

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
ENGENHARIA INDUSTRIAL MECÂNICA

JAMES LUIGI ROMANÓ

**INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA DA CONVECÇÃO NATURAL DE
CANAL POROSO HETEROGÊNIO AQUECIDO POR BAIXO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2014

JAMES LUIGI ROMANÓ

**INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA DA CONVECÇÃO NATURAL DE
CANAL POROSO HETEROGÊNEO AQUECIDO POR BAIXO**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 do curso de Engenharia Industrial Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Dr. Silvio Luiz de Mello Junqueira

Co-orientador: Prof. Dr. Admilson T. Franco

CURITIBA

2014

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos o Projeto de Pesquisa "INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA DA CONVECÇÃO NATURAL DE CANAL POROSO HETEROGÊNEO AQUECIDO POR BAIXO", realizado pelo aluno James Luigi Romanó, como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Industrial Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dr. Silvio Luiz de Mello Junqueira

DAMEC, UTFPR

Orientador

Prof. Dr. Cezar Otaviano Ribeiro Negrão

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Prof. Dr. Luciano Fernando dos Santos Rossi

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Curitiba, 21 de maio de 2014

RESUMO

Neste trabalho é realizado um estudo numérico da convecção natural canal horizontal heterogêneo aquecido por baixo. O canal é preenchido por blocos sólidos, quadrados, desconectados e uniformemente distribuídos. É utilizada uma condição de contorno periódica nas paredes laterais e a simulação é feita através da solução das equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia para a fase fluida, e condução de calor para os blocos. É variado o número de Rayleigh ($Ra = 10^5, 10^6$), o número de blocos ($N = 1, 4, 16$) e a razão de aspecto ($A = 2, 3, 4, 6, 8$). É avaliada a influência da variação desses parâmetros no número de Nusselt, que quantifica a transferência de calor, e no valor máximo de linhas de corrente, para quantificar a intensidade de recirculação do fluido. Realiza-se uma análise quantitativa através da investigação dos gráficos de linhas de corrente, isothermas e número de Nusselt transiente. De forma geral, o aumento da razão de aspecto proporciona maior liberdade ao desenvolvimento de plumas, tornando o padrão celular do escoamento mais complexo. O aumento do número de Rayleigh intensifica a transferência de calor e a recirculação do fluido, implicando no aumento do número de Nusselt. A presença dos obstáculos geométricos limita os graus de liberdade do escoamento, causando a diminuição da taxa de transferência de calor total.

Palavras-chave: Convecção de Rayleigh-Bénard, Meio heterogêneo.

Dinâmica dos Fluidos Computacional

ABSTRACT

This work consists of natural convection study on a heterogeneous horizontal channel heated from below. The channel is filled with solid, squared, disconnected, conductive and uniformly distributed blocks. In the side walls we consider periodic boundary condition, and the numerical simulation is done through the solution of momentum, energy and continuity equations. The range of the parameters used is as follows: Rayleigh number $Ra = 10^5 - 10^6$, number of blocks $N = 1, 4, 16$, aspect ratio ($A = 2, 3, 4, 6, 8$). We evaluate the influence of these parameters in the Nusselt number, to measure the average heat transfer, and in the maximum streamline value, to quantify the fluid recirculation intensity. We proceed by analysing the streamlines, isotherms and temporal Nusselt. In general, the increase in the aspect ratio promotes more freedom to the plume development, therefore increasing the Nusselt number. The presence of the geometric obstacles limits the flow's degrees of freedom, therefore decreasing total heat transfer.

Keywords: Computational Fluid Dynamics. Natural Convection. Heated from Below. Heterogeneous Media.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação do sistema petrolífero na Bacia de Campos.....	16
Figura 2 – Meio poroso sintético de FeCrAlY	17
Figura 3 – (a) Reservatório de Petróleo; (b) Escala macroscópica da rocha fraturada; (c) Escala macroscópica do poro; (d) Escala microscópica do poro; (e) Idealização geométrica do modelo heterogêneo.....	18
Figura 4 – Desenho esquemático do canal horizontal heterogêneo preenchido com blocos sólidos desconectados	19
Figura 5 – Volume elementar representativo.....	26
Figura 6 – Camada horizontal de fluido aquecida por baixo.....	27
Figura 7 – Célula de Bénard Tridimensional.....	28
Figura 8 – Modelo e Condições de Contorno Utilizadas.....	36
Figura 9 – Volume de controle utilizado para ilustrar a discretização de uma equação de transporte escalar	40
Figura 10 – Esquema de Interpolação QUICK Unidimensional	41
Figura 11 – Modelo geométrico do canal longitudinalmente periódico	47
Figura 12 – Malha utilizada para a configuração $N = 16$ e $A = 2$	52
Figura 13 – Número de Nusselt em função do tempo adimensional para $Ra = 10^5$ e $N = 1$	54
Figura 14 – Linhas de corrente em regime permanente para $Ra = 10^5$ e $N = 1$	55
Figura 15 – Isotermas em regime permanente para $Ra = 10^5$ e $N = 1$	56
Figura 16 – Número de Nusselt em função do tempo adimensional para $Ra = 10^5$ e $N = 4$	57
Figura 17 – Linhas de corrente em regime permanente para $Ra = 10^5$ e $N = 4$	58
Figura 18 – Isotermas em regime permanente para $Ra = 10^5$ e $N = 4$	59
Figura 19 – Número de Nusselt em função do tempo adimensional para $Ra = 10^5$ e $N = 16$	60
Figura 20 – Linhas de corrente em regime permanente para $Ra = 10^5$ e $N = 16$	61

Figura 21 – Isotermas em regime permanente para $Ra = 10^5$ e $N = 16$	62
Figura 22 – Número de Nusselt em função do tempo adimensional para $Ra = 10^6$ e $N = 1$	63
Figura 23 – Linhas de corrente em regime permanente para $Ra = 10^6$ e $N = 1$	64
Figura 24 – Isotermas em regime permanente para $Ra = 10^6$ e $N = 1$	65
Figura 25 – Número de Nusselt em função do tempo adimensional para $Ra = 10^6$ e $N = 16$	66
Figura 26 – Linhas de corrente em regime permanente para $Ra = 10^6$ e $N = 16$	67
Figura 27 – Isotermas em regime permanente para $Ra = 10^6$ e $N = 16$	68
Figura 29 – Linhas de corrente e isotermas para $N = 1$, $A = 4$	Erro!
Indicador não definido.	
Figura 30 – Linhas de corrente para $N = 1$, $A = 4$	70
Figura 28 - Número de Nusselt em função da razão de aspecto no regime permanente	70

NOMENCLATURA

Letras Romanas

a_p	Fator de peso	-
A	Razão entre o comprimento e a espessura da camada de fluido $A = \frac{L}{H}$	-
A	Área	$[m^2]$
B	Comprimento do volume de controle	$[m]$
B_u	Comprimento do volume de controle à esquerda do ponto	$[m]$
B_c	Comprimento do volume de controle à direita do ponto	$[m]$
B_d	Comprimento do volume de controle que contém o ponto	$[m]$
c_p	Calor específico a pressão constante	$[J / kg.K]$
D / Dt	Operador derivada material	-
EP	Erro percentual relativo	-
g	Aceleração da gravidade	$[m / s^2]$
h	Coefficiente de transferência de calor	$[W / m^2.K]$
H	Altura do canal	$[m]$
I_f	Número de nós na face	-
J_m	Fluxo mássico através da face	$[kg / s]$
k	Condutividade térmica	$[W / m.K]$
L	Largura do domínio computacional do canal	$[m]$
N	Número de blocos	-
\vec{n}	Vetor unitário na direção normal	-
Nu	Número de Nusselt	-
O_m	Coefficiente de interpolação da pressão	-
p	Pressão	$[Pa]$

P	Pressão adimensional	-
Pr	Número de Prandtl	-
q''	Fluxo de calor	$[W / m^2]$
q'''	Geração de energia interna por unidade de volume	$[W / m^3]$
Ra	Número de Rayleigh	-
\vec{r}	Vetor deslocamento	$[m]$
\vec{r}_0	Vetor deslocamento da célula 0	$[m]$
\vec{r}_1	Vetor deslocamento da célula 1	$[m]$
S	Termo fonte	-
t	Tempo	$[s]$
t^*	Tempo adimensional	-
T	Temperatura	$[K]$
T_0	Temperatura de referência	$[K]$
T_H	Temperatura da base	$[K]$
T_c	Temperatura do topo	$[K]$
u	Componente da velocidade na direção X	$[m / s]$
U	Componente da velocidade adimensional na direção X	-
v	Componente da velocidade na direção Y	$[m / s]$
V	Componente da velocidade adimensional na direção Y	-
V	Volume	$[m^3]$
x, y, z	Coordenadas cartesianas	$[m]$
X, Y, Z	Coordenadas cartesianas adimensionais	-

Letras Gregas

α	Difusividade térmica	$[m^2 / s]$
β	Coeficiente de expansão térmica	$[1 / K]$
β_0	Coeficiente de expansão térmica em T_0	$[1 / K]$
ϕ	Porosidade	-
Φ	Função de dissipação viscosa	-
ξ	Variável	-
Γ_ξ	Coeficiente de difusão térmica da variável	-
ζ	Coeficiente de interpolação do esquema QUICK	-
μ	Viscosidade dinâmica	$[kg / m.s]$
ν	Viscosidade cinemática	$[m^2 / s]$
θ	Temperatura adimensional	-
Ω	Parâmetro de relaxação da pressão	-
Θ_{cal}	Valor calculado	-
Θ_{ref}	Valor de referência	-
ρ	Massa específica	$[kg / m^3]$
σ	Razão de capacidade térmica sólido-fluido	-
Ψ	Função linha de corrente	-

Subscritos

av	Médio
f	Fluido
m	Relativo à face m
max	Máximo
min	Mínimo

s	Sólido
T	Total

LISTA DE TABELAS

Tabela 2 Nu_{av} para canal horizontal preenchido com fluido aquecido por baixo.....	50
Tabela 3 - Nu na superfície inferior para $Ra = 10^3 - 10^6$	51
Tabela 4 – Teste de Malha para $Ra = 10^6$ e $N = 16$	52
Tabela 5 – Resumo dos valores dos parâmetros utilizados para o canal heterogêneo	53

LISTA DE SIGLAS E ABREVIACOES

CFD – Dinâmica de fluidos computacional (Computational fluid dynamics)

PPP – Proposta de Projeto de Pesquisa

PP – Projeto de Pesquisa.

VER – Volume Elementar Representativo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Contexto do Problema	15
1.2	Caracterização do Problema.....	17
1.3	Objetivos.....	19
1.4	Conteúdo do trabalho	19
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	21
2.1	Convecção Natural em Canal Limpo Aquecido por Baixo (Convecção de Rayleigh-Bénard).....	21
2.2	Convecção Natural em Cavidade Heterogênea Aquecida por Baixo...21	
2.3	Convecção Natural em Canal Heterogêneo Aquecido por Baixo	22
2.4	Condição de Contorno Periódica Translacional	23
2.5	Presente Trabalho	24
3	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	25
3.1	Conceitos Básicos de Meios Porosos	25
3.2	Convecção de Rayleigh-Bénard	26
3.3	Discussão de escala da convecção de Rayleigh-Bénard	29
3.4	Equações do modelo heterogêneo	31
3.4.1.	Equação da Conservação da Massa.....	32
3.4.2.	Equação da Conservação da Quantidade de Movimento	32
3.4.3.	Equação da Conservação de Energia	33
3.5	Adimensionalização das Equações do Modelo.....	33
3.6	Geometria e Condições de Contorno do Problema	35
3.7	Linhas de Corrente	37
3.8	Número de Nusselt	37
3.9	Síntese do capítulo 3	38
4	TRATAMENTO NUMÉRICO	39
4.1	Discretização da Equação de Transporte Escalar	39
4.1.1.	Esquema de Interpolação QUICK	41
4.2	Discretização Temporal	41
4.3	Avaliação de Gradientes e Derivadas.....	43
4.3.1.	Avaliação de Gradiente pelo Método Nodal de Green-Gauss.....	43
4.4	Discretização da Equação da Quantidade de Movimento	44
4.4.1.	Escolha do Esquema de Interpolação da Pressão.....	44
4.5	Discretização da Equação de Conservação de Massa.....	45
4.6	Acoplamento Pressão-Velocidade.....	45
4.6.1.	Algoritmo Segregado SIMPLE.....	46
4.7	Condição de Contorno Periódica	46
4.8	Síntese do capítulo 4	48
5	RESULTADOS	49
5.1	Problemas de verificação.....	49

	5.1.1. Convecção Natural em Canal Limpo Aquecido por Baixo	49
	5.1.2. Convecção Natural em Canal Aquecido por Baixo com Arranjo Periódico de Blocos Quadrados no Interior	50
	5.2 Teste de Malha e Escolha do Incremento de Tempo.....	51
	5.3 Simulação Numérica do Canal Heterogêneo.....	53
	5.3.1. Simulações numéricas para $Ra = 10^5$	53
	5.3.1. Simulações numéricas para $Ra = 10^6$	62
	5.3.2. Efeito do número de Rayleigh nas linhas de corrente	69
	5.3.3. Efeito da razão de aspecto no número de Nusselt.....	70
6	CONCLUSÃO	71
7	REFERÊNCIAS.....	73

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto do Problema

Convecção natural é o fenômeno em que a transferência de calor é caracterizada pela ação de forças de empuxo no interior de um fluido. São essas forças que, de fato, mantêm o escoamento através da presença combinada de gradientes de massa específica e de forças de corpo. O gradiente de massa específica pode aparecer em um fluido de várias maneiras, sendo a presença de um gradiente de temperatura a razão mais comum. (INCROPERA e DeWITT, 2003).

O fenômeno de convecção natural em cavidades preenchidas por fluido pode ser visto em uma longa lista de sistemas geofísicos e de engenharia. Esse fenômeno pode ser organizado em duas classes: (1) cavidades aquecidas lateralmente, e (2) cavidades aquecidas por baixo. O estudo de ambas as classes de escoamentos é relevante para a compreensão da circulação de ar na atmosfera, hidrosfera e magma da crosta terrestre (BEJAN, A., 2004).

Além da importância para o estudo geotérmico e meteorologia, o processo de convecção natural é um campo importante de pesquisas em diversas aplicações práticas. Bejan (2004) cita diversas aplicações, como coletores solares, isolamento térmico e acústico de parede, problemas de circulação de ar, prevenção de incêndios, indústrias químicas e metalúrgicas e refrigeração de eletrônicos.

Dentre os tópicos associados a este fenômeno, a convecção natural em meios porosos é um tema que tem atraído a atenção de vários pesquisadores nas últimas décadas. Nield e Bejan (2006) e Fohr (1994) apontam exemplos de aplicações na secagem de grãos, área biomédica, dispersão de poluentes, compartimentos de geração de calor e resfriamento de equipamentos eletrônicos. A característica comum entre estes problemas é a necessidade da predição correta do escoamento e da transferência de calor, quesitos fundamentais para o projeto e melhoria destes sistemas.

A indústria petrolífera, por sua vez, apresenta grandes oportunidades para o desenvolvimento de pesquisas em meios porosos. Nas atividades de produção e

perfuração de reservatórios de petróleo e gás natural o estudo da transferência de calor e percolação em meios permeáveis envolve o conhecimento de características termo-hidráulicas do substrato poroso, onde propriedades como porosidade, permeabilidade e condutividade térmica são fortemente influenciadas pelas interfaces dos diversos constituintes presentes nesses domínios heterogêneos (DE LAI, 2009).

A produção de petróleo e gás natural consiste na injeção de água, gás ou métodos térmicos na rocha geradora para que seja induzido o escoamento do petróleo ou gás natural da rocha geradora para as rochas reservatório (porosas). Esse fenômeno está representado na Figura 1.

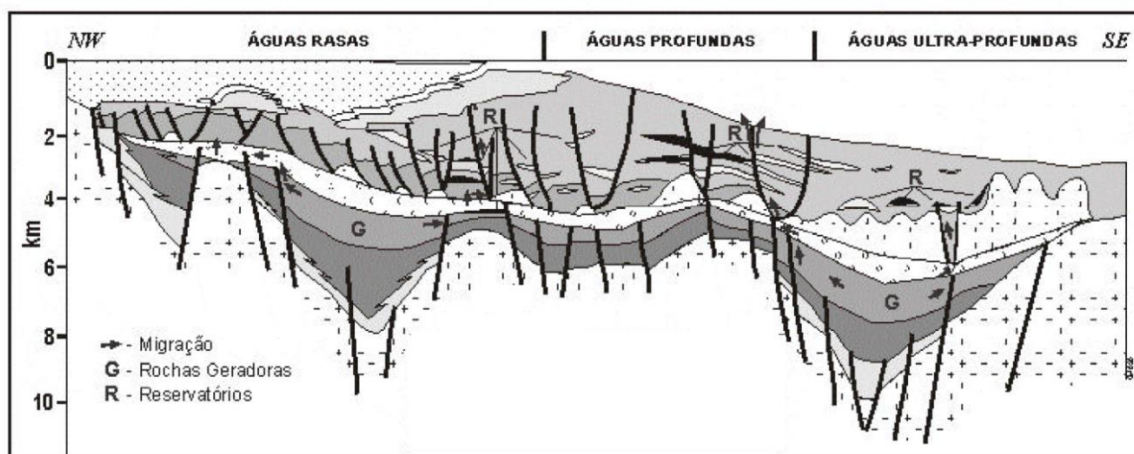


Figura 1 – Representação do sistema petrolífero na Bacia de Campos

Fonte: MILANI *et al.*, 2001

Nestes processos também são utilizados diferentes tipos de fluido, interagindo de formas diferentes com o meio poroso. Isso em conjunção com os elevados gradientes de pressão dos poços podem originar a invasão do fluido de perfuração no reservatório, comprometendo a sua produtividade. Isso faz com que a caracterização das propriedades como porosidade, permeabilidade e condutividade térmica desses meios seja importante para melhorar o tempo de recuperação em poços e reservatórios.

Com relação à fabricação de materiais permeáveis, avanços recentes na engenharia de processos movidos pela necessidade de melhorias da engenharia deram origem a materiais porosos sintéticos. Nesses casos, eles possuem forma regular e propriedades permo-porosas determinadas de acordo com suas aplicações

(ZHAO, 2012) como o exemplo da Figura 2. Esta Figura representa uma espuma metálica com alta razão de área superficial sobre volume. Além de ser bom condutor de calor, a curvatura das áreas internas melhora a convecção de calor no material. A sinterização de meios porosos sintéticos tem sido cada vez mais viável, com custos cada vez mais reduzidos. (ZHAO, 2012).



Figura 2 – Meio poroso sintético de FeCrAlY
Fonte: Zhao, 2012

Em virtude da grande complexidade dos meios porosos reais, é muito difícil descrevê-los geometricamente de forma precisa. Por isso algumas aproximações geométricas são consideradas, de modo a tornar possível o estudo do meio, obtendo-se características muito próximas das reais. Neste sentido diversos estudos com simulações computacionais baseadas em modelos detalhados de geometria porosa e escoamento de fluido tem sido usados na estimativa da permeabilidade, assim como na avaliação de correlações empíricas obtidas para materiais porosos reais (BEJAN, A., 2004).

1.2 Caracterização do Problema

O estudo da transferência de calor em meios porosos é bastante complexo e dependente de muitos parâmetros como a porosidade, gradiente de temperatura e permeabilidade do meio. No entanto, levando-se em consideração a complexidade geométrica encontrada em meios porosos reais, um estudo do efeito desses

parâmetros no escoamento seria inviável. Para analisar o efeito desses parâmetros, são necessárias idealizações geométricas do meio poroso. Essas idealizações geométricas simplificam a forma e disposição dos poros, tornando cada modelo matemático correspondente mais fácil de ser resolvido.

