculados entre as pessoas”. Essa comunicação pode ser por meio da oralidade, da representação pictórica e/ou da escrita.

Cândido (2001, p.17) coloca a oralidade como um recurso de comunicação acessível a qualquer indivíduo, mesmo para alunos com alguma deficiência, sendo o professor o mediador da comunicação em qualquer situação. Assim, a comunicação oral “é um recurso de comunicação simples, ágil e direto que permite revisões praticamente instantâneas, podendo ser truncada e reiniciada assim que se percebe uma falha ou inadequação”.

O professor reflexivo e consciente tem condições de utilizar a oralidade como um recurso para compreender os procedimentos que os alunos adotaram na resolução de um problema ou na construção de um conceito. Quando os alunos explicam oralmente eles não só se fazem entender pelo professor como também podem refletir sobre os procedimentos realizados, revisando o que não entenderam ou ampliando o que compreenderam, explicitando assim, sua compreensão, suas dúvidas e dificuldades.

As representações pictóricas, utilizadas como recursos de comunicação nas aulas de Matemática possibilitam aos alunos mais uma forma de expressão, agora através de desenhos e esquemas (CÂNDIDO, 2001, p.19)

Assim, a proposta do professor para que os alunos trabalhem com a resolução de problemas por meio de desenhos e esquemas, contribui para que eles possam refletir sobre a atividade proposta e fornecem subsídios para que o professor possa analisar como os alunos estão compreendendo a atividade solicitada.

Cândido (2001) considera a escrita como recurso de comunicação, apresentando duas características distintas: a primeira característica é em relação ao resgate da memória, uma vez que as discussões e debates ocorridos na sala poderiam ficar sem registro em forma de texto e a segunda característica refere-se à possibilidade de comunicação no tempo e espaço, o registro de uma descoberta pode permanecer armazenado para que, em um futuro próximo ou distante, possa contribuir para outros estudos e pode chegar a outros locais geográficos.

O professor precisa estar capacitado para entender que as diferentes funções da escrita em sala de aula incentivam o aluno a descobrir a importância da língua escrita e de seus múltiplos usos, ao mesmo tempo, que as ideias matemáticas são apreendidas. A escrita em Matemática ajuda o aluno na aprendizagem, especialmente quando precisa estabelecer conexões entre o que já sabia e a nova aprendizagem (CÂNDIDO, 2001).

A produção de textos segundo Smole e Diniz (2001) quando realizada nas aulas de Matemática oportuniza aos alunos repensarem sobre suas ações em relação ao conteúdo estudado, rever e aprofundar os conceitos envolvidos e obter subsídios para avaliar a percepção sobre o tema estudado.

Smole e Diniz (2001, p. 31) analisam um texto produzido pelos alunos e consideram que,

> No texto sobre frações [...], a professora pôde saber não apenas se os alunos haviam compreendido noções importantes relacionadas às frações, como o significado do numerador, do denominador e da escrita numérica de uma fração, mas também constatou surpresa, que o grupo havia percebido a ideia de frações equivalentes, a qual ainda não estava sendo pensada em abordar com a classe. Lendo os textos produzidos, precisou refazer seu planejamento inicial ao constatar que a maioria dos alunos havia se encantado com o fato de dois sextos serem iguais a um terço.

Na leitura do texto escrito pelo aluno, a professora percebe que os alunos apropriam-se ativamente dos conhecimentos, ou seja, descobriram o prazer de conquistar o saber, de participar e aprender ideias e procedimentos que geram a motivação em aprender e continuar aprendendo. Butts (1997, p. 32) afirma que “o verdadeiro prazer em estudar matemática é o sentimento de alegria que vem da resolução de um problema, quanto mais difícil o problema, maior a satisfação”.

Nessa perspectiva, a formação continuada dos professores tem como meta capacitar o professor para proporcionar esta alegria em sala de aula, usando das mais diversas formas de abordagem de um conteúdo.

No caso do ensino de frações a problematização permite apresentar diferentes abordagens, atuando como um recurso, que tem como objetivo oportunizar o desenvolvimento do processo investigativo, para que o aluno possa explorar os diferentes significados das frações refletindo sobre o que lhe está sendo apresentado, estabelecendo relação com outros conteúdos e conceitos trabalhados e, por consequência, com novas situações que lhe são propostas.

No cotidiano dos adultos e das crianças aparecem situações que tornam o uso de números fracionários uma prática comum, como por exemplo, ao pegar meia xícara de açúcar, comprar uma torneira de 3/4 de polegada ou calcular a porcentagem de juros sobre o valor de um empréstimo.

É nesse contexto que se concebe o ensino de frações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, conforme orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN,

> ...são apresentadas aos alunos situações-problemas cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal (BRASIL, 2001, p. 83).

Acrescenta-se a estas orientações, o posicionamento de Nunes et al (2005, p. 9) de que “todo ensino deve ser baseado em evidências”, isso significa que a prática do professor em sala de aula deve ser pautada no que o aluno vivencia, ou seja, naquilo que ele já conhece.

Segundo Buriasco (1999, p. 27) “o pensar do educador precisa se libertar da subordinação da educação aos conteúdos da disciplina para buscar sua relevância social no contexto do momento atual”. Assim, para que o professor identifique o que o aluno já sabe sobre o conteúdo a ser explorado é indispensável que ele se torne um pesquisador em sala de aula, observando como os alunos resolvem as atividades, como definem/compreendem o conteúdo trabalhado e quais são as reações diante de situações-problemas, coletando dados, analisando e planejando ações estratégicas para que o aluno se aproprie dos conceitos/algoritmos trabalhados ou aprofunde os seus conhecimentos.

No entanto, o que acontece conforme observa Buriasco (1999, p. 225), é,

> ...um processo inadequado de introdução de novos programas curriculares, sem uma formação adequada dos professores que os sensibilizasse para desenvolver uma concepção mais compatível com as intenções e metodologias indicadas; falta de atenção, nas nossas práticas educativas, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior, as competências como resolução de problemas, raciocínio e argumentação matemática; problemas existentes na formação dos professores quer seja no âmbito da Educação Matemática, quer seja no do próprio conhecimento matemático.

Estes argumentos levantados por Buriasco (1999) são perceptíveis no ensino de frações quando os professores praticam em sala de aula uma sistemática de Ensino que não abrange a construção do conceito de fração a partir de seus diferentes significados. Na sequência discorre-se sobre as frações e seus diferentes significados.

2.6 FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS

O consenso entre os professores pesquisadores sobre o ensino de Matemática é de que o aprendizado de frações é bastante sofrível, mesmo sendo conteúdo sistemático abordado a partir dos dois últimos anos do Ensino Fundamental. Entre estes pesquisadores pode-se citar Tânia M. M. Campos, Angélica Fontoura G. Silva e Ruy César Pietropalo (2009, p. 131), quando afirmam que o ensino de frações é um conteúdo que os alunos não assimilam o suficiente para caracterizar um aprendizado, ainda que no Brasil se inicie “no 4º ano do Ensino Fundamental sendo retomado e ampliado sistematicamente nas duas séries iniciais subsequentes e, pontualmente, em todas as demais séries do Ensino Fundamental e Médio”.

Para estes pesquisadores o aprendizado escolar brasileiro é o maior exemplo de dificuldade do uso de frações, quando revelam dados de pesquisas que confirmam que “os alunos egressos da educação básica têm pouco domínio das noções fundamentais relativas a esse assunto” (CAMPOS et al, 2009, p. 131).

Os estudos e pesquisas realizadas explicam que o fraco desempenho dos alunos nas avaliações realizadas pelos órgãos pesquisadores da educação como o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica - SAEB e de outros sistemas de avaliação de rendimento escolar, levam à conclusão que é a falta de domínio do conceito de números fracionários que os impedem de construir as noções de frações a partir dos números racionais.

> Assim, dentre as diversas explicações prováveis para esse fraco desempenho, está a não proposição, na sala de aula, de tarefas que possam efetivamente favorecer a construção de noções relativas aos números racionais como situações contextualizadas envolvendo diferentes significados e a ausência de um trabalho que articule a representação fracionária com a decimal (CAMPOS et al, 2010, p. 132).

Pode-se apontar que o baixo nível de desempenho dos alunos em relação ao conhecimento de frações deve-se a ausência de um processo metodológico adequado para que o aluno entenda, por exemplo, que as operações com frações são do mesmo conteúdo dos números racionais na forma decimal, com algumas particularidades que exigem diferentes estratégias e algoritmos.

Cita-se como exemplo, a estratégia de encontrar a solução da adição/subtração de frações com denominadores diferentes apenas com o cálculo do Mínimo Múltiplo Comum – M.M.C., o que é considerado pelos professores como um grande problema, especialmente porque exige a divisão simultânea de números naturais - uma dificuldade encontrada pelos alunos.

Por outro lado, percebe-se que os alunos não sabem o que estão fazendo, quando efetuam o M.M.C., somente entendem que estão tornando os denominadores das frações iguais, porém não conseguem explicar porque é necessário ter frações com denominadores iguais para realizar a adição e a subtração.

Assim efetuar a adição/subtração com números na forma fracionária é uma aprendizagem mecânica, “o professor falou que era para fazer assim” é a resposta comum que se ouve dos alunos quando indagados porque calculam o M.M.C. para encontrar o denominador comum. Da mesma forma quando a questão é “por que deixar os denominadores iguais?”, a resposta é “porque o professor ensinou que senão ficar igual não dá para resolver”.

Buriasco (1999, p. 24), comenta que este ensino corresponde ao ”modelo frontal”, um método em que é “sempre o professor que apresenta as matérias à classe, ocupando quase todo o tempo em dar informações ou instruções de *como* fazer os exercícios, quer seja verbalmente quer seja escrevendo no quadro de giz, e, em tentar manter silêncio na classe”.

A autora destaca que o “modelo frontal” de ensino “tem gerado nos alunos um alto grau de dependência, mesmo nas escolas de elite, além de obscurecer sua capacidade de aprendizagem fazendo-os supor que são menos capazes do que realmente são” (BURIASCO, 1999, p. 26)

Realmente, os alunos não raciocinam, pois com este aprendizado mecânico que os faz memorizar a fala do professor, não há espaço para investigar o porquê da necessidade de tornar os denominadores iguais. Muitos alunos efetuam a adição/ subtração dos denominadores como se estivessem operando com os números naturais. E aí o problema é de Ensino ou de Aprendizagem?

Uma orientação para este questionamento é a discussão de Buriasco (1999, p. 33) quando aponta o posicionamento de Guzmán (1993),

> ...uma grande parte dos fracassos em matemática de muitos de nossos estudantes tem origem em um posicionamento inicial afetivo totalmente destrutivo de suas próprias potencialidades neste campo, que é provocado, em muitos casos, pela inadequada introdução [ao estudo da matemática] feita pelos professores.

Toma-se como exemplo nos anos finais do primeiro segmento do Ensino Fundamental (4º e 5º ano), quando os professores introduzem o conceito de fração pela representação das frações a partir de figuras geométricas planas (círculos, quadrados, retângulos) em que os alunos “dividem” o todo de acordo com a quantidade de partes indicadas no denominador e pintam as partes indicadas no numerador.

O termo “dividem” está entre aspas porque, na maioria das vezes, eles repartem essas figuras não observando que a divisão deve ser feita em partes iguais, ou seja, dividir o todo em partes iguais em relação à área é o procedimento correto para representar as frações utilizando figuras geométricas planas. Denota-se assim, um ensino e uma aprendizagem com pouca contextualização, ou até mesmo sem nenhuma, apenas direcionada para os algoritmos.

Buriasco (1999, p. 63) avalia esta situação apontando as deficiências da atuação do professor,

> A sobrecarga de atividades relacionadas direta ou indiretamente com o seu trabalho leva os professores, dizem Apple & Jungck (1990), a seguir atalhos, a economizar esforços, a realizar apenas o essencial para cumprir a tarefa que têm nas mãos; obriga os professores a esperar que lhes digam o que fazer, iniciando-se um processo de depreciação da experiência e das capacidades adquiridas ao longo dos anos. A qualidade cede lugar à quantidade.

Assim, o professor não ensina aos alunos aquilo que não sabe fazer, porque não está suficientemente preparado para a escola que hoje a sociedade precisa. Buriasco (1999) explica que isto acontece porque há uma persistência de formação de professores pela simples acumulação de cursos, de técnicas, sem que haja um trabalho permanente de reflexão sobre as práticas e uma construção pessoal e profissional.

Sob este contexto, para que o professor consiga cumprir seu papel de mediador entre o conhecimento de frações historicamente sistematizado nos diversos contextos em que se apresentam e a aprendizagem do aluno, evidencia-se a necessidade de formação continuada para os professores.

Justifica-se então, para o presente trabalho a organização de oficinas a serem realizadas em cursos de formação continuada para professores das Séries/Anos Iniciais do Ensino Fundamental explorando-se as três ideias das frações apresentadas na programação do “Salto para o Futuro” da TV Escola, na série “Discutindo Práticas em Matemática”, exibida pela primeira vez pela TV Escola no dia 28 de agosto de 2006 e, mais tarde, adaptadas por Cleiton Batista Vasconcelos e Elizabeth Belfort (Belfort e Vasconcelos, 2006), sendo elas: fração como parte de uma unidade, representação de frações na reta e fração como parte de um conjunto de elementos.

Uma quarta ideia foi retirada do Fascículo 4 do Pró-Letramento - Matemática (Lins e Silva, 2008) escrita pelos professores Rômulo Campos Lins e Heloísa da Silva no ano de 2008, que abordam as frações unitárias como unidades de medidas.

Estas quatro ideias estão apresentadas nos itens que seguem.

2.6.1 Ideia 1 - Fração como parte de uma unidade

A ideia de fração como parte de uma unidade é desenvolvida a partir da percepção de que ao realizar uma divisão de números naturais nem sempre a resposta é um número natural, é preciso recorrer a representação de partes de um inteiro, tal como Campos et al (2010, p. 133) exemplificam,

> Para a construção da ideia de número racional, devem-se discutir, com os alunos, situações em que os naturais não são adequados para responder a um problema que envolva divisão [...] Exemplo: dividir três chocolates igualmente entre dois amigos. Quanto receberá cada um? O número natural não é evidentemente adequado para responder a essa questão, pois nessa divisão obtém-se 1 chocolate para cada um e ainda sobra 1 chocolate. O ainda resto 1 pode ser subdividido. Pra expressar o resultado dessa divisão, deve-se utilizar um número racional representado na forma fracionária ou decimal.

Assim, uma das formas de introduzir o conceito de fração nas Séries/Anos Iniciais do Ensino Fundamental é pensar a fração como parte de uma unidade contínua que não pode ser representada por um número inteiro. No exemplo citado por Campos et al (2010), a unidade é a barra de chocolate que precisou ser dividida em duas partes iguais para então ser redistribuída. Cada uma dessas partes corresponde à metade da barra do chocolate e pode ser representada pela fração 1/2.

Ainda, segundo Belfort e Vasconcelos (2006, p.1) “A ideia mais usual de fração é aquela que pensa a fração como parte de uma unidade que foi dividida em partes iguais”. Confirmando-se assim, que a forma mais comum de apresentar o conteúdo de frações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, é a partir de um todo contínuo que foi dividido em partes iguais.

No processo de representação de partes de um todo contínuo, o denominador sempre representa a quantidade de partes em que o inteiro foi dividido e o numerador geralmente representa a quantidade de partes coloridas. Portanto,

> Por esta ideia pode-se pensar a fração 2/5 como um todo que foi dividido em cinco partes iguais e se tomou duas dessas partes, ficando assim representado:
>
> 
>
> Cada uma das partes em que o todo foi dividido - esteja ela pintada ou não, representa um quinto do todo. (BELFORT e VASCONCELOS, 2006, p.1)

Belfort e Vasconcelos (2006) alertam que cada uma das partes em que o inteiro foi dividido representa uma fração do inteiro. No exemplo em que a figura retangular, considerada como o inteiro, foi dividida em 5 partes iguais cada uma das partes corresponde a 1/5, e se somar as 5 partes: 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 obtém-se a fração 5/5 que corresponde a um inteiro.

Em relação à divisão do todo em partes iguais é importante destacar,

> ... primeiramente o significado da palavra igual. Esta igualdade não é de forma ou quantidade, mas sim de “área”, ou seja, da medida da superfície que representa o objeto. Assim, as partes pintadas de todos os retângulos da figura abaixo representam a fração 1/2 e todas têm a mesma área.
>
> 
>
> (BELFORT e VASCONCELOS, 2006, p.1)

Portanto, ao dividir o todo em partes iguais, é necessário considerar os termos “partes iguais” em relação à área e não em relação à forma. Nas Séries/Anos Iniciais do Ensino Fundamental é comum observar que os alunos “dividem” o todo contínuo em partes que não são iguais em relação à área e nem à forma. Segundo Belfort e Vasconcelos (2006, p.1),

> É muito comum ele [o aluno] ter de repartir ou o pão, ou o bolo, ou o chocolate com o irmão ou irmãos, ou com um ou mais amigos. Cada um deles recebendo 1/2 ou 1/3 ou 1/4 do pão, do bolo ou do chocolate. Mas essa ideia deve ser aprimorada na escola, pois é muito comum os meninos pequenos falarem que querem a “metade maior”. Isso significando que o conceito de fração como parte de um todo que foi dividido em partes iguais ainda não está bem construído.

Neste sentido, é importante que o professor, a partir das noções de fração que o aluno traz de casa, proponha situações de ensino para que ele amplie esse conhecimento, dividindo quantidades discretas e contínuas em partes iguais, sistematizando e abstraindo o conceito de divisão.

Sob estes pressupostos, a ideia de fração como parte de uma unidade pode ser explorada utilizando-se diversas estratégias de ensino, como por exemplo: a divisão de figuras geométricas planas em partes iguais em relação à área e a construção das peças do Tangran, que estão fundamentadas e descritas nas Oficinas 1 e 2 do Caderno Pedagógico anexo a esta dissertação.

2.6.2 Ideia 2 - Representação de frações na reta numérica

Nas críticas sobre o ensino de frações na educação brasileira de Campos et al (2010) foi apontada a não apropriação da relação de números fracionários como números decimais. Encontra-se justificativa destas críticas em trabalhos sobre frações como é o caso da dissertação de Silva (1997, p.131) quando ela afirma que falar de frações significa falar de medidas de comprimento, pois a medida foi,

> ...responsável pelo surgimento das frações [no entanto] como usamos um sistema métrico decimal, que no cotidiano é representado apenas por números decimais, a representação de medidas na forma de fração passa despercebida, levando a perda da referência de unidade, pois as subunidades criadas no nosso sistema são consideradas como novas unidades.

De acordo com Silva (1997), há um distanciamento entre a história do surgimento das frações e o Sistema Métrico Decimal – SMD atualmente utilizado.

As frações surgiram a partir da necessidade dos egípcios medirem a extensão de terra pertencente a cada agricultor. Para realizar a medição dos lados da superfície destinada a cada agricultor, os agrimensores, também chamados de esticadores de cordas, utilizavam uma corda como uma unidade de medida de comprimento e, quando essa unidade não cabia um número exato de vezes no comprimento a ser medido, surgiu a necessidade da criação de um novo tipo de número para representar partes da unidade.

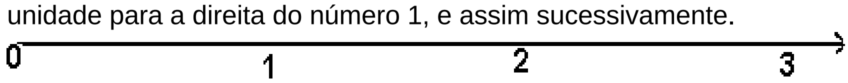
Portanto, o lado de uma dessas superfícies poderia ser representado, por exemplo, por 3 cordas e 1/3 da corda. Isso significava que foram utilizadas três cordas esticadas e mais 1/3 da corda. Um terço da corda correspondia a uma parte da corda que havia sido dividida em três partes, ficando assim, explícita a necessidade da fração para fazer medições.

No atual sistema de medidas, Sistema Métrico Decimal – SMD, a unidade fundamental de medida de comprimento é o metro, a décima parte do metro (subunidade) é o decímetro, a centésima parte do metro (subunidade) é o centímetro, milésima parte do metro (subunidade) é o milímetro. Essas subunidades são consideradas como unidades de medida, dificultando a compreensão de que cada subunidade corresponde a uma fração do metro linear, podendo ser respectivamente representadas pelas frações 1/10, 1/100, e 1/1000.

Para medir, por exemplo, o comprimento de uma mesa, dizemos que ela tem 2 metros e 50 centímetros e não 2 metros e 50/100 do metro. A representação das subunidades do metro por meio de frações, muitas vezes passa despercebida pelos professores e, é pouco utilizada como uma estratégia para explorar o conceito de fração como ponto localizado na reta.

Segundo Belfort e Vasconcelos (2006, p. 2),

> A visualização dos números fracionários na reta numérica não deveria, a rigor, ser considerada como uma nova ideia, pois também se trata da divisão de uma unidade em partes iguais. Só que, ao invés de destacar a parte, destacam-se pontos da reta. Como em uma régua, são marcados os valores inteiros em intervalos iguais, como ilustrado abaixo. O número 1 passa, então, a ser representado por um ponto na reta, que dista uma unidade do zero para a direita, o número 2 pelo ponto que dista uma unidade para a direita do número 1, e assim sucessivamente.



Uma das maiores dificuldades encontradas por professores e alunos na transferência dos conhecimentos adquiridos a partir da ideia de fração como parte de um todo contínuo, para a fração como um ponto localizado na reta numérica, reside na identificação do inteiro na reta numérica.

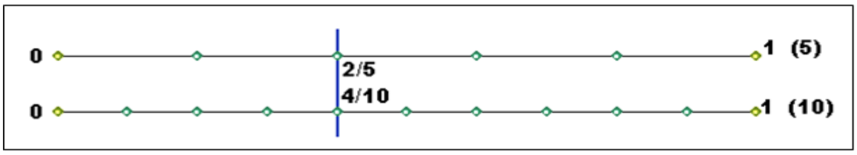
O intervalo considerado como o inteiro na reta numérica corresponde a um segmento de reta delimitado por dois pontos consecutivos. Em uma reta numérica representa-se uma sequência de pontos com intervalos de comprimento iguais relacionando-se cada um desses pontos um número inteiro. Como cada intervalo corresponde a uma unidade, esta pode ser fracionada, por exemplo,

> ... para determinar a posição da fração 2/5 divide-se o intervalo que vai de zero até 1 em cinco partes iguais, encontrando os pontos A, B, C, D e E (esse último coincidindo com o número 1).

> O ponto **A** é associado com 1/5, o ponto **B**, assinalado na figura, representa a fração 2/5, e assim sucessivamente, sendo que **E** representa a unidade completa, ou seja, 5/5. (BELFORT e VASCONCELOS, 2006, p. 2),

Assim, quando o professor explora a ideia de fração enquanto um ponto localizado na reta numérica desde as Séries/Anos Iniciais do Ensino fundamental, de acordo com Belfort e Vasconcelos (2006, p.2),

> ... não apenas ajuda ao aluno a perceber a fração como um novo tipo de número, que ele começa a conhecer, como pode ser um ótimo recurso didático no momento de estudar o conceito de frações equivalentes. Por exemplo, na figura abaixo há a divisão da unidade em cinco e em dez partes iguais. Fica simples perceber que as frações 2/5 e 4/10 representam o mesmo ponto no intervalo, ou seja, são frações equivalentes.



Portanto, a representação de frações na reta numérica também possibilita a visualização de frações equivalentes, tornando-se uma alternativa para o professor demonstrar a equivalência de frações por meio da localização de pontos em segmentos de reta. Essa alternativa de ensino está descrita na Oficina 6 do Caderno Pedagógico.

2.6.3 Ideia 3 – Fração como parte de um Conjunto

A partir da ideia de fração como parte de um conjunto explora-se o conceito fração de uma quantidade discreta, ou seja, representa-se por meio de frações a quantidade de subconjuntos de um conjunto de elementos. O denominador indica a quantidade de subconjuntos em que o conjunto foi dividido e o numerador representa quantidade de subconjuntos que foram considerados.

De acordo com Silva (1997) esta concepção depende da divisão de uma quantidade discreta em subconjuntos desta quantidade. Entende-se que esta quantidade de objetos representa o todo de uma determinada coisa. Belfort e Vasconcelos (2006, p.3) incluíram esta situação como uma de suas ideias, assim disposta,

> Uma terceira ideia, que pode ser considerada uma variante da ideia 1 [Fração como parte de uma unidade] para o caso de grandezas discretas, é aquela que associa as frações a subconjuntos de um conjunto. De acordo com essa ideia, cada fração de um conjunto é um subconjunto desse

> conjunto. De acordo com essa interpretação, de um conjunto com 5 elementos, cada subconjunto com 2 elementos corresponde a 2/5 desse conjunto; de um conjunto de 10 elementos, qualquer subconjunto de 4 elementos corresponde a 2/5 [que é equivalente a 4/10] desse conjunto.

Explora-se, portanto, novamente o conceito de divisão do todo em partes iguais, no entanto, as partes iguais devem ser em relação ao número de elementos de cada subconjunto, conforme confirmam Belfort e Vasconcelos (2006, p.3),

> ... o todo é um conjunto, ou seja, uma grandeza discreta e o que se divide são os elementos do conjunto, formando, assim, um subconjunto. Desta vez, as partes iguais não são necessariamente iguais em forma ou tamanho. São iguais em número de elementos. Assim é que de um conjunto com quatro pessoas, independente de idade, de cor, de tamanho, de sexo etc. duas quaisquer dessas pessoas representam metade do conjunto, ou 1/2 do conjunto.

Belfort e Vasconcelos alertam os professores das Séries/Anos do Ensino Fundamental, quanto ao número de elementos de um conjunto a ser considerado para introduzir o conceito de fração como parte de um conjunto, explicando que,

> É importante que o professor fique atento para que não ocorra, em um primeiro momento, a necessidade de se dividir (quebrar) algum dos elementos do conjunto. Lembrando que não faz muito sentido falar em uma bola de gude dividida em duas partes ou em um ovo dividido em três partes, por exemplo. Para iniciar um trabalho com crianças, um número bom de elementos para o conjunto que vai representar o todo é 12, uma vez que de um conjunto com doze elementos pode-se facilmente, encontrar 1 /2, 1/3, 1/4, 1/6, 1/12. (BELFORT e VASCONCELOS, 2006, p.3).

Portanto, faz-se necessário planejar o número de elementos que compõem o conjunto de objetos que constitui o inteiro, e também, levar em consideração a natureza do objeto. Por exemplo, na prática, faz sentido dividir um pão em duas partes iguais e representar cada uma das partes pela fração 1/2, já não acontece o mesmo quando propõe ao aluno, com poucas experiências com as frações, a divisão de um conjunto com três pessoas em dois subconjuntos, representando uma pessoa e 1/2 em cada subconjunto.

Ao explorar a ideia de fração como parte de um conjunto, insere-se o conceito de grandezas discretas explorando-se o conceito de frações equivalentes, frações unitárias, divisão de elementos em partes iguais independentes de forma ou tamanho, dando ênfase ao número de elementos em cada subconjunto. Essa alternativa de ensino está descrita na Oficina 7 do Caderno Pedagógico anexo a esta dissertação.

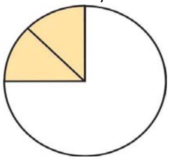
2.6.4 Ideia 4 – Fração unitária como unidade de medida

Segundo Lins e Silva (2008), ao explorar a ideia de fração unitária como unidade de medida os alunos compreendem que quando se trabalha com frações está sendo trabalhado com um número racional e não com um símbolo representado por dois números.

Nesse sentido, é importante relacionar as frações unitárias com as unidades de medida. Em relação ao conceito de medida de comprimento, Lins e Silva (2008, p.10) exemplificam,

> Quando dizemos que o comprimento de uma mesa é dois metros, estamos indicando o “quanto” (dois) e o de que “tipo” (metro). Se mudarmos o “tipo” para centímetro, o “quanto” teria que mudar para 200 para a medida ficar certa, já que 2 m = 200 cm. Assim, uma das formas de se entender o que é uma fração, é que elas são o resultado de se medir alguma coisa, usando como referência uma parte da unidade.

A explicação feita por Lins e Silva, possibilita compreender a fração unitária como uma unidade de medida. É o denominador dessa fração que determina o “tipo” de pedaço que está sendo utilizado como unidade de medida, se é um pedaço do “tipo“ 1/2, 1/3 ou 1/4 fazendo analogia com as unidades de medida de comprimento: o metro, o centímetro ou o milímetro,

> Vamos ver um exemplo. Muitos livros didáticos introduzem as crianças às frações, usando bolos e tortas. Imaginemos que pessoas comeram uma parte da torta abaixo [a parte sem pintar], e restou o que está indicado [a parte pintada]. Como representar, com um número, o tanto que foi comido?
>
> 
>
> O que vamos fazer é *medir* a parte que foi comida. Para isto temos que escolher uma "unidade". Pela figura, temos a impressão de que a torta toda havia sido cortada em oito fatias. Podemos, então, escolher 1/8 de torta como unidade de medida. Quantas vezes esta unidade cabe *na parte que foi comida?* A resposta é "seis vezes". Por isto, o número correspondente à parte comida são 6/8 *"seis* partes do tipo *oitavo". (*LINS e SILVA, 2008, p.10).

Se utilizássemos como unidade de medida o metro para medir o comprimento da sala teríamos, o "tipo" de unidade (1 m) e o "quanto" (6), portanto 6 x 1 m = 6 m. De forma análoga, a ideia de fração como unidade de medida também possibilita introduzir a multiplicação de um número natural por um número representado na forma fracionária.

Ainda, segundo Lins e Silva (2008, p. 10), no mesmo exemplo da torta,

> podíamos também ter escolhido 1/4 como unidade de medida, porque pela figura percebemos que também cabe um número exato de vezes na parte que foi comida. Quantas vezes o 1/4 cabe na parte que foi comida? Três, e por isso o número resultante é 3/4 ou 3 x 1/4 = 3/4.

Assim, ao utilizar como unidade de medida a fração do "tipo" 1/4, o resultado da medição é 3/4 da torta, e ao comparar as duas frações 6/8 e 3/4, visualiza-se a equivalência de frações.

A partir do conceito de fração como medida pode-se privilegiar várias estratégias para o ensino de frações, utilizando o conceito de fração unitária desenvolvido sob a concepção da relação parte todo, da fração como ponto de uma reta e da fração como parte de um conjunto, destacando a fração unitária como sendo o "tipo" de divisão do todo.

Algumas alternativas de ensino, a partir do conceito de fração unitária como unidade de medida estão descritas nas Oficinas 1, 3 e 4 do Caderno Pedagógico anexo a esta dissertação.

O presente estudo está baseado nas quatro ideias: fração como parte de um todo contínuo, fração como parte de um conjunto, fração como ponto localizado na reta e fração unitária como unidade de medida. A partir dessas ideias foram organizadas 7 oficinas utilizando o material do Programa de Formação Continuada para Professores das Séries/Anos Iniciais do Ensino Fundamental - Pró-Letramento Matemática e estão disponibilizadas no Caderno Pedagógico.

As oficinas foram aplicadas com um grupo de 16 professores do 2º ano do 2º ciclo do Primeiro Segmento do Ensino Fundamental de 9 anos, conforme o procedimento metodológico exposto a seguir.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo apresenta-se o tipo de pesquisa e a forma de condução do estudo realizado. Inicia-se com uma breve discussão teórica da metodologia adotada, na sequência descreve-se o contexto e os procedimentos adotados para a concretização do estudo.

Finalizando, são descritos os instrumentos utilizados: o questionário, o Pré-teste, o Pós-teste, o Diário Coletivo dos professores cursistas, o Diário de Bordo da professora Aplicadora e as atividades desenvolvidas nas oficinas.

Destaca-se que os professores cursistas assinaram o Termo de Autorização (Apêndice A) para que os dados por eles fornecidos fizessem parte da publicação da presente dissertação. Neste Termo, os professores cursistas também isentaram a Prefeitura Municipal de Ponta Grossa de qualquer responsabilidade quanto ao pagamento de horas extras e remuneração, uma vez que o espaço físico utilizado para realização das oficinas foi cedido pela Secretaria Municipal de Educação e o curso aconteceu no período noturno a convite da pesquisadora.

3.1 ABORDAGEM METODOLÓGICA

Para o presente estudo, foi realizada uma abordagem junto aos professores para avaliar como eles definiam frações, quais as principais dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem de frações e quais conceitos foram adquiridos na formação inicial e na formação continuada. A partir destes dados, a pesquisadora definiu que o objeto de estudo do presente trabalho referia-se à compreensão do número fracionário e que a pesquisa seria realizada com um grupo de no máximo 20 professores do 2º ano do 2º ciclo do primeiro segmento do Ensino Fundamental do Ensino de 9 anos, no município de Ponta Grossa - PR.

Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram: o questionário (Anexo A), o Pré-teste (Anexo B) e o Pós-teste (Anexo C), o Diário Coletivo escrito pelos professores cursistas, o Diário de Bordo escrito pela professora Aplicadora e as atividades desenvolvidas pelos professores nas oficinas. As atividades foram retiradas do Caderno Pedagógico.

Assim, de acordo com os instrumentos utilizados e a metodologia adotada para análise, esta pesquisa classificou-se como qualitativa interpretativa, levando em consideração os aspectos quantitativos, obtidos a partir do Pré-teste e do Pós-teste analisados qualitativamente. Garnica (2004, p. 86) caracteriza pesquisa qualitativa como aquela que apresenta:

> a- a transitoriedade de seus resultados;
> b- a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar;
> c- a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar;
> d- que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas e;
> e- a impossibilidade de estabelecer as regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

O trabalho realizado com os professores cursistas não se deteve apenas em averiguar seus conhecimentos, mas sim, dentro do possível, foram feitas intervenções para que as atividades reconstruíssem os procedimentos metodológicos no ensino de frações.

Araújo e Borba (2004) definem que em uma pesquisa qualitativa pode-se utilizar entrevistas, vídeos, interpretação de dados priorizando procedimentos descritivos, proporcionando um conhecimento explícito que admite a interferência subjetiva. O que é considerado "verdadeiro", nesta concepção, é a dinamicidade do fenômeno pesquisado e a flexibilidade para ser mudado.

Neste sentido, a pesquisa foi realizada a partir da aplicação do questionário e do Pré-teste. Os resultados desses dois instrumentos mostraram quais eram os conhecimentos dos cursistas e forneceram alguns dados que demonstraram a necessidade de uma intervenção pedagógica no que se refere aos conceitos e estratégias de ensino de frações. Bogdan e Biklen (1994, p. 195) afirmam,

> ...embora os dados quantitativos recolhidos por outras pessoas (avaliadores, administradores e outros investigadores) possam ser convencionalmente úteis tal como foram descritos, os investigadores qualitativos dispõem-se à recolha de dados quantitativos de forma crítica. Não é que os números por si não tenham valor. Em vez disso, o investigador qualitativo tende a virar o processo de compilação na sua cabeça perguntando-se o que os números dizem acerca das suposições das pessoas que os usam e os compilam. [...] Os investigadores qualitativos são inflexíveis em não tomar os dados quantitativos por seu valor facial.

Na análise do questionário percebeu-se um número considerável de respostas que indicaram procedimentos inadequados para um processo de ensino que realmente contribua para os alunos compreenderem e assimilarem o conceito frações. Parte-se do princípio de que é com essa compreensão e assimilação que os alunos conseguem fazer uso das frações nos diversos contextos em que elas se apresentam.

Mediante este resultado foi possível avaliar o nível de conhecimento dos professores cursistas e direcionar os conteúdos a serem trabalhados nas oficinas.

Assim, esta pesquisa caracterizou-se por uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo, pois segundo Moreira (1988), quando o pesquisador tem oportunidade de formular questões e procurar evidências, ou até mesmo ser capaz de refletir e articular esta reflexão em seu cotidiano profissional está realizando uma pesquisa interpretativa.

Os dados numéricos obtidos no questionário e no Pré-teste foram utilizados para adequação/elaboração das atividades a serem desenvolvidas nas oficinas, centrando-se mais no processo do que no resultado da investigação, na medida em que os participantes envolveram-se e refletiram no decorrer dos encontros.

Na metodologia adotada para desenvolvimento da intervenção privilegiou-se o trabalho em grupo que, segundo Cervo e Bervian (1988), possibilita o aprofundamento dos temas estudados, o apontamento de falhas e o incentivo para o estudo individual. Além disso, segundo os autores, privilegia-se a interação efetiva de todos os participantes, tanto os aprendizes quanto os instrutores.

Sendo estes atributos pertinentes aos objetivos das oficinas, optou-se pelo trabalho em grupo, sendo desenvolvida uma sequência de atividades em sete oficinas, onde foi explorada a divisão do todo em partes iguais em relação à área**,** a fração unitária**,** a comparação de frações**,** a equivalência de frações**,** as operações de adição e de subtração com frações**,** bem como as ideias envolvidas, a saber: fração como parte de uma unidade, fração unitária como unidade de medida, representação de frações na reta numérica e a fração como parte de um conjunto em situações contextualizadas utilizando-se materiais concretos.

Durante as oficinas a autora do presente trabalho atuou como formadora e como pesquisadora. Enquanto formadora buscou promover interação entre os participantes dos grupos e a problematização dos conceitos e situações em estudo. Enquanto pesquisadora realizou observações sobre aspectos relevantes em relação ao desenvolvimento das atividades propostas, as ações, as falas, as reações, depoimentos e estratégias utilizadas para a resolução das atividades anotando-as no Diário de Bordo, como forma de registrar o processo para posterior análise juntamente com os dados obtidos por meio do questionário, do Pré-teste e do Pós-teste e do Diário Coletivo.

A partir das atividades propostas nas oficinas foi organizado um Caderno Pedagógico anexo a esta dissertação destinado aos formadores de professores do Ensino Fundamental como recurso didático para ser consultado e/ou aplicado na íntegra ou adaptado para os Anos/Séries em que o professor atua.

Assim, em relação à finalidade prática, esta pesquisa caracterizou-se como uma pesquisa aplicada uma vez que terá como produto final o já citado Caderno Pedagógico destinado aos professores formadores. De acordo com Moreira (2006, p. 71), “tanto a pesquisa básica como a pesquisa aplicada são utilizadas na pesquisa educacional, mas a pesquisa aplicada com a intenção de resolver um problema ou desenvolver um novo processo ou produto é a mais comum”.

Destaca-se que esta pesquisa foi desenvolvida a partir da percepção de que o ensino de frações configura-se em um problema que necessita ser estudado com rigor científico e, portanto, opta-se pela abordagem qualitativa que se enquadra devidamente na pesquisa prática realizada no presente estudo.

A finalidade do Caderno Pedagógico organizado a partir de Oficinas foi a de fornecer subsídios para que os professores possam estar refletindo sobre sua prática em sala de aula e buscando inovar para mediar o processo de construção do conhecimento.

3.2 UNIVERSO DO ESTUDO

No planejamento da presente pesquisa previa-se o máximo de 20 professores do 2º ano do 2º Ciclo do Ensino Fundamental de 9 anos, da Rede Municipal de Ensino de Ponta Grossa – PR, porém dos 20 professores inscritos, compareceram 16 professores em todos os encontros da Formação Continuada. Assim foram considerados como professores cursistas estes 16 professores, que por uma questão de ética não serão nominados, e suas respostas e desempenho serão avaliados como o todo de uma amostra.

