

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETROTÉCNICA  
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ANA CLÁUDIA CASARA MASIERO**

**ÉRICO GURSKI**

**JUNIOR VANDERLEI DE AGUIAR CASTRO**

**ESTUDO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM SISTEMAS  
ELÉTRICOS DE POTÊNCIA UTILIZANDO MÉTODOS  
ENERGÉTICOS**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**CURITIBA**

**2016**

ANA CLÁUDIA CASARA MASIERO  
ÉRICO GURSKI  
JUNIOR VANDERLEI DE AGUIAR CASTRO

**ESTUDO DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM SISTEMAS  
ELÉTRICOS DE POTÊNCIA UTILIZANDO MÉTODOS  
ENERGÉTICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Elétrica do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Orientador: Prof. Dr. Raphael Augusto de Souza Benedito

**CURITIBA**

**2016**

Ana Cláudia Casara Masiero  
Érico Gurski  
Júnior Vanderlei de Aguiar Castro

## Estudo de Estabilidade Transitória em Sistemas Elétricos de Potência Utilizando Métodos Energéticos

Este Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação foi julgado e aprovado como requisito parcial para a obtenção do Título de Bacharel, do curso de Engenharia Elétrica do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Curitiba, 17 de junho de 2016.

---

Prof. Emerson Rigoni, Dr.  
Coordenador de Curso  
Engenharia Elétrica

---

Profa. Annemarlen Gehrke Castagna, Mestra  
Responsável pelos Trabalhos de Conclusão de Curso  
de Engenharia Elétrica do DAELT

### **ORIENTAÇÃO**

---

Raphael Augusto de Souza Benedito, Dr.  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Orientador

### **BANCA EXAMINADORA**

---

Raphael Augusto de Souza Benedito, Dr.  
UTFPR

---

Paulo Cícero Fritzen, Dr.  
UTFPR

---

Ismael Chiamenti, Dr.  
UTFPR

A folha de aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso de Engenharia Elétrica

## **DEDICATÓRIA**

Dedicamos o nosso trabalho a todos que estiveram conosco durante esse árduo caminho que são os cinco (ou seis) anos de graduação. Dedicamos também à família, que sempre nos apoiou, mesmo quando nós mesmos não acreditávamos.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradecemos a Deus, que nos concedeu a vida e a graça de podermos edificar nossos conhecimentos.

Agradecemos ao professor Dr. Raphael Benedito, que nos guiou através de todas as complicações que este trabalho apresentou.

Agradecemos à Universidade Tecnológica Federal do Paraná por nos acolher, nos provendo de conhecimento e oportunidades para nos aprofundarmos na área de engenharia elétrica.

Aos nossos colegas de jornada na graduação, mandamos um muito obrigado pela parceria durante o desenvolvimento deste trabalho, com certeza a compreensão de vocês ajudou muito.

Finalmente, agradecemos à nossa família. Sem vocês nunca chegaríamos aonde chegamos.

*“Que Deus me permita falar como eu quisera, e ter pensamentos dignos dos dons que recebi, porque é ele mesmo quem guia a sabedoria e emenda os sábios” – Sabedoria 7:15*

## RESUMO

CASTRO, Junior Vanderlei de Aguiar; GURSKI, Érico; MASIERO, Ana Claudia Casara. **Estudo de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência utilizando métodos energéticos.** 2016. 114 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Elétrica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

Este trabalho contempla o desenvolvimento de um algoritmo de análise de estabilidade transitória através do método energético PEBS (do inglês, *Potential Energy Boundary Surface*). Para tanto, foi desenvolvida ao decorrer do estudo a fundamentação teórica visando a compreensão dos conceitos de estabilidade transitória e de como esta é analisada em sistemas elétricos de potência, tanto para sistemas de uma máquina contra um barramento infinito quanto para sistemas multimáquinas. Apresentaram-se também os modelos matemáticos necessários e aplicações práticas destes para o estudo de estabilidade transitória através do método passo a passo, do critério das áreas iguais e, posteriormente, do método PEBS. Por fim, foram comparados os resultados de tempos críticos de abertura obtidos através da implementação e simulação do algoritmo PEBS no software MATLAB<sup>®</sup> com dados provindos de outros trabalhos acadêmicos para as topologias de sistema elétrico equivalentes.

### **Palavras-chave**

Estabilidade transitória

Sincronismo

PEBS

Passo a passo

Critério das áreas iguais

Tempo crítico de abertura.

## **ABSTRACT**

CASTRO, Junior Vanderlei de Aguiar; GURSKI, Érico; MASIERO, Ana Claudia Casara. **Study of Transient Stability in Electrical Power Systems Using Direct Methods**. 2016. 114 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Elétrica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

This study contemplates the development of an algorithm for transient stability analysis using a direct method, Potential Energy Boundary Surface (PEBS). For such, in this study it was examined the theoretical basis of transient stability in order to comprehend its concepts and how it is analysed in electrical power systems, for one machine infinite bus systems (OMIBS) and multi machine systems. Necessary mathematical models were also portrayed, along with their practical application on transient stability analysis by the numerical method, Equal Area Criterion (EAC) and, later, PEBS. Lastly, critical clearing time results obtained through implementation and simulation of the PEBS algorithm in MATLAB<sup>®</sup> were compared to data from other academic works for equivalent power system configuration.

### **Keywords**

Transient stability

Synchronism

PEBS

Numerical method

Equal area criterion

Critical clearing time



## LISTA DE FIGURAS

Figura 3-1 - Representação do Modelo Clássico do Gerador Síncrono.....	28
Figura 3-2 - Sistema proposto para análise .....	30
Figura 3-3 - Diagrama equivalente do sistema pré-falta .....	32
Figura 3-4 - Curva de potência do sistema pré-falta.....	34
Figura 3-5 - Diagrama equivalente do sistema em falta .....	34
Figura 3-6 - Diagrama equivalente reduzido do sistema em falta .....	35
Figura 3-7 - Curva de potência do sistema em falta .....	35
Figura 3-8 - Diagrama equivalente do sistema pós-falta .....	36
Figura 3-9 - Curva de potência do sistema pós-falta .....	37
Figura 3-10 - Curva de potência em função do ângulo $\delta$ .....	38
Figura 3-11 - Tempo de abertura de 0,1 segundo.....	41
Figura 3-12 - Tempo de abertura de 0,5 segundo.....	42
Figura 3-13 - Tempo de abertura de 0,32 segundo.....	43
Figura 3-14 - Tempo de abertura de 0,33 segundo.....	43
Figura 3-15 - Curvas de potência para análise dos ângulos no critério das áreas iguais .....	45
Figura 3-16 - Curvas de potência.....	48
Figura 3-17 - Sistema multimáquinas .....	52
Figura 4-1 - Trajetórias de um sistema autônomo qualquer.....	60
Figura 4-2 - Fluxograma para análise de estabilidade transitória através da determinação da região de estabilidade .....	62
Figura 4-3 - Região de estabilidade de um sistema dinâmico .....	63
Figura 4-4 - Região estimada de estabilidade de um sistema dinâmico .....	64
Figura 4-5 - Energia Potencial x $\delta$ .....	72
Figura 5-1 - Fluxograma do método PEBS conforme implementado .....	76
Figura 5-2 - Diagrama equivalente do sistema Máquina contra barramento infinito .....	78
Figura 5-3 - Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, no meio da linha (PEBS) .....	79
Figura 5-4 - Sistema de 2 máquinas e 2 barras em estudo .....	80
Figura 5-5 - Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, no meio da linha (PEBS) .....	82
Figura 5-6 - Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, no meio da linha (Passo a passo, tab=0,299s).....	83
Figura 5-7 - Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, no meio da linha (Passo a passo, tab=0,300s).....	84
Figura 5-8 - Sistema de 3 máquinas e 3 barras em estudo .....	85
Figura 5-9 - Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1 (PEBS).....	87
Figura 5-10 - Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 2 (PEBS).....	88
Figura 5-11 - Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1 (Passo a passo, tab=0,175s).....	89
Figura 5-12 - Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1 (Passo a passo, tab=0,176s).....	90
Figura 5-13 - Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 2 (Passo a passo, tab=0,194s).....	91
Figura 5-14 - Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 2 (Passo a passo, tab=0,195s).....	92
Figura 5-15 - Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, no meio da linha (PEBS) .....	93
Figura 5-16 - Sistema de 2 máquinas e 5 barras em estudo .....	95
Figura 5-17 - Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1 (PEBS).....	96

Figura 5-18 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 3, próxima à barra 1 (PEBS).....	97
Figura 5-19 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1 (Passo a passo, tab=0,205s).....	98
Figura 5-20 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1 (Passo a passo, tab=0,206s).....	99
Figura 5-21 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 3, próxima à barra 1 (Passo a passo, tab=0,213s).....	100
Figura 5-22 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 3, próxima à barra 1 (Passo a passo, tab=0,214s).....	101
Figura 5-23 – Simulação para falta na linha entre as barras 4 e 5, no meio da linha (PEBS).....	103

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Equações do Método de Euler para o problema proposto .....	40
Tabela 5.1 – Resultados obtidos para as simulações do sistema máquina contra barramento infinito .....	80
Tabela 5.2 – Resultados obtidos para as simulações do sistema de 2 barras e 2 geradores.....	85
Tabela 5.3 – Resultados obtidos para as simulações do sistema de 3 barras e 3 geradores.....	93
Tabela 5.4 – Resultados obtidos para as simulações do sistema de 5 barras e 2 geradores.....	102
Tabela 5.5 – Comparação de resultados para o sistema de 2 barras e 2 geradores .....	104
Tabela 5.6 – Comparação de resultados para o sistema de 3 barras e 3 geradores .....	104

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BCU – Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point  
COA – Centre of Angle, ou centro de ângulo  
COI – Centre of Inertia, ou centro de inércia  
DAELT – Departamento Acadêmico de Eletrotécnica  
EAC – Equal Area Criterion  
EDO – Equação Diferencial Ordinária  
IEEE – Institute of Electrical and Electronics Engineers  
LT – Linha de Transmissão  
OMIBS – One Machine Infinite Bus System  
PEBS – Potential Energy Boundary Surface  
P.e.a.e. – Ponto de equilíbrio assintoticamente estável  
P.e.e. – Ponto de equilíbrio estável  
P.e.i. – Ponto de equilíbrio instável  
pu – Por unidade, unidade de medida.  
SEP – Sistema Elétrico de Potência  
TCC – Trabalho de Conclusão de Curso  
UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $\delta_G$  – Ângulo interno do gerador  
 $\delta_{G0}$  – Ângulo inicial do gerador  
 $\delta_G^s$  – Ângulo de equilíbrio estável (*stable*) do gerador  
 $\delta_G^u$  – Ângulo de equilíbrio instável (*unstable*) do gerador  
 $\delta^a$  – Ângulo de abertura  
 $\delta_{cr}^a$  – Ângulo crítico de abertura  
 $\Delta$  – Variação  
 $\theta$  – Ângulo interno do gerador considerando o COA  
 $\Phi(x_0, t)$  – Trajetória do sistema a partir de  $x_0$  e  $t$   
 $\omega$  – Desvio de velocidade do rotor  
 $\tilde{\omega}$  – Velocidade relativa do rotor considerando o COA  
 $\Omega$  – Ohm  
 $\Omega_a$  – Conjunto que encerra as barras vizinhas à barra  $a$   
 $A$  – Área  
 $A(x_e)$  – Área de atração  
 $B$  - Susceptância  
 $D$  – Constante de amortecimento relacionada às perdas por atrito  
 $E'_g$  – Tensão interna do gerador  
 $E_c, E_p, E_T$  – Energias cinética, potencial e total, respectivamente  
 $f$  – Função  
 $f_0$  – Frequência  
 $F$  – Força  
 $G$  - Condutância  
 $h$  – Passo de integração  
 $H$  – Constante de inércia  
 $j$  – Número imaginário  
 $m$  – Massa  
 $M$  – Constante de inércia  
 $P_e$  – Potência elétrica  
 $P_e^{pré}$  – Potência ativa elétrica no período pré-falta  
 $P_e^{falta}$  – Potência ativa elétrica no período em falta  
 $P_e^{pós}$  – Potência ativa elétrica no período pós-falta  
 $P_{ij}$  – Potência ativa elétrica que sai do barramento  $i$  e entra no barramento  $j$   
 $P_m$  – Potência mecânica  
 $Q$  – Potência reativa  
 $\mathbb{R}^n$  – Espaço euclidiano  
 $t$  – Tempo  
 $v$  – Velocidade  
 $V$  – Tensão  
 $V_{cr}$  – Energia crítica do sistema  
 $x$  – Vetor de variáveis  
 $x_e$  – Ponto de equilíbrio  
 $X$  – Reatância  
 $X'_d$  – Reatância transitória do eixo direto

$(x_i, y_i)$  – Ponto onde x é abscissa e y é ordenada na i-ésima iteração  
y – Admitância  
 $Y_{bus}$  – Matriz de admitância que representa um sistema elétrico  
 $\tilde{Y}_{bus}$  – Matriz de admitância estendida aos nós internos do gerador

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>16</b>
1.1 TEMA .....	17
1.1.1 Delimitação do Tema .....	17
1.2 PROBLEMAS E PREMISSAS .....	18
1.3 OBJETIVOS.....	19
1.3.1 Objetivo Geral .....	19
1.3.2 Objetivos Específicos.....	19
1.4 JUSTIFICATIVA .....	20
1.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	20
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	21
<b>2. ESTABILIDADE EM SISTEMAS ELÉTRICO DE POTÊNCIA.....</b>	<b>22</b>
2.1 O FENÔMENO DA ESTABILIDADE EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA..	23
2.2 ESTABILIDADE ROTÓRICA.....	23
2.2.1 Estabilidade a Pequena Perturbação .....	25
2.2.2 Estabilidade a Grande Perturbação .....	25
2.3 DETERMINAÇÃO DOS PERÍODOS DE ANÁLISE DE ESTABILIDADE EM SISTEMAS ELÉTRICOS .....	26
<b>3. MODELAGEM E MÉTODOS DE ANÁLISE DE ESTABILIDADE .....</b>	<b>28</b>
3.1 MODELO DO GERADOR SÍNCRONO PARA A ANÁLISE DE ESTABILIDADE .....	28
3.1.1 Modelo Clássico da Máquina Síncrona.....	28
3.1.2 Equacionamento Dinâmico da Máquina Síncrona no Modelo Clássico.....	29
3.2 SISTEMA MÁQUINA CONTRA BARRAMENTO INFINITO .....	30
3.2.1 Apresentação de um Problema Prático .....	30
3.2.2 Método Passo a Passo .....	38
3.2.3 Critério das Áreas Iguais .....	44
3.3 SISTEMAS MULTIMÁQUINAS.....	51
3.3.1 Modelagem de Sistemas Multimáquinas.....	51
3.3.2 Centro de Ângulo como Referência (COA).....	55

<b>4. MÉTODOS ENERGÉTICOS .....</b>	<b>58</b>
4.1 CONCEITOS MATEMÁTICOS .....	59
4.1.1 REGIÃO DE ESTABILIDADE .....	61
4.1.2 Estimativa da Região de Estabilidade .....	63
4.1.3 Formulação de Lyapunov .....	65
4.1.4 Função Energia para Sistemas Elétricos de Potência.....	66
4.1.5 Função Energia para Sistemas Multimáquinas.....	68
4.2 MÉTODO PEBS.....	71
<b>5. IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO PEBS.....</b>	<b>74</b>
5.1 UMA MÁQUINA CONTRA BARRAMENTO INFINITO .....	77
5.1.1 Cenário Simulado.....	77
5.1.2 Resultados.....	78
5.2 SISTEMA DUAS MÁQUINAS E DUAS BARRAS.....	80
5.2.1 Cenário Simulado.....	80
5.2.2 Resultados.....	81
5.3 SISTEMA TRÊS MÁQUINAS E TRÊS BARRAS.....	85
5.3.1 Cenário Simulado.....	85
5.3.2 Resultados.....	86
5.4 SISTEMA DUAS MÁQUINAS E CINCO BARRAS .....	94
5.4.1 Cenário Simulado.....	94
5.4.2 Resultados.....	95
5.5 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS .....	103
<b>6. CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>106</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>108</b>
<b>APÊNDICE A – Código desenvolvido para o método passo a passo .....</b>	<b>111</b>
<b>APÊNDICE B – Código desenvolvido para o método critério das áreas iguais .....</b>	<b>113</b>



## 1. INTRODUÇÃO

Os grandes sistemas responsáveis pela geração, transmissão e distribuição de energia elétrica são constituídos por equipamentos que operam de maneira coordenada, atendendo a determinados padrões de confiabilidade, disponibilidade, qualidade, segurança e custos. Devido ao atendimento dessas características e à crescente demanda por energia elétrica pela sociedade, os estudos e análises desses sistemas se tornam cada dia mais complexos.

De acordo com Bretas e Alberto (2000), a ocorrência de faltas em sistemas elétricos de potência é inevitável, contudo é essencial que um sistema elétrico seja capaz de operar satisfatoriamente em regime permanente e também de apresentar flexibilidade quando em presença de defeitos ou perturbações, garantindo a continuidade da prestação de serviço.

A interligação de sistemas elétricos de potência é uma das soluções atualmente empregadas para garantir a continuidade do fornecimento de energia e o aumento da confiabilidade, pois possibilitam a interconexão entre os sistemas de geração através de caminhos alternativos para o suprimento de energia às cargas. Se por um lado essas interligações são economicamente vantajosas e implicam numa maior confiabilidade, por outro implicam em uma maior complexidade de operação do sistema.

A ocorrência de um determinado problema local, em um sistema interligado, por exemplo, pode comprometer o funcionamento adequado de toda a rede (MONTICELLI e GARCIA, 2003). Dessa forma, é necessário garantir a estabilidade de funcionamento de sistemas interligados através de controles adequados. Kundur (1994) afirma que um sistema de energia elétrica é dito estável se é capaz de suportar pequenas e/ou grandes perturbações sem interrupção no fornecimento de energia. Tal característica de estabilidade pode ser estudada através dos cenários e fenômenos que o levam à instabilidade. Assim, a estabilidade pode ser dividida e classificada de acordo com:

- i) Tipo de perturbação;
- ii) Tipo de variável em análise e;
- iii) Tempo considerado para a análise.

O tipo de perturbação pode ser classificado em previsível (variações lentas, de acordo com dados históricos e curva de demanda) ou imprevisível (grandes variações não planejadas e curto-circuito). Quanto ao tipo de variável em análise, pode-se considerar o ângulo do rotor, a tensão, ou a frequência. Já quanto ao tempo, considera-se o estudo de curto prazo (estudo de poucos segundos ou transitório), de médio prazo (período de transição) ou o de longo prazo (KUNDUR *et al.*, 2004).

Neste trabalho, o foco de estudo é a estabilidade do ângulo do rotor ou estabilidade rotórica. Assim, é desenvolvido um estudo do ângulo do rotor<sup>1</sup> de geradores quando submetidos a grandes perturbações imprevisíveis, tais como curto-circuitos, durante o período transitório, limitado a não mais de dez segundos (KUNDUR, 1994).

## 1.1 TEMA

A preocupação com a estabilidade está presente nos estudos e análises de sistemas elétricos de potência desde sua consolidação, no início do século XX, (STEVENSON JR., 1978). O presente estudo tem como finalidade analisar o comportamento de geradores síncronos, responsáveis pelo fornecimento de energia elétrica, sob efeito de faltas ou, mais especificamente, analisar a estabilidade transitória para assegurar que os equipamentos de proteção atuarão antes que os geradores percam o sincronismo, continuando a fornecer energia em um novo estado permanente, com tensão e frequência dentro dos limites apropriados.

Assim, durante o desenvolvimento deste trabalho é dada ênfase ao estudo de estabilidade em relação à variação do ângulo do rotor de geradores síncronos.

### 1.1.1 Delimitação do Tema

Como previamente introduzido, os sistemas elétricos de potência devem ser extremamente seguros, de forma a evitar colapsos e consequente falta de energia para um

---

<sup>1</sup> O ângulo do rotor também é conhecido por ângulo interno do gerador, ângulo de torque, ângulo de potência e ângulo de carga.

grande número de consumidores. Isto se torna viável a partir de vários estudos, dentre os quais a análise de estabilidade de sistemas elétricos de potência a grandes perturbações tem uma grande importância, por possibilitar a determinação dos tempos críticos de atuação de sistemas de proteção.

Considerando a extensão da área de estudo de estabilidade, neste trabalho as análises são delimitadas aos critérios energéticos, também chamados de diretos (BRETAS e ALBERTO, 2000), dentre os quais optou-se pelo método PEBS (do inglês *Potencial Energy Boundary Surface*). Tais métodos, por possuírem rápida resposta computacional, são ideais para aplicações em sistemas supervisórios e em tempo real.

## 1.2 PROBLEMAS E PREMISSAS

Quando ocorre um curto-circuito no sistema elétrico durante um certo período os geradores síncronos sofrem aceleração, pois, neste intervalo de tempo, as potências elétrica e mecânica da máquina são distintas (MACHOWSKI, 2008). Se este efeito de aceleração for mantido indefinidamente, após um determinado tempo (conhecido como tempo crítico) o gerador não conseguirá mais retornar a um ponto de equilíbrio entre potência elétrica e potência mecânica, independentemente da situação de carregamento ao qual é submetido, e continuará acelerando até que perca o sincronismo com o sistema (KUNDUR, 1994). Perdurando esta situação, a falta de sincronismo entre os geradores pode ocasionar danos mecânicos às suas estruturas e causar um colapso no sistema elétrico como um todo (GRONDIN *et al.*, 2008).

Para evitar que estas situações aconteçam, faz-se uso da análise de estabilidade transitória para diversos cenários do sistema elétrico, a fim de determinar os tempos críticos da atuação da proteção para faltas em diversos pontos da rede elétrica. Entretanto, quando são considerados sistemas interligados maiores, prever todos os cenários de perturbações do sistema se torna uma tarefa custosa e, muitas vezes, inviável. Assim, busca-se apresentar um método de análise de estabilidade que seja de processamento tão rápido quanto o necessário para aplicações em tempo real como, por exemplo, em sistemas supervisórios (BRETAS e ALBERTO, 2000).

## 1.3 OBJETIVOS

### 1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é efetuar um estudo e implementar um algoritmo para a análise da estabilidade transitória em sistemas elétricos utilizando métodos energéticos (ou diretos).

Como resultado, espera-se determinar os tempos críticos de abertura a serem ajustados no sistema de proteção para os cenários estudados de modo a garantir que as condições necessárias para o sincronismo entre as máquinas interligadas sejam atendidas, dadas as configurações de entrada ou saída súbitas de carga.

### 1.3.2 Objetivos Específicos

Além de implementar um algoritmo de análise estabilidade transitória, pretende-se alcançar os objetivos específicos elencados abaixo:

- Análise de grandes perturbações, como por exemplo, um curto-circuito trifásico simétrico.
- Estudo e aplicação de métodos energéticos para a análise de estabilidade transitória, tais como o Critério das Áreas Iguais e o Método PEBS.
- Desenvolvimento e implementação de algoritmos computacionais para aplicação dos métodos estudados.
- Simulação para determinação dos tempos críticos de abertura de proteção que assegurem as condições de sincronismo do sistema para o cenário de um gerador ligado a um barramento infinito e para sistemas multimáquinas.

## 1.4 JUSTIFICATIVA

Tendo em vista a crescente demanda de energia elétrica do sistema interligado nacional e conhecendo o comportamento horário de entrada e saída de carga e/ou geração, percebe-se a necessidade de manter a operação devida do sistema para garantir que os geradores estejam em sincronismo, ou seja, que a frequência dos quais não sofra violações e, portanto, não permita a ocorrência de colapsos em partes do sistema ou, em casos extremos, no sistema como um todo. Estudar a estabilidade transitória de um sistema possibilita um conhecimento prévio do seu comportamento, proporcionando a determinação de tempos adequados de atuação dos sistemas de proteção, o que por sua vez provê maior confiabilidade para o funcionamento de um sistema elétrico. Com todas estas vantagens e justificativas para o estudo de estabilidade transitória, vê-se que há aplicação direta deste para os sistemas supervisórios que operam em tempo real. Portanto, os métodos de análises de estabilidade com rápida resposta, como os métodos energéticos, são extremamente necessários.

## 1.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Com o intuito de alcançar os objetivos propostos neste trabalho, inicialmente foi realizada uma revisão literária sobre o tema em artigos, livros e demais publicações focadas em análise transitória por métodos energéticos.

Após isso, foram desenvolvidos e implementados algoritmos no *software* MATLAB<sup>®</sup> para análise de estabilidade utilizando o método passo a passo e o critério das áreas iguais para uma configuração básica de um sistema de potência, representada por um gerador contra um barramento infinito durante a ocorrência de um curto-circuito. Tal análise possibilitou um resultado preliminar a partir de um método bem conhecido e de fácil compreensão, mas que só se aplica a configurações de sistemas simples.

Por fim, foi desenvolvido e implementado um algoritmo para casos mais complexos utilizando o método energético PEBS. Inicialmente, foi verificada a validade deste utilizando os resultados obtidos no algoritmo previamente desenvolvido e, então, este foi implementado para análises de sistemas multimáquinas.

## 1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Como proposta de estrutura para o presente trabalho, foi utilizada a seguinte estruturação de capítulos:

Capítulo 1 – Introdução aos estudos de estabilidade, definição do tema e delimitação dos objetivos a serem atingidos;

Capítulo 2 – Referencial teórico e revisão bibliográfica sobre os temas abordados no estudo, visão geral de Sistemas Elétricos de Potência, efeitos de estabilidade e de instabilidade;

Capítulo 3 – Modelagem dos sistemas e equipamentos concernentes, apresentação dos métodos de estudo e análise de estabilidade transitória;

Capítulo 4 – Métodos energéticos. PEBS. Estudo e aplicação dos métodos energéticos;

Capítulo 5 – Análise dos cenários de interesse apresentados, apresentação dos dados de entrada, simulações e testes usando os métodos estudados e, por fim, análise e apresentação dos resultados obtidos;

Capítulo 6 – Conclusões, considerações finais sobre o trabalho desenvolvido e os resultados obtidos e sugestões para prosseguimento em trabalhos futuros.

## 2. ESTABILIDADE EM SISTEMAS ELÉTRICO DE POTÊNCIA

De acordo com Stevenson Jr. (1978), um sistema de energia elétrica pode ser dividido em três partes distintas: usinas geradoras, linhas de transmissão e sistemas de distribuição. Nas usinas geradoras de energia, os geradores síncronos operam com uma velocidade constante, convertendo uma dada fonte de energia em energia elétrica. Nas linhas de transmissão, a eletricidade obtida é transportada para os centros de consumo e distribuída aos consumidores através de redes de distribuição.

Basicamente, sistemas de energia têm o objetivo de fornecer energia elétrica a consumidores dentro de certos limites de tensão e frequência; quando esses limites não estão em conformidade, o sistema pode entrar em colapso, causando sérios problemas.

Como previamente introduzido um sistema é dito estável se é capaz de suportar pequenas e/ou grandes perturbações sem interrupção no fornecimento de energia (KUNDUR, 1994). Em outras palavras a estabilidade pode ser definida como a capacidade de qualquer sistema, para uma dada condição de operação inicial, recuperar um estado de equilíbrio operacional após ter sido submetido a uma perturbação física (BRETAS e ALBERTO, 2000). Este conceito é muito utilizado em análises de sistemas elétricos para descrever seu funcionamento. Assim, diz-se que o sistema elétrico perde sua condição de estabilidade elétrica quando um gerador síncrono que o compõe perde sua capacidade de manter o sincronismo girante com o sistema. Dessa forma, portanto, o sistema instável opera em condições diferentes das nominais, podendo estas serem inadequadas e/ou proibitivas, por ocorrência de uma falta em suas proximidades.

É comum que sistemas elétricos de potência sejam submetidos diariamente a diversos tipos de distúrbios e faltas. Assim, para que não ocorra a perda de um sistema de transmissão estável é necessário garantir que os dispositivos de proteção isolem em tempo hábil o local de ocorrência de uma falta.

## 2.1 O FENÔMENO DA ESTABILIDADE EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Como já é de conhecimento, o comportamento dinâmico de um sistema elétrico de potência depende da habilidade de várias máquinas síncronas manterem o sincronismo em condições transitórias, originadas por diferentes distúrbios. Em outras palavras, o desempenho de sistemas de potência depende do quão estável o sistema é em diferentes situações.

Quando um sistema de potência é submetido a um distúrbio de pequena magnitude e curta duração, este tende a voltar a um ponto de funcionamento, por outro lado, se a perturbação for de grande amplitude e de longa duração, o mesmo não ocorrerá. No período transitório que se segue à ocorrência de uma perturbação, o funcionamento do sistema é oscilatório por natureza, o que influencia nas potências que circulam nas linhas. Se o sistema for estável, estas oscilações são fortemente amortecidas, porém se o sistema for instável, as oscilações não recuperam o estado de equilíbrio operacional.

A partir dessa premissa, os estudos de estabilidade procuram determinar o comportamento das máquinas síncronas após a ocorrência de uma determinada perturbação. Normalmente, devido à complexidade, estudos de estabilidade são divididos quanto aos fenômenos de instabilidade nos seguintes parâmetros: ângulo do rotor, frequência e tensão. A estabilidade do ângulo do rotor é subdividida em estabilidade a pequena perturbação (ou dinâmica) e estabilidade a grande perturbação (ou transitória). Como já definido, este trabalho será focado no estudo da estabilidade rotórica a grandes perturbações.

## 2.2 ESTABILIDADE ROTÓRICA

Em operação normal, o torque eletromagnético de uma máquina síncrona contrabalança o torque mecânico aplicado ao eixo da máquina, gerando assim potência elétrica útil para gerar trabalho (FITZGERALD *et al.*, 2006). Durante a ocorrência de um distúrbio, essa compensação pode ser desequilibrada a ponto de diminuir ou até mesmo



eliminar a característica de geração do sistema elétrico. O estudo da estabilidade do ângulo do rotor, portanto, se propõe a analisar as variáveis que contribuem para manter ou restaurar o equilíbrio entre torque eletromagnético e torque mecânico de geradores síncronos.

O ângulo de carga ou ângulo de potência, foco de estudo da estabilidade rotórica, corresponde ao mesmo ângulo entre o campo eletromagnético do rotor e o campo resultante no entreferro de uma máquina síncrona. Dessa forma, o fenômeno de instabilidade rotórica ocorre na forma de oscilações crescentes de ângulo de potência do rotor de alguns geradores, de modo a causar perda de sincronismo entre as máquinas, pois os desvios de posição angular dos rotores alteram o torque eletromagnético, aumentando o desequilíbrio entre torque mecânico e torque eletromagnético (BOMFIM, 2000).