Um dos modelos utilizados é o homogêneo. Este modelo utiliza a hipótese de poro-contínuo, onde as fases fluida e sólida são consideradas como um único meio, desprezando-se as variações geométricas comuns nos meios porosos naturais. O outro modelo é o heterogêneo, utilizado no presente trabalho. No modelo heterogêneo, o meio poroso é constituído de duas fases contínuas distintas, uma fluida e uma sólida, como está representado na Figura 3. Para o meio fluido são resolvidas as equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia e para o meio sólido somente a equação da energia, referente neste caso à condução de calor.

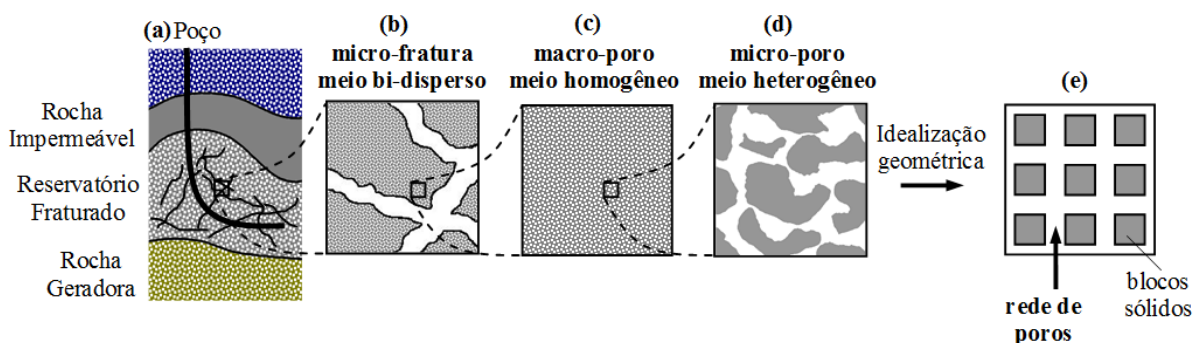


Figura 3 – (a) Reservatório de Petróleo; (b) Escala macroscópica da rocha fraturada; (c) Escala macroscópica do poro; (d) Escala microscópica do poro; (e) Idealização geométrica do modelo heterogêneo

Fonte: De Lai (2009)

Tendo em vista esta grande complexidade geométrica na representação de um meio poroso real, observa-se o desafio de simulá-lo numericamente, devido ao grande esforço computacional e a complexidade de representar as equações modeladores de cada meio. Por isso é tão importante o desenvolvimento de modelos com acurácia para representar e descrever com maior precisão as características que cada meio apresenta.

Dentre as geometrias porosas de grande interesse para a engenharia, a o canal horizontal é encontrado em uma grande quantidade de aplicações (BARLETTA, 2012). A Figura 4 apresenta um desenho esquemático da geometria estudada nesse trabalho, com seu meio poroso heterogêneo.

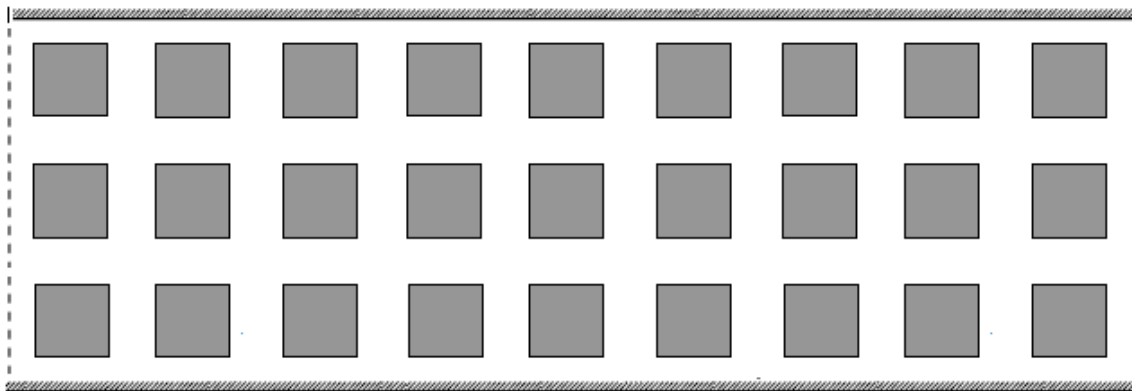


Figura 4 – Desenho esquemático do canal horizontal heterogêneo preenchido com blocos sólidos desconectados

1.3 Objetivos

Neste estudo propõe-se a modelagem e simulação do processo de convecção natural em um meio heterogêneo, representado por um canal aquecido por baixo, constituído de blocos sólidos, quadrados, desconectados, condutores de calor e uniformemente distribuídos no interior do canal preenchido com o fluido.

Será realizada a análise dos efeitos da variação do número de blocos N ($N=1, 2, 4, 16$), da razão de aspecto (razão entre o comprimento e a largura do domínio) A ($A=2, 3, 4, 6, 8$) e número de Rayleigh Ra ($Ra = 10^5, 10^6$). Na análise quantitativa, utilizam-se os valores dos números de Nusselt Nu e valores máximo de linhas de corrente Ψ_{\max} . Enquanto isso, a análise qualitativa consiste na investigação das linhas de corrente e isolinhas de temperatura.

1.4 Conteúdo do trabalho

O conteúdo do trabalho está dividido em 6 capítulos, incluindo o introdutório, que apresenta a importância e aplicabilidade da convecção natural em meios porosos e apresentação da geometria.

O capítulo 2 contém a revisão da literatura, expondo o estado da arte em trabalhos publicados relacionados com o presente trabalho. Além dos resultados relevantes, é feita a conexão e apresentação do problema proposto neste trabalho.

No capítulo 3, além das considerações geométricas utilizadas na modelagem de meios porosos, são apresentados os conceitos necessários para o entendimento do problema. São apresentadas as equações utilizadas, incluindo hipóteses simplificadoras utilizadas na modelagem matemática. A adimensionalização das equações e as condições de contorno adimensionais estão presentes ao final do capítulo.

No capítulo 4 é apresentada a metodologia numérica utilizada. O capítulo contém uma descrição detalhada das formas de discretização das equações, esquemas de interpolação e escolha do acoplamento pressão-velocidade.

Os resultados obtidos são mostrados e discutidos no capítulo 5, cujo foco é analisar os resultados das simulações numéricas do problema proposto. Inicialmente os problemas de verificação resolvidos para a validação da metodologia são apresentados. Em seguida é detalhado o teste de malha, que foi feito para o caso de simulação $Ra = 10^6$, $N = 16$ e um teste de convergência para o incremento de tempo. Finalmente, são apresentados os resultados das simulações numéricas para o problema proposto.

O capítulo 6 contém as conclusões do presente trabalho, assim como sugestões e perspectivas para continuidade do estudo. Na sequência são apresentadas as referências bibliográficas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é feita uma revisão da literatura, com a descrição e conclusões de trabalhos importantes que estão relacionados com o problema proposto e que contribuem para a compreensão da convecção natural em canais porosos.

2.1 Convecção Natural em Canal Limpo Aquecido por Baixo (Convecção de Rayleigh-Bénard)

Hartlep (2005) estudou o problema de Rayleigh-Bénard em canais limpos para investigar a turbulência e importância da razão de aspecto com a utilização de condição de contorno periódica. Seus resultados mostram que, com o aumento do número de Rayleigh, as propriedades da convecção são cada vez mais determinadas pela camada limite térmica. Além disso, foi ressaltada a importância da escolha da razão de aspecto do domínio, concluindo que o domínio computacional deve ser escolhido de forma que seja grande o suficiente para que no mínimo duas células possam ser formadas em seu interior.

A convecção de Rayleigh-Bénard para grandes razões de aspecto foi estudada por Tilgner (2003), para valores de Rayleigh de até 10^7 e razão de aspecto 10. Foi concluído que o padrão celular central do domínio é pouco influenciado pelas condições de contorno laterais e que um maior tamanho de razão de aspecto não implica em um padrão celular com tamanho celular médio maior.

Bhattacharya (2009) discutiu sobre os efeitos das condições iniciais de velocidade e razão de aspecto na convecção de Rayleigh-Bénard. As condições iniciais de velocidade se mostraram difíceis de serem avaliadas, devido a necessidade do conhecimento do número de células que se formariam na simulação para obtenção de resultados confiáveis. Outra dificuldade relacionada às condições iniciais de velocidade é resultado do perfil periódico de velocidades relativo ao problema.

2.2 Convecção Natural em Cavidade Heterogênea Aquecida por Baixo

A inserção de blocos sólidos igualmente espaçados em uma cavidade aquecida por baixo tem sido estudada desde os anos 90. Um dos primeiros estudos da investigação numérica desse problema foi feito por House *et al.* (1990), onde a

influência de um corpo condutor na convecção natural de uma cavidade aquecida foi investigada para uma faixa de números de Rayleigh $10^5 - 10^6$. Os resultados mostraram que o número de Nusselt não varia significativamente para a cavidade limpa ou cavidade com um bloco se não forem variados os números de Rayleigh e Prandtl, contanto que o bloco não seja grande o suficiente para bloquear a formação das células de convecção. Além disso, chegaram a conclusão que o valor do número de Nusselt é altamente dependente da razão de condutividade térmica entre o bloco condutor e o fluido.

2.3 Convecção Natural em Canal Heterogêneo Aquecido por Baixo

Ha *et al.* (2002) verificaram o problema da convecção natural em um canal aquecido por baixo, com paredes laterais adiabáticas. Um obstáculo sólido e quadrado foi colocado no centro da cavidade e foram realizados variados testes de condição de contorno no bloco: adiabático, temperatura igual da superfície quente, temperatura igual da superfície fria e com temperatura igual à média entre as duas superfícies. Foi investigada a influência do bloco e sua condição de contorno térmica no padrão celular e na troca total de calor. A conclusão foi que a presença do corpo quadrado obstrui o escoamento de fluido e diminui a transferência de calor entre as paredes quente e fria em relação à convecção de Rayleigh-Bénard em canal limpo. O número de Nusselt encontrado foi menor tanto para o qualquer instante de tempo transitório quanto para o regime permanente. Outra importante conclusão foi a grande importância da escolha das condições de contorno do corpo sólido sobre o valor do número de Nusselt médio encontrado.

O trabalho de Ha *et al.* (2002) foi investigado posteriormente por Lee *et al.* (2004), que consideraram blocos adiabáticos numa cavidade de razão de aspecto 6 e condição de contorno periódica nas paredes laterais. Seus resultados foram comparados com os de cavidade quadrado com paredes adiabáticas para números de Rayleigh $10^5 - 10^7$. Os pesquisadores concluíram que a o número de Rayleigh correspondente à transição do regime de condução dominante para o de convecção dominante na cavidade depende da presença dos blocos, da razão de aspecto da e da condição de contorno dos blocos. Para os casos de condução dominante, a razão de aspecto não provocou influência no resultado. No entanto, para escoamentos convectivos mais complexos com números de Rayleigh mais altos, as diferenças nas

razões de aspecto da cavidade e nas condições de contorno dos blocos implicaram em uma grande diferença nos campos resultantes de velocidade e temperatura.

Em um estudo mais recente, Lee *et al.* (2008) investigaram mais a fundo a influência do tamanho do domínio computacional (ou razão de aspecto) na solução do problema. Utilizou blocos centrados adiabáticos, variou a razão de aspecto de 2 a 12 e comparou os resultados para o regime transiente do Nusselt médio da parede quente. A conclusão foi de que o tamanho finito do domínio computacional impõe restrições no tamanho médio das células. Outra implicação importante de seus estudos foi que existe uma relação inversa entre o tamanho celular médio e a transferência de calor total, quando são fixados todos os parâmetros e variada a razão de aspecto. Além disso, foi possível observar que com maiores razões de aspecto as instabilidades na camada limite térmica foram mais acentuadas, gerando um maior número de plumas que alteram significativamente o escoamento tornando-o ainda mais complexo e instável, resultando na variação do número de Nusselt ao longo do tempo.

2.4 Condição de Contorno Periódica Translacional

Gong *et al.* (2007) discutiram sobre o tratamento numérico da condição de contorno periódica translacional. O artigo consistiu em uma revisão de metodologia para a implementação da condição periódica, e ainda concluiu a importância das condições de contorno periódicas para permitir a análise local de escoamentos e evitar severos esforços computacionais.

Os efeitos das influências das condições de contorno nas paredes laterais da convecção de Rayleigh-Bénard foram estudados por Corcione (2002). O pesquisador concluiu que com o aumento da razão de aspecto, independentemente da condição de contorno lateral ser periódica, adiabática ou até mesmo com temperaturas definidas, a transferência de calor das paredes superior e inferior tende assintoticamente para o mesmo valor.

Os trabalhos de Ha *et al.* (2002), Lee *et al.* (2004), Lee *et al.* (2008) e Hartlep (2005) utilizaram a condição de contorno periódica para seus respectivos modelos de canais aquecidos por baixo, sendo a forma mais comum e precisa de representar

a continuidade do domínio sem elevar extremamente os custos computacionais (HARTLEP, 2005).

2.5 Presente Trabalho

As conclusões mais importantes para a compreensão e desenvolvimento do trabalho foram: necessidade do domínio conseguir abranger no mínimo 2 células convectivas, diminuição da transferência de calor com a presença de blocos heterogêneos em relação ao canal limpo, dependência muito maior da razão de aspecto para escoamentos mais complexos e aumento do número de Rayleigh de transição com a presença dos blocos condutivos heterogêneos.

Com a finalidade de amplificar os estudos de Lee *et al.* (2008), este trabalho fornece uma extensão das análises de canal heterogêneo aquecido por baixo. É realizada a variação da razão de aspecto A ($A = 2, 3, 4, 6, 8$). A faixa de razões de aspecto escolhidas foi consequência da recomendação de Hartlep (2005), que sugeriu a formação de no mínimo duas células convectivas no domínio para que não haja comprometimento dos resultados. Além disso, o trabalho de Lee (2005) não apresentou bons resultados para a razão de aspecto unitária $A = 1$.

As influências das configurações geométricas foram avaliadas mantendo-se a porosidade constante em $\phi = 0,36$ e variando-se o número de blocos N ($N = 1, 4, 16$). O número de Prandtl empregado nas simulações foi de $Pr = 1,0$. Os números de Rayleigh estudados foram 10^5 e 10^6 , escolhidos porque ordens de Rayleigh menores constituem majoritariamente regime de condução dominante, já que a presença dos blocos aumenta significativamente o número de Rayleigh de transição e ordens maiores do número de Rayleigh são associadas com turbulência (LEE *et al.*, 2007).

3 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

3.1 Conceitos Básicos de Meios Porosos

Define-se como um meio poroso um material consistindo de uma matriz sólida com um vazio interconectado. Esta matriz sólida pode ser rígida ou capaz de sofrer pequenas deformações. A geometria interconexa dos vazios (poros) permite que ocorra o escoamento de um ou mais fluidos no material.

Em um meio poroso natural a distribuição dos poros em relação à forma e tamanho é totalmente irregular, tornando extremamente difícil a sua representação geométrica de forma precisa. São feitas aproximações geométricas para tornar possível a resolução das equações governantes. Dentre as aproximações para representação de um meio poroso, existe o modelo heterogêneo e homogêneo.

O modelo heterogêneo utiliza uma abordagem microscópica, e possui uma distinção geométrica bem rigorosa entre o domínio sólido e fluido. Nesta abordagem o meio é preenchido com sólidos ou espaços vazios, que podem estar interconectados ou não, igualmente espaçados ou dispersos aleatoriamente de forma a representar o meio poroso. O modelo homogêneo, em contrapartida, considera sólido e fluido como um único meio, representando uma escala macroscópica do problema. Para este caso, utilizam-se equações que representam as variáveis termo-físicas para o fenômeno de transporte em meios porosos.

Para obtenção das leis que definem as variáveis macroscópicas do modelo homogêneo, é feita uma média de volumes ou áreas contendo poros com as equações convencionais. Há duas formas de obter esta média: espacial ou estatística. Na abordagem espacial, uma variável macroscópica é definida como uma média sobre um v.e.r. suficientemente grande, como está ilustrado na Figura 5. O valor da média é considerado o valor da variável no centróide do v.e.r. e se assume que o resultado é independente do tamanho do v.e.r., pois possui uma escala significativamente maior que a dos poros e menor que a escala do domínio do meio homogêneo. Na abordagem estatística a média é feita sobre um arranjo de estruturas porosas que são macroscopicamente equivalentes. A dificuldade é que normalmente a informação estatística do arranjo só pode ser utilizada em um simples caso homogêneo e estacionário.

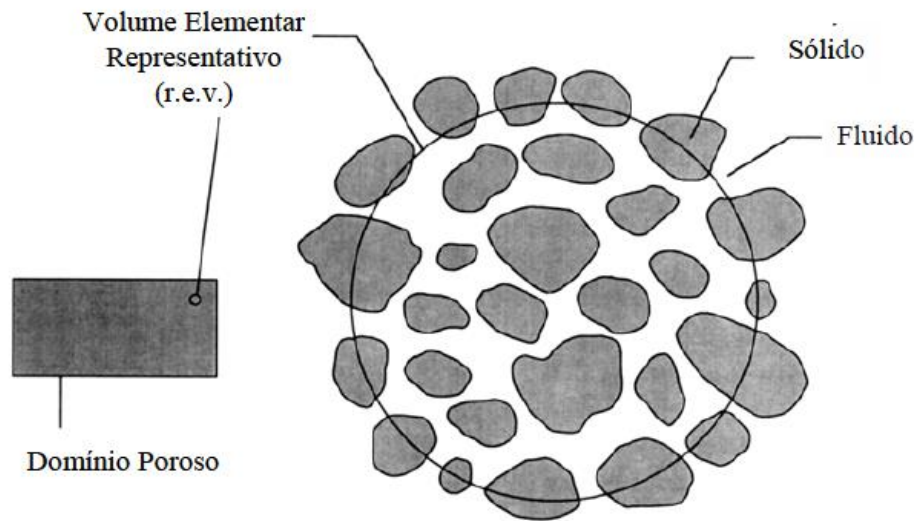


Figura 5 – Volume elementar representativo
Fonte: Adaptado de (NIELD, D. A.; BEJAN, A, 1998)

A porosidade ϕ em um meio é definida como a razão entre o volume ocupado por espaços vazios em um meio V_f e o volume total V_T do meio, equação 3.1:

$$\phi = \frac{V_f}{V_T} \quad (3.1)$$

Para o caso bidimensional, é utilizada a porosidade superficial. A fórmula é análoga, mas utiliza A_f e A_T em uma seção transversal, onde A_f e A_T são as áreas de vazio e total, respectivamente (NIELD, 1998).

$$\phi = \frac{A_f}{A_T} \quad (3.2)$$

3.2 Convecção de Rayleigh-Bénard

A ideia básica da convecção de Rayleigh-Bénard é a seguinte: uma camada fina horizontal de fluido é aquecida por baixo por um aquecimento externo, provocando um gradiente de temperatura na camada. Como resultado da expansão térmica e da limitada condutividade térmica, uma estratificação potencialmente instável se desenvolve: O fluido na parte inferior da camada é mais quente, e menos denso, que o fluido na parte superior. Desta forma, o fluido mais leve e quente é levado à parte superior da cama e ganha energia potencial gravitacional. Quando a

energia potencial gravitacional do fluido mais quente movido à parte superior da camada ultrapassar a energia perdida à dissipação viscosa e difusão térmica, a camada de fluido quiescente se torna instável e um escoamento convectivo é formado. O escoamento convectivo transporta calor através da camada de fluido, em quantidade acima da que seria transportada por difusão térmica. Experimentos mostraram que a convecção aparece na forma de longas células, como estão representadas na Figura 6.

Conforme a diferença de temperatura entre a camada é aumentada, essas células se tornam mais instáveis, resultando numa aparência diferente, e geralmente implicando num padrão de escoamento mais complexo.

