

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
CURSO DE ENGENHARIA QUÍMICA

LEONARDO TITON

**MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROCESSO DE SECAGEM DE  
MADEIRA DE *Pinus taeda***

FRANCISCO BELTRÃO  
JULHO/2019

LEONARDO TITON

**MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROCESSO DE SECAGEM DE  
MADEIRA DE *Pinus taeda***

Trabalho de Conclusão de Curso do Curso  
de Engenharia Química da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná.  
Orientador: Prof. Dr. Douglas Junior Nicolin

FRANCISCO BELTRÃO  
JULHO/2019



**TERMO DE APROVAÇÃO**  
**Trabalho de Conclusão de Curso – TCC2**

**Modelagem matemática do processo de secagem de madeira de *Pinus taeda***

por

**Leonardo Titon**

Trabalho de Conclusão de Curso 2 apresentado às 09 horas e 00 min, do dia 03 de julho de 2019, como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso de Engenharia Química da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Francisco Beltrão. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho Aprovado (X) ou Reprovado ( ).

---

Coordenador do Curso e Professor  
Orientador  
Nome: Prof. Dr. Douglas Junior Nicolin

---

Membro da banca  
Nome: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Camila Nicola Boeri Di  
Domenico

---

Membro da banca  
Nome: Prof. Dr. Jonas Joacir Radtke

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.”

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente agradeço à Deus.

Aos meus pais, Zildo e Libera, e ao meu irmão Leandro, que sempre foram meus pilares na minha caminhada, nas conquistas e também no conforto nos momentos difíceis.

Aos meus amigos próximos e a Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Irede Angela Lucini Dalmolin, que sempre me deram apoio e incentivo para seguir em frente perante todas as dificuldades, meu muito obrigado.

Aos demais amigos, colegas, professores e todas as pessoas que de uma maneira ou outra contribuíram na minha vida acadêmica.

Ao meu orientador Prof. Dr. Douglas Junior Nicolin, pelo apoio, orientação, ensinamentos, paciência e dedicação na realização deste trabalho.

## RESUMO

O *Pinus taeda* é a espécie mais cultivada entre os pinus no Brasil, com área estimada em um milhão de hectares. Nativa dos Estados Unidos, no território brasileiro esta espécie se desenvolve bem em regiões de clima fresco e inverno frio, onde não há deficiência hídrica. Esta condição pode ser encontrada por todo o planalto das regiões Sul e Sudeste. Seu cultivo é destinado para a produção de celulose, papel, madeira serrada, chapas e madeira reconstruída. Dependendo da aplicação da madeira, é necessário que se faça a secagem da mesma, a fim de se atingir características desejadas como, por exemplo, teor de umidade e estabilidade dimensional. Dentre outras finalidades, o processo de secagem também é amplamente utilizado para fins de conservação de alimentos ou mesmo para redução da massa dos produtos a fim de diminuir custos relacionados ao transporte. Dada a importância desta operação unitária, é conveniente buscar informações acerca dos processos pertinentes a ela, tal como a variação da umidade em função do tempo. Por meio da modelagem, é possível estabelecer relações matemáticas entre as variáveis da cinética de secagem, sendo que vários estudos têm sido desenvolvidos com este intuito para diversos produtos. Neste contexto, o presente trabalho teve como objetivo modelar matematicamente a cinética de secagem de madeira de *Pinus taeda*, para as temperaturas de 70, 80 e 90°C, utilizando os modelos de Difusão, Page e de Dois Períodos. Os ajustes dos modelos aos dados experimentais foram feitos pelo método de Levenberg Marquardt, utilizando rotinas de programação elaboradas no software Scilab® versão 6.0.2. Os parâmetros dos modelos foram correlacionados com a temperatura e a escolha do modelo que melhor descreveu os dados experimentais da secagem se deu através da comparação do erro quadrático médio (MSE), coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e do erro médio relativo (P), sendo que o modelo de Dois Períodos foi o que obteve melhor performance.

**Palavras-chave:** Secagem de madeira. Modelagem matemática. *Pinus taeda*.

## ABSTRACT

The *Pinus taeda* is the most cultivated species among the pinus in Brazil, with an estimated area of one million hectares. Native of the United States, in the Brazilian territory this species develops well in regions of cool climate and cold winter, where there is not water deficiency. This condition can be found throughout the plateau of the South and Southeast regions. Its cultivation is destined to produce cellulose, paper, sawn wood, plates and reconstructed wood. Depending on the application of wood, it is necessary to dry the wood in order to achieve desired characteristics such as moisture content and dimensional stability. Among other purposes, the drying process is also widely used for food preservation purposes or even to reduce the mass of the products in order to reduce costs related to transportation. Given the importance of this unity operation, it is convenient to seek information about the processes pertinent to it, such as the variation of humidity as a function of time. Through mathematical modeling, it is possible to establish mathematical relationships between the variables of drying kinetics, and several studies have been developed for this purpose for several products. In this context, the present work aims to model mathematically the drying kinetics of *Pinus taeda* wood, at temperatures of 70, 80 and 90°C, using the Diffusion, Page and Two-Periods models. The model adjustments to the experimental data were made by the Levenberg Marquardt method, using programming routines elaborated in Scilab® software version 6.0.2. The parameters of the models were correlated with the temperature and the choice of the model that best described the experimental data of the drying was obtained through the comparison of mean square error (MSE), coefficient of determination ( $R^2$ ) and mean relative error (P), being that the Two-Periods model was the one that obtained better performance.

**Keywords:** Wood drying. Mathematical modeling. *Pinus taeda*.

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – <i>Pinus taeda</i>   | 15 |
| Figura 2 – Amostras de madeira de <i>Pinus taeda</i> utilizadas na secagem  | 26 |
| Figura 3 – Dados experimentais da cinética de secagem de madeira de <i>Pinus taeda</i> e curvas ajustadas com o modelo de Difusão para as temperaturas de 70, 80 e 90°C       | 31 |
| Figura 4 – Dados experimentais da cinética de secagem de madeira de <i>Pinus taeda</i> e curvas ajustadas com o modelo de Page para as temperaturas de 70, 80 e 90°C          | 33 |
| Figura 5 – Constante de secagem $k$ do modelo de Page estimada para as temperaturas de 70, 80 e 90°C  | 34 |
| Figura 6 – Dados experimentais da cinética de secagem de madeira de <i>Pinus taeda</i> e curvas ajustadas com o modelo de Dois Períodos para as temperaturas de 70, 80 e 90°C | 35 |
| Figura 7 – Tempo final de secagem $t_f$ estimado com o modelo de Dois Períodos para as temperaturas de 70, 80 e 90°C  | 36 |
| Figura 8 – Taxa inicial de secagem $N_0$ estimada com o modelo de Dois Períodos para as temperaturas de 70, 80 e 90°C   | 38 |

## LISTA DE TABELAS

|  |    |
|--|----|
| Tabela 1 – Valores para o coeficiente de difusividade efetiva da água em madeira de <i>Pinus taeda</i> , estimados com o modelo de Difusão para as temperaturas de 70, 80 e 90°C | 32 |
| Tabela 2 – Valores encontrados para o coeficiente $n$ do modelo de Page para as temperaturas de 70, 80 e 90°C  | 33 |
| Tabela 3 – Valores encontrados para a constante de secagem $k$ do modelo de Page para as temperaturas de 70, 80 e 90°C   | 34 |
| Tabela 4 – Valores encontrados para a constante de secagem $k$ do modelo de Page para as temperaturas de 70, 80 e 90°C   | 36 |
| Tabela 5 – Valores encontrados para a taxa inicial de secagem constante de secagem $N_0$ do modelo de Dois Períodos para as temperaturas de 70, 80 e 90°C                        | 37 |
| Tabela 6 – Valores de MSE, $R^2$ e P encontrados para os modelos de Difusão, Page e de Dois Períodos para as temperaturas de 70, 80 e 90°C                                       | 39 |



## LISTA DE SÍMBOLOS

|          |   |
|----------|---|
| $X$      | Razão de umidade (adimensional)   |
| $t$      | Tempo (min)   |
| $m$      | Massa da amostra (g)  |
| $m_0$    | Massa inicial da amostra (g)  |
| $m_E$    | Massa de equilíbrio da amostra (g)  |
| $z$      | Posição no eixo $z$ (cm)  |
| $D_{ef}$ | Coefficiente de difusividade efetiva – parâmetro do modelo de Difusão<br>( $\text{cm}^2\text{min}^{-1}$ ) |
| $L$      | Espessura da amostra (cm)   |
| $k$      | Constante cinética de secagem - parâmetro do modelo de Page ( $\text{min}^{-n}$ )                         |
| $n$      | Coefficiente do modelo de Page (adimensional)   |
| $N_0$    | Taxa inicial de secagem – parâmetro do modelo de Dois Períodos ( $\text{min}^{-1}$ )                      |
| $X_0$    | Razão de umidade inicial (adimensional)   |
| $X_E$    | Razão de umidade de equilíbrio (adimensional)   |
| $t_f$    | Tempo final de secagem – parâmetro do modelo de Dois Períodos (min)                                       |
| $\sigma$ | Tempo característico de secagem (min)   |
| $T$      | Temperatura de secagem ( $^{\circ}\text{C}$ )   |
| $a$      | Coefficiente angular de ajuste ( $^{\circ}\text{C}^{-1} \text{min}^{-1,44}$ )                             |
| $b$      | Coefficiente linear de ajuste ( $\text{min}^{-1,44}$ )  |
| $c$      | Coefficiente angular de ajuste ( $\text{min}^{\circ}\text{C}^{-1}$ )                                      |
| $d$      | Coefficiente linear de ajuste (min)   |
| $f$      | Coefficiente de ajuste exponencial ( $\text{min}^{-1}$ )  |
| $g$      | Coefficiente de ajuste exponencial ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )  |

## SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 INTRODUÇÃO</b>   | <b>12</b> |
| <b>2 OBJETIVOS</b>  | <b>14</b> |
| 2.1 OBJETIVO GERAL  | 14        |
| 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS   | 14        |
| <b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>  | <b>15</b> |
| 3.1 <i>Pinus taeda</i>  | 15        |
| 3.2 SECAGEM DA MADEIRA  | 16        |
| 3.3 HISTÓRIA DA SECAGEM DA MADEIRA  | 16        |
| 3.4 TIPOS DE SECAGEM DA MADEIRA   | 17        |
| 3.4.1 Secagem ao ar livre ou secagem natural  | 17        |
| 3.4.2 Secagem artificial  | 18        |
| 3.4.2.1 Secagem em estufa   | 18        |
| 3.5 FUNDAMENTOS DE SECAGEM DA MADEIRA   | 19        |
| 3.6 PRINCIPAIS FATORES QUE INFLUENCIAM A SECAGEM DA MADEIRA   | 21        |
| 3.7 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROCESSO DE SECAGEM DE MADEIRA  | 22        |
| 3.7.1 Modelos fenomenológicos   | 22        |
| 3.7.2 Modelos empíricos   | 23        |
| 3.7.3 Modelos semi-teóricos ou semi-empíricos   | 24        |
| <b>4 METODOLOGIA</b>  | <b>25</b> |
| 4.1 COLETA E PREPARAÇÃO DAS AMOSTRAS  | 25        |
| 4.2 PREPAROS PRÉ-SECAGEM DAS AMOSTRAS   | 25        |
| 4.3 SECAGEM DAS AMOSTRAS E COLETA DOS DADOS EXPERIMENTAIS   | 26        |
| 4.4 ESTRATIFICAÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS  | 27        |
| 4.5 MODELOS MATEMÁTICOS EMPREGADOS PARA A MODELAGEM DO<br>PROCESSO DE SECAGEM DE MADEIRA DE <i>Pinus taeda</i>      | 27        |
| 4.6 AJUSTE DOS PARÂMETROS DOS MODELOS   | 30        |
| 4.6.1 Implementação dos dados experimentais no <i>software</i> Scilab®  | 30        |
| 4.6.2 Cálculo do erro quadrático médio (MSE), coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e do<br>erro médio relativo (P) | 30        |
| <b>5 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b>  | <b>31</b> |
| <b>6 CONCLUSÃO</b>  | <b>40</b> |
| <b>REFERÊNCIAS</b>  | <b>41</b> |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>APÊNDICE A – Dados cinéticos experimentais da secagem de madeira de <i>Pinus taeda</i> para a temperatura de 90°C</b> | <b>46</b> |
| <b>APÊNDICE B – Dados cinéticos experimentais da secagem de madeira de <i>Pinus taeda</i> para a temperatura de 80°C</b> | <b>48</b> |
| <b>APÊNDICE C – Dados cinéticos experimentais da secagem de madeira de <i>Pinus taeda</i> para a temperatura de 70°C</b> | <b>50</b> |
| <b>APÊNDICE D – Dados experimentais da razão de umidade média para as temperaturas de 70, 80 e 90°C</b>                  | <b>52</b> |
| <b>APÊNDICE E – Rotinas computacionais empregadas no <i>software</i> Scilab® para o modelo de Difusão</b>                | <b>54</b> |
| <b>APÊNDICE F – Rotinas computacionais empregadas no <i>software</i> Scilab® para o modelo de Page</b>                   | <b>57</b> |
| <b>APÊNDICE G – Rotinas computacionais empregadas no <i>software</i> Scilab® para o modelo de Dois Períodos</b>          | <b>60</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Os processos naturais ou criados pela humanidade podem ser descritos de modo sucinto quanto às suas características e peculiaridades. Essa é, porém, uma descrição superficial dos fenômenos físicos e químicos que ali ocorrem. Em muitas atividades e processos industriais, em que uma maior precisão na operação de algum equipamento ou fabricação de um produto é requerida, é de fundamental importância que haja conhecimento prévio e que todos os parâmetros envolvidos possam ser determinados e permaneçam sobre controle, como por exemplo o aquecimento (SAKAI e MAO, 2006).

Nesse contexto, surgem formas de descrição dos fenômenos presentes nos mais variados processos, como, por exemplo, a elaboração de mecanismos e também a descrição por meio de modelos matemáticos.

As operações de desidratação ou secagem são processos importantes nas indústrias química e alimentícia, bem como o armazenamento de grãos e outros produtos biológicos. Uma prática usual é reduzir o teor de umidade dos produtos agrícolas para um nível seguro de armazenamento pós-colheita (BARBOSA DE LIMA et al, 2016).

A secagem consiste em um complexo processo, que envolve a transferência de calor e massa entre o ar de secagem e o produto a ser seco, na qual o aumento da temperatura provoca o aumento da pressão parcial de vapor no produto, provocando a redução no teor de água (LORENZI e MATOS, 2002).

Durante a secagem, há uma diferença entre a umidade localizada na superfície e dentro do produto. A superfície que está em contato direto com o ar tende a secar mais do que a parte central. Assim, o produto passa por transformações e, portanto, vários estudos foram feitos para determinar a melhor maneira de realizar tal processo. A análise neste caso é feita a partir de experimentos e/ou simulações usando um determinado modelo matemático (BARBOSA DE LIMA et al, 2016).

Para o estudo de sistemas de secagem, desenvolvimento e aperfeiçoamento de equipamentos, dimensionamento, otimização e determinação da viabilidade da aplicação comercial, são de fundamental importância a simulação e a obtenção de informações teóricas a respeito do comportamento de cada produto durante a remoção da umidade. Quanto à simulação, utilizam-se modelos matemáticos que

representam satisfatoriamente sua perda de água, durante a secagem (MENEGETTI et al, 2012).

Um modelo matemático, segundo Bassanezi (2011), “é quase sempre um sistema de equações ou inequações algébricas, diferenciais, integrais, etc., obtido através de relações estabelecidas entre as variáveis consideradas essenciais ao fenômeno em análise”. Para Gonçalves (2010), um modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procuram traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real.

Com o aumento da complexidade de um processo, haverá uma maior necessidade de técnicas de análise dos problemas associados com seu projeto e operação. Para um mesmo sistema, existem vários modelos matemáticos, cada um ajustado para resolver um problema particular associado ao sistema, onde o grau de detalhamento requerido depende do problema a ser resolvido e da quantidade de dados disponíveis. Quanto mais acurada for a descrição de um processo químico, o conjunto de equações resultantes será maior e mais difícil de tratar (JUNIOR; FILHO, 2016). Mesmo sendo possível a resolução das mesmas, cabe ao analista fazer o uso de julgamentos de engenharia afim de reduzir as equações para um conjunto menos complexo, que na prática resultará em soluções dentro da precisão dos dados proporcionados (SECCHI, 1995).

A utilização de modelos matemáticos no processo de secagem de madeira vem sendo aplicada para melhorar programas de secagem, permitindo a redução de custos, do consumo de energia, do tempo e de defeitos no produto (MELLADO, 2007), ou seja, o estudo desses modelos é importante para o correto dimensionamento de secadores, previsão da taxa de secagem, melhoria das condições de secagem e avaliação da qualidade do processo (NASCIMENTO et al, 2015).