De acordo com Kundur (1994), as alterações no torque elétrico de uma máquina síncrona, após a ocorrência de um distúrbio, são classificadas em dois tipos: torque sincronizante, proporcional e em fase no tempo com a variação angular; e torque de amortecimento, correlacionado com velocidades crescentes no rotor. A inexistência do primeiro resulta numa desestabilização aperiódica do sistema. Já a inexistência do segundo, resulta em instabilidade oscilatória.

Fisicamente, na iminência de uma falta, um sistema elétrico de potência opera com potência elétrica e potência mecânica iguais. Durante a ocorrência de um curto-circuito, a transferência de potência no sistema diminui, de forma que a potência mecânica do sistema se torna maior que a potência elétrica. Nessa situação, as máquinas que constituem o sistema aceleram, acarretando em um desvio de velocidade e, por fim, no aumento do ângulo de carga (BRETAS e ALBERTO, 2000). Quando os dispositivos de proteção do sistema atuam com o intuito de eliminar o defeito, as máquinas podem desacelerar, indicando que o sistema voltará a um ponto de equilíbrio estável, ou continuar a acelerar, indicando que o sistema não operará num ponto de equilíbrio estável.

Para garantir que o sistema volte a operar em um ponto de equilíbrio após a ocorrência de uma falta, é necessário determinar um ângulo de carga limite, tal que quando não atingido permite a restauração de um ponto de operação estável. Esse ângulo, também denominado ângulo crítico, é um dos parâmetros determinados pelos métodos de análise de estabilidade rotórica.

### 2.2.1 Estabilidade a Pequena Perturbação

Um sistema elétrico de potência sofre constantemente perturbações de pequena ordem. Variações de carga e de velocidade de turbinas são dois dos exemplos mais comuns desse tipo de variações que têm por característica não ocasionar grandes problemas ao sistema como um todo, portanto não são geralmente suficientes para provocar a perda de sincronismo (BOMFIM, 2000).

Em algumas literaturas, o termo estabilidade dinâmica é utilizado como sinônimo de estabilidade a pequena perturbação e é empregado para descrever a resposta de um sistema dinâmico a pequenas perturbações (KUNDUR *et al.*, 2004). Uma perturbação é considerada suficientemente pequena quando não causa alteração significativa no ponto de operação do sistema elétrico, ou seja, ele opera próximo ao ponto de operação de pré-perturbação.

De acordo com Bomfim (2000), o comportamento de um sistema devido a uma pequena perturbação depende de diversos fatores tais como a condição inicial do sistema, o sistema de transmissão e o tipo dos sistemas de excitação utilizados. Assim, dependendo de suas características, a instabilidade resultante em um sistema pode ser de duas formas: aumento monotônico (aperiódico) no ângulo do rotor devido à insuficiência do torque sincronizante, ou oscilações angulares de amplitudes crescentes devido à insuficiência do torque de amortecimento. Como exemplo, Bomfim (2000) afirma que em um gerador sem sistema de excitação e conectado radialmente a um grande sistema de potência, a instabilidade acontece devido à insuficiência de torque de sincronismo, o que faz com que o sistema perca a estabilidade aperiodicamente. Já no caso em que o gerador possua um sistema de excitação, o que acontece em geral, é uma perda de sincronismo oscilatória devido à insuficiência de torque de amortecimento.

### 2.2.2 Estabilidade a Grande Perturbação

O termo estabilidade transitória é muito utilizado na literatura e está correlacionado aos estudos da estabilidade rotórica a grandes perturbações. Curto-

circuitos trifásicos e perdas de linhas de transmissão são exemplos de grandes perturbações em um sistema elétrico de potência.

Por definição, um sistema é considerado transitoriamente estável se, após a ocorrência de uma contingência importante, se mantiver em sincronismo, evoluindo para um ponto de funcionamento estável (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Os estudos de estabilidade transitória analisam o comportamento de sistemas elétricos durante os primeiros segundos após a ocorrência de grandes perturbações. De um modo geral, nesses estudos os modelos dos componentes são mais simples, porque há um conjunto de simplificações que são válidas para os primeiros instantes após a ocorrência da perturbação, mas já o não são para períodos mais longos.

A resposta do sistema, nesses casos, envolve grandes excursões dos ângulos dos rotores, sendo então altamente influenciados pela relação não linear da potência elétrica com o ângulo do rotor.

### 2.3 DETERMINAÇÃO DOS PERÍODOS DE ANÁLISE DE ESTABILIDADE EM SISTEMAS ELÉTRICOS

Para estudar o comportamento transitório de sistemas elétricos de potência frente a grandes perturbações, é necessário definir os períodos de análise do sistema, uma vez que a dinâmica deste se modifica de acordo com a alteração da configuração da rede durante a falta e após a atuação da proteção. Desta forma, é comum dividir a análise em três períodos distintos: período pré-falta, período em falta e período pós-falta. O período pré-falta é definido como o instante de operação do sistema imediatamente antes da ocorrência de uma grande perturbação; nesse momento o sistema opera em sua condição nominal. Já durante o período em falta, que compreende desde a ocorrência de uma falta até a atuação dos equipamentos de proteção que a isolam, as características do sistema se alteram de suas nominais. Por fim, no período pós-falta, a falta é eliminada com a atuação dos dispositivos de proteção e o sistema passa a operar com novas características.

De acordo com Bretas e Alberto (2000), o tempo que os equipamentos de proteção levam para extinguir uma falta é primordial para manter um estado estável de operação de um sistema. Esse tempo é definido como tempo crítico de abertura e constitui-se no tempo máximo para eliminar uma falta sem que haja perda de estabilidade.

Portanto, a eliminação de uma falta antes do tempo crítico tem como resultado um sistema estável, e após o tempo crítico, um sistema instável.

### 3. MODELAGEM E MÉTODOS DE ANÁLISE DE ESTABILIDADE

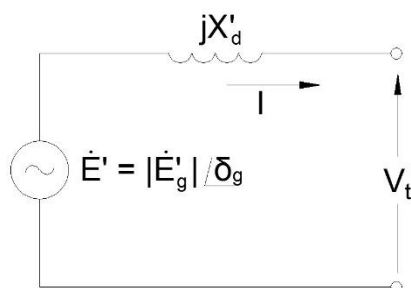
Para a análise de estabilidade transitória de um sistema elétrico de potência é de extrema importância representar matematicamente os subsistemas que o compõe. Assim, neste capítulo são apresentados os modelos matemáticos simplificados de máquinas síncronas e linhas de transmissão para sistema multimáquinas, já que a modelagem dos outros componentes dos sistemas elétricos de potência resultaria em conteúdo desnecessário a este estudo.

Ainda, neste capítulo, são apresentados alguns métodos para análise de estabilidade rotórica em sistemas de potência, como o método passo a passo e o critério das áreas iguais.

#### 3.1 MODELO DO GERADOR SÍNCRONO PARA A ANÁLISE DE ESTABILIDADE

##### 3.1.1 Modelo Clássico da Máquina Síncrona

Segundo Glover *et al.* (2011), o modelo de gerador utilizado para os estudos de estabilidade transitória pode ser simplificado através da representação deste por uma fonte de tensão interna de amplitude constante ( $E'_g$ ) conectado em série com a reatância transitória de eixo direto ( $X'_d$ ), conforme a Figura 3-1, sendo este modelo conhecido como modelo clássico do gerador síncrono.



**Figura 3-1 - Representação do Modelo Clássico do Gerador Síncrono**  
 Fonte: Adaptada de Glover *et al.* (2011)

Esta representação é obtida através das hipóteses simplificadoras listadas a seguir:

- i) A máquina opera sob condições de carga trifásica balanceada em sequência positiva;
- ii) Não há variação na excitação da máquina, ou seja, a amplitude de  $E'_g$  é constante durante o período transitório;
- iii) Parâmetros como perdas, saliência dos polos e saturação na máquina são desprezados.

Há modelos nos quais os parâmetros desprezados ou considerados constantes no modelo clássico podem ser ponderados, entretanto, estes apresentam maior grau de complexidade. Por esta razão, neste trabalho será utilizado o modelo clássico do gerador síncrono.

### 3.1.2 Equacionamento Dinâmico da Máquina Síncrona no Modelo Clássico

Ao estudar a estabilidade transitória de um sistema de potência, faz-se necessária a solução das equações dinâmicas de oscilação (ou equações de *swing*) das máquinas em estudo. Segundo Bretas e Alberto (2000), estas equações podem ser apresentadas através de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem, tais como a equação (3.1) a seguir:

$$M \cdot \ddot{\delta} + D \cdot \dot{\delta} = P_m - P_e, \quad (3.1)$$

onde  $M$  é a quantidade de movimento angular (ou inércia da máquina),  $\delta$  é o ângulo interno,  $D$  é a constante de amortecimento relacionada às perdas por atrito e  $P_m$  e  $P_e$  são, respectivamente, as potências mecânica e elétrica da máquina.

Nota-se que a equação apresentada acima (3.1), segundo Nazareno (2003), pode ser reescrita através de duas equações diferenciais de primeira ordem, sendo desprezada a constante de amortecimento, da seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{\delta} = \omega \\ \dot{\omega} = \frac{P_m - P_e}{M} \end{cases} \quad (3.2)$$

As equações que compõe o sistema (3.2) são utilizadas para descrever o comportamento dinâmico do sistema em estudo e, por apresentarem a equação de

oscilação através de duas equações de primeira ordem, trazem maior facilidade quanto à implementação de métodos numéricos de solução.

Observa-se que a segunda equação do sistema (3.2) apresenta a primeira derivada do termo  $\omega$ , ou a primeira derivada do desvio de velocidade do rotor, que representa a aceleração angular do rotor. Esse equacionamento então possibilita uma avaliação rápida do comportamento da máquina em decorrência das potências elétrica e mecânica, da seguinte forma:

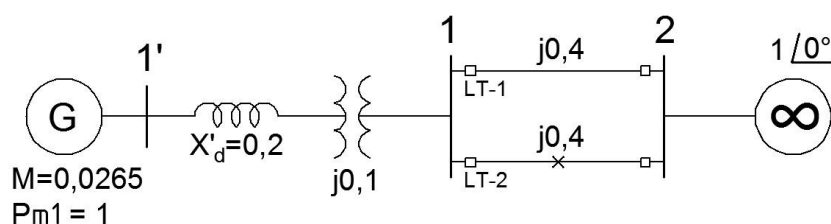
- i) Para  $P_m > P_e$ , gerador acelera;
- ii) Para  $P_m < P_e$ , gerador desacelera.

### 3.2 SISTEMA MÁQUINA CONTRA BARRAMENTO INFINITO

O desenvolvimento da modelagem é mais tangível se aplicado a um cenário prático. Assim, nesta seção é apresentado o problema da estabilidade aplicado a um sistema máquina contra um barramento infinito. Para tanto, portanto, é considerado que a máquina é ligada a um sistema muito grande onde tensão e frequência permanecem constantes independentemente do que ocorre na máquina.

#### 3.2.1 Apresentação de um Problema Prático

O sistema elétrico proposto para a análise é constituído, em sua essência, pela conexão de um gerador síncrono a um barramento infinito através de duas linhas de transmissão (LT) em paralelo, ilustrado a seguir, na Figura 3-2.



**Figura 3-2 - Sistema proposto para análise**  
**Fonte: Adaptada de Bretas e Alberto (2000)**

Considera-se que:

- As resistências e outras perdas da linha foram desprezadas, logo  $P_{12} = 1$  pu;
- A potência mecânica é 1 pu;
- A constante de inércia da máquina  $H$  é de 5,0 s, e  $M$  é de 0,0265;
- A tensão eficaz na barra 1 é 1,0 pu ( $E_1 = 1$  pu );
- A reatância transitória do gerador  $X_d'$  é de 0,20 pu;
- A reatância do transformador  $X_{tr}$  é de 0,10 pu;
- Cada uma das duas linhas que conectam a barra 1 ao barramento infinito apresenta reatância  $X_{LT1}$  e  $X_{LT2}$  de 0,40 pu;
- No barramento infinito, a tensão eficaz é de 1,0 pu e o ângulo de  $0^\circ$  é adotado como referência do sistema.

No instante  $t = 0$  segundo, ocorre um curto-circuito trifásico no centro da LT-2 e no instante  $t = t_a$ , a proteção da linha atua, abrindo os disjuntores dos extremos da mesma e eliminando o defeito. Para este caso então, visa-se determinar o tempo crítico de abertura que garanta o sincronismo entre o gerador e o barramento infinito.

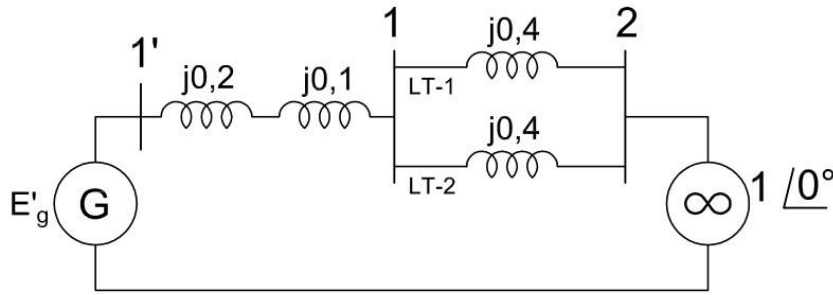
### 3.2.1.1 Equação de *Swing* do Sistema no Pré-falta

Dado o conhecimento do sistema em regime permanente, devem ser obtidos os dados do sistema na condição pré-falta, que não são diretamente expostos. Em sequência serão desenvolvidos os cálculos para obtenção da tensão interna do gerador, em módulo e em fase ( $\dot{E}'_G = E'_G \angle \delta_G$ ).

Estes são utilizados no estudo tanto pelo método passo a passo (no qual é necessário um valor inicial para o cálculo do passo seguinte), quanto pelo método das áreas iguais (onde o ângulo interno inicial  $\delta_{G0}$  é requerido para a delimitação lateral de uma das áreas do critério).

Para o sistema proposto, a condição de pré-falta é caracterizada pela conexão entre o gerador e o barramento infinito através da associação série das reatâncias interna do gerador, do transformador e da associação paralelo das reatâncias das linhas de transmissão, conforme é apresentado na Figura 3-3.





**Figura 3-3 - Diagrama equivalente do sistema pré-falta**  
**Fonte: Adaptada de Bretas e Alberto (2000)**

A potência transferida entre dois nós conectados por uma reatância, de acordo com Stevenson Jr. (1978), pode ser calculada por meio da equação:

$$P_{12} = \frac{|\dot{E}_1| \cdot |\dot{E}_2|}{|X_{12}|} \text{sen} \delta_{12}, \quad (3.3)$$

onde:

$P_{12}$  é a potência transferida do nó 1 para o nó 2;

$|\dot{E}_1|$  é o valor em módulo da tensão do nó 1;

$|\dot{E}_2|$  é o valor em módulo da tensão do nó 2;

$|X_{12}|$  é o valor da reatância apresentada entre os nós 1 e 2 e;

$\delta_{12}$  é a diferença entre os ângulos de fase dos nós 1 e 2.

Considerando um sistema sem perdas, a potência que flui do nó 1 para o nó 2 é a mesma potência ativa fornecida pela máquina à rede. Considerando também que o nó 2 representa um barramento infinito na referência, tem-se  $\delta_2 = 0$ , o que implica em  $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2 = \delta_1$ . A reatância equivalente entre os nós é dada pela associação em paralelo de  $X_{LT-1}$  e  $X_{LT-2}$ . Assim, reescrevendo a equação (3.3), o ângulo  $\delta_1$  da tensão na barra 1 determina-se pela equação (3.4) abaixo.

$$\delta_1 = \arcsen \left( \frac{|X_{12}| \cdot P_{12}}{|\dot{E}_1| \cdot |\dot{E}_2|} \right) \rightarrow \delta_1 = \arcsen \left( \frac{0,2 \cdot 1}{1 \cdot 1} \right) \rightarrow \delta_1 = 11,54^\circ = 0,20 \text{ rad}. \quad (3.4)$$

Sabendo-se as tensões em amplitude e ângulo dos nós 1 e 2, a corrente que circula no circuito é determinada pela divisão da diferença entre as tensões pela reatância  $X_{12}$ , ou seja:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{E}_1 - \dot{E}_2}{jX_{12}} \rightarrow \dot{I}_1 = \frac{1,0 \angle 11,54^\circ - 1,0 \angle 0^\circ}{j0,2}, \\ \dot{I}_1 &= 1,005 \angle 5,77^\circ \text{ pu}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Reduzindo o sistema pela associação série e paralelo das reatâncias entre o nó interno do gerador (nó 1') e o barramento infinito, se obtém  $X_{1'2}$ :

$$\begin{aligned} X_{1'2} &= X'_d + X_{tr} + (X_{LT1} // X_{LT2}) \rightarrow X_{1'2} = 0,2 + 0,1 + 0,2, \\ X_{1'2} &= 0,5 \text{ pu}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

E por fim, a tensão interna do gerador é:

$$\begin{aligned} \dot{E}'_g &= \dot{E}_2 + \dot{I}_1(X_{1'2}) \rightarrow \dot{E}'_g = 1,0|0^\circ + j0,5 \times (1,005|5,77^\circ), \\ \dot{E}'_g &= 1,073|27,8^\circ \text{ pu}, \\ \dot{E}'_g &= 1,073|0,4847 \text{ rad pu}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Com isso, a potência ativa fornecida pelo gerador em função do ângulo  $\delta_G$  no período anterior à ocorrência da falta é dada pela equação:

$$P_e^{pré} = \frac{1,073 \times 1}{0,5} \text{sen}\delta_G \rightarrow P_e^{pré} = 2,146 \text{sen}\delta_G. \quad (3.8)$$

Conforme a segunda equação do sistema (3.2), a equação de *swing* para o pré-falta se determina por:

$$\dot{\omega} = \frac{P_m - P_e^{pré}}{M}. \quad (3.9)$$

Sendo a potência mecânica de entrada  $P_m = 1 \text{ pu}$  e a inércia da máquina  $M$ , de acordo com Bretas e Alberto (2000), determinado por:

$$M = \frac{H}{\pi f_0} = \frac{5}{\pi \times 60} \rightarrow M = 0,0265 \left[ \frac{\text{pu} \cdot \text{s}^2}{\text{rad}} \right]. \quad (3.10)$$

Tem-se que a equação de oscilação no pré-falta é descrita pela equação (3.11).

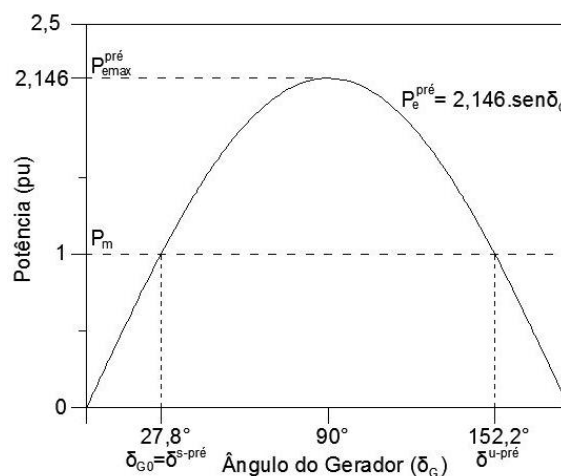
$$\dot{\omega} = \frac{1 - 2,146 \text{sen}\delta_G}{0,0265}. \quad (3.11)$$

A partir da equação (3.11) observa-se que para o sistema estudado estar em equilíbrio, ou seja, sem acelerar ou desacelerar,  $\dot{\omega} = 0$ . Essa condição é satisfeita em dois valores de ângulo interno do gerador, sendo eles:

$$\begin{cases} \delta_G^{s-pré} = 27,8^\circ = 0,48 \text{ rad}. \\ \delta_G^{u-pré} = 180 - 27,8 = 152,2^\circ = 2,66 \text{ rad}. \end{cases} \quad (3.12)$$

O primeiro valor encontrado,  $\delta_G^{s-pré}$ , coincide com o ângulo da tensão interna do gerador encontrado a partir da equação (3.7). Este ângulo é chamado de ponto de equilíbrio estável, e também é o ângulo inicial do gerador,  $\delta_{G0}$ . Já o valor  $\delta_G^{u-pré}$  é chamado de ponto de equilíbrio instável, conceito que será explorado na seção 4.1.

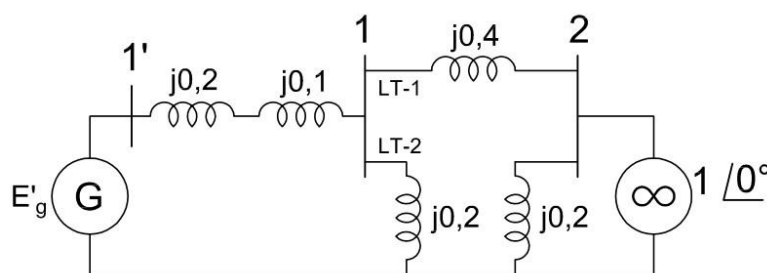
A partir da equação (3.8) obtém-se a curva de potência da máquina para o estado pré-falta, que permite a identificação e visualização dos pontos de equilíbrio estável e instável do sistema com maior clareza, mostrada na Figura 3-4:



**Figura 3-4 - Curva de potência do sistema pré-falta**  
Fonte: Elaboração própria

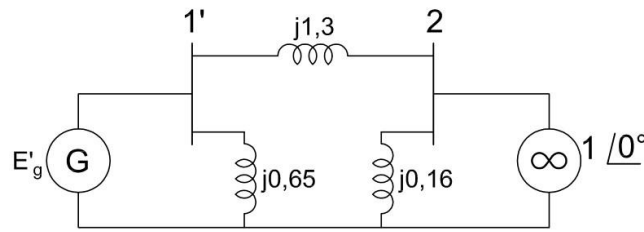
### 3.2.1.2 Equação de *Swing* do Sistema em falta

Seguindo o mesmo procedimento do item 3.2.1.1, para a determinação da equação de *swing* no cenário de falta no ponto central da linha de transmissão 2, em primeiro momento é traçado o diagrama equivalente em circuito monofásico, conforme visto na Figura 3-5.



**Figura 3-5 - Diagrama equivalente do sistema em falta**  
Fonte: Adaptada de Bretas e Alberto (2000)

Utilizando a transformação estrela-triângulo para os nós 1', 2 e para o nó comum ao gerador e ao barramento infinito, eliminando assim a barra 1, chega-se ao diagrama equivalente apresentado na Figura 3-6.



**Figura 3-6 - Diagrama equivalente reduzido do sistema em falta**  
**Fonte: Adaptada de Bretas e Alberto (2000)**

Assim, a potência ativa fornecida pelo gerador à rede é calculada por:

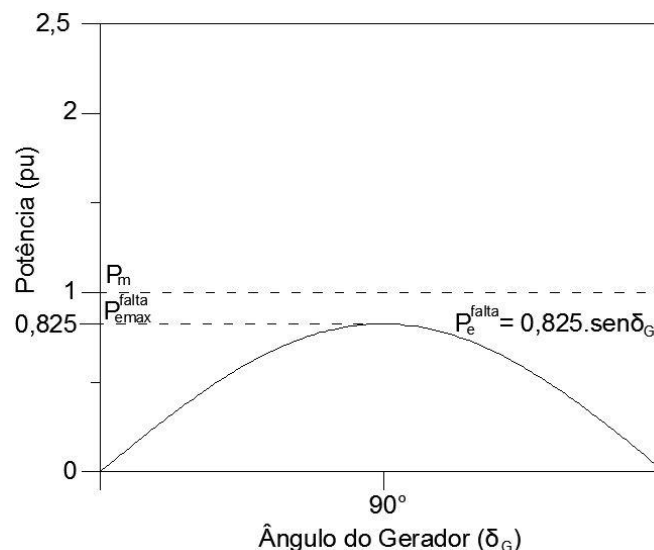
$$P_e^{falta} = \frac{1,073 \times 1}{1,3} \text{sen}\delta_G \rightarrow P_e^{falta} = 0,825 \text{sen}\delta_G . \quad (3.13)$$

Nota-se que a amplitude da tensão interna do gerador se mantém constante durante todo o período transitório em análise, ou seja, antes, durante e após a falta.

De modo que, a equação de *swing* para o sistema em falta é, então, expressa pela equação (3.14).

$$\dot{\omega} = \frac{1 - 0,825 \text{sen}\delta_G}{0,0265} . \quad (3.14)$$

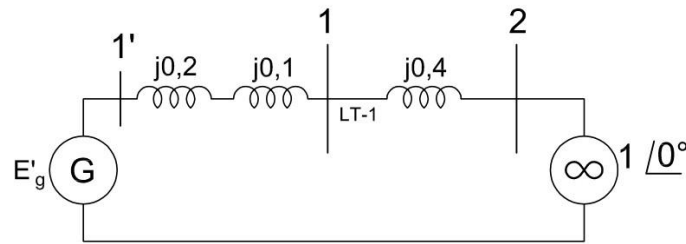
A partir da equação (3.14) pode-se determinar que não há um ponto de equilíbrio para este sistema, pois não há valor de  $\delta_G$  que torne a aceleração igual a zero, o que é verificado na curva de potência do sistema neste estado, obtida a partir da equação (3.13) e exibida na Figura 3-7:



**Figura 3-7 - Curva de potência do sistema em falta**  
**Fonte: Elaboração própria**

### 3.2.1.3 Equação de *Swing* do Sistema no Pós-falta

Após a eliminação da falta, através da abertura dos disjuntores nos extremos da linha na qual ocorreu o curto-circuito, o sistema pode ser representado pelo diagrama equivalente da Figura 3-8.



**Figura 3-8 - Diagrama equivalente do sistema pós-falta**  
**Fonte: Adaptada de Bretas e Alberto (2000)**

Então, a potência elétrica transmitida do gerador ao barramento infinito é equacionada por:

$$P_e^{pós} = \frac{1,073 \times 1}{0,7} \text{sen}\delta_G \rightarrow P_e^{pós} = 1,533 \text{sen}\delta_G . \quad (3.15)$$

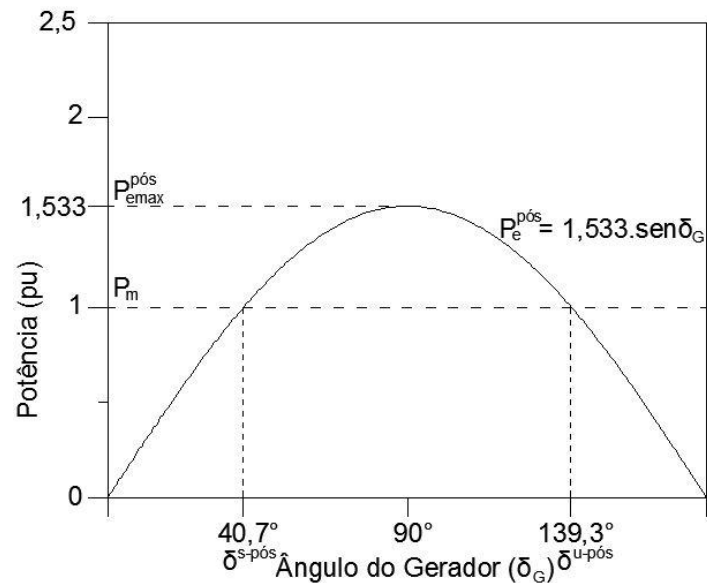
Com isso, a equação de *swing* do sistema após a atuação da proteção é mostrada na equação (3.16):

$$\dot{\omega} = \frac{1 - 1,533 \text{sen}\delta_G}{0,0265} . \quad (3.16)$$

Através da equação (3.16) conclui-se que há dois pontos de equilíbrio para este sistema, e estes são alcançados quando:

$$\begin{cases} \delta_G^{s-pós} = 40,7^\circ = 0,71 \text{ rad} , \\ \delta_G^{u-pós} = 180^\circ - 40,7^\circ = 139,3^\circ = 2,43 \text{ rad} . \end{cases} \quad (3.17)$$

Esses ângulos são observados na curva de potência do sistema pós-falta, dada pela equação (3.15) e exibida na Figura 3-9:

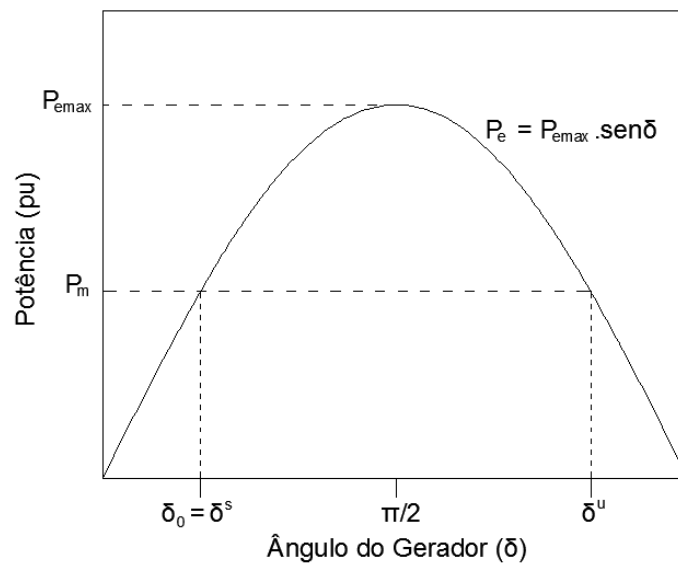


**Figura 3-9 - Curva de potência do sistema pós-falta**  
**Fonte: Elaboração própria**

#### 3.2.1.4 Estudo dos Ângulos na Curva de Potência

O ângulo  $\delta_0$  mostrado na curva de potência, como pode ser visto na Figura 3-10, é o ângulo do gerador em regime permanente, sendo que pela sua característica de continuidade, este é o mesmo para o sistema na condição de pré-falta. Esse ângulo é resultado do equilíbrio do gerador, pois quando o ângulo do gerador for  $\delta_0$  as potências mecânica e elétrica serão as mesmas e, por não haver diferença entre as potências, o gerador se encontra com velocidade constante e igual à síncrona.

Pode-se ver na Figura 3-10, contudo, que há dois pontos onde as potências mecânica e elétrica são iguais. Esses pontos são chamados de pontos de equilíbrio, sendo que o à esquerda é chamado de ponto de equilíbrio estável e o à direita é chamado de instável.