3.3 INSTRUMENTOS PARA COLETA DE DADOS

Para a presente pesquisa foram utilizados como instrumentos: o questionário, Pré-teste, Pós-teste, Diário Coletivo escrito por um professor cursista, Diário de Bordo com anotações da professora pesquisadora aqui denominada de Aplicadora e as atividades desenvolvidas nas Oficinas Pedagógicas.

O questionário, o Pré-teste e o Pós-teste foram elaborados pela pesquisadora Maria José Ferreira da Silva (1997) e aplicados com professoras de 1ª a 4ª séries, disponíveis como anexos em sua dissertação de Mestrado com o título “Sobre a Introdução do Conceito de Número Fracionário”, dispensando-se, portanto, a validação das questões que foram aplicadas no presente trabalho.

O Diário Coletivo foi utilizado pelos professores cursistas ao término de cada Oficina para registrar suas dúvidas, dificuldades, considerações e impressões acerca de cada tema abordado e o Diário de Bordo foi utilizado pela professora pesquisadora durante as oficinas para registro de suas observações, ambos com a finalidade de contribuir na análise dos resultados.

3.3.1 Questionário - Perfil do grupo pesquisado

Com o objetivo de traçar o perfil do grupo de professores que participaram da pesquisa aplicou-se um questionário (Anexo 1), contendo 13 questões abertas e fechadas. O questionário foi dividido em duas partes, sendo que a primeira parte com 7 questões (de 1 a 7), referindo-se aos dados de formação dos professores e materiais em que se apoiam para trabalhar o conteúdo fração. As questões da primeira parte do questionário estão apresentadas no Quadro 1.

1) Em quais redes de ensino você trabalha? ( ) Municipal ( ) Estadual ( ) Particular 2) Em quais séries/anos está trabalhando no corrente ano? 3) Em que séries você já trabalhou? 4) Há quantos anos você está formado? Há quantos anos você leciona? 5) Qual é a sua formação? 6) Você segue ou consulta os Parâmetros Curriculares Nacionais?7) Você adota algum livro didático? Qual? Por quê?

Quadro 1 – Primeira parte do questionário
Fonte: Silva (1997)

A segunda parte com 6 questões (de 8 a 13) refere-se à prática dos professores na introdução do conceito de fração e suas percepções em relação às dificuldades encontradas pelos alunos. As questões da segunda parte do questionário estão expostas no Quadro 2.

8) Como você introduziria o ensino de frações? Em que série/ano? 9) Você usa algum tipo de material para esse ensino? Qual? Por quê? 10) Como você introduz a fração unitária? E a equivalência de frações? 11) Você relaciona a fração com alguma operação? Qual? Que tipo de relação? Se não, por quê? 12) Você usa fração em alguma situação do dia a dia? Se sim, quais e por quê? Se não, por quê? 13) Aponte três dificuldades que frequentemente você encontra nos seus alunos, quando ensina fração.

Quadro 2 – Segunda parte do questionário
Fonte: Silva (1997)

3.3.2 Pré-teste e Pós-teste

Com o objetivo de identificar quais conceitos o grupo de professores participantes da pesquisa dominava foi aplicado o Pré-teste. Assim, esta avaliação teve como função principal o diagnóstico inicial para posterior elaboração e desenvolvimento das oficinas. O Pré-teste também serviu como parâmetro para avaliação do Pós-teste, a partir da análise da construção dos conceitos pretendidos. Destaca-se que as questões do Pós-teste foram semelhantes às do Pré-teste, o que facilitou a avaliação dos resultados.

Nesta pesquisa, o Pré-teste e o Pós-teste foram aplicados em contextos diferentes do aplicado pela pesquisadora Maria José Ferreira da Silva (1997), sendo inseridas duas questões: uma em relação à fração como parte de um conjunto e outra em relação à fração unitária como unidade de medida. No Pré-teste e no Pós-Teste foram contempladas as frações como parte de uma unidade, fração unitária como unidade de medida, representação de frações no segmento de reta, fração como parte de um conjunto, equivalência de frações e as operações de adição/subtração com frações.

3.3.3 Diário coletivo

Foi instituído um caderno de anotações denominado Diário Coletivo para o registro da opinião dos professores cursistas a respeito do que estavam assimilando nas oficinas, e também para a avaliação do desenvolvimento dos encontros em relação ao aproveitamento dos professores cursistas.

As anotações no Diário Coletivo serviram como momento de reflexão dos professores cursistas contribuindo para seu crescimento profissional e como suporte para levantar dados para a Aplicadora redirecionar ou confirmar os encaminhamentos planejados para as próximas oficinas. Estas anotações constituíram-se em instrumento de avaliação para a Aplicadora readequar as ações estratégicas, quando necessário, e de acordo com o perfil do grupo que estava trabalhando, ou seja, foram os parâmetros para que as ações estratégicas estivessem de acordo com as dificuldades apresentadas pelo grupo.

3.3.4 Diário de Bordo

O Diário de Bordo foi o caderno destinado para a professora Aplicadora registrar suas observações sobre o andamento das Oficinas, constando as reações, comentários, a maneira de resolver os exercícios, a interação e o aproveitamento dos professores cursistas.

3.3.5. Oficinas pedagógicas

As Oficinas Pedagógicas abordam o ensino de frações a partir de situações-problemas; estudo de textos e atividades práticas. Nelas foram exploradas as ideias de frações como parte de um conjunto, como parte de um todo contínuo, como pontos de um segmento de reta e fração unitária como unidade de medida, frações unitárias, frações equivalentes, comparação de frações e as operações de adição e subtração.

Para a realização das Oficinas, a pesquisadora propôs o uso de materiais manipuláveis como material dourado, folhas de papel e outros materiais que fazem parte do cotidiano dos alunos estabelecendo um processo de construção do conhecimento que possibilita a formação de conceitos da Matemática pela experimentação sem desvalorizar o conhecimento teórico.

4 AÇÕES ESTRATÉGICAS REALIZADAS

As ações estratégicas para o desenvolvimento deste trabalho constaram das seguintes etapas:

1-Seleção dos professores participantes da pesquisa;
2-Definição do local e cronograma para os encontros;
3-Apresentação do projeto de pesquisa;
4-Aplicação e análise do questionário - Perfil do professor;
5-Aplicação e análise do Pré-teste;
6-Apresentação, aplicação e análise das oficinas;
7-Aplicação, análise do Pós-teste e comparação com o Pré-teste.

4.1 SELEÇÃO DOS PROFESSORES PARTICIPANTES DA PESQUISA

Os professores que participaram da pesquisa foram convidados para as oficinas durante um encontro de Formação Continuada para Professores do 2º ano do 2º ciclo promovido pela Secretaria Municipal de Educação de Ponta Grossa.

Este convite foi feito para aproximadamente 90 professores divididos em três turmas. Dos 90 professores convidados, 28 demonstraram interesse em participar das oficinas, 8 professores não se inscreveram justificando que tinham compromissos previamente agendados nas datas e horários estabelecidos para os encontros, 20 fizeram a inscrição, 16 professores compareceram a todos os encontros e participaram efetivamente das oficinas e 4 não compareceram em nenhum encontro. Estes 16 professores não haviam participado do Programa de Formação Continuada para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – Pró-Letramento – Matemática.

4.2 DEFINIÇÃO DO LOCAL E DO CRONOGRAMA PARA OS ENCONTROS

Tendo por finalidade facilitar o acesso dos professores, escolheu-se um ponto central, considerando que os participantes residiam em diversos pontos da cidade e muitos deles trabalhavam em dois turnos: manhã e tarde. Assim, a melhor opção foi utilizar a sala de reuniões da Secretaria Municipal de Educação no prédio da Prefeitura Municipal de Ponta Grossa.

A utilização da sala onde as Oficinas foram realizadas foi devidamente autorizada pela Secretária Municipal de Educação de Ponta Grossa e a formação foi acompanhada pela Coordenadoria do Ensino Fundamental, com três encontros semanais durante o período de 15 dias.

O período da realização das Oficinas teve duração de 30 horas, sendo 24 horas presenciais distribuídas em 6 encontros de 4 horas cada, e 6 horas de estudos a distância destinadas à leituras complementares e realização de atividades.

Os encontros foram realizados às segundas, quartas e sextas-feiras, no período noturno, portanto fora da jornada de trabalho dos professores.

4.3 APRESENTAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA

Antes de iniciar as Oficinas a pesquisadora expôs os objetivos do trabalho e cada professor cursista assinou o Termo de Autorização (Apêndice A) permitindo à pesquisadora utilizar os dados obtidos durante as Oficinas na dissertação que seria escrita como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela UTFPR - Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Os materiais utilizados nas Oficinas foram de responsabilidade da pesquisadora.

4.4 APLICAÇÃO E ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO - PERFIL DOS PROFESSORES

No primeiro encontro a pesquisadora aplicou o questionário (Anexo 1) para todos os professores que responderam individualmente as 13 questões, em aproximadamente 30 minutos.

A aplicação ocorreu de forma tranquila, os professores sentiram-se à vontade para as respostas, e após a entrega dos questionários preenchidos comentaram sobre as questões do questionário, especialmente no que se refere ao tempo de serviço, formação inicial e estratégias utilizadas para o ensino de frações.

Esses comentários também constaram nas respostas do questionário. Para a análise, o Questionário – Perfil dos professores foi dividido em duas partes: primeira parte (questões de 1 a 7) e segunda parte (questões 8 a 13), conforme constam nos Quadro 1 e 2 expostos no subitem 3.3.1, sendo analisadas todas as questões individualmente.

4.4.1 Questionário – Perfil dos professores: Primeira parte (questões de 1 a 7)

4.4.1.1 Em quais redes de ensino você trabalha?

Em relação à Rede de Ensino em que os professores atuavam, constatou-se que 10 professores pertenciam à Rede Municipal de Ensino; 05 às Redes Municipal e Particular de ensino e 01 às Redes Municipal e Estadual de Ensino, conforme se visualiza na Tabela 1 e Gráfico 1.

Tabela 1 – Redes de Ensino - âmbito de atuação dos professores.

Redes de ensino	Municipal	Municipal e Particular	Municipal e Estadual
Quantidade	10	05	01

Fonte: Elaborada pela autora

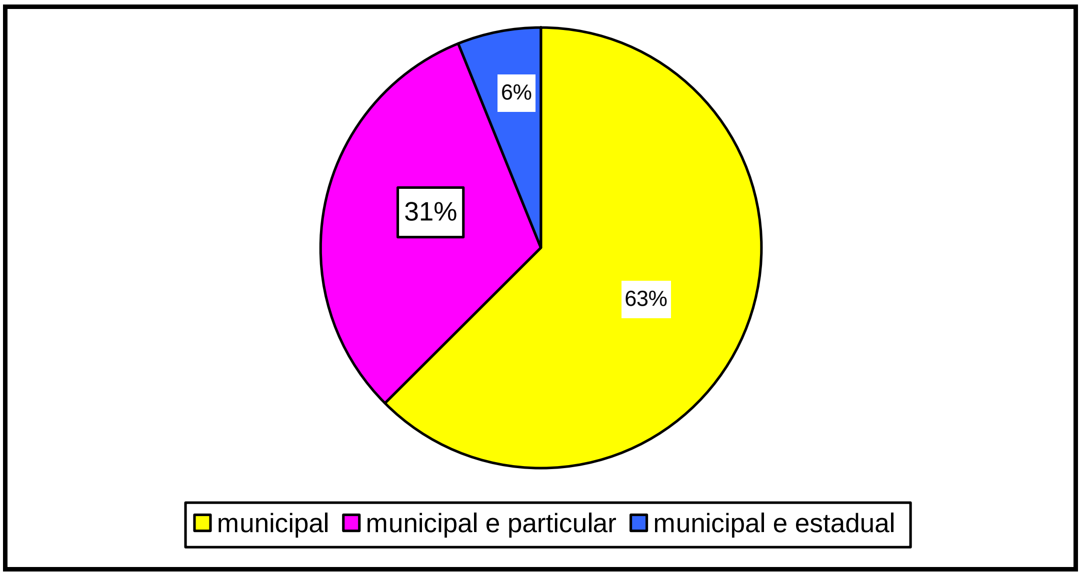


Gráfico 1 - Redes de Ensino - âmbito de atuação dos professores.
Fonte: Elaborada pela autora

Como todos os professores que participaram da pesquisa atuavam na Rede Municipal de Ensino, seguiam a mesma Matriz de Habilidades, ou seja, a mesma grade curricular, facilitando assim avaliar com maior precisão seu posicionamento em relação ao ensino de frações.

Os professores que, além de atuarem na Rede Municipal de Ensino também atuavam na Rede Particular e na Rede Estadual de Ensino, acrescentaram algumas informações em relação ao conteúdo de frações, uma vez que tinham contato com outras grades curriculares e níveis de Ensino. A troca de experiências entre os professores cursistas foi importante, especialmente porque proporcionou a reflexão sobre o ensino de frações na sequência dos estudos (segundo segmento do Ensino Fundamental) e a percepção de que as dificuldades encontradas pelos alunos pertencentes às diversas redes são as mesmas.

4.4.1.2 Séries/Anos em que trabalha atualmente

Para analisar o perfil dos professores cursistas foi questionado em quais séries/anos eles exerciam o magistério. Como o curso foi destinado aos professores regentes do 2º ano do 2º ciclo do Ensino Fundamental (antiga 4ª série), todos os professores cursistas (16) atuavam neste nível de escolarização, sendo que somente 06 atuavam apenas neste ano de escolarização, 08 atuavam também em outras turmas dos Anos Iniciais do Ensino de Fundamental, 01 na Educação Infantil e 01 na Formação de Professores dos Anos Iniciais, conforme se visualiza na Tabela 2 e no Gráfico 2.

Tabela 2 – Ano/Série que os professores cursistas atuavam.

Ano/Série de atuação	Somente 2º Ano do 2º Ciclo	2º Ano do 2º Ciclo e outras turmas dos Anos Iniciais	2º Ano do 2º Ciclo e Educação Infantil	2º Ano do 2º Ciclo e Formação de Docentes
Quantidade	06	08	01	01

Fonte: Elaborado pela autora

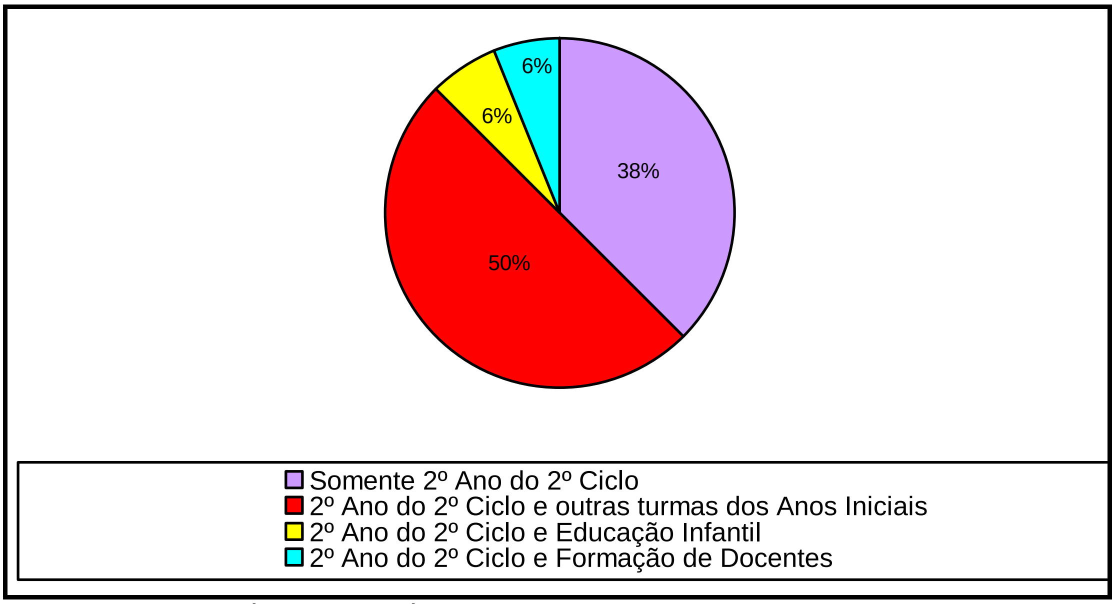


Gráfico 2 – Ano/série em que os professores cursistas atuavam
Fonte: Elaborado pela autora

A informação complementar de que 10 professores, além de atuarem em turmas do 2º Ano do 2º Ciclo, atuavam em outras turmas foi importante porque contribuiu para que a pesquisadora pudesse organizar as Oficinas, contemplando os conceitos e estratégias de ensino de frações previstas para outras Séries/Anos de ensino.

Baseada nestas informações, a pesquisadora planejou as oficinas orientada não apenas pelas bases curriculares de uma só turma, mas sim pelos conteúdos curriculares de todas as séries que abordam o conteúdo de frações. Na prática, essa contribuição foi maior, no sentido de proporcionar a todos os professores a “visão do todo”, refletindo sobre as possibilidades de ensino a partir dos conceitos que os alunos possuem para poder avançar a patamares mais elevados, não se detendo apenas aos conceitos e conteúdos previstos para cada Série/Ano de Ensino.

4.4.1.3 Séries/anos que já atuou como professor

A questão 3 é um complemento da questão 2, referindo-se à experiência profissional dos professores cursistas. Analisando-se as respostas em relação às Séries/Anos em que os professores atuavam como regentes de turma, 08 cursistas responderam que já haviam trabalhado com todas as turmas dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental; 06 que haviam trabalhado além de todas as turmas dos Anos Iniciais também com a Educação Infantil; 01 professor além de atuar em todas as turmas dos Anos Iniciais atuou também no Ensino Médio e na Educação Infantil e 01 somente atuou no 2º Ano do 2º Ciclo do Ensino Fundamental, conforme se visualiza na Tabela 3 e no Gráfico 3.

Tabela 3 – Turmas em que os professores cursistas atuavam

Turmas em que os professores já atuaram	Todas as turmas dos Anos Iniciais	Todas as turmas dos Anos Iniciais e Educação Infantil	Todas as turmas dos Anos Iniciais, Educação Infantil e Ensino Médio	Somente nas turmas de 2º Ano do 2º Ciclo
Quantidade	08	06	01	01

Fonte: Elaborada pela autora

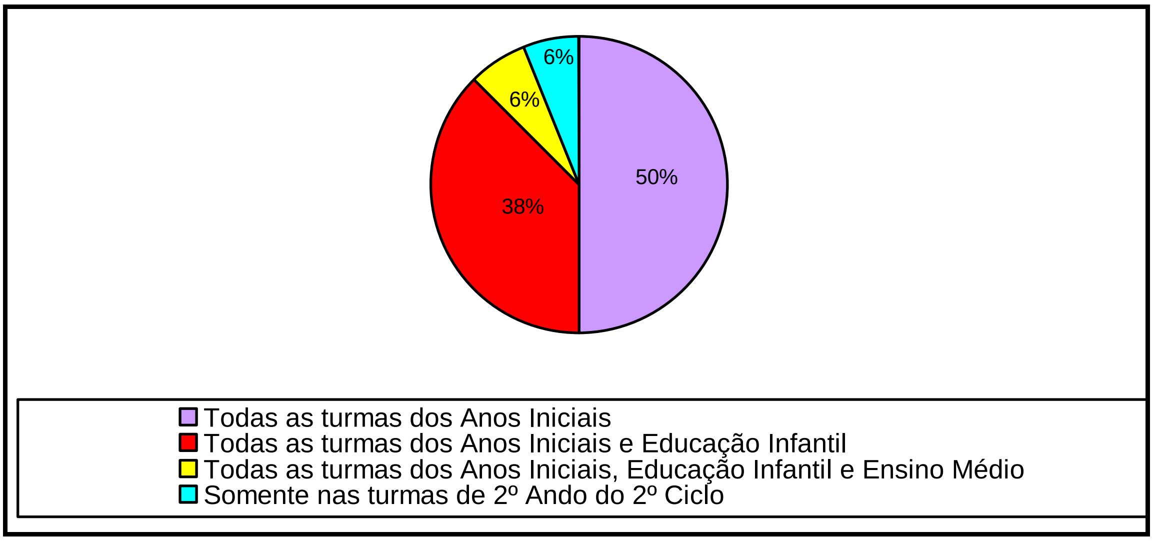


Gráfico 3 – Turmas em que os professores cursistas atuavam
Fonte: Elaborado pela autora

A partir da análise dos dados do Gráfico 3, a pesquisadora confirmou a necessidade de uma formação continuada que contemplasse, não apenas os conteúdos e conceitos destinados a uma Série/Ano de Ensino, mas que trabalhasse com conteúdos, conceitos e diferentes estratégias de ensino para as diversas Séries/Anos de Ensino, uma vez que o professor não atua exclusivamente em uma Série/Ano de escolarização.

4.4.1.4 Tempo de formação e período que já leciona

A partir da tabulação dos dados referentes ao tempo que o professor concluiu sua formação inicial como condição para o ingresso no magistério, percebe-se que há uma variação muito grande, conforme exposto na Tabela 4 e índices transcritos no Gráfico 4.

Tabela 4 – Tempo de formação dos professores cursistas

Tempo	0 a 5 anos	5 a 10 anos	10 a 15 anos	15 a 20 anos	20 a 25 anos
Quantidade	03	04	04	02	03

Fonte: elaborado pela autora

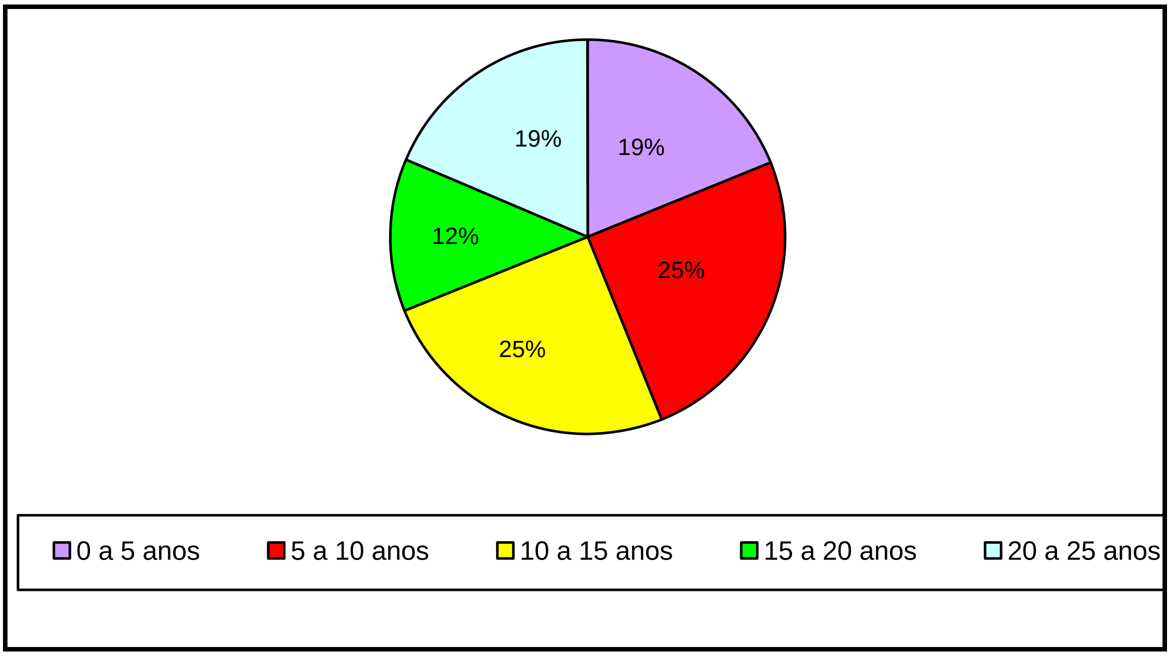


Gráfico 4 – Tempo de formação dos professores cursistas
Fonte: Elaborado pela autora

A formação inicial dos professores cursistas ocorreu em período que varia de 1 a 25 anos, mas esta diferença de tempo de conclusão de curso superior não foi determinante para que os professores tivessem interesse e iniciativa em participar da formação continuada. A fala de que o professor *"antigo"*[4] não tem interesse em participar de Cursos de Formação não foi confirmada neste grupo de pesquisa.

O encontro dos professores que tiveram sua formação inicial concluída em diferentes anos possibilitou a troca de experiências e, um fato que chamou atenção da pesquisadora, foi a interação estabelecida entre esses professores que inicialmente não se conheciam, mas desde o primeiro encontro mostraram-se dispostos a aprender, trocar experiências e estudar. Durante as atividades ajudavam-se mutuamente, refletiam, argumentavam e questionavam, independentemente do tempo de formação e exercício do magistério.

O tempo de experiência profissional dos professores pesquisados consta na Tabela 5 e a porcentagem está exposta no Gráfico 5.

Tabela 5 – Tempo de experiência profissional dos professores cursistas

Tempo	0 a 5 anos	5 a 10 anos	10 a 15 anos	15 a 20 anos	20 a 25 anos
Quantidade	04	05	03	02	02

Fonte: Elaborada pela autora

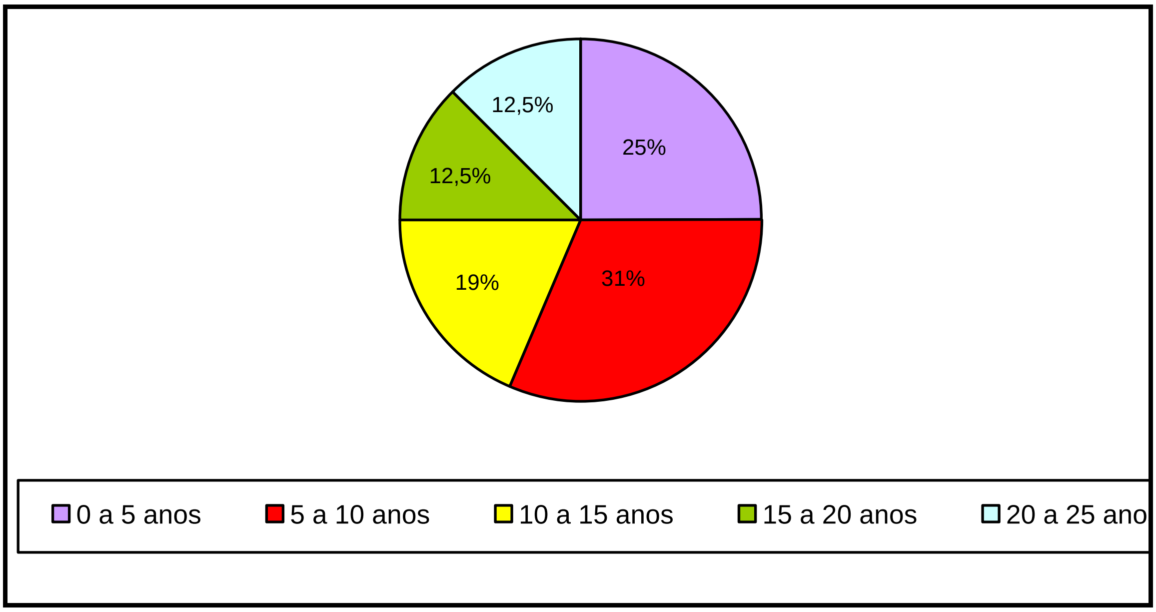


Gráfico 5 – Tempo de experiência profissional dos professores cursistas
Fonte: Elaborada pela autora

[4] O termo antigo está entre aspas indicando ao tempo de serviço na Rede Ensino de Ensino e não à prática pedagógica adotada.

Analisando os gráficos 4 e 5, percebe-se que o intervalo de tempo entre o término da formação inicial dos professores cursistas e o ingresso e atuação no magistério não é significativo, portanto não se constituiu em uma dificuldade para o professor exercer a atividade docente.

4.4.1.5 A formação dos professores

Todos os professores que participaram da pesquisa possuíam o Ensino Superior completo, e os mais antigos na Rede Municipal de Ensino haviam concluído mesmo antes da Lei n. 9.394/96[5] que determina a formação superior para o exercício do magistério nos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental, o que caracteriza um grupo dinâmico e preocupado com a sua própria formação, buscando aprimorar seus conhecimentos.

Na Tabela 6, apresenta-se a formação dos professores cursistas de acordo com as áreas do conhecimento, mostrando-se a diversidade de áreas de formação em nível superior que foram contempladas na pesquisa. Complementa-se a Tabela 6, com os índices expostos no Gráfico 6.

Tabela 6 - Áreas de formação dos professores cursistas

Curso	**Quantidade de professores**
Pedagogia	10
Educação Física	01
História	01
Letras	02
Matemática	01
Normal Superior	01

Fonte: Elaborado pela autora

[5] A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei n.º 9.394/96) determina que a formação de docentes para atuar na educação básica seja feita em nível superior em curso de licenciatura, admitindo-se a formação mínima de nível médio, na modalidade Normal, para o exercício do magistério na educação infantil e no primeiro segmento do ensino fundamental (BRASIL, 2002, p. 174)

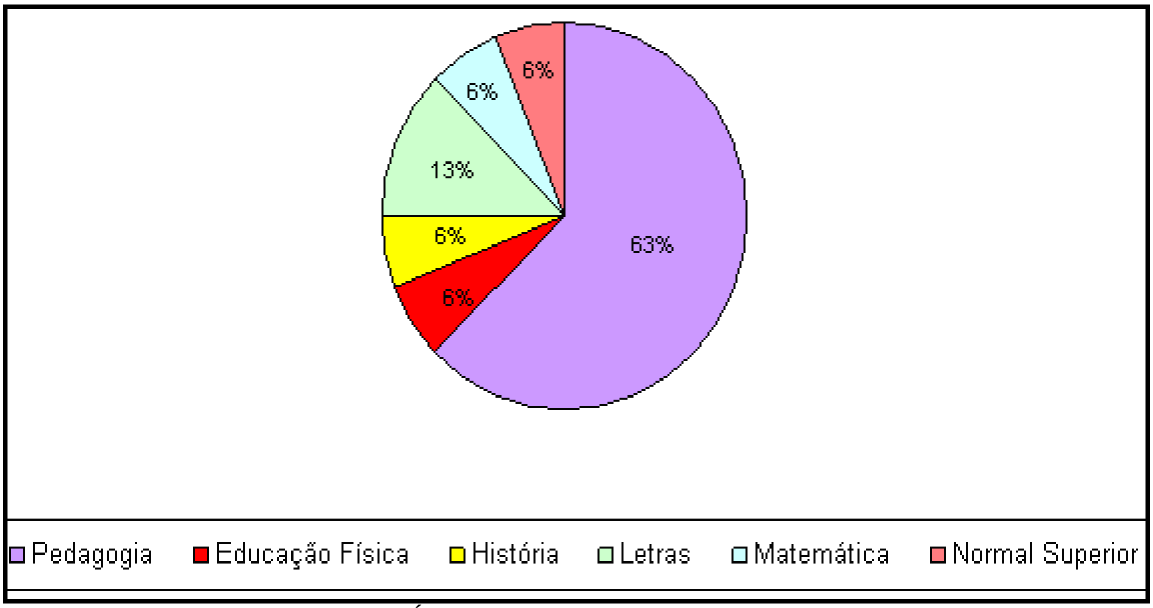


Gráfico 6 – Área de formação dos professores cursistas
Fonte: Elaborado pela autora

Destaca-se que dos 16 professores pesquisados, 14 possuíam Curso de pós-graduação em nível de especialização, sendo: 07 em Piscopedagogia, 02 em Educação Especial, 03 em Gestão Escolar, 01 em Educação Infantil e 01 em Ensino Fundamental. Apenas dois professores não possuíam Curso de pós-graduação em nível de especialização, mas demonstravam interesse em ingressar. Com formação em Matemática havia somente 01 professor.

4.4.1.6 Consulta aos Parâmetros Curriculares Nacionais

Em relação aos Parâmetros Curriculares Nacionais para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, 06 professores afirmaram que consultavam frequentemente os PCN, 05 às vezes, 02 raramente e 03 não consultavam, porém todos os professores seguiam a Matriz de Habilidades fornecida pela Secretaria Municipal de Educação que está embasada nos PCN. Este posicionamento consta na Tabela 7 e no Gráfico 7.

Tabela 7 – Consulta aos PCN

Consulta aos PCN	Frequentemente	Às vezes	Raramente	Não Consultam
Quantidade	06	05	02	03

Fonte: Elaborada pela autora

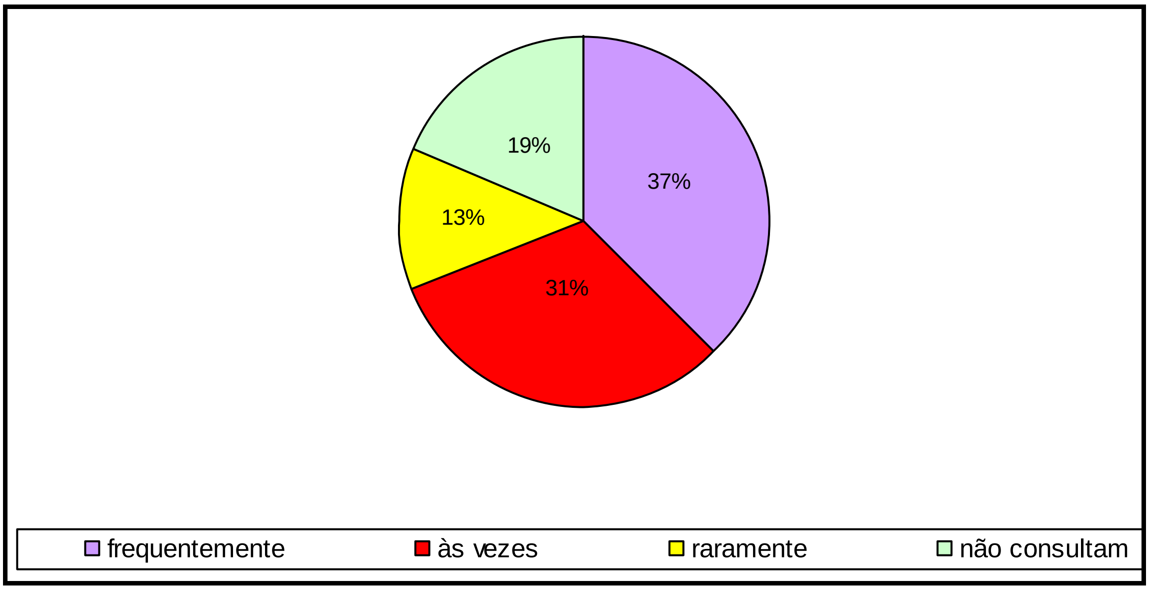


Gráfico 7 – Consulta aos PCN
Fonte: Elaborado pela autora

Um aspecto a ser considerado é que, mesmo os professores cursistas que responderam que não consultavam os PCN, reconheciam a importância de seguir as orientações da Matriz de Habilidades no planejamento das aulas.

A partir dessa informação foi possível planejar as Oficinas de forma que os professores cursistas estabelecessem a relação entre o que está colocado nas orientações dos PCN e nos Fascículos do Pró-Letramento Matemática, com o tipo de atividades que são propostas em sala de aula, no que se refere aos conceitos e algoritmos utilizados para operar com frações, por exemplo.

Os professores cursistas também ressaltaram que a formação continuada é importante porque os ajuda a relacionar as orientações teóricas com a prática em sala de aula.

4.4.1.7 Adoção de algum livro didático

Os livros didáticos são distribuídos pelo Programa Nacional do Livro

Didático - PNLD[6] para que os professores de cada instituição escolar juntamente com a equipe pedagógica da escola tenham autonomia para fazer a análise e escolha da coleção que utilizarão nos anos seguintes.

Portanto, o professor também é responsável pela escolha do livro didático que é utilizado na escola. Nesse contexto, 06 professores responderam que utilizavam o livro didático por eles escolhido e tiveram como critério de escolha a variedade de atividades propostas, a linguagem utilizada nos enunciados e a concepção de ensino de Matemática, 10 professores responderam que utilizavam vários livros para planejar as aulas e afirmaram que os alunos utilizam a coleção que foi escolhida pela escola.

Percebe-se que, os professores cursistas procuram utilizar mais do que um livro didático para fazer o planejamento, contemplando vários tipos de exercícios e também utilizavam o livro didático adotado pela escola.

Conclui-se que os professores que participaram da pesquisa têm formação acadêmica em diversas áreas do conhecimento, todos atuando no 2º ano do 2º ciclo (antiga 4ª série), e os fatores experiência e/ou tempo de serviço não interferiram na vontade de aprender.

4.4.2 Questionário - Atuação profissional dos professores: Segunda parte (questões de 8 a 13)

A segunda parte do questionário corresponde às questões de 8 a 13 apresentadas no Quadro 2 e possibilitaram avaliar como os professores trabalhavam com o conceito de frações em sala de aula e quais eram as dificuldades encontradas

[6] O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) tem como principal objetivo subsidiar o trabalho pedagógico dos professores por meio da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos da educação básica. Após a avaliação das obras, o Ministério da Educação (MEC) publica o Guia de Livros Didáticos com resenhas das coleções consideradas aprovadas. O guia é encaminhado às escolas, que escolhem, entre os títulos disponíveis, aqueles que melhor atendem ao seu projeto político pedagógico. O programa é executado em ciclos trienais alternados. Assim, a cada ano o MEC adquire e distribui livros para todos os alunos de um segmento, que pode ser: anos Iniciais do ensino fundamental, anos finais do ensino fundamental ou ensino médio. À exceção dos livros consumíveis, os livros distribuídos deverão ser conservados e devolvidos para utilização por outros alunos nos anos subsequentes (BRASIL, 2008).

pelos alunos. Também foram analisadas individualmente nos tópicos seguintes.

4.4.2.1 Introdução do ensino de frações. Em que série/ano?

Em relação ao Ano/Série em que os professores cursistas introduziriam o ensino de frações, a maioria dos pesquisados (12) respondeu que seria nos três primeiros anos de escolarização (1º, 2º e 3º ano do primeiro segmento do Ensino Fundamental de 9 anos) explorando a ideia de parte de um todo e alguns (4) deixariam para os dois anos finais do primeiro segmento do Ensino Fundamental de 9 anos (4º e 5º).

Analisando as respostas observou-se que para a maioria dos professores uma das dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo frações é o distanciamento existente entre o ensino dos números naturais e o ensino de números fracionários. Aqui não se refere apenas à representação destes números racionais, mas ao conceito e a representação de fração como parte de um todo contínuo ou de um conjunto de objetos.

Nunes et al (2005, p. 153) confirmam que o contexto educacional em que o estudo é realizado torna-se um dos fatores que mais dificulta o aprendizado de frações, assim, “os resultados podem variar em função de quando e como essas representações foram ensinadas na sala de aula e de seu uso fora da sala de aula”.

Outro fator que interfere na aprendizagem, além do processo de ensino que ocorre no ambiente escolar, é a relação desse conceito com o seu uso fora da escola.

Segundo Nunes et al (2005), em países como Estados Unidos e Inglaterra há indícios de que esse processo é facilitado porque frações são utilizadas nos sistemas de medidas de comprimento que fazem parte do cotidiano das pessoas. Por exemplo, a polegada é utilizada como unidade de medida de comprimento e para representar partes menores dessa unidade se faz uso das frações, ou seja, é comum dizer uma polegada e três quartos e representá-la na forma fracionária 1 3/4 polegadas. Portanto, as crianças americanas e inglesas convivem com a representação fracionária o que lhes possibilita entender sua função social.