Neste contexto, o presente trabalho busca modelar matematicamente a cinética de secagem da madeira de *Pinus taeda* através dos modelos de Difusão, de Page e de Dois Períodos, para diferentes condições de temperatura de secagem.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral do presente trabalho é descrever matematicamente o comportamento da curva de secagem da madeira de *Pinus taeda*, extraída de uma propriedade rural localizada no sudoeste do Estado do Paraná.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Coletar amostras de madeira de *Pinus taeda* cultivada em uma área de reflorestamento;
- Realizar a coleta de dados experimentais da cinética de secagem da madeira de *Pinus taeda*;
- Analisar o comportamento da cinética de secagem da madeira de *Pinus taeda*;
- Ajustar os modelos de Difusão, de Page e de Dois Períodos aos dados experimentais, determinando seus parâmetros;
- Comparar os dados experimentais com os valores estimados com o modelo;
- Relacionar os parâmetros ajustados aos modelos com a temperatura de secagem;
- Verificar qual dos três modelos melhor descreve os dados experimentais.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 3.1 *Pinus taeda*

O *Pinus taeda* (Figura 1) é uma espécie de pinheiro nativa dos Estados Unidos, a qual apresenta casca marrom-avermelhada, fendidas com cristas escamosas. De folhas finas e agudas, possuem madeira resinosa e podem atingir mais de vinte metros de altura (BENTEC, 2019).

Figura 1 – *Pinus taeda*



Fonte: The forest time (2019).

Esta espécie se desenvolve bem em regiões de clima fresco e inverno frio, com solo bem drenado, onde não haja deficiência hídrica, condições estas encontradas por todo o planalto das Regiões Sul e Sudeste (EMBRAPA, 2019; XAVIER, 2009).

Dentre as espécies de pinus cultivadas no Brasil, o *Pinus taeda* é o que apresenta maior área plantada, compreendendo cerca de um milhão de hectares, no planalto da região Sul do país (EMBRAPA, 2019). A escolha desta espécie é favorecida pelo fato dela apresentar boas características de conversão mecânica em chapas e madeira serrada, menor teor de resina contida na madeira e excelentes qualidades das fibras de sua madeira. A sua utilização comercial abrange produção de celulose, papel, madeira serrada, chapas e madeira reconstituída (SBS, 2008).

### 3.2 SECAGEM DA MADEIRA

A secagem da madeira consiste no processo em que é feita a redução da umidade do produto, com o objetivo de atingir um teor de umidade pré-determinado, no menor tempo possível, com o mínimo de defeitos e de forma que seja economicamente viável ao uso que se propõe (MARTINS, 1988).

A secagem é uma importante fase do processo de transformação da madeira, pois propicia a melhoria de características de trabalhabilidade e variação dimensional e biodegradação (LOUZADA et al, 2002). Severo (2000), indica que a principal razão para secagem da madeira está em assegurar que a madeira seja dimensionalmente estável o quanto antes de seu uso em uma estrutura ou item manufaturado.

Segundo Hart (1965), a secagem de madeiras pode ser definida do ponto de vista físico como um balanço dinâmico entre a transferência de calor do ar de secagem para a madeira, a evaporação superficial, difusão de umidade através da madeira e o fluxo de massa da água capilar.

A secagem é vista atualmente como um elemento vital a ser agregado ao processamento da madeira sólida, existindo assim uma forte ênfase na melhoria da qualidade de secagem assim como na redução de seus custos (SEVERO, 2000).

### 3.3 HISTÓRIA DA SECAGEM DA MADEIRA

Os primeiros registros que se têm é que a secagem de madeira inicialmente era feita ao ar livre. Porém isso mudou com a percepção da importância comercial, industrial e econômica da madeira, sendo que este método tendeu a ser substituído quando o volume de produção de madeira serrada aumentou. Requisitos de qualidade passaram a ser solicitados pela indústria madeireira, assim como o tempo passou a ser um fator limitante para que a demanda fosse atendida. Entretanto, estudos indicam que a junção da secagem da madeira ao ar livre com a secagem em estufas seja o caminho para a obtenção de produtos de qualidade e livre de defeitos (SANTOS, 2012).

De acordo com Santos (2012), o primeiro registro de uma instalação técnica para aceleração do processo de secagem ocorreu no século XVIII, quando em 1777, Duhamel du Monceau aplicou calor em pilhas de madeira para otimizar o tempo de secagem. Ainda segundo Santos (2012), como não havia energia elétrica e nem



motores para o funcionamento de ventiladores, não se tinha circulação forçada de ar, deste modo a secagem se dava por convecção natural, obtendo resultados razoáveis.

Tiemann (1926), previa que um campo futuro para a utilização da secagem artificial de madeira estava na possibilidade de concentração de áreas de plantio e corte e também na utilização de espécies até então não tocadas.

Segundo Alzueta (1942), nos primórdios da utilização de estufas as peças de madeira eram submetidas à ação direta ou indireta de calor em um único lugar, o que ocasionava a não uniformidade de temperatura dentro da estufa e por consequência algumas peças secavam primeiro que as outras.

Nas primeiras décadas do século XX, surgiram os primeiros ventiladores elétricos, que propiciaram a circulação forçada de ar, e conseqüentemente, o aumento na velocidade de secagem. Os tipos mais modernos que se tem hoje em dia foram introduzidos somente em 1950. O avanço da tecnologia que envolve as câmaras de secagem ao longo do tempo despertou euforia para os fabricantes, pois poderiam até substituir os operadores com ajustes independentes e controladores automáticos. Porém este entusiasmo logo desapareceu devido à complexidade do processo de secagem combinada com a grande variabilidade das propriedades das madeiras, o que fez com que seja quase impossível encontrar uma fórmula universal com parâmetros relevantes e precisão suficiente para controlar o processo de secagem (SANTOS, 2012).

O grande desafio é buscar alternativas de processos e de técnicas que sejam economicamente viáveis, que permitam a obtenção de madeira seca com as características de qualidade exigidas pelo mercado no menor tempo possível, com redução nos custos de processamento (LIEBL, 2017).

### 3.4 TIPOS DE SECAGEM DA MADEIRA

#### 3.4.1 Secagem ao ar livre ou secagem natural

A secagem ao ar livre consiste em expor a madeira à ação dos fatores climáticos locais (REZENDE, 2010) e seu principal objetivo é retirar o máximo possível de água da madeira, sem a necessidade de se obter baixos teores de umidade (SANTINI, 1992).

Na secagem natural, para a maioria das espécies, ocorre perda da metade de umidade nos primeiros 30 dias, sendo o restante eliminado a um tempo de três a cinco vezes maior, permanecendo a madeira sob as mesmas condições de exposição (LIEBL et al, 2017).

Como o ar úmido pesa mais do que o ar seco, a pilha de madeira deve ser organizada de 30 cm a 50 cm do solo para que se possibilite a circulação de ar por debaixo da mesma. Convém-se também fazer a proteção da pilha com uma cobertura, para evitar possíveis danos referentes à chuva e também à exposição direta ao sol (PEÑAS e ROJAS, 2006).

A secagem ao ar livre economiza gastos com energia e reduz a capacidade requerida em um posterior processo de secagem artificial. Limitações da secagem ao ar livre são geralmente estão associadas à falta de controle do processo. A taxa de secagem é muito lenta durante os meses frios, ao passo que, ventos quentes e secos podem aumentar as perdas por degradação resultando em danos severos à superfície, que podem também afetar o resultado de cortes finais (FOREST PRODUCTS LABORATORY, 2010).

#### 3.4.2 Secagem artificial

O processo de secagem artificial consiste em criar condições de pressão, temperatura e umidade, a fim de propiciar a transferência de calor e massa, diminuindo o tempo de secagem do produto (PEÑAS e ROJAS, 2006). Geralmente envolve aplicação de calor, que pode ser realizada pela passagem forçada de ar aquecido (convecção) através do produto, condução indireta do calor por meio de uma superfície de metal, aplicação de pressões negativas (vácuo), utilização de radiação infravermelha e energia de micro-ondas (NASCIMENTO, 2014).

Embora existam vários métodos comerciais de secagem na indústria de produtos de madeira, o método mais utilizado é a secagem em estufa (KORKUT, 2013).

##### 3.4.2.1 Secagem em estufa

Esta operação é realizada em uma câmara de secagem denominada estufa, que é especialmente construída a fim de se evitar perdas de calor. A madeira é

empilhada adequadamente em seu interior, onde há ventiladores que fazem com que o ar circule (PEÑAS e ROJAS, 2006).

Com a ajuda de dispositivos de aspersão, pode-se injetar vapor d'água na estufa de secagem a fim de controlar a umidade relativa do ar necessária dentro da mesma (NUTSCH, 1996)

Neste método, as programações de secagem geralmente contêm quatro etapas: aquecimento, secagem, condicionamento e resfriamento. Na câmara de secagem, a mistura de vapor de ar e água é utilizada a uma temperatura máxima de 100°C. A temperatura de operação geralmente varia entre 40 e 90°C (KORKUT, 2013).

### 3.5 FUNDAMENTOS DE SECAGEM DA MADEIRA

Durante o processo de secagem ocorrem simultaneamente a transferência de calor e massa, de forma que o calor é transferido para a amostra ocasionando redução da sua umidade na medida em que aquece. O equilíbrio é alcançado quando não há alterações significativas na temperatura da amostra, encerrando a transferência de calor. Já a transferência de massa, ocorre devido à pressão de vapor da amostra ser maior que a do ar, assim a umidade presente na mesma é transferida para o seu entorno até que haja equilíbrio entre as pressões de vapor dentro e fora da amostra (NASCIMENTO, 2014).

Segundo Garbe (2006), no processo de secagem da madeira, interessa apenas a movimentação da água no sentido da desorção ou perda, que pode ser estudado sob dois aspectos principais: movimentação da água capilar e da água higroscópica.

Com exceção da sucção capilar quando a madeira é parcialmente submersa ou em contato direto com a água líquida, o transporte de umidade dentro do sistema poroso está fortemente ligado à difusão de vapor. Embora o transporte de água líquida como fluxo capilar pode ser significativo em casos de capilares longos, o fenômeno é de pouca relevância. Em madeiras de clima temperado sem contato direto com água líquida, vapor d'água está presente no sistema poroso de madeira (ENGELUND, 2013).

Durante a secagem, pode-se dizer que os mecanismos de movimentação por difusão de vapor d'água e de água higroscópica e capilar são realizados de forma

simultânea (SUSIN, 2012). A difusão da água higroscópica ocorre até o instante em que a molécula de água atinge a cavidade celular. Quando isto acontece, a água no estado gasoso, começa a se movimentar por difusão através do ar contido no lume. Durante o seu percurso para a superfície da madeira, a água é novamente adsorvida por uma outra parede celular, para então ocorrer outra vez o mecanismo de difusão da água higroscópica (ANDRADE, 2000).

Embora a água possa ser evaporada dentro de uma placa de madeira, apenas uma fração menor deixa a mesma passando por poros enquanto permanece na fase gasosa (STAMM, 1967). A maior parte da umidade é repetidamente adsorvida e evaporada ao passar pelas paredes das células, no caminho para a última parede celular na superfície. Como consequência, muita água tem que passar pelas paredes celulares da superfície da placa e evaporar uma última vez. Dessa forma, as paredes celulares da superfície da placa devem manter um teor de umidade acima do teor de umidade de equilíbrio, desde que a água esteja evaporando dentro da placa (SCHEEPERS et al, 2017).

Enquanto a água é evaporada na parede celular da superfície, a superfície deve manter uma temperatura mais baixa do que a temperatura de bulbo seco por causa do calor necessário para a evaporação. Quanto mais água houver na parede celular da superfície, mais evaporação ocorre, e menor é a temperatura da superfície (SCHEEPERS, 2017).

A água na madeira se movimenta de regiões de alta umidade para aquelas de baixa umidade, implicando que a parte externa da madeira deve estar mais seca do que seu interior para que ocorra a secagem (SUSIN, 2012).

O gradiente de umidade durante o início da secagem faz com que a madeira esteja sob tração na superfície e compressão no interior. Isto se observa quando a madeira da superfície, além de estar abaixo do ponto de saturação das fibras, está com menor teor de umidade que a do interior da madeira (GARBE, 2006).

A quantidade de água extraída em um determinado intervalo de tempo, em relação à área de evaporação da madeira, é denominada taxa de secagem (SANTINI, 1980). Por meio da taxa de secagem pode-se determinar o tempo de secagem de uma madeira, desde o início do processo até o seu final (SUSIN, 2012).

Segundo Zanuncio (2017), a taxa de secagem ao longo do tempo é heterogênea devido às diferentes relações entre água e madeira, o que dificulta seu controle. A água presente nos espaços vazios é conectada à madeira por conexões

capilares fracas, formando a água livre ou água capilar (SKAAR, 1988). A água retida na parede celular por ligações de hidrogênio é denominada de água de adsorção, sendo sua remoção lenta e requerente de mais energia devido à força de sua conexão com a madeira (ENGELUND et al., 2013). Por fim, a água de constituição só pode ser removida após a degradação completa da madeira (SKAAR, 1988).

Em um produto higroscópico, é estabelecida sobre a sua superfície uma camada delgada de ar que constitui um micro-clima. Este tem suas condições de estado reguladas pela temperatura e teor de umidade do produto. Uma das propriedades deste micro-clima é umidade relativa. O ar presente nas vizinhanças do produto, também possui a sua umidade relativa, que está relacionada à quantidade de vapor diluída no ar, podendo não possuir vapor de água diluído (0%) ou estar em seu estado máximo de saturação (100%) (SILVA, 2004).

A transferência de calor do ar para a superfície da madeira se dá por convecção, enquanto a transferência de calor para o interior da madeira ocorre por condução (ANDRADE, 2000).

A evaporação superficial e a transferência de calor são controladas por condições externas enquanto o movimento de umidade do interior até a superfície da madeira é controlado principalmente por propriedades da madeira como a massa específica e a permeabilidade (GALVÃO; JANKOWSKY, 1985).

### 3.6 PRINCIPAIS FATORES QUE INFLUENCIAM A SECAGEM DA MADEIRA

O processo de secagem da madeira é um fenômeno complexo não-linear que depende de vários fatores, como a umidade - o teor de umidade ou teor de água, corresponde à relação percentual entre a massa de água presente e a massa total do produto (SILVA, 2004) -, velocidade do ar e temperatura. Tal complexidade também está relacionada às propriedades microestruturais do material. A madeira é um material extremamente heterogêneo, pois suas propriedades podem depender significativamente de fatores como umidade, condições de crescimento, de corte, de armazenamento etc (ZADIN et al, 2015).

Segundo Susin (2012) a secagem convencional é influenciada por fatores da própria madeira, como a massa específica, estrutura anatômica, teor de umidade e espessura e às condições do ambiente em que a madeira está condicionada, como a

temperatura da câmara de secagem, umidade relativa do ar, velocidade do ar e potencial de secagem do programa empregado.

A massa específica está diretamente relacionada com a espessura da parede celular e inversamente proporcional com o volume do lume. Nesse contexto, madeiras mais densas possuem maior quantidade de água higroscópica, cuja movimentação se dá de forma mais lenta. Já uma menor massa específica, implica em maior quantidade de água no estado líquido, cuja movimentação depende principalmente do raio dos capilares, através dos quais verifica-se o escoamento do fluido. Portanto, madeiras mais densas e peças com maior espessura, requerem mais tempo para reduzir seu teor de umidade (ANDRADE, 2000).

Ao passo que a temperatura está relacionada com o fornecimento de energia para a evaporação da água, a umidade relativa está relacionada com a capacidade do ar em receber maior ou menor quantidade de vapor d'água e também com a remoção da água da superfície da madeira. Desta forma, quanto menor a umidade relativa do ar, maior a quantidade de água que o ar pode conter (GALVÃO e JANKOWSKY, 1985).

Ao início da secagem, quando a madeira está com elevado teor de umidade, o fator mais importante é a transferência de calor do ambiente para a superfície. Com a perda de umidade da madeira, a transferência de calor da superfície para o interior torna-se o fator limitante, sendo por esse motivo que elevadas velocidades de ar são mais importantes durante a fase inicial de secagem do que na fase final (ANDRADE, 2000).

As camadas superficiais cedem água para o ar que as envolvem, sendo que, quanto mais alta for a temperatura, menor a umidade relativa e quanto maior a velocidade de deslocamento do ar, mais rápida tende a ser a secagem (SUSIN, 2012).

Andrade (2000) cita a influência de outros fatores na secagem da madeira, como por exemplo a permeabilidade, a direção estrutural, a grã e a textura.

### 3.7 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROCESSO DE SECAGEM DE MADEIRA

#### 3.7.1 Modelos fenomenológicos

A modelagem matemática da secagem é complexa haja vista que além de considerar que ocorrem simultaneamente processos de transferência de calor e

massa, os mesmos devem ser ajustados para o formato do produto e tipo de secagem. Alguns modelos acoplam por exemplo, na difusão a representação de mecanismos de transferência de água, tais como: fluxo capilar (difusão em fase líquida), migração de umidade da camada adsorvida, vaporização-condensação e difusão de vapor no ar (NASCIMENTO et al, 2015).