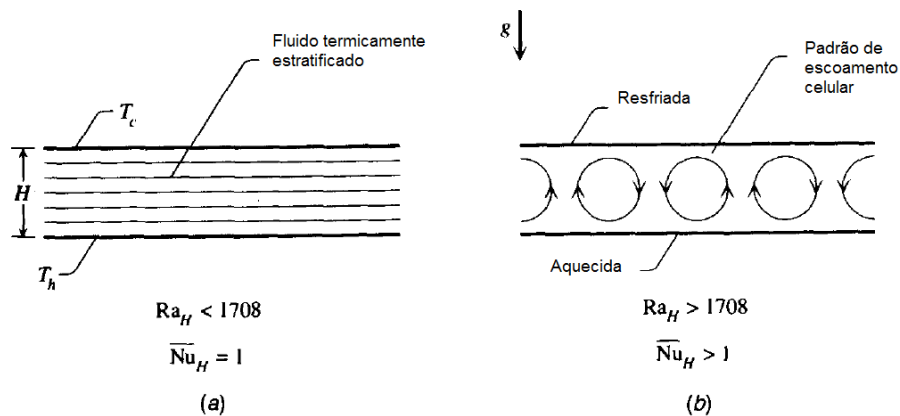


Figura 6 – Camada horizontal de fluido aquecida por baixo

Fonte: Adaptado de BEJAN, A. 2004

O escoamento de Rayleigh-Bénard pode ser caracterizado através de duas quantidades adimensionais que dependem das propriedades do fluido: O número de Rayleigh Ra e o número de Prandtl Pr . O padrão da convecção também depende da geometria do domínio do canal, o qual pode ser quantificado parcialmente por um terceiro parâmetro adimensional. Este é a razão de aspecto A , definido por:

$$A = H / L \quad (3.3)$$

onde L é o comprimento da camada de fluido, e H a sua respectiva espessura.

O número de Rayleigh é definido como:

$$Ra = g \frac{\beta H^3 (T_H - T_c)}{\alpha \nu} \quad (3.4)$$

onde g é a aceleração da gravidade, H a espessura da camada de fluido e $T_H - T_c$ a diferença de temperatura entre as paredes superior e inferior. As propriedades do fluido relevantes são o coeficiente de expansão térmica α , a viscosidade cinemática ν e o coeficiente de expansão térmico β . O número de Rayleigh pode ser interpretado como uma razão entre a energia potencial gravitacional obtida pelo fluido instável e aquecido ao ser levado à parte superior da camada devido ao gradiente térmico ao custo energético associado às perdas de dissipação viscosa e difusão térmica. A convecção se inicia quando o valor de Ra ultrapassa um valor crítico, que corresponde a uma diferença de temperatura crítica. Para uma camada infinita de fluido e as placas superior e inferior condutoras ideais de calor, o número crítico de Rayleigh é $Ra = 1708$.

O escoamento celular aumenta muito sua complexidade quando o número de Rayleigh ultrapassa em uma ou mais ordens de magnitude o seu valor crítico, implicando na quebra das células bidimensionais em células tridimensionais com formato hexagonal, como mostrado na Figura 7. Para números de Rayleigh ainda maiores, o escoamento se torna oscilatório e turbulento.

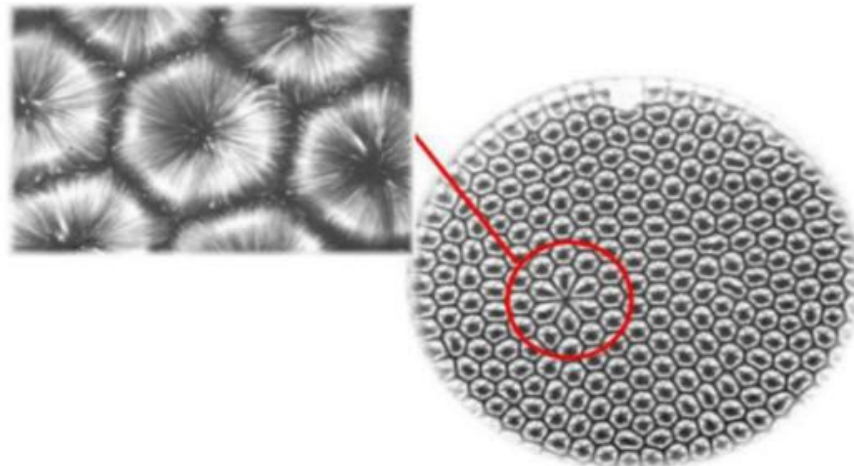


Figura 7 – Célula de Bénard Tridimensional

Fonte: <http://www.astrobio.net/exclusive/5703/did-autocells-lead-to-life> acessado em 11/09/2013

O segundo parâmetro adimensional importante é o número de Prandtl:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (3.5)$$

Ele indica a relativa importância dos termos inerciais nas equações de Navier-Stokes, representando a razão entre a difusividade de quantidade de movimento e a difusividade térmica do fluido. O número de Prandtl tem um efeito importante no padrão celular: números menores geralmente estão relacionados com padrões de células mais estendidas na direção longitudinal da camada de fluido (BRUYN, 1996).

A magnitude do parâmetro razão de aspecto está relacionado com a complexidade do padrão celular formado. Em camadas de fluido com pequena razão de aspecto, as possíveis dinâmicas do escoamento são severamente limitadas, sendo os efeitos da condição de contorno periódica dominantes na formação e no comportamento celular (KOLODNER *et al* 1990). Em contrapartida, uma camada de fluido com uma razão de aspecto maior possui um número superior de graus de liberdade para o desenvolvimento do padrão celular, tornando possível comportamentos espaciais e espaçotemporais mais complexos.

3.3 Discussão de escala da convecção de Rayleigh-Bénard

Devido a complexidade da convecção de Rayleigh-Bénard, Bejan (1998) propõe uma abordagem diferente, que tenta prever a máxima transferência de calor possível na camada de fluido para determinar o mecanismo dominante. A solução clássica do perfil de temperaturas para a difusão térmica dependente do tempo perto de uma parede com aumento brusco de temperatura é dada por:

$$\frac{T - T_c}{\Delta T} = \operatorname{erfc} \left[\frac{y}{2(\alpha t)^{1/2}} \right] \quad (3.6)$$

sendo T_c é a temperatura da parede superior do fluido. O efeito do salto na temperatura da parede inferior é encontrado à distância com a relação

$$\frac{y}{2(\alpha t)^{1/2}} \sim 1 \quad (3.7)$$

que representa o máximo da curva referente ao perfil de temperaturas, equação 3.5. O tempo necessário para que o efeito da transferência de calor seja encontrado a uma distância H da parede horizontal é:

$$t_0 \sim \frac{H^2}{4\alpha} \quad (3.8)$$

onde o tempo t_0 corresponde ao tempo necessário para aquecimento completo da camada através de condução. O fator 4 no denominador é proveniente da geometria (forma) do perfil de temperaturas da equação 3.6.

Enquanto H for pequeno o suficiente para que t_0 seja o tempo mais curto para que o transporte de calor ocorra na camada de fluido, o mecanismo dominante da transferência de calor é a condução. A transição para o regime convectivo ocorre quando o tempo t_1 , respectivo ao tempo necessário para que a transferência de calor se dê com as correntes de fluido por convecção, seja menor que t_0 . O tempo de convecção t_1 é dado por

$$t_1 \sim \frac{4H}{V} \quad (3.9)$$

onde V é a velocidade vertical do fluido (ou velocidade periférica da célula convectiva).

Para se avaliar t_1 e V , utiliza-se a análise de escala. O diâmetro de cada célula convectiva é da ordem de H , sendo aproximado para $H/2$. Quando a célula rotaciona, o excesso de temperatura na ordem de $\Delta T/2$ é criado entre o fluido que se move da parede quente e a temperatura média da camada de fluido. A diferença de temperatura gera uma aceleração devido ao empuxo da ordem de $g\beta\Delta T/2$, com uma força total de empuxo da ordem de $(g\beta\Delta T/2)\rho(H/2)^2$. Para números de Prandtl da ordem de 1, a escala da tensão de cisalhamento é :

$$\tau \sim \mu V / (H/4) \quad (3.10)$$

Portanto, o balanço de forças empuxo ~ fricção por cisalhamento fornece a escala para a velocidade

$$V \sim (g \beta \Delta T H^2) / 16\nu \quad (3.11)$$

Substituindo a escala de velocidade na equação 3.9, tem-se finalmente a escala do tempo de convecção:

$$t_1 \sim \frac{64\nu}{g \beta \Delta T H} \quad (3.12)$$

Observa-se que o tempo de difusão térmico t_0 aumenta com o valor de H , enquanto o tempo de convecção t_1 diminui monotonicamente. Igualando-se os valores de t_1 e t_2 , encontra-se o valor do número crítico de Rayleigh $Ra = 256$.

A solução exata para esta condição é $Ra = 1708$, como foi discutido anteriormente. O erro no resultado da análise de escala é compreensível e pode ser atribuído aos valores geométricos que foram introduzidos para chegar na equação 3.12. Uma análise de escala mais precisa pode ser encontrada com uma estimativa melhor das escalas do escoamento. Além disso, conforme foi revisado na literatura, a presença dos blocos dificulta a transferência de calor convectiva, implicando num valor de Rayleigh crítico maior. Uma discussão mais detalhada sobre a escala pode ser encontrada em Grossman (2000).

A seção a seguir introduz o equacionamento e as hipóteses necessárias para a construção do modelo matemático referente ao canal poroso heterogêneo aquecido por baixo.

3.4 Equações do modelo heterogêneo

As equações locais instantâneas do modelo heterogêneo são deduzidas a partir dos princípios fundamentais de conservação de massa, quantidade de movimento e energia, através de um balanço em um volume de controle diferencial.

Na simplificação das equações modeladoras, as seguintes hipóteses serão admitidas:

1. Regime transiente;
2. Escoamento laminar;
3. Escoamento bidimensional, $\frac{\partial}{\partial z} = 0$;

4. Fluido newtoniano;
5. Propriedades constantes;
6. Aproximação de Boussinesq-Oberbeck;
7. Gravidade atuante em y , $g_y = -g$;
8. Dissipação viscosa desprezível, $\mu\phi = 0$;
9. Não há geração de energia.
10. Fluido incompressível, $\beta T \frac{Dp}{Dt} = 0$.

As equações podem ser escritas na forma diferencial como:

3.4.1. Equação da Conservação da Massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.13)$$

onde U_i é a componente respectiva da velocidade do fluido na direção i e ρ a massa específica do fluido.

Simplificando com as hipóteses, tem-se:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.14)$$

onde x e y são os eixos horizontal e vertical, respectivamente, e u e v os respectivos componentes da velocidade nestas direções.

3.4.2. Equação da Conservação da Quantidade de Movimento

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho (U_i U_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (3.15)$$

Com as hipóteses utilizadas, tem-se para a direção x :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3.16)$$

onde ν é a viscosidade cinemática e ρ a massa específica do fluido.

Para a direção y , foi utilizada a aproximação de Boussinesq-Oberbeck, a qual admite dependência linear da densidade com a temperatura, desprezando as variações de densidade na conservação da massa. A aproximação é válida para pequenas diferenças de temperatura e é escrita da seguinte forma:

$$\rho = \rho_0(1 - \beta\Delta T) \quad (3.17)$$

A aproximação de Boussinesq implica em:

$$(\rho - \rho_0) = \rho_0\beta(T - T_0) \quad (3.18)$$

aproximação que é acurada enquanto as diferenças de massa específica sejam pequenas, ou seja: $\beta(T - T_0) \ll 1$. Nela, β é o coeficiente de expansão térmica admitido constante. Desta forma, a equação da conservação da quantidade de movimento em y fica:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_0) \quad (3.19)$$

3.4.3. Equação da Conservação de Energia

A equação da conservação de energia em função da temperatura pode ser escrita da seguinte forma:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (k\nabla T) + \mu\Phi \quad (3.20)$$

onde Φ é a função de dissipação viscosa. Após a utilização das hipóteses simplificadoras, a equação da energia fica:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial vT}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.21)$$

onde α é a difusividade térmica do fluido.

3.5 Adimensionalização das Equações do Modelo

As equações (4.2), (4.4), (4.6) e (4.8) são adimensionalizadas para a geometria do canal estudado (Figura 3.1).

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H} \quad (3.22)$$

$$(U, V) = \frac{(u, v)H}{\alpha} \quad (3.23)$$

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad (3.24)$$

$$P = p \frac{H^2}{\rho_f \alpha_f^2} \quad (3.25)$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{H^2} \quad (3.26)$$

Desta forma, é possível reescrever as equações do modelo na forma adimensional.

Conservação da Massa:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3.27)$$

Quantidade de Movimento em x:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (3.28)$$

Quantidade de Movimento em y:

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra \text{Pr} \theta \quad (3.29)$$

Conservação de Energia para o Fluido:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial (U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial (V\theta)}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3.30)$$

Conservação da Energia para o Sólido:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{K}{\sigma} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3.31)$$

onde podem ser identificados os parâmetros adimensionais que regem o modelo heterogêneo:

- Número de Rayleigh:

$$Ra = \frac{g\beta H^3(T - T_0)}{\nu_f \alpha_f} \quad (3.32)$$

- Número de Prandtl:

$$Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad (3.33)$$

- Razão de capacidade térmica sólido-fluido, que representa a razão entre o aumento ou de temperatura do fluido e do sólido, para uma mesma quantidade de calor fornecida:

$$\sigma = \frac{(\rho c_p)_s}{(\rho c_p)_f} \quad (3.34)$$

- Razão de condutividade térmica sólido-fluido, que representa a razão entre a facilidade de condução térmica entre o fluido e o sólido.

$$K = \frac{k_f}{k_s} \quad (3.35)$$

Os resultados para o modelo heterogêneo transiente dependem dos seguintes parâmetros adimensionais: Número de Rayleigh Ra , número de Prandtl Pr , razão de condutividade térmica sólido-fluido K , razão de capacidade térmica sólido-fluido σ e dos parâmetros geométricos: razão de aspecto do canal A , número de blocos N , comprimento característico dos blocos D e porosidade ϕ .

3.6 Geometria e Condições de Contorno do Problema

A Figura 8 apresenta a geometria do problema a ser resolvido neste trabalho, assim como as condições de contorno na forma adimensional para as fronteiras. São elas:

- (1) parede impermeável isotérmica $U = V = 0$ e $\theta = 1$;

- (2) condição de contorno de periodicidade, discutida no capítulo 4;
- (3) parede impermeável e isotérmica $U = V = 0$ e $\theta = 0$;
- (4) condição de contorno de periodicidade, discutida no capítulo 4;

Para a interface sólido-fluido, as equações de compatibilidade entre as duas fases são:

- (1) velocidades nulas na parede do bloco $U = V = 0$;
- (2) igualdade de temperatura do sólido e fluido na interface $\theta|_f = \theta|_s$;
- (3) variação de temperatura entre as duas fases relacionada com a razão de

$$\text{condutividade térmica: } \frac{\partial \theta}{\partial n}|_f = K \frac{\partial \theta}{\partial n}|_s;$$

- (4) igualdade no gradiente das linhas de corrente na direção normal

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n}|_f = \frac{\partial \Psi}{\partial n}|_s;$$

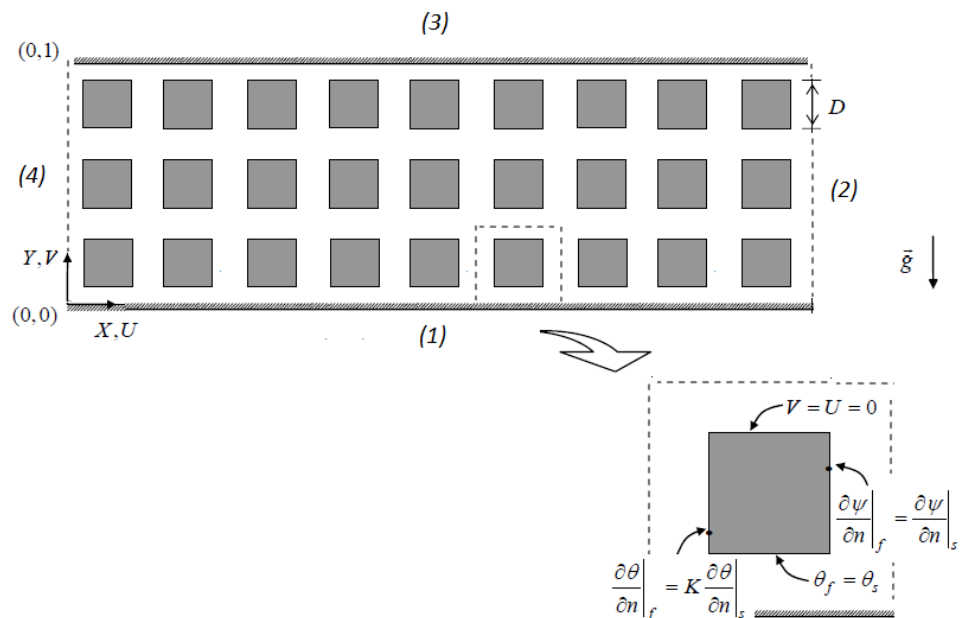


Figura 8 – Modelo e Condições de Contorno Utilizadas

sendo \vec{n} o vetor unitário na direção normal para cada contorno dos blocos e Ψ a função linha de corrente, definida a seguir.

Apresentação e discussão das condições de contorno do domínio? Paredes e condições periódicas....

3.7 Linhas de Corrente

A análise qualitativa do escoamento e transferência de calor no canal poroso é feita através de técnicas de visualização gráficas. Uma delas é a análise de linhas de corrente (linhas de velocidade constante) e isotermas (linhas de temperatura constante). Na forma adimensional, a função linha de corrente é dada pela seguinte expressão (Kimura e Bejan, 1983):

$$\Psi = \Psi_{i,j} = \Psi_{i,j-1} \int_0^1 U dY = \Psi_{i-1,j} + \int_0^1 -V dX \quad (3.36)$$

onde $\Psi_{i,j-1}$ representa o valor da função corrente no volume de controle abaixo, e $\Psi_{i-1,j}$ é o valor da função corrente no volume de controle à esquerda.

3.8 Número de Nusselt

Para se fazer uma análise quantitativa da quantidade de transferência de calor, utiliza-se o gradiente de temperatura adimensional na superfície do canal, definido pelo número de Nusselt, fornecendo uma medida da magnitude da transferência de calor por convecção que ocorre nas superfícies. Ele representa para a camada limite térmica o mesmo que o coeficiente de atrito representa para a camada limite cinética (INCROPERA e DEWITT, 2003).

Aplicando o balanço de energia em uma superfície aplicando-se a Lei de Fourier em combinação com a Lei do Resfriamento de Newton, obtém-se o Nusselt local Nu_L . A obtenção é realizada a partir da igualdade entre os fluxos condutivo e convectivo na superfície:

$$Nu_L = \frac{hH}{k_f} = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{Y=0;1} \quad (3.37)$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor por convecção.

Para analisar a transferência de calor em uma superfície inteira, é feita uma integração dos números de Nusselt Nu_L locais sobre a superfície.

$$Nu_{av} = \frac{h_{av}H}{k_f} = \int_0^1 Nu_L|_{Y=0} - \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{Y=0} dX \quad (3.38)$$

onde h_{av} representa o coeficiente de transferência de calor convectivo médio e Nu_{av} representa o número de Nusselt médio.

3.9 Síntese do capítulo 3

Neste capítulo foram apresentados conceitos fundamentais sobre meios porosos e convecção de Rayleigh-Bénard. Em seguida a geometria do problema, hipóteses simplificadoras, equações do modelo heterogêneo e condições de contorno foram dispostas em sequência.

O capítulo a seguir consiste na justificação e definição dos algoritmos e métodos utilizados na implementação numérica do modelo.

4 TRATAMENTO NUMÉRICO

Neste capítulo, são apresentadas as discretizações da equação de transporte escalar, discretização temporal, discretização da equação da conservação da massa, esquemas de interpolação, algoritmo de acoplamento pressão-velocidade e tratamento da condição de contorno de periodicidade.