Já no Brasil acredita-se que pelo fato de predominarem os sistemas métricos decimais o uso de frações é evitado na prática de medida de comprimento. Os submúltiplos da unidade fundamental de medida de comprimento são considerados novas unidades, assim ao medir “uma mesa que tenha 1,7 m de comprimento, expressamos essa medida como ‘um metro e setenta centímetros’, evitando assim, o uso de frações: tanto metros como centímetros estão sendo descritos em termos de inteiros” (NUNES et al, 2005, p. 153).

Portanto, cabe ao professor, enquanto mediador do processo de ensino e aprendizagem, proporcionar aos seus alunos situações em que as frações se apresentem como uma necessidade, que realmente estejam relacionadas com a prática social e não apenas na resolução de exercícios repetitivos que nada contribuem para a construção do conceito de números fracionários.

Em relação à pergunta: “C*omo você introduziria o Ensino de frações?”*, os professores responderam que utilizariam material concreto, sem especificar a metodologia adotada.

4.4.2.2 Uso de material para o ensino de frações

Quanto ao tipo de material utilizado para ensinar frações, todos os professores registraram que são favoráveis ao uso de materiais concretos como: círculos de cartolina, barbante, dobraduras, papel sulfite, laranja, maçã, bolo, pão, pizza, barra de chocolate, material escolar, receitas entre outros, para introduzir o conceito de fração, e justificaram que utilizam o material concreto porque a demonstração facilita a compreensão da divisão do todo em partes iguais.

Apenas dois professores registraram que utilizam, além da representação das frações por meio de desenhos e dobraduras, as barras de Cuisinaire[7] e o disco de frações para que os alunos possam visualizar as partes representadas por meio das frações. Um dos professores registrou que conta a história dos números

---

[7] Barras de Cuisenaire - série de barras de madeira, sem divisão em unidades e com tamanhos variando de uma até dez unidades. Cada tamanho corresponde a uma cor específica.

fracionários seguindo o livro didático.

Percebe-se que todos os professores consideram importante o uso de material manipulável para o ensino de frações, no entanto, em suas respostas às perguntas 8 e 9 não demonstram segurança em relacionar esses materiais com as representações numéricas correspondentes.

Essa informação possibilitou planejar as oficinas de forma a oportunizar aos professores a vivência de situações em que se utiliza o material concreto relacionado à representação simbólica, e essa representação relacionada a práticas sociais conforme registro do SAEB (2009, p. 13),

> Ensinar matemática na escola só faz sentido quando se proporcionam aos estudantes, de qualquer nível de ensino, ferramentas matemáticas básicas para o desenvolvimento de seu pensamento matemático, sempre apoiadas em suas práticas sociais, tendo em vista uma qualificação adequada que promova a inclusão social do estudante e o capacite para atuar no mundo social, político, econômico e tecnológico que caracteriza a sociedade do século XXI.

Embora o sistema de medidas decimal utilizado nas práticas sociais não favoreça a representação fracionária, espera-se que o professor perceba que existem inúmeras possibilidades de explorar o conceito de frações em situações do dia a dia e que, e também que nessas situações as frações ganham diferentes significados para que possa proporcionar aos seus alunos estratégias de ensino com o objetivo de desenvolver o pensamento matemático apoiado em práticas sociais.

4.4.2.3 Introdução do conceito de fração unitária e de equivalência de frações

As respostas dos professores pesquisados em relação à questão *“Como você introduz o conceito de <u>fração unitária</u> nos anos finais do primeiro segmento do Ensino Fundamental (antiga 3ª e 4ª séries)*?” estão registradas na Tabela 8.

Tabela 8 - Introdução ao conceito de fração unitária

Respostas	Número de professores
Fazendo a representação com desenhos (não escreveram os procedimentos utilizados)	6
Não conheço o termo “fração unitária”	4
Nunca trabalhei com fração unitária	4
A partir da ideia de 1/2, 1/3, 1/4, ..., 1/10	1
Colocaria as frações no quadro e explicaria	1

Fonte: Elaborado pela autora

As respostas dos professores pesquisados em relação à questão “*Como você introduz o conceito* <u>*equivalência de frações*</u> *nos anos finais do primeiro segmento do Ensino Fundamental (antiga 3ª e 4ª séries)*?” estão registradas na Tabela 9.

Tabela 9 - Introdução ao conceito de fração equivalente

Respostas	Número de professores
Utilizando desenhos (não escreveram os procedimentos utilizados).	5
Por meio da comparação de frações (não escreveram os procedimentos adotados).	3
Utilizando as barrinhas de Cuisinaire para fazer a comparação e a representação das frações.	2
Nunca trabalhei a equivalência de frações.	4
Utilizo o material de apoio do livro didático.	1
A partir da divisão do numerador e do denominador por mesmo número.	1

Fonte: Elaborado pela autora

Analisando as respostas apresentadas nas Tabelas 8 e 9 quanto ao conceito de frações unitárias e frações equivalentes percebeu-se que a maioria dos professores não tem clareza em relação ao conceito de frações unitárias e frações equivalentes. Destaca-se que os conceitos de frações unitárias e frações equivalentes são indispensáveis para que o aluno tenha a proficiência matemática em relação ao uso de frações e, portanto, é imperativo que os professores valorizem este aprendizado em sala de aula.

Convém lembrar que as frações unitárias, usadas pelos egípcios na distribuição de terras, deram origem aos números fracionários e que são as frações equivalentes que ampliam as condições de resolução de problemas de comparação, adição e subtração com números fracionários.

Essas respostas serviram de suporte para que nas oficinas fossem trabalhados textos, práticas e exercícios explorando esses dois conceitos: frações unitárias e frações equivalentes em diferentes contextos.

4.4.2.4 Relação da fração com as operações matemáticas

Quanto à relação da fração com as operações matemáticas, 14 professores afirmaram que relacionam a fração com a operação de divisão, para obter partes de um todo, para dividir o todo em partes iguais, para representar partes de um inteiro. Um professor não respondeu a questão e um professor mencionou a relação que estabelece entre frações, porcentagem e números decimais.

Quando os professores falam do "todo" quase sempre se remetem a uma quantidade contínua citando como exemplos (divisão de uma maçã, bolo, pizza, tortas) e pouquíssimas vezes a quantidades discretas referindo-se ao número de alunos e considerando o todo como o total de alunos da turma.

Não se identificou nestas respostas aquilo que Lorenzato (2008, p. 60) denomina de "pontos de conexão entre os campos", que são necessários ao ensino de Matemática, especificamente para o uso de frações. Os professores não perceberam que as frações pertencem ao conjunto dos números racionais e que com esses números são realizadas as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, por exemplo.

4.4.2.5 Uso da fração em alguma situação do dia a dia

Em relação à questão *"Uso de frações em alguma situação do dia a dia",* 14 professores responderam que utilizam esse conceito nas receitas culinárias (3/4 da xícara de açúcar), fracionamento de medicamento (1/4 de comprimido), medida de tempo (1/2 hora), divisão de bolos, tortas, pizzas e pães, divisão de materiais, leitura de textos (estrofes), marcador de consumo de combustível, 01 professor não respondeu e 01 não recordou de nenhuma situação em que utilizou o conceito de fração no dia a dia.

Nas orientações para o professor, disponibilizadas pelo SEAB (2009), consta o relato de uma pesquisa no campo da psicologia cognitiva sobre a proficiência Matemática com pessoas não escolarizadas ou com baixa escolaridade, e apresenta um resultado surpreendente ao mostrar que os pesquisados sabiam muito de Matemática em situações do cotidiano não escolar.

Em contrapartida percebe-se que pessoas escolarizadas não conseguem estabelecer relação dos conteúdos sistematicamente organizados com as práticas sociais. Portanto, no planejamento das oficinas foi considerado que,

> A matemática está presente em todos os campos de conhecimento e se faz necessária em qualquer atividade humana e, consequentemente, oferece à escola inúmeros exemplos de aplicação. Cotidianamente o cidadão comum, para se transportar, se depara com situações que exigem cálculos de tempo, velocidade, custo, distância [...] Para muitos adultos, a matemática está presente em tudo e é necessária para qualquer profissional. No entanto, essa crença não parece ser tão aceita por jovens e crianças, pois frequentemente, nas aulas, ouvimos alunos dizendo “eu não preciso aprender isso porque na profissão que pretendo exercer não precisarei de matemática“. Anos depois, quem pensava assim volta a estudar alguma matemática para poder exercer sua profissão (LORENZATO, 2008, p. 54).

Assim, as oficinas foram organizadas buscando instrumentalizar os professores para uma prática pedagógica que relacione os conhecimentos prévios dos alunos com os “novos” conceitos/conteúdos trabalhados concebidos como “uma alternativa metodológica ou estratégia de ensino” conforme diz Lorenzato (2008, p. 55), para que sejam motivados a aprender frações.

4.4.2.6 Dificuldades dos alunos que frequentemente são encontradas no ensino de frações

Quando solicitados a apontar três dificuldades que frequentemente os alunos encontram quando se ensina fração, os professores indicaram:

- Representação numérica com o que fazem no material concreto,
- As frações equivalentes.
- Frações impróprias.
- Transformação de frações impróprias em número misto.
- Divisão do todo em partes iguais.

Destaca-se que o desinteresse foi considerado por alguns professores como o principal fator que contribui para que os alunos não assimilem os conceitos trabalhados.

Em relação ao desinteresse, considera-se que todo conteúdo que não tem significado não é interessante para o aluno, por isso a necessidade de despertar a curiosidade e a vontade de aprender por meio de estratégias que possibilitem a compreensão.

Concluiu-se que a maioria dos professores demonstrou boa vontade para ensinar, reconhecendo a necessidade de utilizar metodologias que priorizem a compreensão com significado, no entanto, talvez pela própria formação acadêmica, apresentam uma lacuna em relação ao conceito de frações nos diferentes contextos em que aparecem.

Nesse sentido, a segunda parte do questionário contribuiu para que nas oficinas fossem exploradas as dificuldades encontradas pelos professores em relação ao conceito de frações e estratégias metodológicas utilizadas no ensino.

4.5 APLICAÇÃO E ANÁLISE DO PRÉ-TESTE

No primeiro encontro com os professores cursistas foi aplicado o Pré-teste de forma individual com o objetivo de coletar dados para posterior análise qualitativa e organização das oficinas pedagógicas.

Nas questões do Pré-teste foram contemplados exercícios para avaliar como os professores aprenderam frações, quais conceitos dominavam e como faziam a análise das respostas dadas pelos alunos e as respectivas intervenções.

As respostas das questões do Pré-teste estão descritas na continuidade dos segmentos desta seção.

4.5.1 Experiência obtida na aprendizagem de frações

1- Que boa experiência você teve durante sua aprendizagem de frações?

Quadro 3 – Pergunta 1 do Pré-teste
Fonte: Acervo da autora

Ao questionar sobre a boa experiência que o professor teve na aprendizagem de frações, objetivou-se relembrar de como foi seu aprendizado de frações enquanto estudante, qual conceito de frações compreendeu e qual experiência considera significativa.

Dos 16 professores pesquisados, 08 responderam que não tiveram ou não lembravam de nenhuma experiência significativa na aprendizagem de frações; 02 responderam que assimilaram o desenho e a pintura como boa experiência; 01 considerou como boa experiência quando conseguiu estabelecer o uso de frações relacionado com práticas do seu dia a dia; 01 considerou como boa experiência quando fazia trabalho em grupos e o professor levava bolo; 01 outro considerou como boa experiência quando ações lúdicas eram exercitadas para compreender frações; 01 não lembrava de nenhuma experiência na Educação Básica e na Faculdade, apenas recordou que só trabalhava com teorias e nunca com a prática; 01 também não revelou boa experiência, pois só teve contato por meio de livro didático; e, 01 considerou boa experiência compreender o uso de frações no segmento de reta, em um Curso de Formação Continuada. O registro desta questão e das respostas visualiza-se no Quadro 4.

1) Questão: Que boa experiência você teve durante sua aprendizagem de frações?	
Respostas	**Total**
Não tenho nenhuma recordação ou não lembro	8
Desenho e pintura	2
No magistério quando percebi as frações no dia a dia	1
Trabalho em grupo e comia muito bolo	1
Divisão de bandejas de isopor e o ato de marcar com tampinhas a representação pedida	1
Durante a Educação básica não lembro e na Faculdade a maior preocupação era com a história dos numerais	1
Pouco que aprendi foi a partir da leitura das orientações para o professor contidas no livro didático	1
Num curso de formação continuada para professores, possibilitou ampliar o conceito de fração como número localizado na reta.	1

Quadro 4 – Resposta da primeira questão do Pré-teste
Fonte: Elaborado pela autora

O resultado esperado para a questão 1 era de que os professores descrevessem os conceitos que foram assimilados enquanto estudantes de Educação Básica ou do Ensino Superior.

Avaliando as respostas, percebe-se que dos 16 professores que participaram da pesquisa apenas 03 tiveram uma experiência significativa em relação ao conteúdo de frações: o primeiro professor relatou que quando era aluno do curso de magistério conseguiu estabelecer a relação entre a representação fracionária com situações do dia a dia, o segundo professor declarou que durante um curso de formação continuada compreendeu a fração como ponto localizado em um segmento de reta e o terceiro professor comentou que quando era aluno das séries iniciais, dividia uma bandeja de isopor e representava as frações solicitadas utilizando tampinhas.

Além destes três professores, outros dois lembraram-se da representação de um inteiro por meio de desenho e pintura e 01 lembrou que comia muito bolo e fazia atividades em grupo.

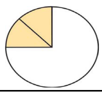
Analisando esses dados é possível inferir que, embora a formação acadêmica dos professores tenha acontecido em diferentes momentos (de 1 a 25 anos atrás), a metodologia de ensino permanece a mesma, a maioria dos professores pesquisados não teve um ensino voltado para a compreensão de conceitos. E, apenas um professor em um curso de formação continuada mencionou a fração como ponto localizado em uma reta.

A maior gravidade apresentada nesta avaliação foi constatar que 50% dos professores não tiveram nenhuma experiência significativa ou não lembravam nenhuma experiência. Esse fato, certamente é um dos motivos das dificuldades encontradas por seus alunos quando lhes ensinam o conteúdo de frações. Se o professor que hoje é o responsável em fazer o aluno compreender o conceito de frações, sequer tem lembrança do que aprendeu, como ele pode conduzir adequadamente o ensino para que o aluno compreenda como fazer uso das frações nos diversos contextos em que se apresenta?

Ressalta-se ainda, que dois professores, responderam que não aprenderam o conteúdo enquanto estudantes e que hoje se apoiam nas orientações dos livros didáticos. Esses professores embasados somente em livros didáticos sem ter exercido na prática o uso de frações, correm o risco de não assimilar adequadamente os conceitos, conforme foi criticado nas orientações dos PCN (BRASIL, 2001, p. 21) quando apontam que, “os professores apoiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória**”.** Isto acontece devido estes professores não terem tido “oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispunham de outros recursos para desenvolver as práticas de sala de aula”.

4.5.2 Representação da fração em partes iguais

2- Algumas pessoas comeram uma parte da torta representada abaixo, e restou o que está colorido. Represente, com um número, o tanto que foi comido. Qual “unidade” de medida você utilizou?



Quadro 5 – Pergunta 2 do Pré-teste
Fonte: Acervo da autora

Nesta questão o objetivo foi verificar os procedimentos adotados pelos professores para dividir um desenho em forma de torta em partes iguais e como faziam a representação da parte da torta que havia sido comida. Também foi investigado se o professor percebeu a fração unitária como unidade de medida.

O almejado era de que os professores representassem o quanto foi comido por meio de frações equivalentes, e considerassem como “unidades de medida” as frações unitárias que representam o tipo de divisão realizada. A questão 2 e as respostas estão representadas no Quadro 6.

2) Questão: Algumas pessoas comeram uma parte da torta representada abaixo, e restou o que está colorido. Represente, com um número, o tanto que foi comido. Qual “unidade” de medida você utilizou?

Respostas	Total
6/8	7
6/8 = ¾	2
¾	2
2/8	4
2/8 = ¼	1

Quadro 6 – Resposta da segunda questão do Pré-teste
Fonte: Elaborado pela autora

Observa-se no Quadro 4 que 11 professores atribuíram a parte que não foi colorida como sendo a porção da torta que foi comida. Destes 11 professores, 07 dividiram a torta em 8 pedaços iguais e consideraram como comidos 6 desses pedaços, portanto representando a porção comida pela fração 6/8, conforme descrito na primeira linha do Quadro 4. Do restante que sobrou (4), dois deles perceberam a equivalência e representaram a porção comida mostrando as frações 6/8 e 3/4, e os outros dois consideraram o todo dividido em 4 partes e 3 dessas partes comidas, portanto representando pela fração 3/4.

Com outro posicionamento, 05 professores consideraram que foi comida apenas a parte colorida, contrariando o que está no enunciado. Destes, quatro representaram a porção que sobrou pela fração 2/8 e um deles percebeu a equivalência e representou a parte que sobrou por meio das frações 2/8 = 1/4 - um erro muito comum, especialmente, porque em exercícios convencionais quase sempre se representa a fração pela parte colorida. Nenhum dos professores assinalou a fração 1/4.

Este exercício permitiu verificar que uma das causas de erro na resolução de problemas é a falta de atenção na leitura do enunciado do problema, no exemplo dado sobre a divisão da torta alguns professores confundiram a parte que foi comida com a parte que restou.

Nenhum professor respondeu qual era a fração considerada como unidade de medida, confirmando o que dizem Lins e Silva (2008) ao comentarem que a fração unitária como unidade de medida não é utilizada no Brasil.

4.5.3 Indicação dos números racionais correspondentes a pontos marcados no segmento de reta

3- Indique os números racionais que correspondem aos pontos marcados nos segmentos abaixo:

|____________________________|_____| |_____|_____|_____|
0   1   0   1/3

Quadro 7 – Questão 3 do Pré-teste
Fonte: Acervo da autora

Nesta questão o objetivo foi observar como os professores representavam as frações na reta numérica, se percebiam a existência e a importância da unidade de medida.

Foi apresentada aos professores a necessidade de representar os pontos marcados no intervalo entre 0 e 1/3 o que normalmente é uma dificuldade porque não está representada a unidade que foi dividida em intervalos iguais, apenas a terça parte dessa unidade.

O esperado era de que os professores considerassem a unidade e então fizessem a representação de forma análoga com a representação do ponto localizado no intervalo de 0 até 1.

No entanto, os professores ficaram surpresos com o exercício solicitando a localização da fração em um segmento de reta, demonstrando ansiedade e preocupação, e apenas 01 professor indicou o ponto localizado no intervalo de 0 até 1 com a fração 5/6. Todos os demais não responderam a questão. Nenhum professor indicou as frações que correspondem aos pontos marcados no segmento de 0 até 1/3. Neste sentido não foi possível verificar se os professores consideram a unidade de medida ao localizar pontos em um segmento de reta.

A representação de frações no segmento de reta não é uma prática comum, segundo Sant'Anna (2009, p. 1) é raro os professores que ensinam frações valerem-se de estratégias que conduzam à compreensão da fração como número. Representar a fração como ponto no segmento de reta numérica é uma dessas estratégias, pois pode levar o aluno "naturalmente a perceber as restrições do conjunto dos números inteiros e como as frações estendem o sistema numérico".

A autora considera que a representação de frações no segmento de reta numérica permite ao aluno construir o conceito de fração quando não for possível representar os pontos com números inteiros.

4.5.4 Capacidade de fracionar quantidades discretas

4- Responda:
a) Você é capaz de encontrar 6/5 de um grupo de 15 pessoas?
b) E se a fração solictada for 1/2 como você fará essa representação? Esta fração corresponde a quantas pessoas?

Quadro 8 – Questão 4 do Pré-teste
Fonte: Acervo da autora

Nesta questão foi levantada a possibilidade do professor representar 6/5 de um grupo de 15 pessoas, desafiando-o a encontrar 1/2 deste mesmo número de pessoas. O objetivo desta questão foi observar como os professores calculam uma fração de uma quantidade discreta, e como procedem quando a fração representa mais que a quantidade de um conjunto (fração imprópria).

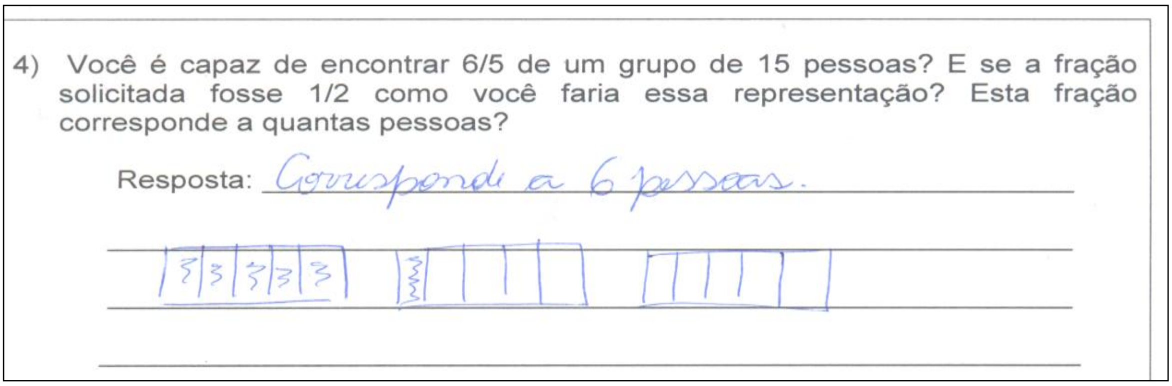
Acreditava-se que alguns professores poderiam fazer o cálculo de 6/15 das pessoas não percebendo que essa fração excede à quantia de pessoas desse grupo e obter 7,5 ao calcular 1/2 do conjunto com 15 pessoas. A questão e as respostas estão expostas no Quadro 9.

4) Questão: a) Você é capaz de encontrar 6/5 de um grupo de 15 pessoas? **b)** E se a fração solicitada for 1/2 como você fará essa representação? Esta fração corresponde a quantas pessoas?	
Respostas	
a) Você é capaz de encontrar 6/5 de um grupo de 15?	**Total**
Não responderam	6
Não é possível	4
Não é possível, fração imprópria	2
6 pessoas	2
Não é possível precisaríamos de mais um conjunto de pessoas	1
É uma fração aparente, não lembro como se resolve	1
b) E se a fração solicitada fosse 1/2 como você faria essa representação. Essa fração corresponde a quantas pessoas?	**Total**
Não dá para fracionar pessoas, se fosse papel seria possível.	10
Não responderam	4
7 pessoas porque não existe 7 pessoas e meia	2

Quadro 9 – Resposta da quarta questão do Pré-teste
Fonte: Elaborado pela autora

A hipótese levantada na elaboração da pergunta não foi confirmada, 06 professores não responderam a questão deixando uma interrogação no espaço destinado à resposta e fizeram algumas observações "*eu já vi alguma coisa parecida, mas não lembro*", tentaram fazer o desenho de um retângulo dividido em 5 partes e não continuaram o raciocínio. Foram várias tentativas, porém sem sucesso e acabaram deixando a questão sem responder. A pesquisadora observou que nas tentativas os professores cursistas detiveram-se na representação de uma fração em um todo contínuo e não em quantidade discreta.

Dois professores responderam que 6/5 de 15 pessoas é 6 e representaram por meio de desenho três retângulos divididos em 5 partes cada um, pintando 6 partes, considerando um todo contínuo que havia sido dividido em 5 partes e sendo representadas 6 dessas partes, não levando em consideração que o todo era o grupo de 15 pessoas. Uma dessas respostas está exposta na Figura 1.


4) Você é capaz de encontrar 6/5 de um grupo de 15 pessoas? E se a fração solicitada fosse 1/2 como você faria essa representação? Esta fração corresponde a quantas pessoas?

Resposta: Corresponde a 6 pessoas.

Figura 1 – Resolução da questão 4 do Pré-teste
Fonte: Acervo da autora

Um professor usou a denominação "fração aparente" em vez de "fração imprópria", demonstrando lembrar-se dos tipos de fração, mas não soube distinguir a diferença entre elas e não conseguiu calcular essa quantidade. Outros 06 professores justificaram não ser possível calcular 6/5 de um grupo de 15 pessoas dentre os quais dois justificaram que o resultado excedia o número de pessoas do grupo, neste caso seriam necessários dois grupos chamando desta forma a fração 6/5 de imprópria.

Em relação ao item "**b**" da questão 4, quatro professores não responderam e nem esboçaram nenhuma tentativa de resposta, 12 professores responderam que não seria possível dividir pessoas ao meio e dois deles escreveram que 1/2 de um grupo de 15 pessoas corresponde a 7 pessoas porque não existe 7 pessoas e meia, excluindo a meia parte, considerando apenas número inteiro.

4.5.5 Avaliação do aluno na resolução de problemas fazendo uso de frações

5- Um aluno deu as respostas abaixo para quatro contas envolvendo frações:
a)1/6 + 2/6 = 3/6
b)1/5 + 1/8 = 2/13
c)27/35 – 6/35 = 21/0
d)3/4 - 3/9 = 0/5
O que você lhe diria depois da correção?

Quadro 10 – Questão 5 do Pré-teste
Fonte: Acervo da autora

Esta questão teve como objetivo analisar os procedimentos dos professores após a correção do exercício de um aluno. A intenção foi observar a reação do professor frente ao erro do aluno.

Seis professores afirmaram que o aluno errou o exercício porque não realizou o cálculo do MMC, sem fazer referência às frações equivalentes. Isto significa que os professores apenas consideraram o algoritmo, ou seja, os procedimentos convencionalmente utilizados nas operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Quatro professores corrigiram os erros apresentados utilizando o cálculo do MMC e alertaram o aluno que só é possível somar frações com denominadores iguais como é o caso da letra “**a**” da questão 5, e que na letra “**b**” da questão 5, em que há denominadores diferentes deve-se calcular o MMC.

Dois professores comentaram que o aluno errou a adição e a subtração de frações com denominadores diferentes porque não prestou atenção nas explicações do professor. A justificativa de que o aluno é “culpado” de não aprender é uma postura incorreta do professor, conforme posicionamento de Oliveira (2007, p. 5),

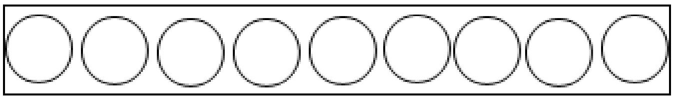
> Nós, como educadores matemáticos, devemos procurar alternativas para aumentar a motivação para a aprendizagem, desenvolver a autoconfiança, a organização, a concentração, estimulando a socialização e aumentando as interações do indivíduo com outras pessoas.

Para esta autora, o ensino de Matemática requer o desenvolvimento do raciocínio lógico do aluno e, ao mesmo tempo, é responsabilidade do professor estimular o aluno para que ele tenha um pensamento independente, portanto não é culpando o aluno por não “prestar atenção” que será resolvido o problema da aprendizagem.

Quatro professores demonstraram preocupação em como ensinar este conteúdo para seus alunos e escreveram que precisam estudar mais para poder explicar melhor. Esta colocação demonstra a veracidade da educadora Oliveira (2007), pois o próprio professor está sentindo a necessidade de encontrar apoio pedagógico que vá ao encontro à proficiência necessária para o ensino de Matemática.

4.5 6 Percepção do conjunto como “inteiro”

6- Circule 2/3 das bolinhas



Quadro 11 – Questão 6 do Pré-teste
Fonte: Acervo da autora

Esta questão teve como objetivo verificar se os professores conseguiam visualizar o conjunto de bolinhas como um inteiro, explorando a ideia de parte/todo no discreto.

Treze professores dividiram o conjunto com 9 bolinhas em 3 subconjuntos com 3 bolinhas cada, pintando dois subconjuntos (6 bolinhas). Portanto, esses professores não encontraram nenhuma dificuldade em representar 2/3 de um conjunto de 9 bolinhas.

Três professores inicialmente fizeram o mesmo processo, dividiram o conjunto com 9 bolinhas em três subconjuntos com três bolinhas cada um. Na sequência passaram a considerar um subconjunto com três bolinhas como sendo o conjunto e determinaram 2/3 do subconjunto com 3 bolinhas, conforme exposto na Figura 2.

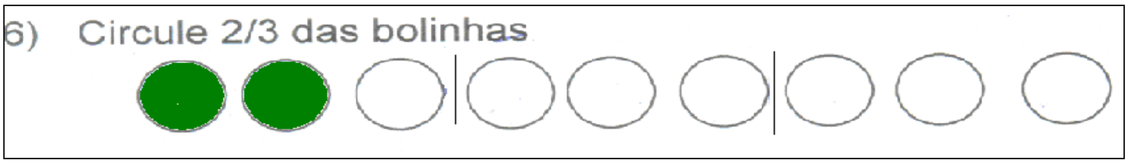


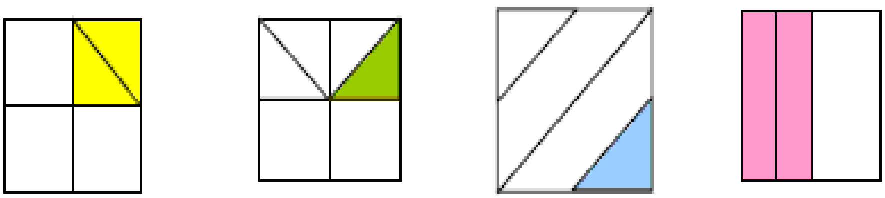
Figura 2 - Resolução da questão 6 do Pré-teste.
Fonte: Elaborado pelos professores cursistas

Neste erro percebe-se que os três professores não conseguiram visualizar o todo (que no caso eram 9 objetos). Na realidade o que os professores entenderam foi que dividindo em três subconjuntos de 3 bolas, cada subconjunto se tornava independente para representar a fração. Assim eles destituíram completamente o conceito de fração de uma quantidade discreta, pois não consideraram que apesar da quantidade 9 ter sido fracionada, não deixou de ser a quantidade inicialmente indicada.

Observa-se que quando os professores representam 2/3 do subconjunto de três bolinhas eles estão resolvendo outro problema que não tem nenhuma relação com o problema solicitado no enunciado.

4.5.7 Avaliação da resolução de problemas com figuras geométricas

7 As figuras abaixo foram apresentadas para dois alunos que as identificaram como as frações podem ser representadas. Quais respostas você consideraria como certas e como explicaria essas respostas para os alunos?



Aluno (1)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	não é fração	$\frac{1}{2}$
Aluno (2)	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{1}$

Quadro 12 – Questão 7 do Pré-teste
Fonte: Acervo da autora

Nesta questão foi proposto aos professores cursistas avaliarem as respostas diferentes de dois alunos sobre um exercício que solicitava representar as frações correspondentes às figuras geométricas divididas de formas diferenciadas dos métodos tradicionais, com o objetivo de verificar qual seria a postura que os professores tomariam perante o erro ou acerto dos alunos.

Todos os professores apontaram como correta a resposta dada pelo aluno (1), justificando que ele considerou a divisão das figuras pelas partes pintadas. Na primeira figura da Questão 7 um quadradinho estava pintado em amarelo e restaram três quadradinhos sem pintar, então o aluno considerou que a figura foi dividida em 4 partes iguais e representou a parte pintada por meio da fração 1/4.

Este raciocínio serviu para representar a parte pintada da segunda e da quarta figura da Questão 7. Para representar a parte pintada da terceira figura da

Questão 7, o aluno percebeu que o inteiro não foi dividido em partes iguais, portanto a parte pintada não pôde ser representada por uma fração.

Quanto ao posicionamento dos professores em relação ao modo como explicariam as respostas dos alunos (1) e (2), 10 professores cursistas diriam para seus alunos que uma fração representa a parte de um todo e que, para isso, deve-se dividir o inteiro em partes iguais e considerar as partes pintadas e que o denominador indica em quantas partes o inteiro foi dividido e o numerador representa as partes que foram consideradas.

Cinco professores não responderam como iriam explicar para os alunos a resolução do exercício 7 e um professor relatou sua explicação conforme descrito na Figura 3.

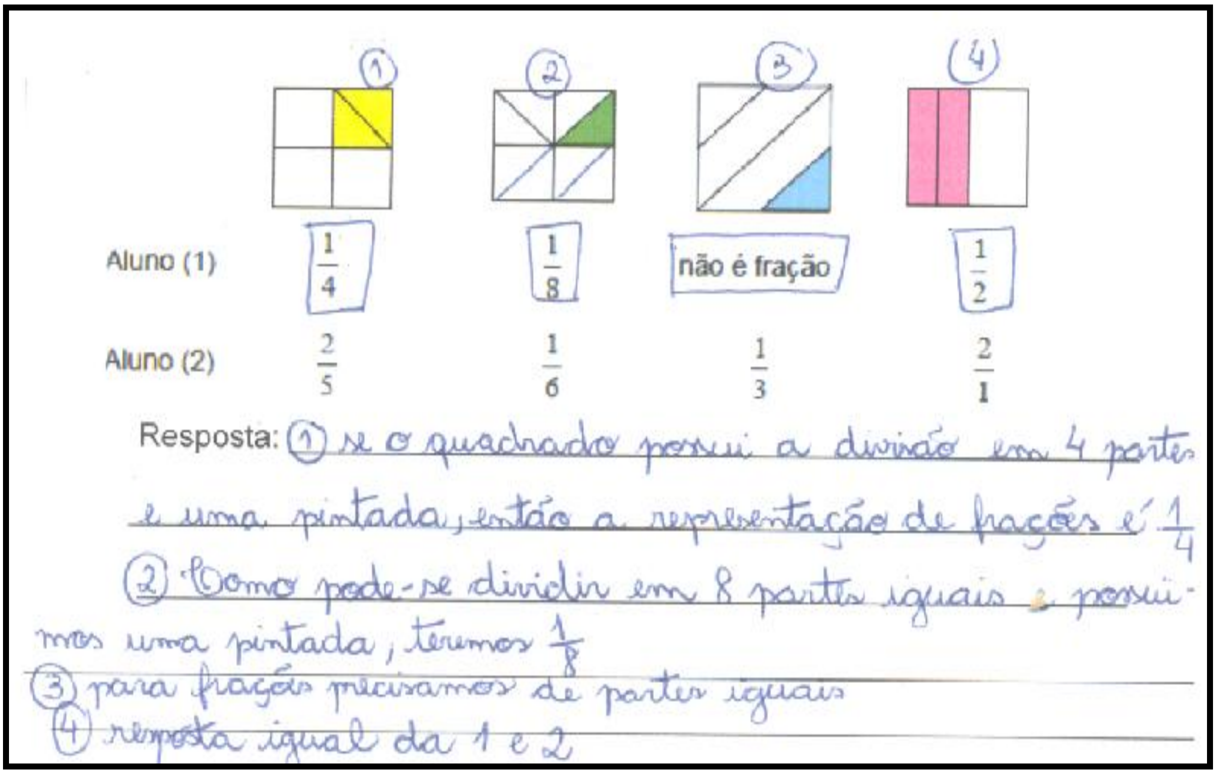
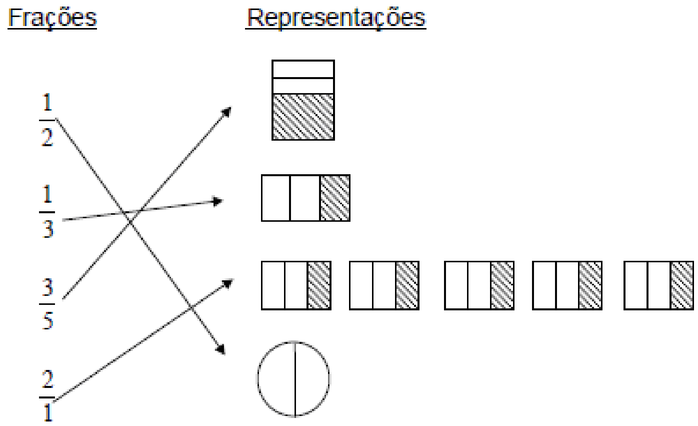


Figura 3 - Resolução da questão 7 do Pré-teste.
Fonte: Acervo da autora

Percebe-se que o professor cursista utilizou a expressão “divisão em partes iguais”, mas não especificou em que sentido é igual, mostrando, portanto, a falta de argumentos necessários para facilitar a compreensão do significado de fração para o aluno.

4.5.8 Relação das frações com as suas respectivas representações nas figuras geométricas

8 Foi dado para um aluno quatro frações para que ele relacionasse com algumas figuras. O resultado foi o seguinte:



O que você comentaria com ele a respeito do seu trabalho?

Quadro 13 – Questão 8 do Pré-teste
Fonte: Acervo da autora

Na questão 8, o objetivo foi verificar como o professor conceitua fração a partir da relação parte-todo em um todo contínuo.

O resultado desta investigação foi de que 9 professores cursistas alegaram que não entenderam a relação estabelecida pelo aluno e, por isso, não saberiam o que comentar com ele de imediato. Esses professores comentaram que precisariam "estudar", no sentido de analisar a resposta da questão para compreender o que o aluno fez e só depois fazer as explicações.

Destaca-se que as respostas devem ser avaliadas criteriosamente para a percepção do erro ou do acerto.

Verificando o resultado, um professor diria para o aluno continuar se esforçando; outro professor elogiaria o aluno porque ele se mostrou muito criativo e cinco professores explicariam as ligações que o aluno fez incorretamente comentando:

- Que a quantidade de partes pintadas corresponde ao numerador (parte de cima da fração) e o denominador é representado pelo número de partes

que o inteiro foi dividido.

- Que o círculo dividido em duas partes e nenhuma parte representada corresponde a um inteiro.

- Que a fração 2/1 não é a representação do desenho que ele fez.

- Que o número 2/1 não é fração e representa o número inteiro, pois está em uma única parte, sem divisão.

- Que a representação da fração 1/3 está correta.

De um modo geral, por estas manifestações em relação à resposta da questão 8, conclui-se que os professores cursistas não assimilaram o conceito de fração e, desta forma, não conseguiram explicar para o aluno o que ele fez de errado na representação da fração aparente e da fração imprópria em um todo contínuo.

Esta postura é retratada por Almouloud et al (1998, p. 11) quando diz que a capacitação dos professores que prioriza os aspectos didáticos e matemáticos requer da parte deles um estudo profundo dos “fenômenos ligados ao ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos e a desenvolver situações-didáticas que permitam ao aluno agir, falar, refletir e evoluir por sua iniciativa própria”.

Após a análise das dificuldades encontradas pelos professores nas respostas apresentadas nas 8 questões do Pré-teste foram planejadas e organizadas 7 oficinas que exploram o Ensino de Frações a partir de quatro ideias apresentadas no referencial teórico, sendo elas: “Fração como parte de uma unidade”; “Fração unitária como unidade de medida”, “Fração como parte de um conjunto” e “Representação de frações na reta numérica”.

4.6 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DAS OFICINAS

4.6.1 Oficina 1 - Divisão de uma superfície plana em partes iguais em relação a área

A Oficina 1 teve início com a dinâmica "explosão de ideias", cuja questão norteadora foi "Quais as semelhanças e diferenças entre os números naturais e os números fracionários?"

Nesta dinâmica, os professores cursistas tiveram a oportunidade de expor suas ideias e hipóteses que foram registradas no quadro. Na sequência fizeram a leitura do texto de autoria de Lins e Silva (2008, p. 8) "Por que surgem as frações?" e, em duplas, após discussão, registraram os aspectos que consideravam relevantes.