Enquanto o movimento uniforme do ar é um dos pré-requisitos de uma secagem bem-sucedida, o fluxo de ar deve ser acoplado ao transporte de calor e umidade e à secagem cinética para obter a descrição final do processo. O transporte de umidade no ar é fortemente influenciado pelo transporte de calor (ZADIN et al, 2015).

Para simular o processo de secagem na microestrutura de madeira, vários modelos possíveis podem ser usados, entre eles o modelo de difusão, o modelo multifásico (ZADIN et al, 2015). Outros autores também fizeram propostas de modelos, como Turner e Ferguson (1995) considerando a madeira um material poroso isotrópico; Di Blasi (1998) detalhando a transferência de umidade na secagem de partículas de madeira a altas temperaturas; e Pang (2002) testando três modelos matemáticos diferentes para simular a secagem de madeira em estufas, sendo um modelo de secagem de placa única, um modelo de secagem de forno e um modelo de estresse de secagem.

### 3.7.2 Modelos empíricos

De acordo com Mellado (2007), a maior parte dos modelos matemáticos utilizados tem sido empíricos, representando a relação de causa-efeito sem estar embasados nos fenômenos envolvidos no processo. Desta forma, o fenômeno pode ser representado por uma equação diferencial ordinária ou uma equação diferencial parcial, podendo ou não ter solução analítica. Caso não tenha uma solução analítica, deve-se usar uma solução numérica, como por exemplo soluções de diferenças finitas, elementos finitos e volumes finitos (FRANÇA, 2011).

Os modelos empíricos de secagem apresentam relação direta entre a umidade do produto e o tempo de secagem. A sua utilização implica na negligência dos fundamentos do processo de secagem, e seus parâmetros não possuem qualquer significado físico. Deste modo, os modelos empíricos não fornecem uma perspectiva dos importantes processos que ocorrem durante a secagem, embora possam

descrever as curvas de secagem para determinadas condições experimentais (GONELI et al, 2004).

### 3.7.3 Modelos semi-teóricos ou semi-empíricos

Os modelos semi-teóricos ou semi-empíricos buscam harmonia entre a teoria e a facilidade de uso, ou seja, não refletem toda a complexidade do fenômeno com o intuito de simplificar a aplicação. Em geral, tais modelos são baseados na Lei de Newton para resfriamento aplicada à transferência de massa, presumindo-se que durante a secagem as condições sejam isotérmicas e que a resistência à transferência de umidade se restrinja apenas à superfície do produto (JÚNIOR e CORRÊA, 1999; MARTINAZZO et al., 2007).



## 4 METODOLOGIA

### 4.1 COLETA E PREPARAÇÃO DAS AMOSTRAS

Foi feito o corte de uma árvore adulta da variedade *Pinus taeda* de uma propriedade rural da cidade de Francisco Beltrão-PR, sendo que todas as amostras utilizadas no experimento são oriundas desta mesma árvore. As amostras foram cortadas de tal forma que as medidas de comprimento e largura fossem iguais, sendo aproximadamente 10 cm. A espessura das amostras foi padronizada em aproximadamente 0,5 cm.

A escolha deste formato para as amostras, foi para simular o que ocorre na secagem de uma tábua, onde pela diferença no tamanho das áreas, a transferência de massa se dá majoritariamente na direção perpendicular à área maior, podendo ser assim aproximado a um fluxo de massa unidimensional.

Com motivo de duplicata, as amostras foram selecionadas de duas em duas, com o critério de maior semelhança visual de espessura e então acondicionadas em embalagem plástica vedada e armazenadas sob refrigeração até o momento da secagem.

### 4.2 PREPAROS PRÉ-SECAGEM DAS AMOSTRAS

O equipamento utilizado na secagem das amostras foi uma estufa de secagem e esterilização modelo Luca-80/150, com controlador automático de temperatura PID. O equipamento foi ligado e a temperatura do set point ajustada para cada experimento. As temperaturas utilizadas foram de 70, 80 e 90°C.

Para a realização da coleta dos dados cinéticos da secagem da madeira para cada uma das temperaturas testadas, as amostras foram retiradas da geladeira e ainda dentro da embalagem plástica selada, deixadas cerca de 20 minutos expostas à temperatura ambiente para que se atingisse o equilíbrio térmico com o meio.

Foram então removidas as amostras da embalagem plástica e dispostas cada uma sobre uma placa de petri (conforme Figura 2) com massas previamente aferidas em balança semi analítica com precisão de 2 casas decimais.

Figura 2 – Amostras de madeira de *Pinus taeda* utilizadas na secagem



Fonte: Autoria própria (2019).

#### 4.3 SECAGEM DAS AMOSTRAS E COLETA DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Quando a temperatura da estufa atingiu o valor desejado, pôde-se iniciar o processo de secagem. A primeira temperatura de secagem utilizada foi de 90°C. O procedimento utilizado foi o seguinte:

- As amostras, foram identificadas como amostra 1 e amostra 2.
- A amostra 1 foi pesada para obter sua massa inicial, colocada na estufa e iniciou-se a contagem do tempo de secagem.
- A amostra 2 foi então pesada e colocada na estufa 30 segundos após a amostra 1, iniciando-se o tempo de secagem para essa amostra.
- As próximas pesagens foram feitas com aumento gradual do tempo, (conforme indicado no Apêndice A), sendo que a pesagem da amostra 2 sempre foi feita 30 segundos mais tardiamente à pesagem da amostra 1.
- Quando as massas das amostras já não sofriam mais variação significativa, foi cessado o processo de secagem.

O mesmo procedimento foi repetido para as temperaturas de 80 e 70°C. Os tempos de coleta dos dados estão presentes nos Apêndices B e C, respectivamente.

A escolha de se pesar a amostra 2, trinta segundos após a pesagem da amostra 1 se deu pelo fato de assim se ter um tempo hábil entre as pesagens, obtendo desta forma o real tempo de secagem da segunda amostra com maior facilidade.

Os pontos iniciais de coleta possuem maior frequência (conforme indicado nos Apêndices A, B e C) devido ao fato de que no começo da secagem a taxa de transferência de massa da água para o meio tende a ser maior, sendo assim, um maior número de pontos é desejável para uma boa representação da secagem.

#### 4.4 ESTRATIFICAÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Para a modelagem da curva de secagem da madeira, optou-se por utilizar dados adimensionalizados. No processo de adimensionalização, foram retiradas as médias das massas das amostras 1 e 2 para as temperaturas de 90 e 80°C. Com os valores médios foram então, calculadas as razões de umidade  $X(t)$  através da Equação 1, onde foram utilizados valores de massa para aproximação do cálculo.

$$X(t) \approx \frac{m(t) - m_E}{m_0 - m_E} \quad (1)$$

sendo:  $X(t)$  a razão de umidade durante o tempo  $t$ ,  $m(t)$  a massa da amostra durante o tempo  $t$ ,  $m_0$  a massa inicial da amostra e  $m_E$  a massa de equilíbrio da amostra.

Durante a análise dos dados notou-se que os pontos experimentais da amostra 1 para a temperatura de 70°C não seguiram um comportamento esperado, passando a obter valores de razões de umidade menores do que os obtidos pelas amostras de 80°C, indicando que a transferência de massa seria maior para uma temperatura mais amena, o que não é verdade quando se têm as demais condições do processo iguais. Isto ocorreu pelo fato de que esta amostra possuía espessura ligeiramente menor que as demais, favorecendo assim a transferência de massa e explicando o comportamento anômalo registrado. Portanto, para a temperatura de 70°C foram utilizados apenas os dados da amostra 2 para o cálculo da razão de umidade através da Equação 1. Os dados de razão de umidade das amostras estão dispostos no Apêndice D.

#### 4.5 MODELOS MATEMÁTICOS EMPREGADOS PARA A MODELAGEM DO PROCESSO DE SECAGEM DE MADEIRA DE *Pinus taeda*

Para fazer a modelagem matemática dos dados experimentais de secagem do *Pinus taeda*, foram utilizados três modelos matemáticos, sendo eles um fenomenológico (modelo de Difusão) e dois empíricos (modelo de Page e modelo de Dois Períodos).

A remoção de água durante a secagem muitas vezes apresenta-se como um processo controlado pela difusão. Um modelo simplificado é dado a partir da Segunda Lei de Fick da Difusão, conforme a Equação 2, onde  $z$  é a posição neste eixo e  $D_{ef}$  corresponde ao coeficiente de difusividade efetiva. Este parâmetro representa a difusividade observada para o processo, que calcula a média das alterações nas propriedades do material durante a secagem (SIMPSON et al, 2012).

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D_{ef} \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} \quad (2)$$

Assumindo geometria do material como sendo uma placa plana, concentração inicial de água homogênea, considerando simetria do material e a concentração de água superficial como condição de contorno, é possível obter uma solução para a Equação 2, que é apresentada na Equação 3, onde  $L$  é a espessura do material a ser secado.

$$X(t) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2n+1)} e^{-D_{ef} \left( \frac{(2n+1)\pi}{L} \right)^2 t} \right] \quad (3)$$

O modelo de Page é uma expressão modificada de um modelo exponencial, muito utilizada para representar a mudança observada na umidade de produtos durante experimentos de secagem, tal como cana-de-açúcar (GOYALDE et al, 2009), amendoim (ARAUJO et al, 2017), feijão (MORAIS et al, 2013), dentre outros. A expressão matemática que representa este modelo é dada pela Equação 4.

$$X(t) = e^{-kt^n} \quad (4)$$

O outro modelo empírico utilizado tem como partida a Equação 5. O primeiro termo do lado direito desta equação, representa o primeiro período do processo de secagem, o qual é relativamente longo e é caracterizado por uma taxa de secagem constante  $N_0 = dX/dt$ . O segundo termo, considera o transporte difusivo não-estacionário de umidade em macroescala, representando o segundo período do processo de secagem (EFREMOV, 2013).

$$\frac{X(t)}{X_0} = \left(1 - N_0 \frac{t}{X_0}\right) + \frac{N_0 \sigma \sqrt{\pi}}{2 X_0} \operatorname{erfc}\left(\frac{t_f - t}{\sigma}\right) \quad (5)$$

sendo:  $N_0$  a taxa inicial de secagem,  $X_0$  a razão de umidade no tempo  $t = 0$ ,  $t_f$  o tempo final de secagem,  $\sigma$  o tempo característico de secagem e  $\operatorname{erfc}$  a função erro complementar.

Aplicando na Equação 5 a consideração de que a razão de umidade contida no final do processo de secagem se aproxima de um valor de equilíbrio  $X_E$ , obtém-se uma expressão para o tempo característico de secagem  $\sigma$ , dado pela Equação 6. Substituindo esta expressão na Equação 5, obtém-se a Equação 7.

$$\sigma = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( t_f - \frac{X_0 - X_E}{N_0} \right) \quad (6)$$

$$\frac{X(t)}{X_0} = 1 - \frac{N_0}{X_0} \left[ t - \left( t_f - \frac{X_0 - X_E}{N_0} \right) \operatorname{erfc}\left( \frac{N_0 \sqrt{\pi}}{2} \cdot \frac{t_f - t}{N_0 t_f - X_0 + X_E} \right) \right] \quad (7)$$

Da Equação 1, têm-se que o valor de razão de umidade experimental para o tempo igual a zero sempre assume o valor da unidade ( $X_0 = 1$ ). Por outro lado, o valor de razão de umidade experimental para o tempo final de secagem sempre assume o valor igual a zero ( $X_E = 0$ ). Desta forma, a Equação 7 pode ser simplificada, resultando na Equação 8, a qual foi utilizada para a modelagem matemática da secagem de madeira de *Pinus taeda* pelo modelo de Dois Parâmetros.

$$X(t) = 1 - N_0 \left[ t - \left( t_f - \frac{1}{N_0} \right) \operatorname{erfc}\left( \frac{N_0 \sqrt{\pi}}{2} \cdot \frac{t_f - t}{N_0 t_f - 1} \right) \right] \quad (8)$$

## 4.6 AJUSTE DOS PARÂMETROS DOS MODELOS

### 4.6.1 Implementação dos dados experimentais no *software* Scilab®

Na modelagem matemática da cinética de secagem foram utilizadas as Equações 3 (truncada no 21º termo), 4 e 8 para os modelos de Difusão, Page e Dois Períodos, respectivamente. Os códigos computacionais foram gerados no *software* Scilab®, versão 6.0.2 e estão presentes nos Apêndices E, F e G para os modelos de Difusão, Page e Dois Períodos, respectivamente.

Foram inseridos vetores para os tempos e razões de umidade experimentais, e utilizados os comandos *interp1*, que serve para fazer uma interpolação unidimensional entre os dados experimentais e os valores calculados pelo modelo matemático, sendo que foi utilizada a interpolação por spline cúbico (*spline*), e o comando *lsqrsolve*, o qual tem a finalidade de minimizar a soma dos quadrados de funções não-lineares, utilizando o algoritmo de Levenberg-Marquardt.

### 4.6.2 Cálculo do erro quadrático médio (MSE), coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e do erro médio relativo (P)

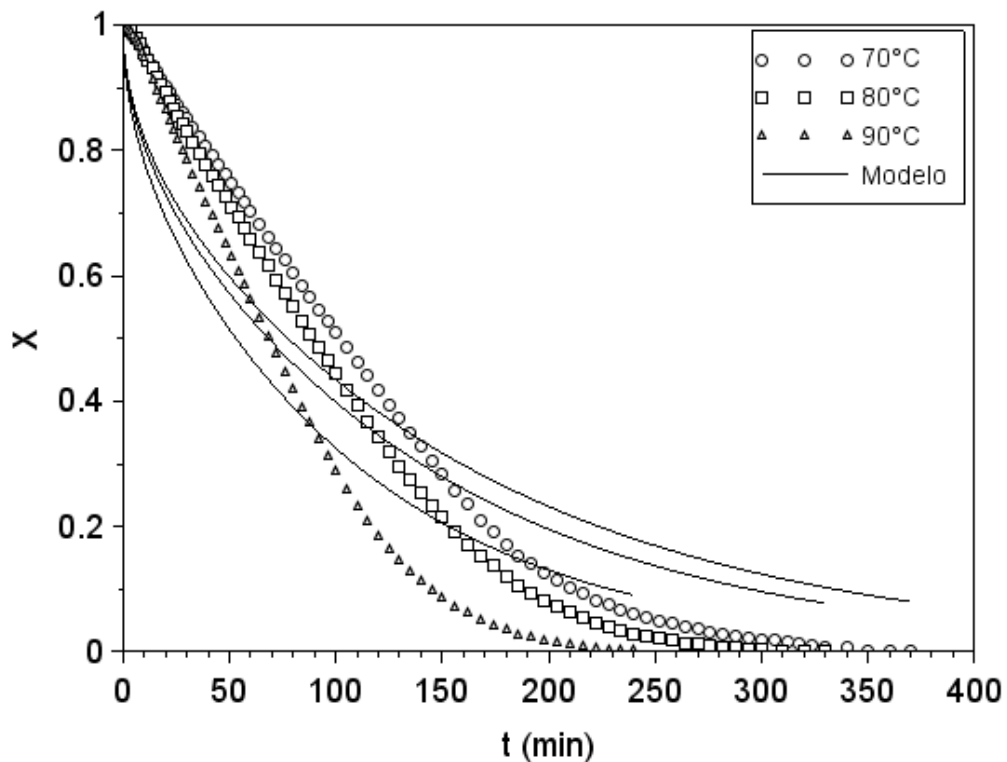
Para comparação entre os modelos matemáticos, foram calculados o erro quadrático médio (MSE - *mean square error*), utilizando o *software* Scilab®, o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e o erro médio relativo (P), estes dois últimos utilizando o *software* Excel®.

Também foi utilizado o *software* Excel® para o cálculo dos coeficientes de determinação ( $R^2$ ) para correlação dos parâmetros dos modelos com a temperatura.

## 5 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Na Figura 3, estão presentes os dados experimentais de secagem junto das curvas preditas com o modelo de Difusão para as três temperaturas estudadas. As curvas superior, central e inferior são correspondentes das temperaturas de 70, 80 e 90°C, respectivamente, indicando que o modelo prevê a relação diretamente proporcional entre temperatura e velocidade de secagem.

Figura 3 – Dados experimentais da cinética de secagem de madeira de *Pinus taeda* e curvas ajustadas com o modelo de Difusão para as temperaturas de 70, 80 e 90°C



Fonte: Autoria própria (2019).

Porém, é notável que os valores de razão de umidade estimados com o modelo de Difusão diferem consideravelmente dos valores obtidos experimentalmente durante todo o período de secagem para as três temperaturas, indicando que este modelo não seja adequado para descrever tal processo. Por ser resultado de uma equação puramente exponencial, o modelo de Difusão gera curvas que com o passar do tempo, tendem suavemente à razão de umidade de equilíbrio ( $X_E = 0$ ), fugindo do comportamento dos dados experimentais. Devido a isso, nenhuma das curvas desse modelo atingiu a razão de umidade de equilíbrio até o tempo experimental final de

secagem de cada temperatura, o que prediria erroneamente que a secagem acabaria em um tempo maior.