**Figura 3-10 - Curva de potência em função do ângulo  $\delta$**   
**Fonte: Elaboração própria**

A definição matemática de ponto de equilíbrio estável e instável será apresentada na seção 4.1.

### 3.2.2 Método Passo a Passo

Tendo em vista a implementação por *software* da solução de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO), são então requeridos métodos numéricos de resolução, tais como os métodos de passo simples e de passo múltiplo, que resultam em curvas aproximadas às curvas da solução analítica.

De acordo com Gilat e Subramaniam (2008), nos métodos passo a passo (também conhecidos como métodos de passo simples), a solução da equação diferencial do ponto seguinte é calculada utilizando somente as informações obtidas na solução conhecida do ponto atual, ou seja, a solução iterativa depende unicamente de um passo anterior.

Os métodos de passo simples, assim como também os de passo múltiplo, podem ser subdivididos em implícitos ou explícitos, dependendo do procedimento adotado na resolução. Nos métodos explícitos, as equações utilizadas apresentam de um lado a variável dependente e de outro, variáveis independentes e valores conhecidos. Já nos métodos implícitos, a variável dependente aparece em ambos os lados da equação e, de

modo geral, apresenta característica não-linear, sendo então necessária a utilização de outro método numérico em conjunto para a sua resolução (GILAT e SUBRAMANIAM, 2008).

Dado o fato de que os métodos implícitos demandam a utilização de outro método numérico auxiliar e, portanto, exigem maior esforço computacional, escolheu-se para este trabalho o uso dos métodos explícitos, explanados em sequência.

### 3.2.2.1 Equacionamento

Grande parte dos métodos explícitos de passo simples essencialmente está embasada na solução numérica aproximada para um ponto  $(x_{i+1}, y_{i+1})$ , conhecendo-se a solução para o ponto  $(x_i, y_i)$ , através das equações:

$$x_{i+1} = x_i + h, \quad (3.18)$$

$$y_{i+1} = y_i + kh, \quad (3.19)$$

sendo  $h$  a largura do passo de integração e  $k$  uma constante que aproxima o valor da derivada  $\frac{dy}{dx}$  no intervalo compreendido entre  $x_i$  e  $x_{i+1}$ .

Existem diversos métodos que utilizam a forma das equações acima como procedimento de cálculo para suas soluções, tais como os métodos de Euler, do ponto central, de Runge-Kutta, etc., contudo, estes se diferenciam entre si pela metodologia adotada para o cálculo da constante  $k$ .

Dentre os métodos citados, o mais simples entre eles é o método de Euler, que utiliza, conforme Ruggiero e Lopes (1998), o valor da inclinação da função  $y(x)$  em  $(x_i, y_i)$  diretamente como sendo a constante  $k$ , ou seja, de modo geral, o método explícito de Euler pode ser descrito através da equação:

$$y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i), \quad (3.20)$$

com:

$$f(x_i, y_i) = \frac{dy(x_i)}{dx}. \quad (3.21)$$

Considerando então o sistema de equações (3.2), o equacionamento dinâmico da máquina síncrona no modelo clássico através do método de Euler é pelo sistema de equações (3.22) a seguir.



$$\begin{cases} \delta_{G(i+1)} = \delta_{G(i)} + h[\omega_{(i)}] , \\ \omega_{(i+1)} = \omega_{(i)} + \frac{1}{M} [P_m - P_e^{max} \text{sen } \delta_{G(i)}] h . \end{cases} \quad (3.22)$$

onde  $P_e^{max}$  é a amplitude da potência elétrica no estado (pré-falta, em falta ou pós-falta) em que o sistema se encontra no passo atual.

### 3.2.2.2 Resolução pelo método passo a passo

Como visto anteriormente, as equações de *swing* do sistema nos três períodos de análise podem ser resolvidas através da aproximação proporcionada pelo método de Euler. Por se tratar de um modo de aproximação de curvas, este método não possibilita o cálculo direto do ângulo ou do tempo crítico no qual a proteção deve atuar para que seja mantido o sincronismo. Assim sendo, a determinação do tempo crítico, neste método, deve ser feita através da atribuição de variados tempos de abertura, de modo a analisar-se o comportamento do sistema para cada cenário e, assim, determinar um intervalo de tempo suficientemente pequeno que compreenda o limite de estabilidade do sistema, ou seja, restringir o tempo crítico ao instante em que a resposta do sistema beire a perda de sincronismo.

Na Tabela 3.1 a seguir, são expostas as equações características dos três estados em estudo, sendo originadas através das equações (3.8), (3.13), (3.15) e (3.22).

**Tabela 3.1 - Equações do Método de Euler para o problema proposto**

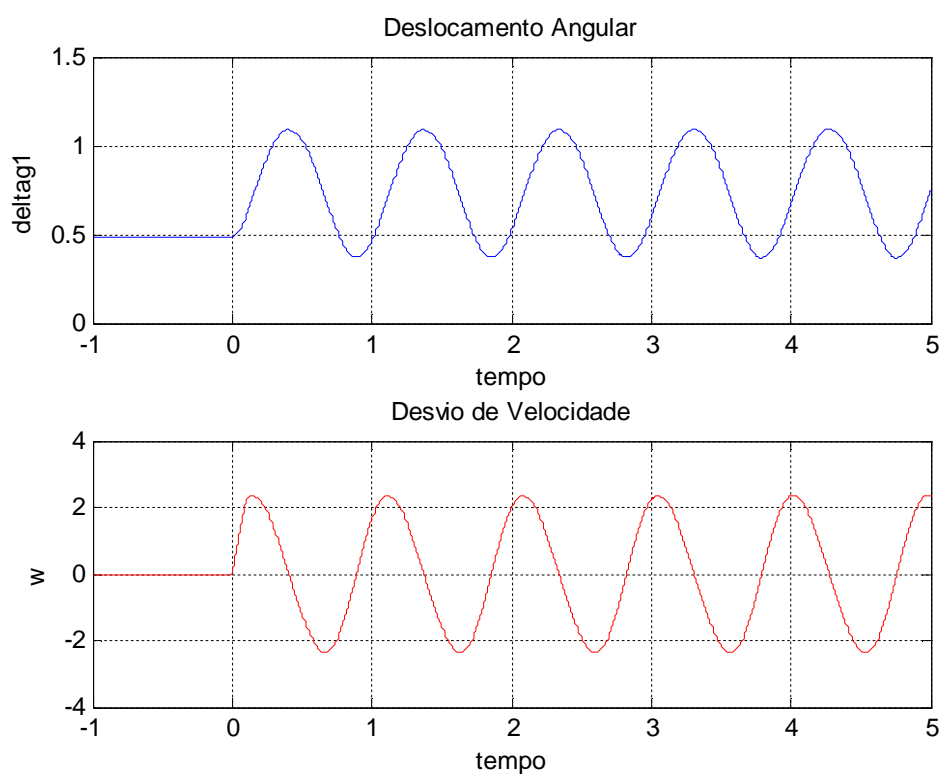
Período	$\delta_{G(i+1)}$	$\omega_{i+1}$
Pré-falta	$\delta_{Gi} + \omega_i h$	$\omega_i + \frac{1 - 2,146 \text{sen} \delta_{Gi}}{0,0265} h$
Em falta	$\delta_{Gi} + \omega_i h$	$\omega_i + \frac{1 - 0,825 \text{sen} \delta_{Gi}}{0,0265} h$
Pós-falta	$\delta_{Gi} + \omega_i h$	$\omega_i + \frac{1 - 1,533 \text{sen} \delta_{Gi}}{0,0265} h$

**Fonte: Elaboração própria**

A equação no período pré-falta é utilizada para obter os parâmetros velocidade e ângulo iniciais. Dadas as condições de operação anteriores à ocorrência da falta ( $\omega_0 = 0$ ,  $\delta_{G0} = 0,4847 \text{ rad}$ ) e utilizando um passo de  $h = 0,0001 \text{ s}$  – que demonstrou

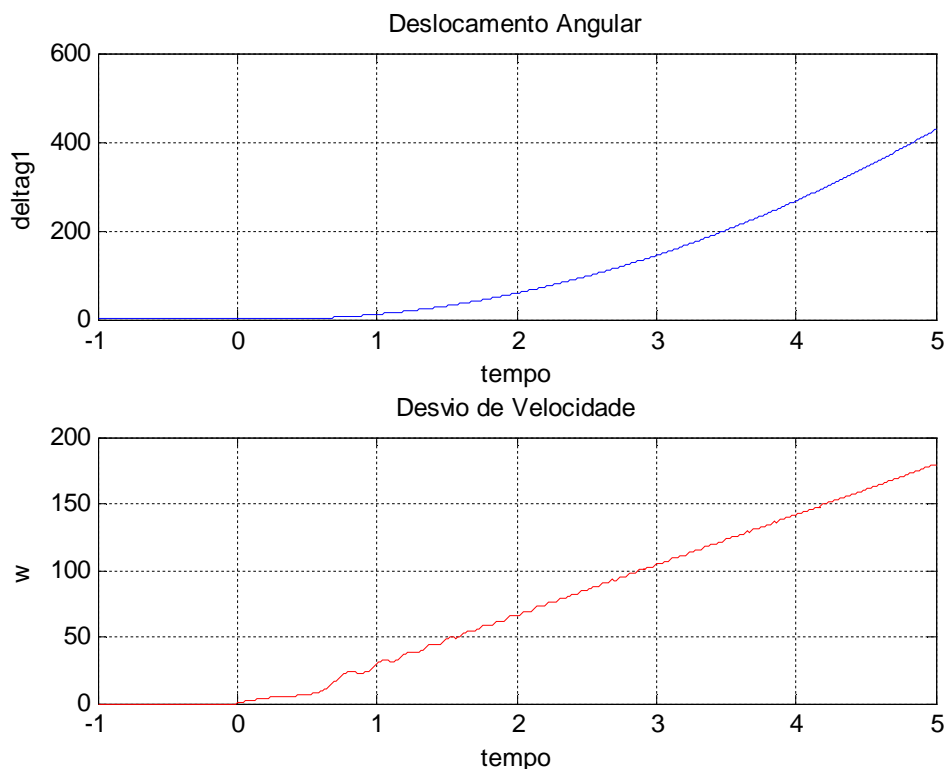
empiricamente uma adequada precisão sem demasiado tempo de processamento – as demais equações da Tabela 3.1 foram implementadas no *software* MATLAB® (APÊNDICE A), resultando nos gráficos expostos a seguir, sendo que, no período entre a ocorrência da falta e atuação do sistema de proteção são utilizadas as equações do período em falta e, após a eliminação da falta, são utilizadas as equações do pós-falta.

Inicialmente, optou-se pela atribuição do tempo de atuação dos equipamentos de proteção como sendo um décimo de segundo, com ocorrência de uma falta na linha estudada em  $t = 0$  segundo, acarretando nas curvas mostradas na Figura 3-11. Para esta opção, nota-se que o sistema é transitoriamente estável, pois, após a atuação da proteção, este permanece oscilando ao redor do seu novo ponto de equilíbrio, ou seja, nas condições do pós-falta.



**Figura 3-11 - Tempo de abertura de 0,1 segundo**  
**Fonte: Elaboração própria**

Após a verificação da estabilidade do sistema para o tempo de 0,1 segundo, atribui-se 0,5 segundo como tempo de eliminação da falta. As curvas obtidas para este tempo de abertura estão na Figura 3-12, na qual se percebe que, tanto a variação do ângulo interno quanto o desvio de velocidade do gerador aumentam continuamente, ou seja, a máquina continua acelerando após a eliminação do curto-circuito sem atingir um novo ponto de equilíbrio e, assim, o sistema se configura como transitoriamente instável.

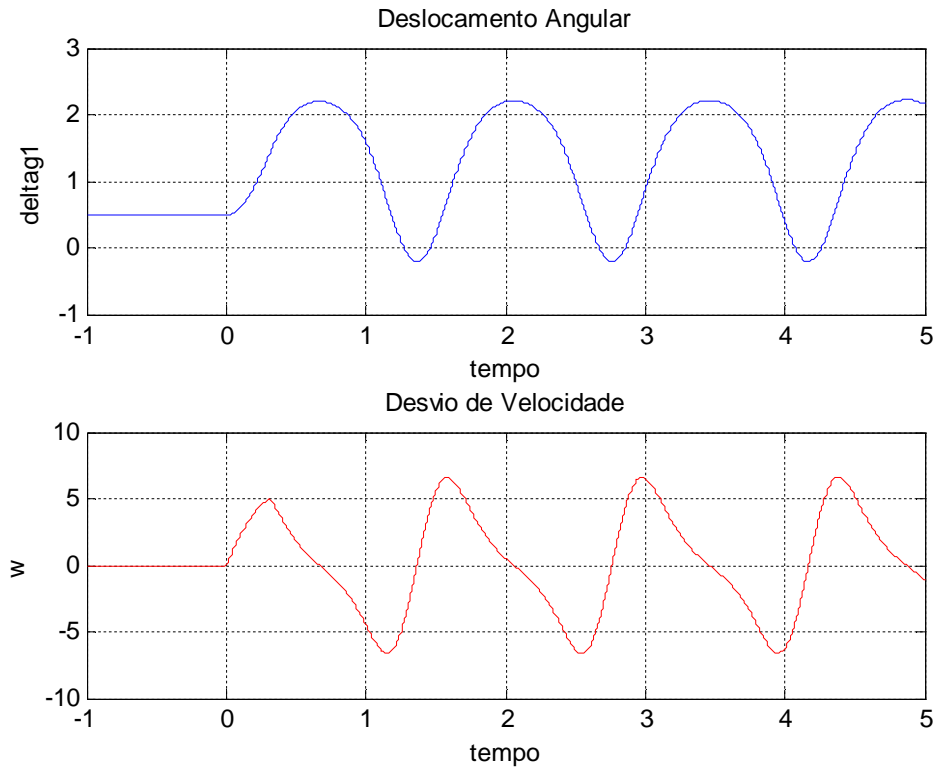


**Figura 3-12 - Tempo de abertura de 0,5 segundo**  
**Fonte: Elaboração própria**

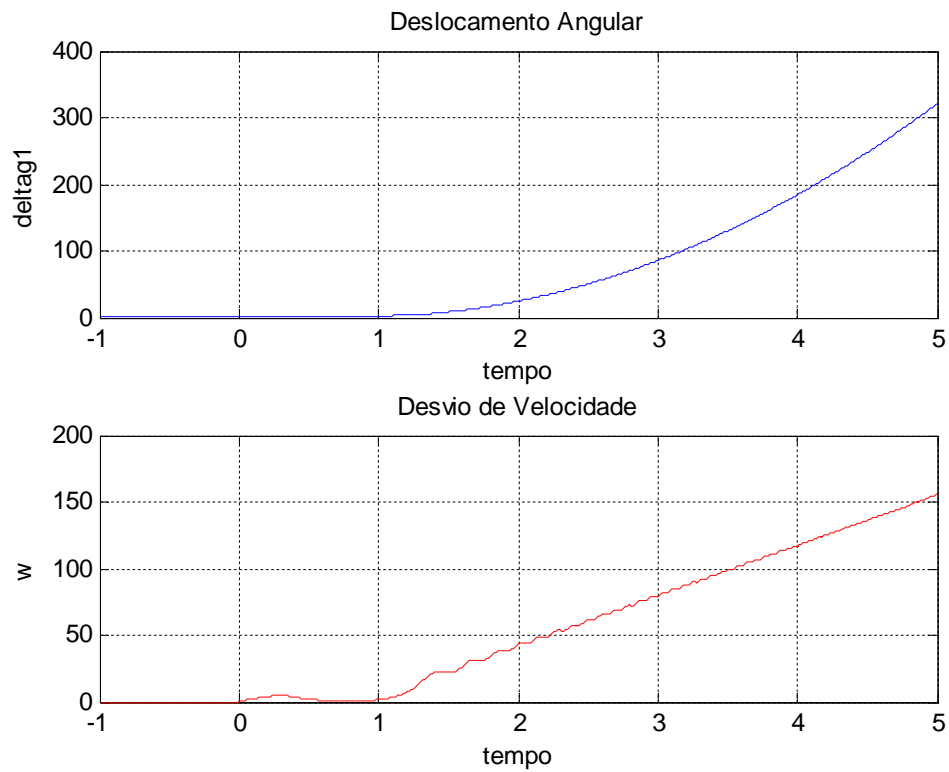
Percebendo-se que o tempo de abertura de 0,5 segundo não foi suficientemente pequeno para manter o sincronismo do sistema no período transitório, foram adotados valores menores para o tempo de atuação da proteção até a obtenção dos gráficos indicados na Figura 3-13 e Figura 3-14.

Na primeira entre elas (Figura 3-13), o tempo de abertura considerado foi de 0,32 segundo e, mesmo sendo observado que a faixa de oscilação do ângulo e do desvio de velocidade é expressivamente maior do que a faixa obtida na Figura 3-11, nota-se que o sistema segue oscilando em torno do novo ponto de equilíbrio, sendo transitoriamente estável. Já na segunda (Figura 3-14), atribuiu-se 0,33 segundo para o tempo de abertura e, nesta condição, o sistema não foi capaz de permanecer em sincronismo, caracterizando-se como transitoriamente instável.

Portanto, através das simulações anteriores, conclui-se que o tempo de abertura crítico determinado pelo método de Euler para o sistema proposto neste capítulo está entre 0,32 segundo e 0,33 segundo.



**Figura 3-13 - Tempo de abertura de 0,32 segundo**  
**Fonte: Elaboração própria**



**Figura 3-14 - Tempo de abertura de 0,33 segundo**  
**Fonte: Elaboração própria**

Observa-se que para momentos anteriores a  $t = 0$  segundo, ou seja, antes da ocorrência da falta, não há variação no desvio de ângulo do rotor e de velocidade, devido à característica de operação do sistema em equilíbrio no período pré-falta. Portanto esse período não será mais apresentado nas simulações subsequentes.

Ressalta-se, ainda, que o método passo a passo se baseia em simulações contendo atribuição de valores diversos para o tempo de abertura, ou seja, o tempo crítico é obtido por tentativa e erro até a delimitação de um intervalo de tempo no qual o sistema está próximo a perder o sincronismo.

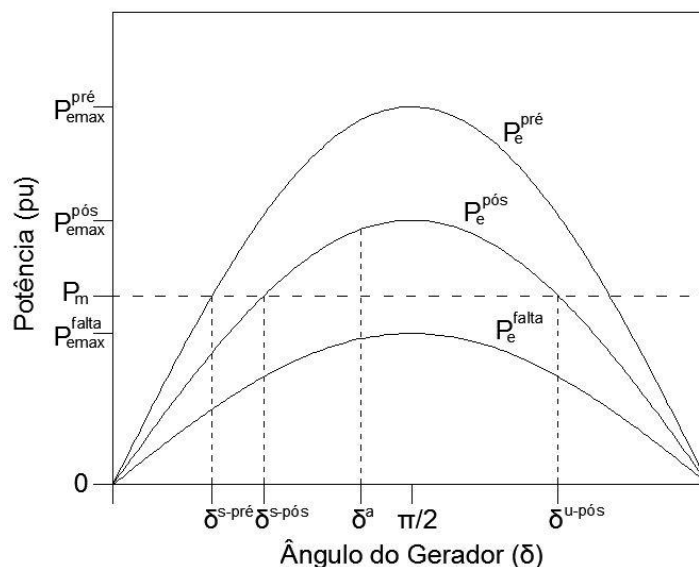
Isto exige níveis de processamento não compatíveis com algumas aplicações que requerem respostas rápidas, por este motivo, no item 3.2.3 a seguir, é apresentado o método das áreas iguais que, como dito anteriormente, é um método direto de solução do problema de estabilidade.

### 3.2.3 Critério das Áreas Iguais

O critério das áreas iguais, estudado neste item, é resultado da crescente demanda do setor energético por cálculos de estabilidade mais rápidos que pudessem ser efetuados em tempo real, facilitando a operação do sistema.

Por ser um método direto (GLOVER *et al.*, 2011) é necessário que sejam feitas certas considerações para simplificar o equacionamento, portanto, nesta análise serão desprezadas perdas nas linhas de transmissão e por amortecimento. O sistema a ser estudado será o de um gerador contra um barramento infinito.

Além disso, a potência mecânica  $P_m$  será considerada constante no período em análise, visto que reguladores que controlam a potência de entrada não agem de forma instantânea, sendo necessário que haja uma variação na velocidade do gerador antes de sua atuação (STEVENSON JR., 1978). Já a potência elétrica  $P_e$  obedece à curva de potência do gerador em função do ângulo  $\delta$ , como pode ser visto na Figura 3-15.



**Figura 3-15 - Curvas de potência para análise dos ângulos no critério das áreas iguais**  
**Fonte: Elaboração própria**

sendo  $\delta^a$  o ângulo onde é eliminada a falta, chamado de ângulo de abertura.

### 3.2.3.1 Equacionamento

O critério das áreas iguais é baseado no conceito de energia do sistema (BRETAS e ALBERTO, 2000), sobretudo no gerador síncrono - onde há um equilíbrio entre a energia mecânica aplicada ao rotor e a energia elétrica consumida pela carga – e seu equacionamento parte dos princípios de forças conservativas e da conservação de energia.

Segundo Young e Freedman (2008), uma força é dita conservativa quando esta pode converter energia cinética em energia potencial e também convertê-las de maneira inversa sem perdas, retornando assim às condições iniciais. Outra característica das forças conservativas consiste no fato de que o trabalho realizado por estas forças entre dois pontos quaisquer independe da trajetória que seja feita no deslocamento de um ponto ao outro.

Ainda, se as únicas forças atuantes no sistema forem forças conservativas, a energia total (aqui denominada por  $E_T$ ) deste sistema permanece constante, variando-se somente as energias cinética e potencial, conforme a Equação (3.23) a seguir (YOUNG e FREEDMAN, 2008):

$$E_T = E_C + E_P \quad , \quad (3.23)$$

onde a energia cinética  $E_C$  é expressa pela relação entre a massa  $m$  e a velocidade  $v$  conforme a Equação (2.24):

$$E_C = \frac{mv^2}{2} \quad , \quad (3.24)$$

e a energia potencial  $E_P$  é dada pela integral negativa da função força  $F(y)$  em um determinado caminho (da posição inicial  $x_0$  até um ponto  $x_1$ , por exemplo) segundo a Equação (3.25).

$$E_P = - \int_{x_0}^{x_1} F(y) dy \quad . \quad (3.25)$$

Recordando a segunda de Lei de Newton para a descrição do movimento na Equação (3.26) e, em seguida, multiplicando-se pela velocidade e eliminando a variação pelo tempo, chega-se à Equação (3.28), relacionando a equação de acordo com as variações infinitesimais do deslocamento e da velocidade.

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = F(x) \quad , \quad (3.26)$$

$$m \cdot v \cdot \frac{dv}{dt} = F(x) \cdot \frac{dx}{dt} \quad , \quad (3.27)$$

$$m \cdot v \cdot dv = F(x) \cdot dx \quad . \quad (3.28)$$

Após a integração da Equação (3.28) acima, considerando os limites de integração como sendo os pares  $(x_1, v_1)$  e  $(x_2, v_2)$ , obtém-se a Equação (3.29) a seguir:

$$\frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2} = \int_{x_1}^{x_2} F(y) \cdot dy \quad . \quad (3.29)$$

Observando a equação (3.29), pode notar-se que a parte esquerda da equação refere-se à variação de energia cinética ( $\Delta E_C$ ) enquanto que a parte direita apresenta o negativo da variação da energia potencial ( $\Delta E_P$ ), ou ainda:

$$\Delta E_C = -\Delta E_P \quad . \quad (3.30)$$

Retomando as considerações feitas de desprezar as perdas nas linhas de transmissão e as perdas por amortecimento, o sistema de uma máquina síncrona operando contra um barramento infinito, de acordo com Bretas e Alberto (2000), é um sistema conservativo. Assim sendo, o procedimento adotado para a obtenção das equações (3.29) e (3.30) pode também ser aplicado para a determinação de uma função energia para o sistema de potência avaliado.

Rearranjando a equação de *swing* apresentada no item 3.1.2, na segunda equação do sistema (3.2), atentando-se também à equação de transferência de potência entre dois

pontos (3.3), chega-se à equação para a determinação da função energia do sistema máquina síncrona *versus* barramento infinito:

$$M \cdot \frac{d\omega}{dt} = P_m - \frac{|\dot{E}_1| \cdot |\dot{E}_2|}{|X_{12}|} \text{sen}\delta_{12} ,$$

$$M \cdot \frac{d\omega}{dt} = P_m - P_e^{\text{max}} \cdot \text{sen}\delta_G , \quad (3.31)$$

sendo  $P_e^{\text{max}}$  a amplitude da potência elétrica transferida entre o gerador e o barramento infinito.

Multiplicando-se os dois lados da Equação (3.31) pelo desvio de velocidade angular  $\omega$  e, em seguida, eliminando-se também a variação pelo tempo, tem-se:

$$M \cdot \omega \cdot \frac{d\omega}{dt} = (P_m - P_e^{\text{max}} \text{sen}\delta_G) \cdot \omega ,$$

$$M \cdot \omega \cdot \frac{d\omega}{dt} = (P_m - P_e^{\text{max}} \text{sen}\delta_G) \cdot \frac{d\delta_G}{dt} , \quad (3.32)$$

$$M \cdot \omega \cdot d\omega = (P_m - P_e^{\text{max}} \text{sen}\delta_G) \cdot d\delta_G .$$

Tomando-se como limites inferiores de integração o desvio de velocidade para o sistema em equilíbrio antes da ocorrência da falta ( $\omega = 0$ ) e o ângulo de equilíbrio estável do sistema pré-falta ( $\delta^{s\text{-pré}}$ ) e, com isto, integrando a Equação (3.32), obtém-se:

$$\int_0^\omega M \cdot \omega \cdot d\omega = \int_{\delta^{s\text{-pré}}}^\delta (P_m - P_e^{\text{max}} \text{sen}\delta_G) \cdot d\delta_G ,$$

$$\frac{M \cdot \omega^2}{2} = P_m \cdot (\delta - \delta^{s\text{-pré}}) + P_e^{\text{max}} (\cos\delta - \cos\delta^{s\text{-pré}}) . \quad (3.33)$$

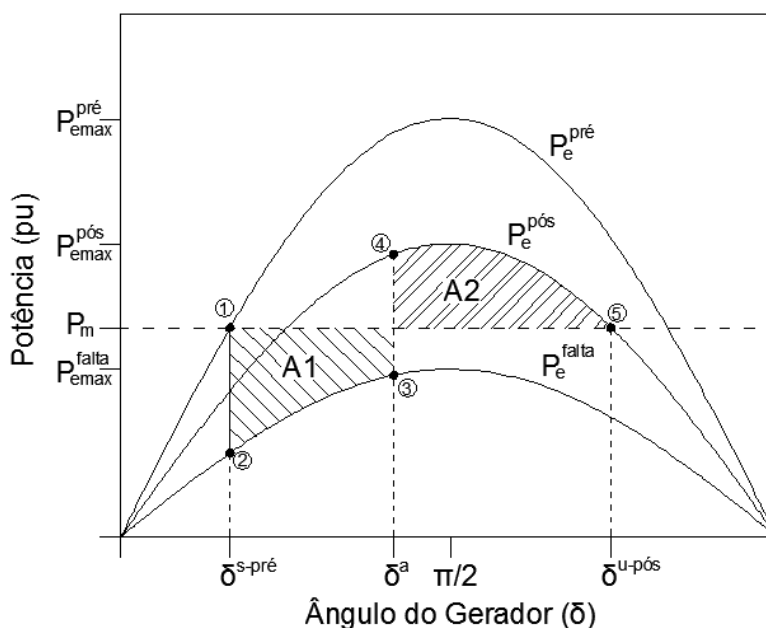
Através das equações (3.29) e (3.30), as funções energia obtidas para o sistema de uma máquina contra um barramento infinito são expressas nas equações seguintes:

$$E_C = \frac{M \cdot \omega^2}{2} , \quad (3.34)$$

$$E_P = -P_m \cdot (\delta - \delta^{s\text{-pré}}) - P_e^{\text{max}} (\cos\delta - \cos\delta^{s\text{-pré}}) . \quad (3.35)$$

Com isto, nota-se que o cálculo da energia potencial do sistema está relacionado às áreas delimitadas pelas curvas de potência deste, apresentadas na Figura 3-16, e com base nesta relação é dada sequência ao equacionamento do critério das áreas iguais.





**Figura 3-16 - Curvas de potência**  
**Fonte: Elaboração própria**

Como já mencionado, a energia total do sistema permanece constante para a permanência do mesmo sob atuação de forças conservativas. Entretanto, quando as condições operativas do sistema se alteram, seja pela ocorrência da falta ou pela eliminação da mesma, a energia total também se altera, passando a outro valor constante, dado pelas características presentes do sistema.

Portanto, devido às mudanças de configuração do sistema nos estados em falta e pós-falta, a energia total do sistema não é constante para todo o período de análise, contudo, é constante para análise segregada para cada estado.