Retornando ao grande grupo, os 16 professores cursistas discutiram os dados registrados pelas duplas verificando as semelhanças e diferenças entre os números naturais e fracionários e comparando com os registros realizados no quadro a partir da técnica "explosão de ideias".

O resultado dessa discussão foi organizado e sistematizado no Quadro 14. Na primeira coluna estão as características dos números naturais e na segunda coluna estão as características dos números fracionários.

Números naturais	**Números fracionários**
- Foi o primeiro tipo de números a surgir.	- Inicialmente representavam apenas partes de um inteiro
- Surgiram pela necessidade de contar coisas.	- Surgem pela necessidade das pessoas registrarem partes das coisas.
- Representam quantidades inteiras.	- No decorrer da história o conceito de fração foi se ampliando e outros significados foram criados.
- Para representar quantidades utilizamos os números naturais.	- Para representar partes utilizamos fração.

Quadro 14 – Diferenças e semelhanças entre números inteiros e fracionários
Fonte: Elaborado pela autora

As diferenças e semelhanças são a base para a compreensão do conceito de frações. Fonseca (1997, p. 53) afirma que "a primeira ampliação do conceito de número, a ser feito pelas crianças, é o estudo de frações". Assim, antes de se apresentar ao aluno um número sobre o outro e ser-lhe dito que isto é uma fração, ou que uma fatia de pizza cortada em 8 pedaços é 1/8 dessa fatia, o aluno precisa entender que a fração representa parte de uma quantidade.

Por exemplo, se existem 10 lápis, o número natural que representa essa quantidade é o 10. Se dessa caixa de lápis 5 forem da cor preta, o registro da quantidade de lápis de cor preta em relação a caixa toda é de 5/10 ou 1/2, ou seja a metade. Portanto, quando o aluno compreende o significado da frase "Eu tenho 10 lápis, sendo que a metade (1/2) deles é de cor preta", está ampliando seu conhecimento em relação ao conjunto dos números naturais.

Esta situação tem se apresentado no ensino de frações como um obstáculo aparentemente difícil de transpor, enquadrando-se como uma descontinuidade do aprendizado ou mesmo uma continuidade no sentido de perpetuar a não relação do número fracionário com o número natural, conforme indica Spnillo et al (2009, p. 113),

> O ensino tem se caracterizado ou por uma continuidade acentuada, em que o conhecimento novo assemelha-se de tal forma ao antigo que nada acrescenta em termos cognitivos; ou se caracteriza por uma descontinuidade acentuada, em que o conhecimento novo está tão distante do antigo que não é possível fazer uma ponte conceitual significativa entre eles. Esta tensão entre continuidade e descontinuidade precisa ser melhor considerada nas atividades matemáticas desenvolvidas em sala de aula.

Portanto, é importante que o professor estabeleça a relação de que os números naturais servem para contar coisas e os números fracionários para representar partes destas mesmas coisas, que ambos surgiram em determinado contexto histórico pela necessidade dos povos. Segundo Fonseca (1997, p. 53),

> É necessário ressaltar que o ensino de números racionais é amplo e complexo. Por isso, devem ser exploradas atividades que favoreçam a construção de conceitos, através das relações, que estabelecem entre parte e todo, e que permitam novas descobertas.

Assim, a dificuldade encontrada no ensino de frações devido a essa complexidade e a amplitude do conjunto dos números racionais pode ser minimizada e até superada se os conceitos trabalhados forem compreendidos e aplicados pelos alunos no seu dia a dia.

Para o professor compreender que no ensino de frações há uma relação de vários conceitos a serem mobilizados pelos alunos e que é necessária a mediação do professor para que o aluno estabeleça essas conexões. Nesse sentido, e com o objetivo de incentivar os alunos a refletirem sobre esses conceitos, a professora Aplicadora formulou e propôs aos professores cursistas os seguintes questionamentos:

- Como se faz a leitura de frações?
- Existe uma única maneira de se fazer a leitura de frações?
- Quais são as regularidades encontradas na leitura das frações?
- Qual é a palavra que utilizamos no sistema monetário derivada do termo “avos”?
- Qual é a relação entre as expressões “denominador” e “tipo” de fração?
- O que significa a palavra “denominar”?

Antes de responder estas questões, os professores cursistas fizeram a leitura silenciosa do texto da autoria de Lins e Silva (2008, p. 8) “Como ler frações?” e, posteriormente, foi realizada a leitura comentada no grande grupo obedecendo à dinâmica: um professor ler um parágrafo e o professor seguinte fazer o comentário, e assim sucessivamente.

Para finalizar o estudo do texto, a Aplicadora retomou os questionamentos iniciais perguntando aos professores cursistas qual era o pensamento a respeito de cada item antes da leitura e qual foi a contribuição do texto.

Em relação às contribuições do texto, os professores cursistas apontaram:

- o significado da palavra “denominar” no sentido de “indicar nome de”;
- o denominador indicando o nome da fração, ou seja, o “tipo” de partes em que o todo foi dividido;
- a leitura quando o denominador é 1, por exemplo, 5/1 que pode ser lido como “cinco inteiros”;
- a relação entre as palavras “centavos” e “cem avos”;
- a relação entre as frações com denominador 10, 100, 1000 com a leitura dos números na forma decimal (números com vírgulas);
- a representação da fração nas formas decimal e percentual;

Nesses apontamentos foi considerado que a fração é um número que representa parte de um inteiro, um inteiro ou mais que um inteiro.

Pela condição da fração ser um número pode-se construir o conceito de número fracionário e, segundo Vergnaud (1994, p. 276) para isso, faz-se necessário reconhecer as representações linguísticas e não linguísticas. Nessa perspectiva quando os professores cursistas reconheceram o sentido das representações linguísticas das frações como: do “denominador”; dos “avos”; ou das representações não linguísticas; a fração com denominador 1 equivale a um número inteiro; ou a relação da fração com números decimais, eles davam os primeiros passos para a construção do conceito de frações.

Para representar frações de um todo contínuo considera-se a divisão do todo em partes iguais, esse iguais segundo Lins e Silva (2008) refere-se à área e não à forma da figura geométrica. Nesse sentido, foram explorados os conceitos de superfície, medida, área, divisão de figuras planas em partes iguais em relação a área e não necessariamente igual em relação à forma.

Colocando em prática esses conceitos, a Aplicadora propôs a atividade **“a”** da Oficina 1 do Caderno Pedagógico anexo a esta dissertação, exposta no Quadro 15.

a) Utilizando folhas de jornal represente duas superfícies, uma de um metro quadrado e outra de meio metro quadrado. Pergunta-se aos professores cursistas: A área da superfície de meio metro quadrado é igual a metade da área da superfície de um metro quadrado?

Quadro 15 – Exercícios da Oficina 1
Fonte: Caderno Pedagógico anexo a esta dissertação

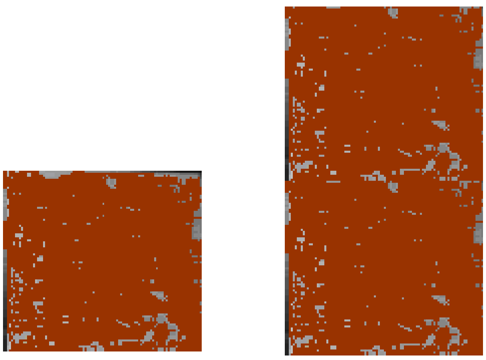
Utilizando folhas de jornal os professores cursistas construíram um quadrado com 1 m de lado, portanto uma superífice com 1 m^2 de área. Essa atividade foi realizada com sucesso e os professores não encontraram dificuldades.

No entanto, para representar a superfície de meio metro quadrado todos os professores confeccionaram um quadrado com meio metro de cada lado, ou seja, com 50 cm de lado. Essa representação foi errada porque eles obtiveram uma superfície de 1/4 do metro quadrado e não 1/2 do metro quadrado como foi solicitado.

Ao serem questionados pela Aplicadora se a área da superfície de um quadrado com 50 cm de lado é igual à metade da área da superfície de um metro quadrado, imediatamente responderam que não, pois perceberam por meio da comparação que o quadrado por eles construído, supostamente com superfície de meio metro quadrado, não correspondia à metade da superfície de 1 metro quadrado, portanto, não era uma superfície de ½ metro quadrado.

Então a Aplicadora solicitou aos cursistas que dobrassem a superfície com 1 metro quadrado ao meio, para visualizarem que a metade da superfície do metro quadrado não precisa ter necessariamente a forma de um quadrado, mas que pode ter diversas formas geométricas e possuir a mesma área.

Aqui houve o processo de construção do conhecimento em ação, como ensina Vergnaud (1994) que é agindo, executando uma ação que se começa com a reflexão sobre aquilo que se está aprendendo. A compreensão dos professores foi possível a partir da comparação da superfície quadrada com 50 cm de lado por eles construída como sendo ½ metro quadrado com uma superfície de ½ metro quadrado obtida a partir da dobradura da superfície com um metro quadrado, conforme visualiza-se na Figura 4.



a) Construção do meio metro quadrado com as medidas dos lados com 0,5 m

b) Construção do meio metro quadrado dobrando uma folha de 1 metro quadrado ao meio

Figura 4 – Tentativas de encontrar meio metro quadrado a partir da representação do metro quadrado
Fonte: Acervo da autora

Para que os professores pudessem compreender melhor o conceito de medida de superfície e, também, com o objetivo de utilizar a fórmula (A = b x h) para encontrar a área de uma superfície retangular**,** a Aplicadora solicitou aos professores cursistas que medissem o comprimento e a largura do retângulo obtido a partir da dobradura da superfície de um metro quadrado e fizessem o cálculo. Por meio do cálculo: A = 1m x 0,5 m os professores comprovaram que essa era a superfície com ½ metro quadrado de área.

Quando alguns professores perceberam que a superfície que inicialmente haviam construído era de 1/4 do metro quadrado, criou-se um clima favorável para a construção do conhecimento. Os professores questionavam, explicavam, argumentavam, analisavam e demonstravam por meio de sobreposição e do cálculo (0,5 m x 0,5 m = 0,25 m^2) a descoberta uns com os outros. Nesse clima de aprendizagem a Aplicadora propôs aos cursistas que encontrassem a superfície de meio metro quadrado com diferentes formas geométricas.

As formas encontradas pelos professores cursistas foram triangulares, retangulares e quadradas. A Aplicadora explicou que é possível encontrar a metade de uma superfície de um metro quadrado com diferentes cortes na divisão, expondo alguns exemplos, conforme se visualiza na Figura 5.

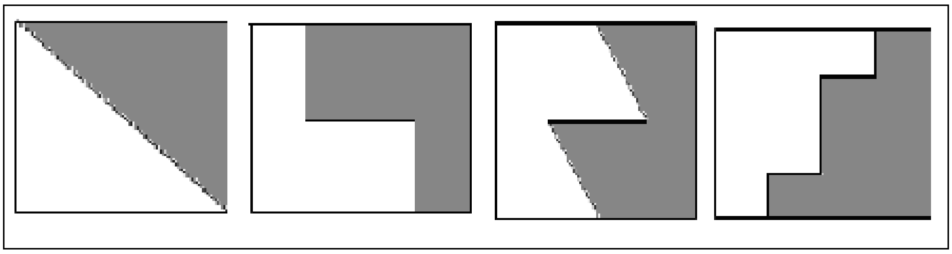


Figura 5 – Divisão do quadrado em partes iguais
Fonte: Elaborado pela autora

Após mostrar os exemplos de divisão de um quadrado em duas partes iguais com diferentes formas geométricas, a Aplicadora solicitou para que cada professor cursista, a partir da superfície de um metro quadrado encontrasse uma superfície de meio metro quadrado que não fosse na forma quadrada, retangular ou triangular.

Com a prática deste exercício os professores cursistas compreenderam que na construção do conceito de frações, quando se divide uma figura plana, esta divisão deve ser igual em relação à área e não necessariamente à forma geométrica.

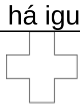
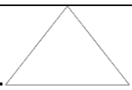
A reação dos professores ao perceberem esta possibilidade pode ser resumida no comentário do professor:

Nunca mais vou esquecer como representar uma superfície com 1/2 m^2 de área. Tinha pensado que é um quadrado com meio metro de lado. Como se *fala meio metro quadrado, pensei na forma quadrada com ½ metro de lado. Pode ter a forma quadrada ou não, os pedreiros sabem disso e eu só sabia na fórmula.*

Esta reação confirma um dos objetivos da formação continuada que é a de tornar o professor reflexivo. Na visão de Alarcão (2010, p.1), “ser reflexivo é muito mais do que descrever o que foi feito em sala de aula”. O professor não só está expressando a falta de usar seu conhecimento na operação de dividir um metro quadrado em duas partes iguais, como também está refletindo que na questão prática isto é visível.

É sob este contexto que Schön (2000) defende o profissionalismo adequado, ou seja, na percepção do profissional em relacionar o aprendizado com questões práticas.

Nessa perspectiva, a aplicadora solicitou aos professores cursistas que realizassem as atividades b, c, d, e, f, g e h da Oficina 1 do Caderno Pedagógico anexo a esta dissertação e expostas no Quadro 16.

b) Divida os retângulos ilustrados na figura em duas partes iguais. **Responda**: De quantas formas diferentes os retângulos podem ser divididos em duas partes iguais? Justifique sua resposta.
c) Qual a fração que representa a parte pintada em cada uma das ilustrações da Figura ? 
d) As frações obtidas a partir das ilustrações retangulares da figura exposta na questão “c” são iguais? Em que sentido? Use recortes e/ou dobraduras para verificar se a parte pintada de cada retângulo da Figura 5 é igual à outra parte da figura (não pintada).
e) Utilize duas folhas de papel de 2 x 8 cm representando retângulos iguais. Dobre um deles ao meio horizontalmente e depois verticalmente, dividindo-o em quatro partes iguais de forma bem “convencional” e pinte a quarta parte. Repita a processo com o outro retângulo, mas agora dobre-o mais duas vezes verticalmente, dividindo-o em 16 partes. Utilize o processo de “compensação” e represente por meio de pintura a quarta parte desse retângulo de uma maneira “não tão convencional”. Compare a área pintada no primeiro retângulo com a área pintada no segundo retângulo. Responda: há igualdade entre as duas partes pintadas?
f) Divida a Figura em 10 partes iguais.  **Responda**: De quantas maneiras ela pode ser dividida em 10 partes iguais?
g) Divida a figura em seis partes iguais. 
h) Descubra duas maneiras diferentes de dividir a figura em cinco partes iguais 

Quadro 16 - Continuação dos exercícios da Oficina 1
Fonte: Caderno Pedagógico

Com as atividades do Quadro 16, o objetivo foi proporcionar aos professores cursistas a vivência de práticas pedagógicas para construirem o conceito de divisão de figuras geométricas planas em partes iguais em relação à área. O que se destacou neste aprendizado foi a percepção dos professores cursistas que a divisão pode acontecer com outras formas que não as convencionais: na horizontal, na vertical ou em diagonal, conforme relato de um dos professores,

> *...o que chamou a minha atenção foi a forma de verificar se as áreas de figuras irregulares são iguais, não havia pensado nesse tipo de atividade com sobreposição e/ou recorte. Essa atividade facilita para que os alunos consigam visualizar a igualdade em relação à área. É bem interessante.*

Por esta manifestação percebeu-se que a partir da compreensão do exercício o conhecimento é ampliado e adentra-se ao seguinte enunciado de Vergnaud (1994, p. 85),

> ...podemos estudar as relações em todos os domínios e utilizá-los para o ensino da matemática [...] Tudo é matéria para a relação, e uma das tarefas do educador é a de utilizar a matemática para analisar as relações e para levar a criança a descobrir [...] a simplicidade das relações que [se estruturam].

De fato, na vida acadêmica o professor geralmente aprende que a fração é uma extensão dos números naturais, as regras para o cálculo com frações, os algoritmos utilizados para obter frações equivalentes, mas não percebe o campo conceitual que se pode formar com os números fracionários. Isto pode ser observado na fala do professor:

> *No meu tempo de estudante, não me ensinaram a relacionar a porcentagem com a representação fracionária e a forma decimal... Entendi! Parece que as frações estão em tudo que a gente faz e pensa e tudo está interligado. Os conteúdos não são isolados, só na escola que a gente ensina separado...*

Esta fala faz lembrar que foi propósito das oficinas aplicadas destituir a ideia de que as frações são difíceis de compreender porque são apenas de "conhecimento científico ou escolar" (VIANA, 2008, p. 165). Esta ideia provoca reflexão quando os professores se veem face a situações que deslocam os referenciais a que estão acostumados.

Viana (2008, p. 171) em um estudo sobre o ensino de frações chega à seguinte conclusão sobre este deslocamento de referencial,

> Penso ter mostrado que não é tão simples a transposição da ideia de fração tal como ela é vista na escola, definida como forma de representar a relação parte-todo, num contexto que exclui a operação de divisão e a representação decimal, num contexto em que o número aparece associado à contagem e nomeação de partes, mas raramente associado a medidas. Neste contexto, as frações dificilmente poderiam ser compreendidas como "números racionais", sequer como números, visto que não "enumeram" no mesmo sentido que os números naturais que são ensinados às crianças nesta mesma época. (grifos no original)

O autor ainda comenta que do seu ponto de vista "a 'falha' de entendimento decorre do desenvolvimento de 'Campos Semânticos' distintos que permanecem estanques" (grifos no original) (VIANA, 2008, p. 171). As críticas deste autor sobre o ensino de frações são contundentes no sentido de ser prática comum ensinar o conteúdo de frações de "forma isolada", não estabelecendo conexões com outros conhecimentos ou conceitos.

Para reforçar os conceitos explorados na Oficina 1 foi retomado pelo Professor Aplicador os seguintes conceitos já trabalhados:

- a etimologia da palavra "fração";
- termos da fração;
- definição de numerador e denominador;
- leitura de frações;
- divisão de formas geométricas planas em relação à área;
- conceito de medida de superfície.

Esses conceitos foram abordados a partir de atividades práticas e estudos de textos na perspectiva de Educação Matemática que “propõe aos professores um entendimento melhor da interconexão dos conceitos, competências, símbolos e situações no desenvolvimento de muitos termos do conhecimento matemático” (BEZZERA, 2001, p.26).

No final da Oficina1, a Aplicadora solicitou para que todos os professores fizessem a avaliação do primeiro encontro pontuando os principais aspectos abordados, as dúvidas, as contribuições e curiosidades. Essa avaliação foi registrada no Diário Coletivo e serviu de suporte para que a Aplicadora organizasse a Oficina 2.

Os professores consideraram como contribuições: a definição de fração unitária, a divisão de figuras planas em partes iguais em relação à área, a representação das superfícies com um metro quadrado e com meio metro quadrado de área e o estudo dos textos “Quais as semelhanças e diferenças entre os números naturais e os números fracionários?” e “Por que surgem as frações?”. Ressaltaram ainda, como curiosidade, a maneira de se falar fração do “tipo” 1/4 ou do “tipo” 1/8 e a origem da palavra centavo.

4.6.2 Oficina 2 - O Tangran – recurso lúdico para o ensino de frações

A Aplicadora iniciou a Oficina 2 retomando o conceito de divisão de superfícies planas em partes iguais em relação a área, e comentou que em muitos casos as partes das figuras são iguais em relação à forma e à área, mas que há casos, como por exemplo, em algumas peças do Tangran em que as áreas são iguais e as formas são diferentes. Uma estratégia que pode ser utilizada para fazer essa comparação é a construção do quebra-cabeça chamado Tangran.

Foi explicado que ao construir o Tangran por meio de dobraduras, a partir de uma malha quadriculada, as formas e a área de cada uma das peças são facilmente visualizadas. Distribuindo uma folha de papel sulfite para cada professor cursista construir o seu Tangran, a Aplicadora orientou para que fossem seguidos os passos descritos na atividade **“a”** da Oficina 2 do Caderno Pedagógico e constam no Quadro 17.

1º passo – distribuir um pedaço de papel com forma retangular (sulfite ou cartão dupla face).
2º passo - retirar deste papel o quadrado de maior área possível. Para obter o quadrado, dobra-se o lado menor do papel sobre o lado maior, cortando o retângulo que sobrou do lado maior. Este quadrado é considerado o “inteiro”.
3º passo – Dobra-se o quadrado ao meio, marcando-se profundamente os vincos, obtendo dois retângulos iguais, em seguida dobra-se mais uma vez ao meio de maneira que, ao abrir o papel quadrado estejam vincadas três dobras paralelas obtendo quatro formas retangulares. No sentido contrário, realiza-se o mesmo procedimento dobrando-se o quadrado ao meio no sentido vertical dos vincos. Dobra-se mais uma vez ao meio, de modo que, ao abrir o papel quadrado, existam “vincos” que se assemelham a uma malha quadriculada com 16 quadradinhos. Consideram-se cada um dos 16 quadradinhos como unidade de área.
4ª passo – Divide-se o quadrado pela diagonal de forma a obter dois triângulos iguais, utilizando a régua ou a tesoura para separá-los Esses triângulos são considerados como duas peças Tangran - dois triângulos grandes.
5º passo – Dobra-se ao meio um dos triângulos grandes obtendo dois triângulos iguais com a metade do tamanho do triângulo inicial. Utiliza-se uma régua ou uma tesoura para separá-los.
6º passo – Toma-se o outro triângulo grande e dobra-se de modo que o vértice referente ao ângulo reto, encoste na base maior do triângulo. Na marca deixada por esta nova dobradura faz-se o recorte, separando o triângulo em duas partes. Forma-se 2 peças do Tangran, ou seja: um triângulo médio (terceira peça do Tangran) e um trapézio.
7º passo – Dobra-se uma das pontas do trapézio de forma a obter um triângulo retângulo e um trapézio retângulo. No vinco separam-se as peças, obtendo um recorte que apresenta um triângulo pequeno - quarta peça do Tangran e um trapézio retângulo;
8º passo – Dobra-se o trapézio retângulo pelo lado que possui dois ângulos retos de modo a obter um quadrado. Obtém-se duas outras peças: um quadrado (quinta peça do Tangran) e um trapézio retângulo menor que o utilizado no 7º passo.
9º passo – Localiza-se o vértice referente ao ângulo reto do trapézio, dobra-se de forma a obter um paralelogramo e um triângulo. Usam-se a tesoura ou a régua para separar as duas partes, completando-se as duas últimas peças do Tangran: um paralelogramo (sexta peça do Tangran) e um triângulo pequeno (sétima peça do Tangran).

Quadro 17 – Passos para construção do Tangran
Fonte: Caderno Pedagógico

A Aplicadora orientou os professores cursistas que considerassem como unidade de medida de área o quadradinho obtido no 3º passo, e fez as seguintes perguntas:

- Qual é a forma da peça retirada?

- Qual é a área dessa peça?

Esses questionamentos foram feitos após a construção de cada uma das peças do Tangran pelo processo de dobraduras. Depois de terem construído as 7 peças que compõem o Tangran, os professores somaram as áreas de cada uma das peças para verificar se o resultado da soma das áreas de todas as peças era igual à área total do Tangran.

Esta atividade mostrou-se inovadora para os professores cursistas, deixando-os em dúvida sobre sua validade, conforme pode ser percebido na fala do professor:

> *... não estou bem segura, mas com esse tipo de atividade [Tangran] estamos relacionando os eixos números e operações, grandezas e medidas, espaço e forma? É possível explorar vários conceitos a partir de uma única atividade... o conteúdo ganha significado?*

A tendência do professor que exerce o magistério dentro de uma prática tradicional baseada na reprodução do conhecimento é a de questionar a validade das inovações ou das situações que fogem do domínio que possuem e a formação continuada tem como prerrogativa destituir a “passividade” do professor.

De acordo com Silva (2005, p. 9) é comum os professores construírem para o ensino de frações “Organizações Matemáticas para números fracionários, muito rígidas...”, ou seja, baseadas em regras que não privilegiam o trabalho com os campos conceituais.

As recentes pesquisas sobre as dificuldades do ensino de frações têm constatado a necessidade de “uma capacitação que leve em consideração aspectos didáticos e leve estes professores a melhor estudar os fenômenos ligados ao ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos...” (ALMOULAUD et al, 1998 *apud* SILVA, 2005, p. 17).

Silva (2005, p. 17) declara que em suas pesquisas para elaboração de sua tese de doutorado, ao tratar com professores somente com formação inicial percebeu que,

> ...a formação que receberam não se preocupou provavelmente em proporcionar situações que os fizessem desenvolver a compreensão de enunciados, vocabulários próprios, tratamento de informações..., o que muitas vezes os impossibilitam de solucionar um problema com sucesso.

Esta observação da autora é pertinente em relação à fala do Professor quando ele diz estar inseguro do que realmente está sendo trabalhado na atividade realizada com o Tangran, revelando-se assim, que a formação continuada oportuniza ao professor condições de refletir sobre sua prática de forma a ampliar seu conhecimento, conforme pode ser observado no desenrolar da Oficina 2.

Os professores cursistas, construíram o Tangran pela segunda vez com o acompanhamento do Aplicador que os auxiliava quando encontravam dificuldades no processo de construção. Na terceira vez os professores cursistas construíram o Tangran em uma tira de papel cartolina sem a ajuda da Aplicadora.

À medida que os professores cursistas construíam o Tangran, identificavam as peças visualizando a composição e decomposição de figuras geométricas planas a partir do quadrado inicial e calculavam a área dessas peças. Esta atividade foi realizada por etapas conforme mostra a Figura 6.

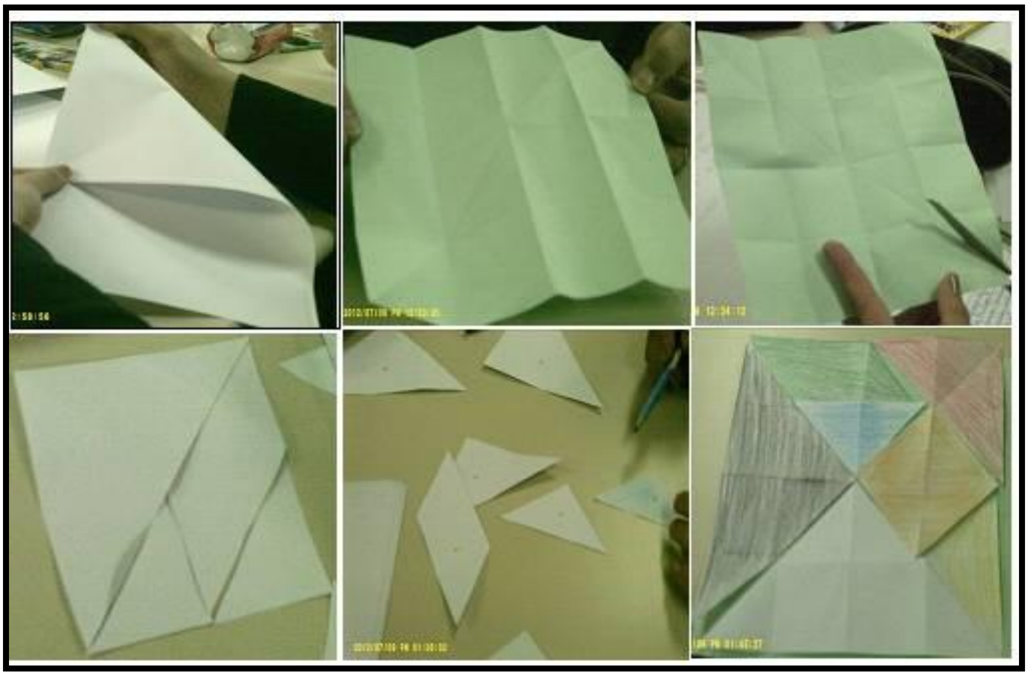


Figura 6 – Construção do Tangran
Fonte: Acervo da autora

No decorrer desta atividade os professores foram adquirindo segurança naquilo que estavam executando e com isso percebendo sua capacidade de entender a relação das figuras com o ensino dos números fracionários, conforme registro deixado no Diário Coletivo,

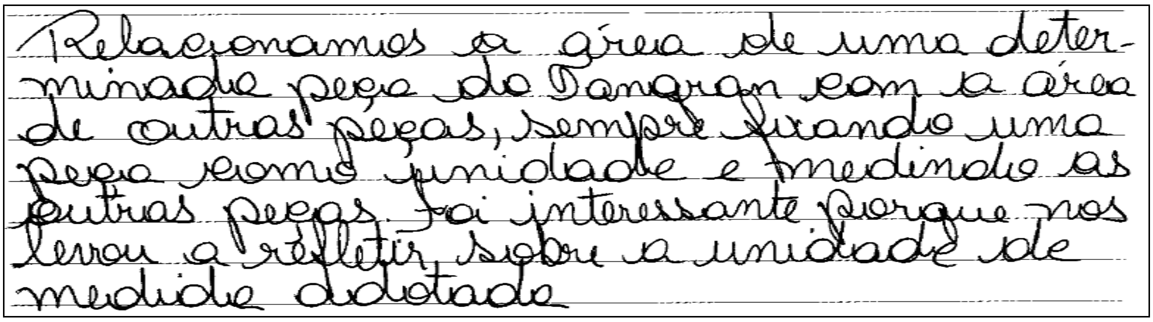

Relacionamos a área de uma deter-
minada peça do Tangran com a área
de outras peças, sempre tirando uma
peça como unidade e medindo as
outras peças. Foi interessante porque nos
levou a refletir sobre a unidade de
medida adotada

Figura 7 – Registro Diário Coletivo – unidade de medida
Fonte: Acervo da autora

Neste registro é possível perceber que os professores cursistas passaram a relacionar as frações unitárias como unidades de medida, ação essa que não havia sido demonstrada no resultado do Pré-teste. Esta percepção leva ao entendimento que no programa de formação continuada os professores aliam o conhecimento teórico com a prática profissional ampliando a sua capacidade e habilidade na resolução de problemas e assim incorporam novos conhecimento à sua formação (BURIASCO, 1999).

Na sequência, a Aplicadora solicitou aos professores cursistas que utilizassem duas peças para a construção de um quadrado, e fez o seguinte questionamento: “Qual é a maior área do quadrado que foi construído com duas peças do Tangran, considerando como unidade de medida o quadradinho obtido no 3º passo para a sua construção?

Os quadrados foram construídos pelos professores cursistas sem nenhuma dificuldade e estão representados na Figura 8.

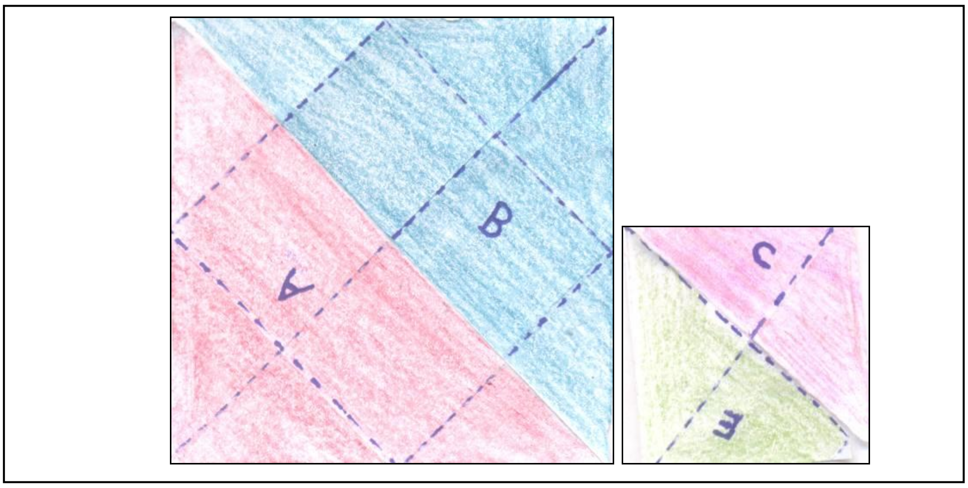


Figura 8 – Construção do quadrado com 2 peças do Tangran
Fonte: Acervo da autora

Na resolução do exercício, os professores cursistas puderam observar que o menor quadrado construído com duas peças do Tangran possui dois quadradinhos de área, e que o maior quadrado construído com duas peças do Tangran possui oito quadradinhos de área.

A surpresa dos professores residiu no fato de estarem ampliando seus conhecimentos a partir da definição de medida, de área e de formas geométricas planas, ou seja, da construção de um campo conceitual.

Tal surpresa é explicada por Lorenzato (2008, p. 57) quando ele diz “que a matemática se constituiu de diferentes tipos de conteúdos, cada um com seu vocabulário, símbolos, normas e modo de pensar”. O estudo da matemática reuniu a partir da Reforma Franscico Campos de 1931 os conteúdos de aritmética, geometria, álgebra e trignometria, porém ficou enraizada a aprendizagem de forma isolada. Ao subdividir os contéudos foi perpetuado um sistema de ruptura, de quebra, entre um conteúdo e outro.

Lorenzato (2008, p. 58) comenta que esta situação foi perceptível quando da introdução da Matemática Moderna na década de 1960, que excluiu a geometria “o que gerou um novo problema educacional, pois o não estudo de uma parte da matemática acarreta o não desenvolvimento do tipo de pensamento referente a essa parte”. O efeito negativo desta situação repercute nas lacunas da aprendizagem na formação do professor. Lacunas estas que se procura preencher na formação continuada.

A partir desta concepção, a Aplicadora buscou integrar os diferentes conteúdos da Matemática propondo as seguintes questões:

1) É possível construir um quadrado utilizando 3 peças do Tangran? De que forma?
2) É possível construir um quadrado utilizando 4 peças do Tangran? Como?
3) Está muito fácil, vamos aumentar o grau de dificuldade. Construa um quadrado utilizando 5 peças do Tangran.
4) Com 6 peças é possível construir um quadrado?
5) E com 7 peças?

Respndendo a questão 1, os professores cursistas não demonstraram dificuldades em localizar 3 peças do Tangran e construir o quadrado. Apesar de alguns professores terem levado um tempo maior que o previsto para concluir a atividade, eles obtiveram sucesso. A construção do quadrado utilizando 3 das 7 peças do Tangran está representada na Figura 9.

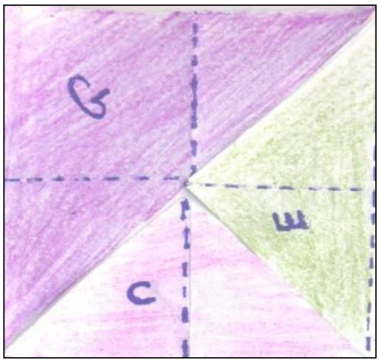


Figura 9 – Construção do quadrado com 3 peças do Tangran
Fonte: Acervo da autora

Na construção de um quadrado utilizando apenas 4 das peças do Tangran os professores cursistas fizeram várias tentativas até que um deles conseguiu montar o quadrado e deu pistas para seus colegas. Finalmente, todos conseguiram construir o quadrado com sucesso. Uma das soluções está representada na Figura 10.

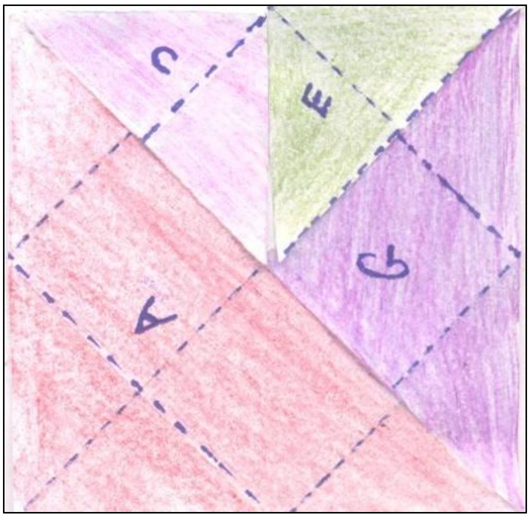


Figura 10 – Construção do quadrado com 4 peças do Tangran
Fonte: Acervo da autora

Para a construção do quadrado utilizando 5 peças do Tangran, os professores fizeram várias tentativas durante a Oficina 2, no entanto sem sucesso, ficando essa atividade para ser realizada no encontro seguinte.

No 3º encontro alguns professores cursistas trouxeram o quadrado construído com as 5 peças do Tangran e socializaram com os demais professores. A construção do quadrado está exposta na Figura 11.

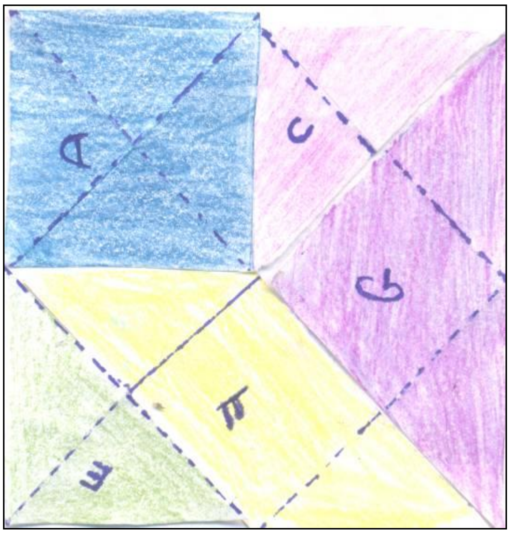


Figura 11 – Construção do quadrado com 5 peças do Tangran
Fonte: Acervo da autora

Para a questão 4, não foi possível a resolução, pois é impossível construir o quadrado com 6 peças do Tangran devido às formas e à área de cada uma das peças não encaixarem devidamente.

A questão 5 não se constituiu em um desafio para os professores cursistas, pois a construção da figura com 7 peças é o Tangran inteiro, e como já havia sido distribuída uma figura completa do Tangran para cada professor cursista, foi fácil para eles encaixarem as peças e montarem o Tangran.

Depois de construído o Tangran com todas as 7 peças, a Aplicadora solicitou aos professores cursistas que nomeassem cada uma das peças de acordo com a Figura 12,

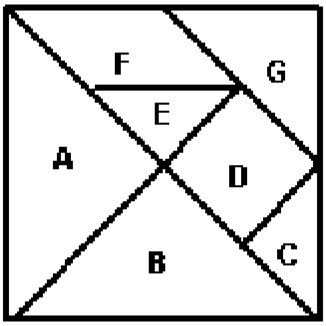


Figura 12 – Construção do Tangran
Fonte: LINS e SILVA (2008, p. 22)

Objetivando facilitar a visualização das peças do Tangran, a Aplicadora orientou os professores cursistas que pintassem as peças de acordo com as cores previamente estabelecidas, justificando que as peças pintadas facilitariam o trabalho do professor com seus alunos no processo de identificação de quais peças estariam sendo utilizadas durante as atividades orientadas. Sugeriu ainda, algumas perguntas que os professores poderiam fazer para seus alunos:

- Qual a peça que possui maior área? E a menor?
- É possível construir um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo utilizando dois triângulos pequenos?
- Que outros polígonos podem ser construídos?

Souza (1996), comenta que nomear e pintar as peças do Tangran é a medida correta para visualizar e representar figuras planas e ao mesmo tempo, decompor e compor figuras, maximizando o entendimento de como resolver problemas usando as formas geométricas, e com isso desenvolver a compreensão de área e de frações.

Bellarmino de Deus (2007) indica como recurso metodológico o uso do Tangran para abordar vários conceitos matemáticos. Assim, no caso do ensino de frações, utilizando esse recurso é possível, por exemplo, identificar, comparar, descrever, classificar as peças obtidas na construção do Tangran. Ainda completam este campo de conceitos, as habilidades de desenhar e reconhecer as formas geométricas planas e com isso obter noções de áreas e, consequentemente, de frações.