Na Tabela 1, são apresentados os valores do coeficiente de difusividade efetiva estimados com o modelo de Difusão, juntamente com seus desvios padrão. Pode-se perceber que a difusividade aumenta com a elevação da temperatura do meio, porém, como o modelo não descreve de forma adequada os dados experimentais, estes valores de difusividade muito provavelmente não condizem com os reais valores deste parâmetro, sendo assim, não se faz interesse relacioná-los matematicamente à temperatura, como por exemplo gerar uma equação de coeficiente de difusividade efetiva em função da temperatura ( $D_{ef}(T)$ ).

Tabela 1 – Valores para o coeficiente de difusividade efetiva da água em madeira de *Pinus taeda*, estimados com o modelo de Difusão para as temperaturas de 70, 80 e 90°C

| $T$ (°C) | $D_{ef}$ (cm <sup>2</sup> /min) | Desvio Padrão (cm <sup>2</sup> /min) |
|----------|---------------------------------|--------------------------------------|
| 70       | $1,58 \times 10^{-4}$           | $0,09 \times 10^{-4}$                |
| 80       | $1,80 \times 10^{-4}$           | $0,10 \times 10^{-4}$                |
| 90       | $2,31 \times 10^{-4}$           | $0,15 \times 10^{-4}$                |

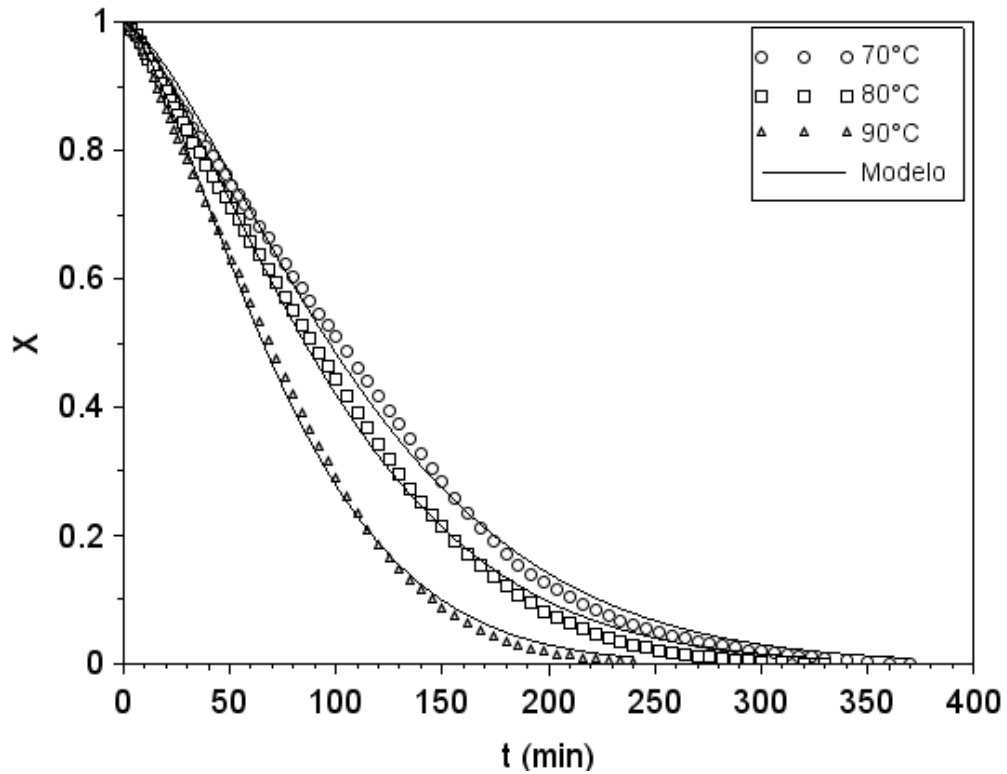
Fonte: Autoria própria (2019).

Na Figura 4, encontram-se presentes os dados experimentais de secagem junto das curvas preditas com o modelo de Page para as três temperaturas estudadas. Visualmente, o modelo teve bom ajuste aos dados experimentais, sendo que é possível perceber que para o início do processo em todas as temperaturas, os valores de umidade preditos pelo modelo foram ligeiramente maiores que os valores experimentais, sendo que entre os tempos de 40 e 70 minutos observa-se o inverso e entre os tempos de 120 e 160 minutos todas as curvas voltam a apresentar valores de umidade maiores do que aqueles obtidos experimentalmente, mostrando que o modelo não foi tendencioso.

Os valores estimados do coeficiente  $n$  do modelo de Page, juntamente com seus desvios padrão estão apresentados na Tabela 2. Nota-se que este parâmetro praticamente não muda para as três temperaturas, sendo que os seus valores para 70 e 80°C são iguais e cerca de apenas 2% menores do valor de  $n$  para 90°C.



Figura 4 – Dados experimentais da cinética de secagem de madeira de *Pinus taeda* e curvas ajustadas com o modelo de Page para as temperaturas de 70, 80 e 90°C



Fonte: Autoria própria (2019).

Tabela 2 – Valores encontrados para o coeficiente  $n$  do modelo de Page para as temperaturas de 70, 80 e 90°C

| $T$ (°C) | $n$  | Desvio Padrão |
|----------|------|---------------|
| 70       | 1,43 | 0,02          |
| 80       | 1,43 | 0,02          |
| 90       | 1,46 | 0,02          |

Fonte: Autoria própria (2019).

Considerando os desvios padrão, os valores do coeficiente  $n$  para todas as três temperaturas são estatisticamente iguais, desta forma, um valor médio dado pela Equação 9, pode ser considerado sem grandes prejuízos ao cômputo da razão de umidade.

$$n_{méd} = 1,44 \pm 0,02 \quad (9)$$

O outro parâmetro estimado para a equação de Page foi a constante de secagem  $k$ , cujos valores obtidos estão apresentados na Tabela 3, juntamente dos desvios padrão.

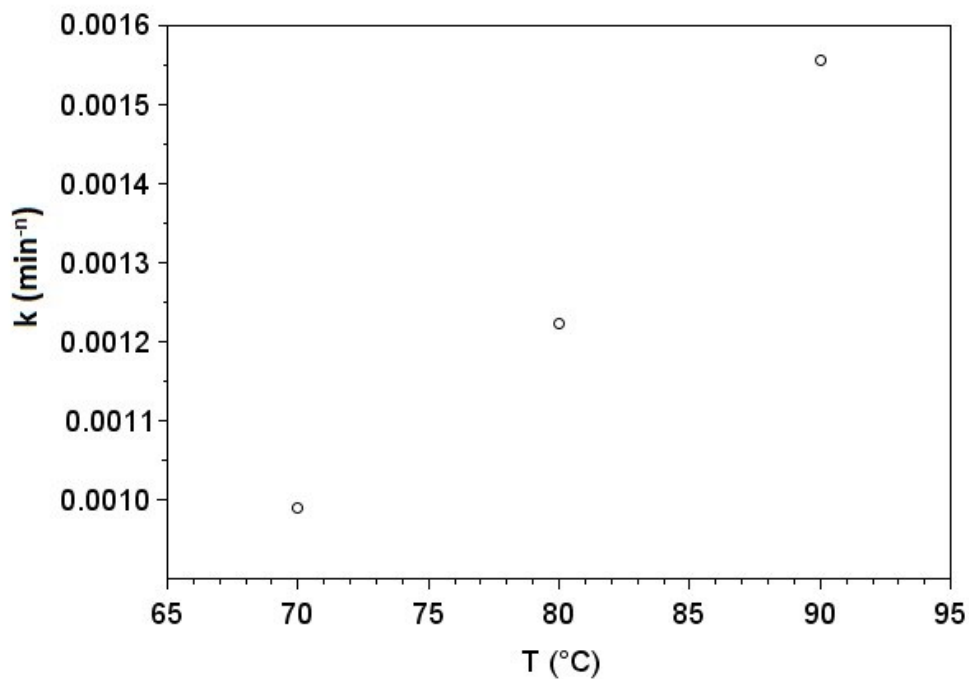
Tabela 3 – Valores encontrados para a constante de secagem  $k$  do modelo de Page para as temperaturas de 70, 80 e 90°C

| $T$ (°C) | $k$ ( $\text{min}^{-n}$ ) | Desvio Padrão ( $\text{min}^{-n}$ ) |
|----------|---------------------------|-------------------------------------|
| 70       | $0,99 \times 10^{-3}$     | $0,08 \times 10^{-3}$               |
| 80       | $1,22 \times 10^{-3}$     | $0,09 \times 10^{-3}$               |
| 90       | $1,56 \times 10^{-3}$     | $0,11 \times 10^{-3}$               |

Fonte: Autoria própria (2019).

Verificando a Tabela 3 é possível perceber que houve aumento da constante de secagem com o incremento na temperatura. Esta dependência pode ser melhor observada na Figura 5, onde fica evidente essa relação direta entre o parâmetro do modelo e a temperatura de secagem.

Figura 5 – Constante de secagem  $k$  do modelo de Page estimada para as temperaturas de 70, 80 e 90°C



Fonte: Autoria própria (2019).

Um ajuste linear nos dados da Figura 5 fornece a Equação 10, onde  $T$  é dada em graus Celcius, e  $k$  tem unidades de  $\text{min}^{-1,44}$ , considerando o coeficiente  $n$  médio (Equação 9) para esta faixa de temperatura. O coeficiente de determinação encontrado foi de 0,9877, indicando boa correlação linear dos dados.

$$k = a T + b \quad (10)$$

Onde:

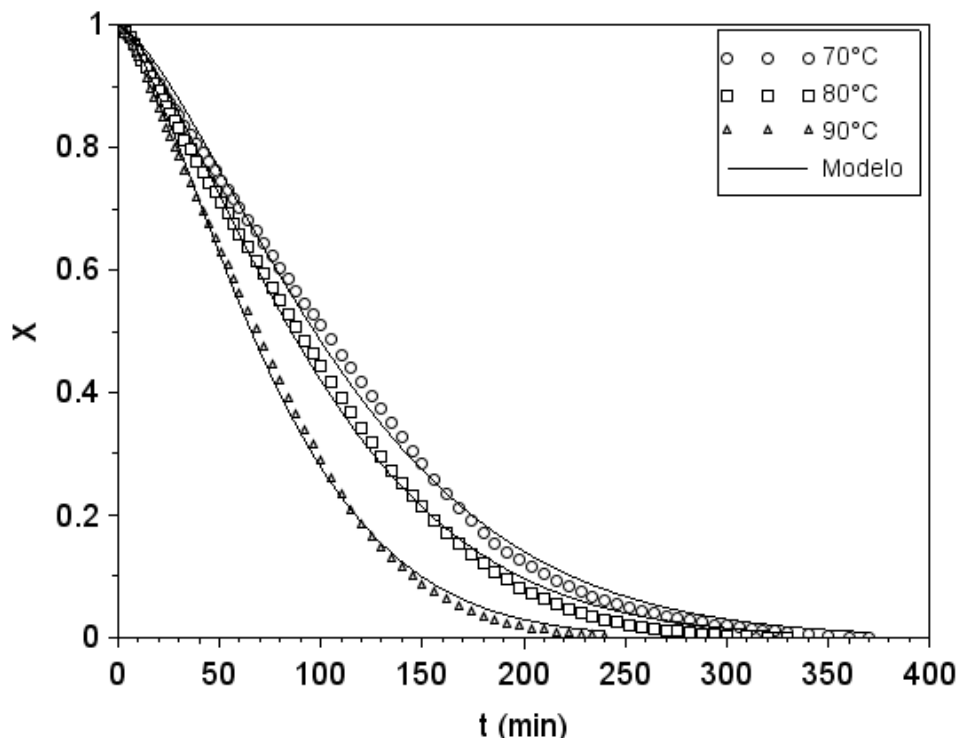
$$a = 3 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \text{ min}^{-1,44}$$

$$b = -10^{-3} \text{ min}^{-1,44}$$

Portanto, através da Equação 3 é possível estimar a constante de secagem para o modelo de Page na faixa de temperatura de 70 a 90°C.

A representação das curvas do modelo de Dois Períodos para as três temperaturas, juntamente dos dados experimentais de secagem está presente na Figura 6. Percebe-se que o modelo se ajustou bem aos dados experimentais durante todo o período de tempo, predizendo valores de razão de umidade superiores e inferiores aos dados experimentais, mostrando que o modelo não foi tendencioso.

Figura 6 – Dados experimentais da cinética de secagem de madeira de *Pinus taeda* e curvas ajustadas com o modelo de Dois Períodos para as temperaturas de 70, 80 e 90°C



Fonte: Autoria própria (2019).

Os valores do parâmetro  $t_f$  do modelo, junto de seus desvios padrão e do tempo final experimental de secagem estão presentes na Tabela 4. Constata-se que os tempos finais de secagem preditos pelo modelo de Dois Períodos são menores do que aqueles obtidos experimentalmente. Isto pode ser explicado através de uma

simples análise da Figura 6, onde pode-se perceber que os últimos pontos de coleta dos dados experimentais foram feitos quando a razão de umidade já estava muito próxima de zero, ou seja, o ponto de equilíbrio estava praticamente alcançado, indicando assim o tempo final de secagem neste entorno.

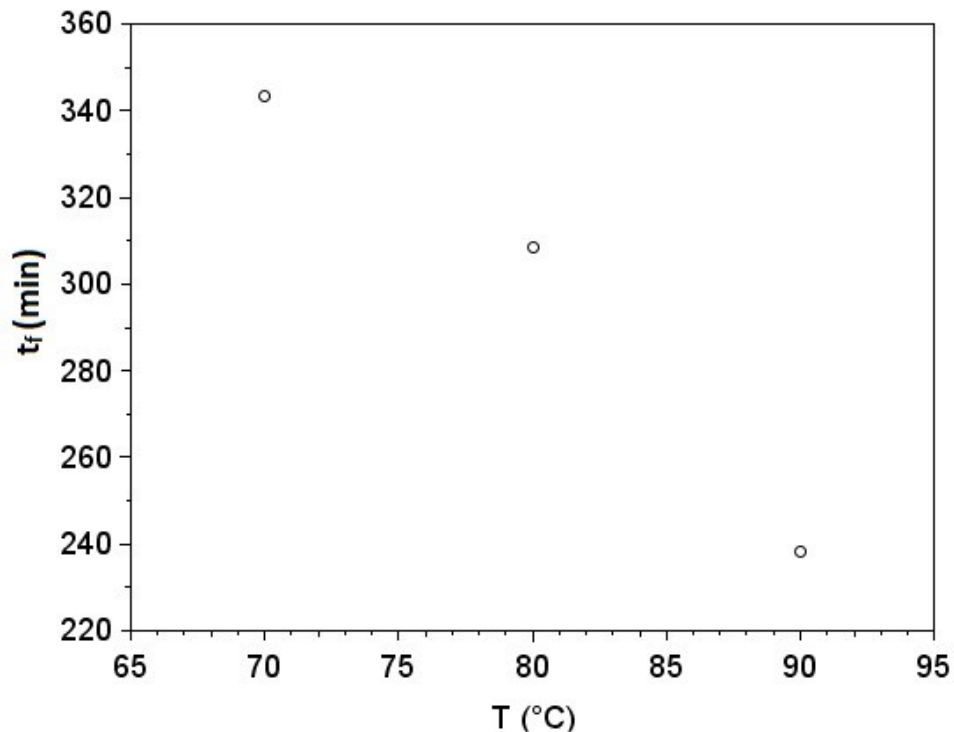
Tabela 4 – Valores encontrados para a constante de secagem  $k$  do modelo de Page para as temperaturas de 70, 80 e 90°C

| $T(^{\circ}C)$ | $t_f$ experimental (min) | $t_f$ modelo ( $min^{-1}$ ) | Desvio Padrão ( $min^{-1}$ ) |
|----------------|--------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| 70             | 370                      | 343,33                      | 2,87                         |
| 80             | 330                      | 308,45                      | 1,14                         |
| 90             | 240                      | 238,35                      | 0,89                         |

Fonte: Autoria própria (2019).

Os valores de tempo final de secagem estimados pelo modelo de Dois Períodos estão presentes na Figura 7, onde é possível observar com maior nitidez a relação inversa entre este parâmetro e a temperatura de secagem.

Figura 7 – Tempo final de secagem  $t_f$  estimado com o modelo de Dois Períodos para as temperaturas de 70, 80 e 90°C



Fonte: Autoria própria (2019).

Fazendo um ajuste linear nos dados da Figura 7, obtém-se a Equação 11, onde  $T$  é dada em graus Celcius e  $t_f$  em minutos. O coeficiente de determinação encontrado foi de 0,9638 indicando correlação linear dos dados razoavelmente boa.

$$t_f = c T + d \quad (11)$$

Onde:

$$c = -5,249 \text{ min } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$d = 716,63 \text{ min}$$

Através da Equação 11 é possível prever o tempo final de secagem na faixa de temperatura entre 70 e 90°C.

O outro parâmetro da equação de Dois Períodos é a taxa inicial de secagem. Analisando a Figura 6 é possível imaginar que este parâmetro seja maior quanto mais elevada for a temperatura, já que tal possui relação com a velocidade de remoção de água da madeira, que tende a ser maior para temperaturas superiores. Os valores estimados de  $N_0$  juntamente com seus desvios padrão estão presentes na Tabela 5.