Seja, então, considerada a curva de potência do sistema em falta, delimitada no intervalo entre os pontos 2 e 3 da Figura 3-16. Para este intervalo, a energia total é constante, logo, a energia total no ponto 2 ( $E_T^{falta}(2)$ ) é igual à energia total no ponto 3 ( $E_T^{falta}(3)$ ) e, pela equação (3.23):

$$E_T^{falta}(2) = E_T^{falta}(3), \quad (3.36)$$

$$E_C^{falta}(2) + E_P^{falta}(2) = E_C^{falta}(3) + E_P^{falta}(3), \quad (3.37)$$

Como no ponto 2 o desvio de velocidade é nulo, a energia cinética deste ponto também é nula, assim:

$$E_P^{falta}(2) = E_C^{falta}(3) + E_P^{falta}(3), \quad (3.38)$$

$$E_C^{falta}(3) = E_P^{falta}(2) - E_P^{falta}(3), \quad (3.39)$$

A mesma consideração entre os pontos 2 e 3 é feita para a curva do pós-falta, entre os pontos 4 e 5 e, como no ponto de equilíbrio instável ( $\delta^{u-pós}$ ) o desvio de velocidade deve ser nulo,  $E_C^{pós}(5) = 0$ .

$$E_T^{pós}(4) = E_T^{pós}(5) , \quad (3.40)$$

$$E_C^{pós}(4) + E_P^{pós}(4) = E_P^{pós}(5) , \quad (3.41)$$

Quando a falta é eliminada em  $\delta^a$ , ou seja, na transição entre o ponto 3 e o ponto 4, há mudança entre as curvas de potência, porém, por ocorrer instantaneamente, não há variação de velocidade neste instante e, conseqüentemente, a energia cinética não varia entre estes pontos:

$$E_C^{pós}(4) = E_C^{falta}(3) . \quad (3.42)$$

Substituindo a equação (3.42) na equação (3.39), tem-se:

$$E_C^{pós}(4) = E_P^{falta}(2) - E_P^{falta}(3) . \quad (3.43)$$

Retornando à equação (3.41), com a equação (3.43):

$$E_P^{falta}(2) - E_P^{falta}(3) + E_P^{pós}(4) = E_P^{pós}(5) . \quad (3.44)$$

Rearranjando:

$$E_P^{falta}(2) - E_P^{falta}(3) + E_P^{pós}(4) - E_P^{pós}(5) = 0 . \quad (3.45)$$

Com a equação (3.45) e, observando-se a relação entre a variação de energia potencial e a integral da curva de potência apresentada pelas equações (3.29), (3.30) e (3.33), chega-se a:

$$\int_{\delta^{s-pré}}^{\delta^a} (P_m - P_{emax}^{falta} \text{sen}\delta) . d\delta + \int_{\delta^a}^{\delta^{u-pós}} (P_m - P_{emax}^{pós} \text{sen}\delta) . d\delta = 0 . \quad (3.46)$$

Por fim, as integrais da equação (3.46) representam as áreas  $A_1$  e  $A_2$  da Figura 3-16, e resulta na equação característica deste critério:

$$A_1 - A_2 = 0 . \quad (3.47)$$

Na área  $A_1$ , a potência mecânica é maior do que a potência elétrica. Nesta condição, a máquina acelera e adquire energia cinética. Na área  $A_2$ , entretanto, a potência mecânica é menor do que a potência elétrica, de modo que a máquina é submetida a um torque desacelerante e perde velocidade (MACHOWSKI *et al.*, 2008).

A condição de igualdade de áreas indica o limite de estabilidade, considerando que no ponto de equilíbrio instável o desvio de velocidade apresenta valor nulo. De modo geral, contudo, o sistema é estável se, para dado ângulo de abertura  $\delta^a$ , a área de aceleração  $A_1$  é menor ou igual à área de desaceleração  $A_2$  (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Desta forma, o ângulo de abertura crítico, ou seja, o maior ângulo de eliminação da falta para o qual o sistema permaneça estável (condição onde  $A_1 = A_2$ ), é obtido pela solução analítica da equação (3.46), sendo determinado pela relação da equação (3.48) disposta a seguir (BRETAS e ALBERTO, 2000).

$$\cos \delta_{cr}^a = \frac{P_m(\delta^{s-pré} - \delta^{u-pós}) + P_{emax}^{falta} \cos \delta^{s-pré} - P_{emax}^{pós} \cos \delta^{u-pós}}{(P_{emax}^{falta} - P_{emax}^{pós})}. \quad (3.48)$$

A partir dessa equação, encontra-se o ângulo crítico de abertura em radianos. O tempo crítico de abertura será encontrado ao simular-se o sistema em falta até que o ângulo fique igual ao ângulo crítico. No caso particular em que a potência acelerante ( $P_m - P_e$ ) seja nula, pode-se encontrar o tempo crítico diretamente, já que a aceleração é constante nessa situação.

### 3.2.3.2 Resolução pelo critério das áreas iguais

No item 3.2.3.1, foi apresentado o desenvolvimento da equação que permite a obtenção direta do ângulo crítico ao qual pode chegar o ângulo interno do gerador de modo que este seja capaz de retornar a uma condição de equilíbrio.

De acordo com a equação (3.48), o ângulo crítico do sistema analisado neste capítulo é:

$$\delta_{cr}^a = 85,62^\circ = 1,4943 \text{ rad} .$$

Com o valor de ângulo crítico calculado, utilizou-se o sistema de equações (3.22) do método passo a passo, impondo-se como limite da condição em falta o momento em que o ângulo interno do gerador se torna igual ao ângulo crítico  $\delta_{cr}^a$ , de modo a utilizar o instante de tempo assim obtido como sendo então o tempo crítico de abertura.

Através da simulação do método descrito utilizando o MATLAB® (APÊNDICE B), obteve-se que o tempo crítico no qual a proteção deve atuar é de 0,3281 segundo, que está exatamente no intervalo precisado pelo método passo a passo, onde chegou-se à conclusão de que o tempo crítico está entre 0,32 e 0,33 segundo.

Os valores obtidos por ambos os métodos de solução são coerentes entre si e representam então o tempo de abertura crítico para o sistema apresentado.

### 3.3 SISTEMAS MULTIMÁQUINAS

Ao estudar-se a estabilidade transitória para o caso da conexão de uma máquina a um grande sistema, pode-se fazer a simplificação do estudo para o caso de uma máquina contra um barramento infinito, de modo a analisar-se somente a estabilidade para a máquina conectada ao sistema, tendo-se em vista o comportamento de velocidade constante para o barramento infinito.

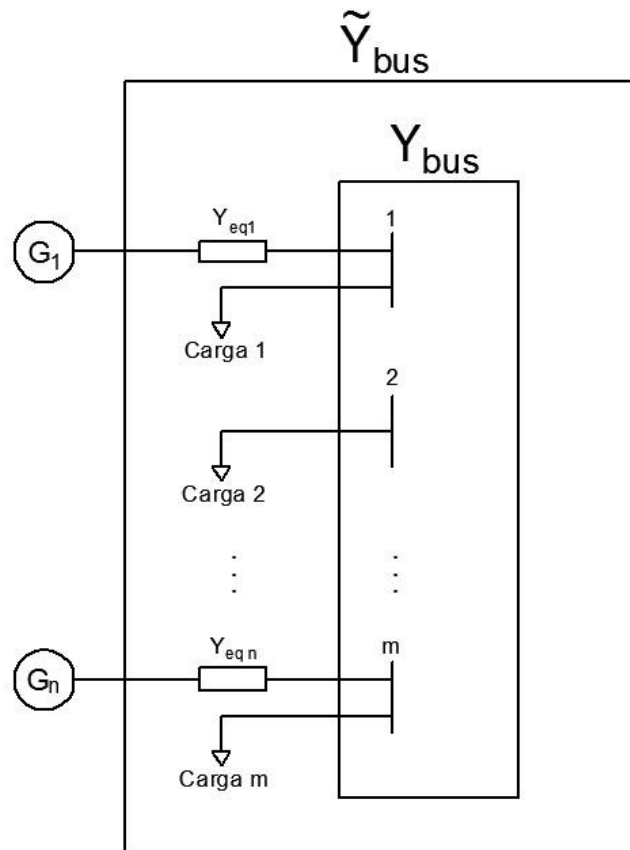
Entretanto, quando se estuda a estabilidade em um sistema com várias unidades geradoras (multimáquinas) em que se deseja analisar o comportamento de mais de uma máquina, deve-se representar as equações dinâmicas de cada uma das máquinas síncronas. Deste modo, o estudo de estabilidade se torna mais complexo pois, nestas condições, a determinação da potência elétrica fornecida por um dos geradores depende tanto das equações diferenciais da máquina síncrona analisada quanto das equações algébricas da rede e das demais máquinas (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Assim sendo, nesta subdivisão serão expostas a metodologia e as ferramentas utilizadas para a análise de estabilidade para os sistemas multimáquinas.

#### 3.3.1 Modelagem de Sistemas Multimáquinas

Considere-se o sistema elétrico proposto na Figura 3-17, pelo qual são conectados  $n$  geradores (que dão origem a  $n$  nós internos fictícios) e  $m$  barramentos de transmissão. A malha de transmissão que interconecta os  $m$  barramentos é modelada através da matriz de admitância nodal  $Y_{bus}$ , de ordem  $m \times m$ .

Considere-se ainda uma matriz quadrada de ordem  $n + m$ , aqui denominada de  $\tilde{Y}_{bus}$ , que contemple também a conexão das  $m$  cargas e as admitâncias equivalentes dos  $n$  geradores.



**Figura 3-17 - Sistema multimáquinas**  
**Fonte: Adaptado de Bretas e Alberto (2000)**

Pode-se determinar a matriz  $Y_{bus}$  através da Equação 3.49, apresentada em sequência:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix}, \quad (3.49)$$

na qual os elementos  $Y_{aa}$  e  $Y_{ab}$  das submatrizes  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$  e  $Y_4$ , podem ser calculados através das equações em (3.50) a seguir.

$$\begin{cases} Y_{aa} = y_a^{sh} + \sum_{b \in \Omega_a} (y_{ab} + y_{ab}^{sh}) \\ Y_{ab} = -y_{ab} \end{cases}. \quad (3.50)$$

Onde:

- $y_a^{sh}$  é a admitância dos possíveis elementos ligados entre a barra  $a$  e o nó terra;
- $y_{ab}^{sh}$  é a admitância de elementos em derivação das linhas que conectam a barra  $a$  à  $b$ ;
- $y_{ab}$  é a admitância de elementos série das linhas entre as barras  $a$  e  $b$ , e;
- $\Omega_a$  é o conjunto que encerra as barras vizinhas à barra  $a$ .

Já a matriz  $\tilde{Y}_{bus}$ , segundo Bretas e Alberto (2000), pode ser representada de acordo com a Equação (3.51) a seguir:

$$\tilde{Y}_{bus} = \begin{bmatrix} Y_A & Y_B \\ Y_C & Y_D \end{bmatrix}. \quad (3.51)$$

Sendo:

- $Y_A$  a matriz diagonal de dimensão  $n \times n$ , na qual estão inseridas as admitâncias equivalentes dos geradores (sendo consideradas também as admitâncias de transformadores de potência, quando presentes);
- $Y_B$  a matriz de dimensão  $n \times m$  contendo as admitâncias série de conexão entre as barras de transmissão e os geradores, conforme a segunda equação do sistema em (3.50);
- $Y_C$  a matriz transposta de  $Y_B$ , de dimensões  $m \times n$  e;
- $Y_D$  a matriz composta pela soma de  $Y_{bus}$  ao efeito das  $m$  cargas conectadas ao sistema de transmissão, de dimensões  $m \times m$ .

Neste trabalho, as cargas conectadas às barras serão modeladas através da representação por impedância constante, na qual a potência absorvida varia em proporcionalidade ao quadrado da tensão à qual a carga é submetida (MACHOWSKI *et al.*, 2008). Deste modo, o efeito das cargas pode ser representado por uma matriz quadrada diagonal de ordem  $m$ , na qual os elementos não nulos são determinados diretamente através da admitância da carga ( $y_l$ ), tendo como base as condições de pré-falta obtidas de fluxos de potência e calculada através da Equação (3.52) a seguir (BRETAS e ALBERTO, 2000).

$$y_l = \frac{P_l - jQ_l}{|V_l|^2}, \quad (3.52)$$

com:

- $P_l$ , a potência ativa da carga;
- $Q_l$ , a potência reativa da carga e;
- $V_l$ , módulo da tensão no barramento da carga antes da perturbação.

Nos estudos de estabilidade transitória, o interesse é focado na variação dos ângulos internos das máquinas e não nas tensões presentes nos barramentos, assim sendo,

a redução da matriz de admitâncias  $\tilde{Y}_{bus}$  aos nós internos fictícios do gerador se apresenta como uma ferramenta útil para a simplificação da análise (SIMÕES-COSTA, 2003). Como as cargas conectadas foram representadas como impedâncias constantes, a injeção de corrente nas barras onde não há conexão de geradores é nula. De tal modo, o sistema pode ser reduzido aos nós internos dos geradores sem que a injeção de corrente pelos mesmos, indicada pelo vetor  $\dot{I}_G$  na Equação (3.53), sofra alterações (BRETAS e ALBERTO, 2000).

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_G \\ 0 \end{bmatrix} = \tilde{Y}_{bus} \cdot \begin{bmatrix} \dot{E}_G \\ \dot{E} \end{bmatrix}. \quad (3.53)$$

Na qual:

- $\dot{E}_G$  é o vetor das tensões internas dos geradores e;
- $\dot{E}$  é o vetor das tensões dos barramentos de transmissão.

Substituindo a expressão da matriz de admitância  $\tilde{Y}_{bus}$  constante na Equação (3.51), na Equação (3.53), tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_G \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_A & Y_B \\ Y_C & Y_D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{E}_G \\ \dot{E} \end{bmatrix}. \quad (3.54)$$

Rearranjando a matriz (3.54), obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \dot{I}_G = Y_A \dot{E}_G + Y_B \dot{E} \\ 0 = Y_C \dot{E}_G + Y_D \dot{E} \rightarrow \dot{E} = -Y_D^{-1} Y_C \dot{E}_G \end{cases} \quad (3.55)$$

Substituindo  $\dot{E}$  na primeira equação do sistema de equações (3.55), chega-se à reorganização exposta na Equação (3.56) seguinte, relacionando as injeções de corrente com as tensões internas dos geradores através de uma matriz reduzida de  $n$  linhas e  $n$  colunas, nominada como  $Y_{red}$ .

$$\dot{I}_G = (Y_A - Y_B Y_D^{-1} Y_C) \dot{E}_G = Y_{red} \dot{E}_G. \quad (3.56)$$

Separando a matriz reduzida  $Y_{red}$  em termos de condutância ( $G_{red}$ ) e susceptância ( $B_{red}$ ) de cada um de seus elementos, chega-se à igualdade da Equação (3.57).

$$Y_{red} = G_{red} + jB_{red}. \quad (3.57)$$

Como para a determinação das equações de *swing* faz-se necessário o cálculo das potências elétricas, é preciso estabelecer uma equação que relacione a tensão interna dos  $n$  geradores com os parâmetros de condutância e susceptância do sistema que os conecta.

Segundo Machowski *et al.* (2008), a potência elétrica ( $P_{ei}$ ) para o  $i$ -ésimo gerador em um sistema multimáquinas é dada pela relação presente na Equação (3.58) apresentada em sequência.

$$P_{ei} = |\dot{E}_i|^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [|\dot{E}_i| |\dot{E}_j| B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + |\dot{E}_i| |\dot{E}_j| G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)], \quad (3.58)$$

onde:

- $\dot{E}_i$  é o fasor de tensão interna do  $i$ -ésimo gerador;
- $\dot{E}_j$  é o fasor de tensão interna do  $j$ -ésimo gerador;
- $\delta_i$  é o ângulo da tensão interna do  $i$ -ésimo gerador;
- $\delta_j$  é o ângulo da tensão interna do  $j$ -ésimo gerador;
- $B_{ij}$  é o elemento da linha  $i$ , coluna  $j$ , da matriz  $B_{red}$  e;
- $G_{ij}$  é o elemento da linha  $i$ , coluna  $j$ , da matriz  $G_{red}$ .

Por simplicidade de notação, principalmente para o equacionamento da função energia apresentado posteriormente no item 4.1.5, no presente trabalho, ficam definidas as seguintes igualdades:

$$|\dot{E}_i| |\dot{E}_j| B_{ij} = C_{ij}. \quad (3.59)$$

$$|\dot{E}_i| |\dot{E}_j| G_{ij} = D_{ij}. \quad (3.60)$$

### 3.3.2 Centro de Ângulo como Referência (COA)

Na seção 3.2, as análises de estabilidade transitórias foram feitas utilizando-se do ângulo e do desvio de velocidade do barramento infinito como referencial para a



determinação do sincronismo. Entretanto, o sincronismo pode também ser analisado com base em referenciais distintos, tais como a representação utilizando uma máquina como referência ou o Centro de Ângulo Como Referência.

De acordo com Bretas e Alberto (2000), dentre as formas de representação do referencial de sincronismo, a utilizada com mais frequência na literatura em aplicações de métodos diretos é a representação pelo Centro de Ângulo Como Referência (COA, do inglês, *Centre of Angle*).

Também conhecido como Centro de Inércia (COI, do inglês, *Centre of Inertia*), o COA apresenta uma concepção similar à ideia do centro de massa da mecânica clássica e é definido conforme a equação (3.61) como sendo o ângulo formado pela média ponderada dos ângulos dos geradores ( $\delta_i$ ) com as respectivas constantes de inércia das máquinas ( $M_i$ ), apresentada em sequência (NAZARENO, 2003).

$$\delta_0 = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^n M_i \delta_i, \quad (3.61)$$

onde  $\delta_0$  é o Centro de Ângulo e  $M_T$  é o somatório das constantes de inércia, ou seja:

$$M_T = \sum_{i=1}^n M_i. \quad (3.62)$$

Derivando-se a equação (3.61), obtém-se a velocidade do COA ( $\omega_0$ ):

$$\omega_0 = \frac{1}{M_t} \sum_{i=1}^n M_i \omega_i. \quad (3.63)$$

Determina-se a equação dinâmica do COA através da segunda derivada de (3.61), chegando-se a:

$$M_T \dot{\omega}_0 = \sum_{i=1}^n (P_{mi} - P_{ei}) = P_{COA}. \quad (3.64)$$

Sendo  $P_{COA}$  o desbalanço de potência existente no sistema como um todo, tendo-se em vista que representa a diferença entre a potência mecânica ( $P_{mi}$ ) e a potência elétrica ( $P_{ei}$ ) de cada máquina componente do sistema. Este desbalanço de potência pode ser determinado também pela equação (3.65), que é resultado da substituição da equação da potência elétrica em (3.64) seguida de manipulações matemáticas (BRETAS e ALBERTO, 2000).

$$P_{COA} = \sum_{i=1}^n (P_{mi} - E_i^2 G_{ii}) - 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n D_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) . \quad (3.65)$$

Estando definido o COA, são então definidas, em sequência, as novas variáveis de ângulo e velocidade para as máquinas do sistema, relacionadas ao referencial de sincronismo do COA.

Seja  $\theta_i$  o novo ângulo do  $i$ -ésimo gerador relacionado ao COA por:

$$\theta_i = \delta_i - \delta_0 , \quad (3.66)$$

e seja  $\tilde{\omega}_i$  a velocidade relativa:

$$\tilde{\omega}_i = \dot{\theta}_i = \omega_i - \omega_0 . \quad (3.67)$$

Define-se, portanto, um novo sistema de equações diferenciais para a descrição da dinâmica do sistema, tendo como referência o Centro de Ângulo, conforme equação (3.68):

$$\begin{cases} \ddot{\omega}_i = \frac{P_{mi} - P_{ei}}{M_i} - \frac{1}{M_T} P_{COA} & ; i = 1, \dots, n . \\ \dot{\theta}_i = \tilde{\omega}_i \end{cases} \quad (3.68)$$

O conjunto de  $2n$  equações, apresentado em (3.68), juntamente com as demais equações diferenciais definidas no COA descrevem completamente o sistema original, a ponto de que em ambos os sistemas o estudo dos pontos de equilíbrio é equivalente. Nesta abordagem, o sincronismo entre as máquinas fica condicionado à proximidade entre os ângulos e as velocidades de todas as máquinas aos parâmetros do COA (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Para o equilíbrio do sistema, é necessário que tanto as velocidades quanto as acelerações das máquinas sejam iguais, ou seja, que valha o conjunto de equações (3.69).

$$\begin{cases} \tilde{\omega}_1 = \tilde{\omega}_2 = \dots = \tilde{\omega}_n \\ \frac{P_{m1} - P_{e1}}{M_1} = \frac{P_{m2} - P_{e2}}{M_2} = \dots = \frac{P_{mn} - P_{en}}{M_n} = \frac{P_{COA}}{M_T} . \end{cases} \quad (3.69)$$

#### 4. MÉTODOS ENERGÉTICOS

As não linearidades intrínsecas a sistemas elétricos de potência tornam os estudos da estabilidade transitória extremamente complexos. A análise da estabilidade a partir de métodos clássicos como o passo a passo visa avaliar o comportamento de um determinado sistema a partir do estudo de inúmeras soluções de equações diferenciais, o que muitas vezes inviabiliza a análise em tempo real do sistema (BRETAS e ALBERTO, 2000).

Dessa forma, métodos que visam simplificar a complexidade do problema têm sido estudados e propostos nos últimos anos. Os métodos energéticos, ou métodos diretos, têm por característica diminuir o consumo de tempo computacional e a impossibilidade de análise em tempo real no estudo da estabilidade transitória de sistemas elétricos de potência. Esses métodos visam analisar o comportamento de sistemas utilizando as informações de estados iniciais (pré-falta) e finais (pós-falta) sem conhecer todo o comportamento do sistema. Assim, é possível prever o comportamento de um sistema em relação à estabilidade transitória sem a necessidade de solução exaustiva de equações diferenciais durante todo o período de análise (BRETAS e ALBERTO, 2000).

O critério das áreas iguais, apresentado no capítulo anterior, é um exemplo de método utilizado para estudo de estabilidade sem a necessidade de solução numérica de equações diferenciais e, portanto, é um método direto; contudo aplicável somente a situações específicas.

Basicamente, as ideias dos métodos energéticos baseiam-se no pressuposto de que o nível de energia de um sistema aumenta se uma perturbação ocorrer. Durante um distúrbio a energia transitória injetada no sistema é convertida em energia cinética nas máquinas, desequilibrando a energia do sistema. Assim, para que a estabilidade do sistema seja mantida é necessário que o sistema seja capaz de converter o excesso de energia cinética em energia potencial, a tempo dos conjugados restauradores das máquinas serem capazes de trazê-las de volta para novas posições de equilíbrio (LOPES, 2006).

Assim, como destaca Nazareno (2003) os métodos energéticos são capazes de prever pontos de equilíbrio a partir da determinação de regiões de estabilidade ou áreas de atração de sistemas elétricos.

Na sequência, neste capítulo, serão apresentados os conceitos necessários para o entendimento dos métodos energéticos. Existem vários métodos utilizados para determinar as regiões de estabilidade de sistemas e assim analisar seu comportamento dinâmico. O método PEBS e o método BCU (*Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point*) são exemplos de métodos energéticos que utilizam as ideias de Lyapunov para determinação de função energia transitória de sistemas. Neste trabalho será dado foco especial ao método PEBS, já que este é relativamente simples quando comparado a outros métodos, pois elimina a necessidade de cálculo dos pontos de equilíbrio instáveis.

#### 4.1 CONCEITOS MATEMÁTICOS

Para o entendimento dos métodos energéticos será primeiramente necessário apresentar os conceitos matemáticos correlacionados a sistemas dinâmicos autônomos não lineares, assim denominados em função de sua formulação matemática num campo vetorial que não depende explicitamente da variável tempo. De acordo com Machowski *et al.* (2008), um sistema desse tipo pode ser descrito como:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = f(x), \quad (4.1)$$

sendo “ $x$ ” o vetor de variáveis deste estudo.

Os pontos nos quais  $f(x)=0$  são conhecidos como pontos de equilíbrio da equação (4.1). Eles possuem extrema importância no estudo da estabilidade transitória, uma vez que através dos quais é possível determinar o comportamento estável ou instável de sistemas perante a um distúrbio. Assim, por definição, um ponto qualquer  $x_e$  pertencente ao espaço euclidiano  $\mathbb{R}^n$  é um ponto de equilíbrio se e, somente se,  $f(x_e) = 0$ . Encontrar os pontos de equilíbrio de um sistema autônomo, portanto, é equivalente a encontrar os zeros de um sistema de equações (BRETAS E ALBERTO, 2000).

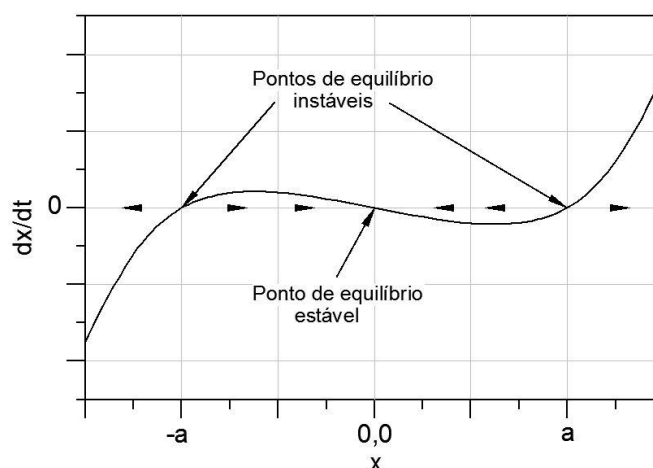
Além do conceito de pontos de equilíbrio também é importante definir matematicamente trajetórias de sistemas, assim partindo da hipótese de que  $x(t)$  pertence ao espaço euclidiano  $\mathbb{R}^n$  e a função  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  é contínua por partes, a solução da equação

(4.1) a partir do ponto  $x_0$ , em  $t=0$  é conhecida como trajetória do sistema e é representada por  $\Phi(x_0, t) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ .

De acordo com Machowski *et al.* (2008) e Monteiro (2006), a característica de um sistema quanto a estabilidade ou instabilidade pode ser sintetizada de acordo com a análise dos autovalores da matriz jacobiana avaliada no ponto de equilíbrio. Em resumo:

i) um sistema é dito estável se todos os autovalores da matriz jacobiana avaliada no ponto de equilíbrio  $x_e$  possuírem parte real negativa. Fisicamente, esse ponto de equilíbrio pode ser assintoticamente estável se as trajetórias permanecem no ponto de equilíbrio quando  $t \rightarrow \infty$ , ou simplesmente estável. Em algumas situações um sistema pode ser estável quando possuir um autovalor com parte real nula.

ii) um sistema é dito instável se ao menos um autovalor da matriz jacobiana avaliada neste ponto possuir parte real positiva. Fisicamente, um sistema é instável quando suas trajetórias se perdem no espaço quando  $t \rightarrow -\infty$ .



**Figura 4-1 - Trajetórias de um sistema autônomo qualquer**  
**Fonte: Adaptada de Bretas e Alberto (2000)**

Na Figura 4-1 é apresentado o gráfico de  $dx/dt$  versus  $x$  de um sistema autônomo qualquer, as setas no gráfico indicam o sentido das trajetórias do sistema. Como pode ser observado, há três pontos de equilíbrio ( $x=-a$ ,  $x=0$  e  $x=a$ ). Em  $x=0$ , há um ponto de equilíbrio assintoticamente estável, pois as trajetórias permanecem no ponto quando “ $t$ ” tende ao infinito. É possível observar que as trajetórias no intervalo  $(-a, a)$  convergem para a origem, esse intervalo é chamado de região de estabilidade, como será apresentado no próximo item.

#### 4.1.1 REGIÃO DE ESTABILIDADE

Em sistemas não lineares a estabilidade global, quando trajetórias partindo de qualquer ponto convergem para o ponto de equilíbrio, nem sempre ocorre (BRETAS E ALBERTO, 2000). De modo geral, apenas um conjunto de condições iniciais, contido no espaço  $\mathbb{R}^n$ , possui trajetórias que convergem para um ponto de equilíbrio estável. Assim, define-se região de estabilidade ou áreas de atuação de um ponto de equilíbrio  $x_e$  estável a partir de todos os pontos do espaço  $\mathbb{R}^n$  cujas trajetórias convergem para o ponto de equilíbrio  $x_e$ . Matematicamente, a área de atração é definida como:

$$A(x_e) := \{x \in \mathbb{R}^n : \lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(x_0, t) = x_e\}. \quad (4.2)$$

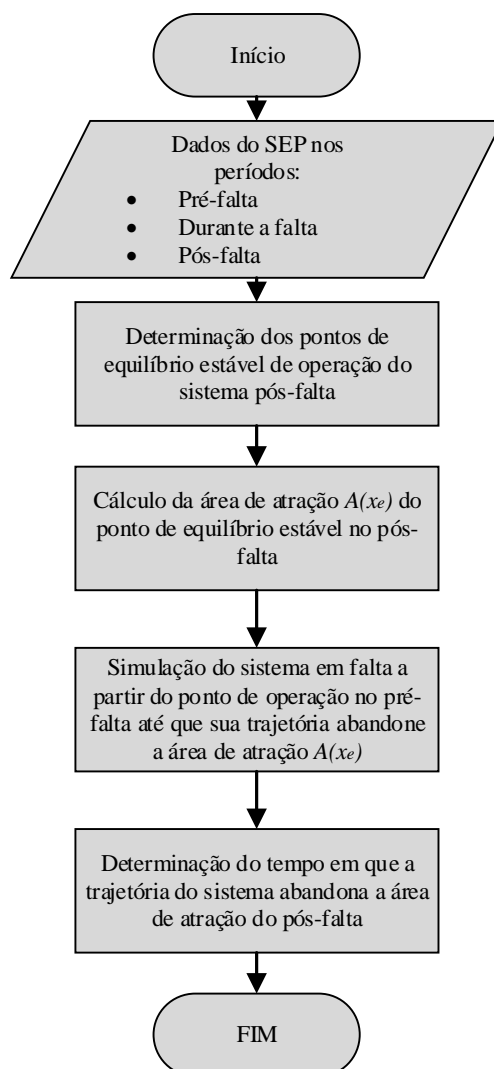
A região de estabilidade ainda pode ser entendida como um subconjunto de condições iniciais, cujas trajetórias, iniciando dentro deste conjunto, tendem para o ponto de equilíbrio estável quando o tempo tende ao infinito.

Segundo Bretas e Alberto (2000), o problema de análise de estabilidade transitória através da determinação da região de estabilidade pode ser esquematizado da seguinte maneira:

- i) Primeiramente a área de atração  $A(x_e)$  do ponto de equilíbrio estável do sistema pós-falta deve ser determinada.
- ii) Em seguida, a partir do ponto de equilíbrio estável pré-falta ( $x_0$ ), deve-se simular o sistema em falta até que sua trajetória abandone a área de atração  $A(x_e)$  do sistema pós-falta.
- iii) Por fim, determina-se o tempo em que a trajetória do sistema em falta abandona a área de atração do pós-falta, este tempo é coincidente com o tempo crítico de abertura para o sistema manter sincronismo (estável).

Partindo de uma situação hipotética em que um sistema elétrico é submetido a uma grande perturbação e que após o distúrbio não há perda de estabilidade. Assim, seja  $x_e$  o ponto de equilíbrio estável do sistema no pós-falta,  $x_0$  o ponto de operação do sistema no pré-falta e  $x_{\max}$  o ponto em que a trajetória do sistema em falta sai da região de estabilidade, é possível concluir que caso a falta do sistema seja eliminada antes que a trajetória do sistema em falta abandone a região de estabilidade, o sistema permanecerá estável e convergirá para o ponto de equilíbrio estável  $x_e$ . Caso contrário, a trajetória do

sistema poderá tender ao infinito ou convergirá para outros pontos de equilíbrio, o que é inaceitável em termos de sistemas elétricos. A seguir, na Figura 4-2, pode ser observado o fluxograma que descreve os processos para a determinação da área de atração de um ponto de equilíbrio estável.