A Aplicadora buscou contextualizar o ensino de Matemática e proporcionar aos professores cursistas a vivência de uma prática que exige a mobilização de conhecimentos para a resolução de problemas. Nesse caso, a relação entre números, medidas e geometria, serve também como preparação para os professores cursistas utilizarem as peças do Tangran como unidades de medida.

Ainda nesse sentido propôs aos professores cursistas a atividade **“b**” da Oficina o Caderno Pedagógico anexo a esta dissertação, que tem por finalidade comparar a área das peças do Tangran como uma atividade lúdica, exposta no Quadro 18.

b) Comparando a área das peças do Tangran – Uma atividade lúdica
b1) Com base no Tangran construído e considerando que as suas peças C (ou E) tem valor igual a uma unidade de área, responda: 1. Qual é a área da peça D? 2. Qual é a área da peça F? 3. Qual é a área da peça G? 4. Qual o valor da área da peça A (ou B)? 5. Qual é área do Tangran inteiro construído?
b2) Se a peça D do Tangran construído for considerada como uma unidade de medida, responda: 1. Qual é a área da peça C (ou E)? 2. Qual é a área da peça F? 3. Qual é a área da peça G? 4. Qual é a área da peça A (ou B)? 5. Qual é a área do Tangran?
b3) Considerando que as peças A (ou B) do Tangran construído têm valor igual a uma unidade de área, responda: 1. Qual é a área da peça C (ou E)? 2. Qual é a área da peça D? 3. Qual é a área da peça F? 4. Qual é a área da peça G? 5. Qual é a área do Tangran?
b4) Considerando o Tangran construído como uma unidade de área, responda: 1. Qual é a área da peça A (ou B)? 2. Qual é a área da peça D? 3. Qual é a área da peça F? 4. Qual é a área da peça G? 5. Qual é a área da peça C (ou E)?

Quadro 18 – Exercícios da Oficina 2
Fonte: Caderno Pedagógico

Para encontrar a área das peças do Tangran que possuíam superfície maior que a unidade de medida nenhum professor cursista encontrou dificuldade, no entanto, para determinar a área de superfícies menores que a unidade de medida alguns professores encontraram dificuldades que foram sanadas com o auxílio dos colegas e da professora Aplicadora, retomando o conceito de área de cada uma das peças.

Um aspecto importante a ser levado em consideração é que os professores cursistas, na resolução dos exercícios do Quadro 10, fizeram uso daquilo que compreenderam nos exercícios da Oficina 1, essencialmente no que refere à divisão do todo em partes iguais em relação à área e não à forma geométrica, verificando que as peças D (quadrado), F (paralelogramo) e G (triângulo) apesar de terem formas geométricas diferentes possuem áreas iguais. Um professor cursista assim se manifestou:

As peças D, F e G são iguais em relação à área porque as três peças D, F e G foram formadas a partir de duas peças C (ou E).

Nesta observação do professor percebe-se que ele reflete sobre o que está construindo, se ele formou as três peças D, F e G utilizando apenas duas peças (C ou E) então essas três peças são iguais em relação à área. Com este raciocínio os professores estão “fazendo matemática” conforme orientações do SAEB (Brasil, 2009, p. 14), pois eles envolvem-se “em um processo em que [se reconhecem] como produtores de suas respostas matemáticas, não como meros executores e reprodutores de algo que alguém lhes disse que deveria ser feito assim”.

Esta autonomia adquirida pelo “saber fazer” garante a segurança do professor face aos desafios que a escola de hoje exige de sua prática profissional, desenvolvendo ou aprofundando seus conhecimentos e melhorando sua prática, conforme os professores registraram no Diário Coletivo:

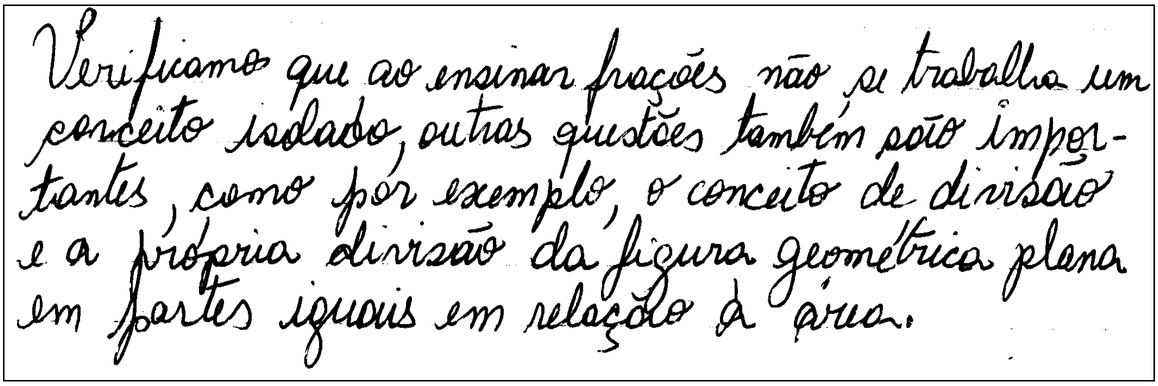

Verificamos que ao ensinar frações não se trabalha um conceito isolado, outras questões também são importantes, como por exemplo, o conceito de divisão e a própria divisão da figura geométrica plana em partes iguais em relação à área.

Figura 13 – Registro diário coletivo
Fonte: Acervo da autora

Esta fala remete às considerações de Lorenzato (2008, p. 3) sobre ensinar sem conhecimento, “ninguém consegue ensinar o que não sabe, decorre que ninguém aprende com aquele que dá aulas sobre o que não conhece”. A percepção de trabalhar a partir dos conceitos que envolvem o problema é a construção do campo conceitual defendido por Vergnaud (2004) que organiza os conhecimentos para ampliar o conhecimento.

Para encerrar a Oficina 2 a Aplicadora retomou o conceito de fração como parte de um todo contínuo e, a partir daí, propôs a representação de frações unitárias e a comparação de frações na Oficina 3.

4.6.3 Oficina 3 - Fração Unitária e Comparação de Frações

A Oficina 3 teve início com a leitura do texto “Um pouco mais sobre o que são frações” disponibilizada por Lins e Silva (2008, p. 10). A leitura e a discussão foram realizadas com todo o grupo e coordenadas pela professora Aplicadora, que explicou e exemplificou os trechos do texto que abordam a relação existente entre as frações e as medidas.

No texto apareceu a expressão “tipo” referindo-se à fração unitária e fazendo analogia às medidas. Por exemplo, ao dizer que a altura de uma porta é de 2 m, o número dois indica o “quanto” e o metro o “tipo” de unidade utilizada, assim também, ao dizer que Pedro comeu 5/6 de uma pizza o 5 representa o “quanto”, o denominador 6 indica que a fração 1/6 é a unidade de medida e o “tipo” de divisão que foi realizada.

Obtém-se o resultado dessa medição multiplicando o número de partes que foram comidas pela fração considerada como unidade de medida, ou seja, 5 x 1/6 = 5/6 que representa “*cinco* pedaços do tipo *sexto*”, introduzindo-se também as noções de multiplicação de frações.

A reação dos professores ao perceberem a importância da leitura, destituiu a ideia de que leitura de texto é para a disciplina de Português, na Matemática o que se faz é cálculo. Na fala de um dos professores é possível perceber que não é somente com resolução de problemas que se aprende Matemática, mas também com textos explicativos,

> *Gostei do texto, é a primeira vez que tenho contato com fração unitária vista como unidade de medida. Achei interessante a analogia com as medidas de comprimento. A cada encontro percebo que, o que pensava que dominava com tranquilidade, na verdade era mecânico.*

Segundo Azeredo *apud* SANTOS (2006, p. 25), é interessante que o professor saiba lidar didaticamente com os textos, pois eles “escritos ou orais têm uma estrutura, uma forma de acordo com a intenção de quem fala ou escreve e segundo as variáveis do contexto discursivo”.

Assim, a pesquisadora propôs para cada uma das Oficinas o estudo de pelo menos um texto buscando a reflexão acerca dos temas abordados.

Após o estudo do texto “Um pouco mais sobre o que são frações”, os professores comentaram que ainda não haviam pensado na fração unitária como unidade de medida. Alguns, embora trabalhassem com frações unitárias desconheciam essa nomenclatura, fato que mostra que na prática da sala de aula estes professores promovem um ensino fragmentado, estático que não abrange toda a dinâmica do uso de frações. Sob este aspecto Vergara (1995, p. 32), avalia que,

> Precisamos discriminar reconhecer e identificar operações mentais que dependem de experiências passadas (casos ou histórias). Precisamos registrar temporariamente ou permanentemente a informação na mente, compreender seu significado, transformá-la de modo a ajustá-la às estruturas cognitivas preexistentes. Realizamos mentalmente operações lógicas, estabelecemos relações, fazemos inferências, analisamos e reestruturamos nossas representações mentais, formulamos hipóteses e planos de ação, tomamos decisões, valemo-nos de diferentes procedimentos para resolver problemas.

Relacionando estas reflexões com o estudo que foi realizado na presente dissertação pode-se afirmar que, de fato, se não houver aprofundamento no estudo de frações unitárias os alunos encontrarão dificuldades para fazer comparação de frações.

Quaresma e Pontes (2006) ao se referirem ao trabalho de Post, Behr e Lesh (1986) explicam que quando não se assimila o conceito funcional do número racional, não é possível compreender o que as frações representam. Eles ainda explicam que entender o conceito funcional significa ter percepção de que os números racionais são números que podem ser “representados de várias formas: numerais decimais, razões, divisões, pontos de uma reta numérica, medidas, e partes de um todo”, ou seja, o conceito funcional de número racional é multifacetado, podendo apresentar diferentes significados, como por exemplo:

> - *parte-todo* – caso em que existe uma comparação entre a parte de um todo contínuo ou discreto, ou seja, o número racional representa a relação entre o numerador que indica o número de partes que se tomam do todo e

> o denominador que é número de partes em que o todo está dividido, a compreensão deste significado é fundamental para a compreensão dos restantes significados;
> - *razão* - designa uma comparação entre duas quantidades da mesma natureza ou de natureza distinta;
> - *quociente* – um número racional visto como resultado de uma divisão entre dois números naturais, onde o numerador e o denominador representam o todo;
> - *medida* - situação que se traduz na comparação entre duas grandezas, em que uma delas é considerada a unidade (QUARESMA e PONTES, 2006, p. 3).

A não compreensão destes significados contribui para os alunos não conseguirem estabelecer a noção quantitativa de número racional quando está na forma fracionária.

Sob estes pressupostos, para a organização da Oficina 3, a professora Aplicadora considerou o fato de que alguns professores não conheciam o termo fração unitária, bem como ignoravam a importância do estudo desse tipo de fração que deu origem aos números racionais.

Nesse sentido a professora Aplicadora propôs aos professores cursistas que resolvessem a atividade "**a**" do Caderno Pedagógico, com o objetivo de reforçar o conceito de fração unitária e de comparar a região representada por cada fração unitária. Para esta atividade a Aplicadora distribuiu 6 tiras de papel de 3 x 15 cm para cada Cursista e explicou que para se fazer a comparação das áreas ocupadas por uma fração deve-se considerar essas frações como partes de um mesmo inteiro (ou de um inteiro de mesmo tamanho). Esta atividade consta no Quadro 19.

a) Representação de frações unitárias
- Usando 6 tiras de papel com medida de 3 cm x 15 cm, represente cada uma das frações unitárias: 1/2, 1/3, 1/4, 1/5; 1/8;1/15 em uma tira de papel. Para dividir a tira você pode utilizar a dobradura ou a régua. Em seguida responda as questões: • Qual destas frações representa a maior área? • Qual representa 0a menor área?´0]] • Qual a relação entre o denominador de uma fração unitária e a superfície representada na tira de papel? • Coloque as frações em ordem crescente.

Quadro 19 – Exercícios da Oficina 3
Fonte: Caderno Pedagógico

Para representar a fração 1/2 os professores cursistas dividiram uma das seis tiras de papel em duas partes e pintaram uma dessas partes. Esse mesmo procedimento foi utilizado pelos professores cursistas para representar as 6 frações indicadas no exercício "**a**" que constam no Quadro 11, conforme se visualiza na Figura 14.]

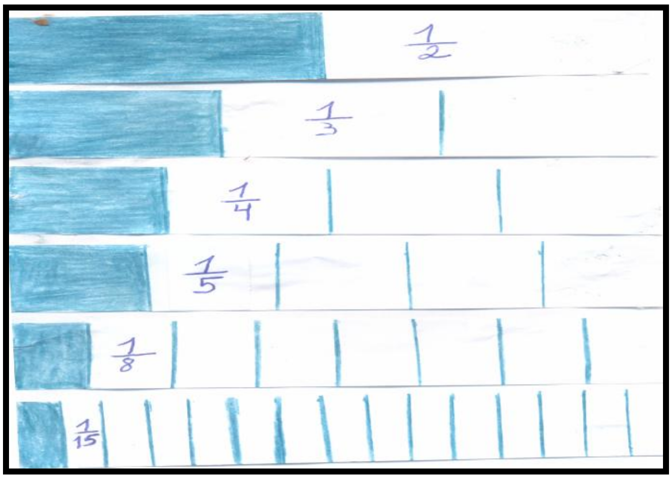


Figura 14 – Resposta da questão "**a**" da Oficina 3
Fonte: Acervo da autora

Os professores cursistas resolveram o exercício "**a**" sem dificuldades e ressaltaram que iriam propor esse exercício para seus alunos utilizando tiras de papel do mesmo tamanho, demonstrando a preocupação em propor atividades aos alunos considerando o inteiro de mesmo tamanho e a divisão em partes iguais, conforme manifestou um dos professores cursistas,

> *De fato, quando as crianças fazem a representação das frações por meio de desenho no caderno não há o cuidado em dividir em partes iguais em relação à área, é apenas uma repartição. Um conceito equivocado, e o pior é que eu pensava que estava tudo bem.*

Esta fala revela a importância do estudo de Vergnaud (2004) quando aponta a aprendizagem da Matemática a partir da construção do campo conceitual com conceitos já adquiridos.

Se os alunos tivessem noções de geometria e de medida de área simultaneamente com o ensino de frações, certamente não iriam apenas repartir uma superfície com traços e representar por meio de frações as partes consideradas, sem nenhuma preocupação com a divisão da superfície plana em partes iguais em relação à área.

Segundo Lorenzato (2008, p. 60) é "falacioso pensar que, conhecendo partes do todo, já se conhece o todo. Por isto todos os campos da matemática previstos no currículo oficial devem ser ensinados, e mais, de modo integrado".

Assim, na formação continuada buscou-se explorar essa integração, identificando pontos de conexão dos campos conceituais, o que também estimulou os professores a trabalharem esses conceitos com seus alunos, conforme relato de um dos professores,

> *Representar as frações em tiras de papel é bem mais fácil. Desenvolvi essa atividade com os alunos e eles compreenderam porque ½ representa uma área maior do que ¼. Também expliquei que só comparamos frações se fizerem parte de um mesmo todo, me senti realizada.*

Na continuidade das atividades, após a realização do exercício **"a"**, a Aplicadora distribuiu 9 folhas de papel com medidas 8 x 5 cm e solicitou aos professores cursistas que resolvessem o exercício "**b**" do Caderno Pedagógico, conforme exposto no Quadro 20, com o objetivo de representar as frações em um todo contínuo e de comparar a porção que as frações representam em um mesmo inteiro.

b) Comparação de frações

b1 - Utilizando 9 folhas de papel de mesma medida (sugestão: 8 x 5 cm), realize as seguintes atividades:

1. Dobre uma folha retangular ao meio, e responda em quantas partes ficou dividido o papel? Estas partes são iguais?
2. Na mesma folha dobre mais uma vez ao meio e responda em quantas partes a folha retangular ficou dividida? Que fração da folha de papel cada uma das partes representa?
3. Ainda na mesma folha dobre novamente ao meio e responda em quantas partes iguais a folha de papel ficou dividida? Cada uma dessas partes representa que fração do todo?

b2 - Usando 8 folhas de papel de 8 x 5 cm, divida-as por meio de dobraduras e representa as partes indicadas nas frações: 1/2; 1/4; 1/8; 5/8; 2/4; 2/2; 3 /4; 3/8. Em seguida, responda:

- Qual destas frações representa a maior área?
- Qual representa a menor área?
- Quais frações representam áreas iguais?
- Qual das duas frações representa a parte maior 5/8 ou 3/4. Justifique sua resposta.

Quadro 20 – Exercício "**b**" da Oficina 3
Fonte: Caderno Pedagógico

Na resolução do exercício "**b1**", a Aplicadora solicitou aos professores cursistas que dobrassem uma folha de papel de 8 x 5 cm conforme instruções dos itens 1, 2 e 3 do exercício "**b1**". Nesta atividade os professores cursistas constataram que estavam realizando divisões em partes iguais e levantaram a questão de "como dividir" a folha de papel dobrando uma vez horizontalmente e outra verticalmente, ou só horizontalmente. Após uma breve discussão os professores cursistas perceberam que ao dobrar ao meio independente do sentido (horizontalmente ou verticalmente) o todo estava dividido em partes iguais em relação à área.

Para facilitar a visualização da área representada pelas frações 1/2; 1/4; 1/8; 5/8; 2/4; 2/2; 3/4; 3/8 indicadas no exercício "**b2**", os professores cursistas optaram em dividir as folhas de papel verticalmente. Cada professor utilizou uma folha de papel para representar cada uma das frações, conforme se visualiza na Figura 15.

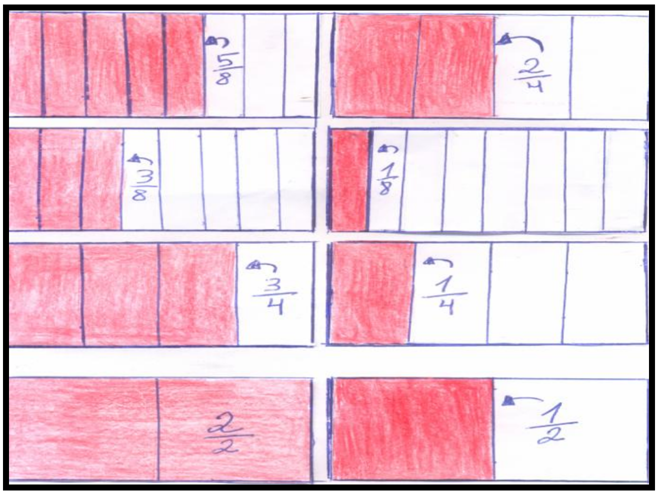


Figura 15 – Representação de frações em um todo contínuo
Fonte: Acervo da autora

Com a representação das frações indicadas no exercício "**b2**", Figura 15, os professores encontraram facilmente a fração que representa a menor área, as frações que representam áreas iguais e verificaram por meio da comparação da área pintada que a fração 3/4 representa uma área maior do que a fração 5/8.

A descoberta do quanto a fração 3/4 é maior que a fração 5/8, só foi possível após os professores encontrarem uma fração equivalente à fração 3/4 que tivesse o mesmo denominador da fração 5/8. Para tanto, redividiram cada uma das partes da representação geométrica da fração 3/4 ao meio obtendo a fração 6/8, conforme se visualiza na Figura 16.

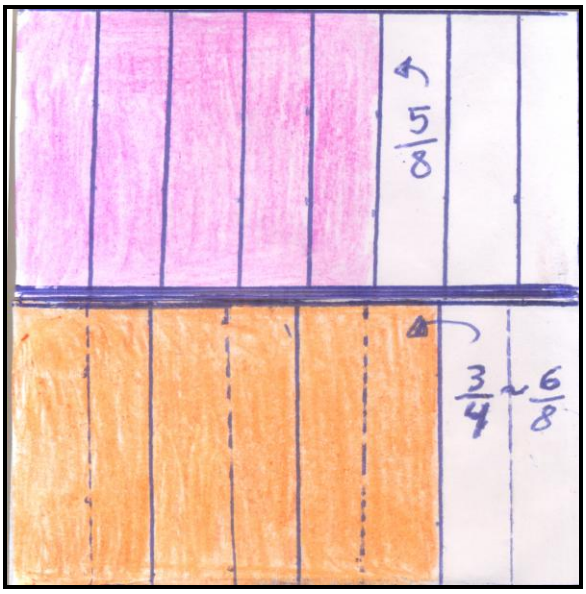


Figura 16- Redivisão para encontro da fração equivalente
Fonte: Acervo da autora

Ao observar a representação das frações 5/8 e 3/4 (6/8) na Figura 16, os professores tiveram a oportunidade de visualizar a equivalência das frações 3/4 e 6/8.

Na sequência da resolução do exercício **“b”** os professores quantificaram o “quanto a mais” e indicaram o “tipo” de fração que foi considerada como unidade de medida. Ao determinarem o “tipo” da fração, houve a facilidade para o entendimento da fração unitária e, consequentemente, a visualização de qual fração é maior ou menor independente da leitura numérica.

Esse processo foi realizado com muita objetividade, e os professores cursistas estabeleceram a relação entre o algoritmo e a representação, fato este que facilitou a compreensão dos algoritmos utilizados comumente.

Ao término da atividade “**b**” a Aplicadora encerrou a Oficina anunciando a Oficina 4 – Equivalência de Frações. Neste encontro não houve tempo hábil para fazer o registro na sala de aula, então um dos professores cursistas levou o Diário Coletivo com o compromisso de registrar os aspectos relevantes em relação às Oficinas 2 e 3 e fazer a leitura no próximo encontro.

4.6.4 Oficina 4 – Equivalência de frações

A Oficina 4 teve início com a leitura do Diário Coletivo referente às Oficinas 2 e 3. Nessas oficinas, os professores cursistas consideraram como aspectos importantes: a construção do Tangran por meio de dobraduras, os questionamentos da Aplicadora ao término da construção de cada uma das peças do Tangran, a utilização do Tangran como um recurso para o ensino de frações, geometria e medida de área, a representação de frações unitárias em tiras de papel utilizando como estratégia a dobradura e a visualização da representação de frações para posterior comparação.

Quanto ao uso de tiras de papel de mesmo tamanho para representar as frações e, posteriomente, realizar a comparação, os professores consideraram como uma boa estratégia para uso imediato em sala de aula, uma vez que a divisão do todo em partes iguais fica facilitada.

Relataram ainda, que nas oficinas 02 e 03 foi possível compreender melhor porque é necessário dividir o todo em partes iguais em relação à área e a necessidade de comparar frações a partir de um contexto para que o aluno possa perceber que a compração de frações só faz sentido se for de um mesmo todo.

Na sequência a Aplicadora propôs o estudo do Texto 4 “Como criar frações equivalentes a uma fração que já tenho?” escrito por Lins e Silva (2008, p. 19).

Durante o estudo do texto a Aplicadora orientou os professores cursistas a relacionarem o algoritmo utilizado para se obter frações equivalentes a partir de uma fração dada (multiplicando o numerador e o denominador da fração inicial por um mesmo número, por exemplo, pelo número 2), com o processo de se obter frações equivalentes por meio da representação de uma fração na folha de papel e das sucessivas divisões por meio de dobraduras.

Para representar a fração 1/2 em uma folha de papel a Aplicadora dobrou a folha ao meio e pintou uma das partes. Para obter uma fração equivalente a 1/2 a Aplicadora dobrou novamente ao meio obtendo-se a fração 2/4, e assim sucessivamente, ressaltando que, a cada vez em que se dobrava o papel ao meio para obter uma fração equivalente, dividia-se o pedaço que foi representado em duas partes, e no algoritmo para obter frações equivalentes o numerador e o denominador da fração ficavam multiplicados por dois, conforme se visualiza nas Figuras 17 e 18.

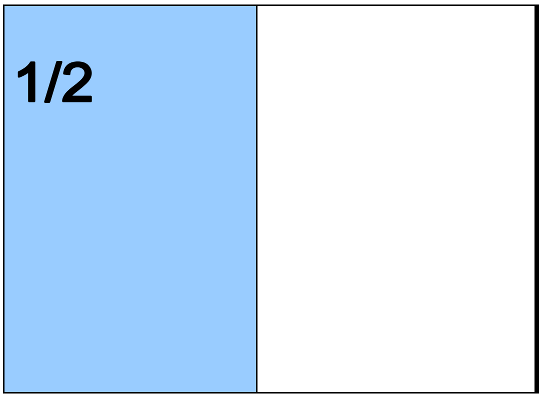


Figura 17 - Folha de papel dividida em 2 partes (dobrada uma vez)
Fonte: Elaborado pela autora

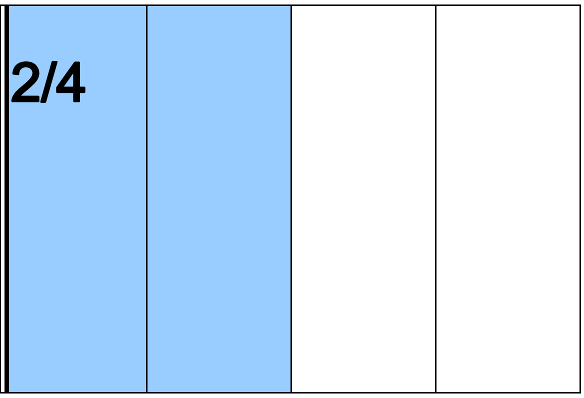


Figura 18 - Folha de papel dividida em 4 partes (dobrada duas vezes)
Fonte: Elaborado pela autora

A Aplicadora buscou nesta Oficina apontar aquilo que Silva (1997) considera como “obstáculos didáticos e epistemológicos”, ou seja, quando um conceito já foi assimilado pelo aluno, ele pode tornar-se um obstáculo para novas aprendizagens, por exemplo, se o aluno assimilou que 7 é maior que 5 fica difícil ele entender que de um mesmo todo a fração 1/5 é maior que 1/7. Segundo o raciocícino da autora, quando o ensino de frações contribui para o aluno considerar apenas um único algoritmo algébrico ou geométrico e não se estabelece a relação entre eles cria-se um obstáculo para o aluno desenvolver outros raciocínios. Assim, a noção de frações equivalentes utizando apenas dobraduras de folha de papel pode tornar-se um obstáculo no aprendizado, pois ele passa a “ver” a equivalência apenas pelas partes pintadas.

Buscando evitar que o conhecimento adquirido pelos professores cursistas nas oficinas se constituísse em obstáculos didáticos e epistemológicos, a Aplicadora fez uso de recursos didáticos que incentivaram os professores cursistas a estabelecerem relações entre as representações geométricas e os algoritmos utilizados para encontrar frações equivalentes.

Vygotsky (1998) defende a ideia de que se constrói um novo conceito quando se faz a associação daquilo que já sabe com aquilo que se está aprendendo. Assim, a partir da representação geométrica das frações, por meio da problematização, possibilita-se ao aluno mobilizar os conhecimentos que possui relacionando-os com o novo conteúdo que está sendo trabalhado ou com outras formas de representação desse mesmo conteúdo.

Nesse sentido, a Aplicadora buscou estabelecer a relação entre o algoritmo (modo de fazer) para a obtenção de frações equivalentes e a representação em uma folha de papel através de dobraduras. Nesta perspectiva, os professores cursistas foram desafiados a estabelecer esta relação resolvendo os exercícios “**a**”, “**b**” e ”**c**” da Oficina 4 do Caderno Pedagógico , e que estão descritos no Quadro 21.

a) Frações equivalentes por meio de dobraduras	**b) Frações equivalentes por meio da comparação da área representada e pontos de coincidência**:	**c) Adição e subtração de frações com denominadores diferentes utilizando o processo de sobreposição de representações em papel vegetal**:
a1 - Utilizando seis folhas de papel de mesma medida (sugestão: 8 x 5 cm), realize as seguintes atividades: 1) Pegue uma folha retangular e dobre-a ao meio e depois responda: em quantas partes a folha ficou dividida? Estas partes são iguais? Como você dividiria esta folha de papel em 4 partes? E em 8 partes? 2) Represente cada uma das frações: 1/2; 1/8; 3/8; 3/4; 2/2 em uma folha de papel. Para fazer a representação divida o papel de acordo com o número de partes indicadas no denominador e pinte as partes indicadas no numerador. 3) Obtenha duas frações equivalentes a cada uma das frações representadas no item 2 do exercício “a1”. Para obter as frações equivalentes utilize o processo de dobraduras sucessivas, a partir da representação realizada no item 2 do exercício “a1”. a2 - Explique porque as frações encontradas no item 3 do exercício “a1” são frações equivalentes a frações dadas 1/2; 1/8; 3/8; 3/4; 2/2	b1) Utilizando 9 tiras de papel cartão de cores diferentes e de mesma medida (sugestão: 2 x 30 cm), realize as seguintes atividades: 1- Divida cada uma das 9 tiras de papel cartão em partes da seguinte forma: a primeira em uma parte; a segunda em duas partes iguais; a terceira em três partes iguais; a quarta em quatro partes iguais; a quinta em cinco partes iguais; a sexta em 6 partes iguais; a sétima em 10 partes iguais; a oitava em 15 partes iguais e a nona em 30 partes iguais. Para dividir as tiras em partes iguais use a régua ou faça dobraduras. 2- Escreva em uma das extremidades de cada uma das tiras o “tipo” de divisão que realizada, por meio da fração unitária. 3- Coloque as 9 tiras justapostas (encostadas umas às outras pelo lado maior) e identifique as frações que se localizam em pontos coincidentes observando as marcas feitas nas divisões das tiras no item 1 do exercício “a1”. 4- Liste todas as frações que estão no mesmo alinhamento, ou seja, aquelas em que as marcas das divisões coincidem.	c1) Utilizando 2 folhas de papel vegetal de mesma medida (sugestão: 8 x 5 cm), realize as seguintes atividades: 1) Divida uma das folhas de papel vegetal em 5 partes iguais. Para fazer a divisão utilize a régua. 2) Divida a outra folha em 8 partes iguais. Para fazer a divisão utilize a régua. 3) Represente a fração 2/5 na folha de papel vegetal que foi dividida em 5 partes no Item 1 do exercício “c1”, pintando as partes indicadas no numerador. 4) Represente a fração 3/8 na folha de papel vegetal que foi dividida em 8 partes no Item 2 do exercício “c1”, pintando as partes indicadas no numerador. 5) Sobreponha as duas representações obtidas nos Itens 3 e 4 do exercício “c1” e responda: 1.1) Em quantas partes a folha de papel ficou dividida? 1.2) Estas partes são iguais entre si? Por quê? 1.3) Quantas partes correspondem à fração 2/5? 1.4) Escreva a fração equivalente a 2/5 com denominador igual ao número total de partes. 1.5) Quantas partes correspondem à fração 3/8? 1.6) Escreva a fração equivalente a 3/8 com denominador igual ao número total de partes. 1.7) Qual fração representa a maior área da folha de papel vegetal 2/5 ou 3/8? Explique sua resposta. 1.8) Qual é o valor da soma: 2/5 + 3/8? Explique como obtém o resultado. 1.9) Qual é o valor da diferença: 2/5 – 3/8? Escreva a sentença matemática correspondente e explique a resposta.

Quadro 21 – Exercícios da Oficina 4
Fonte: Caderno Pedagógico

Nas questões do exercício "**a**" os professores cursistas encontraram as frações equivalentes por meio de sucessivas dobraduras em folhas de papel (todo contínuo) e relacionaram com o algoritmo utilizado para encontrar frações equivalentes, ou seja, com a multiplicação do numerador e do denominador da fração por um mesmo número, neste caso, pelo número 2. Ao explicar porque as frações encontradas no item 3 do exercício "**a1**" eram equivalentes às frações 1/2, 1/8, 3/8, 3/4 e 2/2, os professores responderam que são equivalentes porque representam a mesma área que foi considerada, demonstrando que compreenderam o conceito de frações equivalentes.

Tais exercícios possibilitaram aos professores ampliarem as noções de equivalência que já possuíam, dado que a representação em folha de papel deu abertura para que eles "enxergassem" a equivalência das frações, conforme manifestaram-se,

> *Por que ninguém me explicou desse jeito? No meu tempo de estudante era só cálculo e a regra divide o de cima e o de baixo por um mesmo número, aí você tem a simplificação.*
>
> *Com o estudo do texto e a visualização das frações equivalentes representadas nas folhas de papel, esse conteúdo ficou muito fácil.*

Estes posicionamentos denotam ser,

> ...imprescindível levar em consideração os pontos de vista dos práticos, pois são eles realmente o polo ativo de seu próprio trabalho, e é a partir e através de suas próprias experiências, tanto pessoais quanto profissionais, que constroem seus saberes, assimilam novos conhecimentos e competências e desenvolvem novas práticas e estratégias de ação (TARDIF, 2002, p. 234).

Assim, na formação continuada não se despreza aquilo que o professor traz da formação inicial, pelo contrário, é a partir daquilo ou da forma como o professor conceitua um determinado conteúdo é que se constroem, reconstroem ou ampliam-se os saberes e conhecimentos desenvolvidos na formação continuada.

Para resolver o exercício “**b**”, a professora Aplicadora distribuiu para cada professor cursista 9 tiras de papel cartão nas dimensões de 2 x 30 cm de cores diferentes. Os professores cursitas dividiram cada tira de acordo com as instruções do item 1 da atividade “**b1**” respectivamente em uma, duas, 3, 4, 5, 6, 10, 15 e 30 partes, conforme visualiza-se na Figura 19.

Figura 19 – Divisão de tiras de papel cartão em partes iguais.
Fonte: Acervo da autora

A professora Aplicadora orientou aos professores cursistas que tivessem o máximo de cuidado na divisão das tiras em partes iguais alertando-os que, em caso de uma divisão sem precisão, posteriomente encontrariam dificuldades em localizar as frações equivalentes.

Para encontrar as frações equivalentes, os professores cursistas organizaram as tiras lado a lado e com o auxílio de uma régua marcaram os pontos de coincidência das divisões nas tiras justapostas. Em cada ponto de coincidência os professores cursistas relacionaram as frações equivalentes correspondentes, conforme visualiza-se na Figura 20.

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \frac{6}{6} = \frac{10}{10} = \frac{15}{15} = \frac{30}{30}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{15}{10}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{5}{15} = \frac{10}{30}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{6}{30}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{3}{30}$$

$$\frac{1}{15} = \frac{2}{30}$$

Figura 20 – Localização de frações equivalentes em tiras justapostas
Fonte: Acervo da autora

A partir do exercício "**b**", os professores cursistas visualizaram que as frações equivalentes entre si ocupavam a mesma área e, ao mesmo tempo, localizavam-se em um mesmo ponto nas tiras de papel cartão. Essa atividade serviu de preparação para introduzir a ideia de fração como ponto de um segmento de reta que será abordada na Oficina 6.

No exercício "**c**" os professores cursistas efetuaram a adição e a subtração de frações com denominadores diferentes por meio da representação das frações em folhas de papel vegetal. O sistema de sobreposição permitiu aos professores visualizarem as frações equivalentes de mesmo "tipo", ou seja, com o mesmo denominador. Durante a resolução da atividade "**c**" os professores estabeleceram a relação entre o algoritmo que utiliza o cálculo do MMC para obter frações equivalentes com a representação geométrica.

Na sequência a Aplicadora direcionou a leitura do texto "Como saber se duas frações são equivalentes?" retirado do trabalho de Lins e Silva (2008, p. 19), que traz uma "receita", ou seja, um procedimento de como verificar se duas frações são equivalentes.

De acordo com o texto, para comprovar se duas frações são equivalentes basta multiplicar o numerador da primeira pelo denominador da segunda e o numerador da primeira pelo denominador da segunda, se os resultados forem iguais são equivalentes, se os resultados forem diferentes não são equivalentes.

No entanto, a “receita” não é suficiente para que os alunos compreendam a equivalência de frações. Nesta perspectiva foram propostas ações pedagógicas que exploram como se obtém, a partir de uma fração dada, uma fração equivalente.

Ressaltando-se que, ao encontrar a fração equivalente, é possível realizar operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes, a partir de algoritmos diferentes do que é comumente usado, ou seja, calculando o Mínimo Múltiplo Comum - MMC.

Assim a Aplicadora iniciou o encontro desta Oficina, fazendo os questionamentos:

- É possível resolver a adição/subtração de frações com denominadores diferentes sem o cálculo do Mínimo Múltiplo Comum?

- Existe um único algoritmo que podemos utilizar para efetuar a adição/subtração com frações?

A partir das respostas a estes questionamentos a Aplicadora analisou o conhecimento dos professores cursistas em relação às frações equivalentes e os desafiou a pensarem em diferentes algoritmos para resolver a adição/subtração com frações. As respostas a esses questionamentos podem ser resumidas na verbalização de um dos professores,

> *Se o aluno compreender as equivalências não terá problemas com as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes.*

Ainda, nos comentários dos professores participantes desta pesquisa, foi possível perceber a frustração dos mesmos ao constatarem que seus alunos, mesmo resolvendo pelo MMC, não sabem qual é o significado do Mínimo Múltiplo Comum. Essa percepção dos professores se deu a partir do momento em que o professor compreendeu a equivalência de frações como algo útil e necessário para obter a soma e/ou a diferença entre frações com denominadores diferentes.

De acordo com Kerslake (1986), para que o professor consiga êxito no processo de ensino e aprendizagem de frações equivalentes é preciso valer-se dos recursos perceptuais que o aluno adquire sobre a equivalência de frações. A representação geométrica é um recurso que pode ser utilizado para que o aluno conceitue frações equivalentes e perceba que nesta equivalência, a partir da representação de figuras geométricas planas, o que se compara é a área e não a forma em que o todo foi dividido.

Para finalizar a Oficina 4 a Aplicadora solicitou, aos professores cursistas, uma avaliação oral das atividades realizadas até o quarto encontro em relação à dinâmica de trabalho e conceitos trabalhados, e a um professor cursista que fizesse o registro no Diário Coletivo pontuando os principais aspectos abordados, dúvidas, contribuições e curiosidades.

A Aplicadora anunciou ainda que na Oficina 5 será utilizado o conceito de fração equivalente para resolver as operações de adição e subtração com denominadores diferentes por meio da representação geométrica de frações em um todo contínuo, utilizando a representação geométrica, a lista de equivalências**,** a multiplicação em "cruz" e o cálculo do Mínimo Múltiplo Comum, fazendo alguns questionamentos:

- Por que tiramos o Mínimo Múltiplo Comum para efetuar a adição de frações com denominadores diferentes?
- Existe alguma outra forma de se fazer essa operação sem utilizar o Cálculo do Mínimo Múltiplo Comum? Qual?
- Por que na adição e na subtração com frações não se adicionam/subtraem os denominadores?

Quanto à avaliação oral em relação à dinâmica desenvolvida nas oficinas 1, 2, 3 e 4, os professores cursistas consideraram como pertinente e comentaram que gostariam que as oficinas tivessem a carga horária ampliada, pois o tempo era curto para fixar o entendimento.

No Diário Coletivo os professores registraram que estavam percebendo que ensinar frações não se limitava a uma definição, mas que a compreensão era importante e que envolvia outros conteúdos tais como medidas, área e formas geométricas. O aspecto que mais lhes chamou a atenção na oficina 4 foi a visualização das frações equivalentes e a relação entre os algoritmos utilizados para encontrar frações equivalentes numericamente, ressaltaram ainda, a variedade de estratégias utilizadas para ensinar um mesmo conteúdo, neste caso, a equivalência de frações.