4.1 Discretização da Equação de Transporte Escalar

O software FLUENT utiliza uma técnica baseada em volumes de controle para converter a equação geral de transporte escalar em uma equação algébrica que pode ser resolvida numericamente. Esse método consiste em integrar a equação de transporte para cada volume de controle, com uma equação discreta que expressa a lei da conservação num volume de controle. Para uma variável qualquer ϕ , aplica-se a seguinte equação para cada volume de controle do domínio computacional:

$$\int_V \frac{\partial \rho \xi}{\partial t} dV + \oint \rho \xi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\xi \nabla \xi \cdot d\vec{A} + \int S_\xi dV \quad (4.1)$$

onde cada termo possui o seguinte significado:

$\partial \rho \xi / \partial t$: taxa de variação da propriedade física conservada associada à variável intensiva ξ dentro do volume de controle

$\rho \xi \vec{v}$: relativo ao transporte convectivo da propriedade física conservada associada à variável intensiva ξ

$\Gamma_\xi \nabla \xi$: relativo ao transporte difusivo da propriedade física conservada associada à variável intensiva ξ

S_ξ : termo fonte da variável intensiva ξ por unidade de volume

A equação 4.1 é aplicada para cada volume de controle ou célula no domínio computacional. A Figura 9 é um exemplo de um destes volume de controle. Os pontos c_0 e c_1 são os centros das células e armazenam os valores discretos da

variável escalar ξ e r_0 e r_1 representam a distância entre os pontos c_0 e c_1 até o nó m da face z . A equação 4.1 discretizada gera a seguinte expressão:

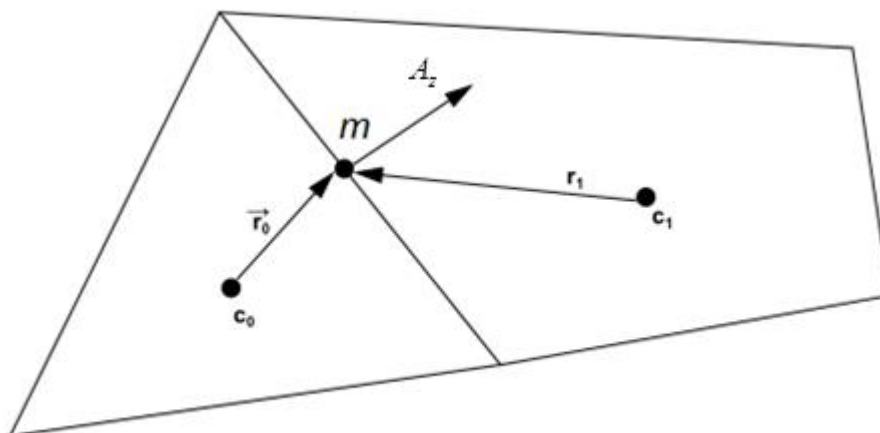


Figura 9 – Volume de controle utilizado para ilustrar a discretização de uma equação de transporte escalar

Fonte: Adaptado de ANSYS MANUAL, 2012

$$\frac{\partial \rho \xi}{\partial t} V + \sum_z^{N_{\text{faces}}} \rho_z \xi_z \vec{v}_z \cdot \vec{A}_z = \sum_z^{N_{\text{faces}}} \Gamma_{\xi} \nabla \xi_z \cdot \vec{A}_z + S_{\xi} V \quad (4.2)$$

onde

N_{faces} : número de faces

ξ_z : valor de ξ através da face z

$\rho_z \xi_z \vec{v}_z \cdot \vec{A}_z$: fluxo mássico através da face z

A_z : área da face z

$\nabla \xi_z$: gradiente de ξ na face z

V : volume da célula

O termo $\frac{\partial \rho \xi}{\partial t} V$ é definido na seção 4.2, que é relativa à discretização temporal.

Os termos das faces das células são necessários para o cálculo dos termos convectivos da equação 4.2, e é realizada uma interpolação com os valores centrais das células.

4.1.1. Esquema de Interpolação QUICK

Para malhas quadrilaterais em que é possível identificar as faces e células à montante e à jusante, o software comercial ANSYS-FLUENT possui o esquema de interpolação QUICK para calcular os termos de maior ordem da variável ξ na face de cada volume de controle. Esse esquema de interpolação é baseado numa média ponderada entre a expressão da interpolação de segunda ordem à montante e a interpolação central de segunda ordem.

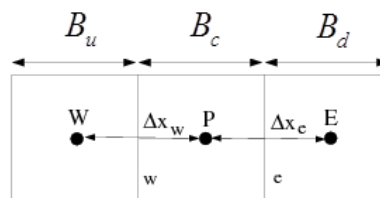


Figura 10 – Esquema de Interpolação QUICK Unidimensional
 Fonte: Adaptado de ANSYS FLUENT Manual 14.0

A Figura 10 ilustra o esquema de interpolação QUICK em uma dimensão. Como exemplo, se quisermos obter o valor da variável intensiva ξ_e no volume de controle da direita E , considerando que o escoamento se dê da direita para a esquerda, tem-se:

$$\xi_e = \zeta \left[\frac{B_d}{B_c + B_d} \xi_p + \frac{B_c}{B_c + B_d} \xi_e \right] + (1 - \zeta) \left[\frac{B_u + 2B_c}{B_u + B_d} \xi_p - \frac{B_c}{B_u + B_c} \xi_w \right] \quad (4.3)$$

Nota-se que para $\zeta = 1$ a equação acima resulta na interpolação central de segunda ordem, enquanto $\zeta = 0$ fornece a equação de interpolação de segunda ordem à montante. O algoritmo tradicional QUICK é obtido utilizando-se $\zeta = 1/8$, mas o software também permite que o usuário entre com um valor arbitrário.

4.2 Discretização Temporal

Para a solução transiente, as equações do modelo devem ser discretizadas no tempo. A discretização espacial para o regime transiente é idêntica à do regime permanente, no entanto a discretização temporal envolve a integração de cada termo das equações diferenciais sobre um intervalo de tempo.

Uma expressão genérica da evolução temporal de uma variável qualquer ξ é dada por

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = F(\xi) \quad (4.4)$$

onde F incorpora uma discretização espacial qualquer. Para realizar o cálculo de 4.4, utiliza-se o método das diferenças finitas. A ideia parte da definição de derivada:

$$F(\xi) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\xi(t_{i+1}) - \xi(t_i)}{\Delta t} \quad (4.5)$$

onde ξ é uma variável escalar e t o instante de tempo considerado. Para a obtenção de uma aproximação mais precisa da diferenciação, utiliza-se o conceito de séries de Taylor, introduzindo termos de maior ordem. Seja uma função $\xi(t)$. Tem-se:

$$\xi(t_{i+1}) = \xi(t_i) + \Delta t \xi'(t_i) + \frac{\Delta t^2}{2!} \xi''(x_i) + \dots + O(\Delta x^n) \quad (4.6)$$

O termo $O(\Delta x^n)$ da equação 4.6 representa a diferença entre a aproximação e a solução analítica exata. Para a obtenção da expressão da discretização implícita de segunda ordem à justante, utilizam-se as seguintes expressões:

$$\xi(t_{i+1}) = \xi(t_i) + \Delta t \xi'(t_i) + \frac{\Delta t^2}{2!} \xi''(x_i) + O(\Delta x^3) \quad (4.7)$$

$$\xi(t_{i+2}) = \xi(t_i) + 2\Delta t \xi'(t_i) + \frac{4\Delta t^2}{2!} \xi''(x_i) + O(\Delta x^3) \quad (4.8)$$

Isolando a derivada de segunda ordem nas equações 4.7 e 4.8, tem-se:

$$\xi''(t_i) = \frac{\xi(t_{i+2}) - 2\xi(t_{i+1}) + \xi(t_i)}{\Delta t^2} + O(\Delta x) \quad (4.9)$$

Substituindo a equação 4.9 na 4.7, obtém-se finalmente a aproximação para segunda-ordem de discretização implícita à jusante:

$$F(\xi) = \frac{-\xi(t_{i+2}) + 4\xi(t_{i+1}) - 3\xi(t_i)}{2\Delta t} \quad (4.10)$$

Com um procedimento análogo, podem ser encontradas a aproximação de segunda ordem à montante:

$$F(\xi) = \frac{3\xi(t_i) - 4\xi(t_{i-1}) + 3\xi(t_{i-2})}{2\Delta t} \quad (4.11)$$

e a aproximação de segunda ordem central:

$$F(\xi) = \frac{-2\xi(t_{i+2}) + 8\xi(t_{i+1}) - 8\xi(t_{i-1}) + \xi(t_{i-2})}{12\Delta t} \quad (4.12)$$

4.3 Avaliação de Gradientes e Derivadas

Cálculo de gradientes são necessários não somente para conseguir valores de escalares nas faces das células, mas também para computar termos secundários de difusão e diferenciais de velocidade. O método escolhido no presente trabalho é o de Green-Gauss. Para malhas regulares e estruturadas, o método nodal de Green-Gauss e o método celular de Green-Gauss equivalentes têm basicamente a mesma precisão (FLUENT MANUAL, 2006), sendo o método nodal mais preciso para malhas não-estruturadas. Os método nodal é função dos valores nodais das faces das células que contém o nó a ser avaliado. Em contrapartida, o método celular é função apenas da média dos valores centrais das células adjacentes à células que contém o nó a ser avaliados.

4.3.1. Avaliação de Gradiente pelo Método Nodal de Green-Gauss

O método nodal de Green-Gauss é um esquema de avaliação de gradientes que obtém os valores exatos da função linear em um nó utilizando os valores nodais das faces da célula que o contém. O valor do escalar médio de uma variável, $\overline{\xi_f}$ é calculado pela média aritmética dos valores nodais das faces da célula:

$$\overline{\xi_f} = \frac{1}{I_f} \sum_i^{I_f} \xi_i \quad (4.13)$$

onde I_f é o número de nós na face.

4.4 Discretização da Equação da Quantidade de Movimento

O esquema de discretização descrito na seção 4.1 para a equação de transporte escalar também é utilizado para discretizar as equações de quantidade de movimento. Por exemplo, a equação da conservação de quantidade de movimento em x pode ser obtida fazendo a substituição $\xi = u$:

$$a_p u = \sum_{adj} a_{adj} \cdot u_{adj} + \sum pA \cdot \hat{i} + S \quad (4.14)$$

onde adj representa células adjacentes, e os termos a_p são fatores de peso que serão utilizados na seção 4.5. Os coeficientes a_{adj} e S serão diferentes para cada célula do domínio em cada iteração.

Se o campo de pressão e fluxos mássicos são conhecidos, a equação 4.13 pode ser resolvida, obtendo-se um campo de velocidade. No entanto, o campo de pressão e fluxos mássicos não são conhecidos à priori e devem ser obtidos a partir da solução. Portanto, é necessária a utilização de um esquema de interpolação para computar os valores de pressão a partir dos valores do centro das células, já que o software comercial ANSYS-FLUENT armazena os valores de pressão e velocidade nos centros das células.

4.4.1. Escolha do Esquema de Interpolação da Pressão

O algoritmo padrão de interpolação do software comercial ANSYS-FLUENT interpola os valores nas faces utilizando os coeficientes da equação de quantidade de movimento discretizada. No entanto, para problemas em que as forças de corpo são fundamentais no escoamento, como em convecções naturais para altos números de Rayleigh, o resultado não é satisfatório. Outra fonte de erro deste método de interpolação é a hipótese que o gradiente normal de pressão nas paredes é zero. Isso é válido para camadas-limite, mas não na presença de forças de corpo. Por isso, o esquema de interpolação escolhido foi o PRESTO! (Pressure Staggering Option), que utiliza o balanço discreto de massa para um volume de controle escalonado na face para calcular a pressão “escalonada”. Desta forma, é possível obter resultados mais precisos que com o esquema de interpolação padrão

(PEYRET, 2004). O revés é o tempo computacional, devido à necessidade de mais memória para as malhas escalonadas.

4.5 Discretização da Equação de Conservação de Massa

A equação da conservação da massa pode ser integrada sobre o volume de controle da figura 9 gerando a seguinte equação discreta:

$$\sum_m^{I_{\text{faces}}} J_m A_m \quad (4.15)$$

onde J_f é o fluxo mássico através da face f . É necessário relacionar os valores da face de velocidade com os valores armazenados no centro das células. O software ANSYS FLUENT estima o valor da velocidade nas faces com média ponderada de momento, usando os fatores de peso a_p da equação 4.14. Dessa forma, o fluxo mássico pode ser escrito da seguinte forma:

$$J_m = \rho_m \frac{a_{p,c_0} v_{n,c_0} + a_{p,c_1} v_{n,c_1}}{a_{p,c_0} + a_{p,c_1}} + o_m \left(\left(p_{c_0} + (\nabla p)_{c_0} \cdot \vec{x}_0 \right) - \left(p_{c_1} + (\nabla p)_{c_1} \cdot \vec{x}_1 \right) \right) = J_m + o_m (p_{c_0} - p_{c_1}) \quad (4.16)$$

onde p_{c_0} , p_{c_1} e v_{n,c_0} , v_{n,c_1} são as pressões e velocidades normais, respectivamente, dentro das duas células em cada lado da face, e J_m contém a influência da velocidade nestas células. O termo o_m é função de $\overline{a_p}$, que é respectivo à média dos coeficientes a_p da equação da quantidade de movimento para as células de cada face (FLUENT MANUAL, 2006).

4.6 Acoplamento Pressão-Velocidade

O acoplamento pressão-velocidade é obtido usando a equação 4.16 para obter uma condição adicional para a pressão reformulando a equação 4.15. A resolução pode ser feita de forma acoplada ou separada. Neste trabalho, o esquema de acoplamento pressão-velocidade escolhido foi o SIMPLE. O motivo da escolha é o pequeno incremento de tempo utilizado nas simulações e a regularidade da malha, que faz com que o algoritmo PISO (normalmente escolhido para simulações de regime transiente) seja computacionalmente oneroso.

A diferença entre os algoritmos SIMPLE e SIMPLEC é dada pela opção de se atribuir um valor para relaxação do acoplamento pressão-velocidade. Para as simulações realizadas, o fator limitante da convergência não era o acoplamento pressão-velocidade, portanto o algoritmo SIMPLE forneceu resultados iguais aos que seriam obtidos pelo SIMPLEC.

4.6.1. Algoritmo Segregado SIMPLE

O Algoritmo SIMPLE consiste das seguintes etapas:

1. As condições de contorno são definidas.
2. São calculados os gradientes de velocidade e pressão.
3. A equação de quantidade de movimento discretizada é resolvida para o cálculo do campo de velocidades através do método de Gauss-Seidel para pontos assimétricos.
4. Calcula-se os fluxos de massa não-corrigidos nas faces.
5. É resolvida a equação de correção de pressão para obter os valores de pressão nas faces das células
6. Atualiza-se o campo de pressão $p^{k+1} = p^k + \Omega.p$, onde Ω é o fator de relaxação da pressão.
7. São atualizadas as pressões na parede.
8. São corrigidos os fluxos de massa.
9. Os valores de velocidade são recalculados com o gradiente das pressões corrigidas.
10. Atualiza-se os valores da massa específica devido às mudanças de pressão.
11. Repetição a partir de 3, até que a combinação dos resíduos seja menor que 10^{-6}

4.7 Condição de Contorno Periódica

O conceito de escoamento e transferência de calor periódicos foi primeiramente desenvolvido por Patankar *et al.* (1977). Dentro do conceito da condição de contorno periódica da convecção de Rayleigh-Bénard, a temperatura e os componentes da velocidade variam periodicamente na direção longitudinal da geometria do canal, pois o padrão celular é repetido.

Existem dois métodos comuns para implementação da condição de contorno periódica: método da extensão do domínio, que consiste basicamente na replicação do domínio e todas as suas propriedades na direção da parede periódica e método da interpolação linear. Para convecção de Rayleigh-Bénard, como não há queda de pressão longitudinalmente e todas as propriedades são periódicas, a implementação utilizada em todas as referências foi a da extensão do domínio e também a utilizada no presente trabalho.

A Figura 11 representa a geometria longitudinalmente periódica do canal. A geometria do domínio padrão é $A-B-C-D$, sendo então o domínio computacional estendido na direção longitudinal por pelo menos um volume de controle. Essa extensão é mostrada esquematicamente pela região $A-B-G-H$, sendo a linha tracejada EF do domínio a parte correspondente à GH da extensão. Dessa forma, a periodicidade para a velocidade e temperatura adimensional podem ser expressadas da seguinte forma:

$$u(AB, y) = u(DC, y) \quad v(AB, y) = v(DC, y) \quad (4.17)$$

$$u(GH, y) = u(EF, y) \quad v(GH, y) = v(EF, y) \quad (4.18)$$

$$\theta(AB, y) = \theta(DC, y) \quad \theta(HG, y) = \theta(EF, y) \quad (4.19)$$

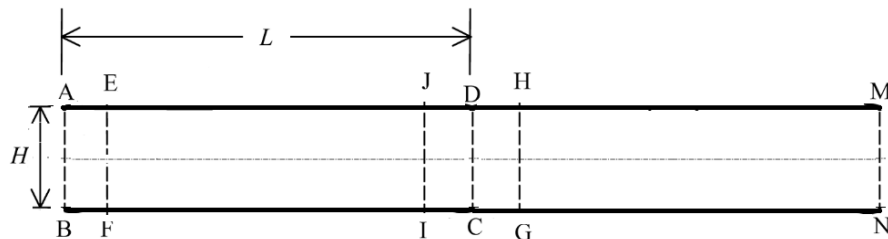


Figura 11 – Modelo geométrico do canal longitudinalmente periódico

Assim, as equações 4.17 a 4.19 podem ser usadas diretamente como condições de contorno periódicas para os componentes de velocidade e temperatura nas paredes laterais do domínio. Ainda por análise da Figura 11, pode ser claramente observado que é necessário que o domínio se estenda por pelo menos um volume de controle para que possam ser atualizadas as condições da linha AB e HG através do método da extensão do domínio.

4.8 Síntese do capítulo 4

Neste capítulo foi apresentada a metodologia numérica utilizada no trabalho para as equações governantes do modelo poroso heterogêneo. Foi realizada uma discussão dos algoritmos e escolha de esquemas de interpolação do programa comercial ANSYS-FLUENT, utilizado na solução numérica. Ainda neste capítulo foi descrita a modelagem da condição de contorno de periodicidade.

5 RESULTADOS

5.1 Problemas de verificação

Nesta seção são mostrados os resultados obtidos para alguns problemas da literatura utilizando o software FLUENT. Os resultados obtidos são comparados com soluções numéricas disponíveis da literatura. O objetivo é validar a metodologia para resolver diferentes tipos de problemas de convecção natural com aquecimento por baixo.

Os problemas escolhidos foram:

- Convecção natural em um canal horizontal com variação da razão de aspecto, apresentando superfície inferior isotermicamente aquecida e a superior isotermicamente resfriada (HARTLEP, 2005).
- Convecção natural em um canal horizontal com um bloco centralizado isotérmico ($\phi = 0,91$) para razão de aspecto 6 (LEE *et al.*, 2004).
- Convecção natural em um canal horizontal com um bloco centralizado adiabático ($\phi = 0,91$) para razão de aspecto 6 (LEE *et al.*, 2004).

O critério de parada do processo iterativo utilizado para a verificação da convergência nos problemas foi: resíduos absolutos das equações de energia, conservação da massa, quantidade de movimento em x e y e número de Nusselt da parede média com diferença entre duas iterações menor que 10^{-6} .

O erro percentual relativo utilizado nos testes de malha é dado pela seguinte expressão:

$$EP = \left| \frac{\Theta_{ref} - \Theta_{cal}}{\Theta_{ref}} \right| \cdot 100\% \quad (4.20)$$

Para os testes de variação de malha computacional, Θ_{cal} é o valor do parâmetro obtido pelo teste de malha e Θ_{ref} é o valor referente ao teste de malha anterior. No presente trabalho, erros da ordem de 1% representam um valor aceitável para a variável calculada.

5.1.1. Convecção Natural em Canal Limpo Aquecido por Baixo

Escoamento provocado por empuxo dentro de um canal horizontal aquecido por baixo, com diferença de temperatura constante entre as paredes inferior e superior, é um caso teste básico para validar e testar a metodologia computacional, incluindo os esquemas convectivos. O valor do número de Prandtl utilizado foi $Pr=0,7$ e os números de Rayleigh estudados foram $Ra=10^6$ e $Ra=10^7$, para razões de aspecto $A=2, 5, 7, 10$.