**Figura 4-2 – Fluxograma para análise de estabilidade transitória através da determinação da região de estabilidade**

**Fonte: Elaboração própria**

Na Figura 4-3 a seguir podem ser observadas as trajetórias e a área de estabilidade do sistema para a situação descrita anteriormente.



**Figura 4-3 - Região de estabilidade de um sistema dinâmico**  
**Fonte: Adaptada de Bretas e Alberto (2000)**

Como pôde ser observado, o conhecimento da região de estabilidade é importantíssimo para determinar a estabilidade transitória de sistema. Na sequência serão apresentadas as formulações necessárias para estimação da área de atração ou região de estabilidade.

#### 4.1.2 Estimativa da Região de Estabilidade

Como definido anteriormente, a região de estabilidade é composta por todos os pontos cujas trajetórias tendem para o ponto de equilíbrio estável quando o tempo tende ao infinito. Dessa forma, os pontos de equilíbrio instáveis não pertencem a essa região, já que suas trajetórias se perdem no espaço quando o tempo tende a infinito. No entanto, Bretas e Alberto (2000) afirmam que os pontos de equilíbrio instáveis pertencem à fronteira da região de equilíbrio, pois existe na vizinhança desses pontos de equilíbrio instáveis pontos que fazem parte da região de estabilidade (assim como há pontos que não fazem parte da região). Portanto, os pontos de equilíbrio instáveis de um sistema são capazes de determinar a região de estabilidade associada a um ponto de equilíbrio estável.

Existem muitas técnicas para a estimativa da região de estabilidade, Theodoro (2010) afirma que o método mais estudado é o Ponto de Equilíbrio Instável Mais Próximo, ou do inglês *Closest Unstable Equilibrium Point*. Neste método, as energias de vários pontos de equilíbrio são calculadas de forma que a energia do ponto de equilíbrio de menor valor é definida como a energia crítica do sistema. Assim, o ponto de equilíbrio instável cuja energia é a de menor valor é o ponto mais próximo energeticamente de um



ponto de equilíbrio estável. Assim, a energia crítica utilizada para a estimativa da região de estabilidade pode ser definida como apresentado na equação (4.3).

$$V_{cr} = \min V(x) \quad (4.3)$$

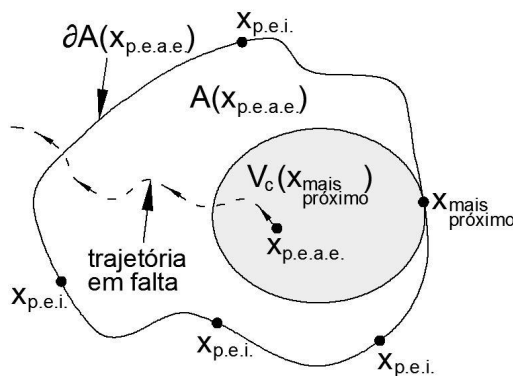
onde,  $V_{cr}$  é a energia crítica do sistema.

Conhecendo o valor crítico de energia de um sistema e a fim de evitar sua perda de estabilidade, é possível determinar o tempo crítico de atuação dos dispositivos de proteção do sistema a partir de simulações numéricas durante uma determinada falta. Assim, o tempo crítico para um determinado sistema pode ser obtido conforme a equação (4.4).

$$V(x(t_{cr})) = V_{cr} \quad (4.4)$$

sendo,  $V_{cr}$  é a energia crítica do sistema e  $t_{cr}$  o tempo crítico de abertura.

Como afirma Bretas e Alberto (2000), a região de estabilidade estimada pelo método *Closest Unstable Equilibrium Point* pode ser muito menor do que a real região de estabilidade, uma vez que a qual está contida na verdadeira região de estabilidade obtida a partir das ideias de Lyapunov. No entanto, tal constatação não torna o método ineficiente, mas não se deve esperar por respostas precisas do qual, uma vez que, ao considerar o ponto de menor energia na fronteira de estabilidade, uma trajetória do sistema pode atingir a trajetória de um ponto de energia muito maior que o analisado, como exemplificado pela Figura 4-4.



**Figura 4-4 - Região estimada de estabilidade de um sistema dinâmico**  
**Fonte: Adaptada de Bretas e Alberto (2000)**

Leia-se ponto de equilíbrio instável em “p.e.i.” e ponto de equilíbrio assintoticamente estável em “p.e.a.e.”.

Na sequência serão apresentadas as formulações de Lyapunov para determinação da área de atração ou região de estabilidade.

### 4.1.3 Formulação de Lyapunov

A formulação de Lyapunov é uma das maneiras mais eficientes de se determinar a região de estabilidade de um sistema dinâmico, pois possui como vantagem a identificação da área de atração sem a necessidade de conhecimento da solução de equações diferenciais (PARKS, 1992). Para definir suas teorias Lyapunov partiu do pressuposto estabelecido por Lagrange de que:

“Se uma certa posição de repouso de um sistema mecânico conservativo é um ponto de mínimo da energia potencial, então esta é uma posição de equilíbrio estável. Caso contrário, a posição é instável” (NAZARENO, 2003).

Lyapunov, portanto, propõe dois teoremas de grande valia para a estimação da região de estabilidade, no entanto antes de elencá-los é necessário definir as funções ditas positivas e negativas.

De acordo com Theodoro (2010), a função escalar  $V(x)$  é dita definida positiva num conjunto  $\Omega$  se, e somente se,  $V(0)=0$  e  $V(x)>0$  para todo  $x \neq 0$  e  $x \in \Omega$ . A função escalar  $V(x)$ , por sua vez, é dita definida negativa num conjunto  $\Omega$ , se  $-V(x)$  é definida positiva.

E ainda, um conjunto B é dito invariante com relação ao sistema autônomo  $\dot{x}(t) = f(x)$ , se toda solução do sistema, começando em B, permanece em B para todo o tempo futuro.

Theodoro (2010) elenca os teoremas de Lyapunov da seguinte maneira:

1º Teorema de Lyapunov: se um sistema dinâmico autônomo como definido pela equação (3.1) admite uma função de Lyapunov  $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  definida positiva, para a qual  $\dot{V}(\Phi(x, t)) \leq 0$ , em alguma região  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  do espaço de estados contendo a origem, então a origem é um ponto de equilíbrio estável.

2º Teorema de Lyapunov: se um sistema dinâmico autônomo como definido pela equação (3.1) admite uma função de Lyapunov  $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  definida positiva, para a qual  $\dot{V}(\Phi(x, t)) < 0$ , em alguma região  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  do espaço de estados contendo a origem, então a origem é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável.

A partir do segundo teorema é possível determinar a região de estabilidade de um determinado sistema, no entanto nada se é dito a respeito de como a função energia

$V(x)$  pode ser encontrada. Além disso, os teoremas anteriores são condições suficientes para estabilidade, mas não necessárias.

#### 4.1.4 Função Energia para Sistemas Elétricos de Potência

Para a análise de estabilidade através do método de Lyapunov é necessário encontrar uma Função de Lyapunov para sistemas de potência. De acordo com Bretas e Alberto (2000), as funções energia provenientes dos conceitos físicos em geral são boas aproximações para se encontrar uma função de Lyapunov. Assim, a partir da equação que descreve a dinâmica de geradores é possível determinar a função energia para sistemas elétricos de potência. Considerando a equação de oscilação de um gerador síncrono contra um barramento infinito, na forma da equação (3.31), e retomando o equacionamento apresentado no capítulo 3, conclui-se que a equação que descreve a dinâmica de geradores síncronos possui dois pontos de equilíbrio, sendo eles  $(\delta^s; \omega = 0)$  e  $(\delta^u = \pi - \delta^s; \omega = 0)$ . Integrando essa equação a partir do primeiro ponto de equilíbrio  $\delta^s$  até qualquer ponto na trajetória transitória do sistema, como detalhado em Machowski *et al.* (2008), tem-se a função energia  $V(x)$  como apresentado na sequência.

$$V(x) = \int_0^\omega M\omega \, d\omega - \int_{\delta^s}^\delta (P_m - P_{emax} \operatorname{sen}\delta) \, d\delta = \text{constante.} \quad (4.5)$$

Solucionando a equação (4.5), chega-se na expressão (4.6).

$$V(x) = \frac{1}{2} M\omega^2 - [P_m(\delta - \delta^s) + P_{emax}(\operatorname{cos}\delta - \operatorname{cos}\delta^s)] = E_c + E_p = E \quad (4.6)$$

Sendo  $\delta^s$  o ponto de equilíbrio e  $E$  a energia total do sistema, ou seja, a soma da energia cinética do sistema,  $E_c$ , com a energia potencial do sistema,  $E_p$ , além disso,

$$E_c = \frac{1}{2} M\omega^2 \quad (4.7)$$

e

$$E_p = - [P_m(\delta - \delta^s) + P_{emax}(\operatorname{cos}\delta - \operatorname{cos}\delta^s)]. \quad (4.8)$$

Assim, a função energia  $V(x)$  constitui-se da energia armazenada na massa inercial dos rotores das máquinas em função do desvio de velocidade em relação ao valor de operação normal, conhecida como energia cinética  $E_c$ , e pela energia armazenada em

campos magnéticos e elétricos em função dos desvios de restauração do equilíbrio em torno do ponto de operação, conhecida como energia potencial  $E_p$ .

A partir do conhecimento da função energia  $V(x)$ , é necessário verificar se a qual satisfaz a definição de uma função de Lyapunov, isto é, se ela possui pontos fixos no equilíbrio, se é definida positiva na vizinhança de um dos pontos de equilíbrio e se a sua derivada não é positiva ( $\dot{V} \leq 0$ ).

A condição de que a função  $V(x)$  possui pontos fixos no equilíbrio é provada pela constatação de que o gradiente da função é igual a zeros nos pontos de equilíbrios definidos anteriormente. Assim,

$$\text{grad } V = \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial \Delta\omega} \\ \frac{\partial V}{\partial \delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Ec}{\partial \Delta\omega} \\ \frac{\partial Ep}{\partial \delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M\omega \\ -(P_m - P_{emax} \text{sen}\delta) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

O gradiente apresentado na equação (4.9) é igual a zero, pois nos pontos estacionários onde  $\omega = 0$  e potência elétrica é igual a potência mecânica, coincide com os pontos de equilíbrio ( $\delta^s; \omega = 0$ ) e ( $\delta^u = \pi - \delta^s; \omega = 0$ ) da função (4.5).

A condição de que a função  $V(x)$  é positiva na vizinhança em um dos pontos de equilíbrio é válida pois a matriz Hessiana da função é positiva, dada por:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial \Delta\omega^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial \Delta\omega \partial \delta} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial \delta \partial \Delta\omega} & \frac{\partial^2 V}{\partial \delta^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & P_{emax} \cos\delta \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

A matriz obtida em (4.10) é positiva quando o coeficiente de amortecimento é maior que zero ( $M > 0$ ), que fisicamente é sempre verdade, e quando  $P_{emax} \cos\delta$  também é maior que zero ou seja quando  $|\delta| < 90^\circ$ , o que se verifica para o primeiro ponto de equilíbrio da função (4.5). Dessa forma a função  $V(x)$  é definida positiva.

Por fim, a condição de que a derivada da função  $V(x)$  é negativa é verificada abaixo. A derivada da função energia pode ser expressa conforme a equação (4.11):

$$\dot{V}(x) = \frac{dV}{dt} = \frac{dEc}{dt} + \frac{dEp}{dt} \quad (4.11)$$

Assim,

$$\frac{dEc}{dt} = \frac{dEc}{d\omega} \frac{d\omega}{dt} = M\omega \frac{d\omega}{dt} \quad (4.12)$$

A partir da equação de *swing* de geradores apresentada na equação (3.1) e considerando que a potência elétrica é definida como função do ângulo interno do gerador, tem-se que

$$M \frac{d\omega}{dt} = (P_m - P_{emax} \text{sen}\delta) - D \frac{d\omega}{dt} \quad (4.13)$$

Assim,

$$\frac{dEc}{dt} = \frac{dEc}{d\omega} \frac{d\omega}{dt} = (P_m - P_{emax} \text{sen}\delta)\omega - D\omega^2 \quad (4.14)$$

$$\frac{dEp}{dt} = \frac{dEp}{d\delta} \frac{d\delta}{dt} = -(P_m - P_{emax} \text{sen}\delta)\omega. \quad (4.15)$$

Então,

$$\dot{V}(x) = -D\omega^2. \quad (4.16)$$

Considerando o coeficiente de amortecimento como nulo,  $D=0$ , chega-se ao caso genérico em que a derivada da função energia é nula  $\dot{V}(x) = 0$ , isto é  $V(x)$  é constante.

A equação (4.16) mostra que a energia total do sistema decai proporcionalmente em relação ao coeficiente de amortecimento e ao quadrado da variação de velocidade. Dessa forma, pode-se afirmar que a função (4.6) é uma função energia que satisfaz as condições de Lyapunov. A partir da qual, portanto, é possível analisar o comportamento de sistemas elétricos em relação à estabilidade transitória, mediante a avaliação da energia do sistema em uma determinada condição inicial e a comparação com o valor da energia potencial na fronteira de região de estabilidade do sistema, denominada superfície limite de energia potencial (PEBS).

#### 4.1.5 Função Energia para Sistemas Multimáquinas

A equação (4.6) é uma função de Lyapunov, do tipo energia, para configuração de uma máquina contra um barramento infinito. Com o intuito de obter uma função de Lyapunov, do tipo energia, para a análise de estabilidade transitória para o caso específico de um sistema multimáquinas, é utilizada a modelagem matemática realizada no capítulo anterior. Assim considerando a equação (4.17), apresentada abaixo, onde o amortecimento é desprezado, as cargas são consideradas como impedâncias constantes e o sistema é referido ao COA, tem-se:

$$\begin{cases} M_i \ddot{\omega}_i = P_{mi} - P_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P_{COA} & ; i = 1, \dots, n \\ \dot{\theta}_i = \tilde{\omega}_i \end{cases} \quad (4.17)$$

onde, a potência elétrica é expressa por:

$$P_{ei} = |E_i|^2 G_{ii} + \sum_{j=1, i \neq j}^n [D_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + C_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \quad (4.18)$$

sendo,  $P_{COA}$  o mesmo definido na equações (3.65) e  $D_{ij}$  e  $C_{ij}$  são os mesmos definidos em (3.59) e (3.60), respectivamente.

Para obtenção da Função de Lyapunov do tipo energia é necessário multiplicar a equação da  $i$ -ésima máquina de (4.17) por  $\tilde{\omega}_i$ , o que equivale a multiplicar a força pela velocidade para obter potência, assim efetuando a soma das equações tem-se:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \left\{ M_i \frac{d\tilde{\omega}_i}{dt} - (P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii}) \right. \\ & \left. + \sum_{j=1, i \neq j}^n [D_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + C_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] + \frac{M_i}{M_T} P_{COA} \right\} \tilde{\omega}_i = 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Como  $\tilde{\omega}_i = \frac{d\theta_i}{dt}$ , a equação (4.19) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n M_i \tilde{\omega}_i \frac{d\tilde{\omega}_i}{dt} - \sum_{i=1}^n (P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii}) \frac{d\theta_i}{dt} \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n [D_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + C_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \frac{d\theta_i}{dt} + \sum_{i=1}^n \frac{M_i}{M_T} P_{COA} \frac{d\theta_i}{dt} = 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Sabendo-se que os coeficientes  $C$  e  $D$  são simétricos, ou seja,  $C_{ij} = C_{ji}$  e  $D_{ij} = D_{ji}$ , tem-se então:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n [C_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \frac{d\theta_i}{dt} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n C_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \frac{d(\theta_i - \theta_j)}{dt} \quad (4.21)$$

e

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n [D_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)] \frac{d\theta_i}{dt} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n D_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) \frac{d(\theta_i + \theta_j)}{dt} \quad (4.22)$$

Pela própria definição de  $\tilde{\omega}_i$ , tem-se que  $\sum_{i=1}^n M_i \tilde{\omega}_i = 0$ , assim tem-se também a igualdade:

$$\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{M_T} P_{COA} \frac{d\theta_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{M_i}{M_T} P_{COA} \tilde{\omega}_i = 0 \quad (4.23)$$

Substituindo-se (4.21), (4.22) e (4.23) em (4.20) e integrando no tempo, tem-se:

$$\begin{aligned} V(\theta, \tilde{\omega}_i) &= \int_0^t \sum_{i=1}^n M_i \tilde{\omega}_i \frac{d\tilde{\omega}_i}{dt} dt - \int_0^t \sum_{i=1}^n (P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii}) \frac{d\theta_i}{dt} dt \\ &\quad + \int_0^t \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n [C_{ij} \text{sen}(\theta_i - \theta_j)] \frac{d(\theta_i - \theta_j)}{dt} dt \\ &\quad + \int_0^t \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n [D_{ij} \text{cos}(\theta_i - \theta_j)] \frac{d(\theta_i + \theta_j)}{dt} dt \end{aligned} \quad (4.24)$$

Das integrais de (4.24), a variável tempo pode ser eliminada se admitir-se que no tempo  $t = 0$  o sistema está no ponto de equilíbrio estável  $(\theta^s, 0)$  e que no tempo  $t$  esteja no ponto  $(\theta, \tilde{\omega}_i)$ , com isto a expressão para  $V(\theta, \tilde{\omega}_i)$  torna-se:

$$\begin{aligned} V(\theta, \tilde{\omega}) &= \int_0^{\tilde{\omega}} \sum_{i=1}^n M_i \tilde{\omega}_i d\tilde{\omega}_i - \int_{\theta^s}^{\theta} \sum_{i=1}^n (P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii}) d\theta_i \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int_{\theta_i^s - \theta_j^s}^{\theta_i - \theta_j} [C_{ij} \text{sen}(\theta_i - \theta_j)] d(\theta_i - \theta_j) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int_{\theta_i^s + \theta_j^s}^{\theta_i + \theta_j} [D_{ij} \text{cos}(\theta_i - \theta_j)] d(\theta_i + \theta_j) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Resolvendo-se as integrais, tem-se:

$$\begin{aligned}
V(\theta, \tilde{\omega}) = & \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} M_i \tilde{\omega}_i^2 - \sum_{i=1}^n (P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii}) (\theta_i - \theta_i^s) \\
& - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n C_{ij} [\cos(\theta_i - \theta_j) - \cos(\theta_i^s - \theta_j^s)] \\
& + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int_{\theta_i^s + \theta_j^s}^{\theta_i + \theta_j} [D_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)] d(\theta_i + \theta_j)
\end{aligned} \tag{4.26}$$

A última parcela da função energia  $V(\theta, \tilde{\omega}_i)$ , é uma integral que depende do caminho, o que significa que o sistema não é conservativo quando as condutâncias de transferência são diferentes de zero. Mas o efeito deste termo não é muito significativo para o cálculo da energia, assim, a função energia  $V(\theta, \tilde{\omega}_i)$ , em (4.26) pode ser considerada uma função de Lyapunov aproximada para o sistema de potência. Como não existe um caminho definido entre o ponto de equilíbrio estável e instável para a integral, aproxima-se o caminho de integração por uma reta (BRETAS E ALBERTO, 2000). Assim, a integral para calcular a energia dos pontos de equilíbrio instáveis pode ser definida como:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int_{\theta_i^s + \theta_j^s}^{\theta_i + \theta_j} D_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) d(\theta_i + \theta_j) \\
& = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n D_{ij} \frac{\theta_i + \theta_j - \theta_i^s - \theta_j^s}{\theta_i - \theta_j - \theta_i^s + \theta_j^s} [\text{sen}(\theta_i - \theta_j) \\
& \quad - \text{sen}(\theta_i^s - \theta_j^s)]
\end{aligned} \tag{4.27}$$

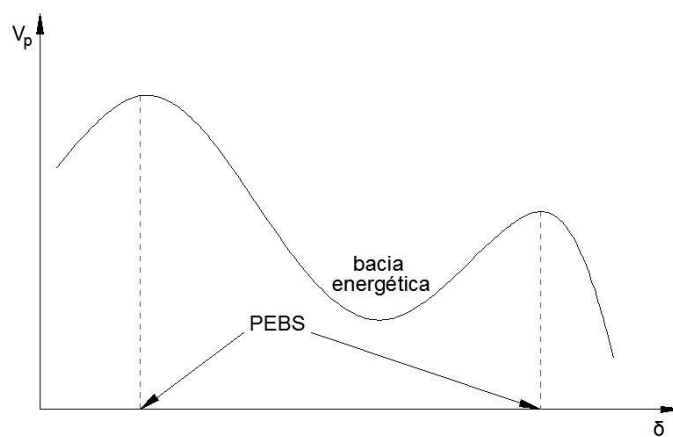
## 4.2 MÉTODO PEBS

De acordo com Nazareno (2003), o método da superfície limite de energia potencial PEBS (do inglês, *Potential Energy Boundary Surface*) visa solucionar o problema da estimativa da região de estabilidade eliminando a necessidade da determinação explícita de todos os pontos de equilíbrio instáveis. Para isto determina-se, na direção da falta, uma aproximação local para a fronteira de estabilidade do sistema.



A partir da equação (4.16),  $\dot{V}(x) = -D\omega^2$ , constata-se que os pontos de máximos ou mínimos da função energia ocorrem quando a velocidade angular é nula, ou seja nos pontos de equilíbrio (NAZARENO, 2003). Nas proximidades da posição de equilíbrio estável existe uma bacia energética, onde se tem um ponto de mínimo da superfície de energia potencial. A superfície gerada pela função energia do tipo de Lyapunov fornece curvas de contorno fechadas e equipotenciais, nos quais a energia potencial é constante, em uma pequena região nas proximidades do ponto de equilíbrio estável, cuja fronteira é conhecida como PEBS (BRETAS E ALBERTO, 2000). Esta fronteira é formada pelos pontos extremos de energia potencial que, neste caso, coincidem com as posições dos pontos de equilíbrio instáveis. O método PEBS aproveita essas ideias para encontrar o ponto de equilíbrio instável mais próximo.

Na Figura 4-5, apresentada abaixo, pode-se observar um gráfico de energia potencial de um sistema em relação ao ângulo  $\delta$ . Como pode ser constatado, o ponto de mínimo coincide com o ponto de equilíbrio estável do sistema, enquanto a superfície limite de energia potencial é constituída por pontos de máximos extremos da energia potencial.



**Figura 4-5 - Energia Potencial x  $\delta$**   
**Fonte: Adaptada de Bretas e Alberto (2000)**

Para se determinar se um sistema é estável ou não, a partir da utilização dos conceitos de superfície limite de energia potencial, deve-se verificar o ponto no qual a trajetória de um sistema em falta cruza a fronteira da bacia energética do sistema, em outras palavras deve-se verificar o ponto  $\delta^*$  em que a energia potencial é máxima. A energia potencial associada ao ponto  $\delta^*$ , conhecido como, *exit point* ou ponto de saída, é a energia crítica do sistema.

Assim, para que um sistema permaneça estável após um defeito, o tempo de abertura de seus equipamentos de proteção deve ser tal que a energia total associada ao

ponto  $\delta^{ab}$  (ângulo de abertura) seja menor que a energia crítica do sistema definida pelo algoritmo PEBS.

Segundo Chiang, *et al.* (1995) e Bretas e Alberto (2000), o algoritmo PEBS pode ser sintetizado da seguinte maneira:

- i) Primeiramente, determina-se o ponto,  $\delta^*$ , no qual a trajetória do sistema em falta cruza o PEBS (ponto em que a energia potencial é máxima).
- ii) Em seguida, determina-se o valor da energia crítica ( $V_{CR}$ ) associada à energia potencial em  $\delta^*$ .
- iii) Assim, quando a energia total associada a tempo de abertura dos dispositivos de proteção for menor que a energia crítica do sistema ( $V(t_{ab}) < V_{CR}$ ), o sistema será estável.

O algoritmo PEBS foi criado baseado em proposições físicas e por este motivo, gera resultados muitas vezes não conservativos, no entanto, fornece estimativa muito boa do verdadeiro tempo crítico de abertura (BRETAS e ALBERTO, 2000).

## 5. IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO PEBS

Para a implementação do algoritmo PEBS visando o estudo da estabilidade transitória de várias topologias de sistemas elétricos de potência, foram utilizadas as seguintes premissas: modelagem de geradores e linhas de transmissão conforme o apresentado no capítulo 3; falta permanente ocasionada por um curto-circuito trifásico muito próximo aos barramentos ou exatamente no meio de uma linha de transmissão; eliminação da linha em curto no sistema pós-falta através da abertura dos equipamentos de proteção em ambas extremidades; modificação da referência angular do sistema utilizando o centro de ângulo (COA); e resistências das linhas de transmissão nulas, para a obtenção de respostas mais conservadoras, considerando o pior cenário.

Apesar de as diretrizes de Chiang, *et al.* (1995) e Bretas e Alberto (2000), apresentadas no capítulo anterior, sintetizarem o algoritmo PEBS para a verificação de estabilidade, a implementação do método em si não é apresentada de forma clara. Assim, para facilitar o entendimento da aplicação do método e a determinação do tempo crítico de abertura dos equipamentos de proteção, são apresentados na sequência os passos utilizados para sua implementação utilizando o *software* MATLAB<sup>®</sup>.

A primeira etapa do algoritmo consiste na declaração dos dados do sistema no período pré-falta, tais como características dos geradores (potência mecânica, constante de inércia, reatância transitória), impedâncias das linhas de transmissão e de transformadores de potência (quando presentes), dados de carregamento conectado às barras de transmissão, tensões convergidas nas barras em regime permanente e outras possíveis características elétricas de elementos conectados ao sistema.

A segunda etapa baseia-se na estipulação do local da falta no cenário estudado. Esta definição leva em conta as características do sistema de transmissão, de modo que seja possível selecionar com precisão a linha na qual ocorre o curto-circuito, para assim, poder determinar as matrizes de admitância do sistema.

Após a definição do local da falta, são construídas as matrizes de admitância do sistema para os períodos pré-falta, em falta e pós-falta. Neste passo, são inseridos todos os parâmetros do sistema nas matrizes de admitância, conforme procedimentos do item 3.3.1 deste trabalho, atentando-se às mudanças na topologia do sistema de transmissão decorrentes da ocorrência da falta e de sua posterior eliminação.

Ainda, seguindo os procedimentos do item 3.3.1, depois de concluídos os cálculos das matrizes de admitância completas do sistema, o sistema é reduzido aos nós internos dos geradores para os três períodos de análise.

A etapa seguinte caracteriza-se pelos cálculos de valores iniciais de ângulos internos e parâmetros de referência do COA, na configuração de regime permanente. Calculam-se também os valores iniciais das potências elétricas dos geradores e das energias cinética, potencial e total do sistema no período pré-falta, utilizando as equações apresentadas no item 4.1.5.

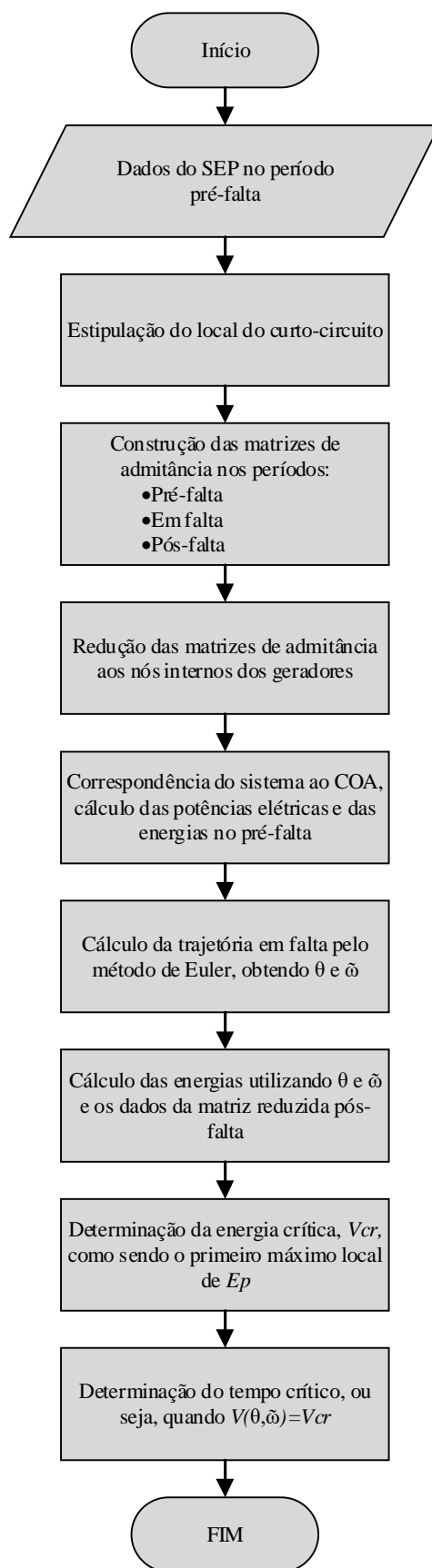
Com os valores iniciais calculados, dá-se continuidade ao algoritmo pela simulação através do método de Euler dos valores de ângulo interno ( $\delta$ ) e de desvio de velocidade ( $\omega$ ) para todo o decorrer do tempo de simulação arbitrado, utilizando como parâmetros para os cálculos de potência elétrica os dados da matriz de admitância reduzida do período em falta. Feitos os cálculos iterativos de ângulo e desvio de velocidade, faz-se a referência destes ao COA, conforme item 3.3.2 deste trabalho.

Após isto, utiliza-se destes ângulos e desvios de velocidade referenciados ao COA para o cálculo das energias cinética, potencial e total do sistema, na **configuração de pós-falta**. Nesta etapa, ressalta-se que os cálculos iterativos de ângulo e velocidade utilizam os parâmetros da matriz admitância reduzida do sistema em falta, entretanto, os cálculos das energias são feitos considerando os parâmetros da matriz admitância reduzida do sistema no período pós-falta juntamente aos ângulos e velocidades obtidos nos cálculos iterativos.

O próximo passo é a determinação da energia crítica do sistema analisado, cujo valor é coincidente com o primeiro ponto de máximo local da curva de energia potencial do sistema na direção da trajetória em falta. O máximo local da energia potencial é arbitrado como o valor de energia crítica por encontrar-se no *exit point* da bacia energética do sistema, como visto anteriormente na seção 4.2.

Por fim, verifica-se em qual instante de tempo a função energia, ou a energia total do sistema, assume valor igual ao da energia crítica. Este instante de tempo é então dito uma estimativa do tempo crítico de abertura do sistema de proteção determinada pelo método PEBS.