4.6.5 Oficina 5 – Adição, subtração e comparação de frações em um todo contínuo

A Aplicadora iniciou a Oficina 5 retomando os questionamentos realizados no final da Oficina 4:

- Por que tiramos o Mínimo Múltiplo Comum para efetuar a adição de frações com denominadores diferentes?
- Existe alguma outra forma de se fazer essa operação sem utilizar o Cálculo do Mínimo Múltiplo Comum? Qual?
- Por que na adição e na subtração com frações não se adicionam/subtraem os denominadores?

A discussão das questões propostas foram realizadas em pequenos grupos formados pelos professores e, na sequência, a Aplicadora propôs o estudo do texto 6 “Como somar e subtrair frações?” de autoria de Lins e Silva (2008, p. 21). Neste texto foi feita analogia entre medir comprimentos, tendo como unidade de medida o metro ou o centrímetro, e medir a superfície de uma figura plana tendo como unidade de medida a fração unitária.

Os professores relataram que trabalhavam com as operações de adição e subtração de medidas de comprimento, mas que não haviam refletido e nem alertado seus alunos que só é possível somar/subtrair coisas de um mesmo “tipo”, ou seja, no caso das medidas de comprimento, somar 100 cm com outros 30 cm ou 1 m com 0,3 m. Caso as unidades sejam diferentes é necessário transformá-las e um só tipo de unidade de medida. Essa aprendizagem pode ser confirmada na verbalização de um dos professores.

> *Realmente, agora consigo compreender porque, por exemplo, no algoritmo da adição nós somamos unidades com unidades, dezenas com dezenas e*

do 6º ao 9º ano, só podemos somar x com x e não x com y por exemplo. Legal, um mesmo conceito se aplica em outras situações.

A partir do princípio de que só é possível fazer as operações de adição/subtração diretamente com coisas do mesmo "tipo" a Aplicadora explicou porque é necessário transformar frações que possuem denominadores diferentes em frações com denominadores iguais, reafirmando o significado do denominador, e estabelecendo relação com o cálculo do Mínimo Múltiplo Comum que comumente é utilizado para se obter frações equivalentes com denominadores comuns.

Neste sentido, ganhou-se espaço para explorar três outras estratégias (representação geométrica, lista de equivalências e multiplicação em "cruz") que não requerem o algoritmo do MMC.

Essas estratégias propiciaram o estudo de situações e formas que favorecem ampliar e aprofundar o conhecimento que os alunos possuem. Entende-se que só haverá construção de conhecimento, se já estiverem formados os conceitos que estão envolvidos nas operações de adição/subtração de frações, pois o conhecimento se faz pela sistematização de conceitos e das suas relações.

A partir destes pressupostos a Aplicadora preocupou-se em explorar diferentes formas de obter frações equivalentes sem a necessidade do cálculo do MMC. A intenção da Aplicadora foi induzir os professores cursistas a refletirem sobre a importância de se trabalhar com a equivalência de frações com denominadores comuns, não somente utilizando o cálculo do MMC, mas também, pelo cálculo de um número que seja múltiplo dos denominadores das frações dadas sem a obrigatoriedade de ser o menor múltiplo comum.

Contudo, houve uma reação inesperada quando um professor manifestou-se dizendo;

A adição de frações pelo processo de representação geométrica facilita a compreensão, mas para mim é complicado aplicar com meus alunos.

Esse posicionamento demonstrou a relutância em mudar, em aceitar a capacitação como algo inovador e necessário para a prática profissional. Silva (2005, p.18) comenta que as licenciaturas não prepararm suficientemente os professores para trabalharem profundamente com os conceitos de frações, “assim o conjunto dos números racionais é visto como uma construção formal com base nos inteiros, ou ainda como um representante da estrutura algébrica de corpo com regras operatórias e propriedades bem definidas”.

Pelo entendimento da autora a aprendizagem da matemática é prejudicada pelas lacunas da formação incial, mas isso nos últimos tempos, não tem sido motivo para justificar o posicionamento do professor que se mostra conformado com a sua forma de ensinar.

Segundo Thompson (1997), “qualquer esforço para mudar o ensino de matemática deve começar por uma compreensão das concepções sustentadas pelos professores e pelo modo como estas estão sendo relacionadas com sua prática pedagógica” (THOMPSON 1997 *apud* SILVA, 2005, p.33).

Neste contexto a formação continuada se torna uma necessidade para os professores. No caso das oficinas até aqui realizadas, a formação continuada caracteriza-se como um processo de estímulo aos professores para ensinarem operações com números fracionários, priorizando a compreensão das dificuldades encontradas não só pelos alunos, mas também, aquelas encontradas pelos professores.

Assim, para demonstrar outras formas de se efetuar as operações de adição/subtração de frações com denominadores diferentes sem necessariamente utilizar o MMC e também demonstrar o significado do MMC a Aplicadora propôs a atividade “**a**” da Oficina 5 do Caderno Pedagógico representada no Quadro 22.

a) Adição e subtração de frações com denominadores diferentes - Resolva as operações: 2/5 + 1/3 e 2/5 – 1/3 de quatro maneiras diferentes: 1) utilizando a representação geométrica**;** 2) uitlizando a lista de equivalências**;** 3) utilizando a multiplicação em “cruz”**;** 4) utilizando o cálculo do Mínimo Múltiplo Comum.

Quadro 22 – Exercício “**a**” da Oficina 5
Fonte: Caderno Pedagógico

A finalidade da realização dessas questões foi priorizar a compreensão e a visualização das operações de adição/subtração de frações em um todo contínuo.

Na resolução desta atividade, os professores cursistas consideraram que a representação geométrica facilita tanto a operação da adição quanto da subtração, pois ao transformar os números das frações em “quadradinhos pintados” eles consideraram uma criação própria, ou seja um algoritmo não mecanizado e sim, elaborados por eles mesmos. A forma como os professores cursistas resolveram esta questão visualiza-se na Figura 21.

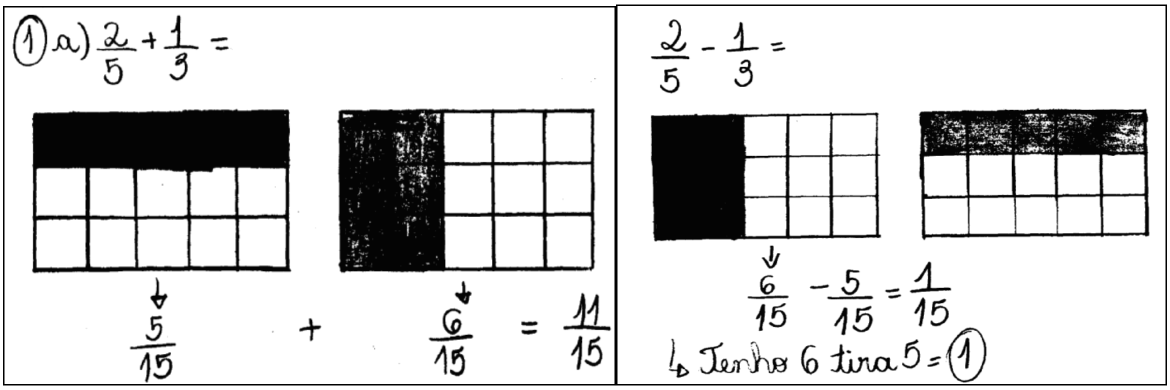


Figura 21 – Resolução do exercício “a” pela representação geométrica (adição e subtração)
Fonte: Acervo da autora

Para resolver as operações de adição/subtração de frações com denominadores diferentes por meio da representação geométrica os professores traçaram em uma folha de papel sulfite dois retângulos nas dimensões de 3 x 5 cm para representar as frações 2/5 e 1/3, conforme visualiza-se na Figura 22.

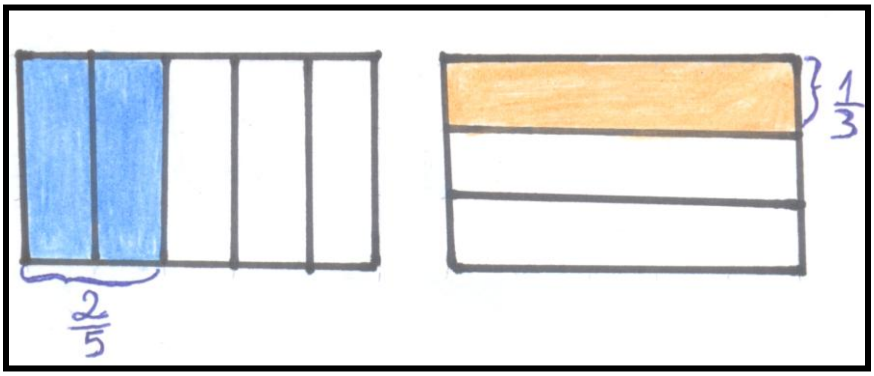


Figura 22 – Representação geométrica das frações 2/5 e 1/3
Fonte: Acervo da autora

Na sequência os professores redividiram cada uma das frações que foram representadas na Figura 20 de modo que todas as partes ficassem do mesmo tamanho obtendo, assim, as frações equivalentes e efetuaram a adição/subtração observando a representação geométrica, conforme visualiza-se na Figura 23.

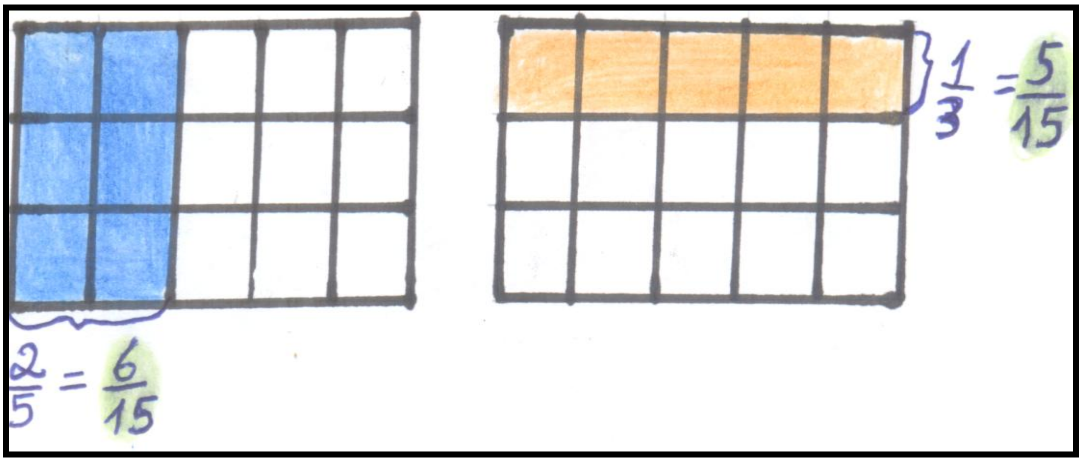


Figura 23 – Representação geométrica da equivalência das frações 2/5 e 1/3
Fonte: Acervo da autora

Durante a resolução do exercício "**a**" por meio da representação geométrica, os professores cursistas perceberam a importância da orientação da Aplicadora quanto ao desenho do retângulo a ser considerado como o todo. Na orientação, a Aplicadora comentou que a primeira decisão para representar as frações é traçar dois retângulos que são considerados como inteiros, e que as dimensões dos retângulos podem ser planejadas para facilitar a posterior divisão. Nesse sentido, orientou os professores cursistas que traçassem os retângulos utilizando como medidas os números dos denominadores das duas frações (3 e 5).

Cada retângulo de 3 x 5 cm foi considerado como um inteiro. No primeiro retângulo os professores cursistas representaram a fração 2/5 (dividindo o retângulo em 5 partes e pintando duas) e no segundo retângulo representaram a fração 1/3 (dividindo o retângulo em 3 partes e pintando uma). Depois redividiram os dois retângulos de forma a obter partes iguais, obtendo as frações equivalentes por meio da visualização, relacionando essa estratégia com o cálculo do Mínimo Múltiplo Comum e obtendo o resultado das operações de adição e subtração.

Nesta atividade, a Aplicadora também ressaltou aos professores cursistas que só é possível somar/subtrair frações de um mesmo todo. Alguns professores cursistas comentaram que ainda não haviam pensado nessa situação e que ao calcular a adição/subtração com frações, não levavam em consideração que a fração deveria ser do mesmo todo, denotando um ensino voltado para os algoritmos e não à compreensão de conceitos.

Na técnica da "lista de equivalência", solicitada no exercício "**a**" do Quadro 24, os professores cursistas não encontraram dificuldades, considerando que já haviam assimilado o processo para encontrar frações equivalentes.

Para resolver as operações de adição/subtração de frações com denominadores diferentes os professores cursistas fizeram uma lista de frações equivalentes às frações 2/5 e 1/3 e as substituíram por suas equivalentes com mesmo denominador 6/15 e 5/15 respectivamente, somando/subtraíndo os numeradores e permanecendo com o mesmo denominador que indica o "tipo" de divisão realizada. A resolução está representada na Figura 24.

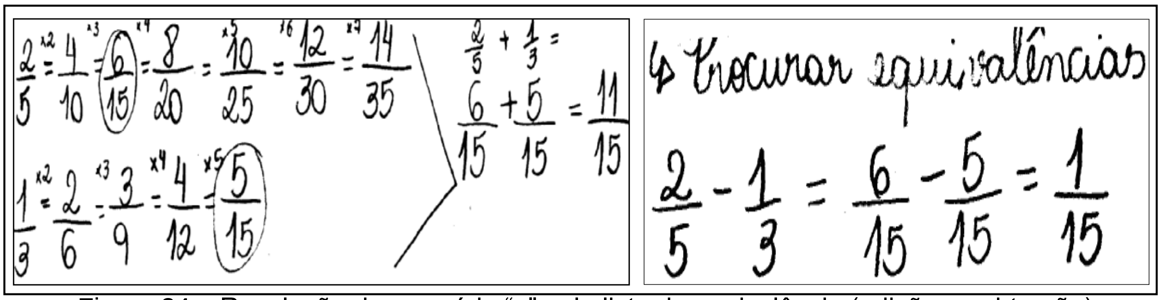


Figura 24 – Resolução do exercício "a" pela lista de equivalência (adição e subtração)
Fonte: Acervo da autora

Na técnica da "multiplicação em cruz" solicitada no exercício "**a**" do Quadro 24, os professores cursistas comprovaram que estavam se valendo de um algoritmo semelhante ao obtido por meio do cálculo do MMC. Para realizar a operação $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$, os professores multiplicaram o numerador (2) da primeira fração pelo denominador (3) da segunda fração obtendo o numerador (6) da fração equivalente a $\frac{2}{5}$ e, o numerador (1) da segunda fração pelo denominador (5) da primeira fração obtendo o numerador (5) da fração equivalente a $\frac{1}{3}$.

Para determinar o denominador comum das frações equivalentes, multiplicou-se o denominador (5) da primeira fração pelo denominador (3) da segunda fração obtendo-se o número 15, ficando assim sistematizado:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2 \times 3 + 1 \times 5}{5 \times 3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$$

A conclusão dos professores cursistas foi de que o algoritmo utilizando a técnica da multiplicação em “cruz” é um processo mais simples do que o algoritmo que utiliza o cálculo do MMC e com menor possibilidade de erro. A resolução dos professores cursistas está esquematizada pela Figura 25.

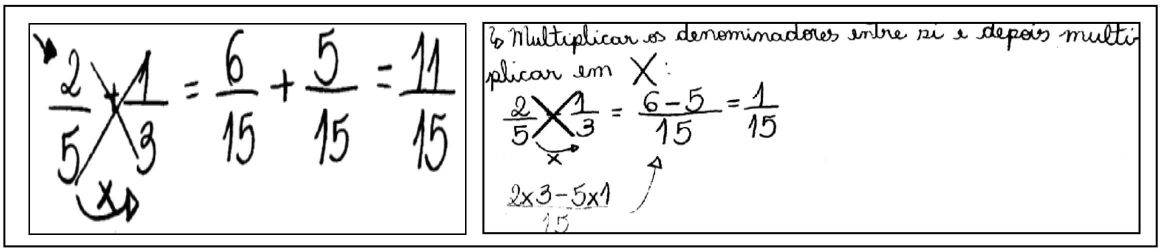


Figura 25 – Resolução do exercício “a” pela multiplicação em “cruz” (adição e subtração)
Fonte: Acervo da autora

No cálculo das operações de adição/subtração com denominadores diferentes utilizando o algoritmo do MMC, os professores cursistas não encontraram dificuldades, mas concordam que este cálculo sempre foi mecânico e estático. Os professores ainda comentaram que, não compreendiam o que estavam realizando, a única coisa que sabiam é que o objetivo de calcular o MMC era para tornar os denominadores das frações iguais para, posteriormente, efetuar a adição/subtração dos numeradores e repetir o denominador obtendo assim o resultado das operações indicadas. Eles alegaram que aprenderam a usar o cálculo do MMC desde os primeiros anos de sua formação, mas nunca haviam compreendido o significado do denominador comum.

A forma como os professores cursistas elaboraram as resoluções do exercício **“a”** pelo cálculo do MMC está resumida na Figura 26.

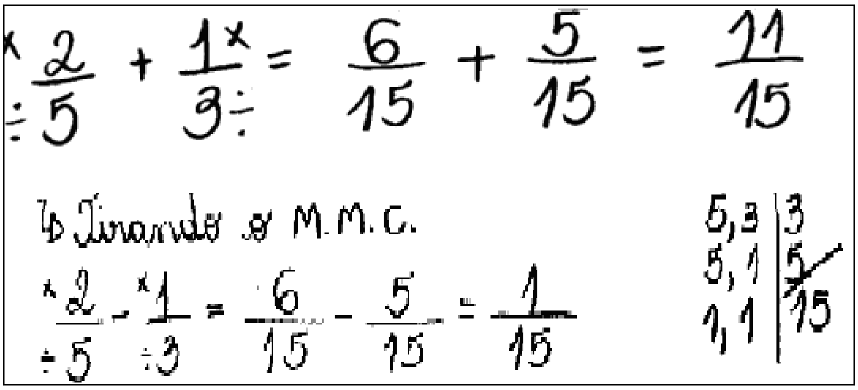


Figura 26 – Resolução do exercício “a” pelo cálculo do M.M.C (adição e subtração)
Fonte: Acervo da autora

As diferentes formas de se resolver um mesmo exercício vão ao encontro das considerações de Belfort e Vasconcelos(2006, p. 1) quando eles expõem que “muitos conceitos matemáticos podem ser usados em mais de uma situação”. Para estes autores, para encontrar frações equivalentes pode-se utilizar várias estratégias e diversos conceitos, possibilitando ao aluno escolher o que melhor se enquadra nas situações cotidianas que requeiram o uso desse cálculo.

Para fixar os algoritmos utilizados na resolução das operações de adição/subtração, a Aplicadora propôs uma lista de exercícios complementares disponibilizados no Caderno Pedagógico.

As atividades realizadas nesta Oficina levaram em consideração que,

> O desenvolvimento conceitual em matemática [...] não é equivalente ao domínio de uma lista de procedimentos, como algumas abordagens sobre o desenvolvimento de currículo assumiram no passado. O progresso pode vir da compreensão de novas invariáveis, da capacidade de aprender formas novas de representação matemática e de conectar formas antigas e novas situações que as enriquecerão com sentido (BOTH, 2011, p. 1).

Ao propor aos professores em formação continuada alternativas para ensinar operações com frações, buscou-se diminuir os maiores obstáculos que o aluno encontra no uso das frações. Portanto, priorizar o aprendizado de várias formas com um mesmo objetivo, é uma estratégia que traz resultados positivos no que se refere à compreensão do conceito de números fracionários. Este objetivo pode-se dizer ter sido alcançado considerando as vozes dos professores,

> *Agora entendi porque se tira o MMC para fazer a adição e a subtração com frações que têm denominadores diferentes. Todo esse malabarismo é para obter frações equivalentes.*
>
> *Eu pensava que só tinha dois jeitos de fazer a adição de frações com denominadores diferentes, tirando o Mínimo Múltiplo Comum ou fazendo a listagem de frações equivalentes e substituindo-as. Agora compreendo o*

que você quer dizer com diferentes estratégias de se resolver um mesmo exercício ou problema. O teu questionamento faz a gente pensar.

A Aplicadora finalizou a Oficina 5 solicitando que um professor cursista fizesse o registro no Diário Coletivo dos principais aspectos abordados, dúvidas, contribuições e curiosidades em relação às alternativas propostas para efetuar as operações de adição/subtração de frações com denominadores diferentes, e anunciou a Oficina 6 que aborda a ideia de fração como ponto localizado em segmento de reta.

O registro da Oficina 5 no Diário Coletivo, resume-se na frase escrita pelo professor que fez o registro e representa o pensamento dos demais,

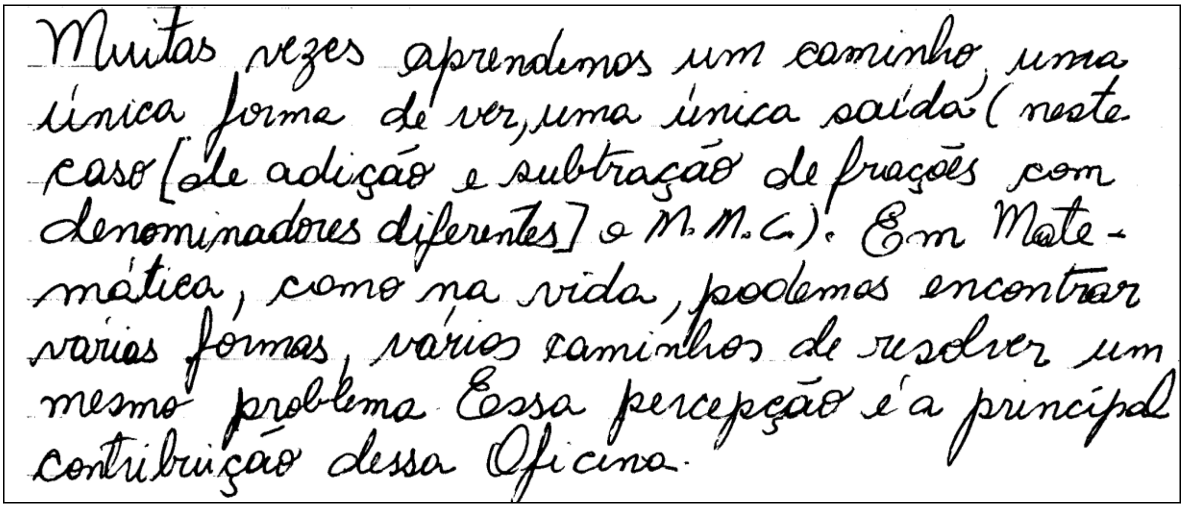

Muitas vezes aprendemos um caminho, uma única forma de ver, uma única saída (neste caso [de adição e subtração de frações com denominadores diferentes] o M.M.C.). Em Matemática, como na vida, podemos encontrar várias formas, vários caminhos de resolver um mesmo problema. Essa percepção é a principal contribuição dessa Oficina.

Figura 27 – Registro Diário Coletivo – adição e subtração de frações
Fonte: Acervo da autora

4.6.6 Oficina 6 – Representação de frações em um segmento de reta

A Aplicadora iniciou a Oficina 6 fazendo um resumo dos principais aspectos abordados nas Oficinas 1, 2, 3, 4 e 5. Na sequência explicou que as frações fazem parte do conjunto dos números racionais e que podem ser representadas na reta numérica e em seguida propôs o estudo do Texto 7 - “Representação de frações na reta numérica” de autoria de Belfort e Vasconcelos(2006) reforçando o conceito de fração como divisão do todo em partes iguais. Os autores citados ressaltam que para a localização de frações na reta numérica não se considera a área, mas os pontos marcados em intervalos iguais na reta.

Portanto, se a fração for concebida como representação de parte de um todo, ela também pode representar uma quantidade ou uma representação numérica. Esta representação numérica possibilita a representação da fração no segmento de reta. Lima (2010) em suas pesquisas sobre o uso das frações afirma que na matemática é dado maior ênfase para a relação parte/todo, apesar de ser destacada a importância da fração como medida, ela não é utilizada efetivamente. Segundo o autor a representação de fração em segmento de reta é explorado intuitivamente, ignorando-se a sistematização necessária para a construção de um conceito científico.

Lima (2010) cita que o sistema didático desenvolvido por Caraça (1951), explica que para se obter uma medida são necessários,

> 1º estabelecer um padrão único de comparação, para todas as grandezas de mesma espécie, chamado de unidade de medida;
> 2º responder à pergunta: quantas vezes uma grandeza cabe na outra? (LIMA, 2010, p 52).

Para responder estes questionamentos o aluno vai pensar em um determinado número e assim, está desenvolvendo um processo de medição e segundo Lima (2010) foi a partir dessa concepção que o conjunto de números racionais foi criado.

Segundo Lima (2010, p. 57),

> A representação de frações e decimais como pontos da reta numérica, tem um aspecto importante para a compreensão dos números racionais, pois evidencia a ordem e a densidade do conjunto numérico. Sobre essa representação na reta [é visto] como um caso de relação parte-todo entre o segmento unitário e suas partes [contudo] essa representação apresenta dificuldades especiais para a compreensão dos alunos, principalmente na representação das frações na reta numérica em que figuram várias unidades inteiras, com as frações entre elas. Por outro lado [...] a importância dessa representação [está em] trazer ao aluno o significado das frações como um número parecido com os inteiros 1, 2, 3..., "preenchendo" os espaços entre eles, o que possibilita a discussão sobre as frações impróprias de maneira natural e evidencia os racionais como uma extensão do conjunto dos naturais, entre outros aspectos.

Baseando-se na importância do aluno compreender melhor as frações e as implicações positivas para o reconhecimento da fração como número racional foi proposto aos professores cursistas os exercícios, “**a**” e “**b**”, da Oficina 6 do Caderno Pedagógico, explorando as frações como números a serem localizados em segmentos de reta e a equivalência de frações. Estes exercícios constam do Quadro 23.

a) Representação de frações menores que a unidade em um segmento de reta - No papel milimetrado (ou em uma folha de papel sulfite quadriculada) trace 7 segmentos de retas com 30 cm de comprimento cada um. Para favorecer a visualização da equivalência os segmentos devem ser traçados um logo abaixo do outro mantendo-se o espaço de 1 cm entre eles. - Em cada segmento de reta marque nas extremidades os pontos 0 e 1 e considere o intervalo como uma unidade inteira. - Utilize um segmento de reta para localizar cada uma: 1/2; 5/10; 3/4; 6/8; 4/5; 12/15. - No último segmento, marque todos os pontos referentes às frações indicadas e responda: Entre as frações listadas há mais do que uma associada a um mesmo ponto na reta? Se houver, quais são elas?	b) Representação de frações menores e maiores que a unidade em um segmento de reta - No papel milimetrado (ou folha de papel sulfite quadriculada) trace 8 segmentos de retas com 36 cm de comprimento cada um. Para favorecer a visualização da equivalência os segmentos devem ser traçados um logo abaixo do outro mantendo-se o espaço de 1 cm entre eles. - Divida cada segmento de reta de 36 cm em três partes iguais e registre os números 0 na extremidade esquerda, 1 e 2 dois na sequência e o 3 na extremidade esquerda. Considere cada um desses intervalos como uma unidade inteira. - Utilize um segmento de reta para localizar cada uma:1/2; 3/4; 3/2; 5/3; 9/4; 8/4; e 6/3 - No último segmento, marque todos os pontos referentes às frações indicadas e responda: Entre as frações listadas há mais do que uma associada a um mesmo ponto na reta? Se houver, quais são elas?

Quadro 23 – Exercícios “**a**” e “**b**” da Oficina 6
Fonte: Caderno Pedagógico anexo a esta dissertação

As frações indicadas no exercício “**a**” do Quadro 23 representam pontos menores que a unidade, ou seja, as frações próprias e no exercício “**b**” são contempladas as frações impróprias. Observa-se na Figura 28 que os professores localizaram as frações indicadas no exercício “**a**” em segmentos de retas que têm como pontos extremos os números 0 e 1, e na Figura 29 localizam as frações indicadas no exercício ”**b**” em segmentos de retas que têm como pontos extremos os números 0 e 3.

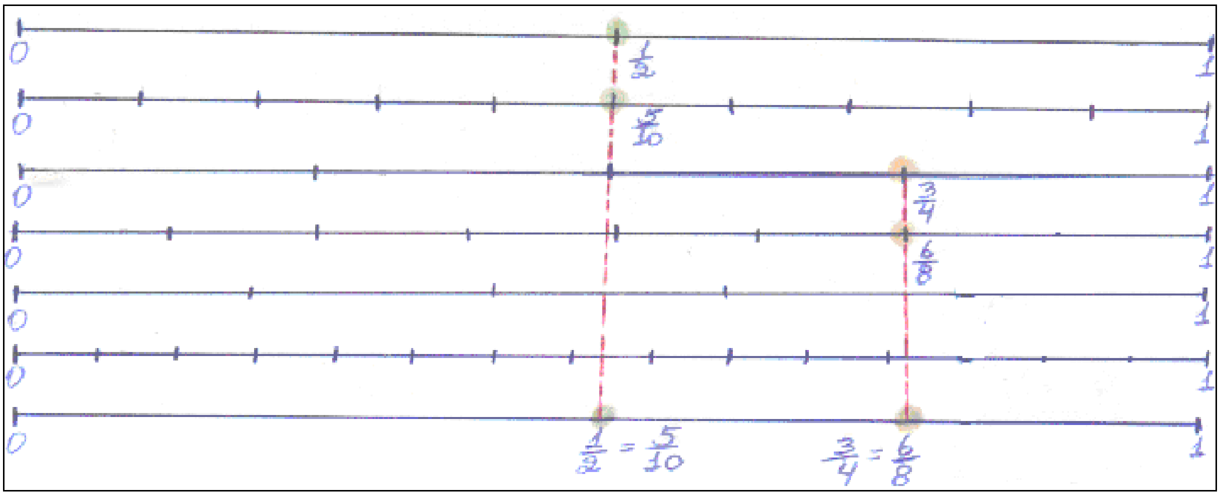


Figura 28 – Localização de frações no segmento de reta - intervalo de 0 a 1
Fonte: Acervo da autora

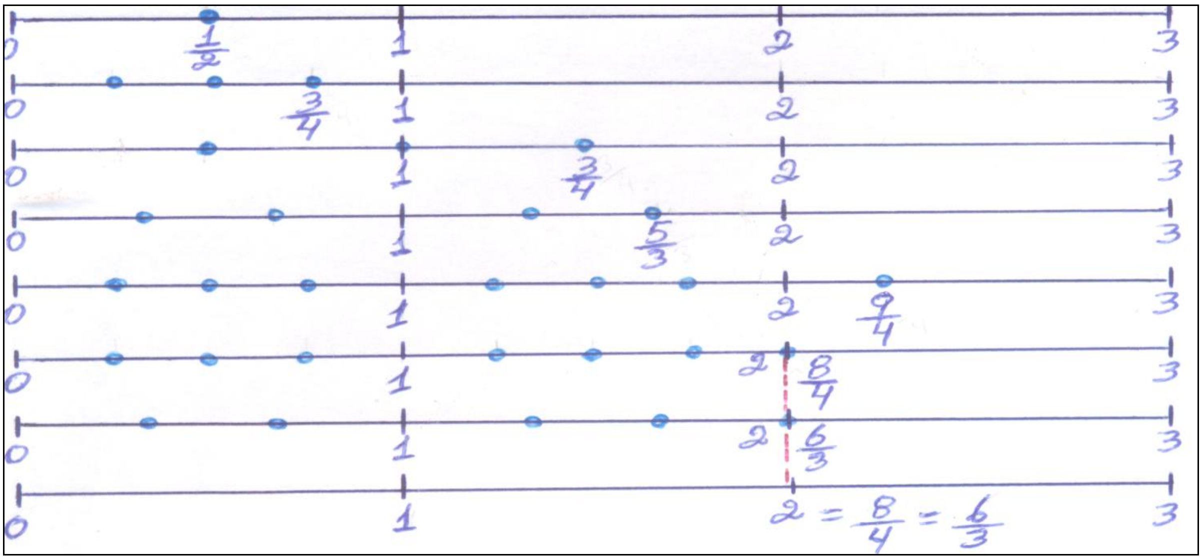


Figura 29 – Localização de frações no segmento de reta – intervalo de 0 a 3
Fonte: Acervo da autora

A maior dificuldade encontrada pelos professores para representar as frações em um segmento de reta foi a não compreensão que o intervalo que vai de 0 até 1 representa uma unidade, que o intervalo que vai 1 até o 2 é outra unidade e assim, sucessivamente. A reação a esta “nova” forma de representar a unidade foi assim expressa:

Nunca trabalhei com a representação de frações na reta numérica. Quando vi aquela questão no teste me apavorei.

Lima (2010) explica a reação dos professores em relação à representação de frações no segmento de reta se dá devido à "utilização da reta na representação de frações ser diferenciada, no sentido de proporcionar aos estudantes a visualização de dois sistemas de representação (simbólica e figural) simultaneamente". Esta representação simbólica e figural acontece porque para representar a fração na reta segue-se um modelo diferente,

> Primeiro, um comprimento representa a unidade, e o modelo da reta numérica sugere não só interação da unidade, mas também subdivisões simultâneas de todas as unidades inteiras. Ou seja, a reta numérica pode ser tratada como uma régua. Em segundo lugar, na reta numérica não existe uma separação visual entre as unidades consecutivas, ou seja, o modelo é totalmente contínuo. Ambos, conjuntos e regiões são modelos que possuem uma representação discreta. [...]. Terceiro, a reta numérica requer o uso de símbolos para transmitir o significado pretendido. *No sentido de ser necessário indicar a unidade ou utilizar letras, enquanto outras representações figurais não precisam dessas indicações [...]* A questão importante é que a reta numérica requer uma integração das duas formas de informação, visual e simbólica; essa integração não parece essencial em outros modelos**,** [contudo] a necessidade de coordenar a informação simbólica e figural com o modelo da reta numérica, coloca dificuldades em corresponder os nomes da fração com as representações na reta numérica (LIMA, 2010, p. 58).

O autor ainda alerta que, superada a maneira comum dos alunos trabalharem separadamente a representação (figural e simbólica), eles aprendem a usá-las simultaneamente. As dificuldades são superadas e a representação da fração no segmento de reta torna-se um facilitador para o uso de frações como representação numérica.

Complementando esta explicação Belfort e Vasconcelos (2006, p. 3) comentam,

> A identificação das frações com pontos na reta numérica não apenas ajuda o aluno a perceber a fração como um novo tipo de número que ele começa a conhecer, como pode ser um ótimo recurso didático no momento de estudar o conceito de frações equivalentes.

De fato, a partir da explicação da Aplicadora sobre como se determina a unidade no segmento de reta os professores cursistas tiveram maior compreensão desta representação de frações e de como se obter frações equivalentes a partir da representação de frações em um segmento de reta, conforme relato de um dos professores,

> *... eu aprendi como representar frações em um segmento de reta. Qualquer ponto da reta pode ser representado por uma fração é só observar em quantas partes o intervalo entre 0 e 1 (unidade) foi subdividido. A quantidade de subdivisões fica no denominador e que diz em quantas partes a unidade foi dividida, e o numerador corresponde ao ponto em que for considerado.*

Para finalizar a Oficina 6, a Aplicadora solicitou a um professor cursista que fizesse o registro no Diário Coletivo com os principais aspectos abordados, dúvidas, contribuições e curiosidades sobre a representação de frações em um segmento de reta e apresentou a Oficina 7 – Fração como parte de um conjunto.

No Diário Coletivo, os professores registraram que na Oficina 6 perceberam a reta numérica com novo olhar, não apenas para trabalhar a sequência dos números naturais e a linha do tempo, mas também localização de frações. Consideraram os exercícios propostos como atividades que proporcionaram a compreensão e que eram diferentes dos enunciados encontrados nos livros didáticos. Este posicionamento é retratado na fala do professor:

> *Trabalhar com frações na reta numérica para mim é novidade. Estou pensando em propor para os meus alunos uma atividade parecida com essa relacionando o centímetro e o milímetro. O centímetro será o todo e cada milímetro a décima parte do centímetro.*

Esta fala remete a um dos propósitos das Oficinas que é dar autonomia ao professor para que possa transferir o conceito apreendido para outras situações e ampliar / aprofundar os seus conhecimentos e de seus alunos. Nesse caso, conforme Nunes et al (2005, p. 129),

> O professor pode aproveitar tarefas como essa para usar novos vocabulários, como milímetros (porque os alunos se referem aos “tracinhos entre os centímetros”) e meio (porque algumas medidas não são correspondentes a unidades inteiras) [...] Quando os alunos já tiverem uma boa compreensão dos problemas envolvidos em medidas lineares, o professor pode passar a trabalhar com problemas de área.

Assim, durante as oficinas pedagógicas a Aplicadora buscou proporcionar aos professores estudo de textos e atividades práticas para que os mesmos construíssem/aprofundassem conceitos explorando o Ensino de Matemática voltado para a compreensão de conceitos e algoritmos e o desenvolvimento da autonomia dos alunos.

A avaliação geral dos professores em relação à Oficina 6 foi assim descrita “nós, professores, aprendemos muito e com certeza ensinaremos mais e melhor nossos alunos, uma vez que fizemos descobertas e compreendemos a fração enquanto número”.

4.6.7 Oficina 7 - Fração como parte de um conjunto

Antes de iniciar a oficina 7, a Aplicadora retomou o conceito de fração como número localizado em um segmento de reta a partir da divisão de intervalos iguais e a equivalência de frações, refazendo alguns exercícios da folha complementar do Caderno Pedagógico. Esta retomada foi solicitada pelos professores cursistas para que assim pudessem sanar todas as dúvidas em relação à Oficina 6.

Na sequência, a Aplicadora deu início à Oficina 7, explorando o ensino de fração a partir de um todo discreto, ou seja a partir de um conjunto de objetos, onde são consideradas como iguais as quantidades de elementos dos subconjuntos de um conjunto dado. Neste sentido, foi proposto o estudo do Texto “Fração como parte de um conjunto” de autoria de Belfort e Vasconcelos (2006, p. 3). De acordo com um dos professores cursistas,

> *Explorar a natureza da grandeza a ser utilizada para calcular uma dada fração faz sentido, porque os alunos ficam mais críticos e terão uma visão maior do que quando fazem apenas cálculo.*

Ao abordar o conceito de fração como parte de um conjunto, a partir de atividades práticas os professores perceberam que podem levar o aluno a relacionar os conceitos que trazem de sua prática com a sistematização realizada na escola e essa pode interferir positivamente para que o aluno possa compreender melhor a prática.

Na visão de Moreira e David (2010, p. 97) e de acordo com as recomendações dos PCN é dever do professor construir significados para o aluno,

> ... o professor precisa ter acesso a formas de elaboração do conhecimento matemático que viabilizem o cumprimento de tarefas extremamente delicadas, tais como: decidir sobre que tipos de ideias ou conceitos matemáticos seria essencial discutir [...] uma vez decidida a discussão de um determinado conceito ou ideia, que abordagem adotar, que noções e conceitos associados explorar, de que exemplos dispor e em que conhecimentos anteriores se apoiar para ilustrar a ideia em discussão ou facilitar a sua compreensão, ou, ainda, promover a construção do conceito por parte do aluno [...] refletir sobre os tipos de preocupações dos alunos que favorecem ou se apresentam como obstáculos para a construção dos conceitos a serem tratados...