Na Tabela 2 é feita a comparação de resultados entre o presente trabalho e o de Hartlep (2005). Foi utilizada uma malha 300×300 repetida para cada razão de aspecto. Observa-se ótima concordância nos resultados, que já haviam sido comparados por Hartlep (2005) com dados experimentais.

Tabela 2 Nu_{av} para canal horizontal preenchido com fluido aquecido por baixo

Ra	A=2		A=5		A=7		A=10	
	Hartlep (2005)	Presente	Hartlep (2005)	Presente	Hartlep (2005)	Presente	Hartlep (2005)	Presente
10^6	8,805	8,816	8,442	8,473	8,649	8,632	8,494	8,549
10^7	16,123	16,097	15,439	15,379	15,748	15,823	15,434	15,623

5.1.2. Convecção Natural em Canal Aquecido por Baixo com Arranjo Periódico de Blocos Quadrados no Interior

Este problema também trata de uma camada de fluido aquecida por baixo, mas desta vez há a introdução de blocos arranjados periodicamente, sendo o número de blocos igual à razão de aspecto. As configurações estudadas são: Blocos adiabáticos e temperatura adimensional constante $\theta=0,5$, ou seja, a média das temperaturas. É um problema importante para validação devido à similaridade com o caso do trabalho. A faixa de Rayleigh estudada é $Ra=10^3-10^6$, para um número de Prandtl $Pr=0,7$, razão de aspecto $A=6$ e $\phi=0,91$.

A Tabela 3 contém os resultados para o número de Nusselt na superfície fria comparados com os de Lee *et al.* (2004). É possível observar ótima concordância entre os resultados obtidos pelo artigo e pela metodologia utilizada no trabalho. O

incremento de tempo adimensional utilizado foi 10^{-4} e uma malha uniforme 300×300 replicada para maiores razões de aspecto.

Tabela 3 - Nu na superfície inferior para $Ra = 10^3 - 10^6$

Condição do Bloco	Ra	Lee et al. (2004)	Presente
Adiabático	10^3	0,77	0,758
	$4 \cdot 10^3$	1,90	1,913
	10^4	2,77	2,779
	10^5	4,18	4,199
	10^6	7,11	7,104
$\theta = 0.5$	10^3	1,29	1,302
	$4 \cdot 10^3$	1,29	1,324
	10^4	2,33	2,298
	10^5	4,02	3,974
	10^6	7,05	7,039

5.2 Teste de Malha e Escolha do Incremento de Tempo

O teste de malha é fundamental para garantir a independência do resultado obtido com a malha computacional utilizada. Em outras palavras, são necessários testes para que a malha esteja refinada o suficiente para que um maior refino não influencie significativamente no resultado.

A configuração escolhida para o teste de malha foi a de maior Rayleigh e número de blocos, ou seja, $Ra = 10^6$ e $N = 16$. A malha obtida neste teste é então utilizada em todas as configurações. Além disso, o teste foi feito para razão de aspecto 2. Em casos onde o valor de A é maior, a malha foi simplesmente replicada para o resto do domínio.

O número de Nusselt foi avaliado em regime permanente na superfície inferior do canal. Os resultados apresentados estão expressos na Tabela 4. A partir da avaliação dos resultados, foi escolhida a malha 300×300 para as simulações do canal. A Figura 12 representa a malha utilizada no trabalho para $N = 16$ e $A = 2$.

Para as outras razões de aspecto, a malha foi replicada, e para outros números de N a única diferença está nas divisões impostas pelos blocos, sendo o número de volumes de controle total mantido constante.

Tabela 4 – Teste de Malha para $Ra = 10^6$ e $N = 16$

Malha	Nu	EP%
100×100	5,413	-
200×200	5,226	3,45
300×300	5,166	1,15
400×400	5,166	0,04

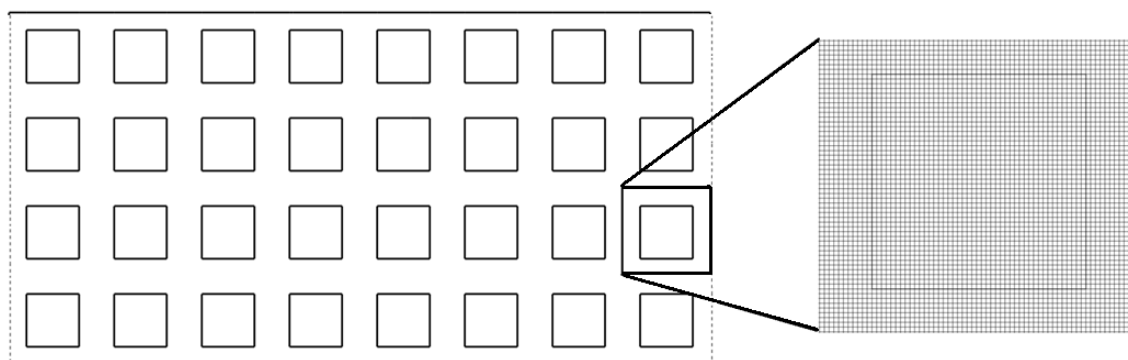


Figura 12 – Malha utilizada para a configuração $N = 16$ e $A = 2$

Com a malha definida pelo regime permanente, é necessário uma metodologia criteriosa para escolha do incremento de tempo para confirmar a independência da solução transiente com o tempo. Assim, foram testados múltiplos incrementos de tempo adimensionais.

Para os intervalos de tempo adimensionais testados (10^{-4} , 10^{-3} , $5 \cdot 10^{-3}$ e $1,5 \cdot 10^{-2}$), o número de Nusselt em relação ao tempo foi essencialmente o mesmo. A resolução do problema para cada incremento de tempo envolve a resolução das equações diferenciais implicitamente, e é assegurado que em cada incremento de tempo o valor dos resíduos exigido seja atingido. Portanto, a escolha do incremento de tempo foi feita levando-se em conta o número de iterações médio necessário para a convergência e tempo de simulação necessário até o regime permanente

Para o caso teoricamente mais crítico de instabilidade ($Ra = 10^6$ e $N = 16$), a convergência até o regime permanente foi mais rápida com incrementos de tempo 10^{-4} que com incrementos os outros incrementos maiores testados, devido à dificuldade de se respeitar os resíduos em cada incremento de tempo. Como o intervalo de tempo 10^{-4} foi o mais rápido e menor, foi o escolhido para as simulações.

5.3 Simulação Numérica do Canal Heterogêneo

Nesta sessão serão apresentados e discutidos os resultados referentes à simulação da convecção natural através do canal poroso heterogêneo. São apresentados resultados mostrando o efeito das variações dos parâmetros Ra , Nu e A sobre o escoamento e a transferência de calor, como demonstra a Tabela 5. O valor da condutividade térmica α será sempre dependente apenas do número de Rayleigh devido à adimensionalização, e a razão de condutividade térmica entre os blocos e o fluido utilizada foi unitária.

Tabela 5 – Resumo dos valores dos parâmetros utilizados para o canal heterogêneo

Ra	$10^5; 10^6$
A	2; 3; 4; 6; 8
N	1; 4; 16
Pr	1
K	1

5.3.1. Simulações numéricas para $Ra = 10^5$

Na Figura 13 estão apresentados os gráficos de variação do número de Nusselt em função do tempo adimensional para $N = 1$, $A = 2, 3, 4, 6, 8$ e $Ra = 10^5$. É possível observar a convergência até o regime permanente, quando o número de Nusselt se estabiliza. O comportamento das curvas é similar para todos os valores de razão de aspecto par, apresentando o mesmo valor do número de Nusselt em regime permanente para todos os casos. Para $A = 3$, observa-se um resultado que

difere significativamente dos outros. Devido à condição de contorno periódica, qualquer simulação no canal com aquecimento por baixo e condição de contorno periódica forma um número par de células. Isso ocorre porque células de convecção sucessivas sempre apresentam sentidos de rotação opostos, sendo impossível uma formação com número ímpar de células para este modelo. É uma limitação da condição de contorno de periodicidade.

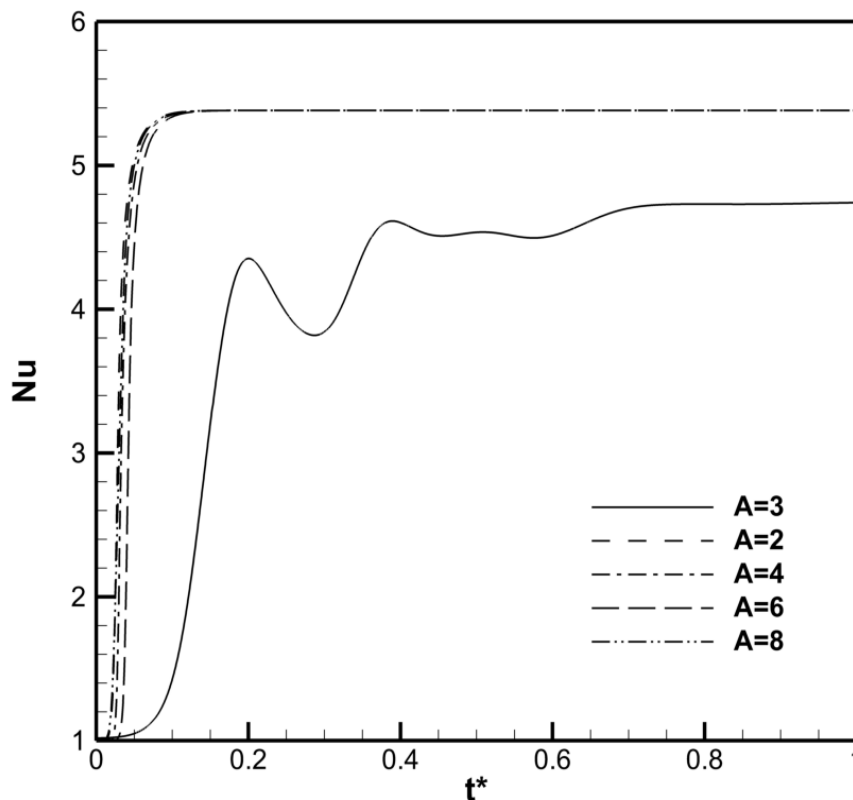


Figura 13 – Número de Nusselt em função do tempo adimensional para $Ra = 10^5$ e $N = 1$.

A Figura 14 apresenta os gráficos de linhas de corrente para $N = 1$, $Ra = 10^5$ e $A = 2, 3, 4, 6, 8$. Constata-se que para os casos em que razão de aspecto A é um número par há periodicidade entre as várias simulações e valores iguais para as linhas de corrente máximas. Para $A = 3$, o fluido foi forçado a adquirir um padrão de escoamento diferente por ser forçado a formar um número par de células convectivas em um domínio com número ímpar de blocos. Na extremidade do domínio, é possível ver a formação de uma quarta célula, de tamanho

significativamente reduzido. A célula do bloco central também foi afetada, sofrendo deformação na direção longitudinal do canal e provocando a contração das células adjacentes.

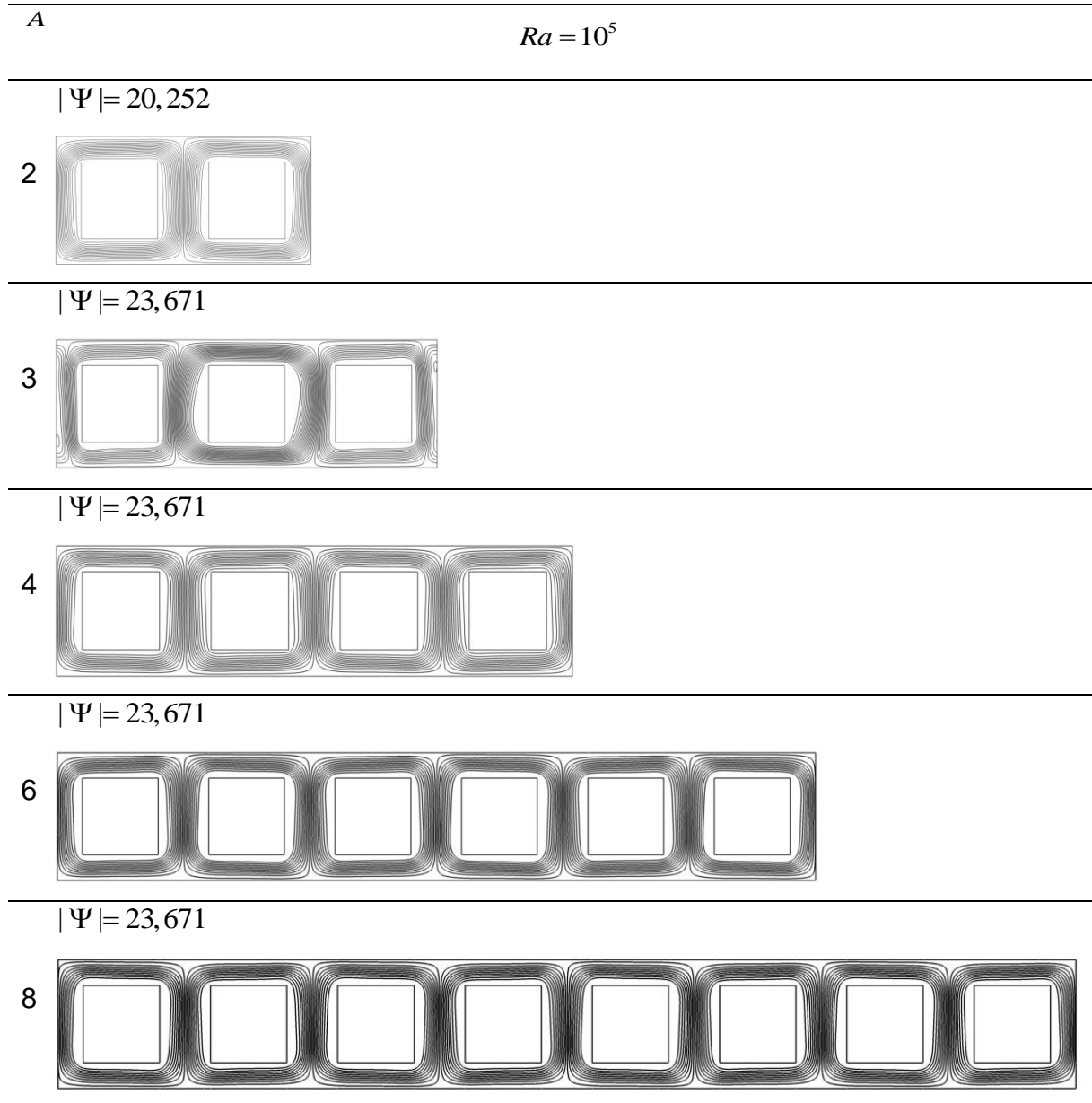


Figura 14 – Linhas de corrente em regime permanente para $Ra = 10^5$ e $N = 1$

A Figura 15 ilustra as curvas isotermas em regime permanente para $N = 1$, $Ra = 10^5$ e $A = 2, 3, 4, 6, 8$. É possível observar a influência dos blocos, que fazem as linhas de temperatura constante modificarem sua topografia. As isotermas são modificadas em decorrência do novo padrão de convecção gerado pelas novas linhas de corrente. Nota-se novamente a importância da escolha da razão de

aspecto. São encontradas distorções nas isotermas entre os blocos, que são consequência da instabilidade gerada no escoamento em $A=3$. A instabilidade é justificada justamente pela não-paridade da razão de aspecto, conforme foi comentado anteriormente.

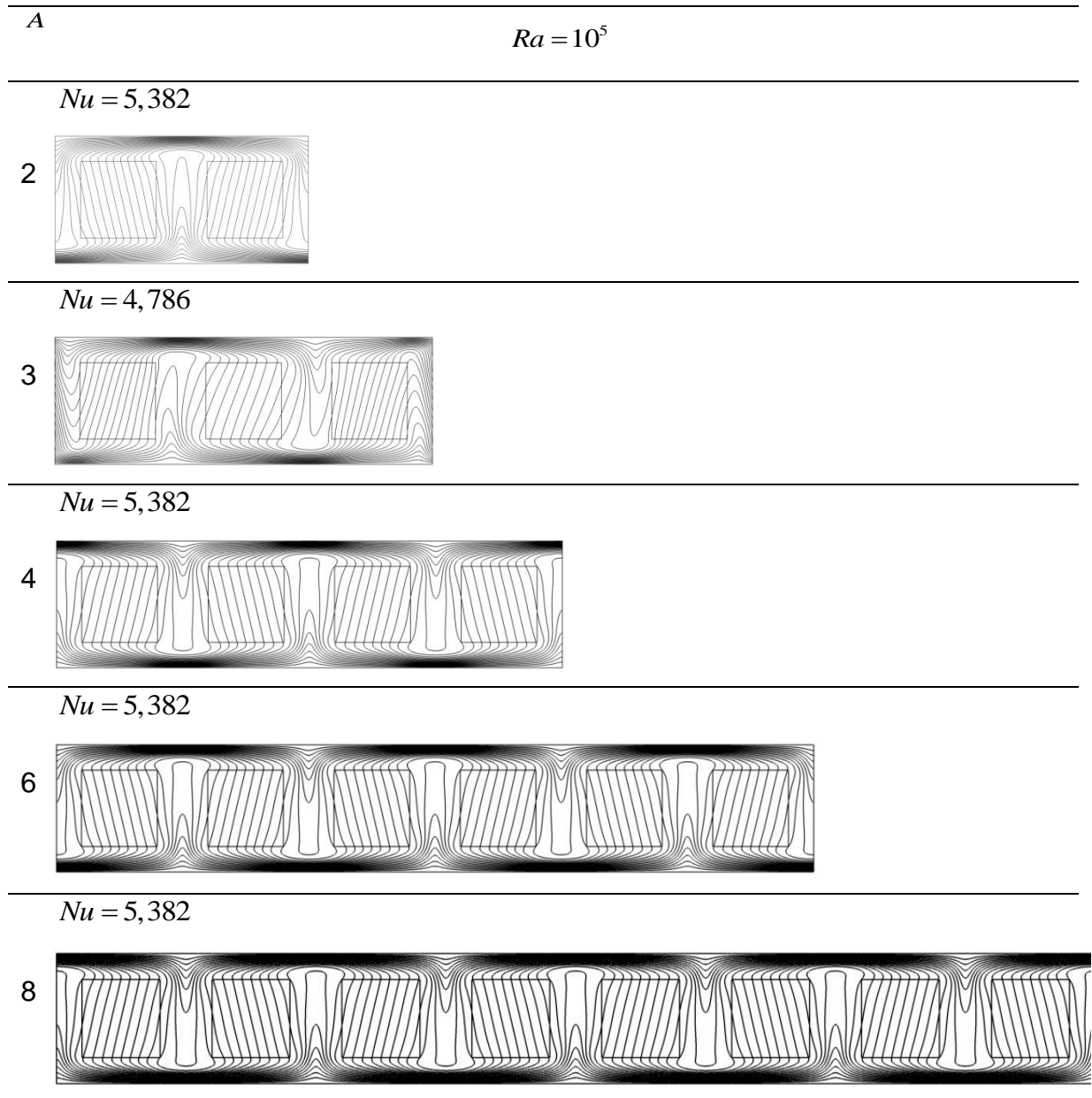


Figura 15 – Isotermas em regime permanente para $Ra = 10^5$ e $N = 1$

Na Figura 16 estão apresentados os resultados do número de Nusselt em função do tempo adimensional $N = 4$, $Ra = 10^5$ e $A = 2, 3, 4, 6, 8$. Percebe-se que para as razões de aspecto estudadas o problema atingiu a solução de regime permanente depois de um número suficiente de incrementos temporais. Está

evidenciado que os valores de Nu em regime permanente são diferentes para valores de A diferentes, exceto para $A=2$ e $A=3$. As curvas possuem comportamento similar, apresentando número de Nusselt unitário no início das simulações, representando o regime condutivo. Com o início da formação das células, a transferência de calor quantificada pelo número de Nusselt se intensifica através da predominância da convecção, que estabiliza no regime permanente.