Apresenta-se na Figura 5-1 a seguir um fluxograma sintetizando os passos descritos para a implementação do método:



**Figura 5-1 - Fluxograma do método PEBS conforme implementado**  
**Fonte: Elaboração própria**

Com o intuito de validar os procedimentos enunciados acima, são apresentados nos itens em sequência, os resultados obtidos a partir da simulação do algoritmo computacional do método PEBS, aplicado aos seguintes cenários:

- Uma máquina contra um barramento infinito;
- Sistema duas máquinas e duas barras;
- Sistema três máquinas e três barras;
- Sistema duas máquinas e cinco barras.

Ainda com o intuito de verificar a validade do método PEBS, também são apresentados os resultados obtidos a partir da implementação do método passo a passo para cada cenário apresentado.

Durante a simulação dos casos multimáquinas foi obtido inicialmente o tempo crítico através do método PEBS para a subsequente determinação do intervalo do tempo crítico pelo método passo a passo. Como os resultados obtidos pelo método PEBS são estimativas do tempo crítico de abertura, julgou-se um razoável ponto de partida para a análise pelo método passo a passo.

## 5.1 UMA MÁQUINA CONTRA BARRAMENTO INFINITO

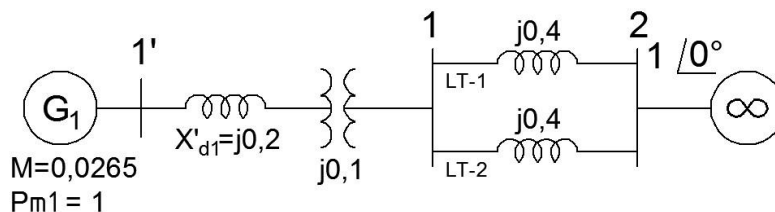
### 5.1.1 Cenário Simulado

A escolha desde primeiro cenário dá-se pela facilidade de corroboração dos resultados através de outros métodos já abordados ao longo deste trabalho, sendo, portanto, um bom ponto de partida para teste do algoritmo computacional do método PEBS<sup>2</sup>. Esse sistema é constituído pela conexão de um gerador síncrono e um transformador de potência através de duas linhas de transmissão em paralelo a um sistema muito grande, onde tensão e frequência permanecem constantes independentemente do

---

<sup>2</sup> Para o algoritmo PEBS do sistema uma máquina contra barramento infinito, foi utilizada a função energia definida pela equação (4.6) da seção 4.1.4.

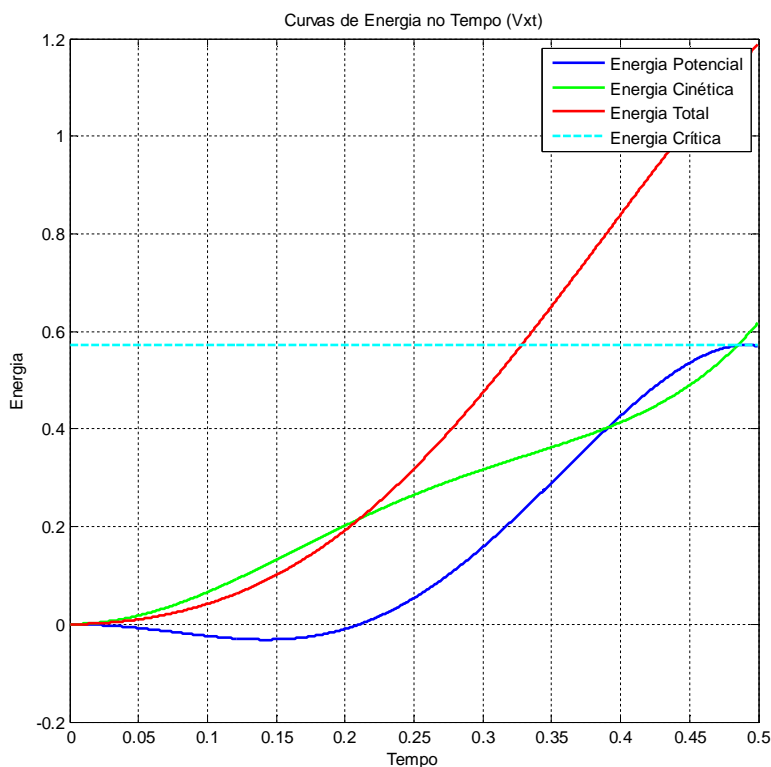
que ocorre na máquina. Na Figura 5-2, é apresentado o cenário escolhido, o mesmo já discutido no item 3.2.1 deste estudo.



**Figura 5-2 – Diagrama equivalente do sistema Máquina contra barramento infinito**  
**Fonte: Adaptado de Bretas e Alberto (2000)**

### 5.1.2 Resultados

Considerando a ocorrência de um curto-circuito trifásico exatamente no meio de uma das linhas de transmissão do sistema da Figura 5-2 e que após a extinção da ocorrência, isso é, após a abertura dos equipamentos de proteção, toda a linha de transmissão afetada é eliminada do circuito. Assim, obtém-se um valor de energia crítica igual a 0,5719 pu, para análise do comportamento do sistema quanto à estabilidade transitória utilizando o algoritmo PEBS implementado. Este valor, como pode ser visto na Figura 5-3, é determinado como sendo o primeiro máximo local de energia potencial (em azul) para esta simulação.



**Figura 5-3 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, no meio da linha (PEBS)**  
**Fonte: Elaboração própria**

Após a determinação da energia crítica, através da Figura 5-3, é possível constatar que o tempo crítico de abertura dos equipamentos de proteção do sistema é igual a 0,3281 segundo. Tal tempo é coincidente à abscissa do gráfico apresentado na Figura 5-3 correspondente à intersecção entre as curvas de energia total (em vermelho) e de energia crítica (em ciano) do sistema.

No capítulo 3, foi desenvolvida toda a análise de estabilidade transitória para o sistema máquina contra barramento infinito utilizando o método passo a passo (item 3.2.2) e o critério das áreas iguais (item 3.2.3). Previamente, de acordo com o método passo a passo, o tempo crítico de abertura dos dispositivos de proteção deve estar entre 0,32 e 0,33 segundo e de acordo com o critério das áreas iguais o valor crítico do tempo de abertura deve ser 0,3281 segundo. Dessa forma, pode-se concluir que o algoritmo do método PEBS para essa configuração de sistema de potência é preciso e válido. Na Tabela 5.1, é exposto um comparativo entre os métodos de análise de estabilidade para o sistema composto por uma máquina contra um barramento infinito utilizados nesse trabalho.



Tabela 5.1 – Resultados obtidos para as simulações do sistema máquina contra barramento infinito

Contingência	Barra de Origem	Barra de Destino	Local da falta	Tempo crítico (s)			Energia Crítica pelo Método PEBS
				Método Passo a Passo	Critério das Áreas Iguais	Método PEBS	
1	1	2	Meio	0,32 – 0,33	0,3281	0,3281	0,5719

Fonte: Elaboração própria

## 5.2 SISTEMA DUAS MÁQUINAS E DUAS BARRAS

### 5.2.1 Cenário Simulado

Na sequência, é apresentada uma nova configuração para simulação utilizando o algoritmo PEBS<sup>3</sup>. O sistema em questão constitui-se de duas máquinas conectadas através de dois transformadores de potência interligados por duas linhas de transmissão em paralelo (LUZ, 2015). Na Figura 5-4, é possível verificar as características elétricas do sistema simulado.

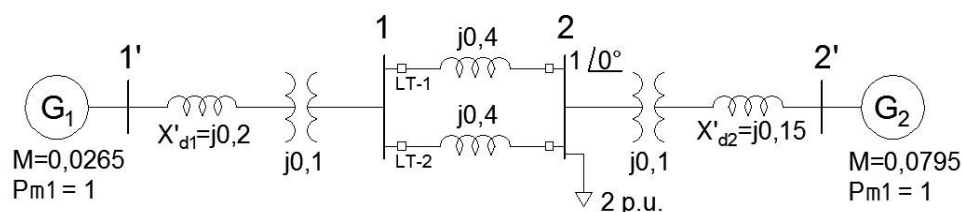


Figura 5-4 – Sistema de 2 máquinas e 2 barras em estudo

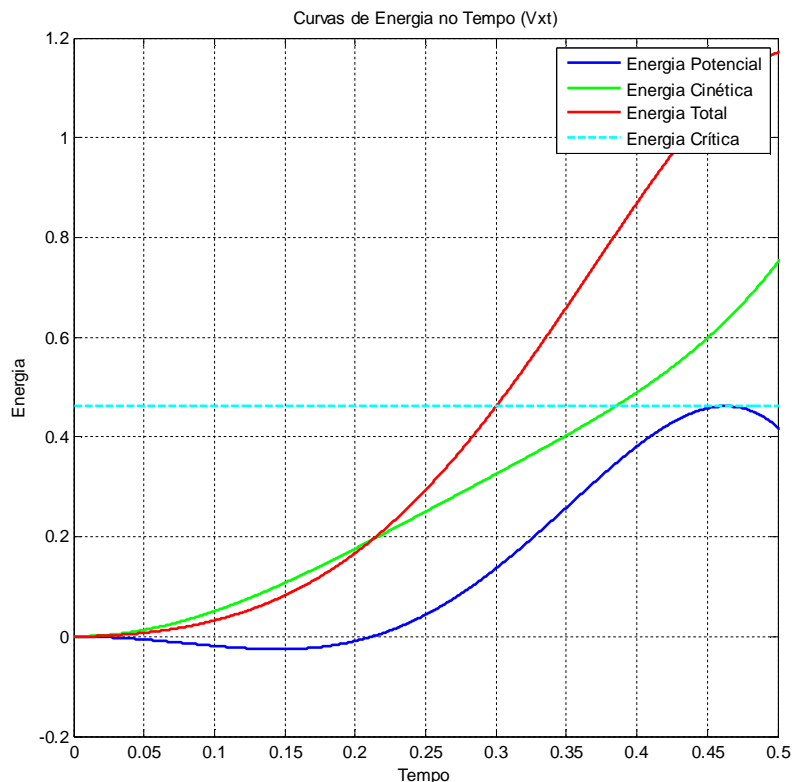
Fonte: Adaptado de Luz (2015)

<sup>3</sup> No algoritmo PEBS para os sistemas multimáquinas, a função energia utilizada é apresentada pelas equações (4.26) e (4.27).

### 5.2.2 Resultados

Para a análise de estabilidade do sistema de duas máquinas e duas barras foram consideradas três situações diferentes para a ocorrência de um curto-circuito trifásico. Primeiramente, foi atribuída uma falta em uma das linhas de transmissão do sistema próxima à barra 1, de forma que o curto-circuito não seja caracterizado como uma falta na barra mas sim na linha de transmissão. Também foi considerado que após a ação dos equipamentos de proteção a linha em falta é completamente eliminada do sistema. Utilizando os procedimentos já explanados e o algoritmo PEBS desenvolvido, foi encontrado um tempo crítico igual a 0,2132 segundo e uma energia crítica igual a 0,4618 pu.

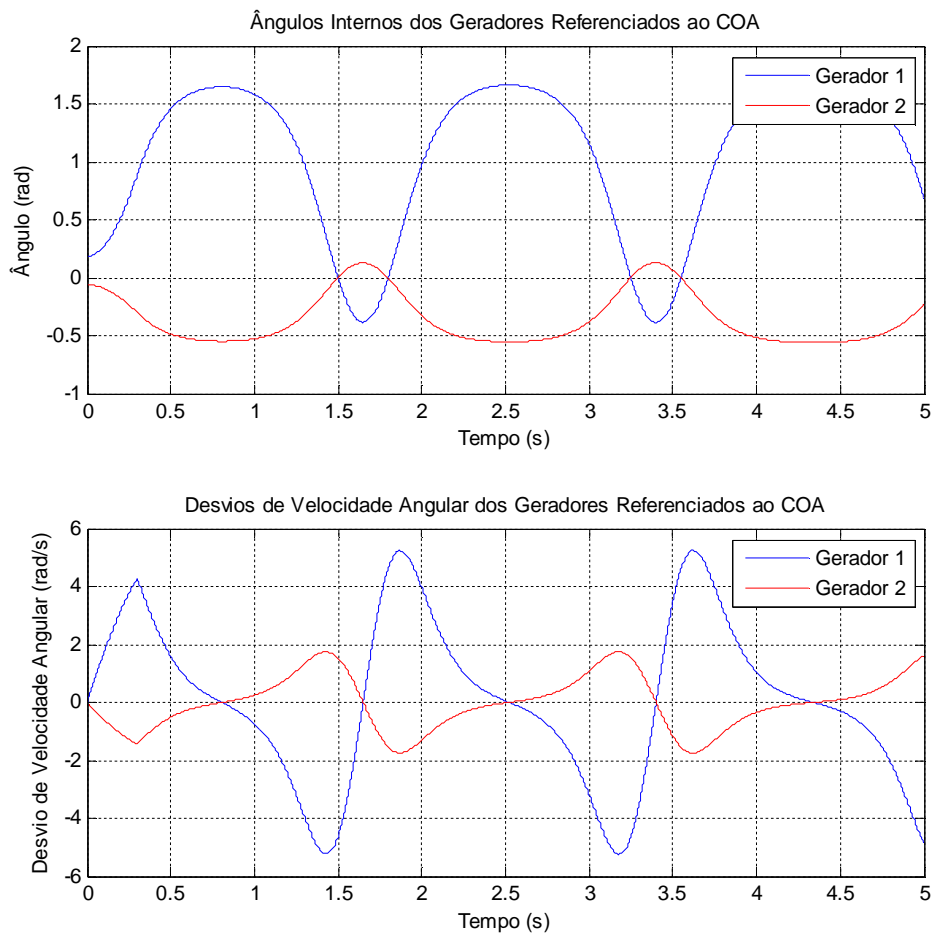
Para a segunda situação de falta analisada foi considerado um curto-circuito trifásico exatamente no meio de uma das linhas de transmissão do sistema da Figura 5-4 e que após a extinção da ocorrência, isto é, após a abertura dos equipamentos de proteção toda a linha de transmissão afetada é eliminada do circuito. Na Figura 5-5 são apresentadas as curvas de energia obtidas utilizando o algoritmo PEBS implementado. Como pode ser observado, a energia crítica para a situação apresentada é 0,4618 pu e o tempo crítico é igual a 0,3001 segundo.



**Figura 5-5 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, no meio da linha (PEBS)**  
**Fonte: Elaboração própria**

Na terceira e última situação de falta, foi considerado um curto-circuito trifásico na outra extremidade de uma das linhas de transmissão do sistema, bem próximo a barra 2, de forma que o curto-circuito não seja caracterizado como uma falta na barra e sim na linha de transmissão. Como nas outras situações apresentadas, também foi considerado que após a ação dos equipamentos de proteção a linha em falta é completamente eliminada do sistema. A partir do PEBS implementado, obteve-se um valor de energia crítica igual a 0,4618 pu e um tempo crítico de 0,2491 segundo.

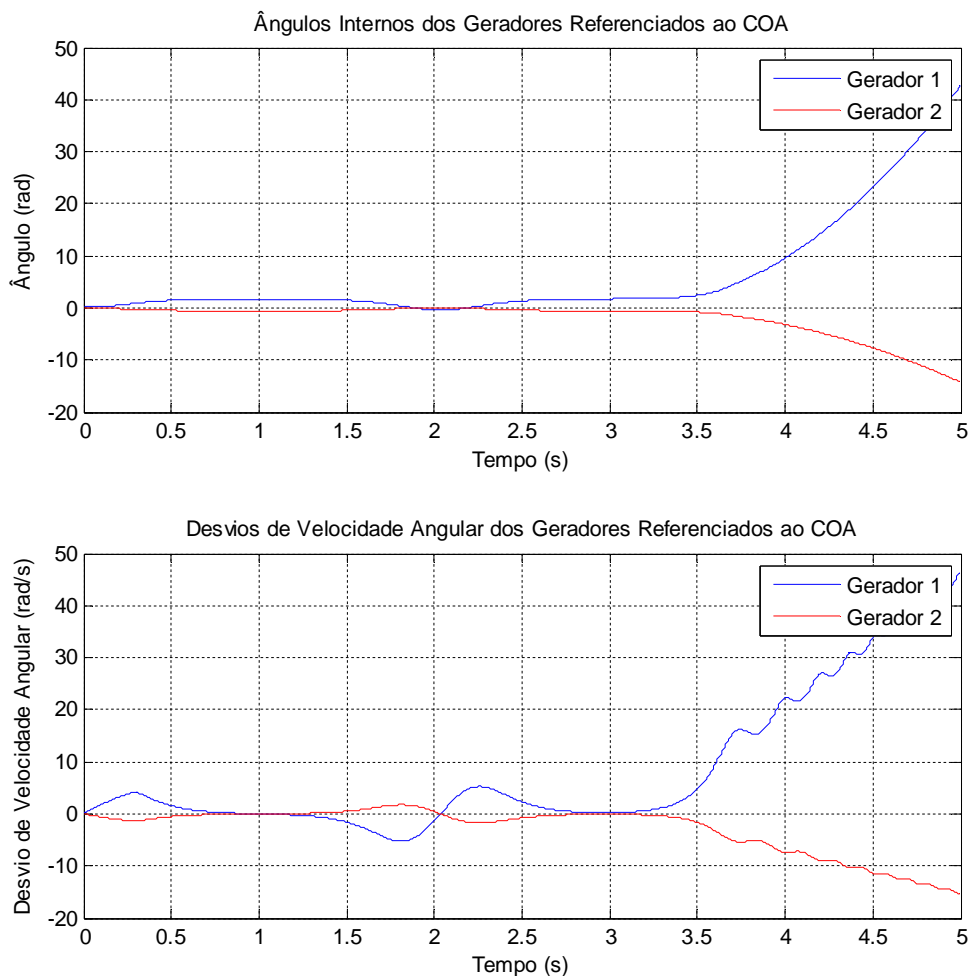
Com o intuito de validar o algoritmo para o sistema de duas máquinas e duas barras também foi implementado o método passo a passo utilizando o método de Euler para análise de estabilidade. Na Figura 5-6, pode-se observar o comportamento dos ângulos internos dos geradores e seus respectivos desvios de velocidade angular, referenciados ao COA, para a situação estável considerando um curto-circuito trifásico exatamente no meio de uma das linhas de transmissão e um tempo de abertura dos equipamentos de proteção igual a 0,299 segundo.



**Figura 5-6 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, no meio da linha (Passo a passo,  $t_{ab}=0,299s$ )**

**Fonte: Elaboração própria**

Por outro lado, na Figura 5-7, é possível identificar o comportamento instável dos ângulos internos dos geradores e os desvios de velocidade angular do sistema para a mesma situação de falta quando o tempo de abertura é igual a 0,300 segundo.



**Figura 5-7 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, no meio da linha (Passo a passo,  $\text{tab}=0,300\text{s}$ )**

**Fonte: Elaboração própria**

Por fim, na Tabela 5.2, pode-se observar o comparativo entre os valores de tempo crítico obtidos utilizando tanto método passo a passo quanto o algoritmo PEBS elaborado, assim como a energia crítica associada. Como pode ser constatado os valores dos tempos críticos determinados pelo método passo a passo é muito similar aos determinados pelo método PEBS e, portanto, é possível afirmar que o algoritmo implementado é válido para a configuração de duas máquinas e duas barras.

Tabela 5.2 – Resultados obtidos para as simulações do sistema de 2 barras e 2 geradores

Contingência	Barra de Origem	Barra de Destino	Local da falta	Tempo Crítico pelo Método Passo a Passo (s)	Tempo Crítico pelo Método PEBS (s)	Energia Crítica pelo Método PEBS
1	1	2	Origem	0,212 – 0,213	0,2132	0,4618
2	1	2	Meio	0,299 – 0,300	0,3001	0,4618
3	1	2	Destino	0,248 – 0,249	0,2491	0,4618

Fonte: Elaboração própria

### 5.3 SISTEMA TRÊS MÁQUINAS E TRÊS BARRAS

#### 5.3.1 Cenário Simulado

O sistema de três máquinas e três barras escolhido para simulação utilizando o algoritmo PEBS é composto por três geradores conectados entre si por linhas de transmissão simples (BRETAS e ALBERTO, 2000), conforme exposto na Figura 5-8.

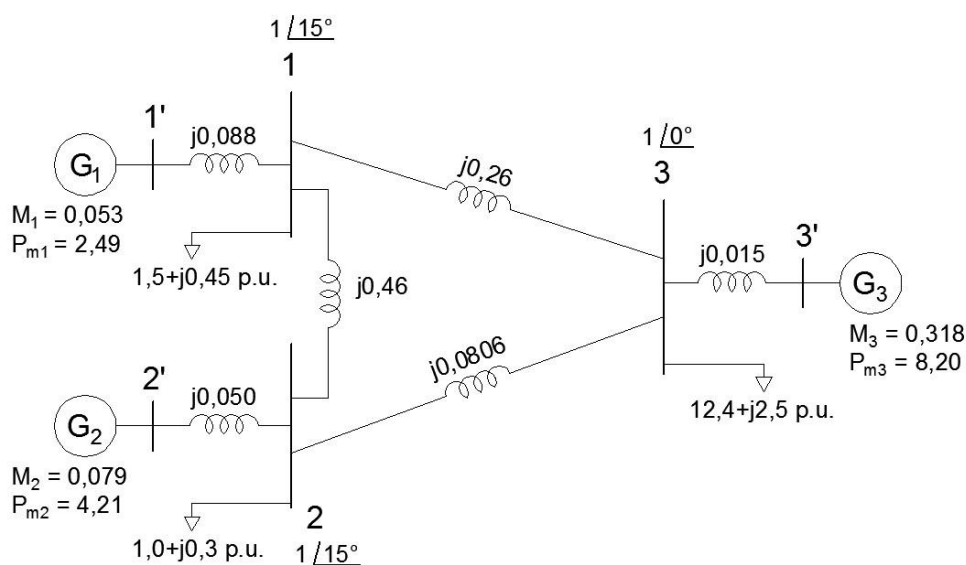


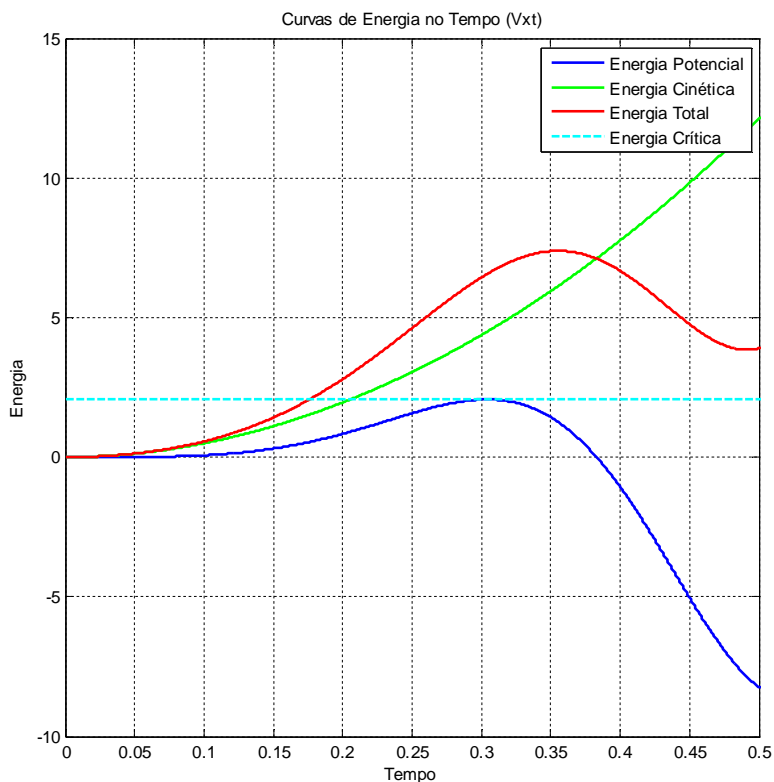
Figura 5-8 – Sistema de 3 máquinas e 3 barras em estudo

Fonte: Adaptado de Bretas e Alberto (2000)

### 5.3.2 Resultados

Com o intuito de verificar o comportamento quanto a estabilidade transitória do sistema de três máquinas e três barras foram consideradas nove situações diferentes para a ocorrência de um curto-circuito trifásico. Como o sistema é composto por três diferentes linhas, foram consideradas as seguintes faltas em cada uma das linhas: curto-circuito trifásico exatamente no meio da linha de transmissão; curto-circuito trifásico em uma das extremidades da linha de transmissão, de forma que o curto-circuito não seja caracterizado como uma falta na barra mas sim na linha de transmissão; e curto-circuito trifásico na outra extremidade da linha de transmissão, utilizando a mesma premissa da situação anterior. Em todas as nove situações foi também considerado que após a ação dos equipamentos de proteção, a linha em falta é completamente eliminada do sistema.

Devido a extensão da análise, são apresentados neste estudo somente duas situações: curto-circuito trifásico na linha de transmissão 1-2, próximo à barra 1 e curto-circuito trifásico na linha de transmissão 1-2, próximo à barra 2. Na Figura 5-9, são apresentadas as curvas de energia obtidas utilizando o algoritmo PEBS implementado, para uma falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1.

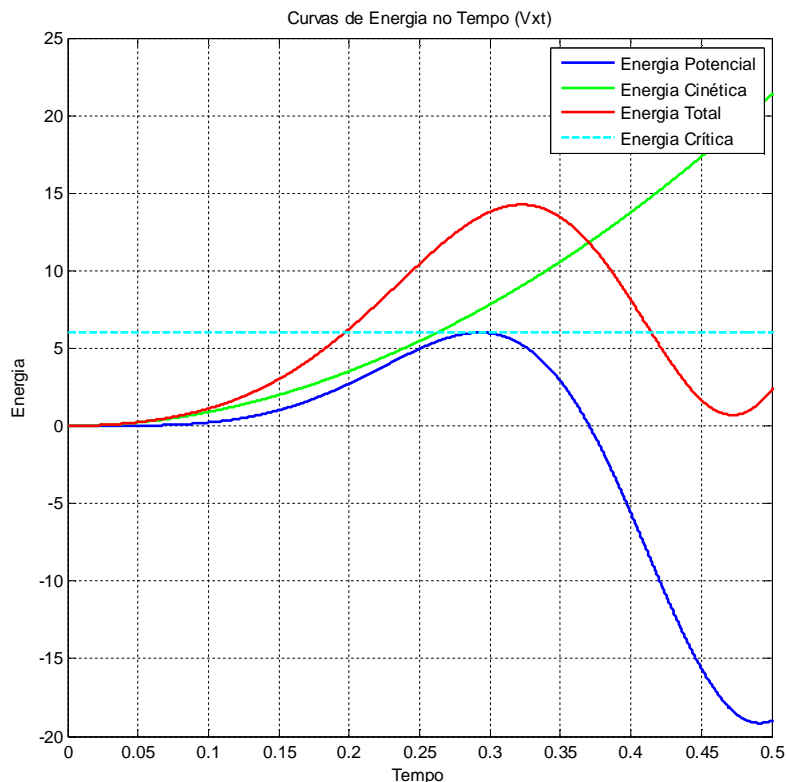


**Figura 5-9 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1 (PEBS)**  
**Fonte: Elaboração própria**

Como pode ser observado, a energia crítica para a situação apresentada é 2,0663 pu e o tempo crítico é igual a 0,1763 segundo.

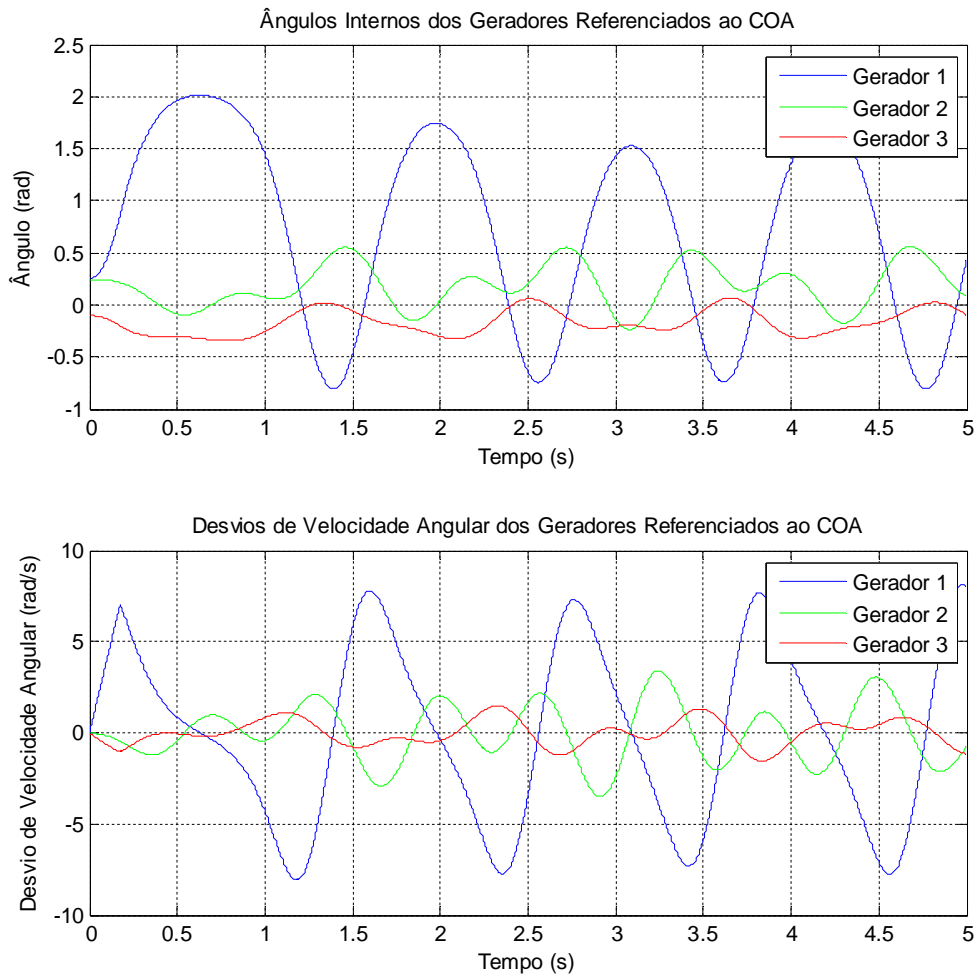
Já na Figura 5-10, são expostas curvas de energia obtidas utilizando o algoritmo PEBS desenvolvido para uma falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 2, nessa situação têm-se energia crítica igual a 6,0124 pu e tempo crítico igual a 0,1972 segundo.