É o professor que, a partir da sondagem de como seus alunos conceituam grandeza discreta, contínua, divisão, área e fração pode interferir pedagogicamente para que possam construir/reconstruir ou aprofundar seus conhecimentos. Para tanto, na formação continuada, busca-se instrumentalizar os professores para que possam conduzir suas aulas de modo significativo e o aluno possa compreender, por exemplo, que,

> O todo é um conjunto, ou seja, uma grandeza discreta e o que se divide são os elementos do conjunto, formando, assim, um subconjunto. Desta vez, as partes iguais não são necessariamente iguais em forma ou tamanho. São iguais em número de elementos. Assim é que de um conjunto com quatro pessoas, independente de idade, de cor, de tamanho, de sexo etc. duas

> quaisquer dessas pessoas representam metade do conjunto, ou 1/2 do conjunto (BELFORT e VASCONCELOS, 2006, p. 3).

E que a partir dessa definição os alunos possam perceber que na representação de frações a partir de um conjunto de coisas, o que se leva em consideração é o número de elementos de cada subconjunto.

Após a discussão do texto “Fração como parte de um conjunto” a Aplicadora solicitou aos professores cursistas que resolvessem o exercício “**a**” da Oficina 7 do Caderno Pedagógico, que está exposto no Quadro 24.

a) Representação de frações a partir da divisão de um conjunto com 12 elementos em subconjuntos - Separe um conjunto de 12 peças de material de contagem (tampinhas, pequenos cubos do material dourado, retalhos de EVA, etc.), e realize as seguintes atividades: 1) Divida o conjunto de 12 peças do material escolhido em 1, 2, 3, 4, 6 e 12 partes iguais e preencha a Tabela 1. 2) Após preencher a Tabela 1, pinte todos os números que representam quantidades iguais da mesma cor e encontre as frações equivalentes.

Quadro 24 – Exercício “**a**” da Oficina 7.
Fonte: Caderno Pedagógico

A Tabela 1 mencionada no Quadro 22 foi representada pela Figura 30,

Partes* / Subconjuntos	Número de elementos em:											
	1 Parte**	2 partes**	3 partes**	4 partes**	5 partes**	6 partes**	7 partes**	8 partes**	9 partes**	10 artes**	11 partes**	12 partes**
1		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
2			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
3				X	X	X	X	X	X	X	X	X
4					X	X	X	X	X	X	X	X
6							X	X	X	X	X	X
12												

Figura 30 – Tabela para realização do exercício “a” da Oficina 7
Fonte: LIMC

No exercício “**a**” os professores utilizaram um conjunto com 12 elementos (lápis, material dourado, tampinhas) para representar o “inteiro”. Dividiram o conjunto com 12 elementos em subconjuntos e representaram esses subconjuntos por meio de frações.

Destaca-se que nesta atividade os professores cursistas conseguiram encontrar frações equivalentes comparando a quantidade de elementos representados pelas frações, percebendo que quando essas quantidades são iguais, as frações correspondentes são equivalentes, conforme visualiza-se nas Figuras 31 e 32.

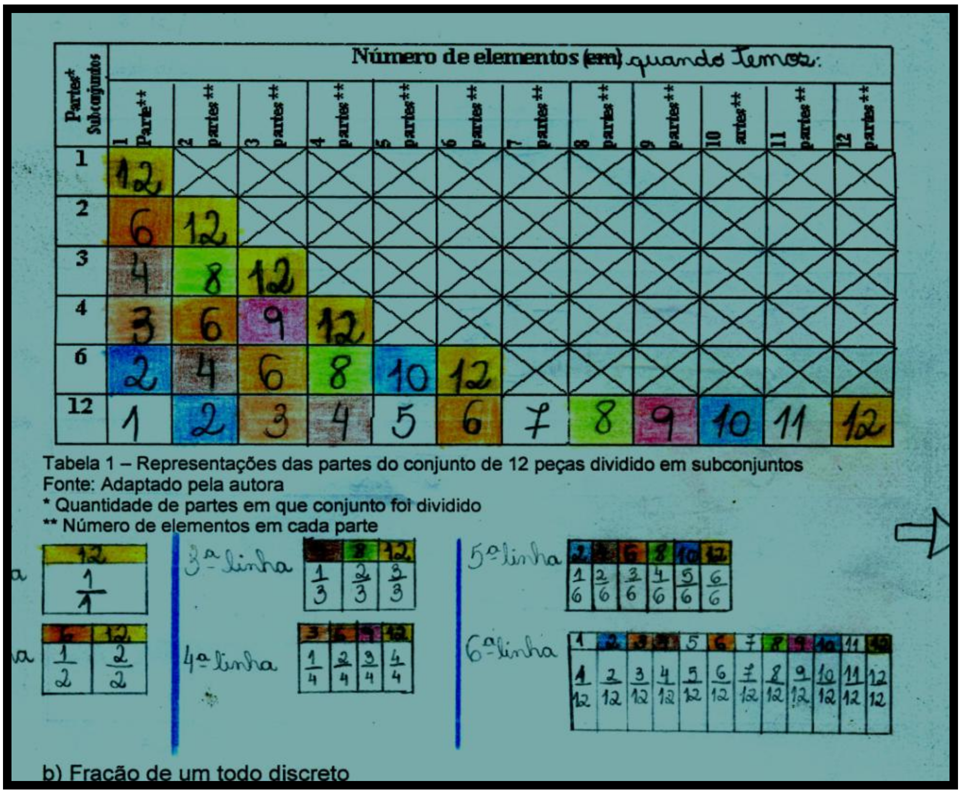


Figura 31 - Número de elementos encontrados de acordo com as partes indicadas
Fonte: Acervo da autora

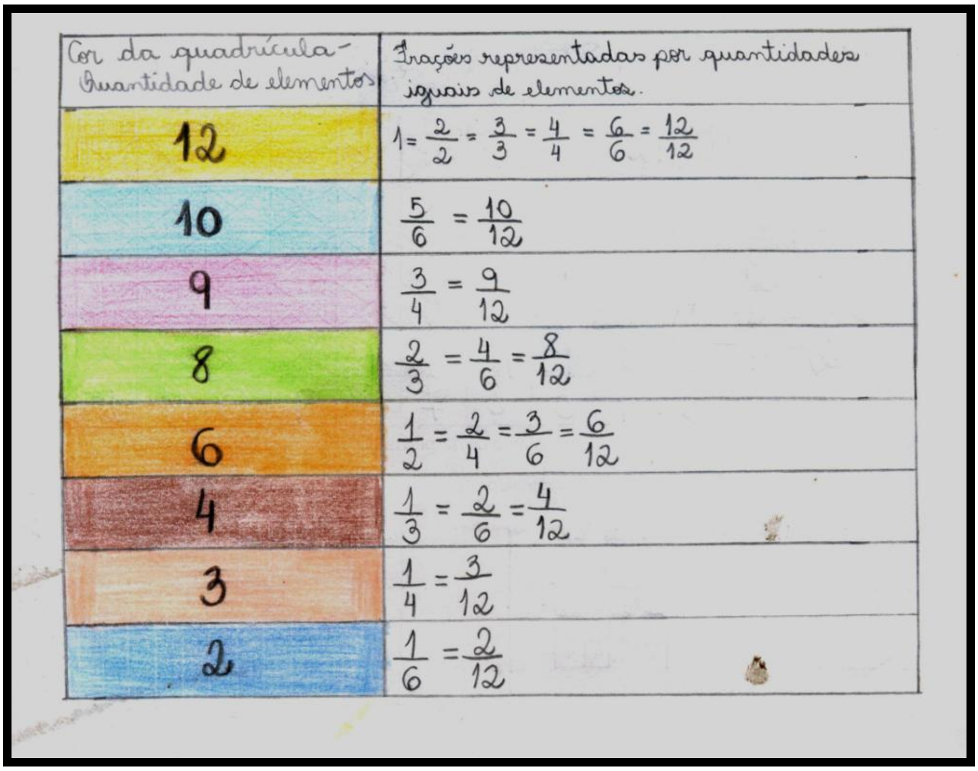


Figura 32 - Quantidade de elementos/frações representativas
Fonte: Acervo da autora

A realização desta atividade levou os professores a refletirem a respeito de suas estratégias de ensino em sala de aula, percebendo que deixavam despercebidos aspectos importantes em relação ao conteúdo de frações, conforme comentou um dos professores cursistas,

> *Eu trabalho com a fração de grandezas discretas, passo exercícios dos livros didáticos para que os alunos encontrem 1/3 de 12 laranjas, 1/2 de uma dúzia de ovos. Nesta atividade nós fizemos a mesma coisa com os cubinhos de material dourado, a diferença é que também encontramos as frações equivalentes, isso foi novidade.*

Neste comentário percebe-se mais uma vez que o professor muitas vezes traz como bagagem profissional somente "conhecimento absolutizado em sua forma compacta, abstrata e formal" (MOREIRA e DAVID, 2010, p. 102), e que na formação continuada pode-se oportunizar ao professor saberes docentes "mobilizados, problematizados e ressignificados" (FIORENTINI e CASTRO, 2003, p.127).

Almejando que as oficinas tenham propiciado estes saberes, para complementar o estudo, a Aplicadora propôs aos professores cursistas que resolvessem o exercício "**b**" da Oficina 7 do Caderno Pedagógico exposto no Quadro 25.

b) Fração de um todo discreto - Considere um conjunto com 15 elementos como sendo o inteiro e responda: 1) Quantos elementos correspondem a 7/5 desse conjunto? 2) Quantos elementos correspondem a 1/4 desse conjunto? Se os elementos desse conjunto fossem alunos essa representação poderia ser realizada? E se os elementos desse conjunto fossem maças, essa representação poderia ser realizada? Justifique a resposta.

Quadro 25 – Exercício "b" da Oficina 7
Fonte: Caderno Pedagógico

No exercício "**b**" os professores cursistas refletiram sobre o valor obtido a partir do cálculo de uma fração imprópria em relação a um conjunto de elementos, levando em consideração o contexto e não apenas o algoritmo. Como a fração imprópria sempre representa uma quantidade maior de elementos do que o total de elementos do conjunto foi necessário mais de um conjunto de elementos para representar essa quantidade.

Essa atividade gerou nos professores certo desconforto, talvez porque as frações impróprias sejam pouco trabalhadas, conforme relato de um dos professores,

Eu não tinha pensado nessa possibilidade [como determinar a fração que representa uma quantidade maior (7/5) do que um conjunto de 15 objetos]. Essa maneira que você questiona faz com que a gente pense diferente, eu pensava que sabia o conteúdo, mas agora, já nem sei mais.

Tardif (2002, p. 231) enaltecem os resultados positivos da formação continuada para professores em exercício acreditando que ela se alia à experiência, porque ela,

> ...provoca [...] um efeito de retorno crítico (feedback) aos saberes adquiridos antes ou fora da prática profissional. Ela filtra e seleciona outros saberes, e por isso mesmo, ela permite aos (às) professores (as) retomar seus saberes, julgá-los e avaliá-los, e, então, objetivar um saber formado de todos os saberes retraduzidos e submetidos ao processo de validação constituído pela prática cotidiana.

Após as discussões referentes ao exercício "**b**", para encerrar a Oficina 7, a Aplicadora solicitou aos cursistas que registrassem suas considerações no Diário Coletivo. Os professores registraram como aspecto positivo o trabalho com a equivalência de frações a partir de um conjunto de elementos, a organização dos dados na tabela e o uso do material concreto e afirmaram que, após a resolução do Pós-teste, "sentiam-se contentes por terem conseguido resolver todos os exercícios sem dificuldades".

O Diário Coletivo constituiu-se em um instrumento de registro da prática pedagógica realizada, foi utilizado para o planejamento das Oficinas seguintes e serviu de avaliação para validar a contribuição de cada uma das Oficinas para a construção do conceito de fração entre os professores cursistas.

4.7 PÓS-TESTE

O Pós-teste foi aplicado no último encontro, após o término das oficinas, com o objetivo de verificar o aproveitamento dos professores em relação ao curso. Como as questões do Pós-teste eram semelhantes às questões do Pré-teste e tiveram o mesmo grau de dificuldade matemática, foi possível realizar a comparação das respostas e a avaliação quanto à mudança de atitude dos professores diante do “erro” dos alunos e as estratégias utilizadas na resolução das questões.

Os resultados comparados entre o Pré-teste e o Pós-teste também serviram de parâmetro para avaliar as atividades desenvolvidas nas oficinas.

4.7.1 Experiência obtida na aprendizagem de frações – Pós-teste

1- Que boa experiência você teve durante as oficinas de trabalho com as frações?

Quadro 26 - Pergunta 1 do Pós-teste
Fonte: Acervo da autora

O objetivo da questão foi analisar se os conceitos e atividades trabalhadas nas oficinas foram significativos para os professores.

Em resposta a questão do Pós-teste houve manifestação de todos os professores cursistas sendo que 15 afirmaram terem obtido uma experiência válida tanto para o crescimento pessoal quanto para a melhoria da prática em sala de aula e um professor afirmou que adquiriu muitos conhecimentos sem mencionar a prática em sala de aula.

Destaca-se que 15 professores consideraram que as oficinas contribuíram para que tomassem a decisão de explorar o conceito de frações em sala de aula relacionando o material manipulável com as representações do conhecimento historicamente sistematizado ou algoritmos comumente utilizados, conforme comentário dos professores:

> *Tive oportunidade de compreender coisas que não sabia como concretizar e de relembrar muitas coisas de maneira reflexiva e compreensiva e não*

> *mecanicamente, isso fará a diferença em sala de aula.*
>
> *Aprendi várias maneiras de trabalhar frações de forma prazerosa, interessante e fácil de entender, pois pude visualizar em cores muitos conceitos. Espero que meus alunos compreendam a fração como um número.*
>
> *Ver maneiras de se resolver operações com frações que nunca (pelo menos não lembrava) tinha visto, aprender de forma concreta o que antes era feito só com regras ou desenhos.*

Quando o professor escreve “aprender de forma mais concreta o que antes era feito só com regras e desenhos”, ele se refere ao distanciamento entre a demonstração de frações por meio de desenhos e a representação por meio da linguagem matemática, constituindo-se em ambos os casos em um processo de ensino sem significado e sem compreensão.

Percebe-se aqui que, sem a formação continuada para incentivar a reflexão, há uma tendência generalizada dos professores em utilizar atividades de livros didáticos, sem refletirem o que está sendo considerado como “ensino” de frações. Os professores acreditam que estão ensinando o conteúdo de frações e não analisam se estão proporcionando aos alunos em sala de aula o “aprendizado”.

Outra manifestação dos professores cursistas como boa experiência refere-se ao fato de terem aprofundado o conhecimento teórico e vivenciado estratégias metodológicas alternativas para o ensino de frações, conforme relatam:

> *Em vários momentos pude repensar conceitos e práticas que eu achava que estavam “dominados”.*
>
> *As oficinas foram boas porque abriram horizontes para perceber a relação entre representação fracionária, número decimal e porcentagem.*
>
> *Foram sanadas muitas dúvidas e também foram apresentados muitos conhecimentos que não tínhamos*.

Observou-se assim, a satisfação dos professores com a formação continuada por sentirem que ampliaram e, ao mesmo tempo, fizeram renascer conhecimentos que já possuíam ainda que de forma fragmentada e que não haviam colocado em prática com seus alunos.

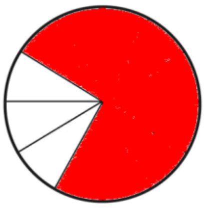
No Pré-teste quando os professores foram indagados sobre as lembranças de suas experiências com o uso de frações, as respostas foram vagas, a maioria lembrava-se de momentos pontuais, nunca abrangentes, havendo aqueles que não se lembravam de experiência alguma. Em resumo, a "boa" experiência não significou avanço na prática em sala de aula.

Em contrapartida, analisando as respostas do Pós-teste, percebe-se o entusiasmo dos professores em levarem as experiências que tiveram nas oficinas para seus alunos, demonstrando que estão confiantes em ensinar, pois compreenderam conceitos, "novos horizontes" surgiram, dúvidas foram esclarecidas, novos conhecimentos adquiridos, surgiram ideias de ensinar frações de forma prazerosa.

4.7.2 Representação da fração em partes iguais – Pós-teste

O objetivo da questão foi o de comparar com a questão 2 do Pré-teste e observar se houve mudanças nas estratégias utilizadas para responder a questão.

2- Algumas pessoas comeram parte do bolo representado abaixo, e restou o que está indicado na cor branca. Represente, com um número, o tanto que foi comido. Qual "unidade" de medida você utilizou?



Resposta:____

Quadro 27 -Questão 2 do Pós-teste
Fonte: Acervo da autora

Em resposta a questão 2 do Pós-Teste, todos os professores dividiram a região que está em vermelho em 9 partes iguais em relação à área e à forma, assim a figura toda ficou dividida em 12 partes (somando-se as 9 partes pintadas com as 3 não pintadas). A unidade de medida foi considerada como sendo a fração do "tipo"

1/12 e o tanto que foi comido pela fração 9/12, ou seja, 9 pedaços do tipo 1/12, conforme se visualiza na Figura 33,

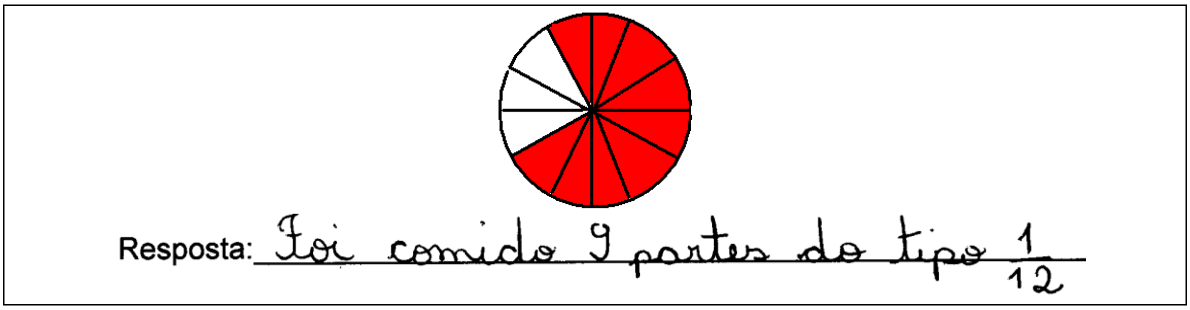


Figura 33 – Resposta da questão 2 do Pós-teste
Fonte: Acervo da pesquisadora

Durante a aplicação do Pós-teste, alguns professores perguntaram se poderiam utilizar a fração do tipo 1/4 como unidade de medida e a resposta foi que registrassem como estavam pensando, para obter a resposta mediante a explicação do seu pensamento. Os professores optaram por não utilizar a fração 1/4 como unidade de medida e após entregarem o Pós-teste, alguns professores comentaram que ainda não se sentiam à vontade para utilizar a fração 1/4 como unidade de medida porque o todo estava dividido em 12 partes, mas que analisando melhor, o tanto que foi comido também poderia ser representado pela fração 3/4.

Na resolução desta atividade os professores identificaram a fração 1/12 como uma unidade de medida, diferente do Pré-teste onde alguns professores representaram a fração do bolo que foi comida, mas nenhum professor indicou a fração unitária como unidade de medida, conforme visualiza na Figura 34.

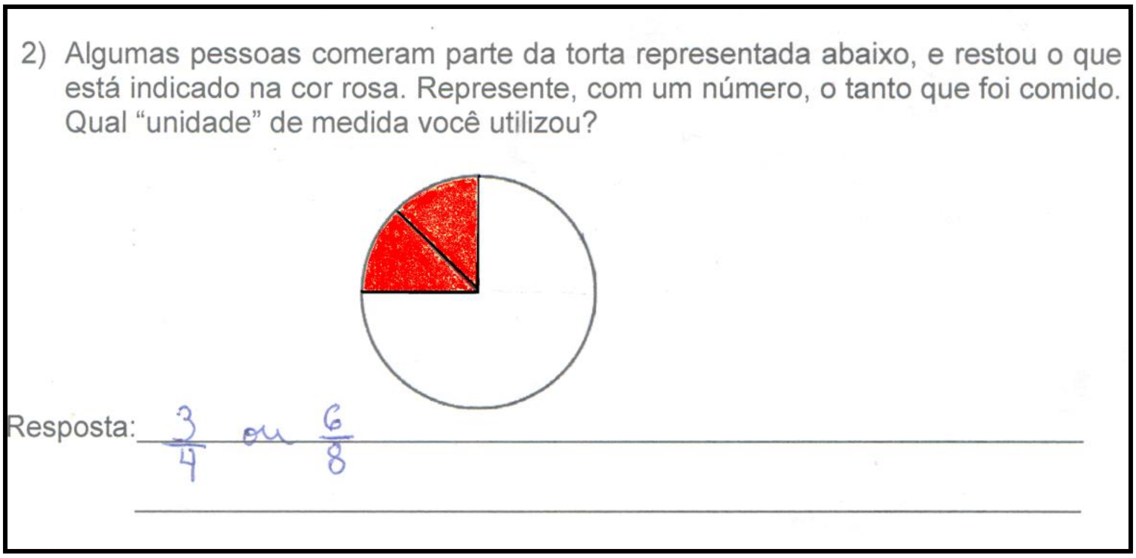


Figura 34 - Resposta da questão 2 do Pré-teste
Fonte: Acervo da autora

Os professores, ao perguntarem se também poderiam utilizar a fração 1/4 como unidade de medida, demonstraram que visualizaram a equivalência de frações, pois para representar a porção do bolo que havia sido comida poderiam indicar 9 x 1/12 = 9/12 ou 3 x 1/4 = 3/4.

Observa-se que todos os professores responderam a questão 02 do Pós-teste corretamente, mas ainda sentiam-se inseguros para registrar a equivalência. Nos comentários por eles verbalizados ficou nítido que, mesmo compreendendo a equivalência de frações, consideravam uma única resposta para a questão como algo desejável, demonstrando a dificuldade que encontram em romper com o ensino mecanizado e com a visão reducionista do conteúdo.

4.7.3 Indicação dos números racionais correspondentes a pontos marcados no segmento de reta - Pós-teste

3- Indique os números racionais que correspondem aos pontos marcados nos segmentos abaixo.

|___________________|____| |____|____|____|

0   1   0   1/3

Quadro 28 - Questão 3 do Pós-teste
Fonte: Acervo da autora

O objetivo foi observar se os professores passaram a representar as frações na reta numérica, identificando a necessidade de uma unidade de medida e, posteriormente, representando a fração solicitada no segmento de reta indicado.

Em resposta a questão 3 do Pós-teste, todos os professores indicaram as frações correspondentes aos pontos marcados nos segmentos de reta demonstrando que compreenderam a necessidade de estabelecer uma unidade de medida, conforme se visualiza na Figura 35.

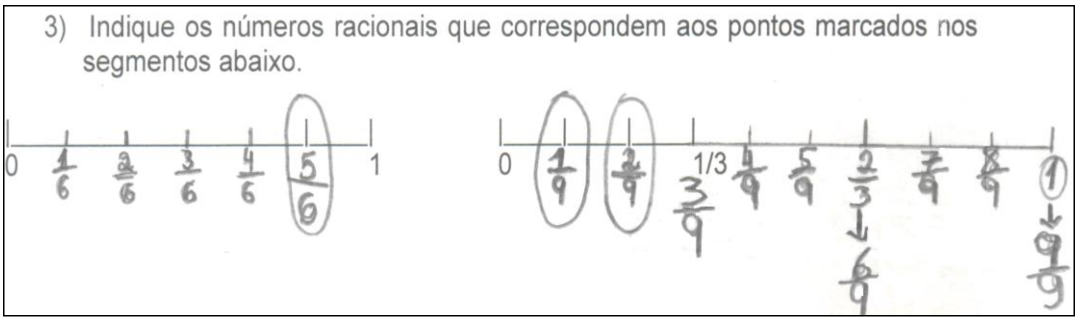


Figura 35 – Resposta da questão 3 do Pós-teste
Fonte: Acervo da autora

Ressalta-se que, embora não fosse solicitado na questão 3 do Pós-teste a representação de frações equivalentes, os professores indicaram pontos com as frações: 1/3 e 3/9, 2/3 e 6/9 e 1 = 9/9 demonstrando habilidade em visualizar a equivalência de frações em um segmento de reta conforme se visualiza na Figura 35.

Se comparado com o resultado do Pré-teste percebe-se a evolução dos professores após as atividades realizadas nas oficinas. No Pré-teste, nenhum professor conseguiu realizar a atividade com sucesso, demonstrando que os professores cursistas encontravam sérias dificuldades em localizar as frações em um segmento de reta e em considerar a fração como um número, conforme se visualiza na Figura 36.

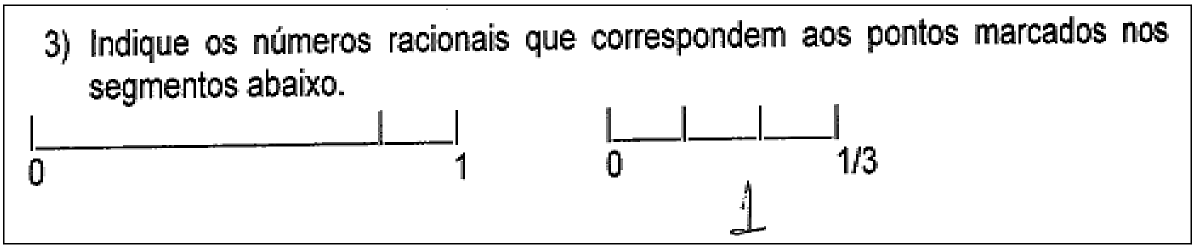


Figura 36 – Resposta da questão 3 do Pré-teste.
Fonte: Acervo da autora

A partir da Oficina 07 que abordou a fração como um ponto de um segmento de reta, os professores compreenderam a fração como número identificando a unidade a ser considerada como o todo e, na questão 3 do Pós-teste relacionaram naturalmente as frações equivalentes, inclusive aquelas frações que representavam o número inteiro, demonstrando que a fração como ponto de um segmento de reta não é explorada na formação inicial dos professores.

4.7.4 Capacidade de fracionar quantidades discretas – Pós-teste

4- Determine 4/3 de um grupo de 15 pessoas. É possível representar 1/2 dessa quantidade de pessoas? Esta fração corresponde a quantas pessoas? Resposta: ____

Quadro 29 - Questão 4 do Pós-teste
Fonte: Acervo da autora

O objetivo desta questão foi observar se houve mudança nas estratégias utilizadas pelos professores cursistas ao fracionar quantidades discretas comparando as respostas do Pré-teste que foi aplicado antes das oficinas, com as respostas do Pós-teste depois das oficinas.

Em resposta a questão 4 do Pós-teste, todos os professores responderam que para determinar 4/3 de 15 pessoas seriam necessários dois grupos de 15 pessoas. Realizaram o cálculo 15:3 = 5 e 5x4 = 20 e afirmaram que seriam 20 pessoas, portanto excederiam 5 pessoas de um grupo de 15 pessoas.

Nesta questão, os professores não se detiveram apenas no cálculo, demonstraram compreensão do enunciado e preocupação com uma resposta coerente.

Percebe-se ainda, que a fração imprópria dentro do contexto ganhou significado, e ao contrário da reação dos professores quando responderam o Pré-teste, que se limitaram à classificação de frações. Agora, eles se preocuparam com o teor prático e coerente do exercício.

No enunciado, a descrição do que era uma divisão de quantidades discretas facilitou o entendimento de que pessoas não se dividem em partes, apenas podem ser divididas as quantidades de pessoas. Esta percepção denotou o domínio da distribuição de quantidades discretas que os professores adquiriram durante as atividades das oficinas.

Quanto à representação de 1/2 de um grupo de 15 pessoas, todos os professores responderam que não daria para representar a divisão de uma pessoa ao meio e que matematicamente a resposta seria 7,5, porém na prática não haveria possibilidade porque ao dividir uma pessoa, ela já não seria mais uma pessoa.

Os professores cursistas também analisaram a natureza da quantidade discreta, citando como exemplo que seria possível representar 1/2 de 15 maçãs, pães ou bolos porque estes ao serem repartidos não perdem sua função, mas se representar 1/2 de 15 copos de vidro, por exemplo, o copo dividido ao meio já não poderia mais ser usado com a mesma função de um copo inteiro.

Observa-se que o aprendizado adquirido pelos professores nas oficinas, vai além do conhecimento adquirido na formação inicial, pois no Pré-teste, as respostas foram inseguras, incertas e mesmo aqueles que acertaram, não sabiam explicar como chegaram ao resultado.

A falta de habilidade do professor em relacionar a teoria com a prática, antes das oficinas, fez com que não tivessem a preocupação em visualizar a situação proposta, detendo-se apenas na classificação das frações e nos algoritmos, ou seja, estavam presos a um aprendizado reducionista que pôde ser expandido a partir das oficinas.

4.7.5 Avaliação do aluno na resolução de problemas fazendo uso de frações.

5- Um aluno deu as respostas abaixo para duas contas envolvendo frações: a) 1/5 + 1/8 = 2/13 b) 3/4 - 3/9 = 0/5 O que você lhe diria depois da correção? Resposta: ____

Quadro 30 - Questão 5 do Pós-teste
Fonte: Acervo da autora

O objetivo da questão foi analisar as respostas para verificar se houve mudança de postura em relação ao erro do aluno, após a realização das oficinas.

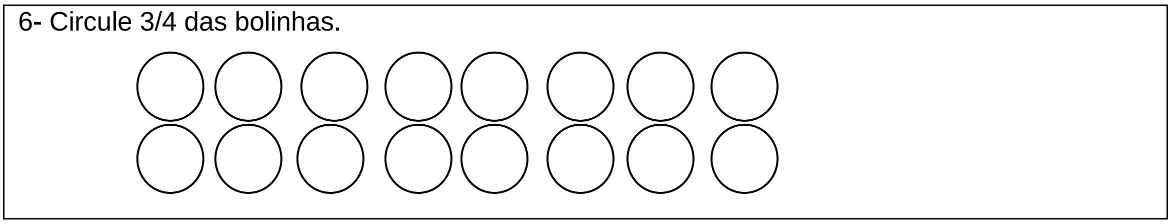
Em resposta a questão 5 do Pós-teste, 3 professores responderam que o aluno deve igualar os denominadores para então efetuar a adição e subtração com frações, que não é possível somar ou subtrair com denominadores diferentes, por isso é preciso encontrar frações equivalentes com o mesmo denominador e os demais professores (13) explicariam a necessidade de se obter frações equivalentes de mesmo “tipo” e retomar com os alunos a definição de fração.

Esses 13 professores consideraram que os alunos poderiam igualar os denominadores por meio da representação geométrica, para que pudessem visualizar o significado de se obter frações equivalentes. Sugeriram não igualar os denominadores a partir do cálculo do MMC por acreditarem que seria um cálculo mecânico e que dificilmente proporcionaria ao aluno a compreensão de frações equivalentes com mesmo denominador, ou seja, da transformação de frações em um mesmo “tipo”, para então realizar a adição/subtração diretamente.

A compreensão de frações equivalentes pelos professores cursistas nas oficinas foi relevante, pois eles perceberam que as estratégias utilizadas para visualizar a equivalência proporcionam a aprendizagem e que existem várias formas de se abordar esse conceito.

Vê-se assim, que diferente do Pré-teste, a maioria dos professores detectou o erro do aluno e mostrou-se sensibilizada para rever o conteúdo trabalhado e não apenas criticando o fato do aluno ainda “não saber” o algoritmo para somar/diminuir frações de denominadores diferentes.

4.7.6 Percepção do conjunto como “inteiro” – Pós-teste



Quadro 31 - Questão 6 do Pós-teste
Fonte: Acervo da autora

O objetivo da questão foi verificar se houve mudança de concepção dos professores em relação ao conjunto de objetos considerados como o “todo”.

Na questão 6 do Pós-teste, todos os professores dividiram o conjunto com 16 bolinhas em quatro subconjuntos com 4 bolinhas em cada um e circularam 3 subconjuntos, que somam um total de 12 bolinhas. A Figura 37 apresenta como os professores fizeram a divisão do conjunto. Observa-se em amarelo o primeiro subconjunto de 4 bolinhas, na cor rosa o segundo subconjunto, na cor azul o terceiro subconjunto e na cor branca o quarto subconjunto. Assim 3/4 de um conjunto de 16 bolinhas corresponde a três subconjuntos com quatro bolinhas que estão representados, respectivamente, nas cores: amarela, rosa e azul.

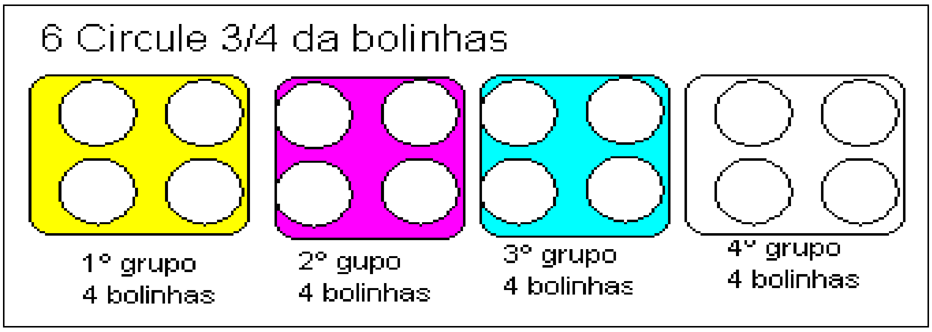
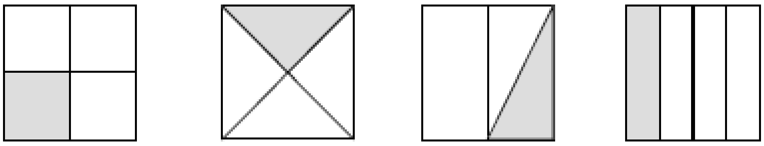


Figura 37 – Representação de 3/4 de um conjunto de 16 bolinhas
Fonte: Elaborado pela autora

Em comparação com as respostas da questão 6, do Pré-teste, em que alguns professores haviam dividido o conjunto de 9 elementos em três subconjuntos e relacionado a fração 2/3 a partir de um único subconjunto, demonstrando que não haviam entendido a representação de fração como parte de um conjunto, pode-se afirmar que, a partir das atividades desenvolvidas na oficina 7 do Caderno Pedagógico anexo a essa dissertação, os professores passaram a compreender que a quantidade de elementos de um conjunto é o “todo” e que cada subconjunto corresponde a uma fração unitária.

4.7.7 Avaliação de resolução de problemas com figuras geométricas – Pós-teste

7- O que você pode falar sobre as partes pintadas abaixo?

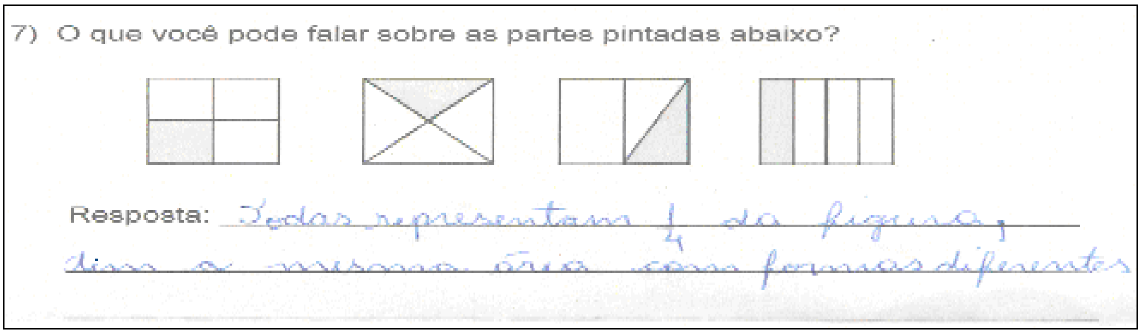


Resposta: ____

Quadro 32 - Questão 7 do Pós-teste
Fonte: Acervo da autora

O objetivo da questão foi verificar se os professores percebiam que, em relação à ideia de parte/todo no contínuo, é necessário levar em consideração a divisão do todo em partes iguais em relação à área e não apenas em relação à forma.

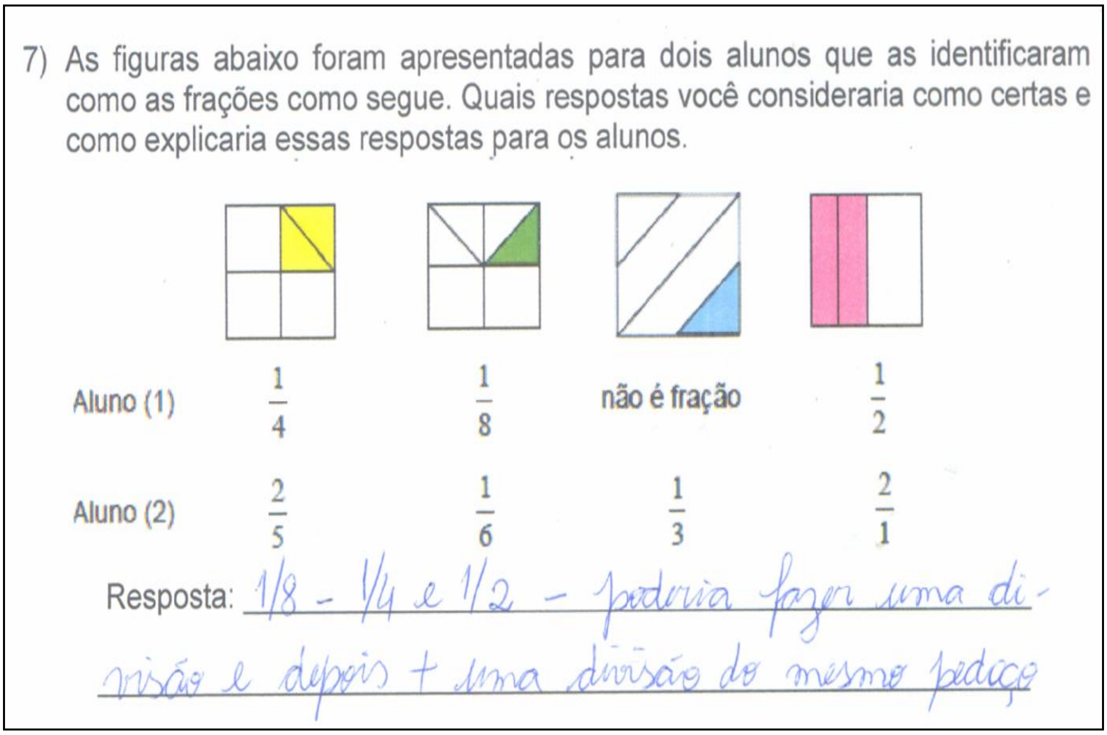
Na questão 7 de Pós-Teste, todos os professores responderam que os inteiros são iguais e que as partes coloridas de cada uma das figuras também são iguais e correspondem à quarta parte do todo podendo ser representadas pela fração 1/4. Comentaram ainda que todas as partes pintadas representam a mesma área, porém com formas diferentes, conforme pode ser verificado na Figura 38.


7) O que você pode falar sobre as partes pintadas abaixo?