Tabela 5 – Valores encontrados para a taxa inicial de secagem constante de secagem  $N_0$  do modelo de Dois Períodos para as temperaturas de 70, 80 e 90°C

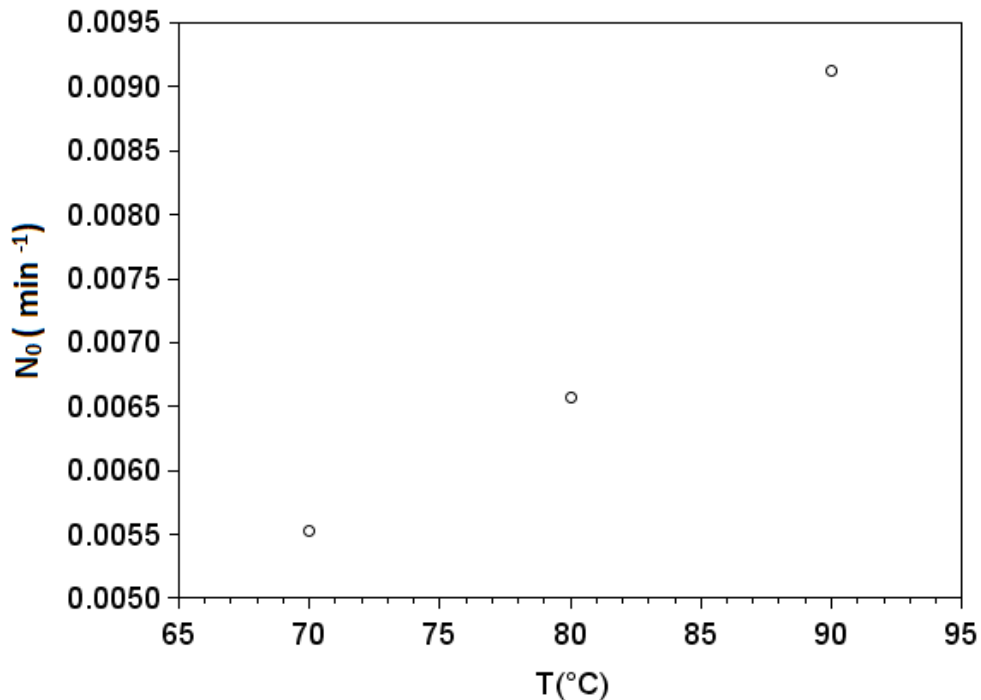
| $T(^{\circ}\text{C})$ | $N_0 (\text{min}^{-1})$ | Desvio Padrão ( $\text{min}^{-1}$ ) |
|-----------------------|-------------------------|-------------------------------------|
| 70                    | $5,53 \times 10^{-3}$   | $0,10 \times 10^{-3}$               |
| 80                    | $6,57 \times 10^{-3}$   | $0,08 \times 10^{-3}$               |
| 90                    | $9,13 \times 10^{-3}$   | $0,13 \times 10^{-3}$               |

Fonte: Autoria própria (2019).

De fato, o valor de  $N_0$  possui relação direta com a temperatura, e isto pode ser visto de forma mais clara na Figura 8, onde estão dispostos os valores estimados para este parâmetro do modelo de Dois Períodos.

Estabelecendo um ajuste exponencial entre os dados da Figura 8, obtém-se a Equação 12, onde  $T$  é dada em graus Celcius e  $N_0$  possui unidades de  $\text{min}^{-1}$ . O coeficiente de determinação encontrado foi de 0,9686 indicando correlação exponencial entre os dados razoavelmente boa.

Figura 8 – Taxa inicial de secagem  $N_0$  estimada com o modelo de Dois Períodos para as temperaturas de 70, 80 e 90°C



Fonte: Autoria própria (2019).

$$N_0 = f e^{gT} \quad (12)$$

Onde:

$$f = 9,0 \times 10^{-4} \text{ min}^{-1}$$

$$g = 25,1 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Através da Equação 12 consegue-se prever a taxa inicial de secagem para o processo ocorrendo dentro da faixa de temperatura de 70 a 90°C.

Na Tabela 6, são apresentados os valores do erro quadrático médio (MSE), coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e erro médio relativo (P) para os três modelos estudados. Em uma primeira análise, pode-se ver valores de MSE e P em ordem decrescente e valores crescentes de  $R^2$  para os modelos de Difusão, Page e de Dois Períodos, indicando que os melhores ajustes foram conseguidos a partir dos dois últimos modelos.

Com exceção do modelo de Dois Períodos, todos os outros apresentaram os valores de MSE com a mesma ordem de grandeza entre si quando analisados para

as três temperaturas. Considerando uma média entre os valores de MSE para este caso, tem-se que a ordem de grandeza desse erro para o modelo de Dois Períodos é  $10^{-4}$ , valor este igual à ordem de grandeza do modelo de Page. Os valores de  $R^2$  obtidos para estes dois modelos também foram bons, indicando correlação de mais de 99% dos dados. Já os valores de P obtidos para o modelo de Page foram cerca de três vezes superiores em comparação com os valores obtidos para o modelo de Dois Períodos. Portanto, ambos os modelos correlacionaram bem os dados experimentais, porém o segundo teve valores de MSE e  $R^2$  ligeiramente melhores em comparação com o primeiro e também vantagem quanto ao parâmetro P, já que quanto menor é este valor, menor é a média dos erros relativos.

Tabela 6 – Valores de MSE,  $R^2$  e P encontrados para os modelos de Difusão, Page e de Dois Períodos para as temperaturas de 70, 80 e 90°C

| Modelo        | $T$ (°C) | $R^2$  | P      | MSE                   |
|---------------|----------|--------|--------|-----------------------|
| Difusão       | 70       | 0,8190 | 385,28 | $1,30 \times 10^{-2}$ |
|               | 80       | 0,8115 | 332,06 | $1,29 \times 10^{-2}$ |
|               | 90       | 0,7964 | 308,61 | $1,40 \times 10^{-2}$ |
| Page          | 70       | 0,9978 | 45,41  | $3,02 \times 10^{-4}$ |
|               | 80       | 0,9980 | 43,84  | $2,70 \times 10^{-4}$ |
|               | 90       | 0,9986 | 36,48  | $1,94 \times 10^{-4}$ |
| Dois períodos | 70       | 0,9994 | 16,95  | $8,45 \times 10^{-5}$ |
|               | 80       | 0,9997 | 14,11  | $3,49 \times 10^{-5}$ |
|               | 90       | 0,9994 | 11,44  | $8,05 \times 10^{-5}$ |

Fonte: Autoria própria (2019).

Já os valores de MSE para o modelo de Difusão possuem ordem de grandeza  $10^{-2}$ . Esta considerável superioridade de ordem de grandeza nos valores de MSE em relação aos outros modelos, associado à superioridade nos valores de P e a menor correlação dos dados ( $R^2$  próximo dos 80%) reforçam que o modelo de Difusão não foi o mais adequado para a representação desse processo de secagem de madeira.

## 6 CONCLUSÃO

As amostras de madeira de *Pinus taeda* foram coletadas e em laboratório obtiveram-se os dados cinéticos para a secagem do material. O modelo de Difusão não representou de forma satisfatória os dados experimentais deste processo, logo não foi possível estimar valores para o coeficiente de difusividade efetiva que sejam aceitáveis.

Na busca por outros modelos matemáticos para representar o processo de secagem da madeira, o modelo de Page teve boa representatividade, sendo que sua constante empírica  $n$  mostrou-se não dependente da temperatura para a faixa de 70 a 90°C. Já o coeficiente  $k$  deste modelo apresentou relação exponencial direta com a temperatura.

No entanto, mesmo que a equação de Page possa ter representado bem os dados cinéticos, ela não tem embasamento fenomenológico, ou seja, seus parâmetros são puramente empíricos, não representando diretamente propriedades da madeira ou fenômenos do processo de secagem.

O modelo de Dois Períodos foi o que melhor descreveu a cinética de secagem da madeira de *Pinus taeda*, sendo ligeiramente mais preciso do que o modelo de Page. Outra vantagem do modelo de Dois Períodos, é que seus parâmetros ajustáveis representam propriedades do processo, sendo assim foi possível estimar os tempos finais de secagem e também as taxas iniciais de secagem para a faixa temperatura de 70 a 90°C. O modelo previu tempos menores de secagem e maiores taxas iniciais de secagem para temperaturas mais elevadas.

Portanto, com este trabalho, é possível concluir que a modelagem matemática é de suma importância para os processos industriais, dentre eles incluída a secagem da madeira, podendo descrevê-los através de modelos, predizendo comportamentos, correlacionando propriedades físicas e também predizendo parâmetros fenomenológicos ou não, úteis nos projetos de diversas áreas produtivas e das engenharias.



## REFERÊNCIAS

- ANDRADE, ARIEL DE. **Indicação de programas para a secagem convencional de madeiras**. Dissertação de Mestrado. Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo. Piracicaba, 2000.
- ARAUJO, W. D.; GONELI, A. L. D.; CORRÊA, P. C.; FILHO, C. P. H.; MARTINS, E. A. S. **Modelagem matemática da secagem dos frutos de amendoim em camada delgada**. Revista Ciência Agronômica, v. 48, n. 3, p. 448-457, jul-set, 2017.
- BARBOSA DE LIMA, A.G.; DELGADO, J.M.P.Q.; NETO, S.R.F; FRANCO, C.M.R. **Intermittent Drying: Fundamentals, Modeling and Applications**. Springer International Publishing Switzerland, 2016.
- BASSANEZI, RODNEY CARLOS. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. Editora Contexto, 3. ed., São Paulo, 2011.
- BENTEC. **Pinus taeda (Nú)**. Disponível em: < <http://www.bentecsementes.com.br/pinus-taeda/> >. Acesso em: 20 jun 2019.
- DI BLASI, C. **Multi-phase moisture transfer in the high temperature drying of wood particles**. Chemical engineering Science, v. 53, n. 2, p. 353-366, 1998.
- EFREMOV, GERMAN. **Describing of generalized drying kinetics with application of experiment design method**. Technical Sciences, v. 16, n. 4, p.309–322, 2013.
- EMBRAPA. **Cultivo de Pínus**. 2008. Disponível em: < [https://www.spo.cnptia.embrapa.br/conteudo?p\\_p\\_id=conteudoportlet\\_WAR\\_sistemaasdeproducaolf6\\_1ga1ceportlet&p\\_p\\_lifecycle=0&p\\_p\\_state=normal&p\\_p\\_mode=view&p\\_p\\_col\\_id=column-1&p\\_p\\_col\\_count=1&p\\_r\\_p\\_-76293187\\_sistemaProducaold=3715&p\\_r\\_p\\_-996514994\\_topicold=3229](https://www.spo.cnptia.embrapa.br/conteudo?p_p_id=conteudoportlet_WAR_sistemaasdeproducaolf6_1ga1ceportlet&p_p_lifecycle=0&p_p_state=normal&p_p_mode=view&p_p_col_id=column-1&p_p_col_count=1&p_r_p_-76293187_sistemaProducaold=3715&p_r_p_-996514994_topicold=3229) >. Acesso em: 20 jun 2019.
- ENGELUND, E. T.; THYGESEN, L. G.; SVENSSON, S.; HILL, C. A. S. **A critical discussion of the physics of wood–water interactions**. Wood Science and Technology, v. 47, n. 1, p. 141-161, 2013.
- FOREST PRODUCTS LABORATORY. **Wood handbook—Wood as an engineering material**. General Technical Report FPL-GTR-190. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, Madison, 508 p., 2010.
- FRANÇA, FREDERICO JOSÉ NISTAL. **Modelagem da transferência de calor em madeira de Pinus sp**. Monografia de TCC, Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 2011.
- GALVÃO, A.P.M.; JANKOWSKY, I.P. **Secagem racional da madeira**. São Paulo: Nobel, p.111, 1985.

GARBE, ERNESTO AUGUSTO. **Fatores influentes na secagem convencional de *pinus taeda* com ênfase em trincas superficiais**. Monografia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

GONÇALVES, ANDRÉ LUIZ. **Um estudo sobre a importância da modelagem matemática como metodologia de ensino**. Monografia de TCC, Faculdade Alfredo Nasser, Aparecida de Goiânia, 2010.

GONELI, ANDRÉ LUÍS DUARTE; VIEIRA, MARIA DO CARMO; VILHASANTI, HENRIQUE DA CRUZ BENITEZ; GONÇALVES, ALEXANDRE ALVES. **Modelagem matemática e difusividade efetiva de folhas de aroeira durante a secagem**. Pesquisa Agropecuária Tropical, Goiânia, v. 44, n. 1, p. 56-64, 2014.

GOYALDE, N. A.; MELO, E. C.; ROCHA, R. P.; GONELI, A. L. D.; ARAÚJO, F. L. **Mathematical modeling of the drying kinetics of sugarcane slices**. Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais, Campina Grande, v.11, n.2, p.117-121, 2009.

HART, C. A. **The drying of wood**. Raleigh: North Caroline Agricultural Extension Service, 1965.

JUNIOR, ADEMAR GONÇALVES DA COSTA; FILHO, JOSÉ BEZERRA DE MENEZES. **Estudos e aplicações em sistemas de controle, telecomunicações, acionamentos e sistemas elétricos: enfoques com inovações tecnológicas**. Editora IFPB, João Pessoa, 224 p., 2016.

KORKUT, S.; ÜNSAL, O.; KOCAEFE, D.; AYTIN, A.; GÖKYAR, A. **Evaluation of kiln-drying schedules for wild cherry wood (*Cerasus avium*)**. Maderas. Ciencia y tecnologia, v. 15, n. 3, p. 281-292, 2013.

LORENZI, H.; MATOS, J. A. **Plantas medicinais no Brasil: nativas e exóticas**. Nova Odessa: Plantarum, 2002.

LOUZADA, J.L.P.C.; MARCOS, S.M.R.; SILVA, M.E.C.M. **Avaliação do Comportamento de Secagem da Madeira em Estufa, para 14 Espécies Florestais**. II Congresso Ibero-Americano de Pesquisa e Desenvolvimento de Produtos Florestais, Curitiba, 2002.

MARTINS, V. A.; GOUVEIA, F. N.; MARTINEZ, S. **Secagem convencional de madeira de Eucalipto**. Congresso internacional sobre ecossistemas florestais, Curitiba, 1999.

MELLADO, E.C.E.R. **Modelo de transferência de calor e massa na secagem de madeira serrada de Pinus**. Tese de doutorado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

MENEGHETTI; VOLNEI L.; AOSANIL, ELVIO; ROCHA, JEFERSON C; OLIVEIRA, MAURÍCIO DE; ELIAS, MOACIR C.; POHNDORFI, RICARDO S. **Modelos matemáticos para a secagem intermitente de arroz em casca**. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental vol.16 n. 10, Campina Grande, 2012.

MORAIS, S. J. S.; DEVILLA, I. A.; FERREIRA, D. A.; TEIXEIRA, I. R. **Modelagem matemática das curvas de secagem e coeficiente de difusão de grãos de feijão-caupi (*Vigna unguiculata* (L.) Walp.)**. Revista Ciência Agronômica, v. 44, n. 3, p. 455-463, jul-set, 2013.

NASCIMENTO, VÂNIA ROSAL GUIMARÃES. **Secagem convectiva e com radiação infravermelha de grãos de *Moringa oleifera* lam.** Tese de doutorado, Universidade Estadual De Campinas, Campinas, 2014.

NASCIMENTO, V. R. G.; BIAGI, J. D.; OLIVEIRA, R. A. **Modelagem matemática da secagem convectiva com radiação infravermelha de grãos de *Moringa oleifera***. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, Campina Grande, v.19, n.7, p.686–692, 2015.

NUTSCH, W. **Tecnología de la madera y del mueble**. Editora Reverté, Barcelona, 1 ed., 536 p., 1996.

PANG, S. **Investigation of effects of wood variability and rheological properties on lumber drying: application of mathematical models**. Chemical Engineering Journal, p. 103–110, 2002.

PEÑA, SANTIAGO VIGNOTE; ROJAS, ISAAC MARTÍNEZ. **Tecnología de la madera**. Ediciones Mundi-Prensa, Madrid, 3 ed., p. 378, 2006.

REZENDE, R. N.; LIMA, J. T.; SILVA, J. R. M.; NAPOLI, A.; ANDRADE, H. B.; FARIA, A. L. R. **Air drying of logs from *Eucalyptus urophylla* clone for carbonization use**. Cerne, v. 16, n. 4, p. 565-572, 2010.

SAKAI, N.; MAO, W. **Infrared heating**. Thermal food processing: New technologies and quality issues, New York, p.493-522, 2006.

SANTINI, E. J. **Influência de temperatura na taxa de secagem e contração da madeira de *Pinus elliottii* proveniente de plantios de rápido crescimento.** Curitiba, FUPEF, 15 p., 1980.