**Figura 5-10 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 2 (PEBS)**  
**Fonte: Elaboração própria**

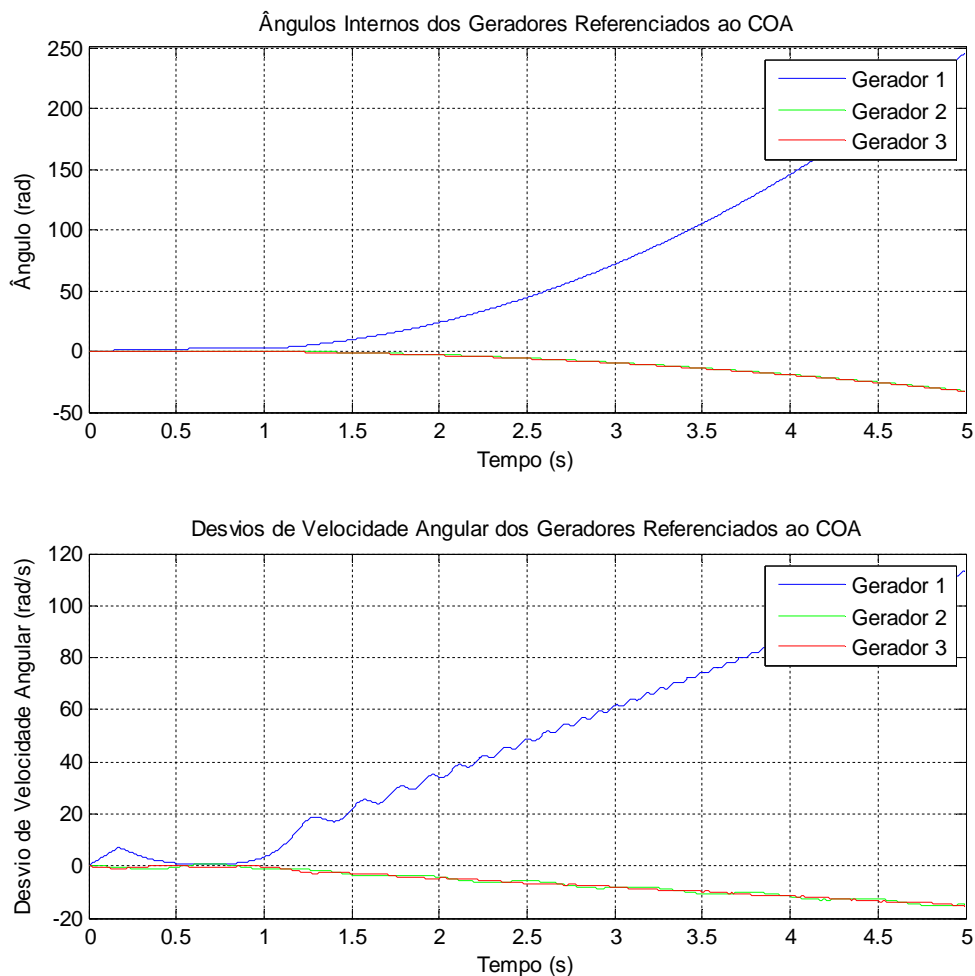
Tendo em vista a validação do algoritmo PEBS, foram simuladas as nove situações de ocorrências de faltas utilizando o método passo a passo. Na sequência, na Figura 5-11, é apresentado o comportamento dos ângulos internos dos geradores e seus respectivos desvios de velocidade angular para a situação estável considerando um curto-circuito trifásico na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1. Para tanto foi considerando um tempo de abertura dos equipamentos de proteção de 0,175 segundo.



**Figura 5-11 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1 (Passo a passo,  $t_{ab}=0,175s$ )**

**Fonte: Elaboração própria**

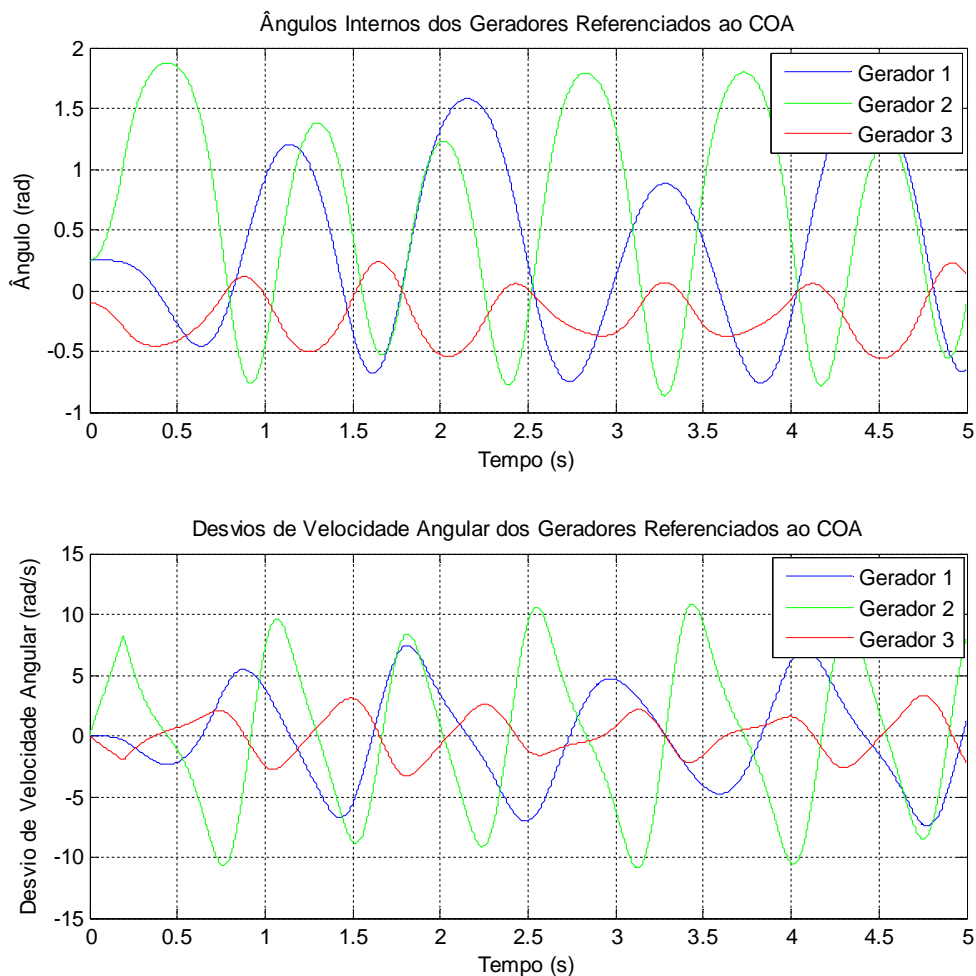
Por outro lado, na Figura 5-12 é exposto o comportamento dos ângulos internos dos geradores e dos desvios de velocidade angular dos geradores para a mesma configuração de falta, considerando um tempo de abertura de 0,176 segundo, verificando-se a instabilidade para esta situação.



**Figura 5-12 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1 (Passo a passo,  $t_{ab}=0,176s$ )**

**Fonte: Elaboração própria**

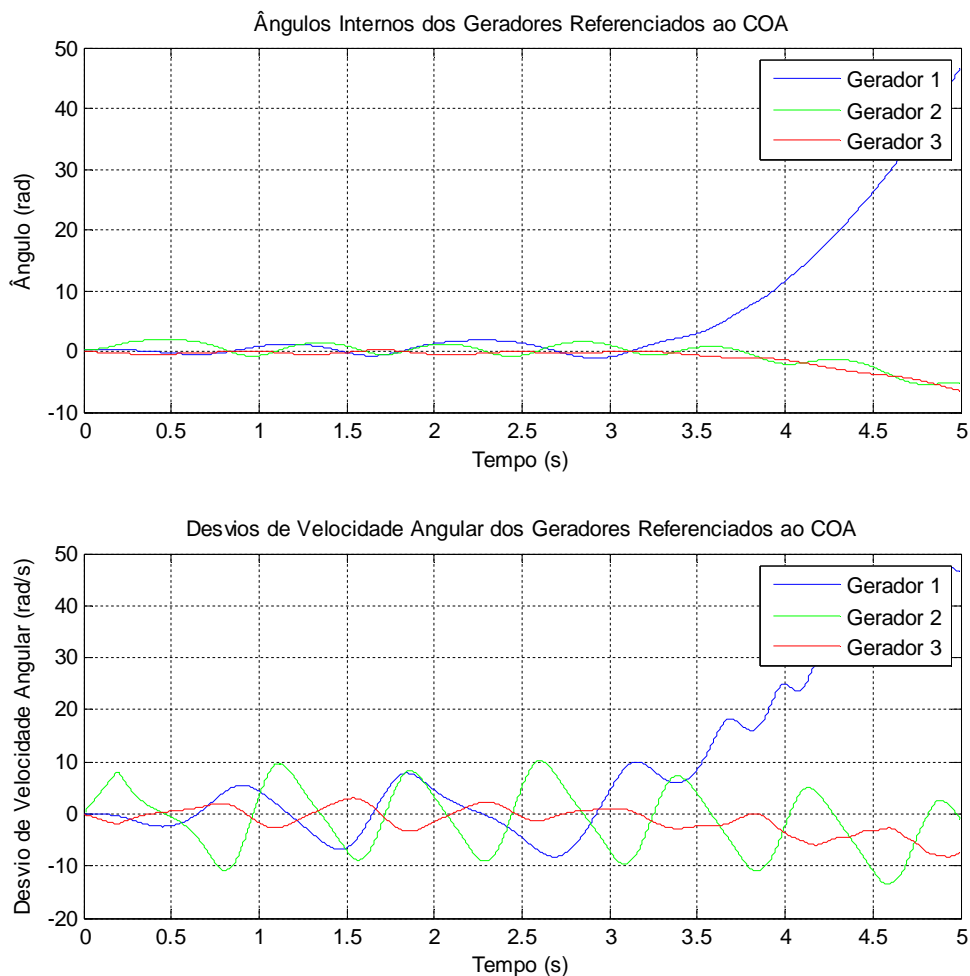
Ainda visando a validação a aplicação do algoritmo PEBS, apresenta-se na Figura 5-13, o comportamento dos ângulos internos dos geradores e seus respectivos desvios de velocidade angular para a situação estável considerando um curto-circuito trifásico na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 2. Para tanto foi utilizado o método passo a passo, considerando um tempo de abertura dos equipamentos de proteção de 0,194 segundo.



**Figura 5-13 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 2 (Passo a passo,  $t_{ab}=0,194s$ )**

**Fonte: Elaboração própria**

Na Figura 5-14, pode-se observar o resultado simulado utilizando o método passo a passo para a situação instável, considerando um tempo de abertura dos equipamentos de proteção de 0,195 segundo.



**Figura 5-14 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 2 (Passo a passo,  $\text{tab}=0,195\text{s}$ )**

**Fonte: Elaboração própria**

Em resumo, na Tabela 5.3, observa-se o comparativo entre os valores de tempo crítico obtidos utilizando tanto método passo a passo quanto o algoritmo PEBS elaborado, assim como a energia crítica associada. Como pode ser constatado os valores dos tempos críticos determinados pelo método passo a passo são similares aos determinados pelo método PEBS, sendo exceção o caso de curto-circuito localizado no meio da linha de transmissão entre as barras 1 e 2.

Com o propósito de analisar e melhor entender o caso em que houve diferença nos resultados obtidos pelos métodos simulados, acrescenta-se este cenário aos estudos gráficos apresentados neste trabalho. Entretanto, como o PEBS, dentre os dois métodos simulados, é o método que utiliza de estimativas para a determinação do tempo crítico, optou-se por expor unicamente a análise gráfica dos resultados deste método.

Tabela 5.3 – Resultados obtidos para as simulações do sistema de 3 barras e 3 geradores

Contingência	Barra de Origem	Barra de Destino	Local da falta	Tempo Crítico pelo Método Passo a Passo (s)	Tempo Crítico pelo Método PEBS (s)	Energia Crítica pelo Método PEBS
1	1	2	Origem	0,175 – 0,176	0,1763	2,0663
2	1	2	Meio	NPS	0,4114	0,5013
3	1	2	Destino	0,194 – 0,195	0,1972	6,0124
4	1	3	Origem	0,096 – 0,097	0,0885	0,2683
5	1	3	Meio	0,182 – 0,183	0,1751	0,2891
6	1	3	Destino	0,256 – 0,257	0,3790	5,4747
7	2	3	Origem	PS	PS	PS
8	2	3	Meio	PS	PS	PS
9	2	3	Destino	PS	PS	PS

NPS: Não Perde o Sincronismo até o tempo de simulação de 5 segundos;

PS: Perde o Sincronismo para qualquer tempo de abertura.

Fonte: Elaboração própria

Assim sendo, são apresentadas na Figura 5-15 as curvas de energia obtidas para a simulação de curto-circuito no meio da linha entre as barras 1 e 2.

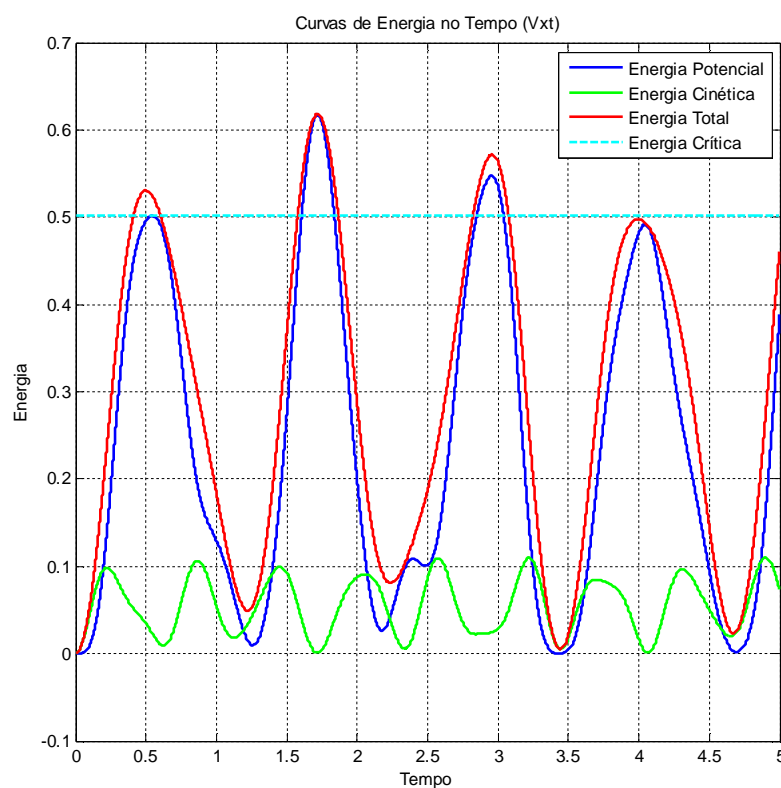


Figura 5-15 - Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, no meio da linha (PEBS)

Fonte: Elaboração própria

A janela de tempo de 5 segundos, na Figura 5-15, foi adotada de modo a viabilizar a observação do comportamento da energia cinética do sistema para todo o período de tempo da simulação. Com isto, foi possível perceber que, diferente dos casos anteriormente apresentados, a energia cinética do sistema não cresce de maneira ilimitada e sim, permanece oscilando com baixos valores de amplitude (neste caso, pouco ultrapassando o valor de 0,1 pu). Desta observação, pode-se interpretar que o sistema apresenta um comportamento recorrente de aceleração e desaceleração para a característica de operação mediante a falta em questão, sendo plausível a permanência do mesmo em sincronismo para o tempo de simulação.

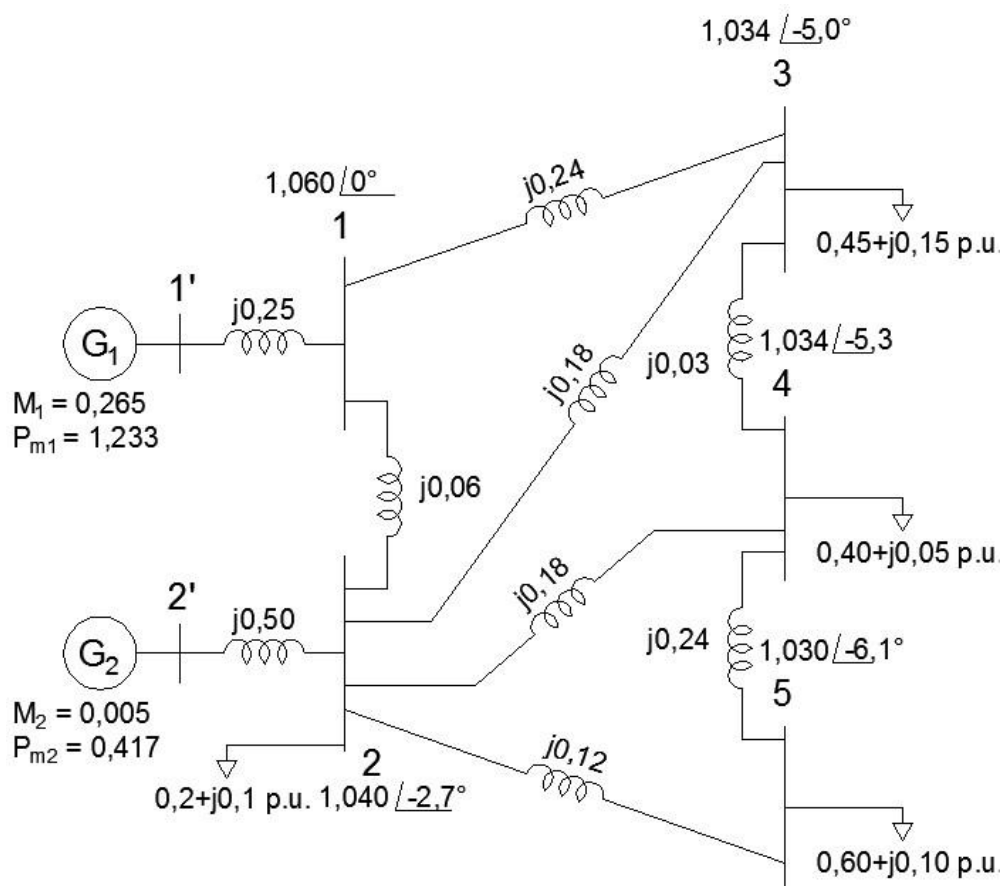
Quanto aos resultados constantes na Tabela 5.3, ressalta-se ainda que, para as situações de falta caracterizadas entre as barras 2 e 3, não foi possível determinar um tempo crítico de abertura para os dispositivos de proteção em ambos os métodos implementados, mesmo considerando tempos muito pequenos (como 1 milissegundo, por exemplo). Isto permite concluir que uma falta nesta linha de transmissão é uma situação severa para o sistema, sendo necessário o estudo de medidas a fim de fortalecer o sistema de transmissão, ou medidas preventivas para minimizar o efeito do curto-circuito nesta linha, ou ainda corretivas, como rejeição de carga durante a ocasião da falta.

Após todas as considerações expostas nesta seção, é possível afirmar que o algoritmo implementado é válido para a configuração de três máquinas e três barras.

## 5.4 SISTEMA DUAS MÁQUINAS E CINCO BARRAS

### 5.4.1 Cenário Simulado

Por fim, apresenta-se a configuração composta por duas máquinas conectadas a um sistema de transmissão de 5 barras, adaptado de Bretas e Alberto (2000). As características de carregamento e de interconexão do sistema podem ser vistas na Figura 5-16, em sequência.



**Figura 5-16 – Sistema de 2 máquinas e 5 barras em estudo**  
 Fonte: Adaptado de Bretas e Alberto (2000)

#### 5.4.2 Resultados

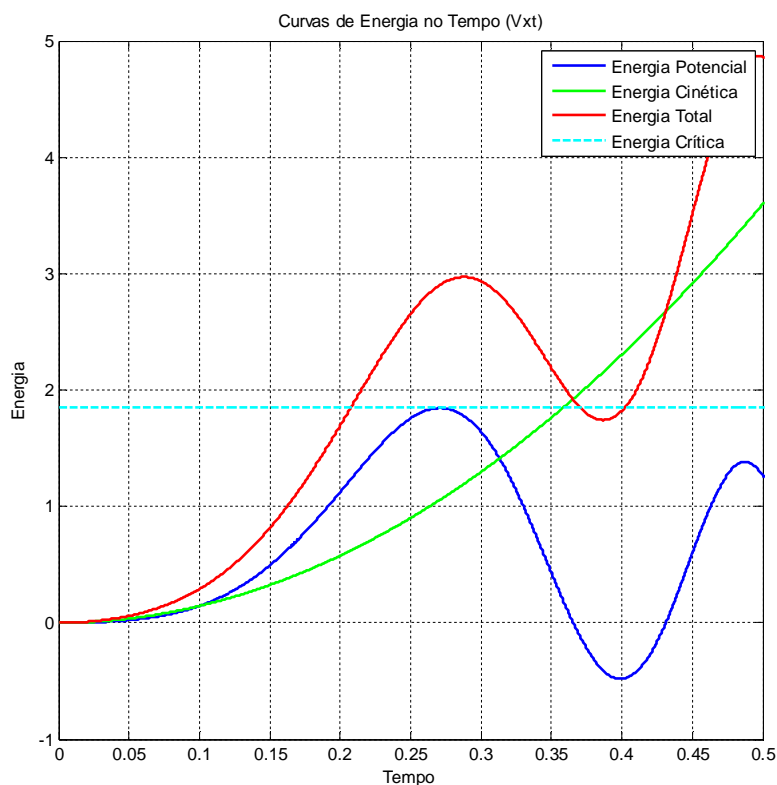
Para esta topologia, como nos casos anteriores, foram simulados os três cenários distintos de falta na linha de transmissão (próximo à barra de origem, ao meio da linha e próximo à barra de destino), para cada uma das sete linhas de transmissão representadas na Figura 5-16. Considerou-se também a eliminação da falta através da remoção da linha na qual ocorreu a falta, pelos dispositivos de proteção.

Tendo em vista o grande número de casos simulados para esta situação, neste trabalho são expostas as análises gráficas para dois cenários de falta, sendo eles a ocorrência de curto-circuito na linha de transmissão entre as barras 1 e 2, próximo à barra 1 e a ocorrência da falta na linha entre as barras 1 e 3, próximo à barra 1. A escolha de não adotar a análise do curto-circuito suposto na linha entre as barras 1 e 2, próximo à



barra 2, como havia sido considerado nos casos anteriores, deu-se pelo fato da similaridade dos resultados obtidos para os dois casos, como será possível perceber na Tabela 5.4.

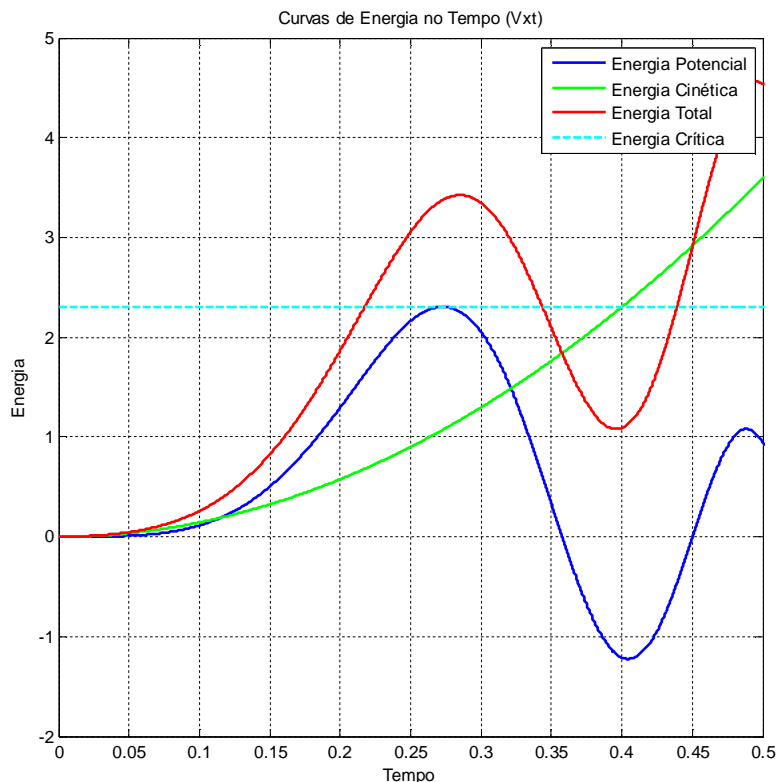
Retomando, o primeiro cenário analisado consiste na falta próxima à barra 1, na linha de transmissão entre as barras 1 e 2. Os resultados obtidos através da simulação do método PEBS em MATLAB<sup>®</sup> foram de 1,8458 pu para a energia crítica e 0,2073 segundo para o tempo crítico. As curvas de energia geradas para esta simulação podem ser vistas na Figura 5-17.



**Figura 5-17 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1 (PEBS)**

**Fonte: Elaboração própria**

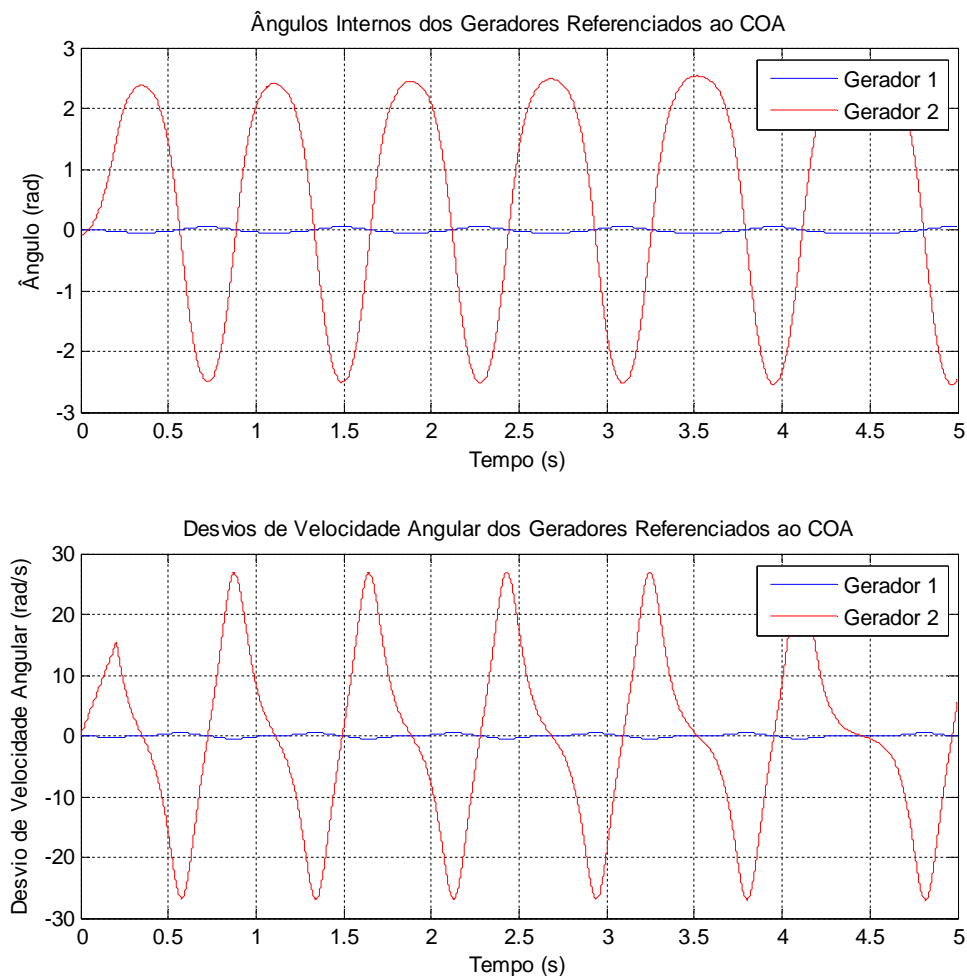
No segundo cenário, a linha de transmissão na qual ocorre a falta é a linha entre as barras 1 e 3, com o curto-circuito próximo à barra 1, como já fora definido anteriormente. Nesta situação, obteve-se o valor de 2,3044 pu para a energia crítica e 0,2173 segundo para o tempo crítico. A Figura 5-18 apresenta o resultado gráfico obtido na simulação deste cenário.



**Figura 5-18 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 3, próxima à barra 1 (PEBS)**  
**Fonte: Elaboração própria**

Analogamente ao procedimento de simulação das topologias anteriores, após a simulação do algoritmo, buscou-se a validação do mesmo através da comparação de resultados com outro método de análise. Assim sendo, todos os cenários simulados pelo método PEBS foram também simulados pelo método passo a passo. Entretanto, em sequência, optou-se por apresentar graficamente apenas os cenários expostos neste item.

Para o cenário considerando um curto-circuito trifásico na linha entre as barras 1 e 2, próximo à barra 1, através do método passo a passo, determinou-se a faixa de tempo que compreende o tempo crítico de abertura pela análise dos gráficos apresentados na Figura 5-19 e Figura 5-20 a seguir.