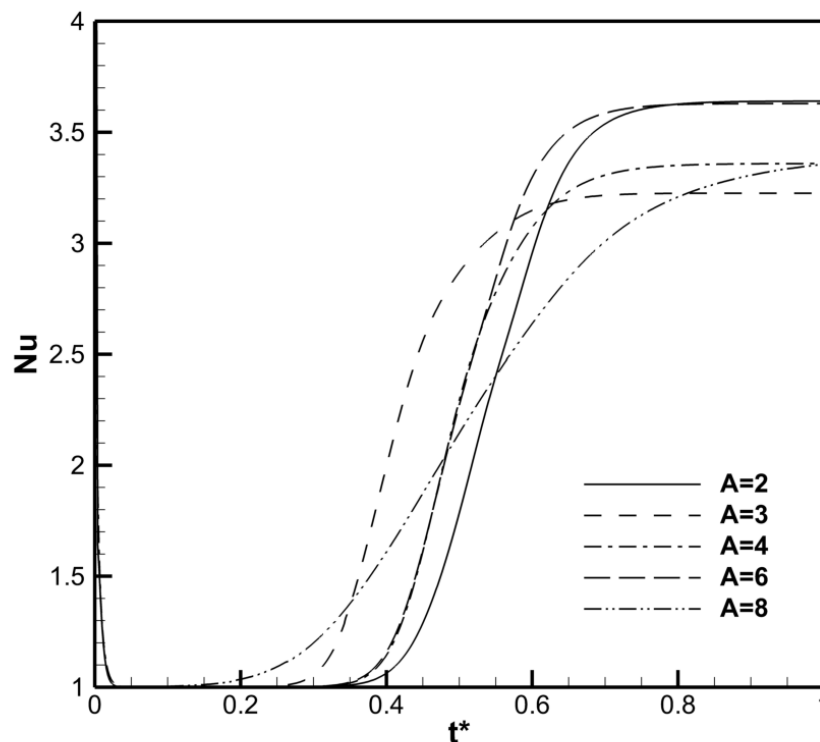


Figura 16 – Número de Nusselt em função do tempo adimensional para $Ra = 10^5$ e $N = 4$

Nota-se uma grande diferença nos perfis de escoamento ao se analisar a Figura 17, que apresenta as linhas de corrente em regime permanente para $N = 4$, $Ra = 10^5$ e $A = 2, 3, 4, 6, 8$. O acréscimo do número de blocos influenciou diretamente no padrão celular. Nota-se que o tamanho celular médio na direção x , quando comparado com a Figura 14, que mostra as linhas de corrente para $N = 1$, diminuiu significativamente. Isso ocorreu porque a célula poderia ser modificada de duas formas: contraindo na direção x e envolvendo dois blocos, como foi o caso, ou expandindo e envolvendo quatro blocos. No entanto, a configuração mais estável do

sistema se deu pela contração celular, devido aos padrões geométricos dos blocos e o número de Rayleigh deste caso. Uma porosidade menor, por exemplo, poderia implicar em células estendidas com maior estabilidade e o padrão seria diferente.

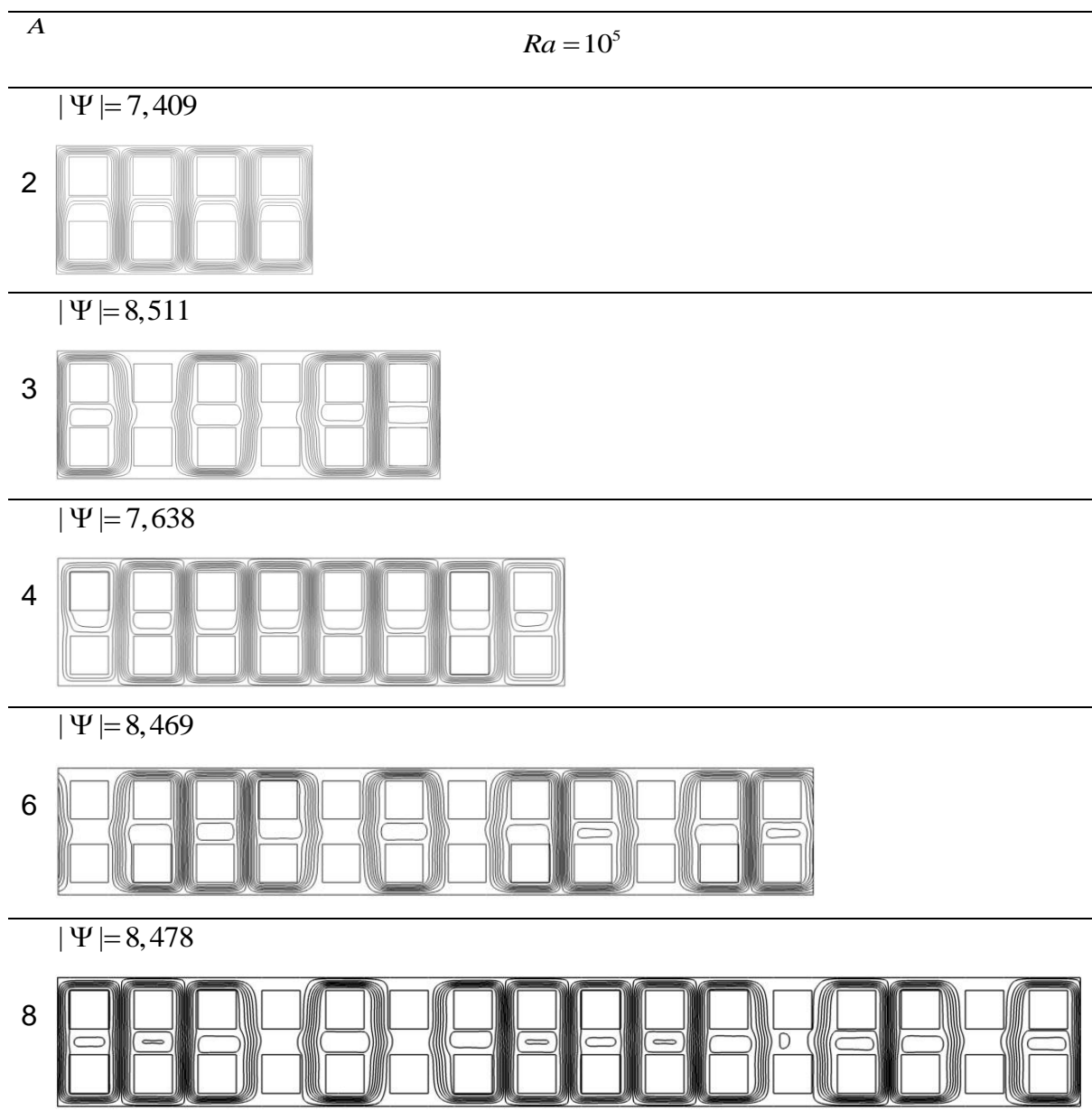


Figura 17 – Linhas de corrente em regime permanente para $Ra = 10^5$ e $N = 4$

Conforme ocorreu a variação da razão de aspecto a convecção se desenvolveu de maneiras diferentes. Para os casos $A = 3, 6$ e 8 , foram encontrados blocos não-envoltos por células. Nessas regiões, a forma de transferência de calor

predominante foi por condução, e as suas regiões adjacentes continham células convectivas ligeiramente mais estendidas, devido à maior liberdade do escoamento, já que duas células convectivas forçam a contração uma da outra, tentando estabelecer a forma de convecção mais estável. Além disso, o valor da linha de corrente máximo foi maior para as razões de aspecto que apresentaram blocos não envoltos, sugerindo a intensificação do escoamento nas regiões de predominância convectiva.

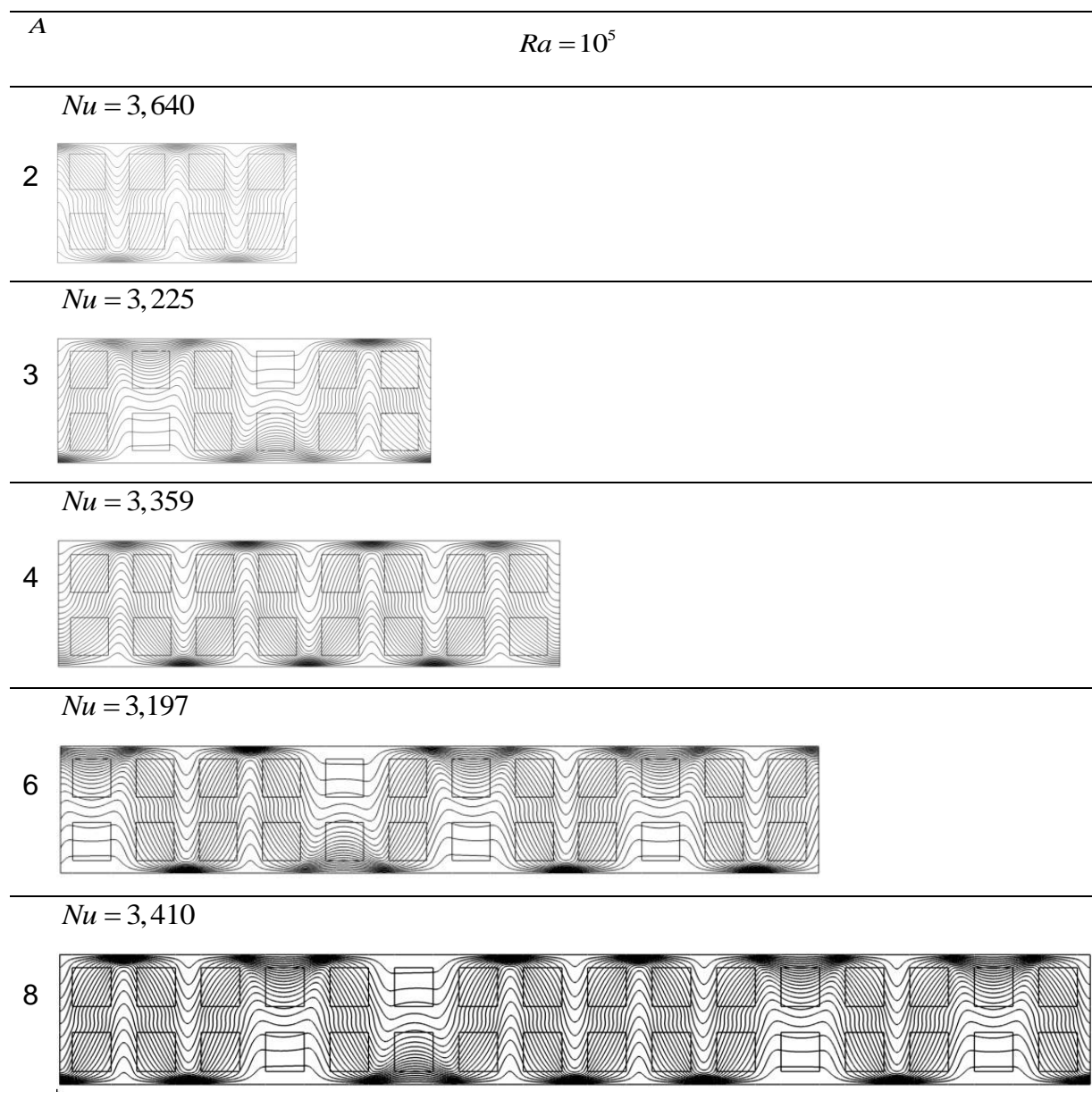


Figura 18 – Isotermas em regime permanente para $Ra = 10^5$ e $N = 4$

Na Figura 18 estão presentes as isotermas em regime permanente para $N = 4$, $Ra = 10^5$ e $A = 2, 3, 4, 6, 8$. Existe uma mudança significativa no perfil das

isotermas nas regiões onde existem blocos não envolvidos por células, como se observa para $A=3, 6, 8$. Para estas razões de aspecto, observa-se o perfil mais horizontal nas regiões onde não houve formação da célula convectiva, representando fisicamente a influência mais significativa da condução nestas regiões.

A Figura 19 mostra os resultados para a variação do número de Nusselt ao longo do tempo adimensional para $N=16$, $Ra=10^5$ e $A=2, 3, 4, 6, 8$. Nota-se que rapidamente a solução converge para o regime permanente. O número de Nusselt $Nu=1$ em regime permanente para todos os valores de A representa a dominância do regime condutivo. Isso ocorreu porque, para esta configuração geométrica, o valor do número de Rayleigh 10^5 não superou o valor crítico de transição. Conforme foi comentado na revisão bibliográfica, o número de Rayleigh de transição para o canal sempre é aumentado significativamente com a presença de obstáculos sólidos (o número de transição para canal limpo é $Ra=1708$).

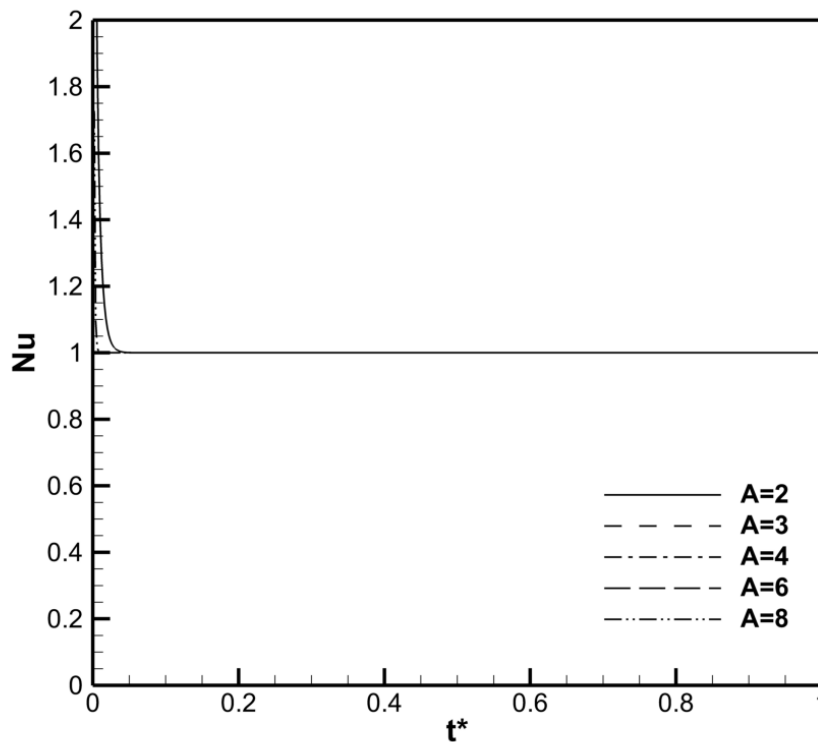


Figura 19 – Número de Nusselt em função do tempo adimensional para $Ra = 10^5$ e $N = 16$

Na Figura 20 são mostrados os resultados em regime permanente das linhas de corrente para $N=16$, $Ra=10^5$ e $A=2, 3, 4, 6, 8$. Os valores de linhas de corrente máximos, comparados com todas as outras configurações simuladas, estão 8 a 9 ordens de grandeza menores. A interpretação para valores tão baixos consiste fundamentalmente do regime ser de um Rayleigh predominantemente condutivo para esta configuração, implicando que os valores esperados de fluxo mássico sejam extremamente baixos.

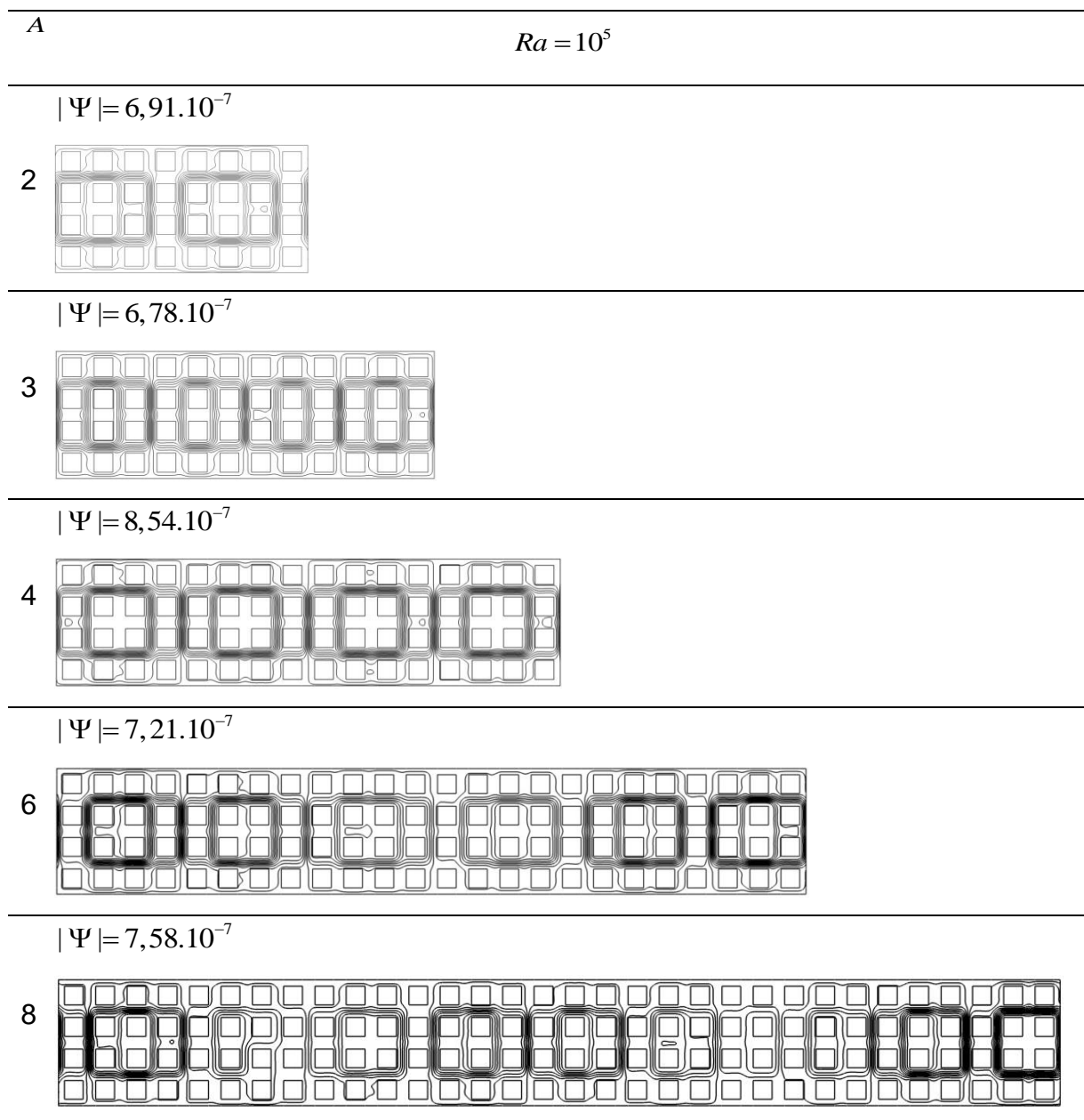


Figura 20 – Linhas de corrente em regime permanente para $Ra = 10^5$ e $N = 16$

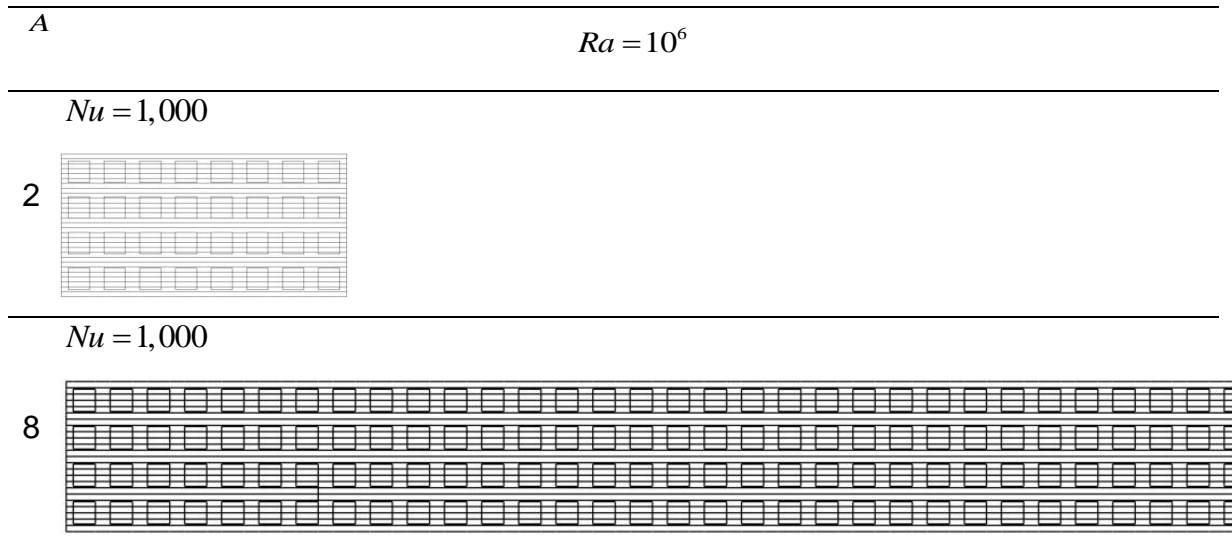


Figura 21 – Isotermas em regime permanente para $Ra = 10^6$ e $N = 16$

A Figura 21 contém os resultados do regime permanente das isothermas para $N = 16$ e $Ra = 10^6$ para $A = 2$ e $A = 8$. Os resultados para as outras razões de aspecto foram idênticos e periódicos em relação ao caso $A = 2$, com estratificação completa das isothermas. Foi possível identificar a estratificação da camada limite em todas as simulações. Assim como foi comentado anteriormente, isothermas paralelas indicam fluxo de calor predominantemente condutivo, e o valor do número de Nusselt $Nu = 1$ é outra prova de que o número de Rayleigh não foi alto o suficiente para superar o valor de transição condutivo-convectivo para esta configuração de blocos.