SANTINI, E.J. **Métodos de secagem de madeira.** I Seminário sobre secagem de madeira, Santa Maria, p. 47-59, 1992.

SANTOS, SONIA ROSE COSTA ARAUJO DOS. **Histórico e evolução dos equipamentos de secagem de madeira para uso estrutural.** Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, 2012.

SBS – Sociedade Brasileira de Silvicultura. **Fatos e números do Brasil florestal.** Dezembro, 2008.

SCHEEPERS, G.; WIBERG, P.; JOHANSSON, J. **A method to estimate wood surface moisture content during drying.** Maderas. Ciencia y tecnología v.19 n.2 p. 133-140, 2017.

SECCHI, A. R. **Modelagem e Simulação de Processos.** Ementa de disciplina, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1995.

SEVERO, ELIAS TAYLOR DURGANTE. **Qualidade da secagem de madeira serrada de *Eucalyptus dunnii*.** Ciência Florestal, Santa Maria, v.10, n.1, p.109-124, 2000.

SILVA, LUÍS CÉSAR DA. **Secagem de Grãos.** Artigo Publicado na Revista: Grãos Brasil: Da Semente ao Consumo, Ano III, n. 14, p. 10-14, 2004.

SIMPSON, R.; JAQUES, A.; NUÑEZ, H.; RAMIREZ, C.; ALMONACID, A. **Fractional calculus as a mathematical tool to improve the modeling of mass transfer phenomena in food processing.** Food Engineering Reviews, v. 4, n. 4, 2012.

SKAAR, C. **Wood-Water Relations.** New York: Springer Verlag, 263 p., 1988.

STAMM, A. J. **Diffusion.** Wood Science and Technology v.1, n. 3, p. 205-230, 1967.

SUSIN, FELIPE. **Avaliação de programas de secagem para madeiras de eucalipto elaborados com base em testes prévios a alta temperatura.** Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, p. 161, 2012.

The forest time. *Pinus taeda*. Disponível em: < <https://www.the-forest-time.com/pt/guia-de-espccies/pinus-taeda-5ac5d7c05> >. Acesso em: 20 jun 2019.

TIEMANN, HARRY. D. **The art of kiln drying timber its development, present status, and future possibilities**. International Institute of Agriculture. World Forestry Congress, 1926.

TURNER, I. W.; FERGUSON, W. J. **An unstructured mesh cell-centered control volume method for simulating heat and mass transfer in porous media: Application to softwood drying, Part I: The isotropic model**. Appl. Math. Modelling, v. 19, p. 654-667, 1995.

XAVIER, JESSÉ AGOSTINHO. **Variabilidade da massa específica básica de *Pinus taeda* L. em diferentes idades de plantio**. Trabalho de Conclusão de Curso. Curitiba, 2009

ZADIN, V.; KASEMÄGI, H.; VALDNA, V.; VIGONSKI, S.; VESKE, M.; AABLOO, A. **Application of multiphysics and multiscale simulations to optimize industrial wood drying kilns**. Applied Mathematics and Computation, Tartu, p. 465–475, 2015.

**APÊNDICE A – Dados cinéticos experimentais da secagem de madeira de  
*Pinus taeda* para a temperatura de 90°C**

| <i>t</i> (min) | Amostra 1                 |  | Amostra 2                 |  |
|----------------|---------------------------|--|---------------------------|--|
|                | <i>m</i> ( <i>t</i> ) (g) | $-\frac{\Delta m}{\Delta t}$ (mg min <sup>-1</sup> ) | <i>m</i> ( <i>t</i> ) (g) | $-\frac{\Delta m}{\Delta t}$ (mg min <sup>-1</sup> ) |
| 0              | 58,41                     | -  | 54,66                     | -  |
| 1              | 58,32                     | 90   | 54,54                     | 120  |
| 2              | 58,24                     | 80   | 54,48                     | 60   |
| 3              | 58,17                     | 70   | 54,40                     | 80   |
| 4              | 58,07                     | 100  | 54,32                     | 80   |
| 5              | 57,94                     | 130  | 54,20                     | 120  |
| 6              | 57,79                     | 150  | 54,06                     | 140  |
| 7              | 57,61                     | 180  | 53,89                     | 170  |
| 8              | 57,42                     | 190  | 53,71                     | 180  |
| 9              | 57,17                     | 250  | 53,51                     | 200  |
| 10             | 56,91                     | 260  | 53,29                     | 220  |
| 14             | 55,91                     | 250  | 52,44                     | 212  |
| 16             | 55,39                     | 260  | 52,00                     | 220  |
| 18             | 54,96                     | 215  | 51,60                     | 200  |
| 20             | 54,59                     | 185  | 51,20                     | 200  |
| 22             | 54,17                     | 210  | 50,78                     | 210  |
| 24             | 53,73                     | 220  | 50,35                     | 215  |
| 26             | 53,33                     | 200  | 49,92                     | 215  |
| 28             | 52,89                     | 220  | 49,50                     | 210  |
| 30             | 52,47                     | 210  | 49,10                     | 200  |
| 33             | 51,84                     | 210  | 48,57                     | 177  |
| 36             | 51,24                     | 200  | 47,98                     | 197  |
| 39             | 50,62                     | 207  | 47,41                     | 190  |
| 42             | 50,05                     | 190  | 46,80                     | 203  |
| 45             | 49,44                     | 203  | 46,27                     | 177  |
| 48             | 48,86                     | 193  | 45,69                     | 193  |
| 51             | 48,27                     | 197  | 45,10                     | 197  |
| 54             | 47,63                     | 213  | 44,53                     | 190  |
| 57             | 47,06                     | 190  | 43,95                     | 193  |
| 60             | 46,49                     | 190  | 43,35                     | 200  |
| 64             | 45,72                     | 193  | 42,58                     | 192  |
| 68             | 44,93                     | 197  | 41,79                     | 198  |
| 72             | 44,17                     | 190  | 41,03                     | 190  |
| 76             | 43,41                     | 190  | 40,29                     | 185  |
| 80             | 42,66                     | 188  | 39,54                     | 188  |
| 84             | 41,95                     | 178  | 38,81                     | 182  |
| 88             | 41,26                     | 172  | 38,11                     | 175  |
| 92             | 40,61                     | 163  | 37,40                     | 178  |
| 96             | 39,96                     | 162  | 36,71                     | 172  |
| 100            | 39,37                     | 148  | 36,02                     | 172  |
| 105            | 38,62                     | 150  | 35,20                     | 164  |
| 110            | 37,95                     | 134  | 34,45                     | 150  |
| 115            | 37,30                     | 130  | 33,76                     | 138  |
| 120            | 36,65                     | 130  | 33,16                     | 120  |
| 125            | 36,12                     | 106  | 32,59                     | 114  |
| 130            | 35,67                     | 90   | 32,18                     | 82   |
| 135            | 35,21                     | 92   | 31,70                     | 96   |
| 140            | 34,82                     | 78   | 31,31                     | 78   |
| 145            | 34,43                     | 78   | 30,94                     | 74   |
| 150            | 34,06                     | 74   | 30,62                     | 64   |
| 156            | 33,71                     | 58   | 30,25                     | 62   |
| 162            | 33,42                     | 48   | 29,98                     | 45   |
| 168            | 33,13                     | 48   | 29,68                     | 50   |
| 174            | 32,89                     | 40   | 29,46                     | 37   |

---

|     |       |    |       |    |
|-----|-------|----|-------|----|
| 180 | 32,67 | 37 | 29,25 | 35 |
| 186 | 32,51 | 27 | 29,09 | 27 |
| 192 | 32,37 | 23 | 28,96 | 22 |
| 198 | 32,26 | 18 | 28,86 | 17 |
| 204 | 32,13 | 22 | 28,73 | 22 |
| 210 | 32,07 | 10 | 28,67 | 10 |
| 216 | 31,98 | 15 | 28,56 | 18 |
| 222 | 31,93 | 8  | 28,51 | 8  |
| 228 | 31,87 | 10 | 28,46 | 8  |
| 234 | 31,84 | 5  | 28,43 | 5  |
| 240 | 31,80 | 7  | 28,39 | 7  |
| 250 | 31,75 | 5  | 28,33 | 6  |
| 365 | 31,61 | 1  | 28,19 | 1  |

---

**APÊNDICE B – Dados cinéticos experimentais da secagem de madeira de  
*Pinus taeda* para a temperatura de 80°C**

| <i>t</i> (min) | Amostra 1                 |  | Amostra 2                 |  |
|----------------|---------------------------|--|---------------------------|--|
|                | <i>m</i> ( <i>t</i> ) (g) | $-\frac{\Delta m}{\Delta t}$ (mg min <sup>-1</sup> ) | <i>m</i> ( <i>t</i> ) (g) | $-\frac{\Delta m}{\Delta t}$ (mg min <sup>-1</sup> ) |
| 0              | 63,53                     | -  | 63,89                     | -  |
| 1              | 63,46                     | 70   | 63,85                     | 40   |
| 2              | 63,41                     | 50   | 63,76                     | 90   |
| 3              | 63,33                     | 80   | 63,69                     | 70   |
| 4              | 63,23                     | 100  | 63,57                     | 120  |
| 6              | 62,94                     | 145  | 63,31                     | 130  |
| 8              | 62,58                     | 180  | 62,99                     | 160  |
| 10             | 62,16                     | 210  | 62,62                     | 185  |
| 12             | 61,78                     | 190  | 62,25                     | 185  |
| 14             | 61,37                     | 205  | 61,88                     | 185  |
| 16             | 60,99                     | 190  | 61,49                     | 195  |
| 18             | 60,58                     | 205  | 61,12                     | 185  |
| 20             | 60,20                     | 190  | 60,77                     | 175  |
| 22             | 59,83                     | 185  | 60,36                     | 205  |
| 24             | 59,45                     | 190  | 60,02                     | 170  |
| 26             | 59,08                     | 185  | 59,68                     | 170  |
| 28             | 58,71                     | 185  | 59,30                     | 190  |
| 30             | 58,36                     | 175  | 58,97                     | 165  |
| 33             | 57,82                     | 180  | 58,43                     | 180  |
| 36             | 57,30                     | 173  | 57,92                     | 170  |
| 39             | 56,77                     | 177  | 57,37                     | 183  |
| 42             | 56,27                     | 167  | 56,85                     | 173  |
| 45             | 55,73                     | 180  | 56,36                     | 163  |
| 48             | 55,25                     | 160  | 55,84                     | 173  |
| 51             | 54,74                     | 170  | 55,34                     | 167  |
| 54             | 54,25                     | 163  | 54,83                     | 170  |
| 57             | 53,71                     | 180  | 54,34                     | 163  |
| 60             | 53,23                     | 160  | 53,82                     | 173  |
| 64             | 52,59                     | 160  | 53,16                     | 165  |
| 68             | 51,94                     | 163  | 52,50                     | 165  |
| 72             | 51,30                     | 160  | 51,84                     | 165  |
| 76             | 50,65                     | 163  | 51,21                     | 157  |
| 80             | 50,01                     | 160  | 50,57                     | 160  |
| 84             | 49,37                     | 160  | 49,91                     | 165  |
| 88             | 48,71                     | 165  | 49,24                     | 167  |
| 92             | 48,08                     | 157  | 48,58                     | 165  |
| 96             | 47,46                     | 155  | 47,95                     | 157  |
| 100            | 46,84                     | 155  | 47,30                     | 163  |
| 105            | 46,12                     | 144  | 46,56                     | 148  |
| 110            | 45,34                     | 156  | 45,80                     | 152  |
| 115            | 44,60                     | 148  | 45,04                     | 152  |
| 120            | 43,83                     | 154  | 44,31                     | 146  |
| 125            | 43,14                     | 138  | 43,59                     | 144  |
| 130            | 42,44                     | 140  | 42,93                     | 132  |
| 135            | 41,78                     | 132  | 42,26                     | 134  |
| 140            | 41,14                     | 128  | 41,66                     | 120  |
| 145            | 40,51                     | 126  | 41,08                     | 116  |
| 150            | 39,92                     | 118  | 40,56                     | 104  |
| 156            | 39,24                     | 113  | 39,96                     | 100  |
| 162            | 38,57                     | 112  | 39,40                     | 93   |
| 168            | 37,97                     | 100  | 38,88                     | 87   |
| 174            | 37,43                     | 90   | 38,43                     | 75   |
| 180            | 36,93                     | 83   | 37,98                     | 75   |
| 186            | 36,47                     | 77   | 37,59                     | 65   |



---

|     |       |    |       |    |
|-----|-------|----|-------|----|
| 192 | 36,09 | 63 | 37,25 | 57 |
| 198 | 35,71 | 63 | 36,91 | 57 |
| 204 | 35,39 | 53 | 36,60 | 52 |
| 210 | 35,11 | 47 | 36,32 | 47 |
| 216 | 34,85 | 43 | 36,06 | 43 |
| 222 | 34,64 | 35 | 35,87 | 32 |
| 228 | 34,43 | 35 | 35,67 | 33 |
| 234 | 34,27 | 27 | 35,49 | 30 |
| 240 | 34,12 | 25 | 35,33 | 27 |
| 246 | 33,97 | 25 | 35,21 | 20 |
| 252 | 33,88 | 15 | 35,09 | 20 |
| 258 | 33,77 | 18 | 35,02 | 12 |
| 264 | 33,66 | 18 | 34,90 | 20 |
| 270 | 33,59 | 12 | 34,81 | 15 |
| 276 | 33,56 | 5  | 34,75 | 10 |
| 282 | 33,48 | 13 | 34,70 | 8  |
| 288 | 33,43 | 8  | 34,63 | 12 |
| 294 | 33,39 | 7  | 34,60 | 5  |
| 300 | 33,34 | 8  | 34,55 | 8  |
| 310 | 33,31 | 3  | 34,52 | 3  |
| 320 | 33,29 | 2  | 34,48 | 4  |
| 330 | 33,23 | 6  | 34,46 | 2  |

---

**APÊNDICE C – Dados cinéticos experimentais da secagem de madeira de  
*Pinus taeda* para a temperatura de 70°C**

| <i>t</i> (min) | Amostra 1                 |  | Amostra 2                 |  |
|----------------|---------------------------|--|---------------------------|--|
|                | <i>m</i> ( <i>t</i> ) (g) | $-\frac{\Delta m}{\Delta t}$ (mg min <sup>-1</sup> ) | <i>m</i> ( <i>t</i> ) (g) | $-\frac{\Delta m}{\Delta t}$ (mg min <sup>-1</sup> ) |
| 0              | 40,63                     | -  | 44,76                     | -  |
| 1              | 40,57                     | 60   | 44,70                     | 60   |
| 2              | 40,52                     | 50   | 44,65                     | 50   |
| 3              | 40,43                     | 90   | 44,58                     | 70   |
| 4              | 40,35                     | 80   | 44,50                     | 80   |
| 5              | 40,24                     | 110  | 44,39                     | 110  |
| 6              | 40,11                     | 130  | 44,30                     | 90   |
| 7              | 39,96                     | 150  | 44,19                     | 110  |
| 8              | 39,81                     | 150  | 44,09                     | 100  |
| 9              | 39,68                     | 130  | 43,95                     | 140  |
| 10             | 39,56                     | 120  | 43,81                     | 140  |
| 12             | 39,28                     | 140  | 43,57                     | 120  |
| 14             | 38,98                     | 150  | 43,36                     | 105  |
| 16             | 38,71                     | 135  | 43,12                     | 120  |
| 18             | 38,44                     | 135  | 42,88                     | 120  |
| 20             | 38,17                     | 135  | 42,65                     | 115  |
| 22             | 37,92                     | 125  | 42,41                     | 120  |
| 24             | 37,66                     | 130  | 42,20                     | 105  |
| 26             | 37,38                     | 140  | 41,96                     | 120  |
| 28             | 37,12                     | 130  | 41,74                     | 110  |
| 30             | 36,87                     | 125  | 41,52                     | 110  |
| 33             | 36,53                     | 113  | 41,18                     | 113  |
| 36             | 36,16                     | 123  | 40,87                     | 103  |
| 39             | 35,78                     | 127  | 40,53                     | 113  |
| 42             | 35,42                     | 120  | 40,20                     | 110  |
| 45             | 35,07                     | 117  | 39,87                     | 110  |
| 48             | 34,74                     | 110  | 39,57                     | 100  |
| 51             | 34,42                     | 107  | 39,22                     | 117  |
| 54             | 34,06                     | 120  | 38,91                     | 103  |
| 57             | 33,72                     | 113  | 38,57                     | 113  |
| 60             | 33,39                     | 110  | 38,26                     | 103  |
| 64             | 32,94                     | 112  | 37,83                     | 108  |
| 68             | 32,53                     | 102  | 37,40                     | 108  |
| 72             | 32,09                     | 110  | 36,97                     | 107  |
| 76             | 31,65                     | 110  | 36,57                     | 100  |
| 80             | 31,21                     | 110  | 36,13                     | 110  |
| 84             | 30,80                     | 102  | 35,69                     | 110  |
| 88             | 30,39                     | 102  | 35,29                     | 100  |
| 92             | 29,97                     | 105  | 34,86                     | 108  |
| 96             | 29,54                     | 108  | 34,46                     | 100  |
| 100            | 29,16                     | 95   | 34,05                     | 102  |
| 105            | 28,66                     | 100  | 33,54                     | 102  |
| 110            | 28,19                     | 94   | 33,03                     | 102  |
| 115            | 27,72                     | 94   | 32,55                     | 96   |
| 120            | 27,27                     | 90   | 32,07                     | 96   |
| 125            | 26,86                     | 82   | 31,56                     | 102  |
| 130            | 26,46                     | 80   | 31,08                     | 96   |
| 135            | 26,10                     | 72   | 30,57                     | 102  |
| 140            | 25,78                     | 64   | 30,08                     | 98   |
| 145            | 25,45                     | 66   | 29,60                     | 96   |
| 150            | 25,16                     | 58   | 29,13                     | 94   |
| 156            | 24,86                     | 50   | 28,57                     | 93   |
| 162            | 24,59                     | 45   | 28,07                     | 83   |
| 168            | 24,35                     | 40   | 27,55                     | 87   |