Resposta: Todas representam $\frac{1}{4}$ da figura, tem a mesma área com formas diferentes

Figura 38- Resposta da questão 7 do Pós-teste
Fonte: Acervo da autora

Ao comparar as respostas dadas pelos professores na questão 7 do Pós-teste com as explicações dadas pelos mesmos na questão 7 do Pré-teste, no que se refere à representação de frações, percebe-se que, antes do desenvolvimento das Oficinas Pedagógicas do Caderno Pedagógico, embora a maioria dos professores apontasse o erro cometido pelo aluno, não tinham argumentos convincentes para demonstrar porque o aluno errou e porque a resolução seria diferente. Uma dessas respostas pode ser visualizada na Figura 39.



7) As figuras abaixo foram apresentadas para dois alunos que as identificaram como as frações como segue. Quais respostas você consideraria como certas e como explicaria essas respostas para os alunos.

Aluno (1)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	não é fração	$\frac{1}{2}$
Aluno (2)	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{1}$

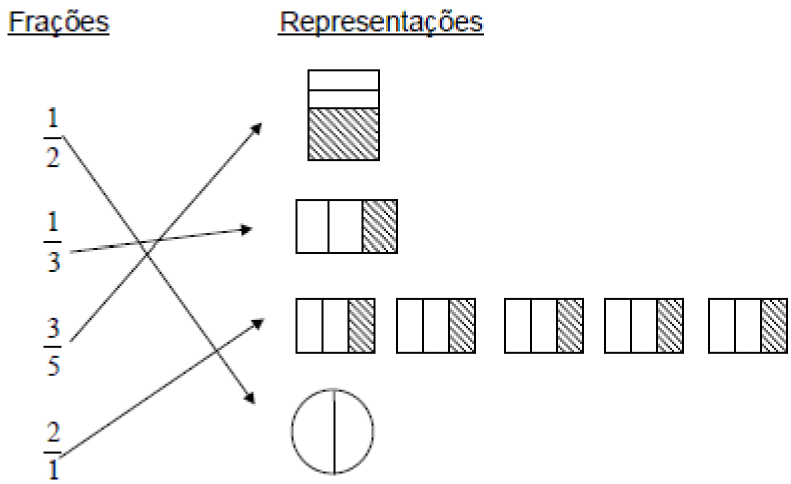
Resposta: 1/8 - 1/4 e 1/2 - poderia fazer uma divisão e depois + uma divisão do mesmo pedaço

Figura 39 - Resposta da questão 7 do Pré-teste
Fonte: Acervo da autora

Portanto, ao comparar as respostas dos professores referentes à questão 7 do Pré-teste com a questão 7 do Pós-teste, percebe-se que as oficinas Pedagógicas contribuíram para que os professores não somente acertassem a fração que representava a parte pintada em cada um dos itens da questão 7 do Pós-teste, como também para explicarem que na representação de frações em figuras geométricas planas, o que se considera, é a divisão da superfície em partes iguais em relação à área e não à forma.

4.7.8 Relação das frações com as suas respectivas representações nas figuras geométricas – Pós-teste

8- Foi dado para um aluno quatro frações para que ele relacionasse com algumas figuras. O resultado foi o seguinte:



O que você comentaria com ele a respeito do seu trabalho?

Quadro 33 - Questão 8 do Pós-teste
Fonte: Acervo da autora

O objetivo da questão foi verificar se houve mudança na postura dos professores em uma situação de correção e avaliação do erro dos alunos, verificando por meio dos comentários qual é a postura dos professores diante do erro dos alunos.

Em resposta à questão 8 do Pós-teste todos os professores corrigiram o exercício corretamente, demonstrando compreensão em relação aos conceitos de divisão em partes iguais, no sentido de terem a mesma área, aos termos das frações: numerador e denominador e seus significados. Alguns exemplos de comentários dos professores para o aluno:

O denominador indica o tipo de divisão do todo e o numerador são as partes pintadas ou consideradas.

As frações 3/5 e 1/3 estão corretas e as frações 1/2 e 2/1 estão erradas. Vamos rever o conceito de fração.

Observe o denominador das frações, ele indica em quantas partes o inteiro foi dividido e o numerador indica quantas partes foram pintadas.

Na questão 8 do Pré-teste, verificou-se que antes da realização das oficinas pedagógicas, os professores, apesar de apontarem o erro não destacaram em suas respostas explicações compreensíveis, como por exemplo, a manifestação de um professor no Pós-teste:

Falaria da classificação de frações, como se fazem as divisões das frações e representaria tudo no concreto.

Portanto, a partir da comparação das respostas da questão 8 do Pós-teste com as respostas da questão 8 do Pré-teste, percebe-se que, após as oficinas do Caderno Pedagógico, os professores tiveram um grande avanço no sentido de compreender o que o aluno está fazendo e/ou como está direcionando seu aprendizado.

Um aspecto relevante a ser considerado, é que após o desenvolvimento das Oficinas do Caderno Pedagógico, os professores perceberam que é possível elaborar um plano de intervenção para os alunos, partindo daquilo que eles já sabem e do que eles ainda não dominam, possibilitando elaborar estratégias de ensino para atuar na zona de desenvolvimento proximal defendida por Vygotsky (2004).

Ao final do curso os comentários dos professores eram contundentes em reconhecer o lapso de aprendizado acadêmico. A avaliação de um dos cursistas representou a fala dos professores:

Aprendi muito, principalmente trabalhar o concreto. Se o material concreto e as atividades me ajudaram a compreender o conceito de fração unitária e fração equivalente, certamente ajudarão os alunos na compreensão para posterior abstração. Não como aconteceu comigo, primeiro o mecanismo e agora a compreensão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na metodologia utilizada durante a pesquisa referente à formação continuada de professores em um projeto direcionado para a educação coordenado por Mediano (2008), as oficinas pedagógicas foram descritas como um trabalho de construção e de conserto. Na linguagem usual o termo “oficina” remete a um lugar onde se faz um conserto ou se constrói alguma coisa. Nesta perspectiva aponta-se que as oficinas pedagógicas desenvolvidas no presente estudo tiveram a função de “consertar” o método de ensino de frações, comumente utilizado em sala de aula e de “construir” novas sistemáticas a partir do aprofundamento teórico do conteúdo de frações e de diversas estratégias de ensino.

A iniciativa de promover este “conserto” e “construção” foi incentivada pela existência de críticas acirradas sobre o sistema estanque e mecânico que qualifica o ensino de frações nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Estas críticas dos pesquisadores e estudiosos sobre o ensino de Matemática serviram de suporte para que alguns educadores buscassem diferentes estratégias para o ensino de frações.

Pode-se apontar como um dos precursores desta iniciativa o Programa de Formação Continuada Pró-Letramento Matemática que objetivou oferecer suporte à ação pedagógica dos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental para promover a qualidade do ensino e da aprendizagem de Matemática.

Esta iniciativa possibilitou que a autora da presente dissertação organizasse as oficinas que constam no Caderno Pedagógico anexo. As atividades das oficinas foram centradas em estratégias diferenciadas para o ensino de frações, comparando-se a sistemática de trabalho como um “conserto” da metodologia comumente utilizada para o ensino de Matemática e como a “construção” de conceitos e algoritmos para a resolução de problemas que fazem uso de frações.

Assim, o estudo foi direcionado pela proposta metodológica do ensino de frações, a partir de oficinas, como uma estratégia de ação que privilegiou a produção de práticas pedagógicas, o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos na formação inicial dos professores cursistas e, principalmente, na junção da teoria com a prática.

Destaca-se que a proposta foi de uma formação continuada voltada para a capacitação do professor “ensinar com conhecimento”, ou seja, utilizar várias estratégias para construir seu próprio conhecimento. Seguiu-se nesta proposta a orientação de Lorenzato (2008, p. 3) ao dizer que “há ensino somente quando, em decorrência dele, houver aprendizagem”. Portanto, buscou-se realizar nas oficinas pedagógicas a formação continuada dos professores voltada para o desenvolvimento conceitual e metodológico de forma a destituir o ensino mecanizado comumente usado em sala de aula.

A ideia principal das práticas pedagógicas desenvolvidas nas oficinas era de que o professor fosse capaz de aproveitar a vivência dos alunos utilizando a bagagem cognitiva que eles trazem para a escola, para planejar suas estratégias de ensino. Esta ideia foi consequência das reflexões de Canen (2008, p. 232), quando diz “a formação docente em uma perspectiva intercultural crítica não deveria ser entendida como circunscrita ao período de formação acadêmica inicial, mas sim, como um processo contínuo de aperfeiçoamento e aprofundamento reflexivo de professores sobre sua prática docente”.

O que se observou no transcorrer das oficinas pedagógicas foi um grupo de profissionais reflexivos, que discutiam opiniões divergentes, que criavam novas perspectivas para atuar em sala de aula, que reconheciam suas deficiências na forma com que ensinavam os conteúdos, enfim demonstraram tantas transformações pessoais que colocaram as oficinas pedagógicas como um processo metodológico que não se limitou a tratar um tema isoladamente, mas sim, situou os problemas de aprendizado dos números fracionários em um espaço amplo da educação, da realidade do professor e do aluno em sala de aula e do meio social em que vivem.

Buscou-se na elaboração das atividades das oficinas pedagógicas seguir os preceitos de Mediano (2005) que entende serem as oficinas pedagógicas a representação de um trabalho realizado a partir das necessidades reais do professor, essencialmente no que se refere aos caminhos alternativos do processo de ensino e aprendizagem. Nas oficinas realizou-se uma formação pedagógica comprometida com o aperfeiçoamento da prática em sala de aula, possibilitando ao professor em formação ser um “sujeito pensante e crítico” e, com isso, houve oportunidade de pensar e refletir sobre as possibilidades de estabelecer uma relação da prática com a teoria.

Pode-se ainda destacar que o ponto de partida na elaboração das oficinas pedagógicas foi à prática do professor em sala de aula, colocando em pauta a problemática concreta, possibilitando que os próprios professores percebessem suas deficiências no ensino do uso de frações.

Buscou-se mostrar que teoria e prática são ligadas, não podem caminhar separadas num processo de ensino, ao contrário, esta ligação deve levar a novos olhares sobre determinada forma de ensinar os conteúdos, oportunizando uma visão crítica e criadora para a prática docente e, ao mesmo tempo, desenvolvendo habilidades para cada professor pensar no seu próprio modo de ensinar, verificando “por que” e “para que“ as coisas se apresentam como problemas e resoluções.

Houve nas oficinas pedagógicas discussões destituídas do casuísmo da escola, os temas em pauta das discussões generalizaram-se para um contexto mais amplo do que simplesmente ensinar os conteúdos da disciplina. Além disso, os temas foram abordados de tal forma que houve constante comunicação entre os próprios professores cursistas e a Aplicadora, sendo esta comunicação à força motriz do processo pedagógico aplicado nas atividades.

Prevaleceu durante as atividades desenvolvidas nas oficinas pedagógicas a realidade social que tornou possível formar um grupo de trabalho coeso, participativo, cada um se apresentou como membro que sempre colabora com um saber específico. Considerou-se ainda, que cada professor cursista ao trazer para as oficinas a realidade que enfrenta em sala de aula, contribuiu para a discussão, a reflexão dos conceitos que sintetizam o pensar, o sentir e o atuar.

E, ao se questionar o significado de cada um dos conceitos e algoritmos abordados nas oficinas, criou-se um ambiente favorável para que o professor cursista refletisse sobre aquilo que já conhecia ou sobre o método que utilizava para ensinar e aquilo que estava realizando nas oficinas. Ao compartilhar este questionamento ou reflexão com o grupo formavam-se as discussões ou os confrontos que, no final, chegavam a um consenso.

Ou seja, o professor cursista não estava apenas “aprendendo” coisas novas, mas também estava “consertando” estratégias metodológicas que conhecia, e, ao mesmo tempo, estava “construindo”, pois ao manter-se atento aos detalhes do aprendizado de frações estava ampliando o campo conceitual que envolve o uso das frações.

A leitura dos textos foi uma ação inovadora para os professores. Fato que, até então, era uma prática à qual não davam importância, porém à medida que conseguiam valer-se dos textos para entenderem a resolução dos problemas passaram a considerar estas leituras essenciais.

A expectativa sobre as leituras dos textos foi superada, uma vez que essa não era uma prática comum entre eles. Percebeu-se que, no decorrer das oficinas, os professores passaram a fazer a leitura antecipada dos textos propostos para os encontros, fazendo anotações, grifos e levantamento de questionamentos.

Na medida em que os professores compreendiam os conceitos trabalhados, verbalizavam quais atividades desenvolveram ou que iriam desenvolver com seus alunos. Criticavam os equívocos cometidos até então em sala de aula, e planejavam ações futuras para desenvolverem em sala de aula.

Assim, a formação continuada baseada no Programa de Formação Continuada Pró-Letramento Matemática foi considerada como um suporte para os professores desenvolverem ações pedagógicas que elevem a qualidade do ensino de Matemática.

No decorrer das atividades desenvolvidas nas oficinas pedagógicas constatou-se que ampliar o conhecimento por meio da formação continuada implica em levar novas estratégias para a sala de aula. A técnica de trabalhar com representações foi ao encontro das considerações de Ribas (2005, p. 56) quando diz que “quanto mais representações o professor consegue atingir, mais maduro, aprofundado, estará o seu conhecimento pedagógico do conteúdo.”

Pode-se afirmar que o professor saiu das oficinas com condições pedagógicas eficazes para os propósitos de ensino que a escola de hoje reivindica, como citado nos PCN (BRASIL, 2001):

- reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos;
- promover um ensino com significados para o aluno;
- buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama.

Afirma-se, ainda, que os professores cursistas ao término das oficinas mostraram-se aptos a enfrentarem o desafio de encontrar soluções para tornar o ensino de frações significativo e transformar estas soluções em ações cotidianas para efetivamente tornar o uso de frações um aprendizado para os alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Resta descrever que os professores demonstraram força de vontade incomum para participar das oficinas, mesmo com uma jornada de trabalho de 40 horas semanais, filhos pequenos e família, estando presentes em todos os encontros, participando efetivamente das atividades propostas, o que demonstrou o compromisso com a sua própria formação e com o processo de ensino e aprendizagem de seus alunos.

Conclui-se assim que a formação continuada promovida por meio de oficinas pedagógicas e baseada na Formação Continuada de Professores Pró-Letramento Matemática foi eficaz para potencializar a competência dos professores no ensino de frações aos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Da mesma forma que as atividades realizadas nestas oficinas contribuíram para ampliar o conhecimento dos professores e promover em sala de aula o ensino de frações, portanto, as oficinas podem ser indicadas para a formação continuada de professores, contribuindo para:

- Desestabilização dos professores no que se refere ao domínio do conteúdo de frações e a concepção de uma matemática pronta e acabada promovendo a inquietação que se transforma em incentivo para a busca de novos conhecimentos;

- Aprofundamento do conteúdo de frações por meio da contextualização e do trabalho com as diferentes ideias: como parte de um todo, parte de um conjunto, ponto de um segmento de reta e fração unitária como unidade de medida;

- Troca de experiências entre os professores e desenvolvimento da autoestima dos mesmos ao conseguirem compreender a fração enquanto um número que quantifica;

- Inserção da prática de leitura de textos referentes às estratégias de ensino, conteúdos e pesquisas na área de Matemática e Educação Matemática;

- Desenvolvimento da autonomia dos professores para planejar as aulas a partir dos conceitos a serem construídos de acordo com as orientações dos PCN e a matriz de habilidades da Secretaria Municipal de Educação e para analisar a abordagem dos livros didáticos;
- Aplicação dos conceitos trabalhados pelos professores nas oficinas pedagógicas com seus alunos;

- Aproximação do professor em relação ao aluno na busca da compreensão de como o aluno está compreendendo o conceito trabalhado e a utilização do erro para reelaborar as estratégias de ensino;

- Valorização por parte dos professores participantes da pesquisa de atividades práticas e da problematização de conteúdos como estratégias que possibilitam a compreensão de conceitos e algoritmos;

Estas contribuições foram possíveis devido à estrutura e os materiais desenvolvidos pelos centros de Formação Continuada em Educação Matemática e Científica da REDE NACIONAL DE FORMAÇÃO CONTINUADA, das Universidades UFES, UFRJ, UNISINOS, UNESP E UFPA para o Programa de Formação Continuada Pró-Letramento Matemática, os quais deram embasamento significativo para o aperfeiçoamento dos professores cursistas no que se refere aos conteúdos e às estratégias de ensino. Releva-se que a metodologia aplicada direcionou os professores para a autonomia em contextualizar e relacionar os conteúdos matemáticos com a prática social.

Expõe-se que a limitação encontrada na pesquisa advém do entendimento de que a formação continuada dos professores, enquanto uma formação permanente em serviço, não deve ser restrita a um tempo limitado, pois a proposta de um estudo profundo sobre o tema, com duração de apenas 30 horas de efetivo trabalho, inviabilizou o acompanhamento sistematizado do grupo de professores que participou da pesquisa.

Nesse sentido ressalta-se a importância da formação continuada para equipes centrais das instituições mantenedores, secretarias municipais ou estaduais de educação e do acompanhamento sistematizado das mesmas junto às escolas para que o professor não se sinta isolado diante do desafio de ensinar e possa estar refletindo constantemente sobre sua prática no sentido de promover um ensino voltado para a formação de cidadãos.

Para finalizar, sugere-se para trabalho futuro o planejamento de ações estratégicas que possibilitem ao professor Aplicador estabelecer um monitoramento sobre o resultado efetivo das oficinas pedagógicas na prática em sala de aula. Acompanhar os professores cursistas para verificar se eles tornaram-se multiplicadores dos novos conhecimentos e, ao mesmo tempo, registrar sobre sua criatividade e criticidade em novas formas de ensino e aprendizagem, após frequentar o curso de formação continuada.

REFERÊNCIAS

ALARCÃO, I. (org.). **Formação reflexiva de professores:** estratégias de supervisão: Porto: Porto Editora, 2010.

ALMEIDA, E. S. de. O jogo na teoria sociocultural - revendo os conceitos de Vygotsky (2010). **Educação e Saúde** - **Psicopedagogia on line**. Disponível em: <www.psicopedagogia.com.br/artigos/artigo.asp?entrID=1194>. Acesso em: 20 set. 2010.

ALMOULOUD, S.; et.al. Uma caracterização dos professores de matemática de 5ª a 8ª séries da Rede Pública do Estado de São Paulo. 21º ANPED. Caxambu, MG, 1998. In: SILVA, M. J. F. da. **Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para quinta série.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005, p. 17.

ALONSO, M. (org.) **O trabalho docente -** teoria e prática. São Paulo: Pioneira, 2003.

ALTET, M.; et al. **A profissionalização dos formadores de professores**. Tradução Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2003.

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BELFORT, E.; VASCONCELOS, C. B. Diferentes significados de um mesmo conceito – o caso das frações. In: LIMC Laboratório de Pesquisa e Desenvolvimento em Ensino de Matemática e de Ciências. Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ. Pró Letramento Matemática – Estado de Minas Gerais. **Sugestões de estudo para frações** - 1º Encontro. (2006). Disponível em: <http:√www.limc.ufrj.br/rede/mod/resource/view.php?id=855>. Acesso em 10 jan. 2011.

BELLARMINO DE DEUS, A. **Metodologia da matemática lúdica** – o uso do Tangran como recurso de aprendizagem. 2007.São Paulo: UNESP. Disponível em: <www.trabalhosfeitos.com/topicos/adreiton...bellarmino-de-deus>. Acesso em: 20 set. 2011.

BERTONI, N. E. A construção do conhecimento sobre número fracionário. **Bolema,** v. 21, n. 31, 2008.

BEZERRA, F. J. B. **Introdução ao conceito de números fracionários e suas representações** – uma abordagem criativa para a sala de aula. 220f. 2001.

Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade de São Paulo. Disponível em: <www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/francisco_bezerra.pdf>. Acesso em: 20 set. 2011.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação***:* uma introdução à teoria e aos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em educação matemática. In: SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001. cap. 5. p.127-148.

BOTH, A. A. de C. Matemática na educação infantil. Cerro Largo. (jun. 2011). Disponível em: <pedagogiacerrolargo.blogspot.com/.../**matematica**-na-educacao-infant>. Acesso em 20 set. 2011.

BRASIL. Lei n. 9.394 de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: <www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/l9394.htm>. Acesso em 10 out. 2011.

_____. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. 3.ed. Brasília: Secretaria da Educação. 1 e 3. ed. 1997, 2001.

_____. _____. **Guia de livros didáticos PNLD**: Matemática / Ministério da Educação – Brasília: MEC, 2008.

_____. ______. Secretaria Executiva. Secretaria de Educação Básica. **Pró-Letramento – Matemática** - Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental. Brasília: Ministério da Educação, 2008.

BURIASCO, R. L. C. de. **Avaliação em matemática** – um estudo das respostas dos alunos e professores. 238f.1999 Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual Paulista. Marília.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A Resolução de problemas na matemática escolar.** São Paulo: Atual, 1997.

CAMPOS, T. M. M.; et al. Considerações a respeito do ensino e aprendizagem de representações fracionárias de números racionais. In: GUIMARÃES, G.; BORBA, R. (orgs.). **Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização**. Recife: SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Biblioteca do Educador Matemática, v. 6, 2009. Coleção SBEM, p. 131-138.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em matemática.In: SMOLE K. S.; DINIZ. M. I.(orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**.- habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p. 15-28.

CANEN, A. Formação de professores e diversidade cultural. In:CANDAU, V. M. (org.). **Magistério** - construção cotidiana. 6. Ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2008, p. 205-236.

CERVO, A. L. e BERVIAN, P. A. **Metodologia científica**. São Paulo: Macgraw Hill do Brasil, 1988.

D’AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. **SBEM**. Brasília, ano II, n. 2, 1989, p.14.

ESTRELA, A.; NÓVOA, A. (orgs.). **Avaliação em educação: n**ovas perspectivas. Portugal: Porto Editora, 1999.

FELDMANN, M. G. (org.). **Formação de professores e escola na contemporaneidade**. São Paulo: SENAC, 2009.

FORENTINI, D.; CASTRO, F. C. De. Tornando-se professor de matemática- o caso de Allan em prática de ensino e estágio supervisionado. IN: FIORENTINI, D. (org.). **Formação de professores de matemática** – explorando novos caminhos com outros saberes. Campinas: Mercado de Letras, 2003, p.121-156.

FONSECA, S. **Metodologia de ensino matemática**. Rio de Janeiro: Lê, 1997.

GARNICA, A. V. M. História Oral e educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GUIMARÃES, G.; BORBA, R. (orgs.) **Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização**. Recife: SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2009.

GUZMÁN, M. **Tendências inovadoras na educação matemática**. 1993. Disponível em: <http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/tendencia/ensen.htm>. Acesso em: 10 dez. 2011.

IMENES, L. M. **A numeração indo-arábica**. São Paulo: Scipione, 1989

INAE – Fórum Nacional. Disponível em: <www.inae.org.br/sec.php?s=251&i=pt&e=F016>. Acesso em 10 set. 2011.

KERSLAKE, D. Estratégias de erros para crianças. Relatório das estratégias e erros no projeto de Matemática, 1986. In: MAMEDE, E. **Sobre o ensino e aprendizagem de frações nos níveis elementares de ensino**. PROFMAT2011 ACTAS. Universidade do Minho. Disponível em: <emamede@ie.uminho.ptwww.apm.pt/files/_Conf05_4e7134f4987a9.pdf>. Acesso em 10 out. 2011.

LIMA, C. W. **Representações dos números racionais e a medição de segmentos** – possibilidades com tecnologias informáticas. 201f. 2010. Dissertação (Mestrado

Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Campus de Rio Claro. Disponível em: <www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/.../woerle_lima_c_me_rcla1.pd>. Acesso em 10 ago. 2011.

LIMC. Laboratório de Pesquisa e Desenvolvimento em Ensino de Matemática e de Ciências. Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ. Material Pró Letramento – Fascículo 4 – Frações. **Roteiro de estudos de frações** – comentários sobre as atividades propostas. (2010) Disponível em: <http://www.limc.ufrj.br/rede/mod/resource/view.php?id=855>. Acesso em 10 jan. 2011.

LINS, R. C.; SILVA, H. Frações. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pró-Letramento:** Matemática. Brasília: MEC, 2008.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática.** Campinas: Autores Associados, 2008. (Coleção Formação de Professores).

MEDIANO, Z. D.; A formação em serviço de professores através de oficinas pedagógicas. In: In: CANDAU, V. M. (Org.). **Magistério** – construção cotidiana. 6. ed. Petrópolis: Vozes, 2008, p. 91-109.

MIRANDA, M. J. A dociomologia em perspectiva. **Revista Faculdade de Educação**. São Paulo, ano 1, n. 8, 1982, p. 39-69. Disponível em: <bibliotecas.ipv.pt/cgi-bin/koha/opac-search.pl?q=su:Dociomologia>. Acesso em: 10 mar. 2012.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **Números Racionais** - conhecimentos da Matemática, Rio Claro, n. 21, p.1-19. 2006.

_____.; _____. **A formação matemática do professor -** licenciatura e prática docente escolar. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

MOREIRA, M.A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud** - o ensino de ciências e as investigações nessa área. Rio Grande do Sul: instituto de Física – UFRS, 2004.

MOUTINHO, L. V. **Fração e seus diferentes significados:** um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, 2005.

NUNES, T.; et al. **Educação Matemática**: números e operações. São Paulo: Cortez, 2005.

_____. BRYANT, p. **Crianças fazendo matemática.** Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, S. A. de. Caminhos de aprendizagem. Artigo publicado na edição nº 377, **Jornal Mundo Jovem**. Bahia: UNEB, n. 377, jul. 2007, p. 5. Disponível em:

<www.mundojovem.com.br/.../projeto-ludico-motivacao-aulas-matem>. Acesso em 10 out. 2011.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO N. S. G., Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: Bicudo, M. A. V.(org.) **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas** (Seminários e Debates). São Paulo: UNESP, 1999.

PEREZ, M. As concepções de matemática na evolução do conhecimento. **Artigo.** Universidade Estadual de Ponta Grossa, (mímeo), 2009.

PIMENTA, S. G. (org.). **Saberes pedagógicos e atividade docente**. 5.ed. São Paulo**:** Cortez, 2007.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. da. Compreensão dos números racionais, comparação e ordenação: o caso de Leonor. **Artigo**. Fundação para a Ciência e Tecnologia – FCR, Projeto IMLNA, PTDC/CED, 2006. Disponível em: <www.ie.ul.pt/pls/portal/docs/1/304677.PDF>. Acesso em: 20 set. 2011.

RIBAS, M. H. (org.) **Formação de professores** – escolas, práticas e saberes. Ponta Grossa: UEPG, 2005.

SAEB – Prova Brasil. **Orientações para o professor** – 4ª série/5º ano: ensino fundamental. Brasília: INEP, 2009.

SANT'ANNA, N. da F. P. **Fração como medida de comprimento**. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica. 2009. Disponível em: <www.im.ufrj.br/~encontropf31/minicursos%20atualizado.html>. Acesso em: 20 set. 2011.

SANTOS, A. **O conceito de fração em seus diferentes significados:** um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica. São Paulo, 2005.

SCHASTAI, M. B. O ensino da matemática e o uso da linguagem escrita - o caso da resolução de um problema envolvendo o conceito de fração. **Artigo**. Disponível em: <pg.utfpr.edu.br/.../Programacao%20Apresentacao%20de%20Artigos>.\Acesso em 10 ago. 2011.

SCHÖN, D. A. Formar professores como reflexivos. In: NÓVOA, A. **Os professores e sua formação.** Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1992.

_____. **Educando o profissional reflexivo** – um novo design para o ensino e aprendizagem. Tradução de Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SILVA, M. J. F. da. **Sobre a introdução do conceito de números fracionários**. 1997, 245f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. PUC. São Paulo.

_____. **Investigando saberes dos professores do ensino fundamental com enfoque dos números fracionários para a 5ª série**. 302f. 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC. São Paulo.

SMOLE, K. S.; DINIZ. M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SOISTAK, M. M.; PINHEIRO, N. A. M. Memorização: atual ou ultrapassada no ensino-aprendizagem da matemática? **Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia**, 2009, p. 971-983. Disponível em: <www.pg.utfpr.edu.br/.../10%20Ensinode**matematica**/Ensinode**matem**...>. Acesso em 10 jan. 2012.

SOUZA, E. R.; et al. A matemática das sete peças do tangran. **Caem – IME**. São Paulo:USP, 1995.

SPINILLO, A. G. **O conhecimento matemático de crianças antes do ensino da matemática na escola**. A educação em matemática em revista- SBEM, 2º sem. 1994.

_____. ; et al. Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino. **Revista Brasileira Estudos Pedagogia – RBEP.** Brasília v. 90, n. 225, maio/ago. 2009, 0. 411-432. Disponível em: <www.rbep.inep.gov.br/index.php/RBEP>. Acesso em: 20 ago. 2011.

TARDIF, M.; et al. Os professores face ao saber – esboço de uma problemática do saber docente. **Revista Teoria e educação**, n. 4, 1991, p. 215-233.

_____. **Saberes docentes e formação profissional**. 5.ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

VELLOSO, J. P. dos R.; ALBUQUERQUE, R. C. de. (orgs,). **Novo Modelo de educação para o Brasil** – Fórum Nacional. Rio de Janeiro: José Olympio, 2004

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: NASSER, L. (org.) Seminário Internacional de Educação Matemática. **Anais**. Rio de Janeiro, 1994, p. 1-26.

VERGARA, W. H. **Simulação cognitiva da tomada de decisão em situações complexas**: modelagem do raciocínio humano por meio de casos. 1995. 258f Tese (Doutor em Engenharia de Produção) Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis: UFSC.

VIANNA, C. R. A Hora da fração: pequena sociologia dos vampiros na educação matemática. **Bolema,** v. 21, n. 31, 2008.

VYGOTSKY, L. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

APÊNDICE

APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO

TERMO DE AUTORIZAÇÃO

Prezados Professores Cursistas:

A professora Marta Burda Schastai está oferecendo Oficinas referentes ao Ensino de Frações para professoras do 2º ano do 2º ciclo da Rede Municipal de Ensino no período de 06/08/2011 a 02/09/2011 nas dependências da Secretaria Municipal de Educação - SME, sala 13 das 18h30min às 21h30min como parte de um Projeto específico de seu Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica do Paraná – UTFPR Campus Ponta Grossa – PR, necessitando utilizar os dados obtidos para produzir relatórios e posteriormente para a realização do seu trabalho final.

Neste sentido solicita a sua autorização para utilizar as informações obtidas por meio do questionário, pré-teste, pós-teste e diário coletivo, bem como fotos de algumas atividades desenvolvidas durante as oficinas para fins de pesquisa, sem nenhum custo para a pesquisadora e ressalta que em momento algum o professor será identificado, sendo preservada sua imagem

Lembra ainda que, mesmo utilizando as dependências da Secretaria Municipal de Educação de Ponta Grossa - SME, os professores são convidados pela pesquisadora, não tendo nenhum vínculo com a carga horária de trabalho, portanto, a SME fica isenta de pagamento de hora extra e de qualquer outro tipo de pagamento em virtude da sua participação nas Oficinas.

A professora Marta Burda Schastai, agradece a sua colaboração que é de extrema importância para a realização da pesquisa e solicita sua assinatura autorizando a utilização dos dados obtidos durante as oficinas e aceitando as condições acima mencionadas.

( ) Autorizo e aceito as condições expostas acima para participar

PROFESSORA ____

(Preencher o nome com letras em caixa alta)

ASSINATURA: __________________________RG _______________________

LOCAL E DATA: ____

ANEXOS

ANEXO A - QUESTIONÁRIO

1) Em quais redes de ensino você trabalha?
(   ) Municipal   (   ) Estadual   (   ) Particular

2) Em quais séries/anos em que está trabalhando neste ano?

____

3) Em que séries você já trabalhou?

____

4) Há quantos anos você está formado? Há quantos anos você leciona?

____

5) Qual é a sua formação?

____

6) Você segue ou consulta os Parâmetros Curriculares Nacionais?

____

7) Você adota algum livro didático? Qual? Por quê?

____

8) Como você introduziria o ensino de frações? Em que série/ano?

____

9) Você usa algum tipo de material para esse ensino? Qual? Por quê?

____

10) Como você introduz a fração unitária? E a equivalência de frações?

____

11) Você relaciona a fração com alguma operação? Qual? Que tipo de relação? Se não, por quê?

____

12) Você usa fração em alguma situação do dia-a-dia? Se sim, quais e por quê? Se não, por quê?

____

13) Aponte três dificuldades que freqüentemente você encontra nos seus alunos quando ensina fração.

____

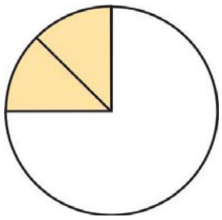
ANEXO B - PRÉ-TESTE

1) Que boa experiência você teve durante sua aprendizagem de frações?

____

____

2)Algumas pessoas comeram parte da torta representada abaixo, e restou o que está indicado na cor rosa. Represente, com um número, o tanto que foi comido. Qual "unidade" de medida você utilizou?



Resposta:____

____

3) Indique os números racionais que correspondem aos pontos marcados nos segmentos abaixo.

|_____________________|____| |____|____|____|

0   1   0   1/3

4) Você é capaz de encontrar 6/5 de um grupo de 15 pessoas? E se a fração solicitada fosse 1/2 como você faria essa representação? Esta fração corresponde a quantas pessoas?

Resposta:

____

____

5) Um aluno deu as respostas abaixo para quatro contas envolvendo frações:

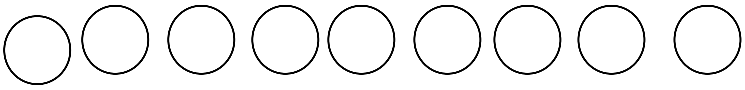
e)1/6 + 2/6 = 3/6
f)1/5 + 1/8 = 2/13
g)27/35 – 6/35 = 21/0
h)3/4 - 3/9 = 0/5

O que você lhe diria depois da correção?
Resposta:

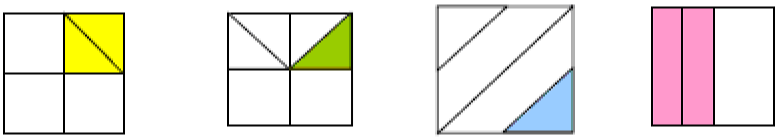
____

____

6) Circule 2/3 das bolinhas.



7) As figuras abaixo foram apresentadas para dois alunos que as identificaram como as frações como segue. Quais respostas você consideraria como certas e como explicaria essas respostas para os alunos.



Aluno (1)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	não é fração	$\frac{1}{2}$
Aluno (2)	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{1}$

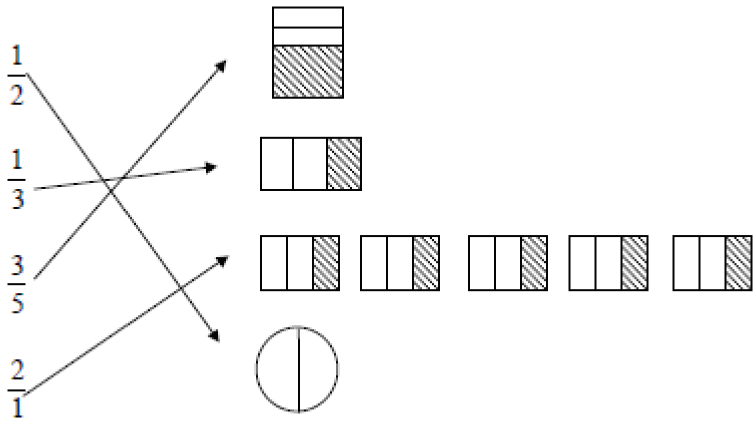
Resposta: ____

____

____

8) Foi dado para um aluno quatro frações para que ele relacionasse com algumas figuras. O resultado foi o seguinte:

<u>Frações</u> <u>Representações</u>



O que você comentaria com ele a respeito do seu trabalho?

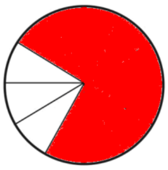
____

ANEXO C - PÓS-TESTE

1) Que boa experiência você teve durante as oficinas de trabalho com as frações?

____
____
____
____

2) Algumas pessoas comeram parte do bolo representado abaixo, e restou o que está indicado na cor branca. Represente, com um número, o tanto que foi comido. Qual "unidade" de medida você utilizou?



Resposta:____
____

3) Indique os números racionais que correspondem aos pontos marcados nos segmentos abaixo.

|______________________|_____| |_____|_____|_____|
0   1   0   1/3

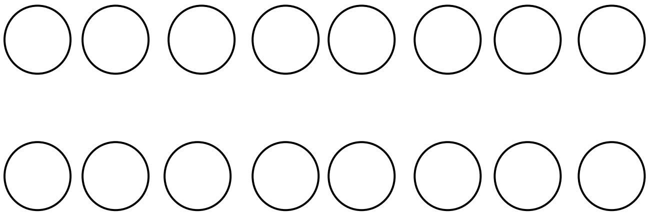
4) Determine 4/3 de um grupo de 15 pessoas. É possível representar 1/2 dessa quantidade de pessoas? Esta fração corresponde a quantas pessoas?

Resposta: ____

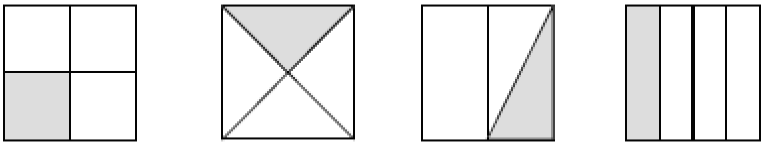
____

5) Um aluno deu as respostas abaixo para duas contas envolvendo frações:
c) 1/5 + 1/8 = 2/13
d) 3/4 - 3/9 = 0/5
O que você lhe diria depois da correção?
Resposta: ____

6) Circule 3/4 das bolinhas.

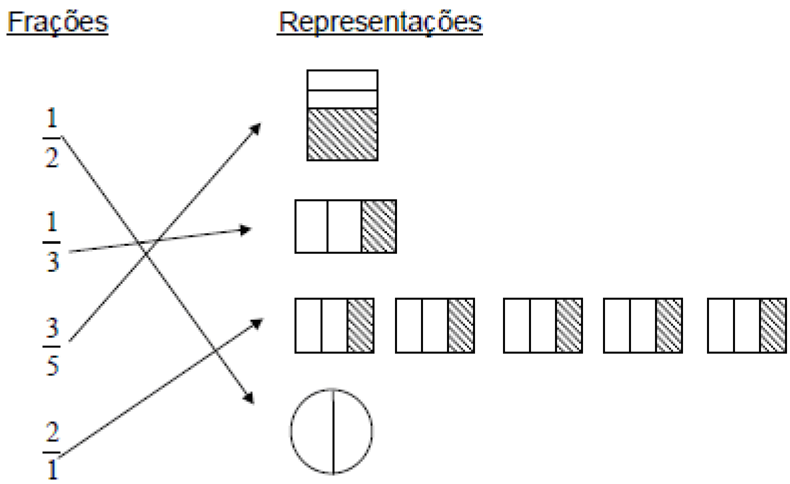


7) O que você pode falar sobre as partes pintadas abaixo?



Resposta:

8) Foi dado para um aluno quatro frações para que ele relacionasse com algumas figuras. O resultado foi o seguinte:



O que você comentaria com ele a respeito do seu trabalho?