5.3.1. Simulações numéricas para $Ra = 10^6$

A Figura 22 contém os resultados do número de Nusselt em função do tempo adimensional para $N = 1$, $Ra = 10^6$ e $A = 2, 3, 4, 6, 8$. O regime permanente foi atingido antes de um tempo adimensional $\tau = 1$. Para as razões de aspecto $A = 3$ e $A = 8$, observou-se maior instabilidade inicial e conseqüentemente um maior número de incrementos temporais necessários para o atingimento da convergência.

Na Figura 23 estão apresentados os resultados de linha de corrente para $N = 1$, $Ra = 10^6$ e $A = 2, 3, 4, 6, 8$. Por comparação, foi possível perceber que o aumento de A permitiu ao escoamento obter configurações diferentes, sendo dois padrões celulares predominantes, um com células convectivas células envolvendo

dois blocos e outro com células envolvendo apenas um bloco. Para $A=2$, o padrão celular envolveu apenas um bloco, resultado esperado devido à limitação da condição de contorno periódica, que sempre implica na formação de resultados com número celular par. Para $A=3$, o padrão celular obtido consistiu de uma célula estendida que envolvia dois blocos e uma célula que envolvia apenas um bloco, resultado que faz sentido por ser a única combinação envolvendo os dois padrões celulares capaz de reproduzir um número par de células. As linhas de corrente de $A=4$ mostraram a formação de duas células estendidas, resultado que sugeriu maior estabilidade das células estendidas já que os resultados de $A=2$ sofreram limitações devido ao tamanho do domínio. No entanto, a análise de $A=8$ indicou que, para uma razão de aspecto com domínio maior, a configuração mais estável do padrão celular foi a que envolveu apenas um bloco. A formação dos dois padrões celulares em casos diferentes significou que provavelmente os dois tipos de formação celular possuíam estabilidade similar e, caso outras razões de aspecto fossem testadas, ambos os padrões poderiam ser formados.

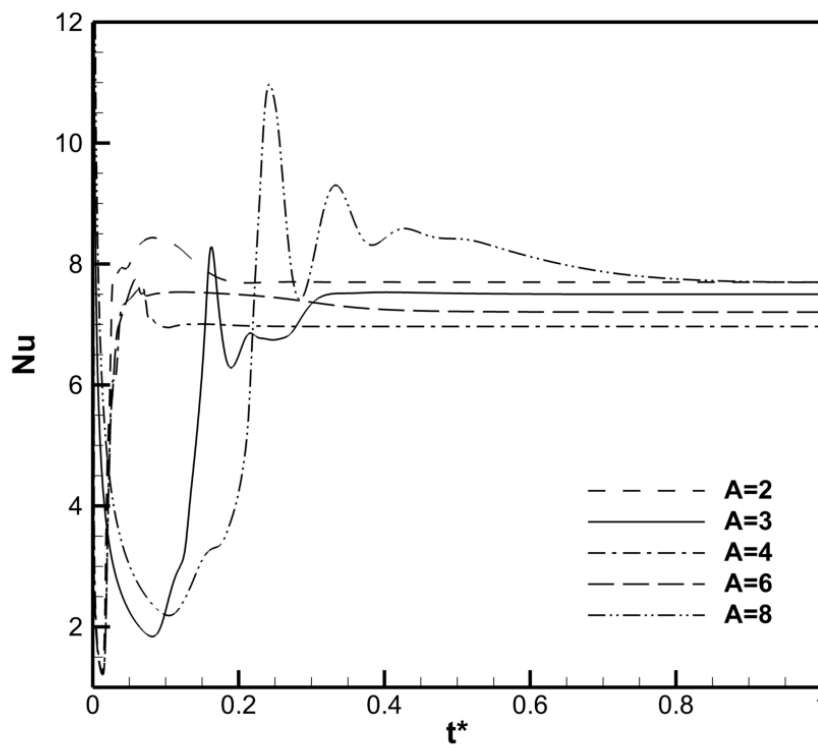


Figura 22 – Número de Nusselt em função do tempo adimensional para $Ra = 10^6$ e $N = 1$

Ainda analisando a Figura 23, os valores de linhas de corrente máximos sofreram influência do padrão celular. A formação de mais de uma célula convectiva estendida em $A=4$ e $A=6$ e os maiores valores máximos de linhas de corrente indicaram que a formação das células que envolvem dois blocos está relacionada com o aumento do valor máximo de linhas de corrente nas regiões de interseção celular.

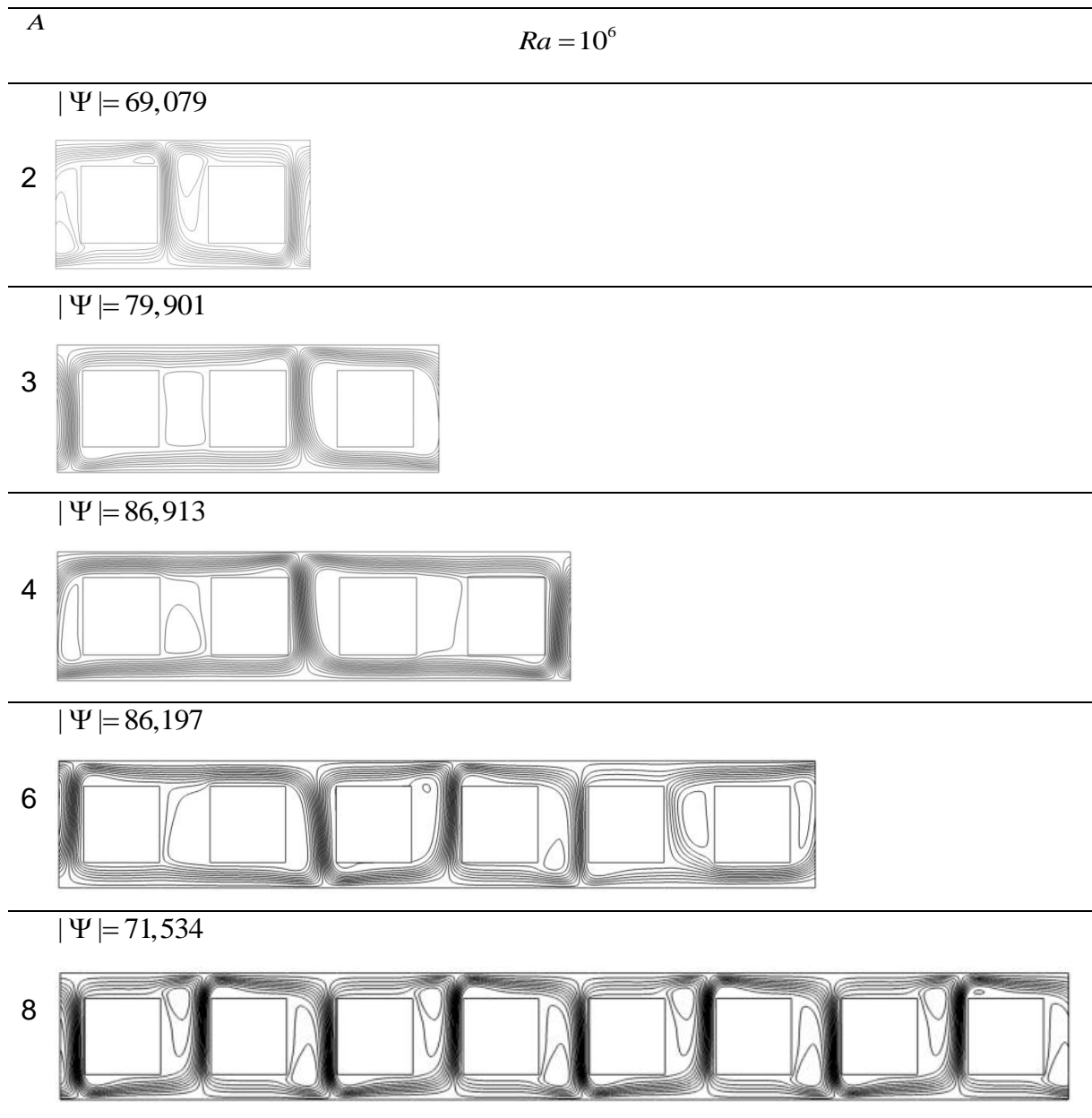


Figura 23 – Linhas de corrente em regime permanente para $Ra = 10^6$ e $N = 1$

A Figura 24 contém os gráficos das isotermas para $N = 1$, $Ra = 10^6$ e $A = 2, 3, 4, 6, 8$. É possível observar a diferença no perfil das isotermas quando h o

aparecimento das células estendidas por análise junto à Figura 23. O aparecimento de plumas na camada limite térmica sempre ocorre nas regiões de transição entre duas células convectivas sucessivas, resultando num maior número de plumas quentes e frias quando houve um número maior de células formadas.

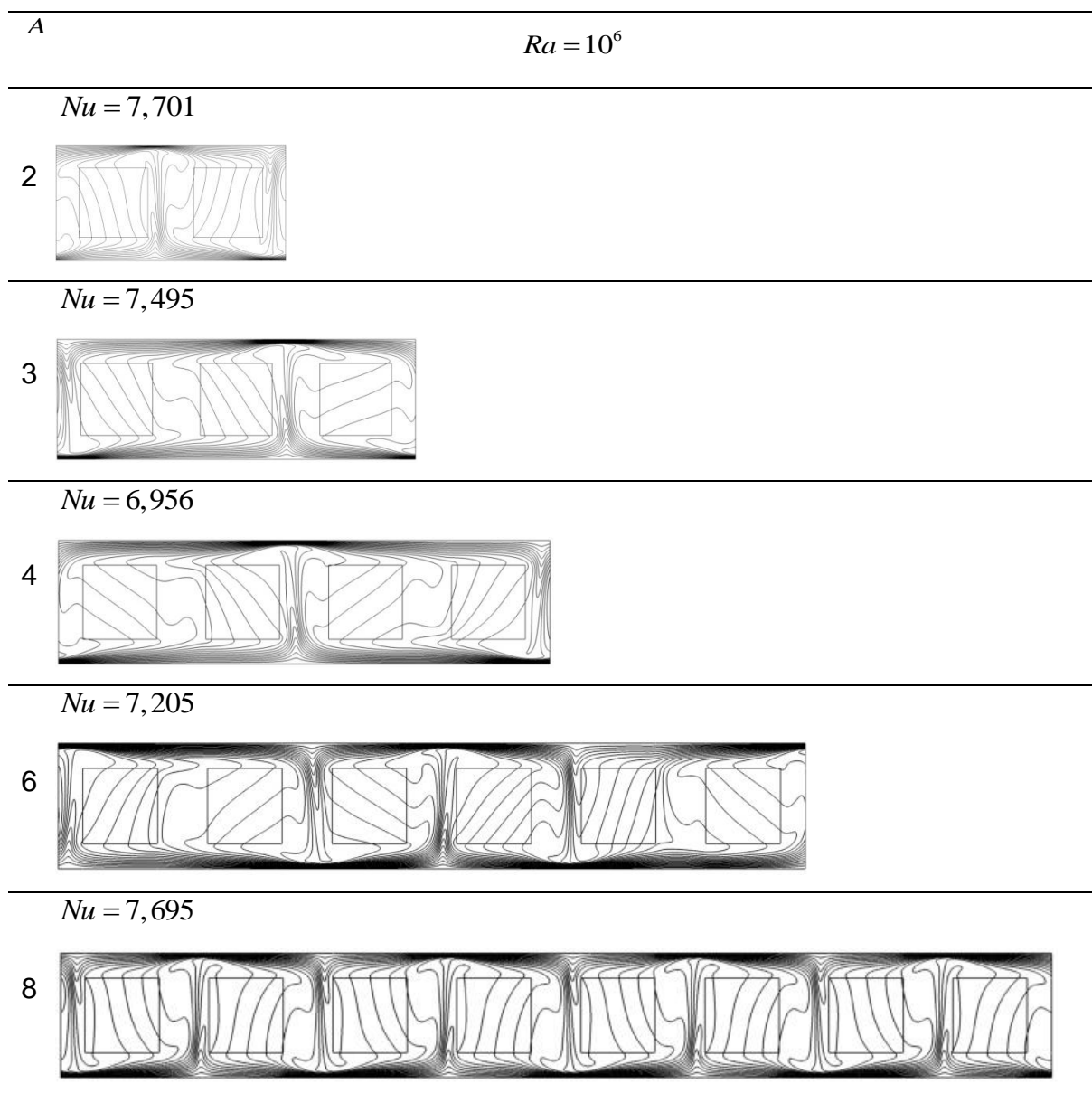


Figura 24 – Isotermas em regime permanente para $Ra = 10^6$ e $N = 1$

Em relação ao número de Nusselt da Figura 24, foi explicitada a sua variação para todos os valores de A , sendo este valor dependente do padrão celular obtido. Para as razões de aspecto $A = 2$ e $A = 8$, que foram os casos com padrão único de células convectivas envolvendo apenas um bloco, o número de Nusselt apresentou os maiores valores. Em contrapartida, para $A = 4$, caso em que o padrão

foi apenas de células convectivas estendidas, o número de Nusselt possuiu o menor valor entre todas as razões de aspecto, o que indicou uma relação entre o número de Nusselt e a forma do padrão celular.

Para as simulações de $N = 4$, $Ra = 10^6$ e $A = 2, 3, 4, 6, 8$, não foi possível obter resultados confiáveis devido à alta instabilidade relacionada com essa configuração geométrica para esse número de Rayleigh, não sendo portanto dispostos os resultados nesta seção.

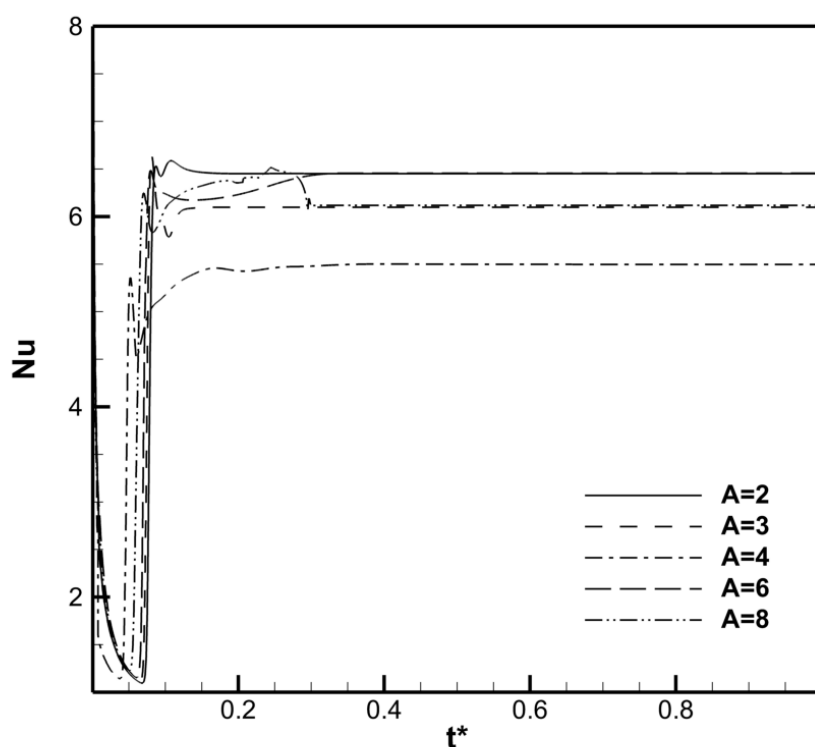


Figura 25 – Número de Nusselt em função do tempo adimensional para $Ra = 10^6$ e $N = 16$

Na Figura 25 estão presentes os resultados do número de Nusselt em função do tempo adimensional para $N = 16$, $Ra = 10^6$ e $A = 2, 3, 4, 6, 8$. Constatase que a solução convergiu até o regime permanente em todos os casos. O valor do número de Nusselt em regime permanente foi próximo para os seguintes pares $A(2,6)$ e $A(3,8)$ de razões de aspecto. O valor do número de Nusselt em regime permanente foi significativamente diferente para $A = 4$, sendo o menor entre todas as razões de aspecto simuladas.