---

|     |       |    |       |    |
|-----|-------|----|-------|----|
| 174 | 24,09 | 43 | 27,11 | 73 |
| 180 | 23,92 | 28 | 26,70 | 68 |
| 186 | 23,72 | 33 | 26,32 | 63 |
| 192 | 23,58 | 23 | 26,00 | 53 |
| 198 | 23,47 | 18 | 25,71 | 48 |
| 204 | 23,35 | 20 | 25,47 | 40 |
| 210 | 23,28 | 12 | 25,20 | 45 |
| 216 | 23,17 | 18 | 24,99 | 35 |
| 222 | 23,10 | 12 | 24,76 | 38 |
| 228 | 23,04 | 10 | 24,58 | 30 |
| 234 | 22,98 | 10 | 24,43 | 25 |
| 240 | 22,95 | 5  | 24,28 | 25 |
| 246 | 22,91 | 7  | 24,14 | 23 |
| 252 | 22,87 | 7  | 24,03 | 18 |
| 258 | 22,84 | 5  | 23,93 | 17 |
| 264 | 22,83 | 2  | 23,84 | 15 |
| 270 | 22,81 | 3  | 23,73 | 18 |
| 276 | 22,80 | 2  | 23,65 | 13 |
| 282 | 22,76 | 7  | 23,58 | 12 |
| 288 | 22,73 | 5  | 23,49 | 15 |
| 294 | 22,73 | 0  | 23,42 | 12 |
| 300 | 22,72 | 2  | 23,37 | 8  |
| 306 | 22,72 | 0  | 23,35 | 3  |
| 312 | 22,71 | 2  | 23,29 | 10 |
| 318 | 22,70 | 2  | 23,23 | 10 |
| 324 | 22,69 | 2  | 23,18 | 8  |
| 330 | 22,68 | 2  | 23,14 | 7  |
| 340 | 22,68 | 0  | 23,09 | 5  |
| 350 | 22,65 | 3  | 23,01 | 8  |
| 360 | 22,64 | 1  | 22,96 | 5  |
| 370 | 22,64 | 0  | 22,95 | 1  |

---

**APÊNDICE D – Dados experimentais da razão de umidade média para as  
temperaturas de 70, 80 e 90°C**

| <i>T</i> (°C)  |                                 |                |                             |                |                             |
|----------------|---------------------------------|----------------|-----------------------------|----------------|-----------------------------|
| 70             |                                 | 80             |                             | 90             |                             |
| <i>t</i> (min) | <i>X</i> ( <i>t</i> ) amostra 2 | <i>t</i> (min) | <i>X</i> ( <i>t</i> ) médio | <i>t</i> (min) | <i>X</i> ( <i>t</i> ) médio |
| 0              | 1,0000                          | 0              | 1,0000                      | 0              | 1,0000                      |
| 1              | 0,9972                          | 1              | 0,9982                      | 1              | 0,9960                      |
| 2              | 0,9950                          | 2              | 0,9958                      | 2              | 0,9934                      |
| 3              | 0,9917                          | 3              | 0,9933                      | 3              | 0,9905                      |
| 4              | 0,9881                          | 4              | 0,9896                      | 4              | 0,9871                      |
| 5              | 0,9830                          | 6              | 0,9804                      | 5              | 0,9824                      |
| 6              | 0,9789                          | 8              | 0,9690                      | 6              | 0,9769                      |
| 7              | 0,9739                          | 10             | 0,9558                      | 7              | 0,9703                      |
| 8              | 0,9693                          | 12             | 0,9432                      | 8              | 0,9633                      |
| 9              | 0,9629                          | 14             | 0,9302                      | 9              | 0,9548                      |
| 10             | 0,9564                          | 16             | 0,9173                      | 10             | 0,9457                      |
| 12             | 0,9454                          | 18             | 0,9042                      | 14             | 0,9107                      |
| 14             | 0,9358                          | 20             | 0,8920                      | 16             | 0,8926                      |
| 16             | 0,9248                          | 22             | 0,8790                      | 18             | 0,8769                      |
| 18             | 0,9138                          | 24             | 0,8669                      | 20             | 0,8623                      |
| 20             | 0,9033                          | 26             | 0,8550                      | 22             | 0,8464                      |
| 22             | 0,8923                          | 28             | 0,8425                      | 24             | 0,8300                      |
| 24             | 0,8826                          | 30             | 0,8311                      | 26             | 0,8143                      |
| 26             | 0,8716                          | 33             | 0,8130                      | 28             | 0,7980                      |
| 28             | 0,8615                          | 36             | 0,7957                      | 30             | 0,7825                      |
| 30             | 0,8514                          | 39             | 0,7777                      | 33             | 0,7606                      |
| 33             | 0,8359                          | 42             | 0,7606                      | 36             | 0,7381                      |
| 36             | 0,8216                          | 45             | 0,7433                      | 39             | 0,7156                      |
| 39             | 0,8061                          | 48             | 0,7266                      | 42             | 0,6933                      |
| 42             | 0,7909                          | 51             | 0,7097                      | 45             | 0,6717                      |
| 45             | 0,7758                          | 54             | 0,6930                      | 48             | 0,6498                      |
| 48             | 0,7620                          | 57             | 0,6757                      | 51             | 0,6275                      |
| 51             | 0,7460                          | 60             | 0,6590                      | 54             | 0,6046                      |
| 54             | 0,7318                          | 64             | 0,6372                      | 57             | 0,5828                      |
| 57             | 0,7162                          | 68             | 0,6153                      | 60             | 0,5607                      |
| 60             | 0,7020                          | 72             | 0,5935                      | 64             | 0,5316                      |
| 64             | 0,6823                          | 76             | 0,5721                      | 68             | 0,5017                      |
| 68             | 0,6625                          | 80             | 0,5506                      | 72             | 0,4730                      |
| 72             | 0,6428                          | 84             | 0,5289                      | 76             | 0,4446                      |
| 76             | 0,6245                          | 88             | 0,5066                      | 80             | 0,4162                      |
| 80             | 0,6043                          | 92             | 0,4850                      | 84             | 0,3890                      |
| 84             | 0,5841                          | 96             | 0,4641                      | 88             | 0,3627                      |
| 88             | 0,5658                          | 100            | 0,4428                      | 92             | 0,3370                      |
| 92             | 0,5461                          | 105            | 0,4184                      | 96             | 0,3116                      |
| 96             | 0,5277                          | 110            | 0,3926                      | 100            | 0,2874                      |
| 100            | 0,5089                          | 115            | 0,3675                      | 105            | 0,2578                      |
| 105            | 0,4856                          | 120            | 0,3424                      | 110            | 0,2309                      |
| 110            | 0,4622                          | 125            | 0,3188                      | 115            | 0,2056                      |
| 115            | 0,4402                          | 130            | 0,2960                      | 120            | 0,1819                      |
| 120            | 0,4182                          | 135            | 0,2737                      | 125            | 0,1611                      |
| 125            | 0,3948                          | 140            | 0,2530                      | 130            | 0,1449                      |
| 130            | 0,3728                          | 145            | 0,2327                      | 135            | 0,1271                      |
| 135            | 0,3494                          | 150            | 0,2141                      | 140            | 0,1123                      |
| 140            | 0,3269                          | 156            | 0,1927                      | 145            | 0,0980                      |
| 145            | 0,3049                          | 162            | 0,1721                      | 150            | 0,0849                      |
| 150            | 0,2834                          | 168            | 0,1534                      | 156            | 0,0713                      |
| 156            | 0,2577                          | 174            | 0,1368                      | 162            | 0,0607                      |
| 162            | 0,2348                          | 180            | 0,1209                      | 168            | 0,0495                      |
| 168            | 0,2109                          | 186            | 0,1066                      | 174            | 0,0408                      |

---

|     |        |     |        |     |        |
|-----|--------|-----|--------|-----|--------|
| 174 | 0,1907 | 192 | 0,0946 | 180 | 0,0327 |
| 180 | 0,1719 | 198 | 0,0825 | 186 | 0,0267 |
| 186 | 0,1545 | 204 | 0,0720 | 192 | 0,0216 |
| 192 | 0,1398 | 210 | 0,0626 | 198 | 0,0176 |
| 198 | 0,1265 | 216 | 0,0539 | 204 | 0,0127 |
| 204 | 0,1155 | 222 | 0,0472 | 210 | 0,0104 |
| 210 | 0,1032 | 228 | 0,0403 | 216 | 0,0066 |
| 216 | 0,0935 | 234 | 0,0347 | 222 | 0,0047 |
| 222 | 0,0830 | 240 | 0,0295 | 228 | 0,0026 |
| 228 | 0,0747 | 246 | 0,0249 | 234 | 0,0015 |
| 234 | 0,0679 | 252 | 0,0214 | 240 | 0,0000 |
| 240 | 0,0610 | 258 | 0,0184 |     |        |
| 246 | 0,0546 | 264 | 0,0146 |     |        |
| 252 | 0,0495 | 270 | 0,0119 |     |        |
| 258 | 0,0449 | 276 | 0,0104 |     |        |
| 264 | 0,0408 | 282 | 0,0082 |     |        |
| 270 | 0,0358 | 288 | 0,0062 |     |        |
| 276 | 0,0321 | 294 | 0,0050 |     |        |
| 282 | 0,0289 | 300 | 0,0033 |     |        |
| 288 | 0,0248 | 310 | 0,0023 |     |        |
| 294 | 0,0215 | 320 | 0,0013 |     |        |
| 300 | 0,0193 | 330 | 0,0000 |     |        |
| 306 | 0,0183 |     |        |     |        |
| 312 | 0,0156 |     |        |     |        |
| 318 | 0,0128 |     |        |     |        |
| 324 | 0,0105 |     |        |     |        |
| 330 | 0,0087 |     |        |     |        |
| 340 | 0,0064 |     |        |     |        |
| 350 | 0,0028 |     |        |     |        |
| 360 | 0,0005 |     |        |     |        |
| 370 | 0,0000 |     |        |     |        |

---

## APÊNDICE E – Rotinas computacionais empregadas no software Scilab® para o modelo de Difusão

// T=70°C:

x\_exp70 =

```
[1.0000;0.9972;0.9950;0.9917;0.9881;0.9830;0.9789;0.9739;0.9693;0.9629;
 0.9564;0.9454;0.9358;0.9248;0.9138;0.9033;0.8923;0.8826;0.8716;0.8615;
 0.8514;0.8359;0.8216;0.8061;0.7909;0.7758;0.7620;0.7460;0.7318;0.7162;
 0.7020;0.6823;0.6625;0.6428;0.6245;0.6043;0.5841;0.5658;0.5461;0.5277;
 0.5089;0.4856;0.4622;0.4402;0.4182;0.3948;0.3728;0.3494;0.3269;0.3049;
 0.2834;0.2577;0.2348;0.2109;0.1907;0.1719;0.1545;0.1398;0.1265;0.1155;
 0.1032;0.0935;0.0830;0.0747;0.0679;0.0610;0.0546;0.0495;0.0449;0.0408;
 0.0358;0.0321;0.0289;0.0248;0.0215;0.0193;0.0183;0.0156;0.0128;0.0105;
 0.0087;0.0064;0.0028;0.0005;0.0000]; //razão de umidade para T=70°C
```

```
t_exp70 = [0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;12;14;16;18;20;22;24;26;28;30;33;36;39;42;45;
 48;51;54;57;60;64;68;72;76;80;84;88;92;96;100;105;110;115;120;125;130;
 135;140;145;150;156;162;168;174;180;186;192;198;204;210;216;222;228;
 234;240;246;252;258;264;270;276;282;288;294;300;306;312;318;324;330;
 340;350;360;370]; //tempo para T=70°C
```

//T=80°C:

x\_exp80 =

```
[1.0000;0.9982;0.9958;0.9933;0.9896;0.9804;0.9690;0.9558;0.9432;0.9302;
 0.9173;0.9042;0.8920;0.8790;0.8669;0.8550;0.8425;0.8311;0.8130;0.7957;
 0.7777;0.7606;0.7433;0.7266;0.7097;0.6930;0.6757;0.6590;0.6372;0.6153;
 0.5935;0.5721;0.5506;0.5289;0.5066;0.4850;0.4641;0.4428;0.4184;0.3926;
 0.3675;0.3424;0.3188;0.2960;0.2737;0.2530;0.2327;0.2141;0.1927;0.1721;
 0.1534;0.1368;0.1209;0.1066;0.0946;0.0825;0.0720;0.0626;0.0539;0.0472;
 0.0403;0.0347;0.0295;0.0249;0.0214;0.0184;0.0146;0.0119;0.0104;0.0082;
 0.0062;0.0050;0.0033;0.0023;0.0013;0.0000]; //razão de umidade para T=80°C
```

```
t_exp80 = [0;1;2;3;4;6;8;10;12;14;16;18;20;22;24;26;28;30;33;36;39;42;45;48;51;
 54;57;60;64;68;72;76;80;84;88;92;96;100;105;110;115;120;125;130;135;
 140;145;150;156;162;168;174;180;186;192;198;204;210;216;222;228;234;
 240;246;252;258;264;270;276;282;288;294;300;310;320;330]; //tempo para
```

T=80°C

//T=90°C:

x\_exp90 =

```
[1.0000;0.9960;0.9934;0.9905;0.9871;0.9824;0.9769;0.9703;0.9633;0.9548;
 0.9457;0.9107;0.8926;0.8769;0.8623;0.8464;0.8300;0.8143;0.7980;0.7825;
 0.7606;0.7381;0.7156;0.6933;0.6717;0.6498;0.6275;0.6046;0.5828;0.5607;
 0.5316;0.5017;0.4730;0.4446;0.4162;0.3890;0.3627;0.3370;0.3116;0.2874;
 0.2578;0.2309;0.2056;0.1819;0.1611;0.1449;0.1271;0.1123;0.0980;0.0849;
 0.0713;0.0607;0.0495;0.0408;0.0327;0.0267;0.0216;0.0176;0.0127;0.0104;
 0.0066;0.0047;0.0026;0.0015;0.0000]; // razão de umidade para T=90°C
```

```
t_exp90 = [0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;14;16;18;20;22;24;26;28;30;33;36;39;42;45;48;
```

```
51;54;57;60;64;68;72;76;80;84;88;92;96;100;105;110;115;120;125;130;
135;140;145;150;156;162;168;174;180;186;192;198;204;210;216;222;228;
234;240]; //tempo para T=90°C
```

```
t70 = linspace(0,t_exp70($),5000);
t80 = linspace(0,t_exp80($),5000);
t90 = linspace(0,t_exp90($),5000);
```

```
L = 0.5; // Espessura da amostra
```

```
function res70=residuos70(P70, m70)
```

```
sum_70 = 0;
```

```
for n = 0:20
```

```
sum_70 = sum_70 + (8/%pi^2)*(1/(2*n+1)^2)*exp(-P70(1)*((2*n+1)*%pi/L)^2)*t70);
```

```
end
```

```
sum_1_70 = interp1(t70',sum_70,t_exp70,'spline');
```

```
res70 = sum_1_70 - x_exp70;
```

```
endfunction
```

```
function res80=residuos80(P80, m80)
```

```
sum_80 = 0;
```

```
for n = 0:20
```

```
sum_80 = sum_80 + (8/%pi^2)*(1/(2*n+1)^2)*exp(-P80(1)*((2*n+1)*%pi/L)^2)*t80);
```

```
end
```

```
sum_1_80 = interp1(t80',sum_80,t_exp80,'spline');
```

```
res80 = sum_1_80 - x_exp80;
```

```
endfunction
```

```
function res90=residuos90(P90, m90)
```

```
sum_90 = 0;
```

```
for n = 0:20
```

```
sum_90 = sum_90 + (8/%pi^2)*(1/(2*n+1)^2)*exp(-P90(1)*((2*n+1)*%pi/L)^2)*t90);
```

```
end
```

```
sum_1_90 = interp1(t90',sum_90,t_exp90,'spline');
```

```
res90 = sum_1_90 - x_exp90;
```

```
endfunction
```

```
//Estimativa inicial
```

```
P070 = 1.6*10^-4;
P080 = 1.6*10^-4;
P090 = 1.6*10^-4;
```

```
[xsol70,v70,info70]=lsqrsolve(P070,residuos70,length(t_exp70))
[xsol80,v80,info80]=lsqrsolve(P080,residuos80,length(t_exp80))
[xsol90,v90,info90]=lsqrsolve(P090,residuos90,length(t_exp90))
```

```
f70 =0;
for n = 0:20
```

```
f70 = f70 + (8/%pi^2)*(1/(2*n+1)^2)*exp(-xsol70(1)*(((2*n+1)*%pi/L)^2)*t70);
```

```
end
```

```
f80 =0;
for n = 0:20
```

```
f80 = f80 + (8/%pi^2)*(1/(2*n+1)^2)*exp(-xsol80(1)*(((2*n+1)*%pi/L)^2)*t80);
```

```
end
```

```
f90 =0;
for n = 0:20
```

```
f90 = f90 + (8/%pi^2)*(1/(2*n+1)^2)*exp(-xsol90(1)*(((2*n+1)*%pi/L)^2)*t90);
```

```
end
```

```
T = [70;80;90]
```

```
scf(1)
```

```
plot(t_exp70,x_exp70,'ok')
```

```
plot(t_exp80,x_exp80,'sk')
```

```
plot(t_exp90,x_exp90,'^k')
```

```
plot(t70,f70,'-k')
```

```
plot(t80,f80,'-k')
```

```
plot(t90,f90,'-k')
```

```
xlabel('t (min)','fontsize',4)
```

```
ylabel('X','fontsize',4)
```

```
legend(['70°C';'80°C';'90°C';'Modelo'])
```