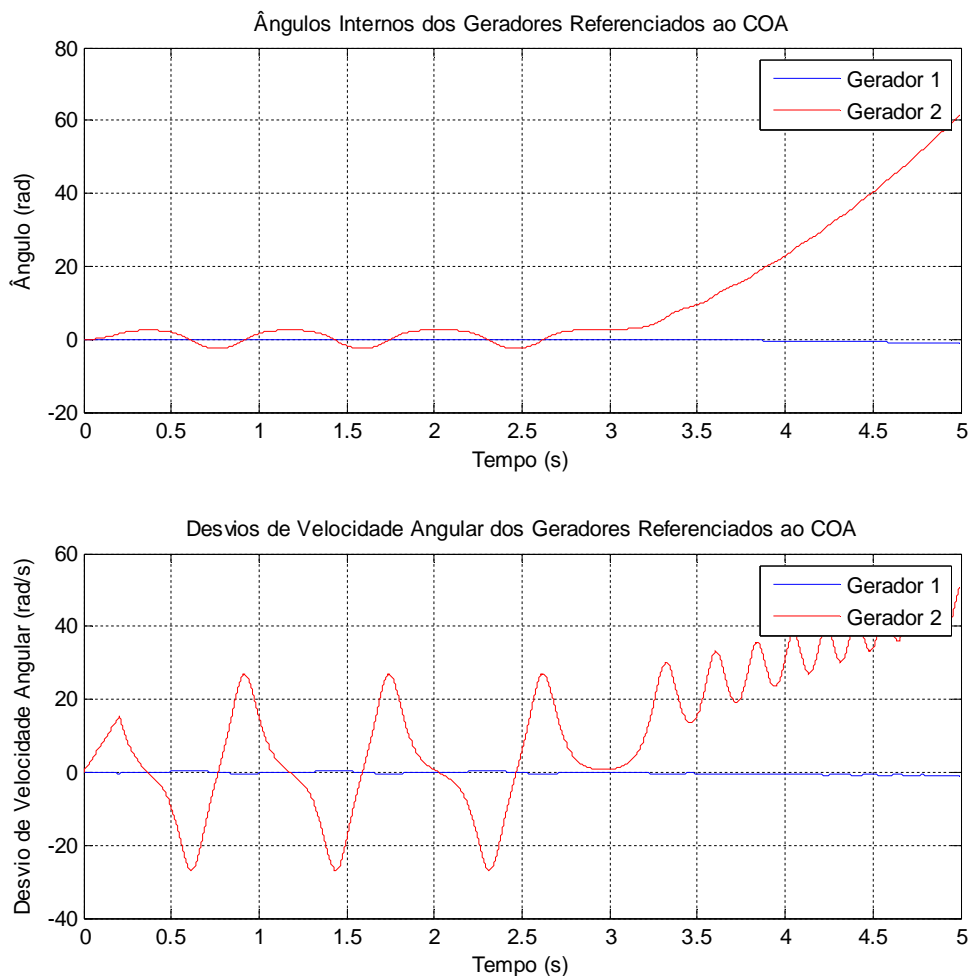
**Figura 5-19 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1 (Passo a passo,  $t_{ab}=0,205s$ )**

**Fonte: Elaboração própria**

O tempo de abertura de 0,205 segundo acarreta comportamentos de variação de ângulo interno e desvio de velocidade observados na Figura 5-19, na qual percebe-se que os dois geradores oscilam conjuntamente sem a perda de sincronismo.

Na Figura 5-20, apresentada em sequência, pode-se observar que as duas máquinas deixam de oscilar em sincronismo para o caso de atribuir-se o tempo de abertura como sendo 0,206 segundo.

Logo, a faixa de tempo crítico de abertura obtida por meio do método passo a passo para esta ocasião de falta é de 0,205 a 0,206 segundo.

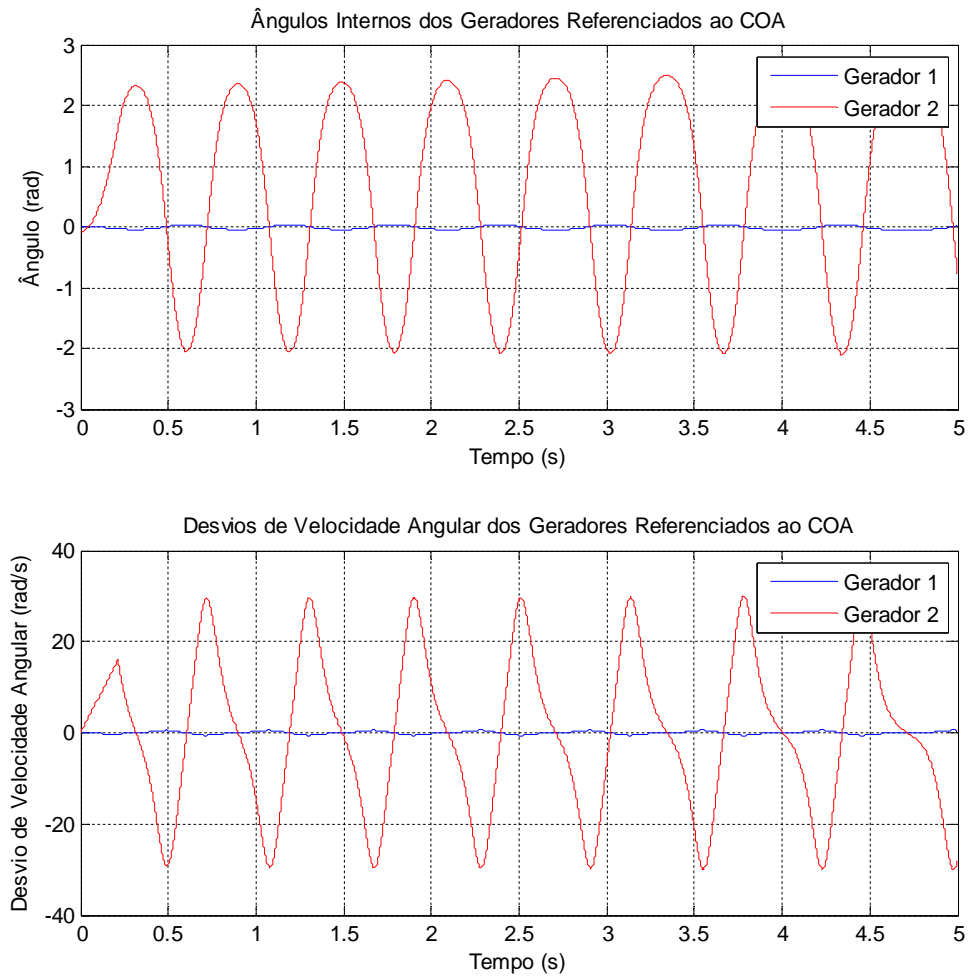


**Figura 5-20 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 2, próxima à barra 1 (Passo a passo,  $\text{tab}=0,206\text{s}$ )**

**Fonte: Elaboração própria**

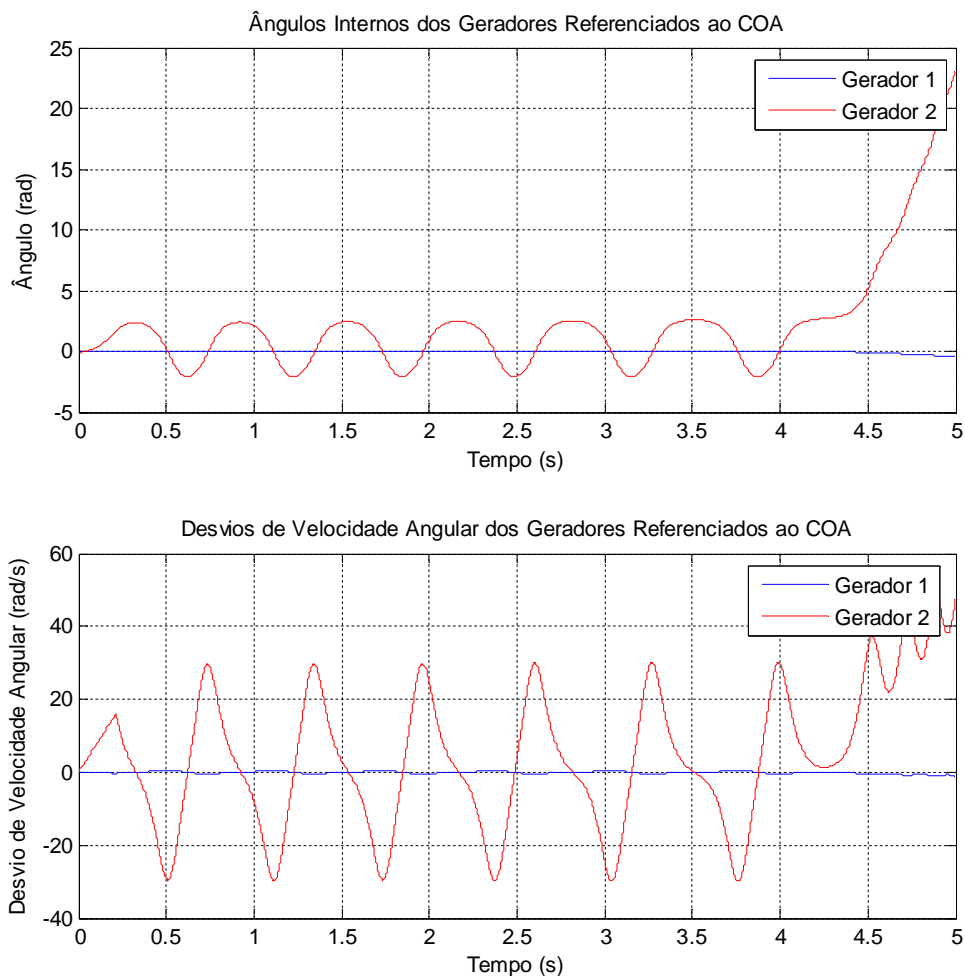
No cenário de falta na linha entre as barras 1 e 3, próxima à barra 1, após simulação com o método passo a passo, delimitou-se o tempo crítico de abertura entre 0,213 e 0,214 segundo.

Na Figura 5-21, vê-se o sincronismo entre os dois geradores para o tempo de 0,213 segundo. Já na Figura 5-22, nota-se a perda de sincronismo entre ambos, para um tempo de abertura igual a 0,214 segundo.



**Figura 5-21 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 3, próxima à barra 1 (Passo a passo,  $\Delta t=0,213s$ )**

**Fonte: Elaboração própria**



**Figura 5-22 – Simulação para falta na linha entre as barras 1 e 3, próxima à barra 1 (Passo a passo,  $t_{ab}=0,214s$ )**

**Fonte: Elaboração própria**

Como já mencionado, os resultados gráficos apresentados neste trabalho para o sistema de duas máquinas e cinco barras são referentes a dois dos possíveis cenários de falta para esta topologia. Entretanto, as simulações tanto pelo método PEBS quanto pelo passo a passo foram feitas para as três possibilidades de localização da falta em cada uma das sete linhas de transmissão, totalizando vinte e um cenários simulados por método.

Na Tabela 5.4 constante na continuidade do texto, são apresentados os resultados obtidos pelas simulações de todos os cenários de localização da falta para a faixa de tempo crítico determinada com o método passo a passo e para a energia crítica e seu referente tempo crítico calculados pelo método PEBS.

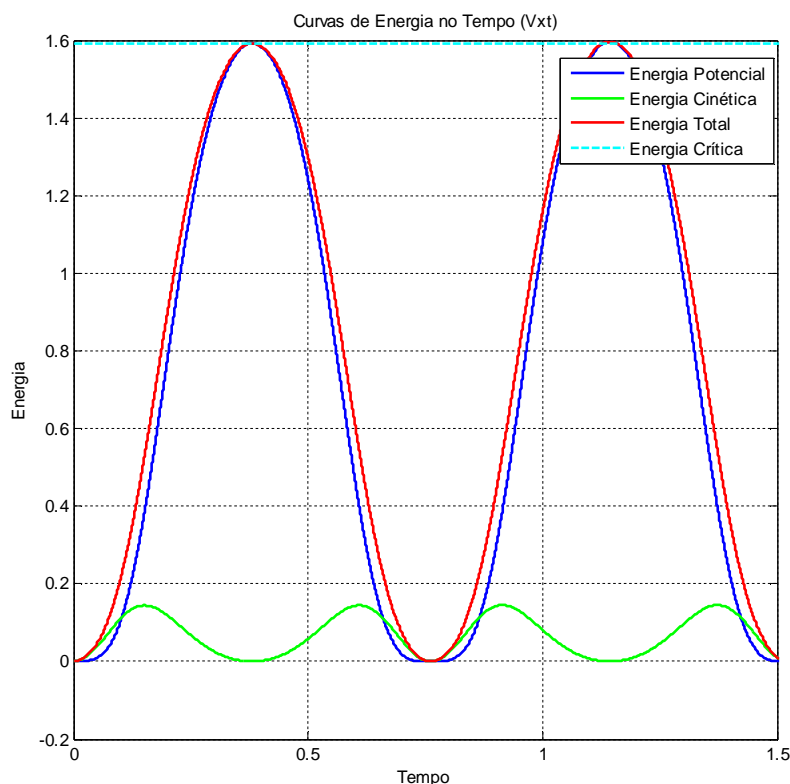
Tabela 5.4 – Resultados obtidos para as simulações do sistema de 5 barras e 2 geradores

Contingências	Barra de Origem	Barra de Destino	Local da falta	Tempo Crítico pelo Método Passo a Passo (s)	Tempo Crítico pelo Método PEBS (s)	Energia Crítica pelo Método PEBS
1	1	2	Origem	0,205 – 0,206	0,2073	1,8458
2	1	2	Meio	0,204 – 0,205	0,2072	1,8458
3	1	2	Destino	0,201 – 0,202	0,2035	1,8458
4	1	3	Origem	0,213 – 0,214	0,2173	2,3044
5	1	3	Meio	0,334 – 0,335	0,3523	2,3044
6	1	3	Destino	0,274 – 0,275	0,2840	2,3044
7	2	3	Origem	0,209 – 0,210	0,2135	2,2974
8	2	3	Meio	0,283 – 0,284	0,2942	2,2974
9	2	3	Destino	0,274 – 0,275	0,2839	2,2974
10	2	4	Origem	0,209 – 0,210	0,2135	2,2976
11	2	4	Meio	0,285 – 0,286	0,2968	2,2976
12	2	4	Destino	0,279 – 0,280	0,2900	2,2976
13	2	5	Origem	0,209 – 0,210	0,2133	2,2407
14	2	5	Meio	0,270 – 0,272	0,2799	2,2407
15	2	5	Destino	0,410 – 0,411	0,4446	2,2407
16	3	4	Origem	0,274 – 0,275	0,2842	2,3215
17	3	4	Meio	0,278 – 0,279	0,2891	2,3215
18	3	4	Destino	0,279 – 0,280	0,2903	2,3215
19	4	5	Origem	0,279 – 0,280	0,2903	2,3231
20	4	5	Meio	NPS	0,3813	1,5918
21	4	5	Destino	0,410 – 0,411	0,4447	2,3231

**NPS: Não Perde o Sincronismo até o tempo de simulação de 5 segundos.**

**Fonte: Elaboração própria**

Dos resultados presentes na Tabela 5.4, pode perceber-se que o algoritmo elaborado com o método PEBS traz valores próximos aos obtidos pelo método passo a passo, com exceção do cenário de falta no meio da linha entre as barras 4 e 5. Semelhantemente ao discorrido na seção 5.3.2, para uma análise mais detalhada deste caso divergente, apresenta-se na Figura 5-23, em adição aos cenários anteriormente analisados, a resposta gráfica do caso de curto-circuito ao meio da linha entre as barras 4 e 5 gerada pelo algoritmo do PEBS. Entretanto, para este caso, a adoção de uma janela de tempo de 1,5 segundos foi suficiente para a análise do comportamento das curvas de energia.



**Figura 5-23 – Simulação para falta na linha entre as barras 4 e 5, no meio da linha (PEBS).  
Fonte: Elaboração própria**

Na Figura 5-23, nota-se que o comportamento da energia cinética é semelhante ao caso apresentado na Figura 5-15, ou seja, apresenta valores oscilatórios de pequena amplitude (não chegando a 0,2 pu) e, percebe-se ainda, que existe uma característica periódica nesta oscilação. Deste modo, novamente é admissível interpretar que o sincronismo seja mantido durante o período de simulação.

Feitas as análises dos resultados obtidos para a topologia de sistema analisada nesta seção, conclui-se que o algoritmo PEBS desenvolvido é também válido para a configuração de duas máquinas e cinco barras.

## 5.5 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS



Objetivando comparar os dados obtidos neste trabalho com dados de trabalhos acadêmicos semelhantes, desenvolvidos na área de estudo de estabilidade transitória, nesta seção apresentam-se resultados provenientes de simulações para sistemas multimáquinas constantes em três diferentes trabalhos de conclusão de curso.

Para o sistema de duas barras e duas máquinas com falta exatamente ao meio de uma das linhas de transmissão, de acordo com Luz (2015), a simulação utilizando o método trapezoidal implícito resultou em um tempo crítico compreendido entre 0,29 e 0,30 segundo. Retomando os dados apresentados para a mesma situação de curto-circuito, presentes na Tabela 5.2, apresenta-se na Tabela 5.5 a comparação dos resultados para este cenário.

**Tabela 5.5 – Comparação de resultados para o sistema de 2 barras e 2 geradores**

Tempo Crítico (s)		
Método trapezoidal implícito (LUZ, 2015)	Método Passo a Passo (Tabela 5.2)	Método PEBS (Tabela 5.2)
0,29 – 0,30	0,299 – 0,300	0,3001

Fonte: LUZ (2015) e dados dos autores

A equiparação do sistema de três máquinas e três barras foi feita utilizando-se dos resultados obtidos por Brasil (2013), através do método PEBS, e Garcia *et al.* (2013), pelo método passo a passo. A Tabela 5.6 apresenta estes dados juntamente aos resultados obtidos neste trabalho, presentes na Tabela 5.3.

**Tabela 5.6 – Comparação de resultados para o sistema de 3 barras e 3 geradores**

Contingência	Cenário da falta			Tempo crítico (s)			
	Barra de Origem	Barra de Destino	Local da falta	Método Passo a Passo (GARCIA <i>et al.</i> , 2013)	Método PEBS (BRASIL, 2013)	Método Passo a Passo (Tabela 5.3)	Método PEBS (Tabela 5.3)
1	1	2	Origem	0,175 – 0,176	0,178	0,175 – 0,176	0,1763
2	1	2	Destino	0,194 – 0,196	0,197	0,194 – 0,195	0,1972
3	1	3	Origem	0,095 – 0,096	0,087	0,096 – 0,097	0,0885
4	1	3	Destino	0,257 – 0,258	0,379	0,256 – 0,257	0,3790
5	2	3	Origem	PS	PS	PS	PS
6	2	3	Destino	PS	PS	PS	PS

PS: Perde o Sincronismo para qualquer tempo de abertura.

Fonte: Garcia *et al.* (2013), Brasil (2013) e dados dos autores

Observa-se que não foi feita uma tabela comparativa para o sistema de uma máquina contra um barramento infinito devido ao fato de que no presente trabalho se fez a validação do mesmo através de três métodos diferentes de estudo de estabilidade transitória (passo a passo, critério das áreas iguais e PEBS), e estes demonstraram ser coerentes entre si.

O sistema de duas máquinas e cinco barras tampouco foi comparado nesta seção devido ao fato de não terem sido encontrados em outros trabalhos dados de simulações que considerem o sistema desprezando as resistências das linhas de transmissão. Entretanto, em Luz (2015) foi simulado um sistema semelhante, mas com resistências e susceptâncias, no qual os tempos críticos obtidos foram maiores. Isto se deve ao fato de que as resistências atuam no sentido de diminuir a corrente de curto-circuito, consequentemente reduzindo a severidade da falta e aumentando o tempo crítico de abertura.

Dos resultados comparados na Tabela 5.5 e na Tabela 5.6, verifica-se que os dados obtidos nas simulações computacionais realizadas neste estudo são coerentes aos obtidos em estudos semelhantes e, como para o caso do sistema de duas máquinas e cinco barras foi utilizado o mesmo algoritmo de solução dos demais sistemas multimáquinas simulados, espera-se que os resultados do sistema não comparado nesta seção também sejam coerentes.

## 6. CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foram discutidos inicialmente modelos e métodos matemáticos para análise transitória de sistemas elétricos de potência, incluindo aspectos físicos do sistema e simplificações para que estes pudessem ser estudados de forma prática. Foram abordados, implementados e comparados os métodos passo a passo e critério das áreas iguais para o sistema de uma máquina contra um barramento infinito, que se mostraram coerentes. Foi visto que o critério das áreas iguais, apesar de ser um método direto, apresenta limitações, sendo aplicável somente a sistemas simples. O método passo a passo se aplica a qualquer situação, mas por exigir soluções exaustivas de equações diferenciais, se torna demorado e demanda muito processamento. Entretanto, considerando-se uma estimativa de tempo de abertura inicial, calculada por exemplo pelo método PEBS, tal demanda computacional é reduzida.

Tendo em vista as limitações dos métodos estudados, iniciou-se uma discussão sobre os métodos energéticos, que culminou na apresentação do método PEBS, foco do trabalho. O método PEBS permite a análise de estabilidade através de poucas soluções de equações diferenciais, tornando-se rápido. Com a rapidez, contudo, é sacrificada a precisão, o que pode ser visto na comparação dos resultados com os demais métodos. Para certas faltas, o tempo crítico de abertura encontrado é próximo ao do método passo a passo, contudo em outras é distante, e nem sempre conservador, o que pode levar a uma decisão equivocada.

Essa baixa precisão se deve às sucessivas aproximações para a execução do método, principalmente ao fato de o tempo crítico ser calculado utilizando dados do sistema pós-falta sobre a trajetória do sistema em falta, tornando assim o resultado encontrado uma estimativa, e não o tempo crítico real.

Também é importante ressaltar que para a aplicação em sistemas reais é necessária a inclusão das resistências dos elementos do sistema, bem como outras possíveis fontes de perda de potência. No método implementado a influência das perdas no sistema foi desconsiderada para obter respostas mais conservadoras, considerando o pior cenário.

Assim, foi concluído que o método PEBS é aplicável para análise de sistemas em tempo real, onde se usa o tempo crítico para determinação de severidade de contingências dinâmicas no sistema de forma rápida e com relativa precisão. Essa

informação pode servir como um filtro inicial para classificar as contingências mais severas associadas a um sistema elétrico, para em sequência, caso necessário, ser utilizada em outro método que seja mais preciso, porém que demande mais tempo.

Ainda, foi concluído que é aplicável também para análise de sistemas *off-line*, propiciando um bom ponto de partida para um cálculo mais preciso.

Em trabalhos futuros, poderá ser aplicado o método BCU (*Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point*) aos mesmos sistemas apresentados neste trabalho para comparação de resultados, tendo-se em vista que este também é um método energético, entretanto, utiliza um algoritmo de solução diferente.

Poderão ainda ser estudados sistemas mais complexos e já pesquisados na área de transmissão de energia elétrica, como por exemplo o IEEE 14 barras ou o IEEE 24 barras, com o intuito de verificar o comportamento do método PEBS para sistemas extensos.

## REFERÊNCIAS

BOMFIM, A. L. B. **Ajuste Coordenado de Estabilizadores de Sistema de Potência Usando Algoritmos Genéticos**. 2000. 181 f. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-graduação em Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2000. Disponível em: <<http://www.eletrica.ufrj.br/teses/textocompleto/2000037001.pdf>>. Acesso em: OUTUBRO, 2015.

BRASIL, K. S. **Análise de estabilidade transitória em sistemas de potência utilizando função energia**. 2013. 93 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia de Energia) – Universidade de Brasília Faculdade do Gama. Brasília, 2013.

BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C. **Estabilidade Transitória em Sistemas Eletroenergéticos**. São Carlos – SP: EESC/USP, 2000.

CHIANG, H-D. **Direct Methods for Stability Analysis of Electric Power Systems. Theoretical Foundation, BCU Methodologies, and Applications**. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2011.

SIMÕES-COSTA, A. **Estabilidade de Sistemas de Potência**. 2003. 39 f. Notas de aula. Disponível em: <<http://www.labspot.ufsc.br/~simoes/dincont/dc-cap6.pdf>>. Acesso em ABRIL, 2016.

FITZGERALD, A.E. **Máquinas Elétricas - 6.ed.: Com Introdução à Eletrônica de Potência** Bookman Companhia Ed, 2006.

GARCIA, L. M.; LOPES, L. G.; SILVA, P. M. da. **Estudo de estabilidade transitória em sistemas multimáquinas**. 2013. 85 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Elétrica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2013.

GILAT, A.; SUBRAMANIAM, V. **Métodos Numéricos para Engenheiros e Cientistas**. São Paulo – SP: Artmed Editora S. A., 2008.

GRONDIN, R.; HENICHE, A.; DOBRESCU, M.; TRUDEL, G.; ROUSSEAU, M.; EDWARDS, A.; RICHARDS, S.; KIRBY, B. **Loss of Synchronism Detection, a Strategic Function for Power Systems**. IET Developments in Power System Protection, 2008, p. 380 – 386, Mar 2008. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4497016>>. Acesso em MAIO, 2015.

GLOVER, J. D.; SARMA, M. S.; OVERBYE, T. J. **Power System Analysis and Design**. Estados Unidos: Cengage Learning, 2011.

KUNDUR, P. **Power System Stability and Control**. Estados Unidos: McGraw Hill, 1994.

KUNDUR, P.; PASERBA, J.; AJJARAPU, V.; ANDERSON, G.; BOSE, A.; CANIZARES, C.; HATZIARGYRIOU, N.; HILL, D.; STANKOVIC, A.; TAYLOR, C.; VAN CUTSEM, T.; VITTAL, V. **Definition and Classification of Power System Stability**. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 19, n. 2, p. 1387 – 1401, May 2004. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=1318675>>. Acesso em: MAIO, 2015.

LOPES, C. E. V. M. **Desempenho Transitório de Sistemas de Potência com Informação de Margem de Estabilidade**. 2006. 122 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2006.

LUZ, D. R. M. R. da. **Estudo de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência utilizando o método trapezoidal implícito**. 2015. 99 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Elétrica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2015.

MACHOWSKI, J.; BIALEK, J. W.; BUMBY, J. R.; **Power System Dynamics: Stability and Control**. Reino Unido: John Wiley & Sons, Ltd, 2008.

MONTEIRO, L. H. A. **Sistemas Dinâmicos**. Editora Livraria da Física, 2ª ed, 2006.

MONTICELLI, A.; GARCIA, A. **Introdução a sistemas de energia elétrica**. Campinas - SP: Editora da Unicamp, 2003.

NAZARENO, I. S. **Método Dinâmico para Detecção do PEBS e “Shadowing Method” para Cálculo do Ponto de Equilíbrio de Controle em Estudos de Estabilidade Transitória**. 2003. 134 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

PARKS, P. C. A. M. **Lyapunov’s Stability Theory – 100 Years On**. IMA Journal of Mathematical Control & Information, vol. 19, n. 4, p.275 – 303, 1992. Disponível em: <<http://imamci.oxfordjournals.org/content/9/4.toc>>. Acesso em: NOVEMBRO, 2015.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. DA R. **Cálculo numérico: Aspectos teóricos e computacionais**. São Paulo – SP: Makron Books – Pearson, 1998.

STEVENSON JR, W. D. **Elementos de Análise de Sistemas de Potência**. São Paulo: McGraw Hill do Brasil, 1978.

THEODORO, E. A. R. **Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional para Análise de Segurança Dinâmica, no contexto da Estabilidade Transitória, de Sistemas Elétricos de Potência via Métodos Diretos**. 2010. 109 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Física I – Mecânica**. São Paulo – SP: Addison-Wesley - Pearson, 2008.

## APÊNDICE A – Código desenvolvido para o método passo a passo

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%% Implementação do Método Passo a Passo utilizando Euler %%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

close all
clear all
clc

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%% Declaração de Variáveis %%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%_Potências e Constantes_%
Pmax_flt=0.8254;
Pmax_pos=1.5329;
Pmec=1;
H=5;
f=60;

%_Valores iniciais_%
w0=0;
delta0=0.4847;

%_Tempo de simulação e passo de integração_%
tn=5;           %Tempo total de simulação
h = 0.0001;     %Passo de integração
m=tn/h;        %Número de elementos

%_Declaração dos valores iniciais do vetor_%
t(1)=0;
delta(1)=delta0;
w(1)=w0;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%% Método passo a passo %%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%_Definição do tempo de abertura_%

tab=0.3281;

for i=1:m
    t(i+1)=t(i)+h;
    delta(i+1)=delta(i)+h*w(i);

    if t(i+1)<tab
        Pmax=Pmax_flt;
    end
    if (t(i+1)>=tab)

```



```
        Pmax=Pmax_pos;
    end
    w(i+1)=w(i)+(pi*f/H*(Pmec-Pmax*sin(delta(i))))*h;
end

%_Gráfico Deslocamento Angular_%
subplot(2,1,1)
plot(t,delta,'r')
xlabel('tempo')
xlim([0 5])
ylabel('deltagl')
title('Deslocamento Angular')
grid

%_Gráfico Desvio de Velocidade_%
subplot(2,1,2)
plot(t,w,'r')
xlabel('tempo')
xlim([0 5])
ylabel('w')
title('Desvio de Velocidade')
grid
```

## APÊNDICE B – Código desenvolvido para o método critério das áreas iguais

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%% Implementação do Método das Áreas Iguais para o cálculo do %%%%
%%%%%%%% tempo crítico e simulação através do Método de Euler %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

close all
clear all
clc

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%% Declaração de Variáveis %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%_Potências e Constantes_%
Pmax_pre = 2.146;
Pmax_flt = 0.8254;
Pmax_pos = 1.5329;
Pmec = 1;
H=5;
f=60;

%_Valores iniciais_%
w0 = 0;
delta0 = 0.4847;

%_Tempo de simulação e passo de integração_%
tn = 5;
h = 0.0001;
m = tn/h;

%_Declaração dos vetores_%
t(1)=0;
delta(1)=delta0;
w(1)=w0;
delta1=delta0;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%% Método das Áreas Iguais %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%_Determinação dos ângulos do C.A.I._%
deltau = pi - asin(1/Pmax_pos);
deltacr = acos(((Pmec*(delta0-deltau))+(Pmax_flt*cos(delta0))-
(Pmax_pos*cos(deltau)))/(Pmax_flt-Pmax_pos));

%_Áreas Iguais_Procedimento de cálculo do tempo crítico_%

cont=0;

for i=1:m
    t(i+1)=t(i)+h;
    if delta1<deltacr

```

```

    delta(i+1)=delta(i)+w(i)*h;
    w(i+1)=w(i)+(1-0.825*sin(delta(i)))*h*pi*f/H;
    delta1=delta(i+1);
    cont=cont+1;
else
    tcr=(cont-1)*h;
end
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Método de Euler %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Simulação para confirmação visual do tempo crítico encontrado pelo
% Método das Áreas Iguais

%_Tempo de abertura_%
tab=tcr

%_Laço do método iterativo_%
for i=1:m
    t(i+1)=t(i)+h;
    delta(i+1)=delta(i)+h*w(i);

    if t(i+1)<tab
        pmax=Pmax_flt;
    end
    if (t(i+1)>=tab)
        pmax=Pmax_pos;
    end
    w(i+1)=w(i)+(pi*f/H*(Pmec-pmax*sin(delta(i))))*h;
end

%_Gráfico Deslocamento Angular_%
subplot(2,1,1)
plot(t,delta,'')
xlabel('tempo')
xlim([0 5])
ylabel('deltag1')
title('Deslocamento Angular')
grid

%_Gráfico Desvio de Velocidade_%
subplot(2,1,2)
plot(t,w,'r')
xlabel('tempo')
xlim([0 5])
ylabel('w')
title('Desvio de Velocidade')
grid

```