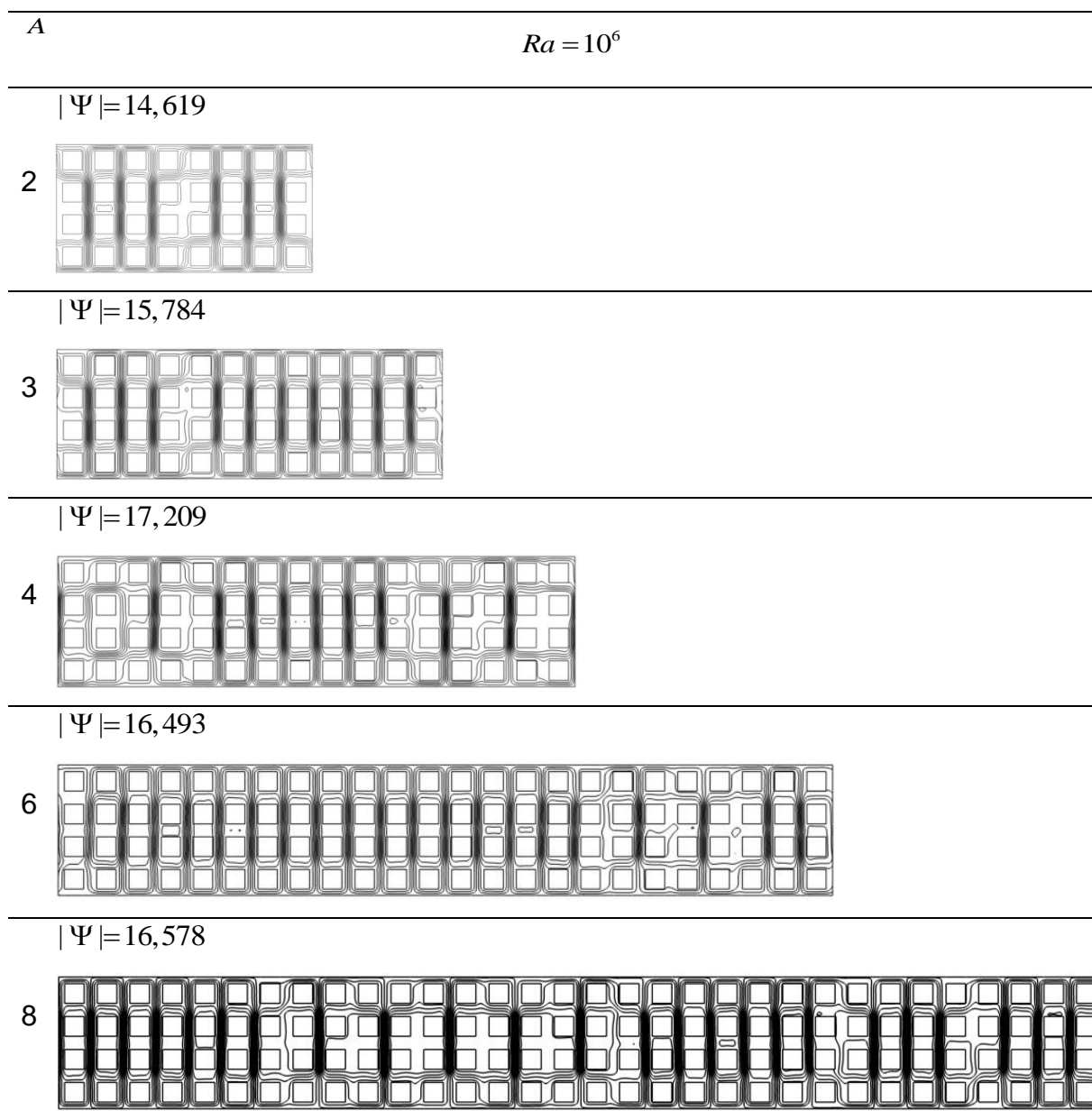


Figura 26 – Linhas de corrente em regime permanente para $Ra = 10^6$ e $N = 16$

A Figura 26 apresenta os gráficos de linhas de corrente em regime permanente para $N = 16$, $Ra = 10^6$ e $A = 2, 3, 4, 6, 8$. O aumento do número de blocos nesta configuração geométrica permitiu que o padrão celular tivesse maior variedade na sua topologia. Devido a limitação geométrica imposta pelos blocos heterogêneos, as células convectivas apresentaram subdivisões nas linhas de corrente. A subdivisão celular ocorre porque, conforme o fluido começa a escoar devido à diferença de massa específica que foi consequência do gradiente térmico, a energia cinética necessária para a movimentação de uma maior quantidade de fluido naquele mesmo caminho aumenta de tal forma que uma trajetória maior, mas

que possui linhas de corrente com menor velocidade, necessita de menos energia. Desta forma, as múltiplas trajetórias que podem ser percorridas pelo fluido para a convecção são as responsáveis pelo aspecto das 'subdivisões' celulares. Além disso, observa-se que com a variação da razão de aspecto o padrão celular sofreu alterações, sendo o número de blocos envolvidos por célula convectiva altamente variável devido à complexidade do tipo de escoamento resultado da adição dos blocos.

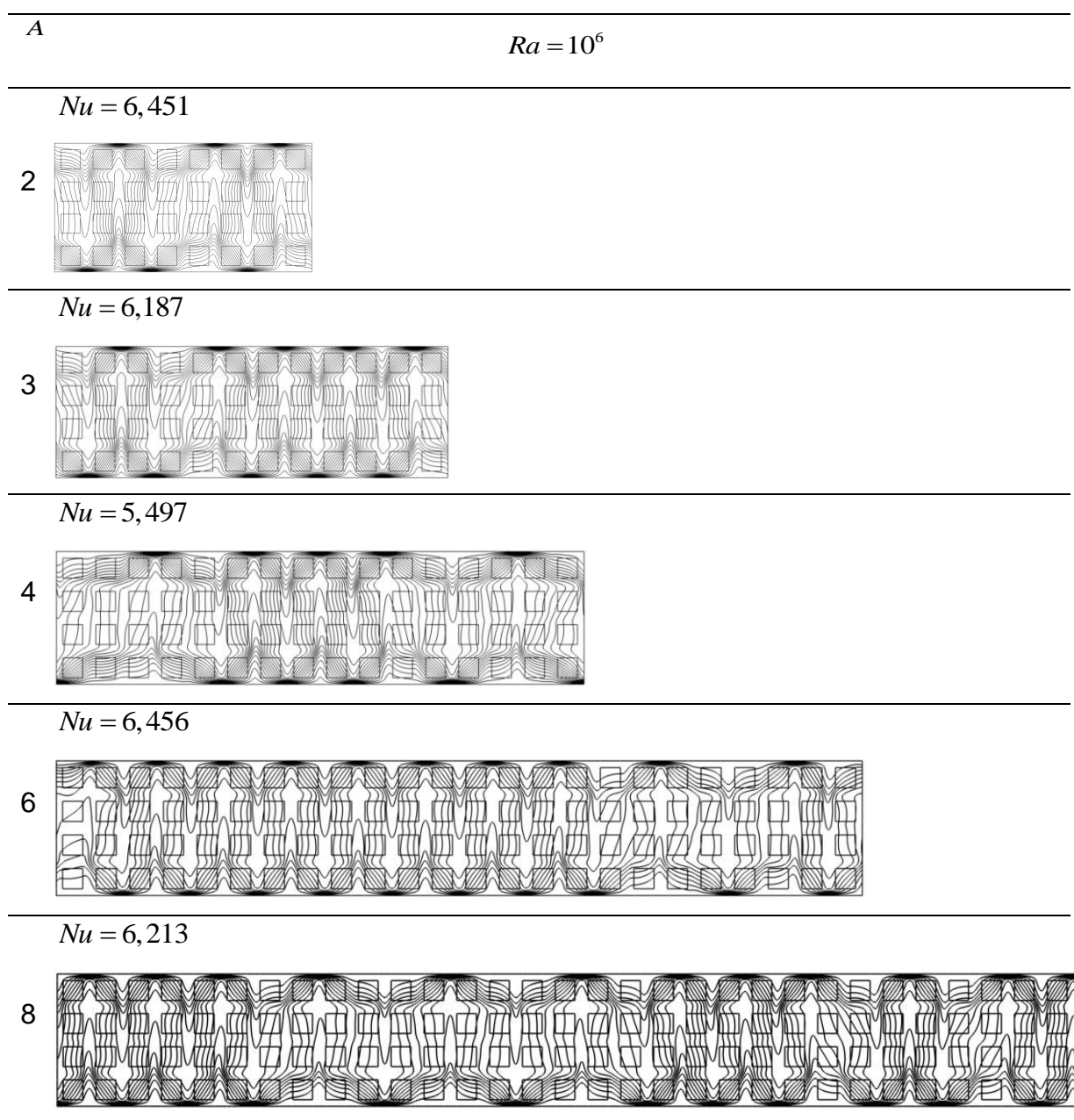


Figura 27 – Isotermas em regime permanente para $Ra = 10^6$ e $N = 16$

A Figura 27 apresenta os gráficos das isothermas em regime permanente para $N=16$, $Ra=10^6$ e $A=2, 3, 4, 6, 8$. Por análise junto à Figura 26, que contém as linhas de correntes para esta configuração, observa-se que nas regiões com maior densidade de células convectivas também resultou em um perfil isotérmico mais concentrado, com o aparecimento das plumas quentes e frias (dependendo do sentido de rotação) nas regiões de interseção celular. Observa-se também a não-periodicidade dentro do domínio analisado e a diferença do número de Nusselt entre as razões de aspecto. A análise dos valores e isothermas em regime permanente sugere que haja uma relação entre a concentração de plumas e o número de Nusselt. Como exemplo, para $A=4$, caso com o menor Nusselt, a maior parte do domínio é composta de células de convecção estendidas, implicando num menor número de concentração de plumas que para as razões de aspecto $A=2, 3, 6, 8$.

5.3.2. Efeito do número de Rayleigh nas linhas de corrente

Conforme observado, o efeito do número de Rayleigh é intensificar a circulação de fluido no interior da cavidade, implicando que o processo convectivo seja mais expressivo na transferência de calor. O efeito da variação do número de Rayleigh sobre as linhas de corrente e isothermas pode ser visto no caso de $N=1$, $A=4$, presente na Figura 28.

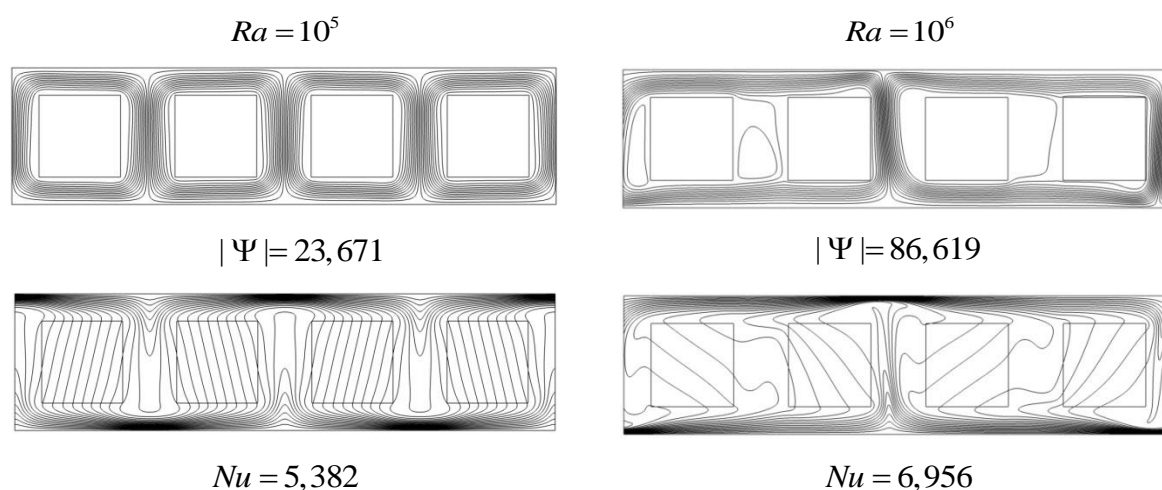


Figura 28 – Linhas de corrente e isothermas para $N=1$, $A=4$

Nota-se o aumento expressivo no valor máximo das linhas de corrente, que na verdade está também relacionado com o padrão celular obtido para esta configuração. Quando o padrão celular é similar, o efeito proveniente do número de

Rayleigh é a distorção das linhas de corrente, consequência das maiores velocidades adquiridas pelo fluido na ascensão ou descensão durante o processo convectivo, como pode ser observado no caso $N = 1$, $A = 4$, representado na Figura 29.

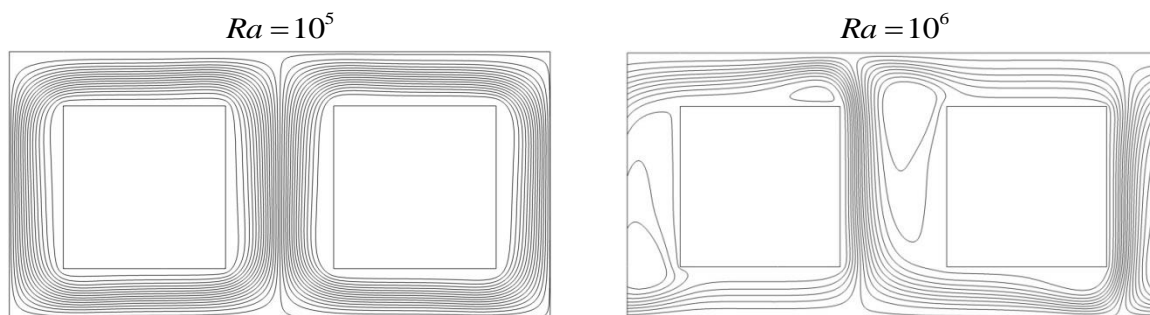


Figura 29 – Linhas de corrente para $N = 1$, $A = 4$

5.3.3. Efeito da razão de aspecto no número de Nusselt

A Figura 30 é um sumário dos resultados do número de Nusselt em função da razão de aspecto para regime permanente. Identifica-se a heterogeneidade no comportamento do número de Nusselt em função da razão de aspecto, implicando na difícil previsibilidade do seu comportamento e tornando a criação de correlações muito difícil.

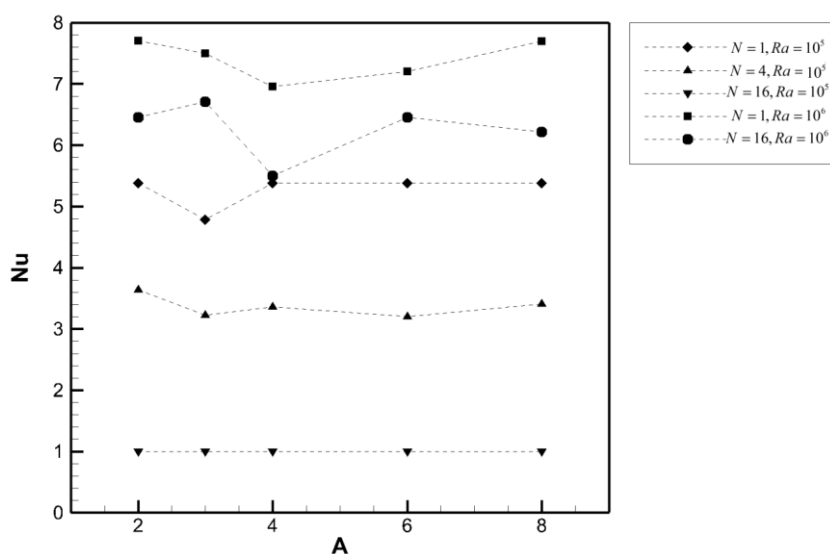


Figura 30 - Número de Nusselt em função da razão de aspecto no regime permanente

6 CONCLUSÃO

A complexidade geométrica, além das não-linearidades presentes nas equações de conservação fazem com que a modelagem matemática e simulação numérica de meios porosos reais seja uma tarefa desafiadora. Desta forma, torna-se necessário o desenvolvimento de métodos numéricos com precisão suficiente para descrever corretamente as diversas características que estes meios representam. Estes métodos numéricos são aplicados em idealizações geométricas, a fim de tornar o estudo possível.

Este trabalho apresentou uma metodologia de solução para a representação de um canal poroso heterogêneo aquecido por baixo e condições de contorno periódicas nas paredes verticais. Com este modelo foi possível simular numericamente o fenômeno da convecção natural em canais porosos com aquecimento por baixo, obtendo-se gráficos de isotermas e linhas de corrente em regime permanente. Adicionalmente, foram avaliados numericamente o número de Nusselt e os valores máximos de linhas de corrente.

Os efeitos da variação simultânea da razão de aspecto (A), do número de obstáculos sólidos (N) e do número de Rayleigh (Ra) foram investigados.

O aumento do número de Rayleigh implicou num aumento e perturbação das linhas de corrente. Esta intensificação da recirculação do fluido resultou num aumento da intensidade da transferência de calor total.

A influência do número de blocos foi verificada. Com o número de Rayleigh constante, aumento de N dificulta a convecção do fluido, de forma geral, fazendo com que o escoamento seja forçado a obedecer geometrias com mais obstáculos. Isso implicou na diminuição dos valores de linhas de corrente, e diminuição do número de Nusselt.

Foi verificado que, com a atribuição de obstáculos, o valor do número de Rayleigh de transição condutivo-convectivo foi aumentado. Este fato pôde ser observado nas simulações de $N = 16$ e $Ra = 10^5$.

A escolha da razão de aspecto para simulação de um domínio periódico é importante para muitos casos. Apesar da variação ser insignificamente para regimes

de condução dominante ou quando a acomodação dos blocos pelas células é próxima da ideal, o resultado qualitativo e quantitativo variou significativamente para valores de A diferentes. A escolha de razões de aspecto que sejam múltiplos de um número par de células, para cada caso, é desejada, a fim de se obter uma aproximação mais correta do canal poroso real.

7 REFERÊNCIAS

ANSYS FLUENT. **Reference Manual**. 14th Edition, 2006

BEJAN, A. **Convection heat transfer**. Second ed., John Wiley & Sons Inc., New York, U.S.A., 1995.

BRUYN, J. R. **Apparatus for the study of Rayleigh-Bénard Convection in gases**. Ver. Sci. Instrum., 67. Canada, 1996.

BARLETTA, A., STORESLETTEN, L. **A three-dimensional study of the onset of convection in a horizontal, rectangular porous channel heated from below**. Int. J. Therm. Sci, 2012

BHATTACHARYA, S. **Effect of Initial Condition and Influence of Aspect Ratio Change on Rayleigh-Bénard Convection**. Auburn University, Auburn, 2009.

CORCIONE, M. **Effects of the thermal boundary conditions at the sidewalls upon natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled from above**. Universidade de Roma, 2002.

DE LAI, F. C.; **Simulação numérica da convecção natural em cavidade preenchida com meio poroso heterogêneo**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Industrial Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

FOHR, J. MOUSSA , HB. **Heat and mass transfer in a cylindrical grain silo submitted to a periodical wall heat flux**. Int J Heat Mass Transf 37(12), 1994 p. 1699-1712

GROSSMANN, S., LOHSE D. **Scaling in thermal convection: a unifying theory**. University of Twente, Holanda, 2000.

HARTLEP, T. TILGNER, A. **Transition to turbulent convection in a fluid layer heated from below at moderate aspect ratio**. Alemanha, 2005.

HA, M. Y., BALACHANDAR, S. **Two-dimensional and unsteady natural convection in a horizontal enclosure with a square body** Numerical Heat Transfer, Part A. pp: 183-210, 2002

HOUSE, J. M., BECKERMANN, C.; SMITH, T. F.; **Effect of a centered conducting body on natural convection heat transfer in an enclosure**. Numerical Heat Transfer, parte A, vol. 18, pp. 213-225, 1990.

INCROPERA, F. W.; DeWITT, D. P. **Fundamentos de transferência de calor e de massa**. Rio de Janeiro: LTC – Livros técnicos e científicos Editora S.A., 2003

KIMURA, S.; BEJAN, A.. **The heatline visualization of convective heat transfer**. ASME Journal Heat Transfer, vol. 105, pp. 916-919, 1983

KOLODNER, P., WILLIAMS, H. **Nonlinear evolution of spatiotemporal structures in dissipative continuous systems**. Plenum, New York, 1990.

LEE, J. R.; HA, M. Y. **A numerical study of natural convection in a horizontal enclosure with a conducting body**. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 48 pp- 3308-3318, 2005.

LEE, J. R.; HA, M. Y. **Natural convection in a horizontal layer of fluid with a periodic array of square cylinders in the interior**. American Institute of Physics, vol 16, number 4, 2004.

LEE, J. R.; HA, M. Y. **Natural convection in a horizontal fluid layer with aperiodic array of internal square cylinders - Need for very large aspect ratio 2D domains**. International Journal of Heat and Fluid Flow, pp 978-987, 2007

MILANI, E. J.; BRANDÃO, J. A. S. L.; ZALÁN, P. V.; GAMBOA, L. A. P.; **Petróleo na margem continental brasileira: geologia, exploração, resultados e perspectivas**. Brazilian Journal of Geophysics, vol. 18(3), 2001.

NIELD, D. A.; BEJAN, A.; **Convection in porous media**. Second ed., Springer-Verlag. New York, U.S.A., 1998.

PATANKAR, S. **Numerical heat transfer and fluid flow**. Hemisphere Publishing, New York, 1980.

PATANKAR, S., LIU, C., SPARROW, E. **Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross-sectional area**, ASME J. Heat Transfer. Vol. 99, pp. 180-186, 1977.

FLUENT. **Reference Manual**. 14th Edition, Fluent Inc, NH. USA

PEYRET, R. **Handbook of computational fluid mechanics**. Academic Press, 2004

TILGNER, A. **Rayleigh-Bénard Convection at Large Aspect Ratios**. Institute of Geophysics, University of Göttingen, 2003.

ZHAO, C. Y.; **Review on thermal transport in high porosity cellular metal foams with open cells**. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 55, pp. 3618-3632, 2012.