## APÊNDICE F – Rotinas computacionais empregadas no software Scilab® para o modelo de Page

// T=70°C:

x\_exp70 =

```
[1.0000;0.9972;0.9950;0.9917;0.9881;0.9830;0.9789;0.9739;0.9693;0.9629;
 0.9564;0.9454;0.9358;0.9248;0.9138;0.9033;0.8923;0.8826;0.8716;0.8615;
 0.8514;0.8359;0.8216;0.8061;0.7909;0.7758;0.7620;0.7460;0.7318;0.7162;
 0.7020;0.6823;0.6625;0.6428;0.6245;0.6043;0.5841;0.5658;0.5461;0.5277;
 0.5089;0.4856;0.4622;0.4402;0.4182;0.3948;0.3728;0.3494;0.3269;0.3049;
 0.2834;0.2577;0.2348;0.2109;0.1907;0.1719;0.1545;0.1398;0.1265;0.1155;
 0.1032;0.0935;0.0830;0.0747;0.0679;0.0610;0.0546;0.0495;0.0449;0.0408;
 0.0358;0.0321;0.0289;0.0248;0.0215;0.0193;0.0183;0.0156;0.0128;0.0105;
 0.0087;0.0064;0.0028;0.0005;0.0000]; // razão de umidade para T=70°C
```

```
t_exp70 = [0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;12;14;16;18;20;22;24;26;28;30;33;36;39;42;45;
 48;51;54;57;60;64;68;72;76;80;84;88;92;96;100;105;110;115;120;125;130;
 135;140;145;150;156;162;168;174;180;186;192;198;204;210;216;222;228;
 234;240;246;252;258;264;270;276;282;288;294;300;306;312;318;324;330;
 340;350;360;370]; //tempo para T=70°C
```

//T=80°C:

x\_exp80 =

```
[1.0000;0.9982;0.9958;0.9933;0.9896;0.9804;0.9690;0.9558;0.9432;0.9302;
 0.9173;0.9042;0.8920;0.8790;0.8669;0.8550;0.8425;0.8311;0.8130;0.7957;
 0.7777;0.7606;0.7433;0.7266;0.7097;0.6930;0.6757;0.6590;0.6372;0.6153;
 0.5935;0.5721;0.5506;0.5289;0.5066;0.4850;0.4641;0.4428;0.4184;0.3926;
 0.3675;0.3424;0.3188;0.2960;0.2737;0.2530;0.2327;0.2141;0.1927;0.1721;
 0.1534;0.1368;0.1209;0.1066;0.0946;0.0825;0.0720;0.0626;0.0539;0.0472;
 0.0403;0.0347;0.0295;0.0249;0.0214;0.0184;0.0146;0.0119;0.0104;0.0082;
 0.0062;0.0050;0.0033;0.0023;0.0013;0.0000]; // razão de umidade para
```

T=80°C

```
t_exp80 = [0;1;2;3;4;6;8;10;12;14;16;18;20;22;24;26;28;30;33;36;39;42;45;48;51;
 54;57;60;64;68;72;76;80;84;88;92;96;100;105;110;115;120;125;130;135;
 140;145;150;156;162;168;174;180;186;192;198;204;210;216;222;228;234;
 240;246;252;258;264;270;276;282;288;294;300;310;320;330]; //tempo para
```

T=80°C

//T=90°C:

x\_exp90 =

```
[1.0000;0.9960;0.9934;0.9905;0.9871;0.9824;0.9769;0.9703;0.9633;0.9548;
 0.9457;0.9107;0.8926;0.8769;0.8623;0.8464;0.8300;0.8143;0.7980;0.7825;
 0.7606;0.7381;0.7156;0.6933;0.6717;0.6498;0.6275;0.6046;0.5828;0.5607;
 0.5316;0.5017;0.4730;0.4446;0.4162;0.3890;0.3627;0.3370;0.3116;0.2874;
 0.2578;0.2309;0.2056;0.1819;0.1611;0.1449;0.1271;0.1123;0.0980;0.0849;
 0.0713;0.0607;0.0495;0.0408;0.0327;0.0267;0.0216;0.0176;0.0127;0.0104;
 0.0066;0.0047;0.0026;0.0015;0.0000]; // razão de umidade para T=90°C
```

```
t_exp90 = [0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;14;16;18;20;22;24;26;28;30;33;36;39;42;45;48;
51;54;57;60;64;68;72;76;80;84;88;92;96;100;105;110;115;120;125;130;
135;140;145;150;156;162;168;174;180;186;192;198;204;210;216;222;228;
234;240]; //tempo para T=90°C
```

```
t70 = linspace(0,t_exp70($),5000);
t80 = linspace(0,t_exp80($),5000);
t90 = linspace(0,t_exp90($),5000);
```

```
// P(1) = k
// P(2) = n
```

```
function res70=residuos70(P70, m70)
```

```
    sum_70 = exp(-P70(1)*(t70)^(P70(2)));
    sum_1_70 = interp1(t70,sum_70,t_exp70,'spline');
    res70 = sum_1_70 - x_exp70;
endfunction
```

```
function res80=residuos80(P80, m80)
```

```
    sum_80 = exp(-P80(1)*(t80)^(P80(2)));
    sum_1_80 = interp1(t80,sum_80,t_exp80,'spline');
    res80 = sum_1_80 - x_exp80;
endfunction
```

```
function res90=residuos90(P90, m90)
```

```
    sum_90 = exp(-P90(1)*(t90)^(P90(2)));
    sum_1_90 = interp1(t90,sum_90,t_exp90,'spline');
    res90 = sum_1_90 - x_exp90;
endfunction
```

```
//Estimativa inicial
```

```
P070 = [1 1];
P080 = [1 1];
P090 = [1 1];
```

```
[xsol70,v70,info70]=lsqrsolve(P070,residuos70,length(t_exp70))
[xsol80,v80,info80]=lsqrsolve(P080,residuos80,length(t_exp80))
[xsol90,v90,info90]=lsqrsolve(P090,residuos90,length(t_exp90))
```

```
f70 = exp(-xsol70(1)*(t70)^xsol70(2));
```

```
f80 = exp(-xsol80(1)*(t80)^xsol80(2));
```

```
f90 = exp(-xsol90(1)*(t90)^xsol90(2));
```

```
T = [70;80;90]
```

```
k = [xsol70(1);xsol80(1);xsol90(1)]
```

```
scf(1)
```

```
plot(t_exp70,x_exp70,'ok')
```

```
plot(t_exp80,x_exp80,'sk')
```

```
plot(t_exp90,x_exp90,'^k')
```

```
plot(t70,f70,'-k')
```

```
plot(t80,f80,'-k')
```

```
plot(t90,f90,'-k')
```

```
xlabel('t (min)', 'fontsize', 4)
```

```
ylabel('X', 'fontsize', 4)
```

```
legend(['70°C'; '80°C'; '90°C'; 'Modelo'])
```

```
scf(2)
```

```
plot(T,k,'ok')
```

## APÊNDICE G – Rotinas computacionais empregadas no software Scilab® para o modelo de Dois Períodos

// T=70°C:

x\_exp70 =

```
[1.0000;0.9972;0.9950;0.9917;0.9881;0.9830;0.9789;0.9739;0.9693;0.9629;
 0.9564;0.9454;0.9358;0.9248;0.9138;0.9033;0.8923;0.8826;0.8716;0.8615;
 0.8514;0.8359;0.8216;0.8061;0.7909;0.7758;0.7620;0.7460;0.7318;0.7162;
 0.7020;0.6823;0.6625;0.6428;0.6245;0.6043;0.5841;0.5658;0.5461;0.5277;
 0.5089;0.4856;0.4622;0.4402;0.4182;0.3948;0.3728;0.3494;0.3269;0.3049;
 0.2834;0.2577;0.2348;0.2109;0.1907;0.1719;0.1545;0.1398;0.1265;0.1155;
 0.1032;0.0935;0.0830;0.0747;0.0679;0.0610;0.0546;0.0495;0.0449;0.0408;
 0.0358;0.0321;0.0289;0.0248;0.0215;0.0193;0.0183;0.0156;0.0128;0.0105;
 0.0087;0.0064;0.0028;0.0005;0.0000]; // razão de umidade para T=70°C
```

```
t_exp70 = [0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;12;14;16;18;20;22;24;26;28;30;33;36;39;42;45;
48;51;54;57;60;64;68;72;76;80;84;88;92;96;100;105;110;115;120;125;130;
135;140;145;150;156;162;168;174;180;186;192;198;204;210;216;222;228;
234;240;246;252;258;264;270;276;282;288;294;300;306;312;318;324;330;
340;350;360;370]; //tempo para T=70°C
```

//T=80°C:

x\_exp80 =

```
[1.0000;0.9982;0.9958;0.9933;0.9896;0.9804;0.9690;0.9558;0.9432;0.9302;
 0.9173;0.9042;0.8920;0.8790;0.8669;0.8550;0.8425;0.8311;0.8130;0.7957;
 0.7777;0.7606;0.7433;0.7266;0.7097;0.6930;0.6757;0.6590;0.6372;0.6153;
 0.5935;0.5721;0.5506;0.5289;0.5066;0.4850;0.4641;0.4428;0.4184;0.3926;
 0.3675;0.3424;0.3188;0.2960;0.2737;0.2530;0.2327;0.2141;0.1927;0.1721;
 0.1534;0.1368;0.1209;0.1066;0.0946;0.0825;0.0720;0.0626;0.0539;0.0472;
 0.0403;0.0347;0.0295;0.0249;0.0214;0.0184;0.0146;0.0119;0.0104;0.0082;
 0.0062;0.0050;0.0033;0.0023;0.0013;0.0000]; //razão de umidade para T=80°C
```

```
t_exp80 = [0;1;2;3;4;6;8;10;12;14;16;18;20;22;24;26;28;30;33;36;39;42;45;48;51;
54;57;60;64;68;72;76;80;84;88;92;96;100;105;110;115;120;125;130;135;
140;145;150;156;162;168;174;180;186;192;198;204;210;216;222;228;234;
240;246;252;258;264;270;276;282;288;294;300;310;320;330]; //tempo para
```

T=80°C

//T=90°C:

x\_exp90 =

```
[1.0000;0.9960;0.9934;0.9905;0.9871;0.9824;0.9769;0.9703;0.9633;0.9548;
 0.9457;0.9107;0.8926;0.8769;0.8623;0.8464;0.8300;0.8143;0.7980;0.7825;
 0.7606;0.7381;0.7156;0.6933;0.6717;0.6498;0.6275;0.6046;0.5828;0.5607;
 0.5316;0.5017;0.4730;0.4446;0.4162;0.3890;0.3627;0.3370;0.3116;0.2874;
 0.2578;0.2309;0.2056;0.1819;0.1611;0.1449;0.1271;0.1123;0.0980;0.0849;
 0.0713;0.0607;0.0495;0.0408;0.0327;0.0267;0.0216;0.0176;0.0127;0.0104;
 0.0066;0.0047;0.0026;0.0015;0.0000]; // razão de umidade para T=90°C
```

```
t_exp90 = [0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;14;16;18;20;22;24;26;28;30;33;36;39;42;45;48;
```

51;54;57;60;64;68;72;76;80;84;88;92;96;100;105;110;115;120;125;130;  
 135;140;145;150;156;162;168;174;180;186;192;198;204;210;216;222;228;  
 234;240]; //tempo para  $T=90^{\circ}\text{C}$

```
t70 = linspace(0,t_exp70($),5000);
t80 = linspace(0,t_exp80($),5000);
t90 = linspace(0,t_exp90($),5000);
```

```
function res70=residuos70(P70, m70)
```

```
A70 = P70(2)-((x_exp70(1)-x_exp70($))/P70(1));
B70 = (P70(1)*sqrt(%pi))/2;
C70 = P70(1)*P70(2)-x_exp70(1)+x_exp70($);
sum_70 = x_exp70(1)-P70(1)*(t70-A70*erfc((B70/C70)*(P70(2)-t70)));
sum_1_70 = interp1(t70,sum_70,t_exp70,'spline');
res70 = sum_1_70 - x_exp70;
```

```
endfunction
```

```
function res80=residuos80(P80, m80)
```

```
A80 = P80(2)-((x_exp80(1)-x_exp80($))/P80(1));
B80 = (P80(1)*sqrt(%pi))/2;
C80 = P80(1)*P80(2)-x_exp80(1)+x_exp80($);
sum_80 = x_exp80(1)-P80(1)*(t80-A80*erfc((B80/C80)*(P80(2)-t80)));
sum_1_80 = interp1(t80,sum_80,t_exp80,'spline');
res80 = sum_1_80 - x_exp80;
```

```
endfunction
```

```
function res90=residuos90(P90, m90)
```

```
A90 = P90(2)-((x_exp90(1)-x_exp90($))/P90(1));
B90 = (P90(1)*sqrt(%pi))/2;
C90 = P90(1)*P90(2)-x_exp90(1)+x_exp90($);
sum_90 = x_exp90(1)-P90(1)*(t90-A90*erfc((B90/C90)*(P90(2)-t90)));
sum_1_90 = interp1(t90,sum_90,t_exp90,'spline');
res90 = sum_1_90 - x_exp90;
```

```
endfunction
```

```
//Estimativa inicial
```

```
P070 = [0.005 300];
P080 = [0.005 300];
P090 = [0.005 300];
```

```
[xsol70,v70,info70]=lsqrsolve(P070,residuos70,length(t_exp70))
[xsol80,v80,info80]=lsqrsolve(P080,residuos80,length(t_exp80))
[xsol90,v90,info90]=lsqrsolve(P090,residuos90,length(t_exp90))
```

```
AA70 = xsol70(2)-(x_exp70(1)-x_exp70($))/xsol70(1);
```

```

BB70 = xsol70(1)*sqrt(%pi)/2;
CC70 = xsol70(1)*xsol70(2)-x_exp70(1)+x_exp70($);
f70 = x_exp70(1)-xsol70(1)*(t70-AA70*erfc((BB70/CC70)*(xsol70(2)-t70)));

```

```

AA80 = xsol80(2)-(x_exp80(1)-x_exp80($))/xsol80(1);
BB80 = xsol80(1)*sqrt(%pi)/2;
CC80 = xsol80(1)*xsol80(2)-x_exp80(1)+x_exp80($);
f80 = x_exp80(1)-xsol80(1)*(t80-AA80*erfc((BB80/CC80)*(xsol80(2)-t80)));

```

```

AA90 = xsol90(2)-(x_exp90(1)-x_exp90($))/xsol90(1);
BB90 = xsol90(1)*sqrt(%pi)/2;
CC90 = xsol90(1)*xsol90(2)-x_exp90(1)+x_exp90($);
f90 = x_exp90(1)-xsol90(1)*(t90-AA90*erfc((BB90/CC90)*(xsol90(2)-t90)));

```

```

T = [70;80;90]
N0 = [xsol70(1);xsol80(1);xsol90(1)]
tf = [xsol70(2);xsol80(2);xsol90(2)]

```

```

scf(1)
plot(t_exp70,x_exp70,'ok')
plot(t_exp80,x_exp80,'sk')
plot(t_exp90,x_exp90,'^k')
plot(t70,f70,'-k')
plot(t80,f80,'-k')
plot(t90,f90,'-k')

```

```

xlabel('t (min)', 'fontsize', 4)
ylabel('X', 'fontsize', 4)
legend(['70°C'; '80°C'; '90°C'; 'Modelo'])

```

```

scf(2)
plot(T,N0,'ok')

```

```

scf(3)
plot(T,tf,'ok')

```